

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ГОУ ВПО «СИБИРСКАЯ ГОСУДАРСТВЕННАЯ ГЕОДЕЗИЧЕСКАЯ АКАДЕМИЯ»

В.Н. Матуско

ОБЩАЯ ЭЛЕКТРОТЕХНИКА

Рекомендовано Сибирским региональным
учебно-методическим центром (СибРУМЦ)
высшего профессионального образования
для использования в качестве учебного пособия

Новосибирск
2003

УДК 681.32
С 26

Рецензенты:

Доктор технических наук, профессор,
заведующий кафедрой теоретических основ электротехники
Новосибирского государственного технического университета
А.И. Инкин

Доктор технических наук, профессор
кафедры основ приборостроения Сибирской государственной
геодезической академии
М.Я. Воронин

Матуско В.Н.

С 26 Общая электротехника: Учеб. пособие. – 2-е изд., испр. –
Новосибирск: СГГА, 2003. – 119 с.

ISBN 5-87693-116-0

Учебное пособие предназначено для студентов, обучающихся по специальностям 653700 «Приборостроение», 653800 «Стандартизация, сертификация и метрология», 654000 «Опtotехника», 652800 «Оружие и система вооружений».

Учебное пособие составлено в соответствии с Государственным стандартом подготовки специалистов вышеперечисленных специальностей.

УДК 681.32

ISBN 5-87693-116-0

© Сибирская государственная геодезическая
академия (СГГА), 2003
© Матуско В.Н., 2003

СОДЕРЖАНИЕ

Введение	6
1. Основные определения	7
1.1. Основные пояснения и термины.....	7
1.2. Пассивные элементы схемы замещения	8
1.3. Активные элементы схемы замещения	9
1.4. Основные определения, относящиеся к схемам	11
1.5. Режимы работы электрических цепей.....	11
1.6. Основные законы электрических цепей.....	12
2. Эквивалентные преобразования схем.....	15
2.1. Последовательное соединение элементов электрических цепей ...	15
2.2. Параллельное соединение элементов электрических цепей	15
2.3. Преобразование треугольника сопротивлений в эквивалентную звезду	17
2.4. Преобразование звезды сопротивлений в эквивалентный треугольник.....	18
3. Анализ электрических цепей постоянного тока с одним источником энергии	19
3.1. Расчет электрических цепей постоянного тока с одним источником методом свертывания.....	19
3.2. Расчет электрических цепей постоянного тока с одним источником методом подобия или методом пропорциональных величин	20
4. Анализ сложных электрических цепей с несколькими источниками энергии	21
4.1. Метод непосредственного применения законов Кирхгофа	21
4.2. Метод контурных токов	22
4.3. Метод узловых потенциалов	23
4.4. Метод двух узлов.....	25
4.5. Метод эквивалентного генератора.....	25
5. Нелинейные электрические цепи постоянного тока.....	28
5.1. Основные определения	28
5.2. Графический метод расчета нелинейных цепей постоянного тока	29
6. Электрические цепи однофазного переменного тока	32
6.1. Основные определения	32
6.2. Изображения синусоидальных функций времени в векторной форме.....	33
6.3. Изображение синусоидальных функций времени в комплексной форме.....	34
6.4. Сопротивление в цепи синусоидального тока.....	36
6.5. Индуктивная катушка в цепи синусоидального тока	37
6.6. Емкость в цепи синусоидального тока.....	38
6.7. Последовательно соединенные реальная индуктивная катушка и конденсатор в цепи синусоидального тока.....	39
6.8. Параллельно соединенные индуктивность, емкость и активное	

сопротивление в цепи синусоидального тока	41
6.9. Резонансный режим в цепи, состоящей из параллельно включенных реальной индуктивной катушки и конденсатора	42
6.10. Мощность в цепи синусоидального тока	44
6.11. Баланс мощностей	46
6.12. Согласованный режим работы электрической цепи. Согласование нагрузки с источником	47
7. Трехфазные цепи	49
7.1. Основные определения	49
7.2. Соединение в звезду. Схема, определения	49
7.3. Соединение в треугольник. Схема, определения	51
7.4. Расчет трехфазной цепи, соединенной звездой	52
7.5. Мощность в трехфазных цепях	55
8. Переходные процессы в линейных электрических цепях	56
8.1. Общая характеристика переходных процессов	56
8.2. Переходные процессы в цепях с одним реактивным элементом ...	57
9. Магнитные цепи	66
9.1. Основные определения	66
9.2. Свойства ферромагнитных материалов	66
9.3. Расчет магнитных цепей	67
10. Трансформаторы	70
10.1. Конструкция трансформатора	70
10.2. Работа трансформатора в режиме холостого хода	70
10.3. Работа трансформатора под нагрузкой	73
10.4. Специальные типы трансформаторов	75
11. Электрические машины постоянного тока	77
11.1. Устройство электрической машины постоянного тока	77
11.2. Принцип действия машины постоянного тока	77
11.3. Работа электрической машины постоянного тока в режиме генератора	79
11.4. Генераторы с независимым возбуждением. Характеристики генераторов	79
11.5. Генераторы с самовозбуждением. Принцип самовозбуждения генератора с параллельным возбуждением	80
11.6. Работа электрической машины постоянного тока в режиме двигателя. Основные уравнения	82
12. Электрические машины переменного тока	85
12.1. Вращающееся магнитное поле	85
12.2. Асинхронные двигатели. Конструкция, принцип действия	87
12.3. Вращающий момент асинхронного двигателя	89
12.4. Регулирование частоты вращения асинхронных двигателей. Реверсирование асинхронного двигателя	92
12.5. Однофазные асинхронные двигатели	92
12.6. Синхронные двигатели. Конструкция, принцип действия	94
13. Информационные электрические машины	97

13.1. Сельсины	97
13.2. Поворотные трансформаторы. Индуктосины. Редуктосины	99
13.3. Тахогенераторы.....	101
13.4. Шаговые электродвигатели	102
Заключение.....	104
Список литературы.....	105

ВВЕДЕНИЕ

Электротехника – отрасль науки и техники, связанная с применением электрических и магнитных явлений для преобразования энергии, обработки материалов, передачи информации и др.

Электротехника охватывает вопросы получения, преобразования и использования электроэнергии в практической деятельности человека. Электроэнергию можно получить в значительных количествах, передать на расстояние и легко преобразовать в энергию других видов.

В учебном пособии «Общая электротехника» даны основные определения и топологические параметры электрических цепей, изложены методы расчета линейных и нелинейных цепей постоянного и переменного тока, анализ и расчет магнитных цепей, анализ переходных процессов в линейных электрических цепях. Рассмотрены конструкция, принцип действия и характеристики трансформаторов и электрических машин постоянного и переменного тока, а также информационных электрических машин.

Пособие «Общая электротехника» должно дать студентам неэлектротехнических специальностей общие сведения, без которых невозможно понять и изучить действие разнообразных приборов и устройств, научиться применять их в различных областях науки и техники.

1. ОСНОВНЫЕ ОПРЕДЕЛЕНИЯ

1.1. Основные пояснения и термины

Электротехника – это область науки и техники, изучающая электрические и магнитные явления и их использование в практических целях.

Каждая наука имеет свою терминологию. Запомним термины, понятия электротехники.

Электрическая цепь – это совокупность устройств, предназначенных для производства, передачи, преобразования и использования электрического тока.

Все электротехнические устройства по назначению, принципу действия и конструктивному оформлению можно разделить на три большие группы.

1. Источники энергии, т.е. устройства, вырабатывающие электрический ток (генераторы, термоэлементы, фотоэлементы, химические элементы).

2. Приемники или нагрузка, т.е. устройства, потребляющие электрический ток (электродвигатели, электролампы, электромеханизмы и т.д.).

3. Проводники, а также различная коммутационная аппаратура (выключатели, реле, контакторы и т.д.).

Направленное движение электрических зарядов называют электрическим током. Электрический ток может возникать в замкнутой электрической цепи. Электрический ток, направление и величина которого неизменны, называют постоянным током и обозначают прописной буквой I .

Электрический ток, величина и направление которого не остаются постоянными, называется переменным током. Значение переменного тока в рассматриваемый момент времени называют мгновенным и обозначают строчной буквой i .

Для работы электрической цепи необходимо наличие источников энергии. В любом источнике за счет сторонних сил неэлектрического происхождения создается электродвижущая сила. На зажимах источника возникает разность потенциалов или напряжение, под воздействием которого во внешней, присоединенной к источнику части цепи, возникает электрический ток.

Различают активные и пассивные цепи, участки и элементы цепей. Активными называют электрические цепи, содержащие источники энергии, пассивными – электрические цепи, не содержащие источников энергии.

Электрическую цепь называют линейной, если ни один параметр цепи не зависит от величины или направления тока, или напряжения.

Электрическая цепь является нелинейной, если она содержит хотя бы один нелинейный элемент. Параметры нелинейных элементов зависят от величины или направления тока, или напряжения.

Электрическая схема – это графическое изображение электрической цепи, включающее в себя условные обозначения устройств и показывающее соединение этих устройств. На рис. 1.1 изображена электрическая схема цепи, состоящей из источника энергии, электроламп 1 и 2, электродвигателя 3.

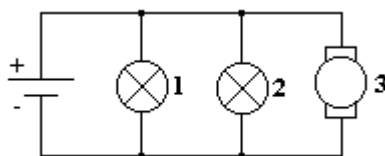


Рис. 1.1

Для облегчения анализа электрическую цепь заменяют схемой замещения. **Схема замещения** – это графическое изображение электрической цепи с помощью идеальных элементов, параметрами которых являются параметры замещаемых элементов.

На рисунке 1.2 показана схема замещения.

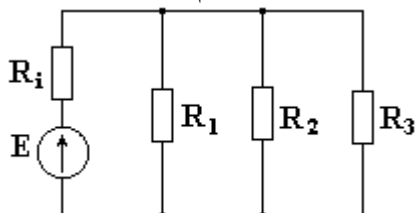


Рис. 1.2

1.2. Пассивные элементы схемы замещения

Простейшими пассивными элементами схемы замещения являются сопротивление, индуктивность и емкость.

В реальной цепи электрическим сопротивлением обладают не только реостат или резистор, но и проводники, катушки, конденсаторы и т.д. Общим свойством всех устройств, обладающих сопротивлением, является необратимое преобразование электрической энергии в тепловую. Тепловая энергия, выделяемая в сопротивлении, полезно используется или рассеивается в пространстве. В схеме замещения во всех случаях, когда надо учесть необратимое преобразование энергии, включается сопротивление.

Сопротивление проводника определяется по формуле:

$$R = \rho \frac{l}{S}, \quad (1.1)$$

где l – длина проводника;

S – сечение;

ρ – удельное сопротивление.

Величина, обратная сопротивлению, называется проводимостью.

$$g = \frac{1}{R}.$$

Сопротивление измеряется в омах (Ом), а проводимость – в сименсах (См).

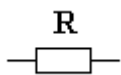
Сопротивление пассивного участка цепи в общем случае определяется по формуле

$$R = \frac{P}{I^2},$$

где P – потребляемая мощность;

I – ток.

Сопротивление в схеме замещения изображается следующим образом:



Индуктивностью называется идеальный элемент схемы замещения, характеризующий способность цепи накапливать магнитное поле. Полагают, что индуктивностью обладают только индуктивные катушки. Индуктивностью других элементов электрической цепи пренебрегают.

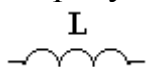
Индуктивность катушки, измеряемая в генри [Гн], определяется по формуле

$$L = \frac{W \cdot \Phi}{i},$$

где W – число витков катушки;

Φ – магнитный поток катушки, возбуждаемый током i .

На рисунке показано изображение индуктивности в схеме замещения.



Емкостью называется идеальный элемент схемы замещения, характеризующий способность участка электрической цепи накапливать электрическое поле. Полагают, что емкостью обладают только конденсаторы. Емкостью остальных элементов цепи пренебрегают.

Емкость конденсатора, измеряемая в фарадах (Ф), определяется по формуле:

$$C = \frac{q}{U_c},$$

где q – заряд на обкладках конденсатора;

U_c – напряжение на конденсаторе.

На рисунке показано изображение емкости в схеме замещения.



1.3. Активные элементы схемы замещения

Любой источник энергии можно представить в виде источника ЭДС или источника тока.

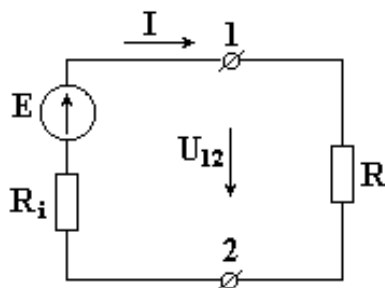


Рис. 1.3

Источник ЭДС – это источник, характеризующийся электродвижущей силой и внутренним сопротивлением. Идеальным называется источник ЭДС, внутреннее сопротивление которого равно нулю.

На рис. 1.3 изображен источник ЭДС, к зажимам которого подключено сопротивление R .

R_i – внутреннее сопротивление источника ЭДС.

Стрелка ЭДС направлена от точки низшего потенциала к точке высшего потенциала, стрелка напряжения на зажимах источника U_{12} направлена в противоположную сторону от точки с большим потенциалом к точке с меньшим потенциалом.

$$\text{Ток } I = \frac{E}{R_i + R}, \quad E = R_i \cdot I + I \cdot R = R_i \cdot I + U_{12}, \quad (1.2)$$

$$U_{12} = I \cdot R = E - I \cdot R_i. \quad (1.3)$$

У идеального источника ЭДС внутреннее сопротивление $R_i = 0$, $U_{12} = E$.

Из формулы (1.3) видно, что напряжение на зажимах реального источника ЭДС уменьшается с увеличением тока. У идеального источника напряжение на зажимах не зависит от тока и равно электродвижущей силе.

Возможен другой путь идеализации источника: представление его в виде источника тока.

Источником тока называется источник энергии, характеризующийся величиной тока и внутренней проводимостью.

Идеальным называется источник тока. внутренняя проводимость которого равна нулю.

Поделим левую и правую части уравнения (1.2) на R_i и получим

$$\frac{E}{R_i} = U_{12} \frac{1}{R_i} + I,$$

где $\frac{E}{R_i} = J$ – ток источника тока;

$\frac{1}{R_i} = g_i$ – внутренняя проводимость.

$$J = U_{12} \cdot g_i + I.$$

У идеального источника тока $g_i = 0$ и $J = I$.

Ток идеального источника не зависит от сопротивления внешней части цепи. Он остается постоянным независимо от сопротивления нагрузки. Условное изображение источника тока показано на рис. 1.4.

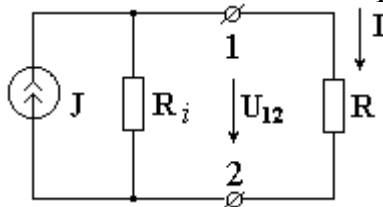


Рис. 1.4

Любой реальный источник ЭДС можно преобразовать в источник тока и наоборот. Источник энергии, внутреннее сопротивление которого мало по сравнению с сопротивлением нагрузки, приближается по своим свойствам к идеальному источнику ЭДС.

Если внутреннее сопротивление источника велико по сравнению с сопротивлением внешней цепи, он приближается по своим свойствам к идеальному источнику тока.

1.4. Основные определения, относящиеся к схемам

Различают разветвленные и неразветвленные схемы. На рис. 1.5 изображена неразветвленная схема.

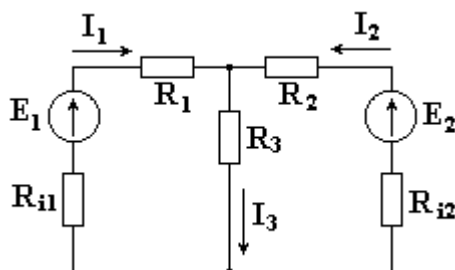


Рис. 1.5

Разветвленная схема – это сложная комбинация соединений пассивных и активных элементов. На рис. 1.6 показана разветвленная схема, содержащая два источника ЭДС и 5 сопротивлений.

Сопротивления соединительных проводов принимают равными нулю.

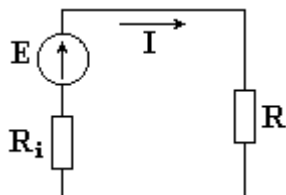


Рис. 1.6

Участок электрической цепи, по которому проходит один и тот же ток, называется ветвью. Место соединения двух и более ветвей электрической цепи называется узлом. Узел, в котором сходятся две ветви, называется устранимым. Узел является неустрашимым, если в нем соединены три и большее число ветвей. Узел в схеме обозначается точкой.

Последовательным называют такое соединение участков цепи, при котором через все участки проходит одинаковый ток. При параллельном соединении все участки цепи присоединяются к одной паре узлов, находятся под одним и тем же напряжением.

Любой замкнутый путь, включающий в себя несколько ветвей, называется контуром.

1.5. Режимы работы электрических цепей

В зависимости от нагрузки различают следующие режимы работы: номинальный, режим холостого хода, короткого замыкания, согласованный режим.

При номинальном режиме электротехнические устройства работают в условиях, указанных в паспортных данных завода-изготовителя. В нормальных

условиях величины тока, напряжения, мощности не превышают указанных значений.

Режим холостого хода возникает при обрыве цепи или отключении сопротивления нагрузки.

Режим короткого замыкания получается при сопротивлении нагрузки, равном нулю. Ток короткого замыкания в несколько раз превышает номинальный ток. Режим короткого замыкания является аварийным.

Согласованный режим – это режим передачи от источника к сопротивлению нагрузки наибольшей мощности. Согласованный режим наступает тогда, когда сопротивление нагрузки становится равным внутреннему сопротивлению источника. При этом в нагрузке выделяется максимальная мощность.

1.6. Основные законы электрических цепей.

На рис. 1.7 изображен участок цепи с сопротивлением R . Ток, протекающий через сопротивление R , пропорционален падению напряжения на сопротивлении и обратно пропорционален величине этого сопротивления.

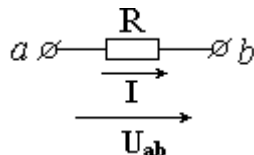


Рис. 1.7

$$I = \frac{U_{ab}}{R}.$$

Падением напряжения на сопротивлении называется произведение тока, протекающего через сопротивление, на величину этого сопротивления.

Основными законами электрических цепей, наряду с законом Ома, являются законы баланса токов в разветвлениях (первый закон Кирхгофа) и баланса напряжений на замкнутых участках цепи (второй закон Кирхгофа).

В соответствии с первым законом Кирхгофа, алгебраическая сумма токов в любом узле цепи равна нулю:

$$\sum I = 0.$$

Возьмем схему на рис. 1.8 и запишем для нее уравнение по первому закону Кирхгофа. Токам, направленным к узлу, присвоим знак «плюс», а токам, направленным от узла – знак «минус». Получим следующее уравнение:

$$I_1 - I_2 + I_3 - I_4 = 0 \text{ или } I_1 + I_3 = I_2 + I_4.$$

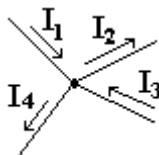


Рис. 1.8

Согласно второму закону Кирхгофа, алгебраическая сумма ЭДС вдоль любого замкнутого контура равна алгебраической сумме падений напряжений в этом контуре

$$\sum E = \sum U.$$

Возьмем схему на рис. 1.9 и запишем для внешнего контура этой схемы уравнение по второму закону Кирхгофа.

Для этого выберем произвольно направление обхода контура, например, по часовой стрелке. ЭДС и падения напряжений записываются в левую и правую части уравнения со знаком «плюс», если направления их совпадают с направлением обхода контура, и со знаком «минус», если не совпадают.

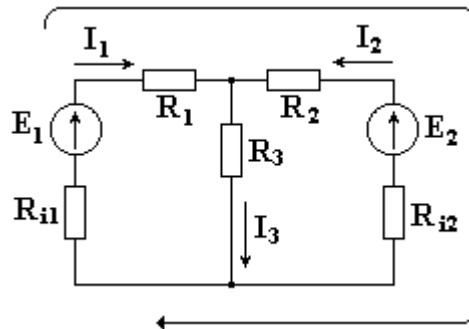


Рис. 1.9

При определении тока в ветви, содержащей источник ЭДС, используют закон Ома для активной ветви.

Возьмем ветвь, содержащую сопротивления и источники ЭДС. Ветвь включена к узлам а-б, известно направление тока в ветви (рис. 1.10).

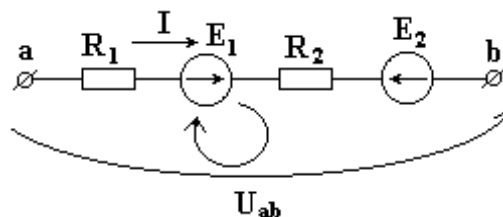


Рис. 1.10

Возьмем замкнутый контур, состоящий из активной ветви и стрелки напряжения U_{ab} , и запишем для него уравнение по второму закону Кирхгофа. Выберем направление обхода контура по часовой стрелке.

Получим

$$I \cdot R_1 + I \cdot R_2 - U_{ab} = E_1 - E_2.$$

Из этого уравнения выведем формулу для тока

$$I = \frac{U_{ab} + E_1 - E_2}{R_1 + R_2}.$$

В общем виде:

$$I = \frac{U_{ab} + \sum E}{\sum R},$$

где $\sum R$ - сумма сопротивлений ветви;

$\sum E$ - алгебраическая сумма ЭДС.

ЭДС в формуле записывается со знаком «плюс», если направление ее совпадает с направлением тока и со знаком «минус», если не совпадает.

2. ЭКВИВАЛЕНТНЫЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ СХЕМ

Эквивалентным называется преобразование, при котором напряжения и токи в частях схемы, не подвергшихся преобразованию, не меняются.

2.1. Последовательное соединение элементов электрических цепей

На рис. 2.1 изображена электрическая цепь с последовательно соединенными сопротивлениями.

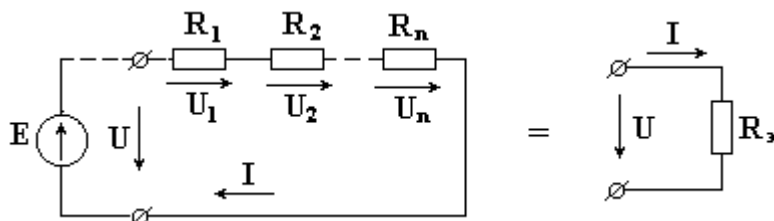


Рис. 2.1

Напряжение на зажимах источника ЭДС равно величине электродвижущей силы. Поэтому часто источник на схеме не изображают.

Падения напряжений на сопротивлениях определяются по формулам

$$U_1 = I \cdot R_1, \quad U_2 = I \cdot R_2, \quad U_n = I \cdot R_n.$$

В соответствии со вторым законом Кирхгофа, напряжение на входе электрической цепи равно сумме падений напряжений на сопротивлениях цепи.

$$U = U_1 + U_2 + \dots + U_n = I \cdot R_1 + I \cdot R_2 + \dots + I \cdot R_n = \\ = I \cdot (R_1 + R_2 + \dots + R_n) = I \cdot R_3,$$

где $R_3 = R_1 + R_2 + \dots + R_n$ - эквивалентное сопротивление.

Эквивалентное сопротивление электрической цепи, состоящей из n последовательно включенных элементов, равно сумме сопротивлений этих элементов.

2.2. Параллельное соединение элементов электрических цепей

На рис. 2.2 показана электрическая цепь с параллельным соединением сопротивлений.

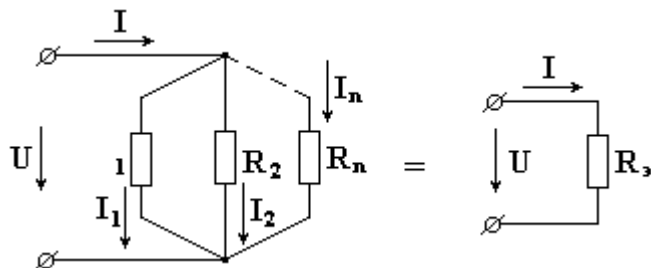


Рис. 2.2

Токи в параллельных ветвях определяются по формулам:

$$I_1 = \frac{U}{R_1} = U \cdot g_1; \quad I_2 = \frac{U}{R_2} = U \cdot g_2; \quad I_n = \frac{U}{R_n} = U \cdot g_n,$$

где $g_1 = \frac{1}{R_1}$, $g_2 = \frac{1}{R_2}$, $g_n = \frac{1}{R_n}$ - проводимости 1-й, 2-й и n-й ветвей.

В соответствии с первым законом Кирхгофа, ток в неразветвленной части схемы равен сумме токов в параллельных ветвях.

$$I = I_1 + I_2 + \dots + I_n = U \cdot g_1 + U \cdot g_2 + \dots + U \cdot g_n = U \cdot (g_1 + g_2 + \dots + g_n) = U \cdot g_{\Sigma}, \text{ где } g_{\Sigma} = g_1 + g_2 + \dots + g_n.$$

Эквивалентная проводимость электрической цепи, состоящей из n параллельно включенных элементов, равна сумме проводимостей параллельно включенных элементов.

Эквивалентным сопротивлением цепи называется величина, обратная эквивалентной проводимости

$$R_{\Sigma} = \frac{1}{g_{\Sigma}}.$$

Пусть электрическая схема содержит три параллельно включенных сопротивления.

Эквивалентная проводимость

$$g_{\Sigma} = g_1 + g_2 + g_3 = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} = \frac{R_2 \cdot R_3 + R_1 \cdot R_3 + R_1 \cdot R_2}{R_1 \cdot R_2 \cdot R_3};$$

$$R_{\Sigma} = \frac{1}{g_{\Sigma}} = \frac{R_1 \cdot R_2 \cdot R_3}{R_2 \cdot R_3 + R_1 \cdot R_3 + R_1 \cdot R_2}.$$

Эквивалентное сопротивление схемы, состоящей из n одинаковых элементов, в n раз меньше сопротивлений R одного элемента

$$R_{\Sigma} = \frac{R}{n}.$$

Возьмем схему, состоящую из двух параллельно включенных сопротивлений (рис. 2.3). Известны величины сопротивлений и ток в неразветвленной части схемы. Необходимо определить токи в параллельных ветвях.

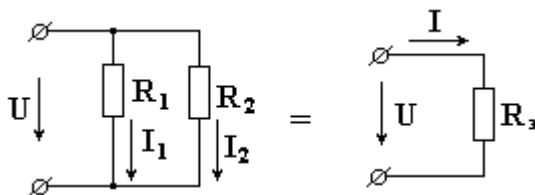


Рис. 2.3

Эквивалентная проводимость схемы

$$g_{\Sigma} = g_1 + g_2 = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} = \frac{R_1 + R_2}{R_1 \cdot R_2},$$

а эквивалентное сопротивление

$$R_{\Sigma} = \frac{1}{g_{\Sigma}} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}.$$

Напряжение на входе схемы

$$U = I \cdot R_{\Sigma}.$$

Токи в параллельных ветвях

$$I_1 = \frac{U}{R_1} = \frac{I \cdot R_2}{R_1} = \frac{I \cdot R_1 \cdot R_2}{R_1 \cdot (R_1 + R_2)} = I \cdot \frac{R_2}{R_1 + R_2}.$$

Аналогично

$$I_2 = \frac{U}{R_2} = I \cdot \frac{R_1}{R_1 + R_2}.$$

Ток в параллельной ветви равен току в неразветвленной части схемы, умноженному на сопротивление противолежащей, чужой параллельной ветви и деленному на сумму сопротивлений чужой и своей параллельно включенных ветвей.

2.3. Преобразование треугольника сопротивлений в эквивалентную звезду

Встречаются схемы, в которых отсутствуют сопротивления, включенные последовательно или параллельно, например, мостовая схема, изображенная на рис. 2.4. Определить эквивалентное сопротивление этой схемы относительно ветви с источником ЭДС описанными выше методами нельзя. Если же заменить треугольник сопротивлений R_1 - R_2 - R_3 , включенных между узлами 1-2-3, трехлучевой звездой сопротивлений, лучи которой расходятся из точки 0 в те же узлы 1-2-3, эквивалентное сопротивление полученной схемы легко определяется.

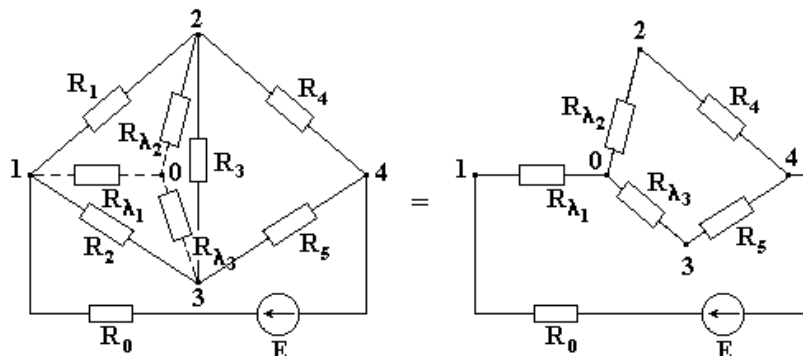


Рис. 2.4

Сопротивление луча эквивалентной звезды сопротивлений равно произведению сопротивлений прилегающих сторон треугольника, деленному на сумму сопротивлений всех сторон треугольника.

В соответствии с указанным правилом, сопротивления лучей звезды определяются по формулам:

$$R_{\lambda 1} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2 + R_3}; \quad R_{\lambda 2} = \frac{R_1 \cdot R_3}{R_1 + R_2 + R_3}; \quad R_{\lambda 3} = \frac{R_2 \cdot R_3}{R_1 + R_2 + R_3}.$$

Эквивалентное соединение полученной схемы определяется по формуле

$$R_9 = R_0 + R_{\lambda 1} + \frac{(R_{\lambda 2} + R_4)(R_{\lambda 3} + R_5)}{R_{\lambda 2} + R_4 + R_{\lambda 3} + R_5}.$$

Сопротивления R_0 и $R_{\lambda 1}$ включены последовательно, а ветви с сопротивлениями $R_{\lambda 1} + R_4$ и $R_{\lambda 3} + R_5$ соединены параллельно.

2.4. Преобразование звезды сопротивлений в эквивалентный треугольник

Иногда для упрощения схемы полезно преобразовать звезду сопротивлений в эквивалентный треугольник.

Рассмотрим схему на рис. 2.5. Заменяем звезду сопротивлений R_1 - R_2 - R_3 эквивалентным треугольником сопротивлений $R_{\Delta 1}$ - $R_{\Delta 2}$ - $R_{\Delta 3}$, включенных между узлами 1-2-3.

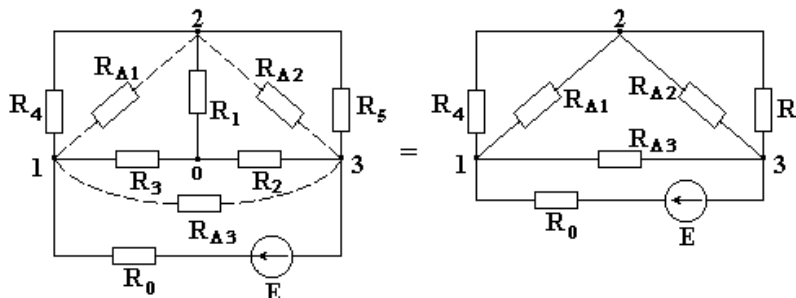


Рис. 2.5

Сопротивление стороны эквивалентного треугольника сопротивлений равно сумме сопротивлений двух прилегающих лучей звезды плюс произведение этих же сопротивлений, деленное на сопротивление оставшегося (противолежащего) луча. Сопротивления сторон треугольника определяются по формулам:

$$R_{\Delta 1} = R_1 + R_3 + \frac{R_1 \cdot R_3}{R_2}; \quad R_{\Delta 2} = R_1 + R_2 + \frac{R_1 \cdot R_2}{R_3};$$

$$R_{\Delta 3} = R_2 + R_3 + \frac{R_2 \cdot R_3}{R_1}.$$

Эквивалентное сопротивление преобразованной схемы равно

$$R_{\Sigma} = R_0 + \frac{\left(\frac{R_4 \cdot R_{\Delta 1}}{R_4 + R_{\Delta 1}} + \frac{R_5 \cdot R_{\Delta 2}}{R_5 + R_{\Delta 2}} \right) \cdot R_{\Delta 3}}{\frac{R_4 \cdot R_{\Delta 1}}{R_4 + R_{\Delta 1}} + \frac{R_5 \cdot R_{\Delta 2}}{R_5 + R_{\Delta 2}} + R_{\Delta 3}}.$$

3. АНАЛИЗ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ ПОСТОЯННОГО ТОКА С ОДНИМ ИСТОЧНИКОМ ЭНЕРГИИ

3.1. Расчет электрических цепей постоянного тока с одним источником методом свертывания

В соответствии с методом свертывания, отдельные участки схемы упрощают и постепенным преобразованием приводят схему к одному эквивалентному (входному) сопротивлению, включенному к зажимам источника. Схема упрощается с помощью замены группы последовательно или параллельно соединенных сопротивлений одним, эквивалентным по сопротивлению. Определяют ток в упрощенной схеме, затем возвращаются к исходной схеме и определяют в ней токи.

Рассмотрим схему на рис. 3.1. Пусть известны величины сопротивлений $R_1, R_2, R_3, R_4, R_5, R_6$, ЭДС E . Необходимо определить токи в ветвях схемы.

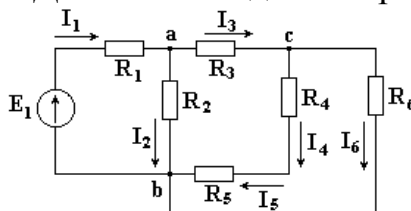


Рис. 3.1

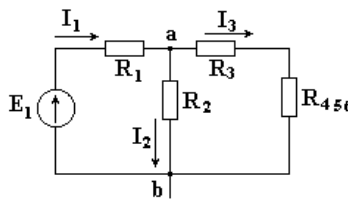


Рис. 3.2

Сопротивления R_4 и R_5 соединены последовательно, а сопротивление R_6 – параллельно с ними, поэтому их эквивалентное сопротивление

$$R_{4,5,6} = \frac{(R_4 + R_5) \cdot R_6}{R_4 + R_5 + R_6}.$$

После проведенных преобразований схема принимает вид, показанный на рис. 3.2, а эквивалентное сопротивление всей цепи

$$R_{\Sigma} = R_1 + \frac{R_2 \cdot (R_3 + R_{4,5,6})}{R_2 + R_3 + R_{4,5,6}}.$$

Ток I_1 в неразветвленной части схемы определяется по формуле:

$$I_1 = \frac{E}{R_{\Sigma}}.$$

Найдем токи I_2 и I_3 в схеме на рис. 3.2 по формулам:

$$I_2 = \frac{U_{ab}}{R_2} = I_1 \cdot \frac{R_2 \cdot (R_3 + R_{4,5,6})}{R_2 \cdot (R_2 + R_3 + R_{4,5,6})} = I_1 \cdot \frac{(R_3 + R_{4,5,6})}{(R_2 + R_3 + R_{4,5,6})}.$$

$I_3 = I_1 - I_2$ - формула получается из уравнения, составленного по первому закону Кирхгофа:

$$I_1 - I_2 - I_3 = 0.$$

Переходим к исходной схеме на рис. 3.1 и определим токи в ней по формулам:

$$I_4 = I_5 = \frac{U_{c\delta}}{R_4 + R_5} = I_3 \cdot \frac{(R_4 + R_5) \cdot R_6}{(R_4 + R_5) \cdot (R_4 + R_5 + R_6)} = \frac{I_3 \cdot R_6}{R_4 + R_5 + R_6}.$$

$$I_6 = I_3 - I_4 \text{ (в соответствии с первым законом Кирхгофа } I_3 - I_4 - I_6 = 0).$$

3.2. Расчет электрических цепей постоянного тока с одним источником методом подобия или методом пропорциональных величин

Возьмем электрическую схему на рис. 3.1, зададимся произвольным значением тока I'_6 в сопротивлении R_6 , наиболее удаленном от источника питания. По заданному току I'_6 и сопротивлению R_6 определим напряжение $U'_{cb} = I'_6 \cdot R_6$. Далее определим:

$$I'_4 = I'_5 = \frac{U'_{cb}}{R_4 + R_5}, \quad I'_3 = I'_4 + I'_6,$$

$$U'_{ac} = I'_3 \cdot R_3, \quad U'_{cb} = I'_6 \cdot R_6,$$

$$I'_2 = \frac{U'_{ac}}{R_2}; \quad I'_1 = I'_2 + I'_3.$$

Находим значение ЭДС

$$E' = R_1 \cdot I'_1 + R_2 \cdot I'_2.$$

Найденное значение ЭДС E' отличается от заданной величины ЭДС E .

Вычислим коэффициент подобия $K = \frac{E}{E'}$. Умножим на него полученные при расчете значения токов и напряжений, находим действительные значения токов цепи.

4. АНАЛИЗ СЛОЖНЫХ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ С НЕСКОЛЬКИМИ ИСТОЧНИКАМИ ЭНЕРГИИ

4.1. Метод непосредственного применения законов Кирхгофа

На рис. 4.1 изображена схема разветвленной электрической цепи. Известны величины сопротивлений и ЭДС, необходимо определить токи.

В схеме имеются четыре узла, можно составить четыре уравнения по первому закону Кирхгофа.

Укажем произвольно направления токов. Запишем уравнения:

$$\left. \begin{array}{l} \text{для узла 1} \quad -I_1 - I_5 - I_4 = 0 \\ \text{для узла 2} \quad I_1 - I_2 + I_3 = 0 \\ \text{для узла 3} \quad I_2 + I_5 + I_6 = 0 \\ \text{для узла 4} \quad -I_3 - I_6 + I_4 = 0 \end{array} \right\} \cdot (4.1)$$

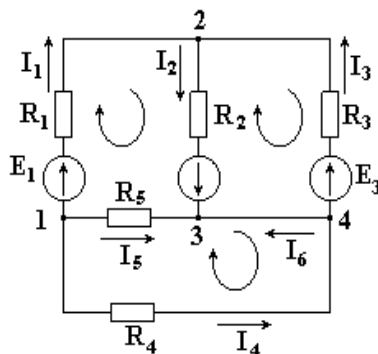


Рис. 4.1

Сложим эти уравнения. Получим тождество $0 = 0$. Система уравнений (4.1) является зависимой.

Если в схеме имеется n узлов, количество независимых уравнений, которые можно составить по первому закону Кирхгофа, равно $n - 1$.

Для схемы на рис. 4.1 число независимых уравнений равно трем.

$$\left. \begin{array}{l} -I_1 - I_5 - I_4 = 0 \\ I_1 - I_2 + I_3 = 0 \\ I_2 + I_5 + I_6 = 0 \end{array} \right\} \cdot (4.2)$$

Недостающее количество уравнений составляют по второму закону Кирхгофа. Уравнения по второму закону составляют для независимых контуров. Независимым является контур, в который входит хотя бы одна новая ветвь, не вошедшая в другие контуры.

Выберем три независимых контура и укажем направления обхода контуров. Запишем три уравнения по второму закону Кирхгофа.

$$\left. \begin{array}{l} E_1 + E_2 = -I_5 \cdot R_5 + I_1 \cdot R_1 + I_2 \cdot R_2 \\ -E_2 - E_3 = -I_2 \cdot R_2 - I_3 \cdot R_3 \\ 0 = I_5 \cdot R_5 - I_4 \cdot R_4 \end{array} \right\} \cdot (4.3)$$

Решив совместно системы уравнений (4.2) и (4.3), определим токи в схеме.

Ток в ветви может иметь отрицательное значение. Это означает, что действительное направление тока противоположно выбранному нами.

4.2. Метод контурных токов

Метод непосредственного применения законов Кирхгофа громоздок. Имеется возможность уменьшить количество совместно решаемых уравнений системы. Число уравнений, составленных по методу контурных токов, равно количеству уравнений, составляемых по второму закону Кирхгофа.

Метод контурных токов заключается в том, что вместо токов в ветвях определяются, на основании второго закона Кирхгофа, так называемые контурные токи, замыкающиеся в контурах.

На рис. 4.2 в качестве примера изображена двухконтурная схема, в которой I_{11} и I_{22} - контурные токи.

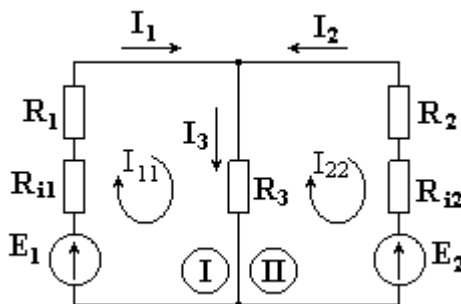


Рис. 4.2

Токи в сопротивлениях R_1 и R_2 равны соответствующим контурным токам. Ток в сопротивлении R_3 , являющийся общим для обоих контуров, равен разности контурных токов I_{11} и I_{22} , так как эти токи направлены в ветви с R_3 встречно.

Порядок расчета

Выбираются независимые контуры, и задаются произвольные направления контурных токов.

В нашем случае эти токи направлены по часовой стрелке. Направление обхода контура совпадает с направлением контурных токов. Уравнения для этих контуров имеют следующий вид:

$$I_{11} \cdot (R_1 + R_{11}) - I_{22} \cdot R_3 = E_1,$$

$$I_{22} \cdot (R_{12} + R_2) - I_{11} \cdot R_3 = -E_2.$$

Перегруппируем слагаемые в уравнениях

$$I_{11} \cdot (R_1 + R_{11} + R_3) - I_{22} \cdot R_3 = E_1 = E_{11}. \quad (4.4)$$

$$-I_{11} \cdot R_3 + I_{22} \cdot (R_{12} + R_2 + R_3) = -E_2 = E_{22}. \quad (4.5)$$

Суммарное сопротивление данного контура называется собственным сопротивлением контура.

Собственные сопротивления контуров схемы

$$R_{11} = R_1 + R_{11} + R_3, \quad R_{22} = R_{12} + R_2 + R_3.$$

Сопротивление R_3 , принадлежащее одновременно двум контурам, называется общим сопротивлением этих контуров.

$$R_{12} = R_{21} = R_3,$$

где R_{12} – общее сопротивление между первым и вторым контурами;

R_{21} – общее сопротивление между вторым и первым контурами.

$E_{11} = E_1$ и $E_{22} = E_2$ – контурные ЭДС. В общем виде уравнения (4.4) и (4.5) записываются следующим образом:

$$I_{11} \cdot R_{11} + I_{22} \cdot R_{12} = E_{11},$$

$$I_{11} \cdot R_{21} + I_{22} \cdot R_{12} = E_{22}.$$

Собственные сопротивления всегда имеют знак «плюс».

Общее сопротивление имеет знак «минус», если в данном сопротивлении контурные токи направлены встречно друг другу, и знак «плюс», если контурные токи в общем сопротивлении совпадают по направлению.

Решая уравнения (4.4) и (4.5) совместно, определим контурные токи I_{11} и I_{22} , затем от контурных токов переходим к токам в ветвях.

Ветви схемы, по которым протекает один контурный ток, называются внешними, а ветви, по которым протекают несколько контурных токов, называются общими. Ток во внешней ветви совпадает по величине и по направлению с контурным. Ток в общей ветви равен алгебраической сумме контурных токов, протекающих в этой ветви. В схеме на рис. 4.2

$$I_1 = I_{11}, \quad I_2 = I_{22}, \quad I_3 = I_{11} - I_{22}.$$

Рекомендации

1. Контурные токи выбирают произвольно, но целесообразно выбрать контуры таким образом, чтобы их внутренняя область не пересекалась ни одной ветвью, принадлежащей другим контурам.

2. Контурные токи желательно направлять одинаково (по часовой стрелке или против).

3. Если нужно определить ток в одной ветви сложной схемы, необходимо сделать его контурным.

4. Если в схеме имеется ветвь с известным контурным током, этот ток следует сделать контурным, благодаря чему количество уравнений становится на единицу меньше.

4.3. Метод узловых потенциалов

Метод узловых потенциалов позволяет составить систему уравнений, по которой можно определить потенциалы всех узлов схемы. По известным разностям узловых потенциалов можно определить токи во всех ветвях. В схеме на рисунке 4.3 имеется четыре узла. Потенциал любой точки схемы можно принять равным нулю. Тогда у нас останутся неизвестными три потенциала. Узел, величину потенциала которого выбирают произвольно, называют базисным.

Укажем в схеме произвольно направления токов.

Примем для схемы $\varphi_4 = 0$.

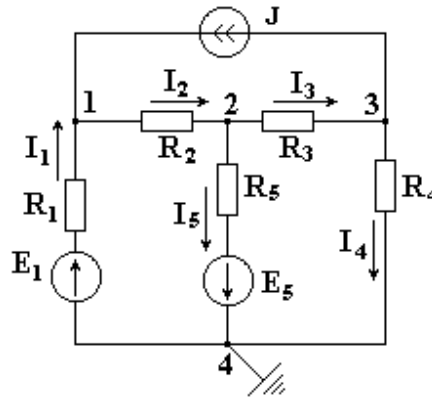


Рис. 4.3

Запишем уравнение по первому закону Кирхгофа для узла 1.

$$I_1 + J - I_2 = 0. \quad (4.6)$$

В соответствии с законами Ома для активной и пассивной ветви

$$I_1 = \frac{\varphi_4 - \varphi_1 + E_1}{R_1} = \left(\varphi_1 + E_1 \right) g_1,$$

где $g_1 = \frac{1}{R_1}$ - проводимость первой ветви.

$$I_2 = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{R_2} = \left(\varphi_1 - \varphi_2 \right) g_2,$$

где $g_2 = \frac{1}{R_2}$ - проводимость второй ветви.

Подставим выражения токов в уравнение (4.6).

$$\begin{aligned} -\varphi_1 g_1 + E_1 g_1 + J - \varphi_1 g_2 + \varphi_2 g_2 &= 0, \\ \varphi_1 \left(g_1 + g_2 \right) - \varphi_2 g_2 &= E_1 g_1 + J, \\ \varphi_1 g_{11} - \varphi_2 g_{12} &= E_1 g_1 + J, \end{aligned} \quad (4.7)$$

где $g_{11} = g_1 + g_2$ - собственная проводимость узла 1.

Собственной проводимостью узла называется сумма проводимостей ветвей, сходящихся в данном узле.

$g_{12} = g_2$ - общая проводимость между узлами 1 и 2.

Общей проводимостью называют проводимость ветви, соединяющей узлы 1 и 2.

$\left(E_1 \cdot g_1 + J \right)$ - сумма токов источников, находящихся в ветвях, сходящихся в узле 1.

Если ток источника направлен к узлу, величина его записывается в правую часть уравнения со знаком «плюс», если от узла – со знаком «минус».

По аналогии запишем для узла 2:

$$\varphi_2 \left(g_2 + g_3 + g_5 \right) - \varphi_1 g_2 - \varphi_3 g_3 = -E_5 g_5, \quad (4.8)$$

для узла 3:

$$\varphi_3 \left(g_3 + g_4 \right) - \varphi_2 g_3 = -J. \quad (4.9)$$

Решив совместно уравнения (4.7), (4.8), (4.9), определим неизвестные потенциалы $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3$, а затем по закону Ома для активной или пассивной ветви

найдем токи. Если число узлов схемы – n , количество уравнений по методу узловых потенциалов – $(n - 1)$.

Замечание.

Если в какой-либо ветви содержится идеальный источник ЭДС, необходимо один из двух узлов, между которыми включена эта ветвь, выбрать в качестве базисного, тогда потенциал другого узла окажется известным и равным величине ЭДС. Количество составляемых узловых уравнений становится на одно меньше.

4.4. Метод двух узлов

Схема на рис. 4.4 имеет два узла. Потенциал точки 2 примем равным нулю $\varphi_2 = 0$. Составим узловое уравнение для узла 1.

$$\varphi_1 g_1 + g_2 + g_3 \xrightarrow{\varphi_2} \varphi_2 g_1 + g_2 + g_3 \xrightarrow{E_1 g_1 - E_2 g_2},$$

$$U_{12} = \varphi_1 - \varphi_2 = \varphi_1 = \frac{E_1 g_1 - E_2 g_2}{g_1 + g_2 + g_3}$$

где $g_1 = \frac{1}{R_1}$, $g_2 = \frac{1}{R_2}$, $g_3 = \frac{1}{R_3}$ -, проводимости ветвей.

В общем виде:

$$U_{12} = \varphi_1 - \varphi_2 = \varphi_1 = \frac{\sum E \cdot g}{\sum g}.$$

В знаменателе формулы – сумма проводимостей параллельно включенных ветвей. В числителе – алгебраическая сумма произведений ЭДС источников на проводимости ветвей, в которые эти ЭДС включены. ЭДС в формуле записывается со знаком «плюс», если она направлена к узлу 1, и со знаком «минус», если направлена от узла 1.

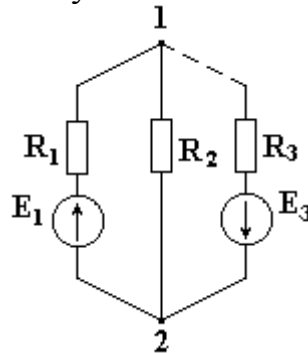


Рис. 4.4

После вычисления величины потенциала φ_1 находим токи в ветвях, используя закон Ома для активной и пассивной ветви.

4.5. Метод эквивалентного генератора

Этот метод используется тогда, когда надо определить ток только в одной ветви сложной схемы.

Чтобы разобраться с методом эквивалентного генератора, ознакомимся сначала с понятием «двухполюсник».

Часть электрической цепи с двумя выделенными зажимами называется двухполюсником. Двухполюсники, содержащие источники энергии, называются

активными. На рис. 4.5 показано условное обозначение активного двухполюсника.

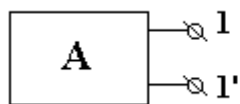


Рис. 4.5

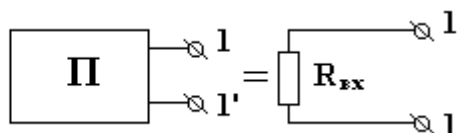


Рис. 4.6

Входное сопротивление пассивного двухполюсника можно измерить.

Если известна схема пассивного двухполюсника, входное сопротивление его можно определить, свернув схему относительно заданных зажимов.

Дана электрическая цепь. Необходимо определить ток I_1 в ветви с сопротивлением R_1 в этой цепи. Выделим эту ветвь, а оставшуюся часть схемы заменим активным двухполюсником (рис. 4.7).

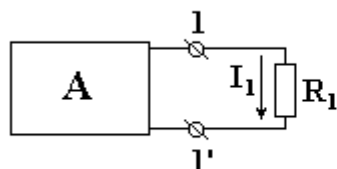


Рис. 4.7

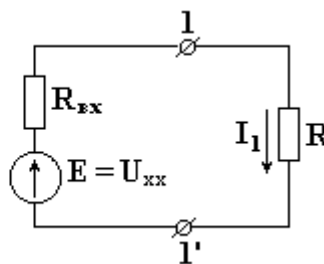


Рис. 4.8

Параметры эквивалентного генератора (напряжение холостого хода и входное сопротивление) можно определить экспериментально или расчетным путем.

Ниже показан способ вычисления этих параметров расчетным путем в схеме на рис. 4.2. Изобразим на рисунке 4.9 схему, предназначенную для определения напряжения холостого хода. В этой схеме ветвь с сопротивлением R_1 разорвана, это сопротивление удалено из схемы. На разомкнутых зажимах появляется напряжение холостого хода. Для определения этого напряжения составим уравнение для первого контура по второму закону Кирхгофа.

$$E_1 = U_{хх} + R_3 \cdot I'_3,$$

откуда находим

$$U_{xx} = E_1 - R_3 \cdot I'_3, \quad (4.11)$$

где $I'_3 = I'_2$ определяется из уравнения, составленного по второму закону Кирхгофа для второго контура

$$I'_3 = I'_2 = \frac{E_2}{R_{\text{вх}} + R_2 + R_3}. \quad (4.12)$$

Так как первая ветвь разорвана, ЭДС E_1 не создает ток. Падение напряжения на сопротивлении $R_{\text{вн1}}$ отсутствует.

На рис. 4.10 изображена схема, предназначенная для определения входного сопротивления.

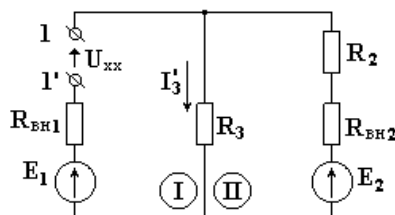


Рис. 4.9

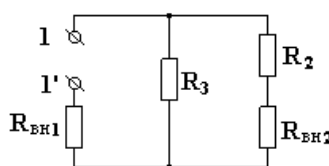


Рис. 4.10

Из схемы на рис. 4.9 удалены все источники (E_1 и E_2), т.е. эти ЭДС мысленно закорочены. Входное сопротивление $R_{\text{вх}}$ определяют, свертывая схему относительно зажимов 1-1'

$$R_{\text{вх}} = R_{\text{вн1}} + \frac{R_{\text{вн2}} + R_2}{R_{\text{вн2}} + R_2 + R_3}. \quad (4.13)$$

Для определения параметров эквивалентного генератора экспериментальным путем необходимо выполнить опыты холостого хода и короткого замыкания.

При проведении опыта холостого хода от активного двухполюсника отключают сопротивление R_1 , ток I_1 в котором необходимо определить. К зажимам двухполюсника 1-1' подключают вольтметр и измеряют напряжение холостого хода U_{xx} (рис. 4.11).

При выполнении опыта короткого замыкания соединяют проводником зажимы 1-1' активного двухполюсника и измеряют амперметром ток короткого замыкания $I_{1\text{кз}}$ (рис. 4.12).

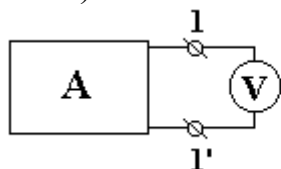


Рис.4.11

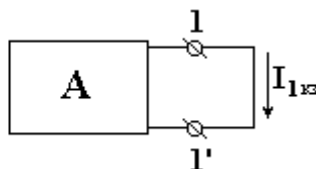


Рис.4.12

$$I_{1\text{кз}} = \frac{U_{xx}}{R_{\text{вх}}},$$

откуда

$$R_{\text{вх}} = \frac{U_{xx}}{I_{1\text{кз}}}. \quad (4.14)$$

5. НЕЛИНЕЙНЫЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ЦЕПИ ПОСТОЯННОГО ТОКА

5.1. Основные определения

Все электрические цепи являются нелинейными. Они могут считаться линейными в ограниченных диапазонах значений токов и напряжений. Например, при чрезмерно больших токах происходит значительный нагрев материала проводников, сопровождающийся резкими изменениями их сопротивлений.

В линейной электрической цепи сопротивления ее элементов не зависят от величины или направления тока или напряжения. Вольтамперные характеристики линейных элементов (зависимость напряжения на элементе от тока) являются прямыми линиями (рис. 5.1).

Электрическое сопротивление линейного элемента пропорционально тангенсу угла наклона его вольтамперной характеристики к оси тока.

$$R = \frac{U}{I} = \frac{m_U}{m_I} \cdot \frac{ac}{oc} = \frac{m_U}{m_I} \cdot \operatorname{tg} \alpha,$$

где m_U и m_I - масштабы напряжения и тока.

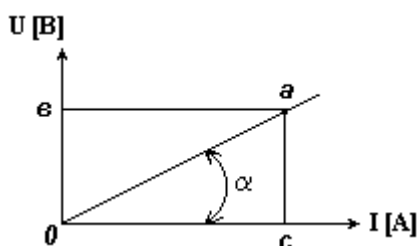


Рис. 5.1

В нелинейной электрической цепи сопротивления ее элементов зависят от величины или направления тока или напряжения.

Нелинейные элементы имеют криволинейные вольтамперные характеристики, симметричные или несимметричные относительно осей координат.

Сопротивления нелинейных элементов с симметричной характеристикой не зависят от направления тока.

Сопротивления нелинейных элементов с несимметричной характеристикой зависят от направления тока.

Например, электролампы, термисторы имеют симметричные вольтамперные характеристики (рис. 5.2), а полупроводниковые диоды — несимметричные характеристики (рис. 5.3).

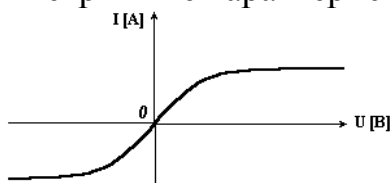


Рис. 5.2

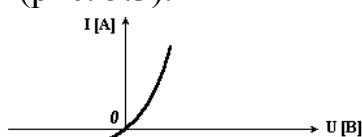


Рис. 5.3

Статическим или интегральным сопротивлением нелинейного элемента называется отношение напряжения на элементе к величине тока. Это

сопротивление пропорционально тангенсу угла наклона α между осью тока и прямой, проведенной из начала координат в точку **a** характеристики.

$$R_{cm} = \frac{U}{I} = \frac{m_U}{m_I} \cdot \frac{ov}{av} = \frac{m_U}{m_I} \cdot \operatorname{tg} \alpha.$$

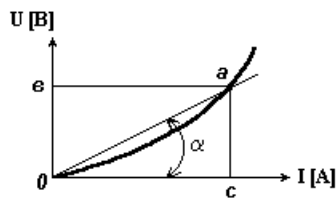


Рис. 5.4

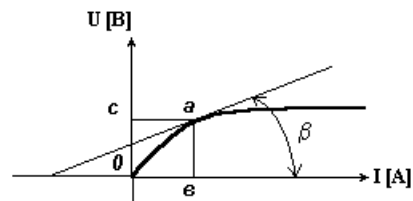


Рис. 5.5

Дифференциальное или динамическое сопротивление нелинейного элемента — это величина, равная отношению бесконечно малого приращения напряжения на нелинейном сопротивлении к соответствующему приращению тока.

Это сопротивление пропорционально тангенсу угла наклона β между осью тока и касательной к точке **a** характеристики.

$$R_{\partial} = \frac{dU}{dI} = \frac{\Delta U}{\Delta I} = \frac{m_U}{m_I} \cdot \frac{av}{ov} = \frac{m_U}{m_I} \cdot \operatorname{tg} \beta.$$

При переходе от одной точки вольтамперной характеристики к соседней статическое и динамическое сопротивления нелинейного элемента меняются.

Статическое и динамическое сопротивления линейного элемента одинаковы и не зависят от тока или напряжения.

5.2. Графический метод расчета нелинейных цепей постоянного тока

Известные аналитические методы непригодны для расчета нелинейных электрических цепей, так как сопротивления нелинейных элементов зависят от направления и значения тока или напряжения. Применяются графоаналитические методы, основанные на применении законов Кирхгофа и использовании заданных вольтамперных характеристик (ВАХ) этих элементов. Рассмотрим электрическую цепь, состоящую из двух последовательно соединенных нелинейных сопротивлений н.с.1 и н.с.2 (рис. 5.6). ВАХ 1 и ВАХ 2 приведены на рис. 5.7.

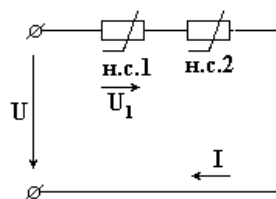


Рис. 5.6

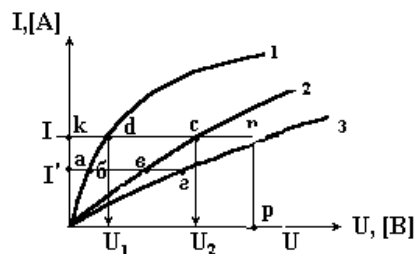


Рис. 5.7

К цепи подведено напряжение U , и оно равно сумме падений напряжений на н.с.1 и н.с.2:

$$U \overset{\curvearrowright}{=} U_1 \overset{\curvearrowright}{+} U_2 \overset{\curvearrowright}{=} \quad (5.1)$$

По всей цепи протекает один и тот же ток I , так как н.с.1 и н.с.2 соединены между собой последовательно. Для определения тока в электрической цепи нужно построить результирующую ВАХ цепи. Для построения этой характеристики следует суммировать абсциссы кривых 1 и 2 ($ag = ab + av$), соответствующие одним и те же значениям тока. Далее, задаваясь произвольным значением тока (например, больше I' и меньше I') можно построить ВАХ всей цепи (рис. 5.7, кривая 3). Затем, пользуясь этой ВАХ, можно найти искомый ток всей цепи и искомые напряжения на н.с.1 и н.с.2. Для этого отложим на оси абсцисс отрезок $op = \frac{U}{m_U}$ (m_U - масштаб напряжения

источника питания) и проведем из точки p прямую, перпендикулярную оси абсцисс до пересечения с кривой 3. Получим отрезок $np = ko$. Ток $I = ko \cdot m_I$ (m_I - масштаб тока всей цепи). Для найденного тока по ВАХ 1 и ВАХ 2 находим напряжения U_1 и U_2 .

$$U_1 = kd \cdot m_U; \quad U_2 = kc \cdot m_U.$$

При параллельном соединении двух нелинейных элементов (рис. 5.8) ток в неразветвленной части электрической цепи равен сумме токов в параллельных определенных ветвях. Поэтому при построении результирующей ВАХ всей цепи следует суммировать ординаты графиков 1 и 2 (рис. 5.9), соответствующие одним и те же значениям напряжения, так как к этим нелинейным элементам приложено одно и то же напряжение, равное напряжению внешней сети, т.е. источника питания. Например, для произвольного значения напряжения $U' = oa \cdot m_U$ находим ординату ag точки для результирующей кривой 3.

$$(ag = av + ab)$$

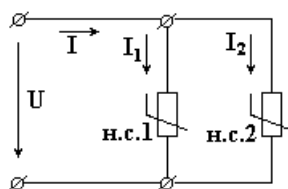


Рис. 5.8

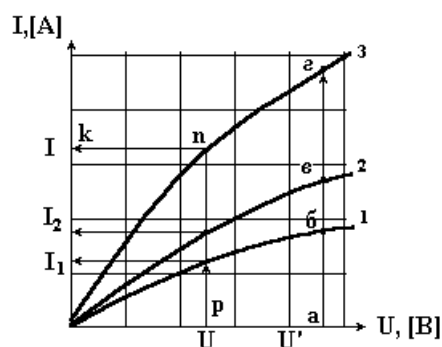


Рис. 5.9

Далее задаваясь произвольным значением напряжения больше и меньше U' , можно построить ВАХ всей цепи (кривая 3). Затем, пользуясь ВАХ, можно при любом значении приложенного напряжения U (отрезок op) найти величину общего тока I ($pn = ok$). Это напряжение также определяет значения токов I_1 и I_2 в отдельных ветвях с учетом масштаба тока m_I .

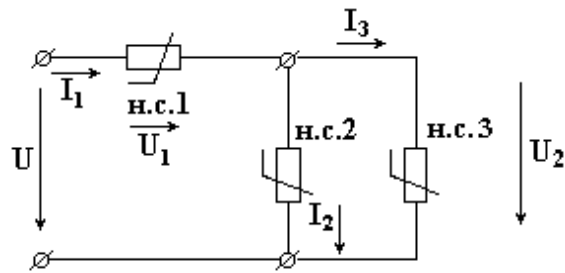


Рис. 5.10

В случае смешанного (рис. 5.10) соединения расчет цепи производят в следующем порядке: сначала заменяют два параллельно соединенных нелинейных элемента одним эквивалентным; схема со смешанным соединением приводится к рассмотренной ранее схеме последовательного соединения двух нелинейных элементов.

6. ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ЦЕПИ ОДНОФАЗНОГО ПЕРЕМЕННОГО ТОКА

6.1. Основные определения

Переменным называется электрический ток, величина и направление которого изменяются во времени.

Область применения переменного тока намного шире, чем постоянного. Это объясняется тем, что напряжение переменного тока можно легко понижать или повышать с помощью трансформатора, практически в любых пределах. Переменный ток легче транспортировать на большие расстояния. Но физические процессы, происходящие в цепях переменного тока, сложнее, чем в цепях постоянного тока из-за наличия переменных магнитных и электрических полей.

Значение переменного тока в рассматриваемый момент времени называют мгновенным значением и обозначают строчной буквой i .

Мгновенный ток называется периодическим, если значения его повторяются через одинаковые промежутки времени

$$i(t) = i(t + T).$$

Наименьший промежуток времени, через который значения переменного тока повторяются, называется периодом.

Период T измеряется в секундах. Периодические токи, изменяющиеся по синусоидальному закону, называются синусоидальными.

Мгновенное значение синусоидального тока определяется по формуле

$$i(t) = I_m \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{T} \cdot t + \varphi_i\right) = I_m \cdot \sin \omega t + \varphi_i = I_m \cdot \sin(\omega t + \varphi_i),$$

где I_m - максимальное или амплитудное значение тока.

Аргумент синусоидальной функции $\frac{2\pi}{T} \cdot t + \varphi_i$ называют фазой; величину φ_i , равную фазе в момент времени $t = 0$, называют начальной фазой. Фаза измеряется в радианах или градусах. Величину, обратную периоду, называют частотой. Частота f измеряется в герцах.

$$f = \frac{1}{T} \text{ (Гц)}.$$

В Западном полушарии и в Японии используется переменный ток частотой 60 Гц, в Восточном полушарии – частотой 50 Гц.

Величину $\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi \cdot f$ называют круговой или угловой частотой. Угловая частота измеряется в рад/с .

Если у синусоидальных токов начальные фазы при одинаковых частотах одинаковы, говорят, что эти токи совпадают по фазе. Если неодинаковы по фазе, говорят, что токи сдвинуты по фазе. Сдвиг фаз двух синусоидальных токов измеряется разностью начальных фаз

$$\varphi = \varphi_1 - \varphi_2.$$

С помощью осциллографа можно измерить амплитудное значение синусоидального тока или напряжения.

Амперметры и вольтметры электромагнитной системы измеряют действующие значения переменного тока и напряжения.

Действующим значением переменного тока называется среднеквадратичное значение тока за период. Действующее значение тока (для синусоиды $i = I_m \cdot \sin \omega t$)

$$I = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T i^2 \cdot dt} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T I_m^2 \cdot \sin^2 \omega t \cdot dt} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T I_m^2 \cdot \frac{1 - \cos 2\omega t}{2} \cdot dt} =$$

$$= \frac{I_m}{\sqrt{2}} \sqrt{\int_0^T dt - \int_0^T \cos 2\omega t \cdot dt} = \frac{I_m}{\sqrt{2}}$$

Аналогично определяются действующие значения ЭДС и напряжений

$$I = \frac{I_m}{\sqrt{2}}, \quad U = \frac{U_m}{\sqrt{2}}, \quad E = \frac{E_m}{\sqrt{2}}.$$

Действующие значения переменного тока, напряжения, ЭДС меньше максимальных в $\sqrt{2}$ раз.

Законы Ома и Кирхгофа справедливы для мгновенных значений токов и напряжений. Закон Ома для мгновенных значений:

$$i = \frac{u}{R}. \quad (6.1)$$

Законы Кирхгофа для мгновенных значений:

$$\sum i = 0. \quad (6.2)$$

$$\sum e = \sum u. \quad (6.3)$$

6.2. Изображения синусоидальных функций времени в векторной форме

При расчете электрических цепей часто приходится складывать или вычитать величины токов или напряжений, являющиеся синусоидальными функциями времени. Графические построения или тригонометрические преобразования в этом случае могут оказаться слишком громоздкими.

Задача упрощается, если представить наши синусоидальные функции в векторной форме. Имеем синусоидальную функцию $i = I_m \cdot \sin(\omega t + \varphi)$. Известно, что проекция отрезка, вращающегося вокруг оси с постоянной угловой скоростью, на любую линию, проведенную в плоскости вращения, изменяется по синусоидальному закону.

Пусть отрезок прямой длиной I_m начинает вращаться вокруг оси O из положения, когда он образует с горизонтальной осью угол φ и вращается против часовой стрелки с постоянной угловой скоростью ω . Проекция отрезка на вертикальную ось в начальный момент времени $oa = I_m \cdot \sin \varphi$. Когда отрезок повернется на угол α_1 , проекция его $o'a = I_m \cdot \sin(\varphi + \alpha_1)$. Откладывая углы $\alpha_1, \alpha_2, \dots$ на горизонтальной оси, а проекции отрезка прямой - на вертикальной оси, получим ряд точек синусоиды (рис. 6.1).

Пусть даны два синусоидальных тока: $i_1 = I_{1m} \cdot \sin(\omega t + \varphi_1)$

и $i_2 = I_{2m} \cdot \sin(\omega t + \varphi_2)$. Нужно сложить эти токи и получить результирующий ток:

$$i_3 = i_1 + i_2 = I_{1m} \cdot \sin(\omega t + \varphi_1) + I_{2m} \cdot \sin(\omega t + \varphi_2) = I_{3m} \cdot \sin(\omega t + \varphi_3).$$

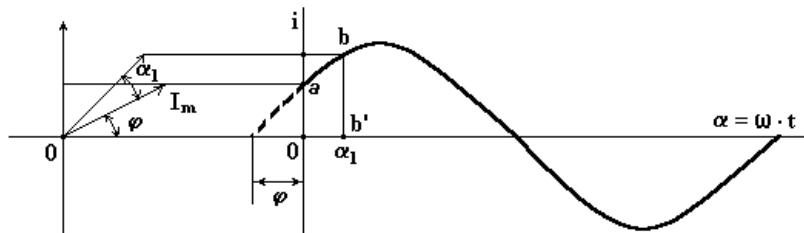


Рис. 6.1

Представим синусоидальные токи i_1 и i_2 в виде двух радиус-векторов, длина которых равна в соответствующем масштабе I_{1m} и I_{2m} . Эти векторы расположены в начальный момент времени под углами φ_1 и φ_2 относительно горизонтальной оси. Сложим геометрически отрезки I_{1m} и I_{2m} . Получим отрезок, длина которого равна амплитудному значению результирующего тока I_{3m} . Отрезок расположен под углом φ_3 относительно горизонтальной оси. Все три отрезка вращаются вокруг оси O с постоянной угловой скоростью ω . Проекции отрезков на вертикальную ось изменяются по синусоидальному закону. Будучи остановленными для рассмотрения, данные отрезки образуют векторную диаграмму (рис. 6.2)

Векторная диаграмма – это совокупность векторов, изображающих синусоидальные напряжения, токи и ЭДС одинаковой частоты.

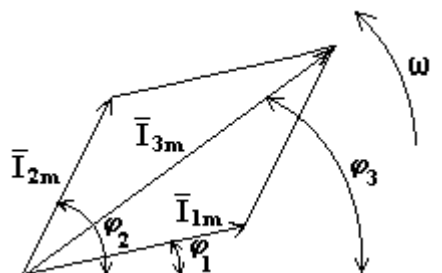


Рис. 6.2

Необходимо отметить, что напряжение, ток и ЭДС – это скалярные, а не векторные величины. Мы представляем их на векторной диаграмме в виде не пространственных, а временных радиус-векторов, вращающихся с одинаковой угловой скоростью. Изображать на векторной диаграмме два вектора, вращающихся с различной угловой скоростью, бессмысленно.

Положительным считается направление вращения векторов против часовой стрелки.

Векторные диаграммы используются для качественного анализа электрических цепей, а также при решении некоторых электротехнических задач.

6.3. Изображение синусоидальных функций времени в комплексной форме

При расчетах цепей синусоидального тока используют символический метод расчета или метод комплексных амплитуд. В этом методе сложение двух

синусоидальных токов заменяют сложением двух комплексных чисел, соответствующих этим токам.

Из курса математики известно, что комплексное число может быть записано в показательной или алгебраической форме:

$$C = c \cdot e^{j\varphi} = a + j \cdot b,$$

где c – модуль комплексного числа;

φ – аргумент;

a – вещественная часть комплексного числа;

b – мнимая часть;

j – мнимая единица, $j = \sqrt{-1}$.

С помощью формулы Эйлера можно перейти от показательной формы записи к алгебраической.

$$c \cdot e^{j\varphi} = c \cdot \cos \varphi + j \cdot c \cdot \sin \varphi = a + j \cdot b;$$

$$a = c \cdot \cos \varphi; \quad b = c \cdot \sin \varphi.$$

От алгебраической формы записи переходят к показательной форме с помощью формул:

$$c = \sqrt{a^2 + b^2}; \quad \varphi = \arctg \frac{b}{a}.$$

Комплексное число может быть представлено в виде радиус-вектора в комплексной плоскости. Вектор длиной, равной модулю c , расположен в начальный момент времени под углом φ относительно вещественной оси (рис.6.3).

Умножим комплексное число на множитель $e^{j\beta}$. Радиус-вектор на комплексной плоскости повернется на угол β . Множитель $e^{j\beta}$ называется поворотным

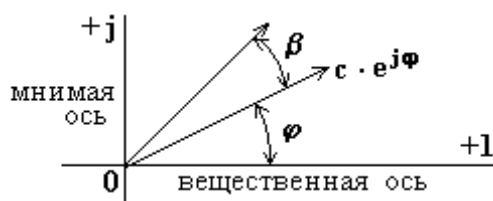


Рис.6.3

$$c \cdot e^{j\varphi} \cdot e^{j\beta} = c \cdot e^{j(\varphi+\beta)}.$$

Если $\beta = \omega \cdot t$, то вектор, умноженный на $e^{j\omega t}$, превратится во вращающийся со скоростью ω радиус-вектор.

Выражение $c \cdot e^{j\omega t} \cdot e^{j\varphi} = c \cdot e^{j(\omega t + \varphi)}$ называется комплексной функцией времени. Применительно к напряжению, получим $U_m \cdot e^{j\omega t} \cdot e^{j\varphi} = \dot{U}_m \cdot e^{j\omega t}$ – комплексную функцию времени для напряжения.

$\dot{U}_m = U_m \cdot e^{j\varphi}$ – комплексная амплитуда напряжения (исходное положение вектора в комплексной плоскости). Определим, чему равна мнимая часть комплексной функции времени для напряжения.

$$\begin{aligned} J_m \left[\dot{U}_m \cdot e^{j\omega t} \right] &= J_m \left[U_m \cdot e^{j(\omega t + \varphi)} \right] = \\ &= J_m \left[U_m \cdot \cos(\omega t + \varphi) + j U_m \cdot \sin(\omega t + \varphi) \right] = U_m \cdot \sin(\omega t + \varphi) = u. \end{aligned}$$

Мгновенное синусоидальное напряжение (ток, ЭДС) является мнимой частью соответствующей комплексной функции времени.

Замечание. В электротехнике над символами, изображающими комплексные напряжения, токи, ЭДС, принято ставить точку.

Синусоидальные функции времени могут быть представлены векторами в комплексной плоскости, вращающимися против часовой стрелки с постоянной угловой скоростью ω . Проекция вектора на мнимую ось изменяется по синусоидальному закону.

Пример.

$$i_1 = 3 \cdot \sin(14 \cdot t + 30^\circ) \text{ А}; \quad i_2 = 2 \cdot \sin(14 \cdot t + 45^\circ) \text{ А}; \quad i_3 = i_1 + i_2 = I_{3m} \cdot \sin(14 \cdot t + \varphi_3).$$

Сложение синусоидальных токов заменим сложением комплексных амплитуд, соответствующих этим токам.

$$\begin{aligned} \dot{I}_{1m} &= 3 \cdot e^{j30^\circ}; & \dot{I}_{2m} &= 2 \cdot e^{j45^\circ}; \\ \dot{I}_{3m} &= \dot{I}_{1m} + \dot{I}_{2m} = 3 \cdot e^{j30^\circ} + 2 \cdot e^{j45^\circ} \\ &= 3 \cdot \cos 30^\circ + j \cdot 3 \cdot \sin 30^\circ + 2 \cdot \cos 45^\circ + j \cdot 2 \cdot \sin 45^\circ = \\ &= 2,6 + j \cdot 1,5 + 1,414 + j \cdot 1,414 = 4,014 + j \cdot 2,914 = \\ &= \sqrt{4,014^2 + 2,914^2} \cdot e^{j \arctg \frac{2,914}{4,014}} = 4,96 \cdot e^{j36,2^\circ}. \end{aligned}$$

Амплитуда результирующего тока $I_{3m} = 4,96 \text{ А}$, начальная фаза - $\varphi_3 = 36,2^\circ$.

Мгновенное значение результирующего тока

$$i_3 = 4,96 \cdot \sin(14 \cdot t + 36,2^\circ) \text{ А}.$$

Законы Ома и Кирхгофа в комплексной форме:

$$\dot{I}_m = \frac{\dot{U}_m}{R} \text{ - закон Ома;} \quad (6.4)$$

$$\sum \dot{I}_m = 0 \text{ - первый закон Кирхгофа;} \quad (6.5)$$

$$\sum \dot{E}_m = \sum \dot{U}_m \text{ - второй закон Кирхгофа.} \quad (6.6)$$

6.4. Сопротивление в цепи синусоидального тока

Если напряжение $u = U_m \cdot \sin(\omega t + \varphi_u)$ подключить к сопротивлению R , то через него протекает ток

$$i = \frac{u}{R} = \frac{U_m}{R} \cdot \sin(\omega t + \varphi_u) = I_m \cdot \sin(\omega t + \varphi_i). \quad (6.7)$$

Анализ выражения (6.7) показывает, что напряжение на сопротивлении и ток, протекающий через него, совпадают по фазе.

Формула (6.7) в комплексной форме записи имеет вид

$$\dot{I}_m = \frac{\dot{U}_m}{R}, \quad (6.8)$$

где $\dot{I}_m = I_m \cdot e^{j\varphi_i}$ и $\dot{U}_m = U_m \cdot e^{j\varphi_u}$ - комплексные амплитуды тока и напряжения.

Комплексному уравнению (6.8) соответствует векторная диаграмма (рис. 6.4).

Из анализа диаграммы следует, что векторы напряжения и тока совпадают по направлению.

Сопротивление участка цепи постоянному току называется омическим, а сопротивление того же участка переменному току – активным сопротивлением.

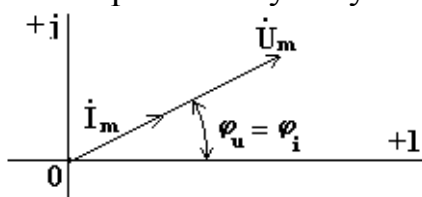


Рис. 6.4

Активное сопротивление больше омического из-за явления поверхностного эффекта. Поверхностный эффект заключается в том, что ток вытесняется из центральных частей к периферии сечения проводника.

6.5. Индуктивная катушка в цепи синусоидального тока

Сначала рассмотрим идеальную индуктивную катушку, активное сопротивление которой равно нулю. Пусть по идеальной катушке с индуктивностью L протекает синусоидальный ток $i = I_m \cdot \sin \omega t$. Этот ток создает в индуктивной катушке переменное магнитное поле, изменение которого вызывает в катушке ЭДС самоиндукции

$$e_L = -L \cdot \frac{di}{dt}. \quad (6.9)$$

Эта ЭДС уравнивается напряжением, подключенным к катушке:
 $u + e_L = 0$.

$$u = -e_L = L \cdot \frac{di}{dt} = \omega \cdot L \cdot I_m \cdot \cos \omega t = \omega \cdot L \cdot I_m \cdot \sin \left(\omega t + 90^\circ \right). \quad (6.10)$$

Таким образом, ток в индуктивности отстает по фазе от напряжения на 90° из-за явления самоиндукции.

Уравнение вида (6.10) для реальной катушки, имеющей активное сопротивление R , имеет следующий вид:

$$u = R \cdot I_m \cdot \sin \omega t + \omega \cdot L \cdot I_m \cdot \sin \left(\omega t + 90^\circ \right). \quad (6.11)$$

Анализ выражения (6.11) показывает, что ЭДС самоиндукции оказывает препятствие (сопротивление) протеканию переменного тока, из-за чего ток в реальной индуктивной катушке отстает по фазе от напряжения на некоторый угол φ ($0^\circ < \varphi < 90^\circ$) величина которого зависит от соотношения R и L .

Выражение (6.11) в комплексной форме записи имеет вид:

$$\begin{aligned} \dot{U}_m &= R \cdot \dot{I}_m + \omega \cdot L \cdot e^{j90^\circ} \cdot \dot{I}_m = R \cdot \dot{I}_m + j \cdot \omega \cdot L \cdot I_m = \\ &= (R + j \cdot \omega \cdot L) \cdot \dot{I}_m = Z_L \cdot I_m = z_L \cdot e^{j\varphi} \cdot \dot{I}_m, \\ e^{j90^\circ} &= \cos 90^\circ + j \cdot \sin 90^\circ = j, \end{aligned} \quad (6.12)$$

где Z_L - полное комплексное сопротивление индуктивной катушки
 $Z_L = R + j \cdot X_L$;

z_L - модуль комплексного сопротивления;

$\varphi = \arctg \frac{\omega \cdot L}{R}$ - начальная фаза комплексного сопротивления;

$X_L = \omega \cdot L$ - индуктивное сопротивление (фиктивная величина, характеризующая реакцию электрической цепи на переменное магнитное поле).

Полное сопротивление индуктивной катушки или модуль комплексного сопротивления

$$z_L = \sqrt{R^2 + \omega^2 L^2} = \sqrt{R^2 + X_L^2}.$$

Комплексному уравнению (6.12) соответствует векторная диаграмма (рис.6.5).

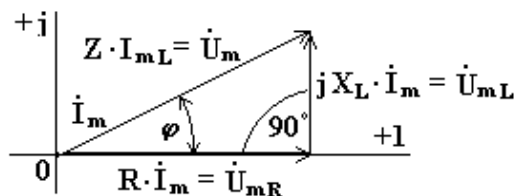


Рис. 6.5

Из анализа диаграммы видно, что вектор напряжения на индуктивности опережает вектор тока на 90° .

В цепи переменного тока напряжения на участках цепи складываются не арифметически, а геометрически.

Если мы поделим стороны треугольника напряжений на величину тока I_m , то перейдем к подобному треугольнику сопротивлений (рис. 6.6).

Из треугольника сопротивлений получим несколько формул:

$$\cos \varphi = \frac{R}{z}; \quad \sin \varphi = \frac{X_L}{z};$$

$$z = \sqrt{R^2 + X_L^2}$$

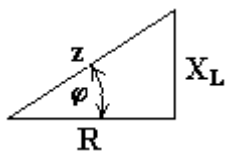


Рис. 6.6

$$R = z \cdot \cos \varphi; \quad X_L = z \cdot \sin \varphi.$$

6.6. Емкость в цепи синусоидального тока

Если к конденсатору емкостью C подключить синусоидальное напряжение, то в цепи протекает синусоидальный ток.

$$u = U_m \cdot \sin(\omega t + \varphi_u).$$

$$i = C \cdot \frac{du}{dt} = \omega \cdot C \cdot U_m \cdot \sin(\omega t + \varphi_u + 90^\circ). \quad (6.13)$$

Из анализа выражений 6.13 следует, что ток опережает напряжение по фазе на 90° .

Выражение (6.13) в комплексной форме записи имеет вид:

$$i_m = \frac{\dot{U}_m \cdot e^{j90^\circ}}{\frac{1}{\omega C}} = \frac{j \cdot \dot{U}_m}{\frac{1}{\omega C}} = \frac{\dot{U}_m}{-j X_C}, \quad e^{j90^\circ} = j, \quad (6.14)$$

где $X_c = \frac{1}{\omega c}$ - емкостное сопротивление, фиктивная расчетная величина,

имеющая размерность сопротивления.

Если комплексное сопротивление индуктивности положительно $Z_L = j \cdot \omega \cdot L = j \cdot X_L$, то комплексное сопротивление емкости отрицательно $Z_C = -j \cdot X_c = -j \frac{1}{\omega \cdot c}$.

На рис. 6.7 изображена векторная диаграмма цепи с емкостью. Вектор тока опережает вектор напряжения на 90° .

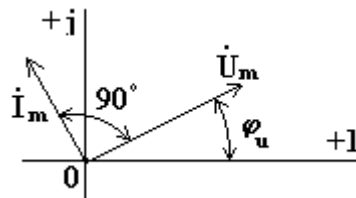


Рис. 6.7

6.7. Последовательно соединенные реальная индуктивная катушка и конденсатор в цепи синусоидального тока

Катушка с активным сопротивлением R и индуктивностью L и конденсатор емкостью C включены последовательно (рис. 6.8). В схеме протекает синусоидальный ток $i = I_m \cdot \sin \omega t$. Определим напряжение на входе схемы.

В соответствии со вторым законом Кирхгофа,

$$u = u_R + u_L + u_C$$

$$u_R = i \cdot R, \quad u_L = L \cdot \frac{di}{dt}, \quad u_C = \frac{1}{c} \int i \cdot dt. \quad (6.15)$$

Подставим эти формулы в уравнение (6.15). Получим:

$$\begin{aligned} u_R &= i \cdot R + L \cdot \frac{di}{dt} + \frac{1}{c} \int i \cdot dt = R \cdot I_m \cdot \sin \omega t + \\ &+ L \cdot \omega \cdot I_m \cdot \cos \omega t - \frac{1}{\omega c} \cdot I_m \cdot \cos \omega t = R \cdot I_m \cdot \sin \omega t + \\ &+ X_L \cdot I_m \cdot \sin \left(\omega t + 90^\circ \right) + X_c \cdot I_m \cdot \sin \left(\omega t - 90^\circ \right) \end{aligned} \quad (6.16)$$

Из выражения (6.16) видно: напряжение в активном сопротивлении совпадает по фазе с током, напряжение на индуктивности опережает по фазе ток на 90° , напряжение по емкости отстает по фазе от тока на 90° .

Запишем уравнение (6.16) в комплексной форме:

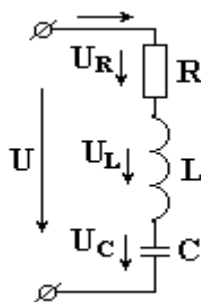


Рис. 6.8

$$\frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \dot{U}_m = R \cdot \dot{I}_m + X_L \cdot \dot{I}_m \cdot e^{j90^\circ} + X_C \cdot \dot{I}_m \cdot e^{-j90^\circ} \Rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}} =$$

$$= R \cdot \dot{I}_m + j \cdot X_L \cdot \dot{I}_m - j \cdot X_C \cdot \dot{I}_m \Rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}} \quad (6.17)$$

Поделим левую и правую части уравнения (6.17) на $\sqrt{2}$.

Получим уравнение для комплексов действующих значений токов и напряжений

$$\dot{U}_m = \dot{I} [R + jX_L - X_C] = \dot{I} \cdot Z = \dot{I} \cdot z \cdot e^{-j\varphi}, \quad (6.18)$$

где $Z = R + jX_L - X_C$ - комплексное сопротивление цепи;

$z = \sqrt{R^2 + X_L^2 - X_C^2}$ - модуль комплексного сопротивления или полное сопротивление цепи;

$\varphi = \arctg \frac{X_L - X_C}{R}$ - начальная фаза комплексного сопротивления.

При построении векторных диаграмм цепи рассмотрим три случая.

1. $X_L > X_C$, цепь носит индуктивный характер. Векторы напряжений на индуктивности и емкости направлены в противоположные стороны, частично компенсируют друг друга. Вектор напряжения на входе схемы опережает вектор тока (рис. 6.9).

2. Индуктивное сопротивление меньше емкостного. Вектор напряжения на входе схемы отстает от вектора тока. Цепь носит емкостный характер (рис. 6.10).

3. Индуктивное и емкостное сопротивления одинаковы. Напряжения на индуктивности и емкости полностью компенсируют друг друга. Ток в цепи совпадает по фазе с входным напряжением. В электрической цепи наступает режим резонансного напряжения (рис. 6.11).

Ток в резонансном режиме достигает максимума, так как полное сопротивление (z) цепи имеет минимальное значение.

$$I = \frac{U}{z} = \frac{U}{\sqrt{R^2 + X_L^2 - X_C^2}} = \frac{U}{R}.$$

Условие возникновения резонанса: $\omega_0 \cdot L = \frac{1}{\omega_0 \cdot C}$, отсюда резонансная

частота равна $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{L \cdot C}}$.

Из формулы следует, что режима резонанса можно добиться следующими способами:

- 1) изменением частоты;
- 2) изменением индуктивности;
- 3) изменением емкости.

В резонансном режиме входное напряжение равно падению напряжения в активном сопротивлении. На индуктивности и емкости схемы могут возникнуть напряжения, во много раз превышающие напряжение на входе цепи. Это объясняется тем, что каждое напряжение равно току I_0 (а он наибольший),

умноженному на соответствующее индуктивное или емкостное сопротивление (а они могут быть большими).

$$U = R \cdot I_0 \ll X_L \cdot I_0 = X_c \cdot I_0.$$

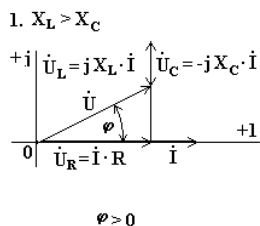


Рис. 6.9

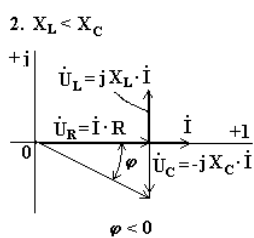


Рис. 6.10

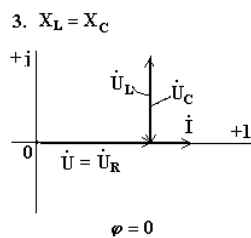


Рис. 6.11

6.8. Параллельно соединенные индуктивность, емкость и активное сопротивление в цепи синусоидального тока

К схеме на рис. 6.12 подключено синусоидальное напряжение $u = U_m \cdot \sin \omega t$. Схема состоит из параллельно включенных индуктивности, емкости и активного сопротивления. Определим ток на входе схемы.

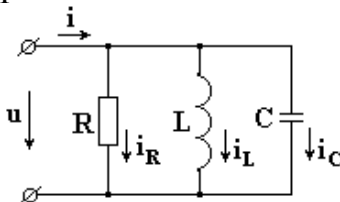


Рис. 6.12

В соответствии с первым законом Кирхгофа:

$$i = i_R + i_L + i_C, \quad (6.19)$$

где $i_R = \frac{U}{R} = g \cdot U_m \cdot \sin \omega t$;

$g = \frac{1}{R}$ - активная проводимость.

$$i_L = \frac{1}{L} \int u \cdot dt, \quad i_C = c \cdot \frac{du}{dt}.$$

Подставим эти формулы в уравнение (6.19). Получим:

$$\begin{aligned} i = g \cdot u + \frac{1}{L} \cdot \int u \cdot dt + c \cdot \frac{du}{dt} = g \cdot U_m \cdot \sin \omega t - \\ - \frac{1}{\omega \cdot L} \cdot U_m \cdot \cos \omega t + c \cdot \omega \cdot U_m \cdot \cos \omega t = g \cdot U_m \cdot \sin \omega t + \\ + b_L \cdot U_m \cdot \sin \left(\omega t - 90^\circ \right) + b_c \cdot U_m \cdot \sin \left(\omega t + 90^\circ \right), \end{aligned} \quad (6.20)$$

где $b_L = \frac{1}{\omega \cdot L}$ - индуктивная проводимость;

$b_c = \omega \cdot c$ - емкостная проводимость.

Из уравнения (6.20) видно, что ток в ветви с индуктивностью отстает по фазе от напряжения на 90° , ток в ветви с активным сопротивлением совпадает по фазе с напряжением, ток в ветви с емкостью опережает по фазе напряжение на 90° . Запишем уравнение (6.20) в комплексной форме.

$$\dot{I} = g \cdot \dot{U} - \dot{U} \cdot j \cdot b_L + \dot{U} \cdot j \cdot b_c = \dot{U} [g + j(b_c - b_L)] = \dot{U} \cdot Y = \dot{U} \cdot y \cdot e^{j\varphi}, (6.21)$$

где $Y = g + j(b_c - b_L)$ - комплексная проводимость;

$y = \sqrt{g^2 + (b_c - b_L)^2}$ - полная проводимость;

$\varphi = \arctg \frac{b_c - b_L}{g}$ - начальная фаза комплексной проводимости.

Построим векторные диаграммы, соответствующие комплексному уравнению (6.21).

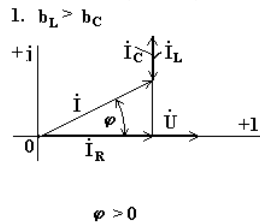


Рис. 6.13

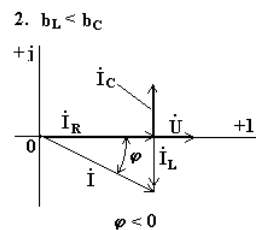


Рис. 6.14

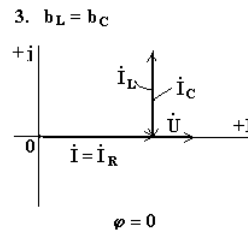


Рис. 6.15

В схеме на рис. 6. 12 может возникнуть режим резонанса токов. Резонанс токов возникает тогда, когда индуктивная и емкостная проводимости одинаковы. При этом индуктивный и емкостный токи, направленные в противоположные стороны, полностью компенсируют друг друга. Ток в неразветвленной части схемы совпадает по фазе с напряжением.

Из условия возникновения резонанса тока $\omega_0 \cdot C = \frac{1}{\omega_0 \cdot L}$ получим формулу

для резонансной частоты тока

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{C \cdot L}}.$$

В режиме резонанса тока полная проводимость цепи $y = \sqrt{g^2 + (b_c - b_L)^2} = g$

- минимальна, а полное сопротивление $z = \frac{1}{y}$ - максимально. Ток в

неразветвленной части схемы $I = \frac{U}{z}$ в резонансном режиме имеет минимальное значение. В идеализированном случае $R = 0$,

$$y = b_c - b_L = 0 \text{ и } z = \frac{1}{y} = \infty.$$

Ток в неразветвленной части цепи $I = 0$. Такая схема называется фильтр-пробкой.

6.9. Резонансный режим в цепи, состоящей из параллельно включенных реальной индуктивной катушки и конденсатора

Комплексная проводимость индуктивной ветви

$$Y_1 = \frac{1}{R_K + j\omega_0 \cdot L_K} = \frac{R_K - j\omega_0 \cdot L_K}{R_K^2 + \omega_0^2 \cdot L_K^2} = \frac{R_K}{R_K^2 + \omega_0^2 \cdot L_K^2} - j \cdot \frac{\omega_0 \cdot L_K}{R_K^2 + \omega_0^2 \cdot L_K^2} = g_K - j \cdot b_{LK},$$

где $g_K = \frac{R_K}{R_K^2 + \omega_0^2 \cdot L_K^2} = \frac{R_K}{z_K^2}$ - активная проводимость индуктивной

катушки;

$z_K = \sqrt{R_K^2 + \omega_0^2 \cdot L_K^2}$ - полное сопротивление индуктивной катушки;

$b_{LK} = \frac{\omega_0 \cdot L_K}{R_K^2 + \omega_0^2 \cdot L_K^2} = \frac{\omega_0 \cdot L_K}{z_K^2}$ - индуктивная проводимость катушки;

$b_c = \omega_0 \cdot C$ - емкостная проводимость второй ветви.

В режиме резонансов токов справедливо уравнение:

$$b_{LK} = b_c \quad \text{или} \quad \frac{\omega_0 \cdot L_K}{R_K^2 + \omega_0^2 \cdot L_K^2} = \omega_0 \cdot C.$$

Из этого уравнения получим формулу для резонанса частоты

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{L_K \cdot C}} \cdot \sqrt{\frac{L_K}{C} - R_K^2}. \quad (6.22)$$

На рисунке 6.16 изображена векторная диаграмма цепи в резонансном режиме.

Вектор тока I_2 опережает вектор напряжения на 90° . Вектор тока I_1 отстает от вектора напряжения на угол φ , где $\varphi = \arctg \frac{\omega_0 \cdot L_K}{R_K}$.

Разложим вектор тока I_1 на две взаимно перпендикулярные составляющих, одна из них, совпадающая с вектором напряжения, называется активной составляющей тока I_{a1} , другая - реактивной составляющей тока I_{p1} .

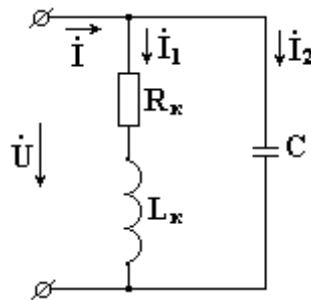


Рис. 6.16

В режиме резонанса тока реактивная составляющая тока I_{p1} и емкостный ток I_2 , направленные в противоположные стороны, полностью компенсируют друг друга, активная составляющая тока I_{a1} совпадает по фазе с напряжением (рис. 6.17). Ток I в неразветвленной части схемы совпадает по фазе с напряжением.

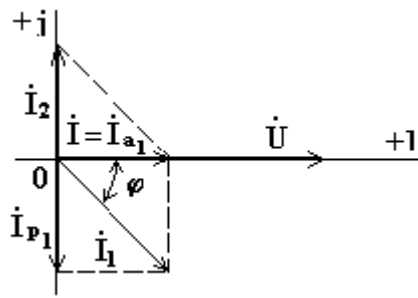


Рис. 6.17

6.10. Мощность в цепи синусоидального тока

Мгновенной мощностью называют произведение мгновенного напряжения на входе цепи на мгновенный ток.

Пусть мгновенные напряжение и ток определяются по формулам:

$$u = U_m \cdot \sin(\omega t + \varphi), \quad i = I_m \cdot \sin \omega t.$$

Тогда

$$\begin{aligned} p &= u \cdot i = U_m \cdot I_m \cdot \sin(\omega t + \varphi) \sin \omega t = \\ &= U_m \cdot I_m \cdot \frac{1}{2} \cdot [\cos(\omega t + \varphi - \omega t) - \cos(\omega t + \varphi + \omega t)] = \\ &= \frac{U_m}{\sqrt{2}} \cdot \frac{I_m}{\sqrt{2}} \cdot [\cos \varphi - \cos(2\omega t + \varphi)] = U \cdot I \cdot \cos \varphi - U \cdot I \cdot \cos(2\omega t + \varphi) \end{aligned} \quad (6.23)$$

Среднее значение мгновенной мощности за период

$$\begin{aligned} p_{cp} &= \frac{1}{T} \int_0^T [U \cdot I \cdot \cos \varphi - U \cdot I \cdot \cos(2\omega t + \varphi)] dt = \\ &= \frac{1}{T} \cdot U \cdot I \cdot \cos \varphi \int_0^T dt - \frac{1}{T} \cdot U \cdot I \cdot \cos \varphi \int_0^T \cos(2\omega t + \varphi) dt = U \cdot I \cdot \cos \varphi. \end{aligned}$$

Из треугольника сопротивлений $\cos \varphi = \frac{R}{z}$, а $\frac{U}{z} = I$.

Получим еще одну формулу:

$$p_{cp} = U \cdot I \cdot \cos \varphi = U \cdot I \cdot \frac{R}{z} = I^2 \cdot R = P \text{ (Вт)}.$$

Среднее арифметическое значение мощности за период называют активной мощностью и обозначают буквой P .

Эта мощность измеряется в ваттах и характеризует необратимое преобразование электрической энергии в другой вид энергии, например, в тепловую, световую и механическую энергию.

Возьмем реактивный элемент (индуктивность или емкость). Активная мощность в этом элементе $P = U \cdot I \cdot \cos 90^\circ = 0$, так как напряжение и ток в индуктивности или емкости различаются по фазе на 90° . В реактивных элементах отсутствуют необратимые потери электрической энергии, не происходит нагрева элементов.

Происходит обратимый процесс в виде обмена электрической энергией между источником и приемником. Для качественной оценки интенсивности обмена энергией вводится понятие реактивной мощности Q .

Преобразуем выражение (6.23):

$$p = U \cdot I \cdot \cos \varphi - U \cdot I \left[\cos 2\omega t \cdot \cos \varphi - \sin 2\omega t \cdot \sin \varphi \right] = \\ = U \cdot I \cdot \cos \varphi \left[-\cos 2\omega t \right] + U \cdot I \cdot \sin \varphi \cdot \sin 2\omega t = p_1 + p_2,$$

где $p_1 = U \cdot I \cdot \cos \varphi \left[-\cos 2\omega t \right]$ - мгновенная мощность в активном сопротивлении;

$p_2 = U \cdot I \cdot \sin \varphi \cdot \sin 2\omega t$ - мгновенная мощность в реактивном элементе (в индуктивности или в емкости).

Максимальное или амплитудное значение мощности p_2 называется реактивной мощностью

$$Q = U \cdot I \cdot \sin \varphi = U \cdot I \cdot \frac{x}{z} I^2 \cdot x \text{ (BAp)}, \quad \sin \varphi = \frac{x}{z},$$

где x - реактивное сопротивление (индуктивное или емкостное).

Реактивная мощность, измеряемая в вольтамперах реактивных, расходуется на создание магнитного поля в индуктивности или электрического поля в емкости. Энергия, накопленная в емкости или в индуктивности, периодически возвращается источнику питания.

Амплитудное значение суммарной мощности $p = p_1 + p_2$ называется полной мощностью.

Полная мощность, измеряемая в вольтамперах, равна произведению действующих значений напряжения и тока:

$$S = U \cdot I = I^2 \cdot z \text{ (BA)}, \quad U = I \cdot z,$$

где z - полное сопротивление цепи.

Полная мощность характеризует предельные возможности источника энергии. В электрической цепи можно использовать часть полной мощности

$$P = U \cdot I \cdot \cos \varphi = S \cdot \cos \varphi,$$

где $\cos \varphi = \frac{P}{U \cdot I} = \frac{P}{S}$ - коэффициент мощности или «косинус «фи»».

Коэффициент мощности является одной из важнейших характеристик электротехнических устройств. Принимают специальные меры к увеличению коэффициента мощности.

Возьмем треугольник сопротивлений и умножим его стороны на квадрат тока в цепи. Получим подобный треугольник мощностей (рис. 6.18).

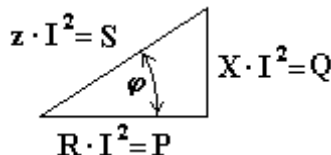


Рис. 6.18

Из треугольника мощностей получим ряд формул:

$$P = S \cdot \cos \varphi, \quad Q = S \cdot \sin \varphi, \quad S = \sqrt{P^2 + Q^2}, \quad \cos \varphi = \frac{P}{S}.$$

При анализе электрических цепей символическим методом используют выражение комплексной мощности, равное произведению комплексного напряжения на сопряженный комплекс тока.

Для цепи, имеющей индуктивный характер (R-L цепи)

$$\tilde{S} = \dot{U} \cdot I^* = U \cdot e^{j\varphi_u} \cdot I \cdot e^{-j\varphi_i} = U \cdot I \cdot e^{j(\varphi_u - \varphi_i)} = U \cdot I \cdot e^{j\varphi} =$$

$$= U \cdot I \cdot \cos \varphi + j \cdot U \cdot I \cdot \sin \varphi = P + j \cdot Q,$$

где $\dot{U} = U \cdot e^{j\varphi_u}$ - комплекс напряжения;

$\dot{I} = I \cdot e^{j\varphi_i}$ - комплекс тока;

$I^* = I \cdot e^{-j\varphi_i}$ - сопряженный комплекс тока;

$\varphi = \varphi_u - \varphi_i$ - сдвиг по фазе между напряжением и током.

$\varphi > 0$, ток как в R-L цепи, напряжение опережает по фазе ток.

Вещественной частью полной комплексной мощности является активная мощность.

Мнимой частью комплексной мощности – реактивная мощность.

Для цепи, имеющей емкостной характер (R-C цепи), $\varphi_u - \varphi_i = \varphi < 0$. Ток опережает по фазе напряжение.

$$\tilde{S} = \dot{U} \cdot I^* = S \cdot e^{-j\varphi} = S \cdot \cos \varphi - j \cdot S \cdot \sin \varphi = P - j \cdot Q.$$

Активная мощность всегда положительна. Реактивная мощность в цепи, имеющей индуктивный характер, – положительна, а в цепи с емкостным характером – отрицательна.

6.11. Баланс мощностей

Для схемы на рис. 6.19 запишем уравнение по второму закону Кирхгофа. Умножим левую и правую части уравнения на сопряженный комплекс тока

$$\dot{E} \cdot I^* = (R + jX_L - jX_C) \cdot I =$$

$$= \dot{I} \cdot I^* \cdot R + \dot{I} \cdot I^* \cdot j(X_L - X_C) = I^2 \cdot R \pm j \cdot I^2 \cdot X,$$

$$\dot{I} \cdot I^* = I \cdot e^{j\varphi_i} \cdot I \cdot e^{-j\varphi_i} = I^2 \cdot e^{j(\varphi_i - \varphi_i)} = I^2,$$

где $\pm X = X_L - X_C$ - результирующее реактивное сопротивление;

I^2 - квадрат модуля тока.

$$\dot{E} \cdot I^* = \tilde{S}_u = P_u \pm j \cdot Q_u,$$

где \tilde{S}_u , P_u , $\pm Q_u$ - полная комплексная, активная и реактивная мощности источника питания.

$$I^2 R \pm j I^2 \cdot X = P_{\pi} \pm j \cdot Q_{\pi},$$

где P_{π} , $\pm j \cdot Q_{\pi}$ - активная и реактивная мощности, потребляемые элементами схемы.

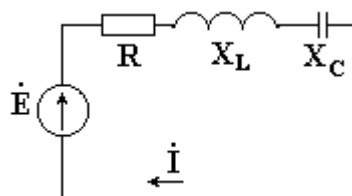


Рис. 6.19

Получим уравнение

$$P_u \pm j \cdot Q_u = P_{\pi} \pm j \cdot Q_{\pi}. \quad (6.24)$$

Два комплексных числа равны, если равны по отдельности их вещественные и мнимые части, следовательно уравнение (6.24) распадается на два:

$$P_u = P_{\Pi}; \quad \pm Q_u = \pm Q_{\Pi}. \quad (6.25)$$

Полученные равенства выражают законы сохранения активных и реактивных мощностей.

6.12. Согласованный режим работы электрической цепи. Согласование нагрузки с источником

В схеме на рис. 6.20 z_i, R_i, X_i - полное, активное и реактивное сопротивления источника ЭДС, z_n, R_n, X_n - полное, активное и реактивное сопротивления нагрузки.

Активная мощность может выделяться только в активных сопротивлениях цепи переменного тока.

Активная мощность, выделяемая в нагрузке,

$$P_2 = R_n I^2 = R_n \frac{E^2}{z^2} = \frac{R_n E^2}{(R_n + R_i)^2 + (X_i + X_n)^2}. \quad (6.26)$$

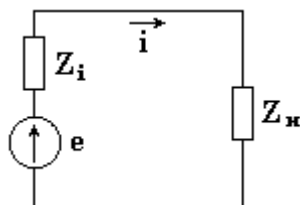


Рис. 6.20

Активная мощность, развиваемая генератором

$$P_1 = (R_n + R_i) I^2.$$

Коэффициент полезного действия для данной схемы:

$$\eta = \frac{P_2}{P_1} = \frac{R_n}{R_n + R_i} = \frac{1}{1 + \frac{R_i}{R_n}}.$$

Из формулы (6.26) видно, что выделяемая в нагрузке мощность будет максимальной, когда знаменатель минимален. Последнее имеет место при $X_i + X_n = 0$, т.е. при $X_n = -X_i$. Это означает, что реактивные сопротивления источника и нагрузки должны быть одинаковы по модулю и иметь разнородный характер. При индуктивном характере реактивного сопротивления источника реактивное сопротивление нагрузки должно быть емкостным и наоборот.

$$P_{2\max} = \frac{R_n E^2}{(R_n + R_i)^2}. \quad (6.27)$$

Установим условие, при котором от источника к нагрузке будет передаваться наибольшая мощность.

$$\frac{d P_{2\max}}{d R_n} = E^2 \frac{(R_n + R_i)^2 - 2 R_n \cdot (R_n + R_i)}{(R_n + R_i)^4} = 0,$$

$$\text{отсюда } R_n = R_i.$$

От источника к нагрузке передается наибольшая мощность, когда

$$X_n = -X_i; \quad R_n = R_i. \quad (6.28)$$

Величина наибольшей мощности

$$P_{2\max\max} = \frac{R_i E^2}{(R_n + R_i)^2} = \frac{E^2}{4 \cdot R_i}.$$

Режим передачи наибольшей мощности от источника к нагрузке называется согласованным режимом, а подбор сопротивлений, согласно равенствам (6.28), – согласованием нагрузки с источником.

В согласованном режиме

$$\eta = \frac{1}{1 + \frac{R_i}{R_i}} = \frac{1}{2} = 0,5.$$

Половина мощности теряется внутри источника. Поэтому согласованный режим не используется в силовых энергетических цепях. Этот режим используют в информационных цепях, где мощности могут быть малыми, и решающими являются не соображения экономичности передачи сигнала, а максимальная мощность сигнала в нагрузке.

7. ТРЕХФАЗНЫЕ ЦЕПИ

7.1. Основные определения

Трехфазная цепь является совокупностью трех электрических цепей, в которых действуют синусоидальные ЭДС одинаковой частоты, сдвинутые относительно друг друга по фазе на 120° , создаваемые общим источником. Участок трехфазной системы, по которому протекает одинаковый ток, называется фазой.

Трехфазная цепь состоит из трехфазного генератора, соединительных проводов и приемников или нагрузки, которые могут быть однофазными или трехфазными.

Трехфазный генератор представляет собой синхронную машину. На статоре генератора размещена обмотка, состоящая из трех частей или фаз, пространственно смещенных относительно друг друга на 120° . В фазах генератора индуцируется симметричная трехфазная система ЭДС, в которой электродвижущие силы одинаковы по амплитуде и различаются по фазе на 120° . Запишем мгновенные значения и комплексы действующих значений ЭДС.

$$e_B = E_m \cdot \sin(\omega t - 120^\circ); \quad e_C = E_m \cdot \sin(\omega t + 120^\circ);$$
$$\dot{E}_A = E; \quad \dot{E}_B = E \cdot e^{-j120^\circ}; \quad \dot{E}_C = E \cdot e^{j120^\circ}.$$

Сумма электродвижущих сил симметричной трехфазной системы в любой момент времени равна нулю.

$$\dot{E}_A + \dot{E}_B + \dot{E}_C = E(e^{j0} + e^{-j120^\circ} + e^{j120^\circ}) =$$
$$= E(\cos 0^\circ + j \sin 0^\circ + \cos 120^\circ - j \sin 120^\circ + \cos 120^\circ + j \sin 120^\circ) = E\left(1 - \frac{1}{2} - \frac{1}{2}\right) = 0.$$

Соответственно $e_A + e_B + e_C = 0$.

На схемах трехфазных цепей начала фаз обозначают первыми буквами латинского алфавита (А, В, С), а концы – последними буквами (Х, Y, Z). Направления ЭДС указывают от конца фазы обмотки генератора к ее началу.

Каждая фаза нагрузки соединяется с фазой генератора двумя проводами: прямым и обратным. Получается несвязанная трехфазная система, в которой имеется шесть соединительных проводов. Чтобы уменьшить количество соединительных проводов, используют трехфазные цепи, соединенные звездой или треугольником.

7.2. Соединение в звезду. Схема, определения

Если концы всех фаз генератора соединить в общий узел, а начала фаз соединить с нагрузкой, образующей трехлучевую звезду сопротивлений, получится трехфазная цепь, соединенная звездой. При этом три обратных провода сливаются в один, называемый нулевым или нейтральным. Трехфазная цепь, соединенная звездой, изображена на рис. 7. 1.

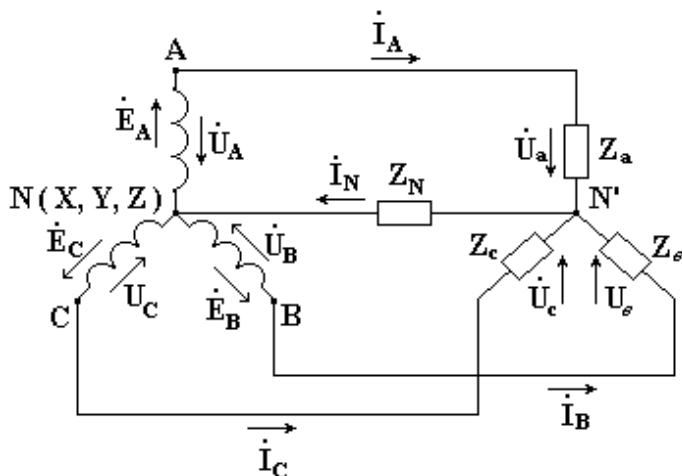


Рис. 7.1

Провода, идущие от источника к нагрузке называют линейными проводами, провод, соединяющий нейтральные точки источника N_u приемника N' называют нейтральным (нулевым) проводом.

Напряжения между началами фаз или между линейными проводами называют линейными напряжениями. Напряжения между началом и концом фазы или между линейным и нейтральным проводами называются фазными напряжениями.

Токи в фазах приемника или источника называют фазными токами, токи в линейных проводах – линейными токами. Так как линейные провода соединены последовательно с фазами источника и приемника, линейные токи при соединении звездой являются одновременно фазными токами.

$$I_l = I_\phi.$$

Z_N - сопротивление нейтрального провода.

Линейные напряжения равны геометрическим разностям соответствующих фазных напряжений

$$\dot{U}_{AB} = \dot{U}_A - \dot{U}_B, \quad \dot{U}_{BC} = \dot{U}_B - \dot{U}_C, \quad \dot{U}_{CA} = \dot{U}_C - \dot{U}_A. \quad (7.1)$$

На рис. 7.2 изображена векторная диаграмма фазных и линейных напряжений симметричного источника.

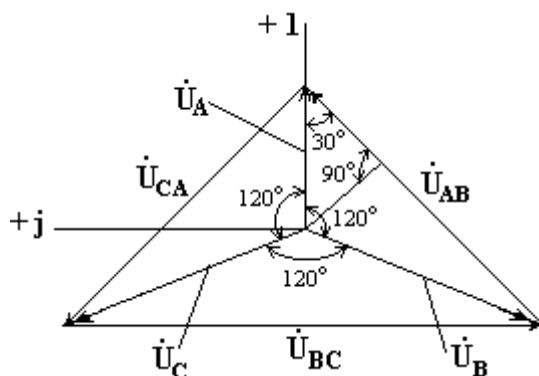


Рис. 7.2

Из векторной диаграммы видно, что

$$U_{\text{л}} = U_{AB} = 2U_{\phi} \cdot \cos 30^{\circ} = 2U_{\phi} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3} \cdot U_{\phi}.$$

При симметричной системе ЭДС источника линейное напряжение больше фазного в $\sqrt{3}$ раз.

$$U_{\text{л}} = \sqrt{3} \cdot U_{\phi}.$$

7.3. Соединение в треугольник. Схема, определения

Если конец каждой фазы обмотки генератора соединить с началом следующей фазы, образуется соединение в треугольник. К точкам соединений обмоток подключают три линейных провода, ведущие к нагрузке.

На рис. 7.3 изображена трехфазная цепь, соединенная треугольником. Как видно из рис. 7.3, в трехфазной цепи, соединенной треугольником, фазные и линейные напряжения одинаковы.

$$U_{\phi} = U_{\text{л}}.$$

I_A, I_B, I_C - линейные токи;

I_{ab}, I_{bc}, I_{ca} - фазные токи.

Линейные и фазные токи нагрузки связаны между собой первым законом Кирхгофа для узлов а, b, с.

$$\dot{I}_A = \dot{I}_{ab} - \dot{I}_{ca}, \dot{I}_B = \dot{I}_{bc} - \dot{I}_{ab}, \dot{I}_C = \dot{I}_{ca} - \dot{I}_{bc}.$$

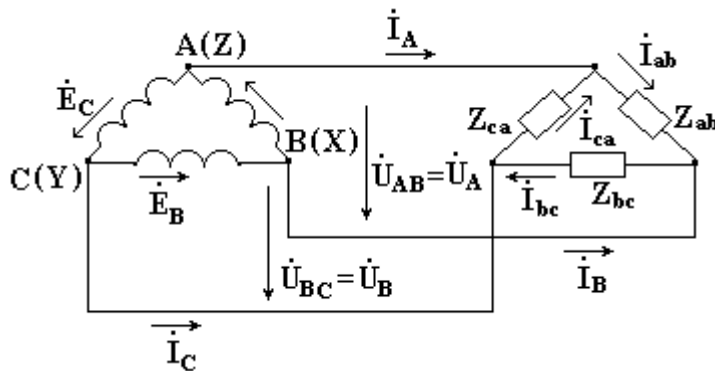


Рис. 7.3

Линейный ток равен геометрической разности соответствующих фазных токов.

На рис. 7.4 изображена векторная диаграмма трехфазной цепи, соединенной треугольником при симметричной нагрузке. Нагрузка является симметричной, если сопротивления фаз одинаковы. Векторы фазных токов совпадают по направлению с векторами соответствующих фазных напряжений, так как нагрузка состоит из активных сопротивлений.

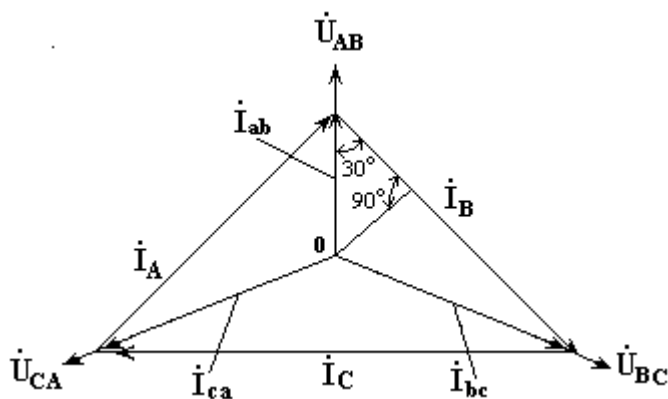


Рис. 7.4

Из векторной диаграммы видно, что

$$I_{\text{л}} = 2I_{\phi} \cdot \cos 30^{\circ} = 2I_{\phi} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3} \cdot I_{\phi},$$

$I_{\text{л}} = \sqrt{3} \cdot I_{\phi}$ при симметричной нагрузке.

Трехфазные цепи, соединенные звездой, получили большее распространение, чем трехфазные цепи, соединенные треугольником. Это объясняется тем, что, во-первых, в цепи, соединенной звездой, можно получить два напряжения: линейное и фазное. Во-вторых, если фазы обмотки электрической машины, соединенной треугольником, находятся в неодинаковых условиях, в обмотке появляются дополнительные токи, нагружающие ее. Такие токи отсутствуют в фазах электрической машины, соединенных по схеме «звезда». Поэтому на практике избегают соединять обмотки трехфазных электрических машин в треугольник.

7.4. Расчет трехфазной цепи, соединенной звездой

Трехфазную цепь, соединенную звездой, удобнее всего рассчитать методом двух узлов.

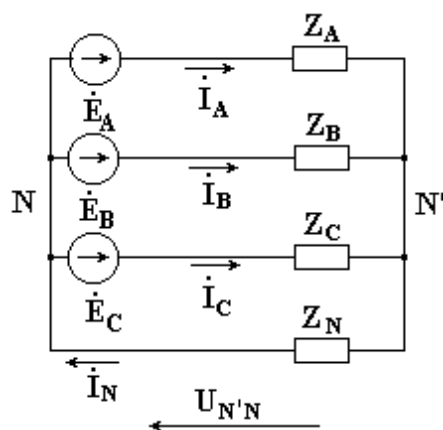


Рис. 7.5

На рис. 7.5 изображена трехфазная цепь при соединении звездой. В общем случае сопротивления фаз нагрузки неодинаковы $Z_A \neq Z_B \neq Z_C$. Нейтральный провод имеет конечное сопротивление Z_N .

В схеме между нейтральными точками источника и нагрузки возникает узловое напряжение или напряжение смещения нейтрали.

Это напряжение определяется по формуле (7.2).

$$\dot{U}_{N'N} = \frac{\dot{E}_A \cdot \frac{1}{Z_A} + \dot{E}_B \cdot \frac{1}{Z_B} + \dot{E}_C \cdot \frac{1}{Z_C}}{\frac{1}{Z_A} + \frac{1}{Z_B} + \frac{1}{Z_C} + \frac{1}{Z_N}}. \quad (7.2)$$

Фазные токи определяются по формулам (в соответствии с законом Ома для активной ветви):

$$\begin{aligned} i_A &= \frac{\dot{E}_A - \dot{U}_{N'N}}{Z_A} = \frac{\dot{U}_A - \dot{U}_{N'N}}{Z_A} = \frac{\dot{U}_a}{Z_A}, \\ i_B &= \frac{\dot{E}_B - \dot{U}_{N'N}}{Z_B} = \frac{\dot{U}_B - \dot{U}_{N'N}}{Z_B} = \frac{\dot{U}_b}{Z_B}, \\ i_C &= \frac{\dot{E}_C - \dot{U}_{N'N}}{Z_C} = \frac{\dot{U}_C - \dot{U}_{N'N}}{Z_C} = \frac{\dot{U}_c}{Z_C}. \end{aligned} \quad (7.3)$$

Ток в нейтральном проводе

$$i_N = i_A + i_B + i_C = \frac{\dot{U}_{N'N}}{Z_N}. \quad (7.4)$$

Частные случаи.

1. Симметричная нагрузка. Сопротивления фаз нагрузки одинаковы и равны некоторому активному сопротивлению $Z_A = Z_B = Z_C = R$.

Узловое напряжение

$$\dot{U}_{N'N} = \frac{\dot{E}_A \cdot \frac{1}{R} + \dot{E}_B \cdot \frac{1}{R} + \dot{E}_C \cdot \frac{1}{R}}{\frac{1}{R} + \frac{1}{R} + \frac{1}{R} + \frac{1}{Z_N}} = \frac{\frac{1}{R} (\dot{E}_A + \dot{E}_B + \dot{E}_C)}{\frac{3}{R} + \frac{1}{Z_N}} = 0,$$

потому что трехфазная система ЭДС симметрична, $\dot{E}_A + \dot{E}_B + \dot{E}_C = 0$.

Напряжения фаз нагрузки и генератора одинаковы:

$$\dot{U}_A = \dot{U}_a, \quad \dot{U}_B = \dot{U}_b, \quad \dot{U}_C = \dot{U}_c.$$

Фазные токи одинаковы по величине и совпадают по фазе со своими фазными напряжениями. Ток в нейтральном проводе отсутствует $i_N = \frac{\dot{U}_{N'N}}{Z_N} = 0$. В

трехфазной системе, соединенной звездой, при симметричной нагрузке нейтральный провод не нужен.

На рис. 7.6 изображена векторная диаграмма трехфазной цепи для симметричной нагрузки.

2. Нагрузка несимметричная, $R_A < R_B = R_C$, но сопротивление нейтрального провода равно нулю: $Z_N = 0$. Напряжение смещения нейтрали

$$\dot{U}_{N'N} = \frac{\dot{E}_A \cdot \frac{1}{R_A} + \dot{E}_B \cdot \frac{1}{R_B} + \dot{E}_C \cdot \frac{1}{R_C}}{\frac{1}{R_A} + \frac{1}{R_B} + \frac{1}{R_C} + \infty} = 0, \quad \frac{1}{Z_N} = \infty.$$

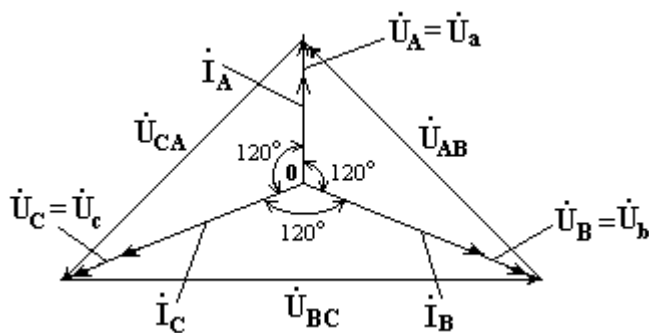


Рис. 7.6

Фазные напряжения нагрузки и генератора одинаковы

$$\dot{U}_A = \dot{U}_a, \quad \dot{U}_B = \dot{U}_b, \quad \dot{U}_C = \dot{U}_c.$$

Фазные токи определяются по формулам

$$i_A = \frac{U_A}{R_A}; \quad i_B = \frac{U_B}{R_B}; \quad i_C = \frac{U_C}{R_C}.$$

Вектор тока в нейтральном проводе равен геометрической сумме векторов фазных токов.

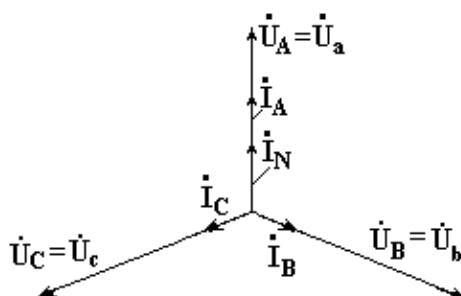


Рис. 7.7

На рис. 7.7 приведена векторная диаграмма трехфазной цепи, соединенной звездой, с нейтральным проводом, имеющим нулевое сопротивление, нагрузкой которой являются неодинаковые по величине активные сопротивления.

3. Нагрузка не симметричная, $R_A < R_B = R_C$, нейтральный провод отсутствует,

$$Z_N = \infty, \quad \frac{1}{Z_N} = 0.$$

В схеме появляется напряжение смещения нейтрали, вычисляемое по формуле:

$$\dot{U}_{N'N} = \frac{\dot{E}_A \cdot \frac{1}{R_A} + \dot{E}_B \cdot \frac{1}{R_B} + \dot{E}_C \cdot \frac{1}{R_C}}{\frac{1}{R_A} + \frac{1}{R_B} + \frac{1}{R_C}} = 0.$$

Система фазных напряжений генератора остается симметричной. Это объясняется тем, что источник трехфазных ЭДС имеет практически бесконечно большую мощность. Несимметрия нагрузки не влияет на систему напряжений генератора.

Из-за напряжения смещения нейтрали фазные напряжения нагрузки становятся неодинаковыми.

Фазные напряжения генератора и нагрузки отличаются друг от друга. При отсутствии нейтрального провода геометрическая сумма фазных токов равна нулю.

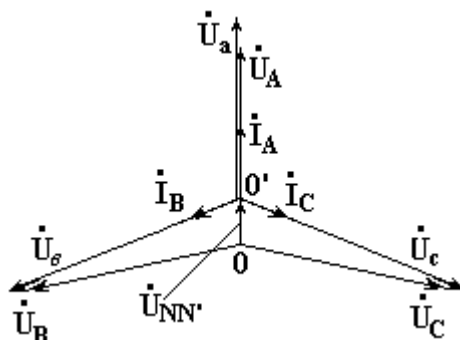


Рис. 7.8

На рис. 7.8 изображена векторная диаграмма трехфазной цепи с несимметричной нагрузкой и оборванным нейтральным проводом. Векторы фазных токов совпадают по направлению с векторами соответствующих фазных напряжений нагрузки.

Нейтральный провод с нулевым сопротивлением в схеме с несимметричной нагрузкой выравнивает несимметрию фазных напряжений нагрузки, т.е. с включением данного нейтрального провода фазные напряжения нагрузки становятся одинаковыми.

7.5. Мощность в трехфазных цепях

Трехфазная цепь является обычной цепью синусоидального тока с несколькими источниками.

Активная мощность трехфазной цепи равна сумме активных мощностей фаз

$$P = P_A + P_B + P_C = U_A \cdot I_A \cdot \cos \varphi_A + U_B \cdot I_B \cdot \cos \varphi_B + U_C \cdot I_C \cdot \cos \varphi_C. \quad (7.5)$$

Формула (7.5) используется для расчета активной мощности в трехфазной цепи при несимметричной нагрузке.

При симметричной нагрузке:

$$P = 3P_\phi = 3 \cdot U_\phi \cdot I_\phi \cdot \cos \varphi.$$

При соединении в треугольник симметричной нагрузки

$$U_\phi = U_\Delta, \quad I_\phi = \frac{I_\Delta}{\sqrt{3}}.$$

$$\text{При соединении в звезду } U_\phi = \frac{U_\Delta}{\sqrt{3}}, \quad I_\phi = I_\Delta.$$

$$\text{В обоих случаях } P = \sqrt{3} \cdot U_\Delta \cdot I_\Delta \cdot \cos \varphi.$$

8. ПЕРЕХОДНЫЕ ПРОЦЕССЫ В ЛИНЕЙНЫХ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЯХ

8.1. Общая характеристика переходных процессов

В электрических цепях возможны включения и отключения отдельных ветвей, короткие замыкания участков цепи, различного рода переключения. Любые изменения в электрических цепях можно представить в виде переключений или коммутаций. Характер коммутации указывается в схеме с помощью рубильника со стрелкой. По направлению стрелки можно судить, замыкается или размыкается рубильник.

При коммутации в цепи возникают переходные процессы, т.е. процессы перехода токов и напряжений от одного установившегося значения к другому.

Изменения токов и напряжений вызывают одновременное изменение энергии электрического и магнитного полей, связанных с элементами цепи – емкостями и индуктивностями. Однако энергия электрического поля и энергия магнитного поля могут изменяться только непрерывно, так как скачкообразное изменение потребовало бы от источника бесконечно большой мощности. На этом рассуждении основаны законы коммутации.

Первый закон. В любой ветви с индуктивностью ток не может изменяться скачком и в момент коммутации сохраняет то значение, которое он имел непосредственно перед моментом коммутации

$$i_L(t_0+) = i_L(t_0-),$$

где $i_L(t_0+)$ – ток в ветви с индуктивностью в момент коммутации, сразу после коммутации. Знак «+» в формуле обычно не записывается. Время переходного процесса отсчитывается от момента коммутации;

$i_L(t_0-)$ – ток в индуктивности непосредственно перед коммутацией.

Второй закон. Напряжение на емкости сразу после коммутации сохраняет то значение, которое оно имело непосредственно перед моментом коммутации.

$$u_C(t_0+) = u_C(t_0-),$$

где $u_C(t_0+)$ – напряжение на емкости в момент коммутации;

$u_C(t_0-)$ – напряжение на емкости непосредственно перед моментом коммутации.

Допущения, применяемые при анализе переходных процессов.

1. Полагают, что переходный процесс длится бесконечно большое время.
2. Считают, что замыкание и размыкание рубильника происходит мгновенно, без образования электрической дуги.
3. Принимают, что к моменту коммутации предыдущие переходные процессы в цепи закончились.

В соответствии с классическим методом расчета, переходный ток в ветви схемы представляют в виде суммы принужденного и свободного токов.

$$i(t) = i_{np}(t) + i_{св}(t),$$

где $i_{np}(t)$ – принужденный ток, определяется в установившемся режиме после коммутации. Этот ток создается внешним источником питания. Если в цепь включен источник постоянной ЭДС, принужденный ток будет постоянным,

если в цепи действует источник синусоидальной ЭДС, принужденный ток изменяется по периодическому, синусоидальному закону;

$i_{св}$ – свободный ток, определяется в схеме после коммутации, из которой исключен внешний источник питания. Свободный ток создается внутренними источниками питания: ЭДС самоиндукции индуктивности или напряжением заряженной емкости.

Свободный ток определяют по формуле:

$$i_{св} = A_1 \cdot e^{P_1 t} + A_2 \cdot e^{P_2 t} + \dots,$$

Количество слагаемых в формуле равно числу реактивных элементов (индуктивностей и емкостей) в схеме.

P_1, P_2 – корни характеристического уравнения.

A_1, A_2 – постоянные интегрирования, определяются с помощью начальных условий.

Начальные условия – это переходные токи и напряжения в момент коммутации, в момент времени t , равный нулю.

Начальные условия могут быть независимыми или зависимыми.

Независимыми называют начальные условия, подчиняющиеся законам коммутации, законам постепенного, непрерывного изменения. Это напряжение на емкости u_C и ток в ветви с индуктивностью i_L в момент коммутации.

Остальные начальные условия: напряжение и ток в ветви с сопротивлением u_R и i_R , напряжение на индуктивности u_L , ток в ветви с емкостью i_C – это зависимые начальные условия. Они не подчиняются законам коммутации и могут изменяться скачком.

8.2. Переходные процессы в цепях с одним реактивным элементом

Короткое замыкание в R-L цепи

На рис. 8.1 изображена электрическая цепь, в которой включен источник постоянной ЭДС. В результате коммутации рубильник замыкается и образуется замкнутый на себя R-L контур.

До коммутации по индуктивности протекал ток

$$i_L = \frac{E}{R_0 + R}.$$

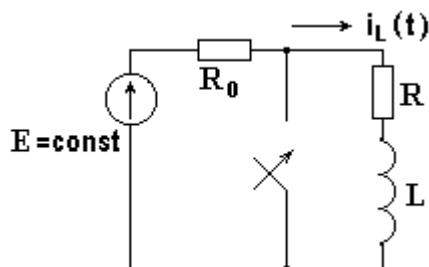


Рис. 8.1

Этот ток создавал постоянное магнитное поле в индуктивной катушке. Определим закон изменения тока в индуктивности после коммутации.

В соответствии с классическим методом,

$$i_L = i_{Lnp} + i_{Lсв} = i_{Lnp} + A \cdot e^{P t}.$$

Принужденный ток после коммутации замыкается через рубильник, имеющий нулевое сопротивление, и через индуктивность не протекает. Индуктивный ток имеет только свободную составляющую.

$$i_{Lnp} = 0, \quad i_L \overset{\text{свободная}}{=} 0 + i_{Lc\phi} \overset{\text{свободная}}{=} i_{Lc\phi}.$$

Магнитное поле, исчезая, индуцирует в индуктивной катушке ЭДС самоиндукции. Свободный ток в R-C контуре существует за счет этой электродвижущей силы.

Запишем уравнение для свободного тока в R-L контуре, используя второй закон Кирхгофа.

$$i_{Lc\phi} \cdot R + L \cdot \frac{di_{Lc\phi}}{dt} = 0. \quad (8.1)$$

Ищем решение этого уравнения в виде экспоненты

$$i_{Lc\phi} = A \cdot e^{Pt}.$$

Производная

$$\frac{di_{Lc\phi}}{dt} = A \cdot P \cdot e^{Pt}.$$

Подставим значения свободного тока и производной тока в уравнение (8.1)

$$A \cdot R \cdot e^{Pt} + L \cdot A \cdot P \cdot e^{Pt} = A \cdot e^{Pt} (R + P \cdot L) \overset{\text{свободная}}{=} R + L \cdot P = 0. \quad (8.2)$$

Уравнение (8.2), полученное из уравнения (8.1), называется характеристическим.

$P = -R/L$ - корень характеристического уравнения.

$\tau = -\frac{1}{P} = \frac{L}{R}$ - постоянная времени переходного процесса, измеряется в секундах. Постоянная времени τ - это интервал времени, за который переходный ток уменьшается в e раз.

$$i_{Lc\phi} = A \cdot e^{-R/L \cdot t} = A \cdot e^{-t/\tau}.$$

Постоянную интегрирования A определяем с помощью начального условия.

В соответствии с первым законом коммутации,

$$i_L \overset{\text{до комм.}}{=} i_{Lc\phi} \overset{\text{после комм.}}{=} A = i_L \overset{\text{до комм.}}{=} \frac{E}{R_0 + R}.$$

$$\text{Получим } i_L \overset{\text{свободная}}{=} i_{Lc\phi} \overset{\text{свободная}}{=} \frac{E}{R_0 + R} \cdot e^{-R/L \cdot t}.$$

Напряжение на индуктивности

$$u_L \overset{\text{свободная}}{=} L \cdot \frac{di_L}{dt} = L \cdot \left(\frac{-R}{L} \right) \cdot \frac{E \cdot e^{-R/L \cdot t}}{R_0 + R} = -\frac{R}{R_0 + R} \cdot E \cdot e^{-R/L \cdot t}.$$

На рис. 8.2 изображены кривые переходного тока в ветви с индуктивностью и переходного напряжения на индуктивности. Переходный ток и напряжение по экспоненте стремятся к нулю.

В инженерных расчетах полагают, что через интервал времени, равный $(4 \div 5)\tau$, переходный процесс заканчивается.

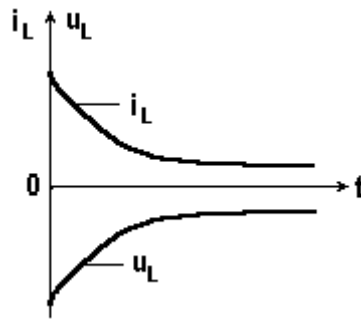


Рис. 8.2

Подключение R-L цепи к источнику постоянной ЭДС

В схеме на рис. 8.3 до коммутации рубильник разомкнут. В результате коммутации рубильник замыкается и подключает R-L цепь к источнику постоянной ЭДС. Определим закон изменения тока $i(t)$.

$$i \Leftarrow i_{np} + i_{cs} \Leftarrow i_{np} + A \cdot e^{Pt}.$$

Принужденный ток в установившемся режиме после коммутации $i_{np} = \frac{E}{R}$.

В свободном режиме из схемы исключен внешний источник питания. Схема на рис. 8.3 без источника ЭДС ничем не отличается от схемы на рис. 8.1.

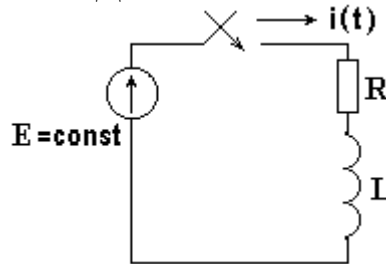


Рис. 8.3

Свободный ток определяется по формуле

$$i_{cs} \Leftarrow A \cdot e^{-R/L \cdot P}.$$

Запишем значение переходного тока для момента коммутации, для момента времени $t = 0$.

$$i \Leftarrow i_{np} + i_{cs} \Leftarrow i_{np} + A,$$

$$A = i \Leftarrow i_{np}.$$

откуда

До коммутации рубильник был разомкнут, и ток в схеме отсутствовал.

Сразу после коммутации ток в индуктивности остается равным нулю.

$$i \Leftarrow i \Leftarrow 0,$$

$$A = 0 - i_{np} = -i_{np} = -\frac{E}{R},$$

$$i \Leftarrow \frac{E}{R} - \frac{E}{R} \cdot e^{-R/L \cdot t} = \frac{E}{R} \left(1 - e^{-R/L \cdot t} \right).$$

Напряжение на индуктивности

$$u_L \Leftarrow L \cdot \frac{di}{dt} = -L \cdot \left(-\frac{R}{L} \right) \cdot \frac{E}{R} \cdot e^{-R/L \cdot t} = E \cdot e^{-R/L \cdot t}.$$

На рис. 8.4 изображены кривые переходного, принужденного, свободного токов и переходного напряжения на индуктивности.

Свободный ток и напряжение на индуктивности плавно уменьшаются до нуля. В момент коммутации свободный и принужденный токи одинаковы по абсолютной величине.

Переходный ток начинается при включении с нуля, затем возрастает, приближаясь к установившемуся постоянному значению.

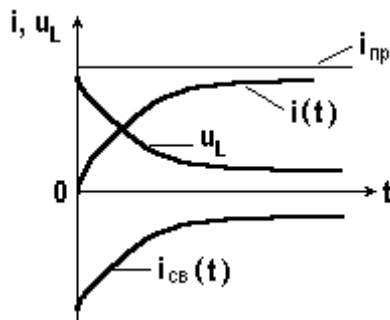


Рис. 8.4

Короткое замыкание в R-C цепи

В схеме на рис. 8.5 в результате коммутации рубильник замыкается, и образуется замкнутый на себя R-C контур.

До коммутации емкость полностью зарядилась до напряжения, равного ЭДС источника питания, то есть $u_C = E$. После коммутации емкость полностью разряжается, следовательно, принужденный ток в R-C цепи и принужденное напряжение на конденсаторе равны нулю.

В цепи существует только свободный ток за счет напряжения заряженного конденсатора. Запишем для R-C контура уравнение по второму закону Кирхгофа

$$u_{C_{св}} + R \cdot i_{св} = 0.$$

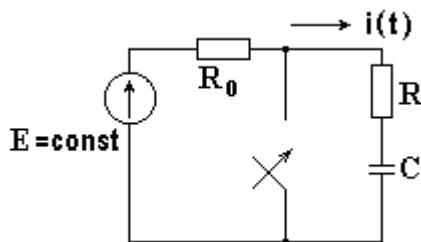


Рис. 8.5

Ток через конденсатор $i_{св} = C \cdot \frac{du_{C_{св}}}{dt}$.

Получим дифференциальное уравнение

$$u_{C_{св}} + R \cdot C \cdot \frac{du_{C_{св}}}{dt} = 0. \quad (8.3)$$

Решение этого уравнения $u_{C_{св}} = A \cdot e^{pt}$.

Подставим значение свободного напряжения и производной от напряжения

$$\frac{du_{C_{св}}}{dt} = A \cdot p \cdot e^{pt} \text{ в уравнение (8.3).}$$

$$A \cdot e^{Pt} + R \cdot C \cdot P \cdot A \cdot e^{Pt} = A \cdot e^{Pt} (1 + R \cdot C \cdot P) = 0 \Rightarrow 1 + R \cdot C \cdot P = 0.$$

Уравнение $1 + R \cdot C \cdot P = 0$ называется характеристическим.

$$P = -\frac{1}{R \cdot C} - \text{корень характеристического уравнения;}$$

$$\tau = -\frac{1}{P} = R \cdot C - \text{постоянная времени переходного процесса;}$$

$$u_{C\text{св}} = A \cdot e^{-\frac{1}{R \cdot C} t} = A \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}.$$

$$u_C(\infty) = u_{C\text{св}}(\infty) = A = u_C(-\infty) = E,$$

$$A = E,$$

$$u_C = E \cdot e^{-t/R \cdot C},$$

$$i(\infty) = C \cdot \frac{du_C}{dt} = C \cdot \left(-\frac{1}{R \cdot C}\right) \cdot E \cdot e^{-t/R \cdot C} = -\frac{E}{R} \cdot e^{-t/R \cdot C}.$$

Переходный ток и переходное напряжение на конденсаторе по показательному закону уменьшаются до нуля (рис. 8.6).

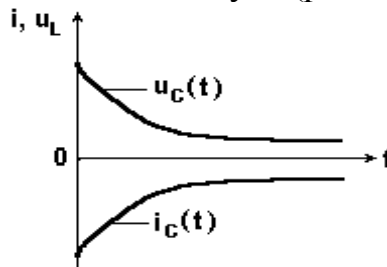


Рис. 8.6

Включение R-C цепи к источнику постоянной ЭДС

Полагаем, что до коммутации конденсатор не заряжен, напряжение на нем $u_C(-\infty) = 0$.

В результате коммутации рубильник замыкается и конденсатор полностью заряжается (рис. 8.7).

Принужденное напряжение на емкости равно ЭДС источника питания $u_{Cnp} = E$.

Переходное напряжение

$$u_C(\infty) = u_{Cnp} + u_{C\text{св}} = u_{Cnp} + A \cdot e^{-t/R \cdot C}.$$

В момент коммутации $u_C(0) = u_{Cnp} + A$.

Постоянная интегрирования

$$A = u_C - u_{Cnp}.$$

В соответствии со вторым законом коммутации

$$u_C(0) = u_C(-\infty) = 0.$$

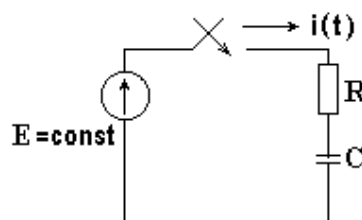


Рис. 8.7

$$A = 0 - u_{Cnp} = -u_{Cnp} = -E.$$

Переходное напряжение

$$u_C \curvearrowright E - E \cdot e^{-t/R \cdot C} = E \left(-e^{-t/R \cdot C} \right).$$

Переходный ток

$$i = C \cdot \frac{du_C}{dt} = C \cdot \left(-\frac{1}{R \cdot C} \right) \cdot E \cdot e^{-t/R \cdot C} = \frac{E}{R} \cdot e^{-t/R \cdot C}.$$

Кривые напряжений и тока изображены на рис. 8.8.

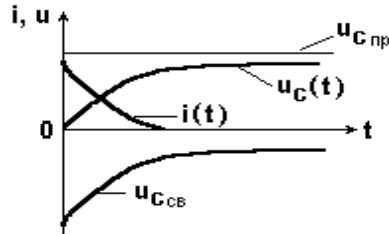


Рис. 8.8

8.3. Переходные процессы в цепях с двумя реактивными элементами

При последовательном соединении сопротивления R , катушки индуктивности L и конденсатора C образуется электрический R - L - C контур (рис. 8.9).

Дифференциальное уравнение для тока в контуре

$$R \cdot i + L \frac{di}{dt} + \frac{1}{C} \cdot \int i \cdot dt = E.$$

После дифференцирования по t и деления на L получим

$$\frac{d^2 i}{dt^2} + \frac{R}{L} \cdot \frac{di}{dt} + \frac{1}{L \cdot C} \cdot i = 0. \quad (8.4)$$

Решение уравнения (8.4) равно сумме принужденной и свободной составляющих $i = i_{np} + i_{св}$.

В нашем случае принужденная составляющая переходного тока равна нулю, так как в схеме имеется емкость, являющаяся разрывом цепи для

Рис. 8.9 постоянного тока.

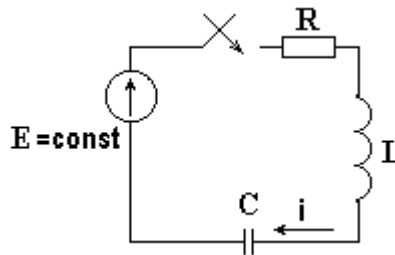


Рис. 8.9

Свободная составляющая является общим решением уравнения

$$\frac{d^2 i_{св}}{dt^2} + \frac{R}{L} \cdot \frac{di_{св}}{dt} + \frac{1}{L \cdot C} \cdot i_{св} = 0. \quad (8.5)$$

$$\text{Пусть } i_{св} = A \cdot e^{Pt}, \quad \frac{di_{св}}{dt} = A \cdot P \cdot e^{Pt}, \quad \frac{d^2 i_{св}}{dt^2} = A \cdot P^2 \cdot e^{Pt}.$$

После подстановки этих выражений в уравнение (8.5) получим характеристическое уравнение

$$P^2 + \frac{R}{L}P + \frac{1}{LC} = 0.$$

Характеристическое уравнение имеет два корня

$$P_{1,2} = -\frac{R}{2L} \pm \sqrt{\frac{R^2}{4L^2} - \frac{1}{LC}} = -\alpha \pm \sqrt{\alpha^2 - \omega_0^2},$$

где $\alpha = \frac{R}{2L}$ - коэффициент затухания;

$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ - угловая резонансная частота контура без потерь.

Получим

$$i = i_{cв} = A_1 \cdot e^{P_1 t} + A_2 \cdot e^{P_2 t}.$$

Вид корней зависит от отношения

$$\frac{\alpha}{\omega_0} = \frac{R}{2\sqrt{L/C}} = \frac{R}{2\rho} = \frac{1}{2Q},$$

где $\rho = \sqrt{L/C}$ - характеристическое или волновое сопротивление контура;

$Q = \rho/R$ - добротность контура.

Колебательный режим

Наиболее важен часто встречающийся случай, когда корни $P_{1,2}$ - комплексные сопряженные с отрицательной вещественной частью, свободная составляющая имеет вид затухающих колебаний. В этом случае

$$\alpha < \omega_0, \quad R < 2\rho, \quad Q > \frac{1}{2}, \quad P_{1,2} = -\alpha \pm j\omega_{cв},$$

где $\omega_{cв} = \sqrt{\omega_0^2 - \alpha^2}$ - угловая частота собственных колебаний в контуре;

$T_{cв} = \frac{2\pi}{\omega_{cв}}$ - период собственных колебаний.

Ток в цепи

$$i_{cв} = A \cdot e^{-\alpha t} \cdot \sin(\omega_{cв} \cdot t + \varphi), \quad (8.6)$$

где A и φ - постоянные интегрирования.

До коммутации ток в индуктивности равен нулю, сразу после коммутации остается равным нулю

$$i_{cв}(0) = i_{cв}(0-) = i_{cв}(0+) = 0.$$

Чтобы определить две постоянные интегрирования, необходимо иметь два начальных условия и составить два уравнения. Напряжение на индуктивности

$$u_L = L \cdot \frac{di_{cв}}{dt} = L \cdot \frac{d}{dt} [A \cdot e^{-\alpha t} \cdot \sin(\omega_{cв} t + \varphi)] =$$

$$L \cdot A \cdot [-\alpha \cdot e^{-\alpha t} \cdot \sin(\omega_{cв} t + \varphi) + L \cdot A \cdot \omega_{cв} \cdot e^{-\alpha t} \cdot \cos(\omega_{cв} t + \varphi)] \quad (8.7)$$

где $u_L(0)$ - напряжение на индуктивности в момент коммутации, является зависимым начальным условием.

Составим уравнение по второму закону Кирхгофа для момента коммутации, чтобы определить зависимое начальное условие $u_L(0)$.

$$E = i_{cв}(0)R + u_C(0) + u_L(0).$$

До коммутации конденсатор был не заряжен, поэтому

$$u_C(0) = u_C(0-) = 0, \quad u_L(0) = E.$$

Подставляя в (8.6) и (8.7) $t = 0$ и используя независимое и зависимое начальные условия, получим систему уравнений

$$\begin{cases} A \cdot \sin \varphi = 0 \\ L \cdot A(-\alpha) \sin \varphi + L \cdot A \omega_C \cdot \cos \varphi = E. \end{cases} \quad (8.8)$$

Решив систему (8.8), определим

$$\varphi = 0, \quad A = \frac{E}{L \cdot \omega_C}$$

$$i(t) = \frac{E}{L \cdot \omega_C} \cdot e^{-\alpha t} \cdot \sin \omega_C \cdot t.$$

На рис. 8.10 приведена кривая изменения тока в контуре при подключении к нему источника постоянной ЭДС. Из рисунка видно, что колебания в контуре затухают по показательному закону из-за потерь электрической энергии в сопротивлении R . Затухание происходит тем медленнее, чем меньше коэффициент затухания α .

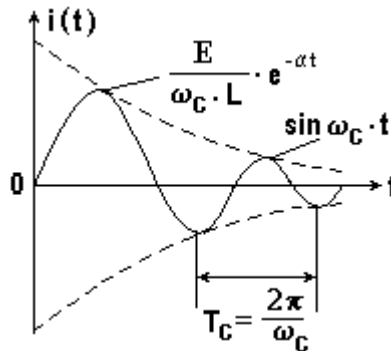


Рис. 8.10

Постоянная времени переходного процесса $\tau = -\frac{1}{\alpha} = \frac{2L}{R}$.

При малом коэффициенте затухания величина ω_C незначительно отличается от резонансной частоты ω_0 .

Относительное затухание колебаний характеризуется декрементом затухания, представляющим отношение мгновенных значений тока через один период.

$$\Delta = \frac{e^{-\alpha t} \cdot \sin \omega_C \cdot t}{e^{-\alpha(t+T_C)} \cdot \sin \omega_C(t+T_C)} = e^{\alpha T_C}.$$

Натуральный логарифм этого оператора носит название логарифмического декремента затухания

$$\ln \Delta = \alpha \cdot T_C.$$

Для контура с небольшим затуханием, когда $\omega_C \approx \omega_0$

$$\ln \Delta \approx \frac{2\pi \alpha}{\omega_0} = \frac{\pi}{Q}.$$

Апериодический режим в R-L-C контуре наблюдается при большом затухании, когда $\alpha > \omega_0$, $Q < \frac{1}{2}$, $R > 2\rho$. В этом случае корни $P_{1,2}$ вещественные, отрицательные, различные.

Свободный ток определяется по формуле

$$i_{c\partial} = A_1 \cdot e^{P_1 t} + A_2 \cdot e^{P_2 t}. \quad (8.9)$$

Напряжение на индуктивности

$$u_L = L \cdot \frac{di}{dt} = L \cdot \frac{di_{c\partial}}{dt} = L \cdot A_1 \cdot P_1 \cdot e^{P_1 t} + L \cdot A_2 \cdot P_2 \cdot e^{P_2 t}. \quad (8.10)$$

Подставив в уравнение (8.9) и (8.10) $t = 0$ и используя независимое и зависимое условия, получим систему уравнений

$$\begin{aligned} A_1 + A_2 &= 0, \\ A_1 \cdot P_1 + A_2 \cdot P_2 &= \frac{E}{L}. \end{aligned}$$

Решив эту систему, определим постоянные интегрирования

$$A_1 = -A_2 = \frac{E}{L(P_1 - P_2)}.$$

Выражение для тока в контуре

$$i = i_{c\partial} = \frac{E}{L(P_1 - P_2)} (e^{P_1 t} - e^{P_2 t}),$$

состоит из положительной, медленно затухающей экспоненты с коэффициентом затухания P_1 и отрицательной, быстро затухающей экспоненты P_2 (рис. 8.11). Ток получается неколебательным, он не принимает отрицательных значений, то есть не меняет своего направления.

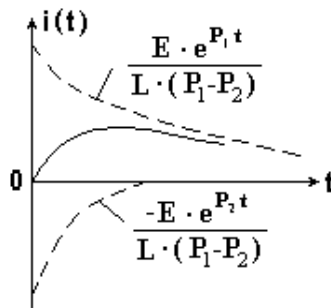


Рис. 8.11

На границе между колебательным и апериодическим режимом при $\alpha = \omega_0$, $Q = \frac{1}{2}$, $R = 2\rho$ наблюдается предельный случай апериодического процесса.

9. МАГНИТНЫЕ ЦЕПИ

9.1. Основные определения

Как известно из курса физики, вокруг проводника с током появляется магнитное поле. Интенсивность магнитного поля характеризуется векторной величиной: напряженностью магнитного поля \vec{H} , измеряемой в амперах на метр (А/м). Интенсивность магнитного поля характеризуется также вектором магнитной индукции \vec{B} , измеряемой в теслах (Тл). Напряженность магнитного поля не зависит, а магнитная индукция зависит от свойств окружающей среды.

$$\vec{B} = \mu_a \cdot \vec{H} = \mu_0 \cdot \mu \cdot \vec{H},$$

где μ_a - абсолютная магнитная проницаемость, Гн/м;

μ - относительное значение магнитной проницаемости, безразмерная величина;

$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Гн/м.}$$

В зависимости от величины относительной магнитной проницаемости, все вещества делятся на три группы. К первой группе относятся диамагнетики: вещества, у которых $\mu < 1$.

Ко второй группе относятся парамагнетики, вещества с $\mu > 1$.

К третьей группе относятся ферромагнетики, вещества с $\mu \gg 1$.

К ферромагнетикам принадлежат железо, никель, кобальт и многие сплавы из неферромагнитных веществ.

Магнитной цепью называется совокупность устройств, содержащих ферромагнитные вещества. Процессы в магнитных цепях описываются с помощью понятий магнитодвижущей силы, магнитного потока.

Магнитным потоком называется поток вектора магнитной индукции через поверхность S

$$\Phi = \int_S \vec{B} \cdot d\vec{S}.$$

Магнитный поток измеряется в веберах (Вб).

Источником магнитодвижущей силы является либо постоянный магнит, либо электромагнит (катушка, обтекаемая током).

Магнитодвижущая сила электромагнита

$$F = I \cdot W, \text{ (А)},$$

где I - ток, протекающий в катушке;

W - число витков катушки.

В магнитных цепях используется свойство ферромагнитного материала тысячекратно усиливать магнитное поле катушки с током за счет собственной намагниченности.

9.2. Свойства ферромагнитных материалов

Поместим ферромагнитный материал внутри катушки с током. Сначала, с увеличением напряженности намагничивающего поля, магнитная индукция быстро возрастает. Затем, из-за насыщения материала, при дальнейшем увеличении напряженности магнитного поля магнитная индукция почти не

меняется. При уменьшении напряженности намагничивающего поля кривая размагничивания не совпадает с кривой намагничивания из-за явления гистерезиса. Явление гистерезиса заключается в том, что изменение магнитной индукции запаздывает от изменения намагничивающего поля. Кривая зависимости $B(H)$, получающаяся при циклическом перемагничивании ферромагнитного материала, называется петлей гистерезиса. Эта кривая изображена на рис. 9.1. Чем больше площадь петли, тем больше потери на перемагничивание, нагревающие материал.

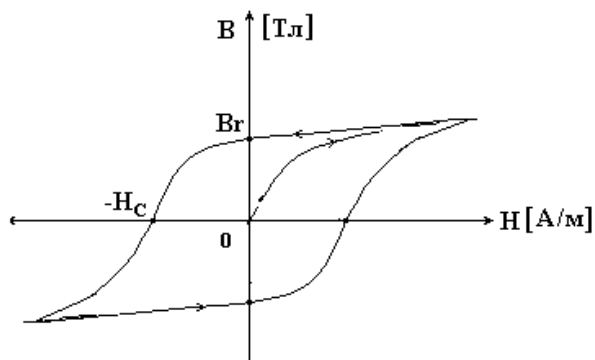


Рис. 9.1

Значение магнитной индукции при напряженности намагничивающего поля, равном нулю, называется остаточной магнитной индукцией B_r , или остаточной намагниченностью.

Напряженность магнитного поля H_c при $B = 0$ называется коэрцитивной силой. Ферромагнитные материалы с большим значением коэрцитивной силы ($H_c > 4000 \frac{A}{m}$) называются магнитотвердыми. Из этих материалов изготавливают постоянные магниты.

Ферромагнитные материалы с малым значением коэрцитивной силы ($H_c < 200 \frac{A}{m}$) называются магнитомягкими. Эти материалы используют в магнитопроводах электрических машин и трансформаторов.

Таким образом, зависимости $B = f(H)$ у ферромагнитных материалов нелинейные.

Эти зависимости приводятся в справочниках в табличной форме или в виде кривых, называемых кривыми намагничивания.

9.3. Расчет магнитных цепей

Основным законом, используемым при расчетах магнитных цепей, является закон полного тока.

$$\oint \vec{H} \cdot d\vec{l} = \sum I. \quad (9.1)$$

Он формулируется следующим образом: линейный интеграл вектора напряженности магнитного поля по замкнутому контуру равен алгебраической сумме токов, охватываемых этим контуром. Если контур интегрирования охватывает катушку с числом витков W , через которую протекает ток I , то алгебраическая сумма токов $\sum I = I \cdot W = F$, где F – магнитодвижущая сила.

Обычно контур интегрирования выбирают таким образом, чтобы он совпадал с силовой линией магнитного поля, тогда векторное произведение в формуле (9.1) можно заменить произведением скалярных величин $H \cdot dl$. В практических расчетах интеграл $\oint H dl$ заменяют суммой $\sum H_k \cdot l_k$ и выбирают отдельные участки магнитной цепи таким образом, чтобы H_1, H_2, \dots вдоль этих участков можно было считать приблизительно постоянными. При этом (9.1) переходит в

$$H_1 \cdot l_1 + H_2 \cdot l_2 + \dots + H_n \cdot l_n = \sum I \cdot W = F, \quad (9.2)$$

где l_1, l_2, \dots, l_n - длины участков магнитной цепи;

$H_1 \cdot l_1, H_2 \cdot l_2$ - магнитные напряжения участков цепи.

Магнитным сопротивлением участка магнитной цепи называется отношение магнитного напряжения рассматриваемого участка к магнитному потоку в этом участке

$$R_M = \frac{H \cdot l}{\Phi} = \frac{H \cdot l}{H \cdot \mu_a \cdot S} = \frac{l}{\mu_a \cdot S},$$

где S - площадь поперечного сечения участка магнитной цепи,

l - длина участка.

Рассмотрим расчет магнитной цепи, изображенной на рис. 9.2.

Ферромагнитный магнитопровод имеет одинаковую площадь поперечного сечения S .

l_{cp} - длина средней силовой линии магнитного поля в магнитопроводе;

δ - толщина воздушного зазора.

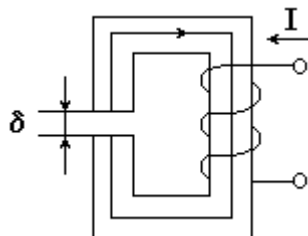


Рис. 9.2

На магнитопроводе размещена обмотка, по которой протекает ток I .

Прямая задача расчета магнитной цепи заключается в том, что задан магнитный поток Φ и требуется определить магнитодвижущую силу F . Определим магнитную индукцию в магнитопроводе

$$B = \frac{\Phi}{S}.$$

По кривой намагничивания найдем значение напряженности магнитного поля H , соответствующее величине B .

Напряженность магнитного поля в воздушном зазоре

$$H_1 = \frac{B}{\mu_a} = \frac{B}{4\pi \cdot 10^{-7}}.$$

Магнитодвижущая сила обмотки

$$F = H \cdot l_{cp} + H_1 \cdot \delta.$$

При обратной задаче расчета магнитной цепи по заданному значению магнитодвижущей силы требуется определить магнитный поток. Расчет такой задачи выполняется с помощью магнитной характеристики цепи $F = f(\Phi)$.

Для построения такой характеристики необходимо задаться несколькими значениями Φ и найти соответствующие значения F . С помощью магнитной характеристики по заданной магнитодвижущей силе определяется магнитный поток.

10. ТРАНСФОРМАТОРЫ

10.1. Конструкция трансформатора

Трансформатор представляет собой электромагнитный аппарат, предназначенный для преобразования величин токов и напряжений без изменения частоты.

Трансформатор состоит из замкнутого ферромагнитного сердечника, на котором размещены две или большее число обмоток. Обмотка, подключенная к источнику энергии, называется первичной. Обмотки, подключенные к сопротивлениям нагрузки, называются вторичными.

Сердечник (магнитопровод) трансформатора изготавливают из листовой электротехнической стали, имеющей малые потери на перемагничивание и на вихревые токи. Отдельные листы стали изолируют слоем лака, после чего стягивают болтами. Такое устройство применяется для уменьшения вихревых токов, индуцируемых в стали переменным потоком.

По конструкции сердечника различают два типа трансформатора: броневые и стержневые. На рис. 10.1 изображен броневой трансформатор или трансформатор с **Ш**-образным сердечником, а на рис. 10.2 – стержневой трансформатор с **П**-образным сердечником.

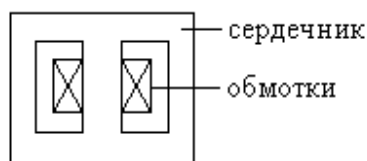


Рис. 10.1

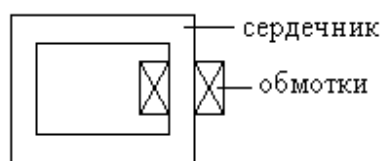


Рис. 10.2

10.2. Работа трансформатора в режиме холостого хода

Под холостым ходом трансформатора понимается режим его работы при разомкнутой вторичной обмотке.

Первичная обмотка трансформатора подключена к источнику переменного напряжения. Ток i_{1x} первичной обмотки создает переменное магнитное поле, намагничивающее сердечник трансформатора.

Магнитный поток в трансформаторе разделим на две части: основной магнитный поток Φ , замыкающийся в сердечнике, и поток рассеяния Φ_{1s} , замыкающийся частично по воздуху.

На рис. 10.3 изображен трансформатор, работающий в режиме холостого хода.

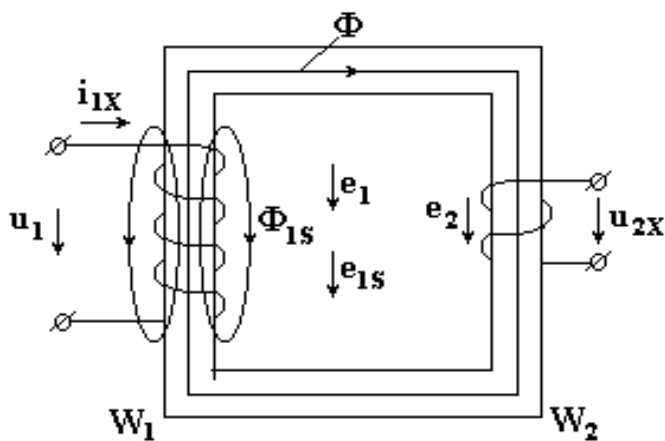


Рис. 10.3

W_1 – число витков первичной обмотки;

W_2 – число витков вторичной обмотки;

R_1 – активное сопротивление первичной обмотки.

Определим ЭДС, индуцированную в первичной обмотке трансформатора основным магнитным потоком.

$$e_1 = -W_1 \cdot \frac{d\Phi}{dt}.$$

Основной магнитный поток изменяется по синусоидальному закону

$$\Phi = \Phi_m \cdot \sin \omega t,$$

где Φ_m – максимальное или амплитудное значение основного магнитного потока;

$\omega = 2\pi f$ – угловая частота;

f – частота переменного напряжения.

Мгновенное значение ЭДС

$$e_1 = -W_1 \cdot \omega \cdot \Phi_m \cdot \cos \omega t = W_1 \cdot \omega \cdot \Phi_m \cdot \sin(\omega t - 90^\circ).$$

Максимальное значение

$$E_{1m} = W_1 \cdot \omega \cdot \Phi_m = 2\pi \cdot f \cdot W_1 \cdot \Phi_m.$$

Действующее значение ЭДС в первичной обмотке

$$E_1 = \frac{E_{1m}}{\sqrt{2}} = \frac{2\pi}{\sqrt{2}} \cdot f \cdot W_1 \cdot \Phi_m = 4.44 \cdot f \cdot W_1 \cdot \Phi_m.$$

Для вторичной обмотки можно получить аналогичную формулу

$$E_2 = 4.44 \cdot f \cdot W_2 \cdot \Phi_m.$$

Электродвижущие силы E_1 и E_2 , индуцированные в обмотках трансформатора основным магнитным потоком, называются трансформаторными ЭДС. Трансформаторные ЭДС отстают по фазе от основного магнитного потока на 90° .

Магнитный поток рассеяния индуцирует в первичной обмотке ЭДС рассеяния $e_{1s} = -L_{1s} \cdot \frac{di_{1X}}{dt}$, где L_{1s} – индуктивность рассеяния в первичной обмотке.

Запишем уравнение по второму закону Кирхгофа для первичной обмотки

$$e_1 + e_{1s} = -U_1 + i_{1X} \cdot R_1,$$

откуда

$$U_1 = -e_1 - e_{1s} + i_{1X} \cdot R_1 = -e_1 + i_{1X} \cdot R_1 + L_{1s} \cdot \frac{di_{1X}}{dt}. \quad (10.1)$$

Напряжение на первичной катушке имеет три слагаемых: падение напряжения, напряжение, уравнивающее трансформаторную ЭДС, напряжение, уравнивающее ЭДС рассеяния.

Запишем уравнение (10.1) в комплексной форме

$$\dot{U}_1 = -\dot{E}_1 + \dot{I}_{1X} \cdot R_1 + j\omega L_{1s} \cdot \dot{I}_{1X} = -\dot{E}_1 + \dot{I}_{1X} \cdot R_1 + jX_{1s} \cdot \dot{I}_{1X}, \quad (10.2)$$

где $X_{1s} = \omega \cdot L_{1s}$ – индуктивное сопротивление рассеяния первичной обмотки.

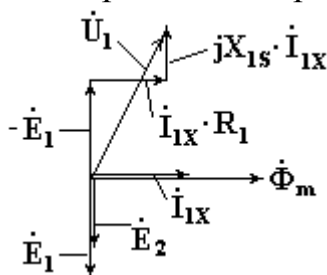


Рис. 10.4

На рис. 10.4 изображена векторная диаграмма трансформатора, работающего в режиме холостого хода.

Векторы трансформаторных ЭДС \dot{E}_1 и \dot{E}_2 отстают на 90° от вектора основного магнитного потока Φ_m . Вектор напряжения $\dot{I}_{1X} \cdot R_1$ параллелен вектору тока \dot{I}_{1X} , а вектор $jX_{1s} \cdot \dot{I}_{1X}$ опережает вектор тока \dot{I}_{1X} на 90° . Вектор напряжения на зажимах первичной обмотки трансформатора \dot{U}_1 равен геометрической сумме векторов $-\dot{E}_1$, $\dot{I}_{1X} \cdot R_1$, $jX_{1s} \cdot \dot{I}_{1X}$.

На рис. 10.5 изображена схема замещения трансформатора, соответствующая уравнению (10.2).

X_\varnothing – индуктивное сопротивление, пропорциональное реактивной мощности, затрачиваемой на создание основного магнитного потока.

В режиме холостого хода

$$U_{2X} = E_2, \quad U_1 \approx E_1.$$

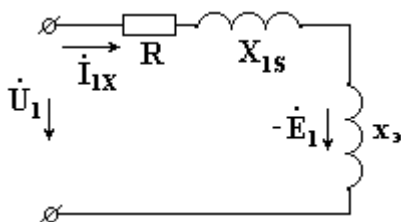


Рис. 10.5

Коэффициент трансформации

$$K_T = \frac{E_1}{E_2} = \frac{W_1}{W_2} \approx \frac{U_1}{U_{2X}}.$$

Коэффициент трансформации экспериментально определяется из опыта холостого хода.

10.3. Работа трансформатора под нагрузкой

Если к первичной обмотке трансформатора подключить напряжение U_1 , а вторичную обмотку соединить с нагрузкой, в обмотках появятся токи I_1 и I_2 . Эти токи создадут магнитные потоки Φ_1 и Φ_2 , направленные встречу друг другу. Суммарный магнитный поток в магнитопроводе уменьшается. Вследствие этого индуцированные суммарным потоком ЭДС E_1 и E_2 уменьшаются. Действующее значение напряжения U_1 остается неизменным. Уменьшение E_1 , согласно (10.2), вызывает увеличение тока i_1 . При увеличении тока i_1 поток Φ_1 увеличивается ровно настолько, чтобы скомпенсировать размагничивающее действие потока Φ_2 . Вновь восстанавливается равновесие при практически прежнем значении суммарного потока.

В нагруженном трансформаторе, кроме основного магнитного потока, имеются потоки рассеяния Φ_{1S} и Φ_{2S} , замыкающиеся частично по воздуху. Эти потоки индуцируют в первичной и вторичной обмотках ЭДС рассеяния.

$$\dot{E}_{1S} = -jX_{1S} \cdot \dot{I}_1, \quad \dot{E}_{2S} = -jX_{2S} \cdot \dot{I}_2,$$

где X_{2S} – индуктивное сопротивление рассеяния вторичной обмотки.

Для первичной обмотки можно записать уравнение

$$\dot{U}_1 = -\dot{E}_1 + R_1 \cdot \dot{I}_1 + jX_{1S} \cdot \dot{I}_1. \quad (10.3)$$

Для вторичной обмотки

$$\dot{E}_2 = \dot{I}_2 \cdot R_2 + jX_{2S} \cdot \dot{I}_2 + \dot{I}_2 \cdot Z_H, \quad (10.4)$$

где R_2 – активное сопротивление вторичной обмотки;

Z_H – сопротивление нагрузки.

Основной магнитный поток трансформатора есть результат совместного действия магнитодвижущих сил первичной и вторичной обмоток.

$$\Phi_m = f(I_1 \cdot W_1 + I_2 \cdot W_2).$$

Трансформаторная ЭДС E_1 , пропорциональная основному магнитному потоку, приблизительно равна напряжению на первичной катушке U_1 . Действующее значение напряжения постоянно. Поэтому основной магнитный поток трансформатора остается неизменным при изменении сопротивления нагрузки от нуля до бесконечности.

Если $\Phi_m = const$, то и сумма магнитодвижущих сил трансформатора

$$I_1 \cdot W_1 + I_2 \cdot W_2 = const = I_{1X} \cdot W_1. \quad (10.5)$$

Уравнение (10.5) называется уравнением равновесия магнитодвижущих сил.

Уравнения (10.3), (10.4), (10.5) называются основными уравнениями трансформатора.

Из уравнения (10.5) получим формулу

$$I_1 = I_{1X} - I_2 \cdot \frac{W_2}{W_1} = I_{1X} - I_2 \cdot \frac{1}{K_T}. \quad (10.6)$$

Согласно формуле (10.6), ток в первичной обмотке складывается из тока холостого хода или намагничивающего тока и тока, компенсирующего размагничивающее действие вторичной обмотки.

Умножим левую и правую части уравнения (10.4) на коэффициент трансформации K_T

$$\begin{aligned}\dot{E}_2 \cdot K_T &= \dot{E}_1 = K_T \cdot \dot{I}_2 \cdot R_2 + j \cdot K_T \cdot X_{2S} \cdot \dot{I}_2 + K_T \cdot \dot{I}_2 \cdot Z_H = \\ &= K_T^2 \cdot R_2 \cdot \frac{\dot{I}_2}{K_T} + j K_T^2 \cdot X_{2S} \cdot \frac{\dot{I}_2}{K_T} + K_T^2 \cdot Z_H \cdot \frac{\dot{I}_2}{K_T} = \\ &= R'_2 \cdot \frac{\dot{I}_2}{K_T} + j X'_{2S} \cdot \frac{\dot{I}_2}{K_T} + Z'_H \cdot \frac{\dot{I}_2}{K_T},\end{aligned}\quad (10.7)$$

где $R'_2 = K_T^2 \cdot R_2$ – приведенное активное сопротивление вторичной обмотки;

$X'_{2S} = K_T^2 \cdot X_{2S}$ – приведенное индуктивное сопротивление вторичной обмотки;

$U'_2 = K_T \cdot \dot{I}_2 \cdot Z_H = K_T \cdot \dot{U}_2$ – приведенное напряжение на нагрузке;

$Z'_H = K_T^2 \cdot Z_H$ – приведенное сопротивление нагрузки.

Величиной намагничивающего тока можно пренебречь, так как она мала по сравнению с током первичной обмотки трансформатора в нагрузочном режиме $I_{1X} \approx 0$, тогда $\dot{I}_1 = -\frac{1}{K_T} \cdot \dot{I}_2$.

Подставим уравнение (10.7) в уравнение (10.3).

Получим

$$\begin{aligned}\dot{U}_1 &= -\frac{\dot{I}_2}{K_T} \cdot R'_2 - j \frac{\dot{I}_2}{K_T} \cdot X'_{2S} - \frac{\dot{I}_2}{K_T} \cdot Z'_H + \dot{I}_1 \cdot R_1 + j X_{1S} \cdot \dot{I}_1 = \\ &= \dot{I}_1 \cdot R'_2 + j \dot{I}_1 \cdot X'_{2S} + \dot{U}'_2 + \dot{I}_1 \cdot R_1 + j X_{1S} \cdot \dot{I}_1 = \\ &= \dot{I}_1 (R_1 + R'_2) + \dot{I}_1 j (X_{1S} + X'_{2S}) + \dot{U}'_2.\end{aligned}\quad (10.8)$$

Уравнению (10.8) соответствует упрощенная схема замещения трансформатора, изображенная на рис. 10.6.

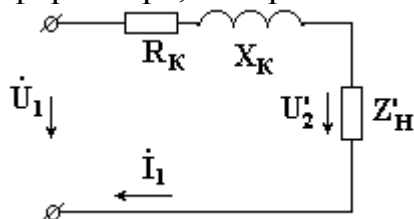


Рис. 10.6

$R_K = R_1 + R'_2 = R_1 + R_2 \cdot K_T^2$ – активное сопротивление короткого замыкания трансформатора,

$X_K = X_{1S} + X'_{2S} = X_{1S} + X_{2S} \cdot K_T^2$ – индуктивное сопротивление короткого замыкания.

Параметры упрощенной схемы замещения определяются из опыта короткого замыкания. Для этого собирается схема рис. 10.7.

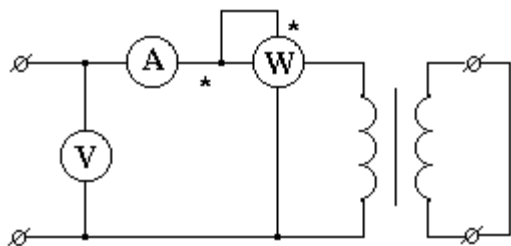


Рис. 10.7

Зажимы вторичной обмотки замыкаются накоротко. Измеряют напряжение, ток и мощность: U_{1K} , I_{1K} , P_K . Опыт короткого замыкания осуществляется при пониженном напряжении на первичной обмотке.

Затем вычисляют

$$R_K = \frac{P_K}{I_{1K}^2}, \quad Z_K = \frac{U_{1K}}{I_{1K}}, \quad X_K = \sqrt{Z_K^2 - R_K^2},$$

где Z_K – полное сопротивление короткого замыкания.

На рис. 10.8 изображена векторная диаграмма трансформатора, соответствующая упрощенной схеме замещения. Нагрузкой трансформатора является активное сопротивление R_H .

Вектор тока \dot{I}_1 совмещен с вещественной осью комплексной плоскости.

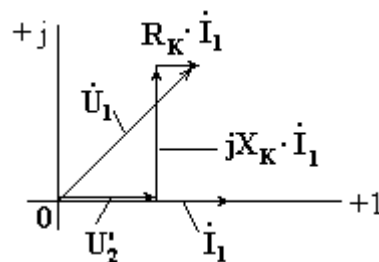


Рис. 10.8

Вектор напряжения на сопротивлении нагрузки совпадает с вектором тока по направлению. Вектор напряжения на индуктивном сопротивлении $jX_K \dot{I}_1$ перпендикулярен, а вектор напряжения $R_K \dot{I}_1$ параллелен вектору тока. Вектор напряжения на входе трансформатора равен сумме трех векторов напряжения.

Упрощенная схема используется для расчета цепей, содержащих трансформаторы.

10.4. Специальные типы трансформаторов

Наиболее часто в электротехнических установках используются следующие специальные типы трансформаторов: автотрансформаторы, многообмоточные и трехфазные трансформаторы.

Автотрансформатором называется такой трансформатор, у которого имеется только одна обмотка, часть которой принадлежит одновременно вторичной и первичной цепям. Схема однофазного трансформатора изображена на рис. 10.9.

Режим холостого хода автотрансформатора, когда $I_2 = 0$, ничем не отличается от режима холостого хода обычного трансформатора.

Подводимое к трансформатору напряжение $U_1 = U_{AB}$ равномерно распределяется между витками первичной обмотки.

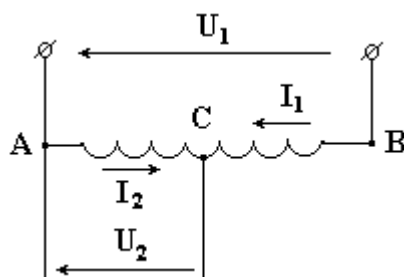


Рис. 10.9

Вторичное напряжение

$$U_2 = U_{AC} = U_{AB} \cdot \frac{W_{AC}}{W_{AB}} = \frac{U_{AB}}{K_T},$$

где $K_T = \frac{W_{AB}}{W_{AC}}$ – коэффициент трансформации.

Автотрансформаторы выгодно использовать в тех случаях, когда коэффициент трансформации близок к единице.

Многообмоточные (одна первичная и несколько вторичных) трансформаторы используются в радиотехнических схемах для получения нескольких напряжений.

В режиме холостого хода работа таких трансформаторов не отличается от двухобмоточных.

В трехфазной сети переменного тока преобразование напряжений осуществляется с помощью трехфазного трансформатора с общим для трех фаз сердечником. В трехфазном трансформаторе с общим магнитопроводом магнитный поток любой из фаз может замыкаться через стержни, на которых расположены обмотки двух других фаз. Затраты стали на трехфазный трансформатор значительно меньше, чем на три однофазных трансформатора.

11. ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ МАШИНЫ ПОСТОЯННОГО ТОКА

11.1. Устройство электрической машины постоянного тока

Электрическая машина постоянного тока состоит из двух основных частей: неподвижной части (индуктора) и вращающейся части (якоря с барабанной обмоткой).

На рис. 11.1 изображена конструктивная схема машины постоянного тока. Индуктор состоит из станины 1 цилиндрической формы, изготовленной из ферромагнитного материала и полюсов с обмоткой возбуждения 2, закрепленных на станине. Обмотка возбуждения создает основной магнитный поток. Магнитный поток может создаваться постоянными магнитами, укрепленными на станине.

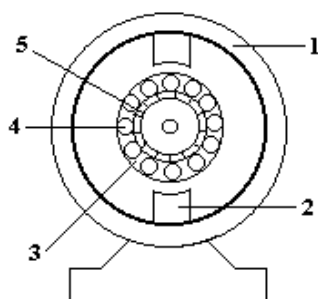


Рис. 11.1

Якорь состоит из следующих элементов: сердечника 3, обмотки 4, уложенной в пазы сердечника, коллектора 5. Сердечник якоря для уменьшения потерь на вихревые точки набирается из изолированных друг от друга листов электротехнической стали.

11.2. Принцип действия машины постоянного тока

Рассмотрим работу машины постоянного тока на модели рис.11.2, где 1 – полюсы индуктора, 2 – якорь, 3 – проводники, 4 – контактные щетки. Проводники якорной обмотки расположены на поверхности якоря. Очистим внешние поверхности проводников от изоляции и наложим на проводники неподвижные контактные щетки. Контактные щетки размещены на линии геометрической нейтральной, проведенной посередине между полюсами.

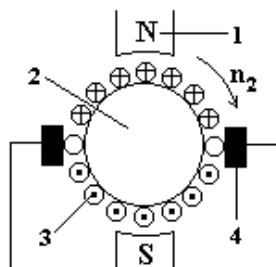


Рис. 11.2

Приведем якорь машины во вращение в направлении, указанном стрелкой. Определим направление ЭДС, индуктированных в проводниках якорной обмотки по правилу правой руки. На рис.11.2 крестиком обозначены ЭДС,

направленные от нас, точками – ЭДС, направленные к нам. Соединим проводники между собой так, чтобы ЭДС в них складывались. Для этого соединяют последовательно конец проводника, расположенного в зоне одного полюса с концом проводника, расположенного в зоне полюса противоположной полярности (рис. 11.3). Два проводника, соединенные последовательно, образуют один виток или одну катушку. ЭДС проводников, расположенных в зоне одного полюса, различны по величине. Наибольшая ЭДС индуцируется в проводнике, расположенном под серединой полюса, ЭДС, равная нулю, – в проводнике, расположенном на линии геометрической нейтрали. Если соединить все проводники обмотки по определенному правилу последовательно, то результирующая ЭДС якорной обмотки равна нулю, ток в обмотке отсутствует. Контактные щетки делят якорную обмотку на две параллельные ветви. В верхней параллельной ветви индуцируется ЭДС одного направления, в нижней параллельной ветви – противоположного направления. ЭДС, снимаемая контактными щетками, равна сумме электродвижущих сил проводников, расположенных между щетками.

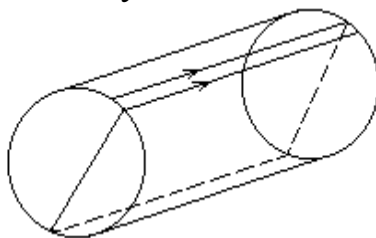


Рис. 11.3

На рис. 11.4 представлена схема замещения якорной обмотки. В параллельных ветвях действуют одинаковые ЭДС, направленные встречно друг другу. При подключении к якорной обмотке сопротивления в параллельных ветвях возникают одинаковые токи $\frac{I_{\text{я}}}{2}$, через сопротивление $R_{\text{я}}$ протекает ток $I_{\text{я}}$. ЭДС якорной обмотки пропорциональна частоте вращения якоря n_2 и магнитному потоку индуктора Φ

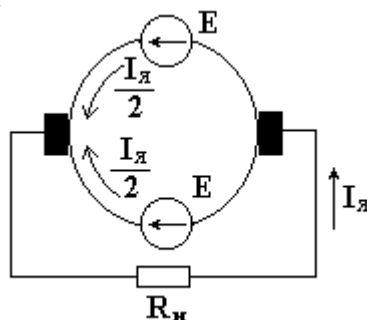


Рис. 11.4

$$E = C_e \cdot n_2 \cdot \Phi, \quad (11.1)$$

где C_e – константа.

В реальных электрических машинах постоянного тока используется специальное контактное устройство – коллектор. Коллектор устанавливается на одном валу с сердечником якоря и состоит из отдельных изолированных друг от

друга и от вала якоря медных пластин. Каждая из пластин соединена с одним или несколькими проводниками якорной обмотки. На коллектор накладываются неподвижные контактные щетки. С помощью контактных щеток вращающаяся якорная обмотка соединяется с сетью постоянного тока или с нагрузкой.

11.3. Работа электрической машины постоянного тока в режиме генератора

Любая электрическая машина обладает свойством обратимости, т.е. может работать в режиме генератора или двигателя. Если к зажимам приведенного во вращение якоря генератора присоединить сопротивление нагрузки, то под действием ЭДС якорной обмотки в цепи возникает ток

$$E = U + I_{\text{я}} \cdot R_{\text{я}},$$

где U – напряжение на зажимах генератора;

$R_{\text{я}}$ – сопротивление обмотки якоря.

$$U = E - I_{\text{я}} \cdot R_{\text{я}}. \quad (11.2)$$

Уравнение (11.2) называется основным уравнением генератора.

С появлением тока в проводниках обмотки возникнут электромагнитные силы.

На рис. 11.5 схематично изображен генератор постоянного тока, показаны направления токов в проводниках якорной обмотки.

Воспользовавшись правилом левой руки, видим, что электромагнитные силы создают электромагнитный момент $M_{\text{эм}}$, препятствующий вращению якоря генератора. Чтобы машина работала в качестве генератора, необходимо первичным двигателем вращать ее якорь, преодолевая тормозной электромагнитный момент.

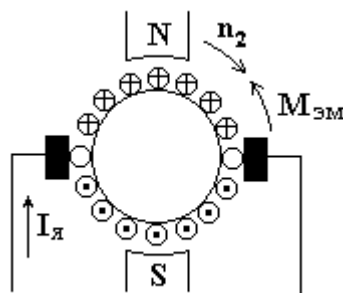


Рис. 11.5

11.4. Генераторы с независимым возбуждением. Характеристики генераторов

Магнитное поле генератора с независимым возбуждением создается током, подаваемым от постороннего источника энергии в обмотку возбуждения полюсов. Схема генератора с независимым возбуждением показана на рис. 11.6.

Магнитное поле генераторов с независимым возбуждением может создаваться от постоянных магнитов (рис. 11.7).

Зависимость ЭДС генератора от тока возбуждения называется характеристикой холостого хода $E = U_{\text{хх}} = f(I_{\text{в}})$.

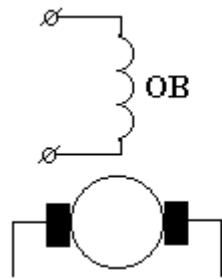


Рис. 11.6

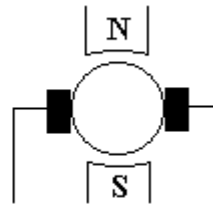


Рис. 11.7

Характеристику холостого хода получают при разомкнутой внешней цепи ($I_a = 0$) и при постоянной частоте вращения ($n_2 = \text{const}$).

Характеристика холостого хода генератора показана на рис. 11.8.

Из-за остаточного магнитного потока ЭДС генератора не равна нулю при токе возбуждения, равном нулю.

При увеличении тока возбуждения ЭДС генератора сначала возрастает пропорционально.

Соответствующая часть характеристики холостого хода будет прямолинейна. Но при дальнейшем увеличении тока возбуждения происходит магнитное насыщение машины, отчего кривая будет иметь изгиб. При последующем возрастании тока возбуждения ЭДС генератора почти не меняется. Если уменьшать ток возбуждения, кривая размагничивания не совпадает с кривой намагничивания из-за явления гистерезиса.

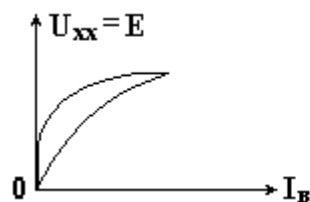


Рис. 11.8

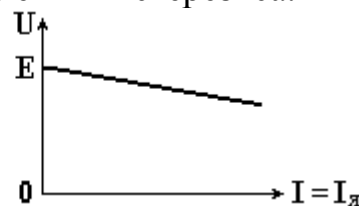


Рис. 11.9

Зависимость напряжения на внешних зажимах машины от величины тока нагрузки $U = f(I)$ при токе возбуждения $I_f = \text{const}$ называют внешней характеристикой генератора. Внешняя характеристика генератора изображена на рис. 11.9.

$$U = E - I_a \cdot R_a.$$

С ростом тока нагрузки напряжение на зажимах генератора уменьшается из-за увеличения падения напряжения в якорной обмотке.

11.5. Генераторы с самовозбуждением. Принцип самовозбуждения генератора с параллельным возбуждением

Недостатком генератора с независимым возбуждением является необходимость иметь отдельный источник питания. Но при определенных условиях обмотку возбуждения можно питать током якоря генератора.

Самовозбуждающиеся генераторы имеют одну из трех схем: с параллельным, последовательным и смешанным возбуждением. На рис. 11.10 изображен генератор с параллельным возбуждением. Обмотка возбуждения подключена параллельно

якорной обмотке. В цепь возбуждения включен реостат $R_{\text{в}}$. Генератор работает в режиме холостого хода.

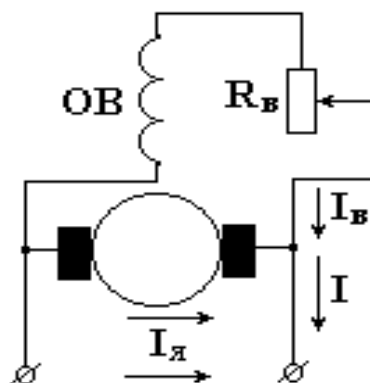


Рис. 11.10

Чтобы генератор самовозбудился, необходимо выполнение определенных условий. Первым из этих условий является наличие остаточного магнитного потока между полюсами. При вращении якоря остаточный магнитный поток индуцирует в якорной обмотке небольшую остаточную ЭДС. Вторым условием является согласное включение обмотки возбуждения. Обмотки возбуждения и якоря должны быть соединены таким образом, чтобы ЭДС якоря создавала ток, усиливающий остаточный магнитный поток. Усиление магнитного потока приведет к увеличению ЭДС. Машина самовозбуждается и начинает устойчиво работать с каким-то током возбуждения $I_{\text{в}} = \text{const}$ и ЭДС $E = \text{const}$, зависящими от сопротивления $R_{\text{в}}$ в цепи возбуждения.

Третьим условием является то, что сопротивление цепи возбуждения при данной частоте вращения должно быть меньше критического.

Изобразим на рис. 11.11 характеристику холостого хода генератора $E = f(I_{\text{в}})$ (кривая 1) и вольт-амперную характеристику сопротивления цепи возбуждения $U_{\text{в}} = R_{\text{в}} \cdot I_{\text{в}}$, где $U_{\text{в}}$ — падение напряжения в цепи возбуждения. Эта характеристика представляет собой прямую линию 2, наклоненную к оси абсцисс под углом γ ($\tan \gamma \sim R_{\text{в}}$). Ток обмотки возбуждения увеличивает магнитный поток полюсов при согласном включении обмотки возбуждения.

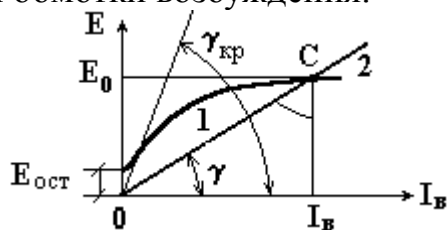


Рис. 11.11

Индуктированная в якоре ЭДС возрастает, что приводит к дальнейшему увеличению тока обмотки возбуждения, магнитного потока и ЭДС. Рост ЭДС от тока возбуждения замедляется при насыщении магнитной цепи машины. Падение напряжения в цепи возбуждения пропорционально росту тока. В точке пересечения характеристики холостого хода машины 1 с прямой 2 процесс самовозбуждения заканчивается. Машина работает в устойчивом режиме.

Если увеличим сопротивление цепи обмотки возбуждения, угол наклона прямой 2 к оси тока возрастает. Точка пересечения прямой с характеристикой холостого хода смещается к началу координат. При некотором значении сопротивления цепи возбуждения $R_{кр}$, когда $\gamma = \gamma_{кр}$, самовозбуждение становится невозможным. При критическом сопротивлении вольт-амперная характеристика цепи возбуждения становится касательной к прямолинейной части характеристики холостого хода, а в якоре появляется небольшая ЭДС.

11.6. Работа электрической машины постоянного тока в режиме двигателя. Основные уравнения

Под действием напряжения, подведенного к якору двигателя, в обмотке якоря появится ток $I_{я}$. При взаимодействии тока с магнитным полем индуктора возникает электромагнитный вращающий момент

$$M_{эм} = C_m \cdot I_{я} \cdot \Phi,$$

где C_m — коэффициент, зависящий от конструкции двигателя.

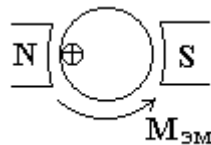


Рис. 11.12

На рис. 11.12 изображен схематично двигатель постоянного тока, выделен проводник якорной обмотки. Ток в проводнике направлен от нас. Направление электромагнитного вращающего момента определится по правилу левой руки. Якорь вращается против часовой стрелки. В проводниках якорной обмотки индуцируется ЭДС, направление которой определяется правилом правой руки. Эта ЭДС направлена встречно току якоря, ее называют противо-ЭДС.

В установившемся режиме электромагнитный вращающий момент $M_{эм}$ уравновешивается противодействующим тормозным моментом M_2 механизма, приводимого во вращение.

$$M_{эм} = M_2.$$

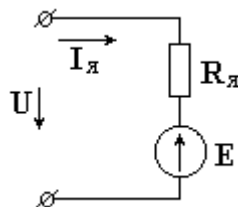


Рис. 11.13

На рис. 11.13 показана схема замещения якорной обмотки двигателя. ЭДС направлена встречно току якоря. В соответствии со вторым законом Кирхгофа, $-E = -U + I_{я} \cdot R_{я}$, откуда

$$U = E + I_{я} \cdot R_{я} = C_e \cdot \Phi \cdot n_2 + I_{я} \cdot R_{я}. \quad (11.3)$$

Уравнение (11.3) называется основным уравнением двигателя.

Из уравнения (11.3) можно получить формулы:

$$I_{\text{я}} = \frac{U - E}{R_{\text{я}}}, \quad (11.4)$$

$$n_2 = \frac{U - I_{\text{я}} \cdot R_{\text{я}}}{C_e \cdot \Phi}. \quad (11.5)$$

Магнитный поток Φ зависит от тока возбуждения $I_{\text{е}}$, создаваемого в обмотке возбуждения. Из формулы (11.5) видно, что частоту вращения двигателя постоянного тока n_2 можно регулировать следующими способами:

- 1) изменением тока возбуждения с помощью реостата в цепи обмотки возбуждения;
- 2) изменением сопротивления в цепи обмотки якоря;
- 3) изменением напряжения U на зажимах якорной обмотки.

Чтобы изменить направление вращения двигателя на обратное (реверсировать двигатель), необходимо изменить направление тока в обмотке якоря или индуктора.

11.7. Механические характеристики электродвигателей постоянного тока

Рассмотрим двигатель с параллельным возбуждением в установившемся режиме работы (рис. 11.14). Обмотка возбуждения подключена параллельно якорной обмотке.

$$M_{\text{эм}} = M_2 = C_m \cdot \Phi \cdot I_{\text{я}}, \text{ откуда } I_{\text{я}} = \frac{M_2}{C_m \cdot \Phi}$$

$$n_2 = \frac{U}{C_e \cdot \Phi} - \frac{I_{\text{я}} \cdot R_{\text{я}}}{C_e \cdot \Phi} = \frac{U}{C_e \cdot \Phi} - \frac{R_{\text{я}} \cdot M_2}{C_e \cdot C_m \cdot \Phi^2}. \quad (11.6)$$

Механической характеристикой двигателя называется зависимость частоты вращения якоря n_2 от момента на валу M_2 при $U = \text{const}$ и $I_{\text{е}} = \text{const}$.

Уравнение (11.6) является уравнением механической характеристики двигателя с параллельным возбуждением. Эта характеристика является жесткой. С увеличением нагрузки частота вращения такого двигателя уменьшается в небольшой степени (рис. 11.15).

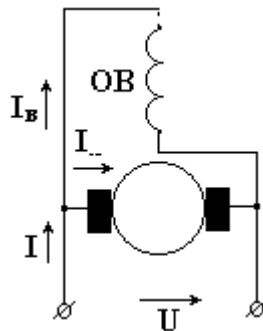


Рис. 11.14

На рисунке 11.16 изображен двигатель последовательного возбуждения. Якорная обмотка и обмотка возбуждения включены последовательно.

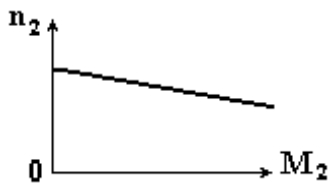


Рис. 11.15

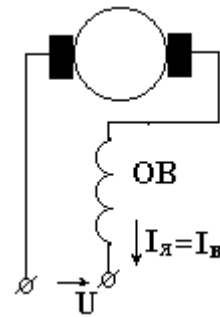


Рис. 11.16

Ток возбуждения двигателя одновременно является током якоря. Магнитный поток индуктора пропорционален току якоря.

$$\Phi = k \cdot I_{\text{я}},$$

где k – коэффициент пропорциональности.

Момент на валу двигателя пропорционален квадрату тока якоря.

$$M_2 = C_m \cdot I_{\text{я}} \cdot \Phi = C_m \cdot k \cdot I_{\text{я}}^2,$$

откуда

$$I_{\text{я}} = \sqrt{\frac{M_2}{C_m \cdot k}}.$$

Механическая характеристика двигателя последовательного возбуждения является мягкой (рис. 11.17).

Уравнение механической характеристики двигателя последовательного возбуждения выглядит следующим образом:

$$n_2 = \frac{U \cdot \sqrt{C_m \cdot k}}{C_e \cdot k \cdot \sqrt{M_2}} - \frac{R_{\text{я}}}{C_e \cdot k}. \quad (11.7)$$

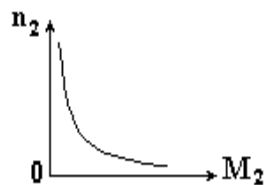


Рис. 11.17

С увеличением нагрузки скорость двигателя резко падает. С уменьшением нагрузки на валу двигатель развивает очень большую частоту вращения. Говорят, что двигатель идет вразнос. Работа двигателя последовательного возбуждения без нагрузки недопустима.

Двигатель смешанного возбуждения имеет механическую характеристику, представляющую собой нечто среднее между механическими характеристиками двигателя параллельного и последовательного возбуждения.

Двигатели с параллельным возбуждением применяются для привода станков и различных механизмов, требующих широкой регулировки скорости.

Двигатели с последовательным возбуждением применяются в качестве тяговых двигателей электровозов, трамваев и т.д.

12. ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ МАШИНЫ ПЕРЕМЕННОГО ТОКА

12.1. Вращающееся магнитное поле

Особенностью многофазных систем является возможность создать в механически неподвижном устройстве вращающееся магнитное поле.

Катушка, подключенная к источнику переменного тока, образует пульсирующее магнитное поле, т.е. магнитное поле, изменяющееся по величине и направлению.

Возьмем цилиндр с внутренним диаметром D . На поверхности цилиндра разместим три катушки, пространственно смещенные относительно друг друга на 120° . Катушки подключим к источнику трехфазного напряжения (рис. 12.1). На рис. 12.2 показан график изменения мгновенных токов, образующих трехфазную систему.

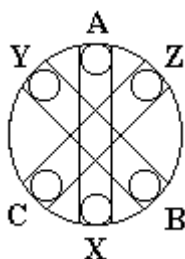


Рис. 12.1

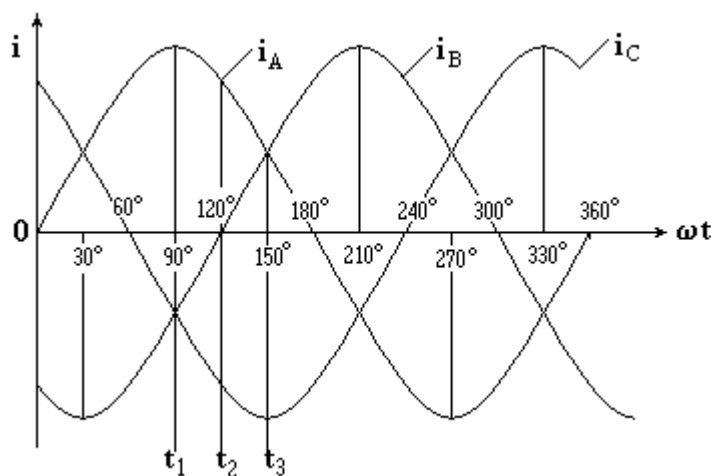


Рис. 12.2.

Каждая из катушек создает пульсирующее магнитное поле. Магнитные поля катушек, взаимодействуя друг с другом, образуют результирующее вращающееся магнитное поле, характеризующееся вектором результирующей магнитной индукции \vec{B} .

На рис. 12.3 изображены векторы магнитной индукции каждой фазы и результирующий вектор \vec{B} , построенные для трех моментов времени t_1 , t_2 , t_3 . Положительные направления осей катушек обозначены +1, +2, +3.

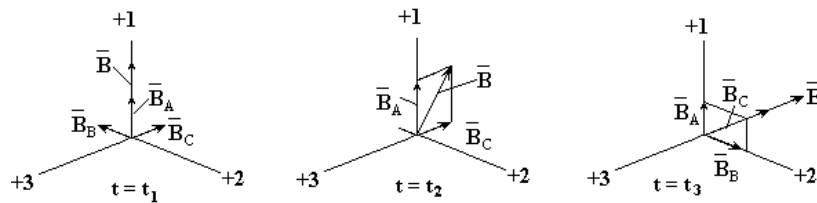


Рис. 12.3

В момент $t = t_1$ ток и магнитная индукция в катушке $A-X$ положительны и максимальны, в катушках $B-Y$ и $C-Z$ - одинаковы и отрицательны. Вектор результирующей магнитной индукции равен геометрической сумме векторов магнитных индукций катушек и совпадает с осью катушки $A-X$. В момент $t = t_2$ токи в катушках $A-X$ и $C-Z$ одинаковы по величине и противоположны по направлению. Ток в фазе B равен нулю. Результирующий вектор магнитной индукции повернулся по часовой стрелке на 30° . В момент $t = t_3$ токи в катушках $A-X$ и $B-Y$ одинаковы по величине и положительны, ток в фазе $C-Z$ максимален и отрицателен, вектор результирующего магнитного поля размещается в отрицательном направлении оси катушки $C-Z$. За период переменного тока вектор результирующего магнитного поля повернется на 360° . Линейная скорость перемещения вектора магнитной индукции

$$V_1 = \frac{\pi \cdot D}{T} = \pi \cdot D \cdot f_1 = \pi \cdot D \cdot n_1, \quad n_1 = f_1 \left(\frac{\text{об}}{c} \right),$$

где f_1 - частота переменного напряжения;

T - период синусоидального тока;

n_1 - частота вращения магнитного поля или синхронная частота вращения.

За период T магнитное поле перемещается на расстояние 2τ , где $\tau = \frac{\pi D}{2P}$ - полюсное деление или расстояние между полюсами магнитного поля по длине окружности цилиндра диаметром D .

Линейная скорость $V_1 = \frac{2\tau}{T} = 2\tau \cdot f_1,$

$$\pi D \cdot n_1 = 2\tau \cdot f_1 = \frac{2\pi \cdot D}{2P} \cdot f_1,$$

откуда

$$n_1 = \frac{f_1}{P} \left(\frac{\text{об}}{c} \right) = \frac{60 f_1}{P} \left(\frac{\text{об}}{\text{мин}} \right), \quad (12.1)$$

где n_1 - синхронная частота вращения многополюсного магнитного поля с числом пар полюсов P .

Катушки, изображенные на рис. 12.1, создают двухполюсное магнитное поле, с числом полюсов $2P = 2$. Частота вращения поля равна $3000 \frac{\text{об}}{\text{мин}}$.

Чтобы получить четырехполюсное магнитное поле, необходимо внутри цилиндра диаметром D поместить шесть катушек, по две на каждую фазу. Тогда, согласно формуле (12.1), магнитное поле будет вращаться в два раза медленней, с $n_1 = 1500 \frac{\text{об}}{\text{мин}}$. Чтобы получить вращающееся магнитное поле, необходимо выполнить два условия.

1. Иметь хотя бы две пространственно смещенные катушки.

2. Подключить к катушкам несовпадающие по фазе токи.

12.2. Асинхронные двигатели. Конструкция, принцип действия

Асинхронный двигатель имеет неподвижную часть, именуемую статором, и вращающуюся часть, называемую ротором. В статоре размещена обмотка, создающая вращающееся магнитное поле.

Различают асинхронные двигатели с короткозамкнутым и фазным ротором.

В пазах ротора с короткозамкнутой обмоткой размещены алюминиевые или медные стержни. По торцам стержни замкнуты алюминиевыми или медными кольцами. Статор и ротор набирают из листов электротехнической стали, чтобы уменьшить потери на вихревые токи.

Фазный ротор имеет трехфазную обмотку (для трехфазного двигателя). Концы фаз соединены в общий узел, а начала выведены к трем контактным кольцам, размещенным на валу. На кольца накладывают неподвижные контактные щетки. К щеткам подключают пусковой реостат. После пуска двигателя сопротивление пускового реостата плавно уменьшают до нуля.

Принцип действия асинхронного двигателя рассмотрим на модели, представленной на рисунке 12.4. Вращающееся магнитное поле статора представим в виде постоянного магнита, вращающегося с синхронной частотой вращения n_1 . В проводниках замкнутой обмотки ротора индуктируются токи. Полюса магнита перемещаются по часовой стрелке. Наблюдателю, разместившемуся на вращающемся магните, кажется, что магнит неподвижен, а проводники роторной обмотки перемещаются против часовой стрелки. Направления роторных токов, определенные по правилу правой руки, указаны на рис. 12.4. Пользуясь правилом левой руки, найдем направление электромагнитных сил, действующих на ротор и заставляющих его вращаться. Ротор двигателя будет вращаться с частотой вращения n_2 в направлении вращения поля статора.

Ротор вращается асинхронно т.е частота вращения его n_2 меньше частоты вращения поля статора n_1 .

Относительная разность скоростей поля статора и ротора называется скольжением.

$$s = \frac{n_1 - n_2}{n_1}. \quad (12.2)$$

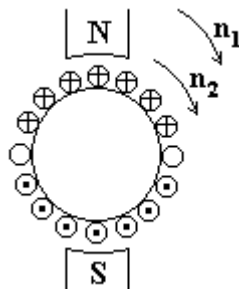


Рис. 12.4

Скольжение не может быть равным нулю, так как при одинаковых скоростях поля и ротора прекратилось бы наведение токов в роторе и, следовательно, отсутствовал бы электромагнитный вращающий момент.

Вращающий электромагнитный момент уравнивается противодействующим тормозным моментом $M_{эм} = M_2$.

С увеличением нагрузки на валу двигателя тормозной момент становится больше вращающего, и скольжение увеличивается. Вследствие этого, возрастают индуцированные в роторной обмотке ЭДС и токи. Вращающий момент увеличивается и становится равным тормозному моменту. Вращающий момент может возрасти с увеличением скольжения до определенного максимального значения, после чего при дальнейшем увеличении тормозного момента вращающий момент резко уменьшается, и двигатель останавливается.

Скольжение заторможенного двигателя равно единице. Говорят, что двигатель работает в режиме короткого замыкания.

Частота вращения ненагруженного асинхронного двигателя n_2 приблизительно равна синхронной частоте n_1 . Скольжение ненагруженного двигателя $S \approx 0$. Говорят, что двигатель работает в режиме холостого хода.

Скольжение асинхронной машины, работающей в режиме двигателя, изменяется от нуля до единицы.

Асинхронная машина может работать в режиме генератора. Для этого ее ротор необходимо вращать сторонним двигателем в направлении вращения магнитного поля статора с частотой $n_2 > n_1$. Скольжение асинхронного генератора $s = \frac{n_1 - n_2}{n_1} < 0$.

Асинхронная машина может работать в режиме электромашинного тормоза. Для этого необходимо ее ротор вращать в направлении, противоположном направлению вращения магнитного поля статора. В этом режиме $S > 1$. Как правило, асинхронные машины используются в режиме двигателя. Асинхронный двигатель является наиболее распространенным в промышленности типом двигателя. Частота вращения поля в асинхронном двигателе жестко связана с частотой сети f_1 и числом пар полюсов статора. При частоте $S_1 = 50 \text{ Гц}$ существует следующий ряд частот вращения.

Р	1	2	3	4
$n_1, \frac{\text{об}}{\text{мин}}$	3 000	1 500	1 000	750

Из формулы (12.1) получим

$$f_1 = n_1 \cdot P. \quad (12.3)$$

Скорость поля статора относительно ротора называется скоростью скольжения

$$n_s = n_1 - n_2.$$

Частота тока и ЭДС в роторной обмотке

$$f_2 = P \cdot n_s = P \cdot (n_1 - n_2) \cdot \frac{n_1}{n_1} = S \cdot f_1,$$

$$f_2 = S \cdot f_1. \quad (12.4)$$

Асинхронная машина с заторможенным ротором работает как трансформатор. Основной магнитный поток индуцирует в статорной и в неподвижной роторной обмотках ЭДС E_1 и E_{2K} .

$$E_1 = 4,44 \cdot \Phi_m \cdot W_1 \cdot K_{01} \cdot f_1; \quad E_{2K} = 4,44 \cdot \Phi_m \cdot W_2 \cdot K_{02} \cdot f_1,$$

где Φ_m - максимальное значение основного магнитного потока, сцепленного со статорной и роторной обмотками;

W_1 и W_2 - числа витков статорной и роторной обмоток;

f_1 - частота напряжения в сети;

K_{01} и K_{02} - обмоточные коэффициенты статорной и роторной обмоток.

Чтобы получить более благоприятное распределение магнитной индукции в воздушном зазоре между статором и ротором, статорные и роторные обмотки не сосредотачивают в пределах одного полюса, а распределяют по окружностям статора и ротора. ЭДС распределенной обмотки меньше ЭДС сосредоточенной обмотки. Этот факт учитывается введением в формулы, определяющие величины электродвижущих сил обмоток, обмоточных коэффициентов. Величины обмоточных коэффициентов несколько меньше единицы. ЭДС в обмотке вращающегося ротора

$$E_2 = 4,44 \cdot K_{02} \cdot f_2 \cdot W_2 \cdot \Phi_m = 4,44 \cdot K_{02} \cdot W_2 \cdot S \cdot f_1 \cdot \Phi_m = S \cdot E_{2K}. \quad (12.5)$$

Ток ротора работающей машины

$$I_2 = \frac{E_2}{Z_2} = \frac{E_2}{\sqrt{R_2^2 + x_2^2}} = \frac{S \cdot E_{2K}}{\sqrt{R_2^2 + x_2^2}},$$

где R_2 - активное сопротивление роторной обмотки;

x_2 - индуктивное сопротивление роторной обмотки.

$$x_2 = \omega_2 \cdot L_2 = 2\pi f_2 \cdot L_2 = 2\pi S \cdot f_1 \cdot L_2 = S \cdot x_{2K},$$

где x_{2K} - индуктивное сопротивление заторможенного ротора.

$$I_2 = \frac{S \cdot E_{2K}}{\sqrt{R_2^2 + S^2 x_{2K}^2}} = \frac{E_{2K}}{\sqrt{\frac{R_2^2}{S^2} + x_{2K}^2}}. \quad (12.6)$$

12.3. Вращающий момент асинхронного двигателя

На ротор и полюсы статора действуют электромагнитные вращающие моменты, одинаковые по величине и направленные в противоположные стороны.

Мощность, необходимая для вращения статорных полюсов с синхронной частотой

$$P_{ЭМ} = M_{ЭМ} \frac{2\pi n_1}{60} = M_{ЭМ} \cdot \omega_1,$$

где $\omega_1 = \frac{2\pi n_1}{60}$ - угловая скорость.

Механическая мощность, развиваемая ротором

$$P_2' = M_{ЭМ} \cdot \omega_2 = M_{ЭМ} \frac{2\pi \cdot n_2}{60},$$

где $\omega_2 = \frac{2\pi n_2}{60}$ - угловая скорость ротора.

Разность мощностей

$$P_{ЭМ} - P_2' = P_{Э2} = m_2 \cdot I_2^2 \cdot R_2,$$

где $P_{Э2}$ - электрические потери в роторной обмотке;

m_2 - число фаз обмотки ротора;

R_2 - активное сопротивление обмотки ротора;

I_2 - ток ротора.

$$P_{ЭМ} - P_2' = M_{ЭМ} (\omega_1 - \omega_2) \cdot \frac{\omega_1}{\omega_1} = M_{ЭМ} \cdot \omega_1 \cdot S = S \cdot P_{ЭМ} = P_{Э2},$$

откуда

$$P_{ЭМ} = \frac{P_{Э2}}{S}. \quad (12.7)$$

Вращающий момент, с учетом (12.6),

$$M_{ЭМ} = \frac{P_{ЭМ}}{\omega_1} = \frac{m_2 \cdot I_2^2 \cdot R_2}{\omega_1 \cdot S} = \frac{m_2}{\omega_1} \cdot \frac{R_2}{S} \cdot \frac{E_{2K}^2}{\left(\frac{R_2}{S}\right)^2 + x_{2K}^2},$$

где $E_{2K} = \frac{E_1}{K_T}$, K_T - коэффициент трансформации двигателя с заторможенным ротором.

$$E_1 \approx U_1,$$

где U_1 - напряжение сети.

$$M_{ЭМ} = \frac{m_2}{\omega_1 \cdot K_T^2} \cdot \frac{U_1^2 \cdot \frac{R_2}{S}}{\left(\frac{R_2}{S}\right)^2 + x_{2K}^2} = C_M \cdot U_1^2 \cdot \frac{\frac{R_2}{S}}{\left(\frac{R_2}{S}\right)^2 + x_{2K}^2}, \quad (12.8)$$

где $C_M = \frac{m_2}{\omega_1 \cdot K_T^2}$ - константа.

На рис. 12.5 изображена зависимость электромагнитного момента от скольжения в виде сплошной линии.

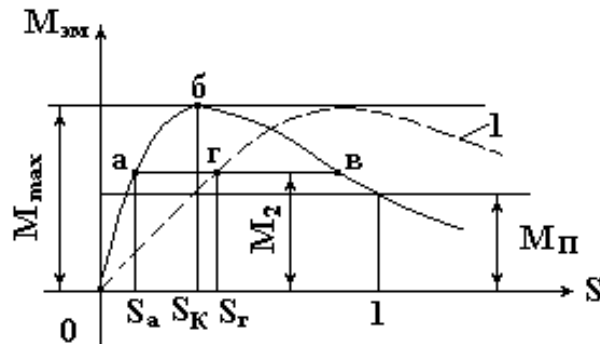


Рис. 12.5

Пусть исполнительный механизм, приводимый во вращение данным двигателем, создает противодействующий тормозной момент M_2 . На рис.12.5 имеются две точки, для которых справедливо равенство $M_{ЭМ} = M_2$; это точки **a** и **б**. В точке **a** двигатель работает устойчиво. Если двигатель под влиянием какой-либо причины уменьшит частоту вращения, то скольжение его возрастет, вместе с ним возрастет вращающий момент. Благодаря этому частота вращения двигателя повысится, и вновь восстановится равновесие $M_{ЭМ} = M_2$. В точке **б** работа двигателя не может быть устойчива: случайное отклонение частоты вращения приведет либо к остановке двигателя, либо к переходу его в точку **a**.

Следовательно, вся восходящая ветвь характеристики является областью устойчивой работы двигателя, а вся нисходящая часть - областью неустойчивой работы. Точка θ , соответствующая максимальному моменту, разделяет области устойчивой и неустойчивой работы.

Максимальному значению вращающего момента соответствует критическое скольжение S_k . Скольжению $S = 1$ соответствует пусковой момент. Если величина противодействующего тормозного момента M_2 больше пускового $M_{\text{п}}$, двигатель при включении не запустится, останется неподвижным.

Максимальный момент найдем следующим образом. Сначала определим значение критического скольжения, при котором функция $M_{\text{эм}}$ будет максимальной. Для этого первую производную функции по скольжению S от выражения (12.8) приравняем нулю.

$$\frac{dM_{\text{эм}}}{dS} = C_M \cdot U_1^2 \cdot \frac{\frac{R_2^3}{S^4} - \frac{R_2 \cdot x_{2K}^2}{S^2}}{\left[\left(\frac{R_2}{S} \right)^2 + x_{2K}^2 \right]^2} = 0,$$

откуда

$$S_K = \frac{R_2}{x_{2K}}. \quad (12.9)$$

Подставив значение критического скольжения в формулу (12.8), получим

$$M_{\text{max}} = C_M \cdot U_1^2 \cdot \frac{1}{2x_{2K}}. \quad (12.10)$$

Из формул (12.8), (12.9), (12.10) видно:

1) величина максимального вращающего момента не зависит от активного сопротивления цепи ротора;

2) с увеличением активного сопротивления цепи ротора максимальный вращающий момент, не изменяясь по величине, смещается в область больших скольжений (см. кривая 1 рис. 12,5);

3) вращающий момент пропорционален квадрату напряжения сети.

Механической характеристикой асинхронного двигателя называется зависимость частоты вращения двигателя от момента на валу $n_2 = f(M_2)$. Механическую характеристику получают при условии $U_1 = \text{const}$, $f_1 = \text{const}$.

Механическая характеристика двигателя является зависимостью вращающего момента от скольжения, построенной в другом масштабе. На рис. 12.6 изображена типичная механическая характеристика асинхронного двигателя.

С увеличением нагрузки величина момента на валу возрастает до некоторого максимального значения, а частота вращения уменьшается. Как правило, у асинхронного двигателя пусковой момент меньше максимального. Это объясняется тем, что в пусковом режиме, когда $n_2 = 0$, а $S = 1$ асинхронный двигатель находится в режиме, аналогичном короткому замыканию в трансформаторе. Магнитное поле ротора направлено встречно магнитному полю статора.

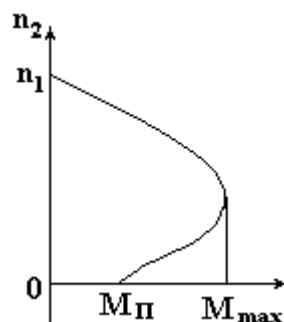


Рис. 12.6

Результирующий, или основной, магнитный поток в воздушном зазоре машины в пусковом режиме, а также ЭДС в статоре и роторе E_1 и E_2 значительно уменьшаются. Это приводит к уменьшению пускового момента двигателя и к резкому возрастанию пускового тока.

12.4. Регулирование частоты вращения асинхронных двигателей.

Реверсирование асинхронного двигателя

Из формулы (12.2) получим

$$n_2 = n_1(1 - S) = \frac{f_1}{P} \cdot (1 - S). \quad (12.11)$$

Из формулы (12.11) видно, что частоту вращения асинхронного двигателя можно менять тремя способами:

- 1) изменением частоты питающего напряжения;
- 2) изменением числа полюсов двигателя. Для этого в пазы статора закладывают обмотку, которую можно переключать на различное число полюсов;
- 3) изменением скольжения. Этот способ можно применить в асинхронных двигателях с фазным ротором. Для этого в цепь ротора включают регулировочный реостат. Увеличение активного сопротивления цепи ротора приводит к увеличению скольжения от S_a к S_r (см. рис. 12.5), а, следовательно, и к уменьшению частоты вращения двигателя.

Асинхронные двигатели имеют простую конструкцию и надежны в эксплуатации. Недостатком асинхронных двигателей является трудность регулирования их частоты вращения.

Чтобы реверсировать трехфазный асинхронный двигатель (изменить направление вращения двигателя на противоположное), необходимо поменять местами две фазы, то есть поменять местами два любых линейных провода, подходящих к обмотке статора двигателя.

12.5. Однофазные асинхронные двигатели

Однофазный двигатель имеет одну обмотку, расположенную на статоре. Однофазная обмотка, питаемая переменным током, создаст пульсирующее магнитное поле. Поместим в это поле ротор с короткозамкнутой обмоткой. Ротор вращаться не будет. Если раскрутить ротор сторонней механической силой в любую сторону, двигатель будет устойчиво работать.

Объяснить это можно следующим образом.

Пульсирующее магнитное поле можно заменить двумя магнитными полями, вращающимися в противоположных направлениях с синхронной частотой n_1 и имеющими амплитуды магнитных потоков, равные половине амплитуды магнитного потока пульсирующего поля. Одно из магнитных полей называется прямовращающимся, другое - обратновращающимся. Каждое из магнитных полей индуцирует в роторной обмотке вихревые токи. При взаимодействии вихревых токов с магнитными полями образуются вращающие моменты, направленные встречно друг другу.

На рис. 12.7 изображены зависимости момента от прямого поля M' , момента от обратного поля M'' и результирующего момента M в функции скольжения.

$$M = M' - M''.$$

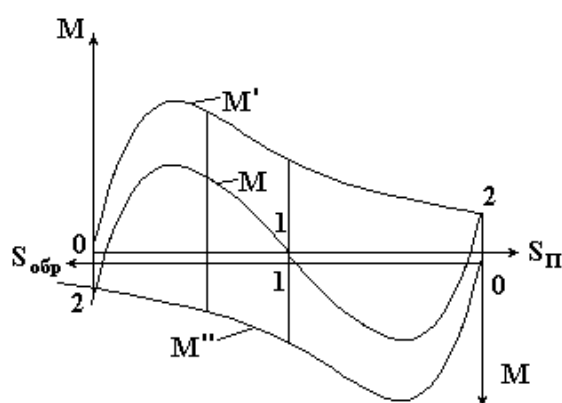


Рис. 12.7

Оси скольжений направлены встречно друг другу.

В пусковом режиме на ротор действуют вращающие моменты, одинаковые по величине и противоположные по направлению.

Раскрутим ротор сторонней силой в направлении прямовращающегося магнитного поля. Появится избыточный (результатирующий) вращающий момент, разгоняющий ротор до скорости, близкой к синхронной. При этом скольжение двигателя относительно прямовращающегося магнитного поля

$$S_n \approx 0, \quad n_2 \approx n_1.$$

Скольжение двигателя относительно обратновращающегося магнитного поля

$$S_{обр} \approx \frac{n_1 - (-n_1)}{n_1} \approx 2.$$

Рассматривая результирующую характеристику, можно сделать следующие выводы:

1. Однофазный двигатель не имеет пускового момента. Он будет вращаться в ту сторону, в которую раскручен внешней силой.

2. Из-за тормозного действия обратновращающегося поля характеристики однофазного двигателя хуже, чем трехфазного.

Для создания пускового момента однофазные двигатели снабжают пусковой обмоткой, пространственно смещенной относительно основной,

рабочей обмотки на 90° . Пусковая обмотка подключается к сети через фазосдвигающие элементы: конденсатор или активное сопротивление.

На рис. 12.8 показана схема включения обмоток двигателя, где Р - рабочая обмотка, П - пусковая обмотка. Емкость фазосдвигающего элемента С подбирают таким образом, чтобы токи в рабочей и пусковой обмотках различались по фазе на 90° .

Трехфазный асинхронный двигатель может работать от однофазной сети, если подключить его обмотки по следующим схемам.

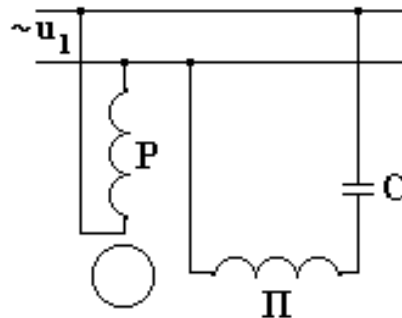


Рис. 12.8

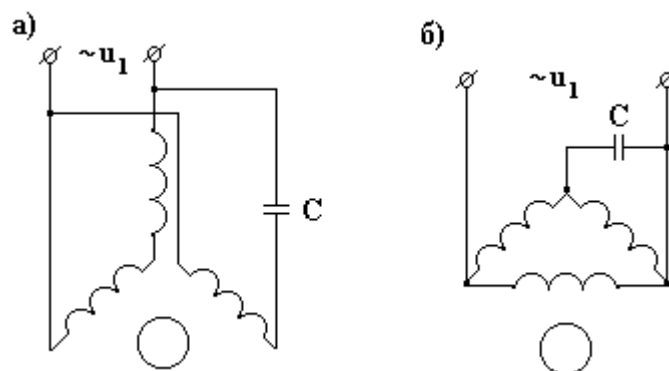


Рис.12.9

В схеме на рис. 12.9а статорные обмотки соединены звездой. В схеме на рис. 12.9б статорные обмотки соединены треугольником. Величина емкости $C \approx 60$ мкф на 1 кВт мощности.

12.6. Синхронные двигатели. Конструкция, принцип действия

В отличие от асинхронного двигателя частота вращения синхронного двигателя постоянная при различных нагрузках. Синхронные двигатели находят применение для привода машин постоянной скорости (насосы, компрессоры, вентиляторы).

В статоре синхронного электродвигателя размещается обмотка, подключаемая к сети трехфазного тока и образующая вращающееся магнитное поле. Ротор двигателя состоит из сердечника с обмоткой возбуждения. Обмотка возбуждения через контактные кольца подключается к источнику постоянного тока. Ток обмотки возбуждения создает магнитное поле, намагничивающее ротор.

Роторы синхронных машин могут быть явнополюсными (с явновыраженными полюсами) и неявнополюсными (с неявновыраженными

полюсами). На рис. 12.10а изображен сердечник 1 явнополюсного ротора с выступающими полюсами. На полюсах размещены катушки возбуждения 2. На рисунке 12.10б изображен неявнополюсный ротор, представляющий собой ферромагнитный цилиндр 1. На поверхности ротора в осевом направлении фрезеруют пазы, в которые укладывают обмотку возбуждения 2.

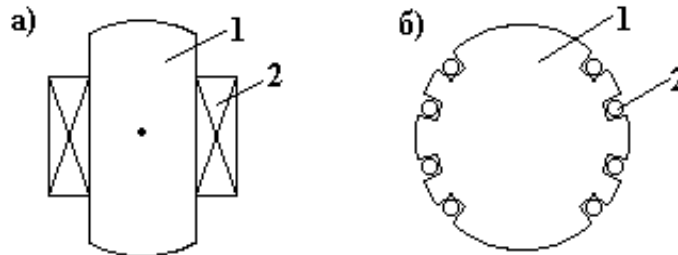


Рис. 12.10

Рассмотрим принцип работы синхронного двигателя на модели (рис. 12.11). Вращающееся магнитное поле статора представим в виде магнита 1. Намагниченный ротор изобразим в виде магнита 2. Повернем магнит 1 на угол α . Северный магнитный полюс магнита 1 притянет южный полюс магнита 2, а южный полюс магнита 1 - северный полюс магнита 2. Магнит 2 повернется на такой же угол α . Будем вращать магнит 1. Магнит 2 будет вращаться вместе с магнитом 1, причем частоты вращения обоих магнитов будут одинаковыми, синхронными, $n_2 = n_1$.

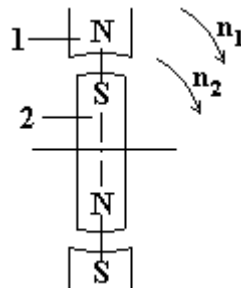


Рис. 12.11

Синхронный двигатель, на роторе которого отсутствует обмотка возбуждения, называется синхронным реактивным двигателем.

Ротор синхронного реактивного двигателя изготавливается из ферромагнитного материала и должен иметь явновыраженные полюсы. Вращающееся магнитное поле статора намагничивает ротор. Явнополюсный ротор имеет неодинаковые магнитные сопротивления по продольной и поперечной осям полюса. Силовые линии магнитного поля статора изгибаются, стремясь пройти по пути с меньшим магнитным сопротивлением. Деформация магнитного поля вызовет, вследствие упругих свойств силовых линий, реактивный момент, вращающий ротор синхронно с полем статора.

Если к вращающемуся ротору приложить тормозной момент, ось магнитного поля ротора повернется на угол θ относительно оси магнитного поля статора.

С увеличением нагрузки этот угол возрастает. Если нагрузка превысит некоторое допустимое значение, двигатель остановится, выпадет из синхронизма.

У синхронных двигателей отсутствует пусковой момент. Это объясняется тем, что электромагнитный вращающий момент, действующий на неподвижный ротор, меняет свое направление два раза за период переменного тока T . Из-за своей инерционности, ротор не успевает тронуться с места и развить необходимое число оборотов.

В настоящее время применяется асинхронный пуск синхронного двигателя. В пазах полюсов ротора укладывается дополнительная короткозамкнутая обмотка.

Вращающее магнитное поле статора индуцирует в короткозамкнутой пусковой обмотке вихревые токи. При взаимодействии этих токов с магнитным полем статора образуется асинхронный электромагнитный момент, приводящий ротор во вращение. Когда частота вращения ротора приближается к частоте вращения статорного поля, двигатель втягивается в синхронизм и вращается с синхронной скоростью. Короткозамкнутая обмотка не перемещается относительно поля, вихревые токи в ней не индуцируются, асинхронный пусковой момент становится равным нулю.

13. ИНФОРМАЦИОННЫЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ МАШИНЫ

13.1. Сельсины

Сельсином называется информационная электрическая машина переменного тока, вырабатывающая напряжения, амплитуды и фазы которых определяются угловым положением ротора.

Сельсины позволяют осуществить без общего механического вала согласованное вращение или поворот механизмов.

Известны два режима работы сельсинов: индикаторный и трансформаторный. При работе сельсинов в индикаторном режиме происходит передача на расстояние угла поворота механической системы.

При работе сельсинов в трансформаторном режиме передается сигнал, воздействующий на исполнительный механизм таким образом, чтобы заставить его отработать заданный поворот.

Рассмотрим устройство и принцип действия однофазных двухполюсных контактных сельсинов. Однофазная обмотка возбуждения, включенная в сеть переменного тока, расположена на явнополюсном статоре. На роторе размещены три пространственно смещенные относительно друг друга под углом 120° катушки синхронизации. Концы катушек соединены в общий узел, начала катушек выведены на контактные кольца. Обмотка возбуждения создает пульсирующий магнитный поток. Этот поток индуцирует трансформаторные ЭДС в катушках синхронизации. Наибольшая ЭДС индуцируется в катушке, ось которой совпадает с осью пульсирующего потока. При отклонении оси катушки ЭДС уменьшается по синусоидальному закону. Величина и фаза ЭДС в каждой катушке зависит от угла поворота ротора сельсина.

На рис. 13.1 приведена схема соединения однофазных сельсинов при индикаторном режиме работы.

В схеме используются сельсин-датчик и сельсин-приемник, представляющие собой два совершенно одинаковых сельсина.

$ОВ_д$ и $ОВ_п$ - обмотки возбуждения сельсина-датчика и сельсина-приемника.

$С_д$ и $С_п$ - катушки синхронизации.

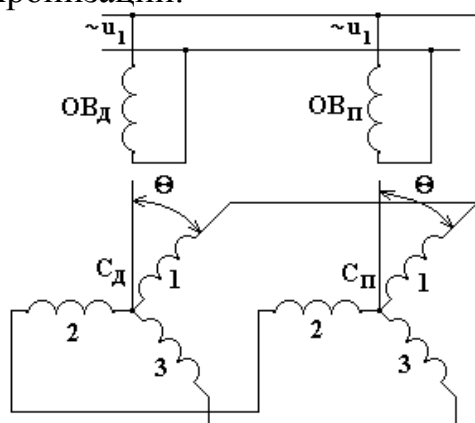


Рис. 13.1

Если роторы обоих сельсинов ориентированы одинаковым образом относительно обмоток возбуждения, то в каждой паре катушек индуктируются одинаковые ЭДС. Катушки роторов обоих сельсинов соединены таким образом, что ЭДС в них направлены встречно друг другу, и ток в соединительных проводах отсутствует. Такое положение сельсинов называется согласованным.

Если повернуть ротор сельсина-датчика на угол θ , то в соответствующих катушках роторов наводятся различные по величине ЭДС, и в них возникают токи, которые, взаимодействуя с магнитными полями обмоток возбуждения, создают вращающие моменты. Ротор датчика удерживается в повернутом положении, следовательно, ротор приемника будет поворачиваться до тех пор, пока не исчезнет вращающий момент, т.е. пока не исчезнут токи в катушках сельсина, а это произойдет, когда ротор сельсина-приемника повернется на тот же угол θ , возникнет новое согласованное положение роторов сельсина-датчика и сельсина-приемника. На роторе сельсина-приемника устанавливаются стрелка и шкала, показывающие угол поворота сельсина-датчика.

Если необходимо осуществить дистанционную передачу угла поворота к механизму, требующему большого вращающего момента, то используется схема трансформаторного режима работы сельсинов (рис. 13.2).

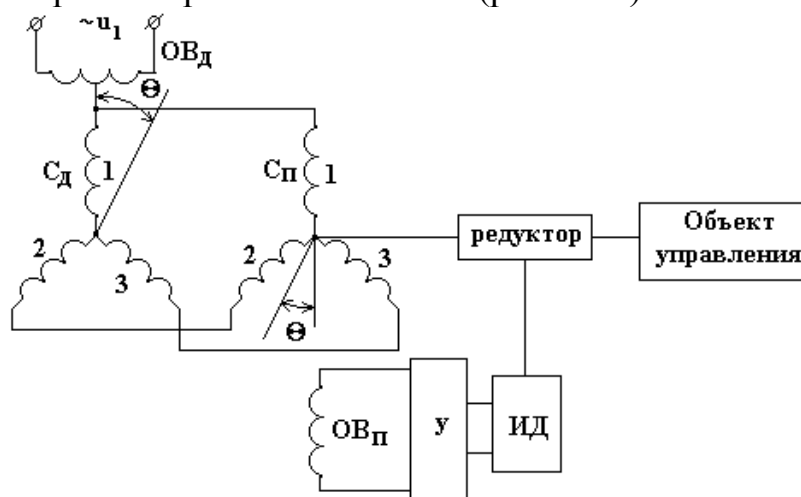


Рис. 13.2.

Обмотка возбуждения сельсина-датчика подключается к источнику однофазного тока. Катушки синхронизации датчика соединены с катушками синхронизации приемника, который работает как сельсин-трансформатор. Катушки синхронизации C_{Π} являются первичной обмоткой, а статорная обмотка $ОВ_{\Pi}$ - вторичной (выходной) обмоткой. Она через усилитель $у$ соединяется с исполнительным двигателем. Исполнительный двигатель через редуктор связан с валом сельсина-приемника.

Обмотка возбуждения датчика образует пульсирующий по горизонтали магнитный поток. В катушках C_{Π} индуктируются ЭДС, которые создают токи в роторных катушках датчика и приемника. Каждая катушка синхронизации сельсина-приемника создает свой магнитный поток, а результирующий магнитный поток имеет такое же направление, как и поток в сельсине-датчике.

В обмотке возбуждения сельсина-приемника индуцируется ЭДС, величина и фаза которой зависят от угла и направления результирующего потока обмотки синхронизации приемника. Ось обмотки возбуждения приемника сдвинута на 90° относительно оси обмотки возбуждения датчика, поэтому, когда магнитный поток направлен горизонтально, в обмотке приемника $ОВ_{\Pi}$ не возникает никакой ЭДС. Это согласованное положение в трансформаторном режиме. Если ротор сельсина-датчика повернуть на угол θ , то результирующий магнитный поток в роторе сельсина-приемника повернется тоже на угол θ , а на зажимах обмотки $ОВ_{\Pi}$ появится напряжение, зависящее от угла θ . Это напряжение подается на вход усилителя, а затем на исполнительный двигатель. Двигатель вращается, поворачивая обмотки управления. Вал ротора сельсина-приемника через редуктор связан с валом объекта управления. Когда вал объекта управления повернется на нужный угол, одновременно с ним повернется на угол θ вал сельсина-приемника. Возникнет новый согласованный режим, и движение прекращается.

Исполнительный механизм и сельсин-датчик не нуждаются в механической связи и могут находиться на большом расстоянии друг от друга.

Электрические системы дистанционной передачи угла поворота или вращения механизмов используются в радиолокаторах, в радиопеленгаторах и другой специальной технике.

13.2. Поворотные трансформаторы. Индуктосины. Редуктосины

Поворотным или вращающимся трансформатором называется информационная электрическая машина, амплитуда выходного напряжения которой является функцией входного напряжения и углового положения ротора.

Поворотные трансформаторы конструктивно сходны с асинхронными машинами с фазным ротором и контактными кольцами. К ним обычно подводится питание со стороны статора от источника переменного напряжения. На обмотке ротора (на выходе) получают напряжение, представляющее собой определенную функцию угла поворота ротора α . Обычно требуется, чтобы это напряжение было пропорционально $\sin \alpha$, $\cos \alpha$. В соответствии с этим, различают синусные, косинусные и синус-косинусные трансформаторы.

На рис. 13.3 представлена принципиальная схема поворотного трансформатора с двумя взаимно-перпендикулярными обмотками на статоре и на роторе.

Назовем оси обмоток статора S и K соответственно продольной d и поперечной q осями поворотного трансформатора. Статорную обмотку S подключим к источнику переменного напряжения. Обмотка создает продольное пульсирующее магнитное поле, которое будет индуцировать в роторных обмотках A и B ЭДС. Значения электродвижущих сил зависят от угла поворота ротора α .

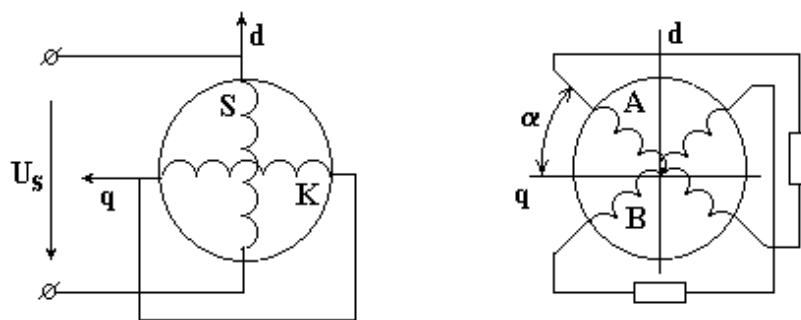


Рис. 13.3

При синусоидальном распределении поля вдоль окружности ротора напряжение на обмотке A будет меняться при повороте ротора пропорционально $\sin \alpha$, а напряжение на обмотке B - пропорционально $\cos \alpha$. При использовании обеих обмоток ротора получим синус-косинусный поворотный трансформатор.

Токи в роторных обмотках создают продольную составляющую магнитного потока, направленную встречно магнитному потоку статорной обмотки S , и поперечную составляющую потока, направленную перпендикулярно магнитному полю обмотки S . Вследствие появления поперечной составляющей, нарушится синусоидальный и косинусоидальный законы изменения ЭДС от угла поворота ротора α .

Для компенсации полученной составляющей магнитного поля роторных обмоток на статоре размещается компенсационная обмотка K , замкнутая накоротко, под углом 90° к обмотке S . Эта обмотка создает магнитный поток, направленный встречно поперечной составляющей магнитного потока ротора, и ослабляет ее. В результате, погрешность поворотного трансформатора уменьшается.

Индукционный редуктосин представляет собой бесконтактный синус-косинусный поворотный трансформатор. Первичная и две вторичные обмотки размещены на статоре. Ротор выполнен в виде зубчатого кольца из электротехнической стали.

Редуктосины не имеют скользящих контактов, что повышает надежность и точность их работы. При питании первичной обмотки синусоидальным напряжением со вторичных обмоток снимают два напряжения, амплитуды которых изменяются в функции угла поворота ротора. Повороту ротора на угол, равный зубцовому делению, соответствует полный период изменения амплитуды выходного напряжения (зубцовым делением ротора называется расстояние между зубцами ротора).

Индуктосином называют бесконтактную информационную машину без магнитопровода с печатными первичной и вторичной обмотками, возбуждаемую однофазным напряжением. Выходное напряжение индуктосина является функцией углового положения ротора.

Конструктивно индуктосин представляет собой два диска (ротор и статор) из изоляционного материала (керамика, стекло). Один из дисков соединяется с валом, угловое положение которого подлежит изменению, второй неподвижен.

На торцевых поверхностях, обращенных друг к другу, диски несут печатные обмотки.

Поворотные трансформаторы используются в электрических счетно-решающих системах, в следящих системах в качестве датчиков угла, в преобразователях «угол-код», в системах числового и программного управления металлорежущими станками.

13.3. Тахогенераторы

Тахогенератором называется информационная электрическая машина, предназначенная для выработки электрических сигналов, пропорциональных частоте вращения ротора. Тахогенераторы могут быть постоянного и переменного тока. Тахогенераторы постоянного тока представляют собой маломощные генераторы постоянного тока с независимым возбуждением или с возбуждением от постоянных магнитов. Выходное напряжение тахогенератора пропорционально частоте вращения ротора.

Асинхронный тахогенератор по конструктивному исполнению подобен асинхронному двигателю с полым немагнитным ротором. Он состоит из статора и неподвижного сердечника ротора, между которыми, в воздушном зазоре вращается тонкий полый немагнитный цилиндр. Принципиальная схема асинхронного тахогенератора показана на рис. 13.4. На статоре генератора размещены две обмотки, пространственно смещенные относительно друг друга на 90° . Одна из них, обмотка возбуждения В подключена к источнику синусоидального напряжения, другая обмотка, являющаяся генератором Г, включается на измерительный прибор или на измерительную схему. Обмотка возбуждения создает пульсирующий магнитный поток Φ_δ . При неподвижном роторе ЭДС в генераторной обмотке равна нулю, так как вектор магнитного потока Φ_δ перпендикулярен оси этой обмотки. При вращении цилиндра пульсирующий магнитный поток индуцирует в нем ЭДС вращения. Под действием ЭДС в цилиндре появляются токи, направления которых указаны на рис. 13.4. Токи создают по оси генераторной обмотки пульсирующий поперечный поток Φ_n . Этот поток индуцирует в генераторной обмотке ЭДС, пропорциональную частоте вращения цилиндра.

Асинхронные тахогенераторы, как и тахогенераторы постоянного тока, используются для измерения скорости вращения валов, а также для вырабатывания ускоряющих или замедляющих сигналов в автоматических устройствах.

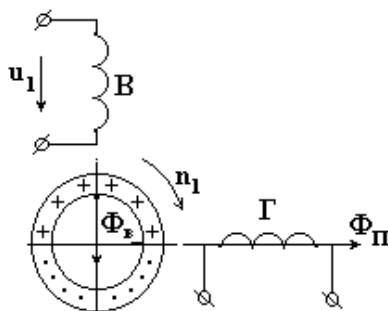


Рис. 13.4

13.4. Шаговые электродвигатели

Шаговым электродвигателем называется вращающийся электродвигатель с дискретными угловыми перемещениями ротора, осуществляемыми за счет импульсов сигнала управления.

Шаговые или импульсные электродвигатели преобразуют электрические импульсы в фиксированные угловые перемещения – «шаги».

Шаговые двигатели находят применение в различных механизмах, рабочие органы которых должны перемещаться дискретно. К таким механизмам относятся киносъемочная и проекционная аппаратура, механизмы подачи различных станков, устройства перемещения валков прокатных станов и др.

Шаговые электродвигатели с активным ротором имеют ротор, выполненный из постоянных магнитов (рис. 13.5). Статор имеет выступающие полюсы с сосредоточенной обмоткой в виде катушек на каждом полюсе. Питание статорных катушек производится импульсами напряжения, поступающими с электронного коммутатора.

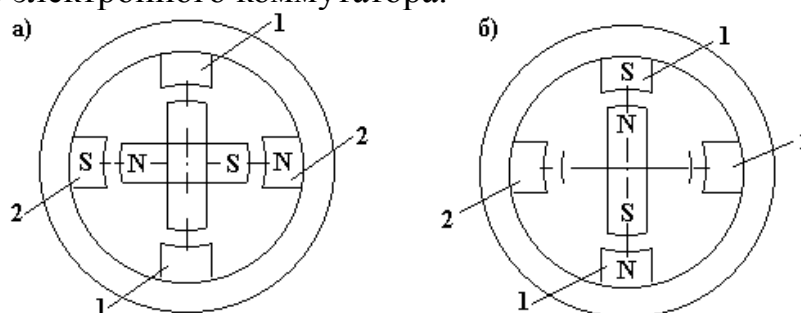


Рис. 13.5

Пусть в начальный момент времени подано напряжение на обмотки полюсов 2 – 2. Образуется статорное магнитное поле с горизонтально расположенными полюсами $N-S$. В результате взаимодействия этого поля с постоянными магнитами ротора последний займет указанное на рис. 13.5а положение, при котором оси магнитных полей статора и ротора совпадают. Далее, с помощью коммутатора напряжение снято с обмоток 2 – 2 и подано на обмотки полюсов 1 – 1. Образуется магнитное поле статора с вертикально расположенными полюсами. Отключение катушек 2 – 2 и подключение катушек 1 – 1 вызовет скачкообразный поворот магнитного поля статора на 90° . Ротор также повернется на 90° вслед за магнитным полем статора. Ротор шагового двигателя занимает определенное фиксированное положение, соответствующее наибольшей магнитной проводимости относительно возбужденных статорных полюсов. Если отклонить ротор от этого равновесного положения на некоторый угол, то магнитная проводимость для потока уменьшится, силовые линии магнитного поля деформируются, и возникнет синхронизирующий момент, возвращающий ротор в прежнее положение.

На статоре шагового реактивного двигателя имеются явно выраженные полюсы с обмоткой возбуждения. Ротор его представляет собой зубчатое колесо без обмотки возбуждения. Катушки статора двигателя получают поочередно импульсы тока, образуя магнитное поле, бегущее определенными скачками по

окружности статора. Явнополюсный ротор двигателя синхронно следует за этим полем статора соответствующими дискретными шагами, равными углу $\alpha_{ш}$, где $\alpha_{ш}$ – величина шага ротора двигателя.

$$\alpha_{ш} = \frac{360^\circ}{2P \cdot m},$$

где $2P$ – число явных полюсов ротора, равное числу роторных зубцов;

m – число обмоток управления на статоре.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Учебное пособие «Общая электротехника» написано в соответствии с Госстандартами по оптической специализации. Материал изложен с учетом его восприятия студентами. Так, нетрадиционно изложены методы контурных токов, двух узлов, экспериментальное и расчетное определение параметров эквивалентного генератора, по представлению синусоидальных функций времени в векторной и комплексной формах. С учетом того, что в библиотеке СГГА отсутствуют в достаточном количестве учебники по электротехнике, а современные учебники имеют высокую стоимость, пособие «Общая электротехника» может быть полезно студентам неэлектротехнических специальностей.

В учебном пособии собраны и изложены сведения об информационных электрических машинах, разбросанные по различным монографиям и статьям.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Веселовский О.Н., Браславский Л.М. Основы электротехники и электротехнические устройства радиоэлектронной аппаратуры. -М.: Высш. шк.,1978. – 310 с.
2. Касаткин А.С. Основы электротехники. - М.: Энергия, 1976.
3. Матханов Л.Н. Основы анализа электрических цепей. - М.: Высш. шк., 1981. – 368 с.
4. Электротехника / Под ред. Пантюшина В.С. - М.: Высш. шк., 1976.
5. Ермолин И.П. Электрические машины малой мощности. - М.: Высш. шк., 1976. – 503.