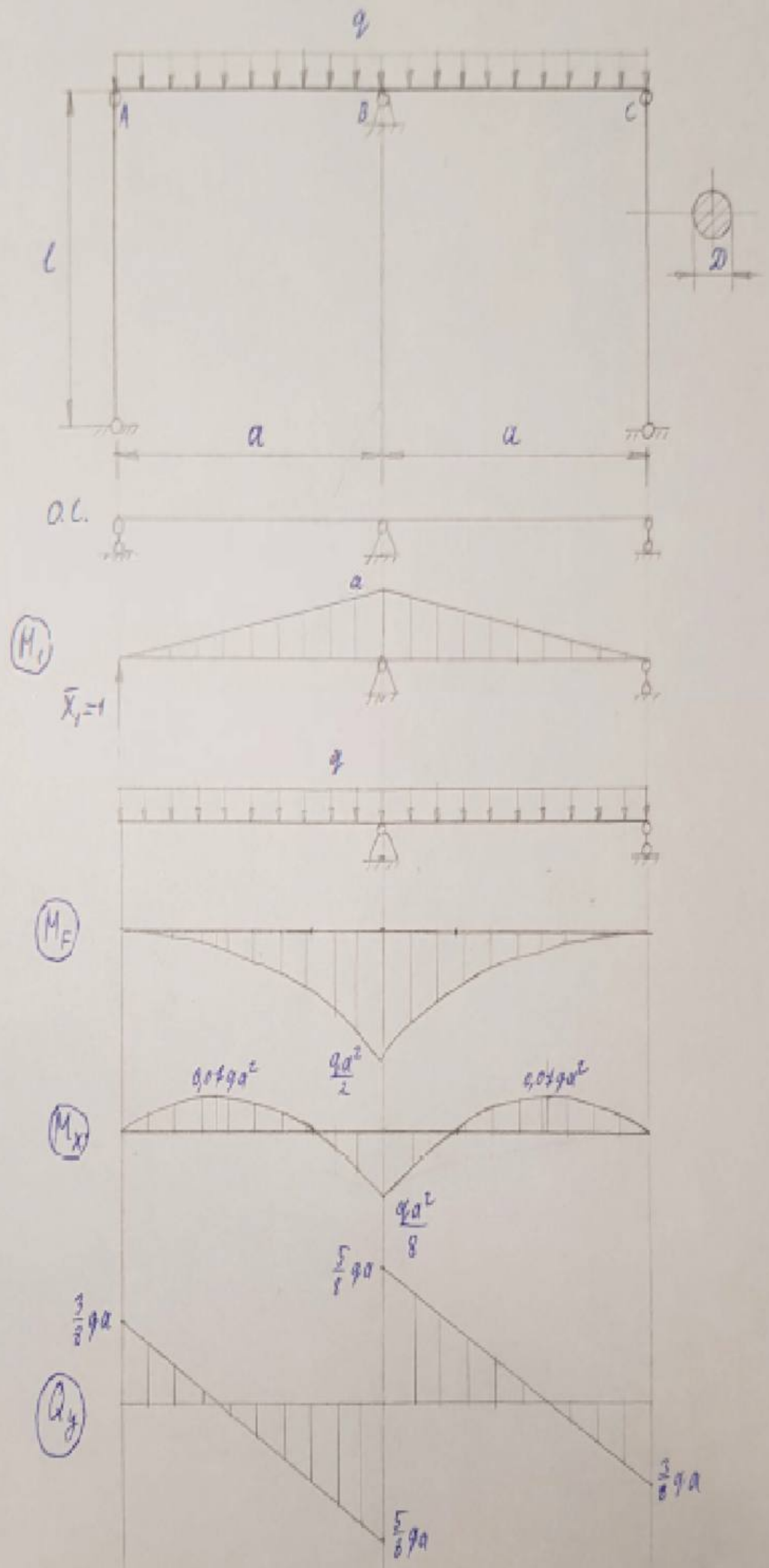
Задача № 2

Для системы, состоящей из горизонтально установленной двутавровой балки и вертикальных стержней, определить допускаемую нагрузку из условий прочности и устойчивости.

Исходные данные:

Материал балки и стержней - сталь Ст 3, двутавровая балка № 12, $[\sigma] = 160$ МПа, $[n_y] = 2{,}5$, $l = 3$ м, $a = 1$ м, $D = 25$ мм.


q
A
B
C
l
D
a
a
O.C.
a
M1
X̄1=1
q
MF
qa²/2
0,07qa²
0,07qa²
Mx
qa²/8
5/8 qa
3/8 qa
Qy
3/8 qa
5/8 qa

Решение:

1) Предварительный расчет:

Двутавр №12 $\mathcal{J}_x = 350$ см^4, $W_x = 58,4$ см^3

$$A_{стойки} = \pi \frac{D^2}{4} = \pi \frac{(2,5 \text{ см})^2}{4} \simeq 4,9 \text{ см}^2$$

$$\mathcal{J}_x = \mathcal{J}_y = \frac{\pi D^4}{64} = \frac{\pi (2,5 \text{ см})^2}{64} \simeq 1,92 \text{ см}^4$$

Радиус инерции: $i_{min} = i_x = i_y = \sqrt{\frac{\mathcal{J}_x}{A}} \simeq \sqrt{\frac{1,92}{4,9}} \simeq 0,626$ см

Значение жесткости стойки на сжатие:

$$c_{ст} = \frac{EA}{\ell} = \frac{2 \cdot 10^{11} \cdot 4,9 \cdot 10^{-4}}{3} \simeq 3,27 \cdot 10^7 \text{ Н/м}$$

Отношение жесткостей: $\frac{c_{ст}}{c_б} = \frac{3,27 \cdot 10^7}{87,5 \cdot 10^3} \simeq 373,7$, следовательно

при раскрытии статической неопределимости системы стойку можно принять за жесткую шарнирную опору.

2) Раскрытие статической неопределимости методом сил:

$$\delta_{11} X_1 + \Delta_{1F} = 0$$

$$\delta_{11} = \frac{1}{E\mathcal{J}_x}\left(\frac{1}{2} a \cdot a \cdot \frac{2}{3} a + \frac{1}{2} a \cdot a \frac{2}{3} a\right) = \frac{2a^3}{3E\mathcal{J}_x}$$

$$\Delta_{1F} = \frac{1}{E\mathcal{J}_x}\left[\left(-\frac{1}{2} \cdot \frac{qa^2}{2} \cdot a \frac{2}{3} a\right) \cdot 2 + 2\left(\frac{qa^3}{12}\right) \cdot \frac{a}{2}\right] = -\frac{qa^4}{4E\mathcal{J}_x}$$

$$X_1 = -\frac{\Delta_{1F}}{\delta_{11}} = \frac{\frac{qa^4}{4E\mathcal{J}_x}}{\frac{2a^3}{3E\mathcal{J}_x}} = \frac{3qa}{8}$$

$$\Pi = \frac{1}{E\mathcal{J}_x}\left[(M_y) \times (M_1)\right] = \frac{1}{E\mathcal{J}_x}\left[\frac{q\left(\frac{3}{4}a\right)^3}{12} \cdot \frac{3}{8}a - \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4} a \frac{qa^2}{8}\left(\frac{3}{4} + \frac{1}{4} \cdot \frac{2}{3}\right)a + \frac{q\left(\frac{1}{4}a\right)^3}{12}\left(\frac{3}{4} + \frac{1}{8}\right)a\right] = 0$$

3) Определение значений допускаемой нагрузки из условия прочности балки:

$$\sigma_{max} = \frac{|M_x|_{max}}{W_x} \leq [\sigma]$$

$$[M]_{изг} = W_x[\sigma] = 58,4 \cdot 10^{-6} \cdot 160 \cdot 10^6 = 9344 \text{ Н} \cdot \text{м}$$

$$M_{x\,max} = \frac{qa^2}{8} < [M]_{изг} \Rightarrow q_{изг} < \frac{8 \cdot 9344}{1^2} = 74752 \ \frac{\text{Н}}{\text{м}}$$

4) Определение значений допускаемой нагрузки из условия устойчивости стойки:

$$\sigma = \frac{[X_1]}{A} = \frac{3[q_{уст}]a}{8A} \le [\sigma_y] \Rightarrow [q_{уст}] \approx \frac{8A[\sigma_y]}{3a}$$

$$\lambda = \frac{\mu l}{i_{min}} = \frac{1 \cdot 3}{0{,}626 \cdot 10^{-2}} \approx 479{,}23$$

$\lambda \ge \lambda_{пред} = 100$ тогда:

$$\sigma_{кр} = \frac{\pi^2 E}{\lambda^2} = \frac{\pi^2 \cdot 2 \cdot 10^{11}}{479{,}23^2} = 8{,}59 \text{ МПа}$$

$$[\sigma_y] = \frac{\sigma_{кр}}{[n_y]} = \frac{8{,}59}{2{,}5} \approx 3{,}44 \text{ МПа}$$

$$[q_{уст}] = \frac{8 \cdot 4{,}9 \cdot 10^{-4} \cdot 3{,}44 \cdot 10^{6}}{3 \cdot 1} \approx 4495 \text{ Н}$$

Принимаем значение допускаемой нагрузки

$$[q] = \min([q]_{изг}; [q_{уст}]) = 4495 \text{ Н}$$

Задача №3.

Определить по данным предыдущей задачи, как изменится величина допускаемой нагрузки, если учесть возможный нагрев системы.

Исходные данные:

$\Delta t = 40^\circ c$, $E = 2 \cdot 10^5$ МПа, $\alpha = 1{,}25 \cdot 10^{-5}$ град$^{-1}$

Решение:

Решение одинакого с задачей №2 до момента раскрытия статической неопределимости, а именно до Δ_{1F}.

$$\Delta_{1F} = -\frac{qa^4}{4EJ_x} - \alpha \cdot \Delta t \cdot l$$

$$X_1 = -\frac{\Delta_{1F}}{\delta_{11}} = \frac{\frac{qa^4}{4EJ_x} + \alpha \cdot \Delta t \cdot l}{\frac{2a^3}{3EJ_x}} = \frac{3qa}{8} + \frac{3\alpha \Delta t l E J_x}{2a^3}$$

Определим значение допускаемой нагрузки из условия устойчивости стойки.

$$\sigma = \frac{[X_1]}{A} = \frac{3[q_{уст}]a}{8A} + \frac{3\alpha \Delta t l E J_x}{2a^3 A} \le [\sigma_y] \Rightarrow$$

$$\Rightarrow [q_{уст}] = \frac{8A[\sigma_y]}{3a} - \frac{4\alpha \Delta t l E J_x}{a^4}$$

Из задачи №2 $[\sigma_y] = 3{,}44$ МПа

$$[q_{уст}] = \frac{8 \cdot 4{,}9 \cdot 10^{-4} \cdot 3{,}44 \cdot 10^6}{3 \cdot 1} - \frac{4 \cdot 1{,}25 \cdot 10^{-5} \cdot 40 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 10^5 \cdot 10^6 \cdot 1{,}92 \cdot 10^{-8}}{1^4} \approx 4472\ Н$$

Величина допустимой нагрузки если учесть возможный нагрев системы $\Delta t = 40°$ уменьшится на 23 Н

Задача № 4.

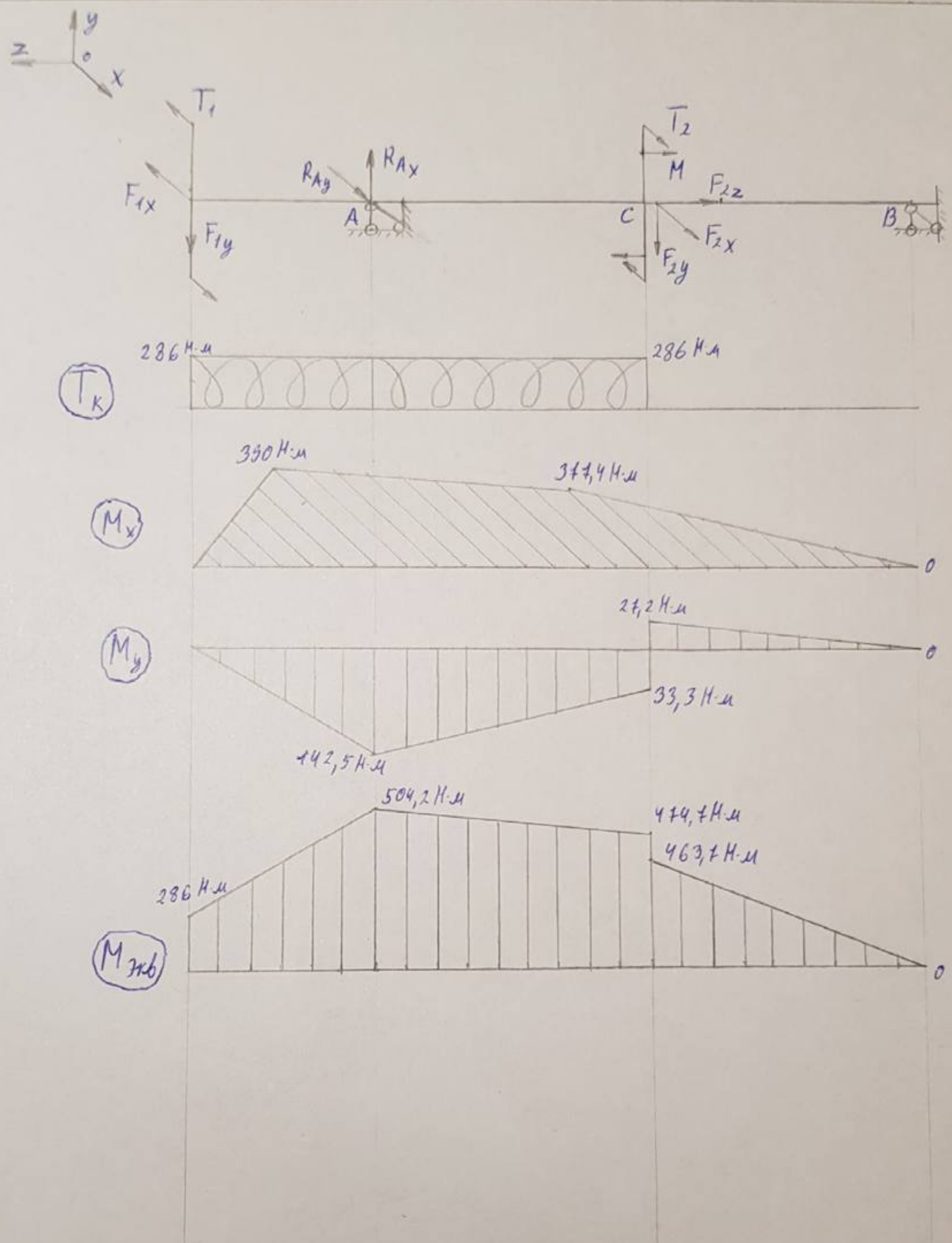
Вал редуктора вращается в подшипниковых опорах A, B и несет прямозубую и косозубую цилиндрические зубчатые шестерни.

Для вала требуется:

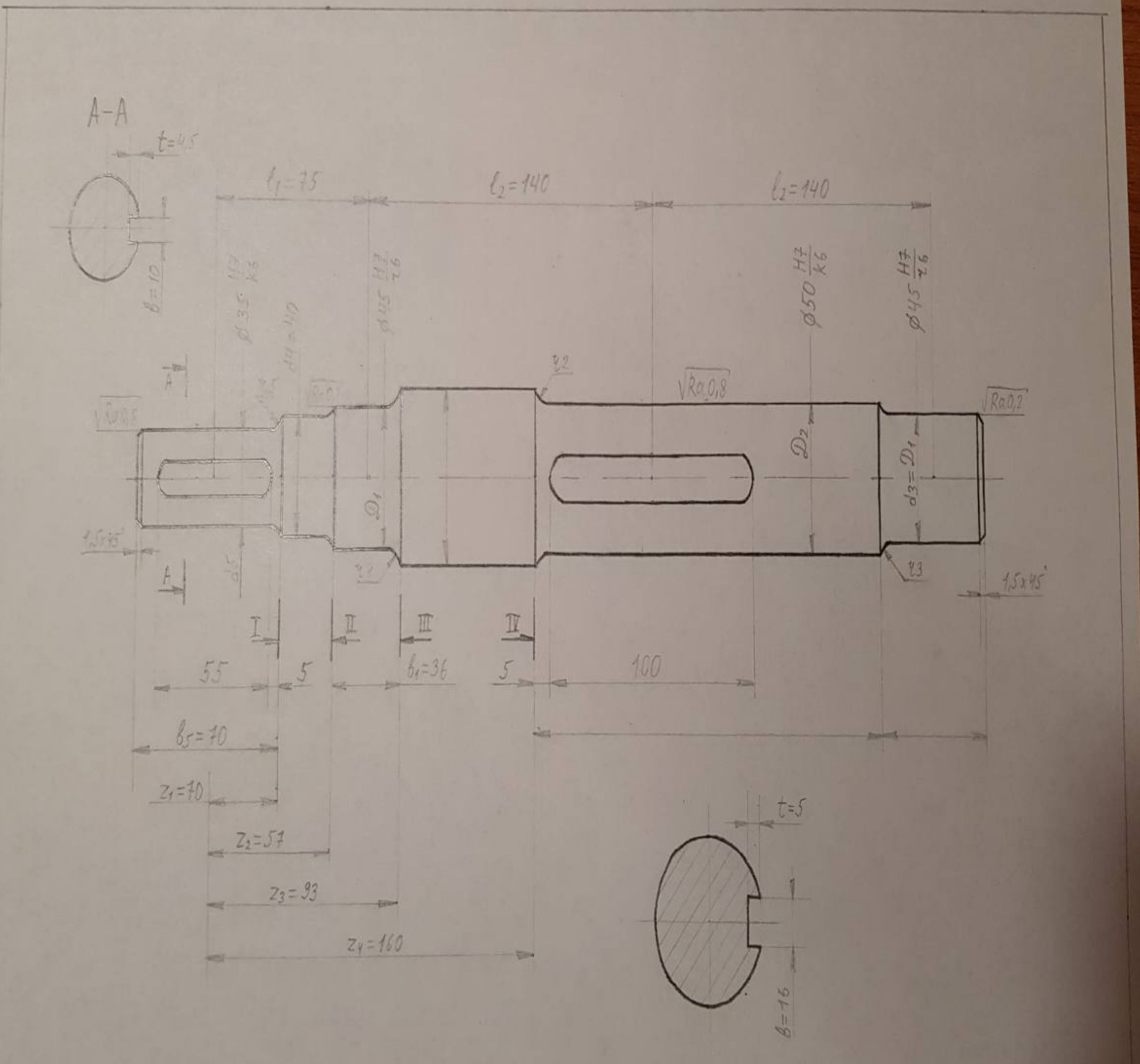
1) Построить эпюры изгибающих моментов M_x, M_y;
2) Построить эпюру суммарных изгибающих моментов $M_и$;
3) Построить эпюру крутящих моментов T_k
4) Построить эпюру эквивалентных изгибающих моментов $M_{экв}$, рассчитанных по гипотезе прочности максимальных касательных напряжений;
5) Подобрать диаметры вала из условия статической прочности;
6) Назначить геометрические размеры;
7) Выполнить проверочный расчет вала на усталостную прочность.

Исходные данные:

Сталь марки 18ХГТ, $R_1 = 55$ мм, $R_2 = 110$ мм, $l_1 = 75$ мм, $l_2 = 140$ мм, $F_{1x} = 5{,}2$ кН, $F_{2x} = 2{,}6$ кН, $F_{1y} = 1{,}9$ кН, $F_{2y} = 0{,}97$ кН, $F_{2z} = 0{,}55$ кН



z
y
x
T_1
F_{1x}
F_{1y}
R_{Ay}
R_{Ax}
A
T_2
M
C
F_{2z}
F_{2x}
F_{2y}
B
286 Н·м
286 Н·м
$T_к$
390 Н·м
377,4 Н·м
M_x
0
27,2 Н·м
M_y
0
33,3 Н·м
142,5 Н·м
504,2 Н·м
474,7 Н·м
463,7 Н·м
286 Н·м
$M_{экв}$
0



A-A
t=4,5
b=10
l1=75
l2=140
l2=140
ø35 H7/k6
ø45 H7/r6
ø50 H7/k6
ø45 H7/r6
r2
√Ra 0,8
√Ra 0,7
D2
d3=D1
D1
r1
r3
1,5x45°
1,5x45°
I
II
III
IV
55
5
b1=36
5
100
b5=70
z1=70
z2=57
z3=93
z4=160
t=5
b=16

Решение:

$$R_{A_x} = \frac{F_{1x}\cdot(l_1+2l_2) - F_2 \times l_2}{2l_2} = \frac{5,2(75+2\cdot140) - 2,6\cdot140}{2\cdot140} \approx 5,29\ кН$$

$$R_{A_y} = \frac{F_{1y}\cdot(l_1+2l_2) + F_{2y}\cdot l_2 - M}{2l_2} = \frac{1,9(75+2\cdot140) + 0,97\cdot140 - 0,55\cdot110}{2\cdot140} \approx 2,68\ кН$$

$$M_{экв_A} = \sqrt{M_x^2(z) + M_y^2(z) + T_x(z)} = \sqrt{390^2 + 142,5^2 + 286^2} \approx 504,2\ Н\cdot м$$

$$\left.\begin{aligned} \sigma_{экв} &= \frac{M_{экв}}{W_u} \le [\sigma] \\ W_u &= \frac{\pi D^3}{32} \end{aligned}\right\} \Rightarrow D \ge \sqrt[3]{\frac{32 M_{экв}}{\pi[\sigma]}}$$

$$D_1 \ge \sqrt[3]{\frac{32\cdot504,2}{\pi\cdot75\cdot10^6}} \approx 0,0409\ м = 40,9\ мм$$

Примем $D_1 = 45$ мм

$$M_{экв_C} = \sqrt{377,4^2 + 33,3^2 + 286^2} \approx 474,7\ Н\cdot м$$

$$D_2 \ge \sqrt[3]{\frac{32\cdot474,7}{\pi\cdot75\cdot10^6}} \approx 0,0400\ м = 40\ мм$$

Так как $D_2 < D_1$ то по рекомендации принимаем

$$D_2 = D_1 + 5 = 45 + 5 = 50\ мм$$

$$M_{экв_C} = \sqrt{377,4^2 + 27,7^2 + 286} \approx 463,7\ Н\cdot м$$

Геометрические размеры вала:

$d_3 = D_1 = 45$ мм
$d_4 = D_1 - 5 = 40$ мм
$d_5 = D_1 - 10 = 35$ мм
$d_6 = D_2 + 10 = 60$ мм
$b_1 = 0,8 D_1 = 36$ мм
$b_2 = 3D_2 = 150$ мм
$b_3 = D_2 = 50$ мм
$b_5 = 2d_5 = 70$ мм

Принимаем радиусы галтельных переходов:
$r_i = 0,1 d_i \quad (i = 1, \dots, 5)$

Шероховатость поверхностей $\sqrt{Ra}$

Посадки: $\frac{H7}{k6}$ – зубчатых колес

$\frac{H7}{r6}$ – подшипников

Механические характеристики материала вала – 18ХГТ:

$\sigma_в = 1150$ МПа, $\sigma_т = 950$ МПа, $\tau_в = 665$ МПа, $\sigma_{-1} = 520$ МПа, $\tau_{-1} = 280$ МПа

$\psi_\sigma = 0,15, \quad \psi_\tau = 0,1$

Сечение I-I

Из таблицы П.3 $K_\sigma = 2,0$, $k_\tau = 1,9$

С учетом коэффициента влияния абсолютных размеров поперечного сечения (из табл П.7) $K_{d\sigma} = 0,79 = K_{d\tau}$

Значение коэффициентов снижения предела выносливости

$$\frac{K_\sigma}{K_{d\sigma}} = \frac{2}{0,79} \simeq 2,53, \quad \frac{K_\tau}{K_{d\tau}} = \frac{1,9}{0,79} \simeq 2,41$$

Эффективные коэффициенты для валов с галтелью радиуса $r_1 = 0,1 d_5$ определяем по таблице П.5. При $\frac{D}{d} = \frac{d_4}{d_5} = \frac{40}{35} = 1,14$, $\frac{r_1}{d_5} = 0,1$ и $\sigma_b = 1150$ МПа, получим $K_\sigma = 1,45$, $K_\tau = 1,18$ (с учетом интерполяции)

Тогда: $\frac{K_\sigma}{K_{d\sigma}} = \frac{1,45}{0,79} \simeq 1,84$; $\frac{K_\tau}{K_{d\tau}} = \frac{1,18}{0,79} \simeq 1,49$

Из таблицы П.6 при посадке $\frac{H7}{k6}$, $\sigma_B = 1150$ МПа и $d_5 = 35$ мм получим:

$$\frac{K_\sigma}{K_{d\sigma}} = 2,82, \quad \frac{K_\tau}{K_{d\tau}} = 2,09$$

По таблице П.1 $K_F = 0,79$, т.к. тонкая обработка ($\sqrt{2,5}$), $\sigma_b = 1150$ МПа

Последние значения коэффициентов:

$$K_{\sigma D} = \frac{K_\sigma}{K_{d\sigma}} + \frac{1}{K_F} - 1 = 2,82 + \frac{1}{0,79} - 1 \simeq 3,09$$

$$K_{\tau D} = \frac{K_\tau}{K_{d\tau}} + \frac{1}{K_F} - 1 \simeq 2,09 + \frac{1}{0,79} - 1 \simeq 2,36$$

Найдем изгибающие моменты в сечении I-I при $z_1 = 32,5$ мм

$M_x = -5,2 \cdot 32,5 = -169$ Н·м, $M_y = -1,9 \cdot 32,5 = -61,75$ Н·м

$$M_и = \sqrt{(-169)^2 + (-61,75)^2} \simeq 179,93 \text{ Н·м}$$

Момент сопротивления изгибу сечения, ослабленного шпоночной канавкой определим по П3

$$W_и = \frac{\pi d_5^3}{32} - \frac{b t (d_5 - t)^2}{2 d_5} = \frac{3,14 (35 \cdot 10^{-3})^3}{32} - \frac{10 \cdot 10^{-3} \cdot 4,5 \cdot 10^{-3} (35 \cdot 10^{-3} - 4,5 \cdot 10^{-3})^2}{2 \cdot 35 \cdot 10^{-3}} \simeq 3,61 \cdot 10^{-6} \text{ м}^3$$

Амплитуда нормальных напряжений в сечении I-I равна:

$$\sigma_a = \frac{M_и}{W_и} = \frac{179,93}{3,61 \cdot 10^{-6}} \simeq 49,84 \text{ МПа}$$

$$n_\sigma = \frac{\sigma_{-1}}{\sigma_a K_{\sigma D}} = \frac{520}{49,84 \cdot 3,09} \simeq 3,38$$

Для касательных напряжений:
Момент сопротивления кручению сечения, ослабленного шпоночной канавкой П.3

$$W_K = \frac{\pi d_5^3}{16} - \frac{bt(d_5 - t)^2}{2d_5} = \frac{3,14(35\cdot10^{-3})^3}{16} - \frac{10\cdot10^{-3}\cdot4,5\cdot10^{-3}(35\cdot10^{-3}-4,5\cdot10^{-3})}{2\cdot35\cdot10^{-3}} \simeq 7,82\cdot10^{-6}\ м^3$$

$$\tau_{max} = \frac{T_K}{W_K} = \frac{286}{7,82\cdot10^{-6}} \simeq 36,57\ МПа$$

$$\tau_a = \tau_m = \frac{\tau_{max}}{2} = 18,285\ МПа$$

$$n_\tau = \frac{\tau_{-1}}{\tau_a K_{\tau D} + \psi_\tau \tau_m} = \frac{280}{18,285\cdot2,36 + 0,1\cdot18,285} \simeq 6,22$$

Суммарный коэффициент запаса усталостной прочности в сечении I-I

$$n = \frac{n_\sigma \cdot n_\tau}{\sqrt{n_\sigma^2 + n_\tau^2}} = \frac{3,38\cdot6,22}{\sqrt{3,38^2\cdot6,22^2}} \simeq 2,97$$

По таблице П.8 минимальное допускаемое значение $[n] = 1,7 \div 2,2$
Следовательно, запас прочности в сечении I-I обеспечен.

Сечение III-III: Координата $z_3 = 93$ мм

$$M_x = -5,2\cdot93 + 5,29\cdot(93-75) \simeq -388,38\ Н\cdot м$$

$$M_y = -1,9\cdot93 + 2,68\cdot(93-75) \simeq -128,46\ Н\cdot м$$

$$M_и = \sqrt{(-388,38)^2 + (-128,46)^2} \simeq 409,\ Н\cdot м$$

Момент сопротивления изгибу при $D_1 = 45$ мм

$$W_и = \frac{\pi D_1^3}{32} = \frac{\pi(45\cdot10^{-3})^3}{32} \simeq 8,95\cdot10^{-6}\ м^3$$

Полярный момент сопротивления $W_p = 2W_и = 17,9\cdot10^{-6}\ м^3$
Амплитудное и среднее значение циклов напряжений:

$$\sigma_a = \frac{409}{8,95\cdot10^{-6}} \simeq 45,7\ МПа,\quad \sigma_m = 0,\quad \tau_a = \tau_m = \frac{409}{2\cdot17,9\cdot10^{-6}} \simeq 11,4\ МПа.$$

Концентраторами напряжений являются галтель и среднепрессовая посадка $\frac{H7}{r6}$ подшипника. Расчет сечения I-I показал, что значение эффективного коэффициента концентрации от посадки намного больше чем от галтели. Поэтому учитываем только посадку, для которой по таблице П.6 приложения при $\sigma_в = 1150$ МПа и $D_1 = 45$ мм находим:

$$\frac{K_\sigma}{K_{d\sigma}} = 4,6\ МПа,\quad \frac{K_\tau}{K_{d\tau}} = 3,26\ МПа$$

По рис П.1 приложения при $\sigma_в = 1150$ МПа и шлифовании получим:
$k_F = 0,85$

$K_{\sigma D} = 4,6 + \frac{1}{0,85} - 1 \simeq 4,78$, $K_{\tau D} = 3,26 + \frac{1}{0,85} - 1 \simeq 3,44$

$n_\sigma = \frac{520}{45,7 \cdot 4,78} \simeq 2,38$, $n_\tau = \frac{280}{11,4 \cdot 3,44 + 0,1 \cdot 11,4} \simeq 6,94$

$n = \frac{2,38 \cdot 6,94}{\sqrt{2,38^2 \cdot 6,94^2}} \simeq 2,25 > [n]_{min} = 1,7 \div 2,2$

Усталостная прочность сечения III – III обеспечена.

Сечение IV – IV Из таблицы П.3: $K_\sigma = 2,0$, $K_\tau = 1,9$
Из таблицы П7: $K_{d\sigma} = K_{d\tau} = 0,74$

$\frac{K_\sigma}{K_{d\sigma}} = \frac{2}{0,74} \simeq 2,7$, $\frac{K_\tau}{K_{d\tau}} = \frac{1,9}{0,74} \simeq 2,57$

По таблице П.5 эффективный коэффициент для валов с галтелью радиуса $r_2 = 0,1 D_2$, при $\frac{D}{d} = \frac{d_б}{D_2} = \frac{60}{50} = 1,2$, $\frac{r_2}{D_2} = 0,1$ и $\sigma_в = 1150$ МПа получим $K_\sigma = 1,6$, $K_\tau = 1,32$ (с учетом интерполяции). Тогда

$\frac{K_\sigma}{K_{d\sigma}} = \frac{1,6}{0,74} \simeq 2,16$, $\frac{K_\tau}{K_{d\tau}} = \frac{1,32}{0,74} \simeq 1,78$

Из таблицы П.6 при посадке $\frac{H7}{k6}$, $\sigma_в = 1150$ МПа и $D_2 = 50$ мм получим:

$\frac{K_\sigma}{K_{d\sigma}} = 3,45$, $\frac{K_\tau}{K_{d\tau}} = 2,57$

По таблице П.1 $K_F = 0,79$, т.к. тонкая обработка ($\sqrt{2,5}$), $\sigma_в = 1150$ МПа
Получим значения коэффициентов

$K_{\sigma D} = \frac{K_\sigma}{K_{d\sigma}} + \frac{1}{K_F} - 1 = 3,45 + \frac{1}{0,79} - 1 \simeq 3,72$

$K_{\tau D} = \frac{K_\tau}{K_{d\tau}} + \frac{1}{K_F} - 1 = 2,57 + \frac{1}{0,79} - 1 \simeq 2,84$

Найдем изгибающий момент в сечении IV – IV при $z_4 = 160$ мм

$M_x = -5,2 \cdot 160 + 5,29(160 - 75) \simeq -382,35$ Н·м

$M_y = -1,9 \cdot 160 + 2,68(160 - 75) \simeq -76,2$ Н·м

$M_и = \sqrt{(-382,35)^2 + (-76,2)^2} \simeq 389,87$ Н·м

Момент сопротивления изгибу сечения, ослабленного шпоночной канавкой определим по П.3

$$W_u = \frac{\pi D_2^2}{32} - \frac{bt(D_2-t)^2}{2D_2} = \frac{3{,}14\cdot 50\cdot 10^{-3}}{32} - \frac{16\cdot 10^{-3}\cdot 5\cdot 10^{-3}(50\cdot 10^{-3}-5\cdot 10^{-3})}{2\cdot 50\cdot 10^{-3}} \approx 10{,}65\cdot 10^{-6}\,м^3$$

Амплитуда нормальных напряжений в сечении IV-IV равна:

$$\sigma_a = \frac{M_u}{W_u} = \frac{389{,}87}{10{,}65\cdot 10^{-6}} \approx 36{,}61\ МПа$$

$$n_\sigma = \frac{\sigma_{-1}}{\sigma_a\cdot K_{\sigma D}} = \frac{520}{36{,}61\cdot 3{,}72} \approx 3{,}82$$

Для касательных напряжений:

Момент сопротивления кручению сечения ослабленного шпоночной канавкой П.3

$$W_k = \frac{\pi D_2^3}{16} - \frac{bt(D_2-t)^2}{2D_2} = \frac{3{,}14\cdot(50\cdot 10^{-3})^3}{16} - \frac{16\cdot 10^{-3}\cdot 5\cdot 10^{-3}(50\cdot 10^{-3}-5\cdot 10^{-3})^2}{2\cdot 50\cdot 10^{-3}} \approx 22{,}92\cdot 10^{-6}\,м^3$$

$$\tau_a = \tau_m = \frac{\tau_{max}}{2} = \frac{T_k}{2W_k} = \frac{286}{2\cdot 22{,}92\cdot 10^{-6}} \approx 6{,}24\ МПа$$

$$n_\tau = \frac{\tau_{-1}}{\tau_a K_{\tau D} + \psi_\tau \tau_m} = \frac{280}{6{,}24\cdot 2{,}84 + 0{,}1\cdot 6{,}24} \approx 15{,}26$$

$$n = \frac{n_\sigma\cdot n_\tau}{\sqrt{n_\sigma^2 + n_\tau^2}} = \frac{3{,}82\cdot 15{,}26}{\sqrt{3{,}82^2 + 15{,}26^2}} \approx 3{,}7 > [n]_{min} = 1{,}7 \div 2{,}2$$

Усталостная прочность сечения IV-IV обеспечена.

Задача № 5.

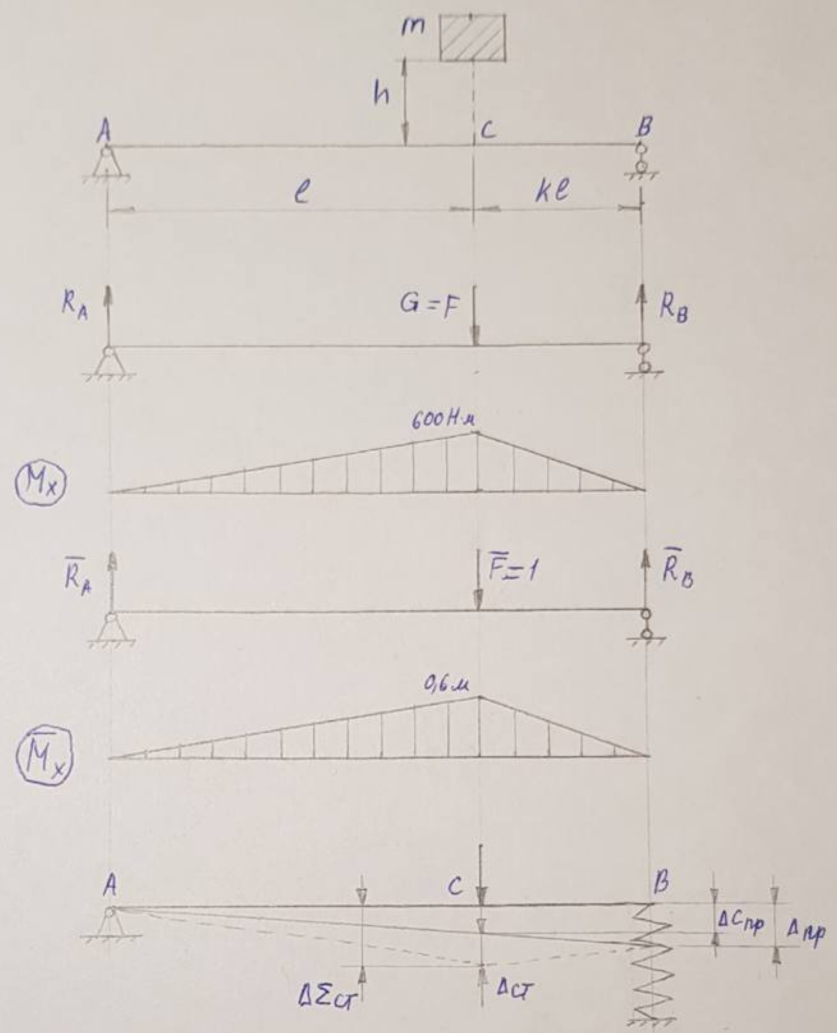
На стальную балку с высоты падает груз.

Требуется:

1) Проверить прочность балки;
2) Определить максимальный динамический прогиб балки в месте удара;
3) Жесткую опору В заменить упругим элементом (пружиной);
4) Определить наибольшие нормальные напряжения в балке с податливой опорой В при ударе
5) Сопоставить значения наибольших нормальных напряжений для балки на жестких опорах и для балки с податливой опорой В.

Исходные данные:

Двутавровая балка № 27, материал сталь 30, $\sigma_T = 300$ МПа, $n_{T\min} = 1{,}2$, $\delta = 10^{-5}\,\frac{м}{Н}$, $l = 2{,}6$ м, $k = 0{,}3$, $m = 100$ кг, $h = 60$ мм.



m
h
A
C
B
l
kl
R_A
G = F
R_B
600 Н·м
M_x
$\bar{R}_A$
$\bar{F} = 1$
$\bar{R}_B$
0,6 м
$\bar{M}_x$
A
C
B
$\Delta C_{пр}$
$\Delta_{пр}$
$\Delta\Sigma_{ст}$
$\Delta_{ст}$

Решение:

1) $F = G = 9{,}8 \cdot 100 \approx 1000\ H$

$\Sigma M_B = 0:\ R_A(l + kl) - Fkl = 0 \Rightarrow R_A = \frac{Fkl}{l(1+k)} = \frac{1000 \cdot 0{,}3 \cdot 2{,}6}{2{,}6(1+0{,}3)} = \frac{3}{13}\ кH$

$\Sigma M_A = 0:\ R_B(l + kl) - Fl = 0 \Rightarrow R_B = \frac{Fl}{l(1+k)} = \frac{1000 \cdot 2{,}6}{2{,}6(1+0{,}3)} = \frac{10}{13}\ кH$

$\Sigma F_y = 0:\ \frac{10}{13} + \frac{3}{13} - 1 = 0$

$\sigma_{max_{cm}} = \frac{M_{max}}{W_x} = \frac{600}{371 \cdot 10^{-6}} \simeq 1{,}62\ МПа$

2) $\Delta_{cm} = \frac{1}{EJ_x}\left(M_x \times \bar{M}_x\right) = \frac{1}{EJ_x}\left(\frac{1}{2} \cdot 600 \cdot 2{,}6 \cdot \frac{2}{3} \cdot 0{,}6 + \frac{1}{2} \cdot 600 \cdot 0{,}3 \cdot 2{,}6 \cdot \frac{2}{3} \cdot 0{,}6\right) =$

$= \frac{405{,}6}{EJ_x} = \frac{405{,}6}{2 \cdot 10^{11} \cdot 5010 \cdot 10^{-8}} \simeq 4{,}05 \cdot 10^{-5}\ м$

Определяем коэффициент динамичности:

$K_D = 1 + \sqrt{1 + \frac{2h}{\Delta_{cm}}} = 1 + \sqrt{1 + \frac{2 \cdot 60 \cdot 10^{-3}}{4{,}05 \cdot 10^{-5}}} \simeq 55{,}44$

Максимальное динамическое напряжение при ударе балки с жесткими опорами:

$\sigma_{max_D} = K_D \cdot \sigma_{max_{cm}} = 55{,}44 \cdot 1{,}62 \simeq 89{,}8\ МПа$

В случае когда опора В заменена пружиной:

Осадка пружины будет: $\Delta_{np} = \delta R_B = 10^{-5}\,\frac{10000}{13} \simeq 7{,}69\ мм$

В сечении С балки перемещение по направлению удара увеличится на:

$\Delta C_{np} = \frac{\Delta_{np}}{AB} \cdot AC = \frac{7{,}69}{2{,}6(1+0{,}3)} \cdot 2{,}6 \simeq 5{,}92\ мм$

Полное статическое перемещение в направлении удара:

$\Delta\Sigma_{cm} = \Delta C_{np} + \Delta_{cm} = 5{,}92 + 0{,}04 = 5{,}96\ мм$

Определяем коэффициент динамичности:

$K_D = 1 + \sqrt{1 + \frac{2h}{\Delta\Sigma_{cm}}} = 1 + \sqrt{1 + \frac{2 \cdot 60 \cdot 10^{-3}}{5{,}96 \cdot 10^{-3}}} \simeq 5{,}597$

Тогда: $\sigma_{max_D} = K_D \sigma_{max_{cm}} = 5{,}597 \cdot 1{,}62 \simeq 9{,}07\ МПа$

За счет установки пружины максимальное напряжение уменьшится в $\frac{89{,}8}{9{,}07} \simeq 9{,}9$ раза.