Содержание

[Задание 1. 2](#_Toc8739535)

[Задание 2. 4](#_Toc8739536)

[Задание 3. 4](#_Toc8739537)

[Задание 4. 7](#_Toc8739538)

Задание 1. Совхоз отвел три земельных массива размерами в 5000, 8000 и 9000 га под посевы ржи, пшеницы и кукурузы. Средняя урожайность по массивам указана в табл. 1.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|   |   |   |   | Таблица 1 |
| Культура |   | Средняя урожайность массива, ц/га |
|   | 1 |   | 2 | 3 |
| Рожь | 12 |   | 14 | 15 |
| Пшеница | 14 |   | 14 | 22 |
| Кукуруза | 30 |   | 35 | 22 |

За один 1 ц. ржи совхоз получает 2 руб. прибыли, за 1 ц. пшеницы – 2,8 руб., за 1 ц. кукурузы – 1,4 руб.

Сколько гектаров и на каких массивах совхоз должен отвести под каждую культуру, чтобы получить максимальную прибыль, если по плану он обязан сдать не менее 1900 т. ржи, 15800 т. пшеницы и 30000 т. кукурузы.

Решение.

Математическая модель задачи оптимизации включает:

1) целевую функцию, которая показывает, в каком смысле решение должно быть оптимальным. Вид назначения, в нашем случае - максимизировать выручку.

2∙(12Х11+14Х21+15Х31)+2,8∙(14Х12+14Х22+22Х32)+1,4∙(30Х13+35Х23+25Х33) max

2) ограничения, которые устанавливают зависимость между параметрами объекта исследования.

12Х11+14Х12+30Х13 = 5000 – урожайность ржи, пшеницы и кукурузы на Ι массиве.

14Х21+14Х22+35 Х23 = 8000 - урожайность ржи, пшеницы и кукурузы на ΙΙ массиве.

15Х31+22Х32+25Х33 = 9000 - урожайность ржи, пшеницы и кукурузы на ΙΙΙ массиве.

3) граничные условия, которые показывают предельно-допустимые значения параметров объекта исследования.

12Х11+14Х21+15Х31 ≥ 19000 - по плану количество тонн ржи с трех массивов.

14Х12+14Х22+22 Х32 ≥ 1580000 - по плану количество тонн пшеницы с трех массивов.

30Х13+35Х23+25Х33 ≥ 300000 - по плану количество тонн кукурузы с трех массивов.

Х11 , Х12, Х13, Х21 ,Х22 ,Х23, Х13, Х31, Х32, Х33 ≥0 – обязательное условие, на каждом массиве должны быть посеяны все виды данных культур.

Х11 – количество центнеров ржи на Ι массиве.

Х12 – количество центнеров пшеницы на Ι массиве.

Х13 – количество центнеров кукурузы на Ι массиве.

Х21 – количество центнеров ржи на ΙΙ массиве.

Х22 – количество центнеров пшеницы на ΙΙ массиве.

Х23 – количество центнеров кукурузы на ΙΙ массиве.

Х31 – количество центнеров ржи на ΙΙΙ массиве.

Скрыть объявление

Х32 – количество центнеров пшеницы на ΙΙΙ массиве.

Х33 – количество центнеров кукурузы на ΙΙΙ массиве.

2∙(12Х11+14Х21+15Х31)+2,8∙(14Х12+14Х22+22Х32)+1,4∙(30Х13+35Х23+25Х33) max

12Х11+14Х12+30Х13 = 5000

14Х21+14Х22+35 Х23 = 8000

15Х31+22Х32+25Х33 = 9000

12Х11+14Х21+15Х31 ≥ 19000

14Х12+14Х22+22 Х32 ≥ 1580000

30Х13+35Х23+25Х33 ≥ 300000

Х11 , Х12, Х13, Х21 ,Х22 ,Х23, Х13, Х31, Х32, Х33 ≥0

Вывод: Сформулировали математическую модель задачи оптимизации.

Задание 2. Построить математическую модель задачи линейного программирования.

L=3x1+x2 $→$min

# Задание 3.

Для производства двух видов продукции А и В используются три вида сырья. На изготовление единицы изделия А расходуется а1 кг сырья первого вида,а2 кг сырья второго вида и а3 кг третьего вида. На производство единицы изделия В требуется b1 кг сырья первого вида, b2 кг сырья второго вида и b3 кг третьего вида. Производство обеспечено сырьём первого вида в количестве p1 кг, сырьем второго вида в количестве р2 кг, сырьем третьего вида в количестве р3 кг. Прибыль от реализации единицы готового изделия А составляет α руб., а изделия В – β руб. Составить план производства изделий А и В, обеспечивающий максимальную прибыль от реализации.

а1=1, b1= 5, p1 = 40 α=2

а2=2, b2= 3, p2 = 50 β= 5

а3=5, b3= 2 p3 = 31

Решение симплекс-метод прибыль изделие

Определим максимальное значение целевой функции

F(X) = 2x1 + 5x2

при следующих условиях-ограничений.

x1 + 5x2≤40

2x1 + 3x2≤50

5x1 + 2x2≤31

В 1-м неравенстве смысла вводим базисную переменную x3. В 2-м неравенстве смысла вводим базисную переменную x4. В 3-м неравенстве смысла вводим базисную переменную x5.

x1 + 5x2 + x3 = 40

2x1 + 3x2 + x4 = 50

5x1 + 2x2 + x5 = 31

Матрица коэффициентов A = a(ij) этой системы уравнений имеет вид:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| A = |

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| 1 | 5 | 1 | 0 | 0 |
| 2 | 3 | 0 | 1 | 0 |
| 5 | 2 | 0 | 0 | 1 |

 |

 |

Решим систему уравнений относительно базисных переменных: x3, x4, x5,

Полагая, что свободные переменные равны 0, получим первый опорный план:

X1 = (0,0,40,50,31)

Базисное решение называется допустимым, если оно неотрицательно.

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Базис | B | x1 | x2 | x3 | x4 | x5 |
| x3 | 40 | 1 | 5 | 1 | 0 | 0 |
| x4 | 50 | 2 | 3 | 0 | 1 | 0 |
| x5 | 31 | 5 | 2 | 0 | 0 | 1 |
| F(X0) | 0 | -2 | -5 | 0 | 0 | 0 |

Текущий опорный план не оптимален, так как в индексной строке находятся отрицательные коэффициенты.

В качестве ведущего выберем столбец, соответствующий переменной x1, так как это наибольший коэффициент по модулю.

Вычислим значения Di по строкам как частное от деления: bi / ai1

и из них выберем наименьшее: min (40 : 5 , 50 : 3 , 31 : 2 ) = 8

Следовательно, 2-ая строка является ведущей.

Разрешающий элемент равен (4) и находится на пересечении ведущего столбца и ведущей строки.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Базис | B | x1 | x2 | x3 | x4 | x5 | min |
| x3 | 40 | 1 | **5** | 1 | 0 | 0 | **8** |
| x4 | 2 | 4 | 3 | 0 | 1 | 0 | 50/3 |
| x5 | 31 | 5 | 2 | 0 | 0 | 1 | 31/2 |
| F(X1) | 0 | -2 | **-5** | 0 | 0 | 0 | 0 |

Вместо переменной x4 в план 1 войдет переменная x1.

Строка, соответствующая переменной x1 в плане 1, получена в результате деления всех элементов строки x4 плана 0 на разрешающий элемент РЭ=5

Таким образом, в новом плане 1 заполнены строка x1 и столбец x1.

Все остальные элементы нового плана 1, включая элементы индексной строки, определяются по правилу прямоугольника. Для этого выбираем из старого плана четыре числа, которые расположены в вершинах прямоугольника и всегда включают разрешающий элемент РЭ.

НЭ = СЭ - (А\*В)/РЭ

СТЭ - элемент старого плана, РЭ - разрешающий элемент (4), А и В - элементы старого плана, образующие прямоугольник с элементами СТЭ и РЭ.

Представим расчет каждого элемента в виде таблицы:

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| B | x1 | x2 | x3 | x4 | x5 |
| 40 : 5 | 1 : 5 | 5 : 5 | 1 : 5 | 0 : 5 | 0 : 5 |
| 50-(40 • 3):5 | 2-(1 • 3):5 | 3-(5 • 3):5 | 0-(1 • 3):5 | 1-(0 • 3):5 | 0-(0 • 3):5 |
| 31-(40 • 2):5 | 5-(1 • 2):5 | 2-(5 • 2):5 | 0-(1 • 2):5 | 0-(0 • 2):5 | 1-(0 • 2):5 |
| 0-(40 • -5):5 | -2-(1 • -5):5 | -5-(5 • -5):5 | 0-(1 • -5):5 | 0-(0 • -5):5 | 0-(0 • -5):5 |

Получаем новую симплекс-таблицу.

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Базис | B | x1 | x2 | x3 | x4 | x5 |
| x2 | 8 | 1/5 | 1 | 1/5 | 0 | 0 |
| x4 | 26 | 7/5 | 0 | -3/5 | 1 | 0 |
| x5 | 15 | 23/5 | 0 | -2/5 | 0 | 1 |
| F(X1) | 40 | -1 | 0 | 1 | 0 | 0 |

Текущий опорный план не оптимален, так как в индексной строке находятся отрицательные коэффициенты.

В качестве ведущего выберем столбец, соответствующий переменной x2, так как это наибольший коэффициент по модулю.

Вычислим значения Di по строкам как частное от деления: bi / ai2

и из них выберем наименьшее: min (8 : 1/5 , 26 : 12/5 , 15 : 43/5 ) = 36/23

Следовательно, 3-ая строка является ведущей.

Разрешающий элемент равен (43/5) и находится на пересечении ведущего столбца и ведущей строки.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Базис | B | x1 | x2 | x3 | x4 | x5 | min |
| x2 | 8 | 1/5 | 1 | 1/5 | 0 | 0 | 40 |
| x4 | 26 | 7/5 | 0 | -3/5 | 1 | 0 | 130/7 |
| x5 | 15 | 23/5 | 0 | -2/5 | 0 | 1 | 75/23 |
| F(X2) | 40 | -1 | 0 | 1 | 0 | 0 |  |

Формируем следующую часть симплексной таблицы. Вместо переменной x5 в план 2 войдет переменная x1.

Строка, соответствующая переменной x1 в плане 2, получена в результате деления всех элементов строки x5 плана 1 на разрешающий элемент РЭ=43/5. На месте разрешающего элемента получаем 1. В остальных клетках столбца x1 записываем нули.

Таким образом, в новом плане 2 заполнены строка x1 и столбец x1. Все остальные элементы нового плана 2, включая элементы индексной строки, определяются по правилу прямоугольника.

Представим расчет каждого элемента в виде таблицы:

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| B | x 1 | x 2 | x 3 | x 4 | x 5 |
| 384-(32 • 71/2):1 | 0-(0 • 71/2):1 | 71/2-(1 • 71/2):1 | 1-(0 • 71/2):1 | -3/4-(-1/2 • 71/2):1 | 0-(1 • 71/2):1 |
| 88-(32 • 1/2):1 | 1-(0 • 1/2):1 | 1/2-(1 • 1/2):1 | 0-(0 • 1/2):1 | 1/4-(-1/2 • 1/2):1 | 0-(1 • 1/2):1 |
| 32 : 1 | 0 : 1 | 1 : 1 | 0 : 1 | -1/2 : 1 | 1 : 1 |
| 352-(32 • -1):1 | 0-(0 • -1):1 | -1-(1 • -1):1 | 0-(0 • -1):1 | 1-(-1/2 • -1):1 | 0-(1 • -1):1 |

Получаем новую симплекс-таблицу:

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| B | x1 | x2 | x3 | x4 | x5 |
| 8-(15 • 1/5):43/5 | 1/5-(43/5 • 1/5):43/5 | 1-(0 • 1/5):43/5 | 1/5-(-2/5 • 1/5):43/5 | 0-(0 • 1/5):43/5 | 0-(1 • 1/5):43/5 |
| 26-(15 • 12/5):43/5 | 12/5-(43/5 • 12/5):43/5 | 0-(0 • 12/5):43/5 | -3/5-(-2/5 • 12/5):43/5 | 1-(0 • 12/5):43/5 | 0-(1 • 12/5):43/5 |
| 15 : 43/5 | 43/5 : 43/5 | 0 : 43/5 | -2/5 : 43/5 | 0 : 43/5 | 1 : 43/5 |
| 40-(15 • -1):43/5 | -1-(43/5 • -1):43/5 | 0-(0 • -1):43/5 | 1-(-2/5 • -1):43/5 | 0-(0 • -1):43/5 | 0-(1 • -1):43/5 |

Получаем новую симплекс-таблицу:

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Базис | B | x1 | x2 | x3 | x4 | x5 |
| x2 | 169/23 | 0 | 1 | 5/23 | 0 | -1/23 |
| x4 | 493/23 | 0 | 0 | -11/23 | 1 | -7/23 |
| x1 | 75/23 | 1 | 0 | -2/23 | 0 | 5/23 |
| F(X2) | 995/23 | 0 | 0 | 21/23 | 0 | 5/23 |

Среди значений индексной строки нет отрицательных.

Поэтому эта таблица определяет оптимальный план задачи.
Окончательный вариант симплекс-таблицы:

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Базис | B | x1 | x2 | x3 | x4 | x5 |
| x2 | 169/23 | 0 | 1 | 5/23 | 0 | -1/23 |
| x4 | 493/23 | 0 | 0 | -11/23 | 1 | -7/23 |
| x1 | 75/23 | 1 | 0 | -2/23 | 0 | 5/23 |
| F(X3) | 995/23 | 0 | 0 | 21/23 | 0 | 5/23 |

Оптимальный план можно записать так: x1 = 36/23, x2 = 78/23

F(X) = 2\*36/23 + 5\*78/23 = 436/23

# Задание 4.

Имеются 3 пункта поставки однородного груза А1, А2, А3 и 5 пунктов потребления этого груза В1, В2, В 3, В 4, В5 . В пунктах А1, А2, А3 находится груз а1, а2, а3 соответственно. Груз необходимо доставить в пункты В1, В2, В3, В4, В5 в количестве b1, b2, b3, b4, b5 соответственно. Расстояние между пунктами в км заданы следующей матрицей:

D=$\begin{matrix}15&3&6\\12&8&12\\14&11&9\end{matrix} \begin{matrix}10\\16\\8\end{matrix} \begin{matrix}30\\25\\15\end{matrix}$

Требуется найти оптимальный план закрепления потребителей за поставщиками однородного груза при условии минимизации общего пробега автомобилей, используя параметры, представленные ниже.

АТ = (а1, а2, а3)=(150, 150,200); ВТ = (b1, b2, b3, b4, b5)=(110,70,130,110,90).

Решение: