

|   |  |
|---|--|
| 1 | <p>1. Пусть <math>M(x)</math> означает «<math>x</math> – чётное число»</p> <p>Что означают утверждения:</p> <p><math>M(5)</math></p> <p><math>M(8)</math></p> <p><math>\exists x M(x)</math></p> <p>Какие из них истинны, какие нет?</p> <p>2. Введен предикат <math>D(x,y)</math> «<math>x</math> дружит с <math>y</math>»</p> <p>Как записать утверждения:</p> <p>«Петя дружит с Ваней»</p> <p>«У Вани есть друзья»</p> <p>«Никто не дружит с Сергеем»</p>   |
| 2 | <p>1. Пусть <math>M(x,y)</math> означает «число <math>x</math> – больше числа <math>y</math>»</p> <p>Что означают утверждения:</p> <p><math>M(5, 1)</math></p> <p><math>M(8, 10)</math></p> <p><math>\exists x M(x, 2)</math></p> <p>Какие из них истинны, какие нет?</p> <p>2. Введен предикат <math>L(x,y)</math> «<math>x</math> любит <math>y</math> -ка»</p> <p>Как записать утверждения:</p> <p>«Петя любит Машу»</p> <p>«Каждый любит себя»</p> <p>«Никто не любит всех»</p>  |
| 3 | <p>1. Пусть <math>M(x,y)</math> означает «река <math>x</math> впадает в реку <math>y</math>»</p> <p>Что означают утверждения:</p> <p><math>M(\text{Ока}, \text{Волга})</math></p> <p><math>M(\text{Ока}, \text{Нева})</math></p> <p><math>\forall x M(x, \text{Волга})</math></p> <p>Какие из них истинны, какие нет?</p> <p>2. Введен предикат <math>B(x,y)</math> «<math>x</math> брат <math>y</math> -ка»</p> <p>Как записать утверждения:</p> <p>«Петя брат Сергея»</p> <p>«У Вани есть братья»</p> <p>«Если Петр брат Сергея, то Сергей брат Петра»</p> |
| 4 | <p>1. Пусть <math>S(x)</math> означает «число <math>x</math> – делится нацело на 3»</p> <p>Что означают утверждения:</p> <p><math>S(7)</math></p> <p><math>S(12)</math></p> <p><math>\forall x S(x)</math></p> <p>2. Какие из них истинны, какие нет?</p> <p>Введен предикат <math>L(x,y)</math> «<math>x</math> любит <math>y</math> -ка»</p> <p>Как записать утверждения:</p> <p>«Марго не любит Ваню»</p> <p>«Каждый любит кого-нибудь»</p> <p>«Кто-то не любит никого»</p>   |
| 5 | <p>1. Пусть <math>C(x)</math> означает «<math>x</math> – нечётное число»</p> <p>Что означают утверждения:</p> <p><math>C(12)</math></p>  |

|   |   |
|---|---|
|   | <p><math>C(5)</math><br/> <math>\forall x C(x)</math><br/> Какие из них истинны, какие нет?<br/> 2. Введен предикат <math>D(x,y)</math> «<math>x</math> дружит с <math>y</math>»<br/> Что означает утверждение<br/> <math>\forall x \forall y (D(x,y) \rightarrow D(y,x))</math><br/> Верно ли оно?</p>   |
| 6 | <p>1. Пусть <math>L(x, y)</math> означает «число <math>x</math> – меньше или равно числу <math>y</math>»<br/> Что означают утверждения:<br/> <math>L(8, 1)</math><br/> <math>L(2, 10)</math><br/> <math>\forall x L(x,x)</math><br/> Какие из них истинны, какие нет?<br/> 2. Введен предикат <math>R(x, y)</math> «<math>x</math> родственник <math>y</math> -ка»<br/> Как записать утверждения:<br/> «Олег родственник Петра»<br/> «У каждого есть родственники»<br/> «Существуют люди не имеющие родных»</p>   |
| 7 | <p>1. Пусть <math>M(x)</math> означает «<math>x</math> есть птица»<br/> <math>L(x)</math> означает «<math>x</math> умеет летать»<br/> Что означают утверждения:<br/> <math>M(\text{орел})</math><br/> <math>\neg L(\text{страус})</math><br/> <math>\exists x M(x)</math><br/> Какие из них истинны, какие нет?<br/> 2. Как записать утверждения:<br/> «Не все птицы летают»<br/> «Пингвин - птица»<br/> «Канарейка – птица, умеющая летать»</p>  |
| 8 | <p>1. Пусть <math>P(x)</math> означает «число <math>x</math> – делится нацело на 5»<br/> Что означают утверждения:<br/> <math>P(10)</math><br/> <math>P(12)</math><br/> <math>\forall x P(x)</math><br/> 2. Какие из них истинны, какие нет?<br/> Введен предикат <math>G(x,y)</math> «<math>x</math> одноклассник <math>y</math> -ка»<br/> Как записать утверждения:<br/> «Петр и Иван одноклассники»<br/> «Петр и Сергей учатся в разных группах»<br/> Что означает утверждение<br/> <math>\forall x \forall y (G(x,y) \rightarrow G(y,x))</math></p> |
| 9 | <p>1. Пусть <math>M(x)</math> означает «<math>x</math> – чётное число»<br/> Что означают утверждения:<br/> <math>M(12)</math><br/> <math>M(7)</math><br/> <math>\exists x M(x)</math><br/> Какие из них истинны, какие нет?<br/> 2. Введен предикат <math>R(x,y)</math> «<math>x</math> равно <math>y</math>» (<math>x, y</math> – числа)<br/> Как записать утверждения:<br/> «5 равно 5»</p>   |

|    |   |
|----|---|
|    | <p>Всякий <math>x</math> равен <math>x</math><br/> Если <math>x</math> равно <math>y</math> а <math>y</math> равно <math>z</math> то <math>x</math> равно <math>z</math></p>  |
| 10 | <p>1. Пусть <math>C(x, y)</math> означает «число <math>x</math> – больше числа <math>y</math>»<br/> Что означают утверждения:<br/> <math>C(5, 1)</math><br/> <math>C(8, 10)</math><br/> <math>\forall x C(x, 2)</math><br/> Какие из них истинны, какие нет?<br/> 2. Введен предикат <math>L(x, y)</math> «<math>x</math> и <math>y</math> - одного возраста»<br/> Как записать утверждения:<br/> «Петя одного возраста с Иваном»<br/> «Олег и Сергей – не одного возраста»<br/> «Некоторые люди имеют одинаковый возраст»</p>                            |
| 11 | <p>1. Пусть <math>M(x, y)</math> означает «река <math>x</math> впадает в реку <math>y</math>»<br/> Что означают утверждения:<br/> <math>M(\text{Ока}, \text{Волга})</math><br/> <math>M(\text{Днепр}, \text{Нева})</math><br/> <math>\exists x M(x, \text{Волга})</math><br/> Какие из них истинны, какие нет?<br/> 2. Введен предикат <math>B(x, y)</math> «<math>x</math> брат <math>y</math> -ка»<br/> Как записать утверждения:<br/> «Петр брат Ольги»<br/> «У некоторых людей есть братья»<br/> «Если Петр брат Ольги, то Ольга – не брат Петра»</p> |
| 12 | <p>1. Пусть <math>S(x)</math> означает «число <math>x</math> – нечетное»<br/> Что означают утверждения:<br/> <math>S(7)</math><br/> <math>\exists x S(x)</math><br/> <math>\forall x S(x)</math><br/> 2. Какие из них истинны, какие нет?<br/> Введен предикат <math>L(x, y)</math> «<math>x</math> любит <math>y</math> -ка»<br/> Как записать утверждения:<br/> «Марго не любит Ваню»<br/> «Никто не любит всех»<br/> «Все любят Деда Мороза»</p>   |
| 13 | <p>1. Пусть <math>M(x)</math> означает «<math>x</math> есть рыба»<br/> <math>A(x)</math> означает «<math>x</math> есть акула»<br/> Что означают утверждения:<br/> <math>M(\text{сом})</math><br/> <math>\neg M(\text{кит})</math><br/> <math>\exists x A(x)</math><br/> Какие из них истинны, какие нет?<br/> 2. Как записать утверждения:<br/> «Не все рыбы являются акулами»<br/> «Все акулы - рыбы»</p>  |
| 14 | <p>1. Пусть <math>P(x)</math> означает «число <math>x</math> – делится нацело на 5»<br/> Что означают утверждения:<br/> <math>P(25)</math></p>  |

|    |   |
|----|---|
|    | <p>P(11)<br/> <math>\forall x P(x)</math><br/>         Какие из них истинны, какие нет?<br/>         2. Введен предикат <math>G(x)</math> - «х любит программирование» и <math>C(x)</math> - «х студент»<br/>         Как записать утверждения:<br/>         «Петр - студент, который любит программирование»<br/>         «Все студенты любят программирование»<br/>         Что означает утверждение<br/> <math>\exists x (C(x) \&amp; G(x))</math></p>   |
| 15 | <p>1. Пусть <math>M(x)</math> означает «х есть птица»<br/> <math>L(x)</math> означает «х умеет летать»<br/>         Что означают утверждения:<br/> <math>M(\text{орел})</math><br/> <math>L(\text{бабочка})</math><br/> <math>\neg L(\text{страус})</math><br/> <math>\exists x (M(x) \&amp; L(x))</math><br/>         Какие из них истинны, какие нет?<br/>         2. Как записать утверждения:<br/>         «Не каждый, умеющий летать, является птицей»<br/>         «Некоторые птицы не умеют летать»</p>  |
| 16 | <p>1. Пусть <math>P(x)</math> означает «число <math>x</math> – делится нацело на 5»<br/>         Что означают утверждения:<br/> <math>P(10)</math><br/> <math>P(12)</math><br/> <math>\forall x P(x)</math><br/>         2. Какие из них истинны, какие нет?<br/>         Введен предикат <math>G(x, y)</math> «х дружит с <math>y</math>-ком»<br/>         Как записать утверждения:<br/>         «Петр дружит с Иваном, а Иван дружит с Сергеем, но Петр не дружит с Сергеем»<br/>         Что означает утверждение<br/> <math>\forall x \forall y (G(x, y) \rightarrow G(y, x))</math></p> |
| 17 | <p>1. Пусть <math>M(x)</math> означает «х – чётное число»<br/>         Что означают утверждения:<br/> <math>M(12)</math><br/> <math>M(7)</math><br/> <math>\exists x M(x)</math><br/>         Какие из них истинны, какие нет?<br/>         2. Введен предикат <math>R(x, y)</math> «х равно у» (<math>x, y</math> – числа)<br/>         Как записать утверждения:<br/>         «5 равно 5»<br/>         Всякий <math>x</math> равен <math>x</math><br/>         Если <math>x</math> равно <math>y</math> а <math>y</math> равно <math>z</math> то <math>x</math> равно <math>z</math></p>    |
| 18 | <p>1. Пусть <math>C(x, y)</math> означает «число <math>x</math> – корень квадратный числа <math>y</math>»<br/>         Что означают утверждения:<br/> <math>C(1, 1)</math><br/> <math>C(5, 25)</math><br/> <math>\exists x C(x, 36)</math><br/>         Какие из них истинны, какие нет?</p>  |

|    |   |
|----|---|
|    | <p>2._Введен предикат <math>L(x,y)</math> «<math>x</math> и <math>y</math> - одного возраста»</p> <p>Как записать утверждения:</p> <p>«Петя одного возраста с Иваном»</p> <p>«Олег и Сергей – не одного возраста»</p> <p>«Некоторые люди имеют одинаковый возраст»</p>  |
| 19 | <p>1.Пусть <math>M(x,y)</math> означает «река <math>x</math> впадает в реку <math>y</math>»</p> <p>Что означают утверждения:</p> <p><math>M(\text{Ока}, \text{Волга})</math></p> <p><math>M(\text{Днепр}, \text{Нева})</math></p> <p><math>\exists x M(x, \text{Волга})</math></p> <p>Какие из них истинны, какие нет?</p> <p>2.Введен предикат <math>B(x, y)</math> «<math>x</math> встречается с <math>y</math> -ком»</p> <p>Как записать утверждения:</p> <p>«Петр встречается с Машей»</p> <p>«Если Петр встречается с Машей, то Маша встречается с Петром»</p> <p>«Никто не встречается с Васей»</p> |
| 20 | <p>1.Пусть <math>S(x)</math> означает «число <math>x</math> – нечетное»</p> <p>Что означают утверждения:</p> <p><math>S(7)</math></p> <p><math>\exists x S(x)</math></p> <p><math>\forall x S(x)</math></p> <p>2.Какие из них истинны, какие нет?</p> <p>Введен предикат <math>L(x,y)</math> «<math>x</math> любит <math>y</math> -ка»</p> <p>Как записать утверждения:</p> <p>«Петр любит Машу»</p> <p>«Каждый любит кого-нибудь»</p> <p>«Все любят Деда Мороза»</p>   |

**В задании 6** требуется выразить утверждения естественного языка средствами формальной системы Исчисление предикатов 1 порядка. Также необходимо оценить истинность или ложность записанных утверждений в конкретной интерпретации.

Рассмотрим пример.

Пусть предикат  $O(x, y)$  означает « $x$  является отцом  $y$  - ка»

Что означают утверждения:

$O(\text{Иван}, \text{Василий})$

$O(\text{Иван}, \text{Ольга})$

$\exists x O(x, \text{Тамара})$

$\forall x \exists y O(y, x)$

Какие из них истинны, какие нет?

## Решение

В условии задано: предикат  $O(x, y)$  означает « $x$  является отцом  $y$  - ка»

Это означает, что предикат  $O(x, y)$ , задающий отношение родства между двумя людьми, имеет интерпретацию. Тогда каждой формуле может быть приписано значение «истина» или «ложь».

$O(\text{Иван}, \text{Василий})$

В предикате  $O(x, y)$  переменные  $x, y$  заменены на конкретные величины (константы): «Иван является отцом Василия»

Аналогично, второе утверждение  $O(\text{Иван}, \text{Ольга})$  получает интерпретацию: «Иван является отцом Ольги». Оба выражения примут значение И (Л)

Рассмотрим формулу  $\exists x O(x, \text{Тамара})$ .

$O(x, \text{Тамара})$  означает « $x$  является отцом Тамары». Переменная  $x$  связана квантором существования, поэтому формула не содержит свободных переменных. Её смысл: «Существует такой  $x$ , который является отцом Тамары», или, короче, «У Тамары есть отец». Такой формуле мы припишем значение Истина.

Последняя формула  $\forall x \exists y O(y, x)$  не содержит ни одной константы, но обе переменные связаны кванторами:

«Для каждого  $x$  найдётся  $y$ , такой, что  $y$  является отцом  $x$ » ( $O(y, x)$ ),

или «У каждого человека есть отец» . Такой формуле мы смело припишем значение Истина.