МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Белгородский государственный технологический университет
им. В.Г. Шухова

**А.В. Шаталов, В.И. Уральский, С.И. Гончаров, Е.В. Синица**

# Теория механизмов и машин

*Утверждено ученым советом университета в качестве учебного пособия для студентов специальностей и направлений 23.03.03 – Эксплуатация транспортно-технологических машин и комплексов, 15.03.01– Машиностроение, 15.03.02 – Технологические машины и оборудование, 15.03.05 – Конструкторско-технологическое обеспечение машиностроительных производств, 15.05.01 – Проектирование технологических машин и комплексов*

Белгород
2017

УДК 621.01(08)
ББК 34.41я7
Т 33

Рецензенты:

Доктор технических наук, профессор Белгородского государственного технологического университета им. В. Г. Шухова *А. А. Романович*

Кандидат технических наук, доцент Белгородского государственного аграрного университета *А. Г. Минасян*

**Теория** механизмов и машин: учеб. пособие/ А.В. Шаталов,
Т 33 В.И. Уральский, С.И. Гончаров, Е.В. Синица – Белгород: Изд-во БГТУ, 2017. – 179 с.

В учебном пособии изложены основные разделы курса «Теория механизмов и машин»: общие методы анализа и синтеза механизмов, теоретические сведения и практические примеры проведения структурного, кинематического, силового и динамического анализа различных типов механизмов и машин. Рассмотрены основные типы механизмов: рычажные, зубчатые, кулачковые.

В пособии представлены методические рекомендации к практическим занятиям, а также задания, примеры по выполнению расчетно-графической и курсовой работы по дисциплине.

Учебное пособие предназначено для студентов специальностей и направлений очной и заочной формы обучения: 23.03.03 – Эксплуатация транспортно-технологических машин и комплексов, 15.03.01 – Машиностроение, 15.03.02 – Технологические машины и оборудование, 15.03.05 – Конструкторско-технологическое обеспечение машиностроительных производств, 15.05.01 – Проектирование технологических машин и комплексов

Данное издание публикуется в авторской редакции.

**ББК 34.41я7**
**УДК 621.01 (08)**

# ОГЛАВЛЕНИЕ

# 1. СТРУКТУРА МЕХАНИЗМОВ

Структура любой технической системы определяется функционально связанной совокупностью элементов и отношений между ними. При этом для механизмов под элементами понимаются звенья, группы звеньев или типовые механизмы, а под отношениями подвижные (кинематические пары) или неподвижные соединения. Поэтому *под структурой механизма понимается совокупность его элементов и отношений между ними, т.е. совокупность звеньев, групп или типовых механизмов и подвижных или неподвижных соединений.* Геометрическая структура механизма полностью описывается заданием геометрической формы его элементов, их расположением, указанием вида связей между ними. Структура механизма на разных стадиях проектирования может быть описана различными средствами, с разным уровнем абстрагирования: на функциональном уровне - функциональная схема, на уровне звеньев и структурных групп - структурная схема и т.п.

*Структурная схема* - графическое изображение механизма, выполненное с использованием условных обозначений, рекомендованных ГОСТ (см. например ГОСТ 2.703-68) или принятых в специальной литературе, содержащее информацию о числе и расположении элементов (звеньев, групп), а также о виде и классе кинематических пар, соединяющих эти элементы. В отличие от кинематической схемы механизма, структурная схема не содержит информации о размерах звеньев и вычерчивается без соблюдения масштабов.

Как на любом этапе проектирования различают задачи структурного анализа и задачи структурного синтеза.

*Задачей структурного анализа* является определение параметров структуры заданного механизма - числа звеньев и структурных групп, числа и вида кинематических пар, числа подвижностей (основных и местных), числа контуров и числа избыточных связей.

*Задачей структурного синтеза* является определение структуры нового механизма, обладающего заданными свойствами: числом подвижностей, отсутствием местных подвижностей и избыточных связей, минимумом числа звеньев, количеством кинематических пар определенного вида (например, только вращательных, как наиболее технологичных) и т.п.

## 1.1. Основные понятия структурного анализа и синтеза

В состав механизмов входят *твёрдые тела*, которые называются *звеньями*. Жидкости и газы в гидро- и пневмомеханизмах звеньями не считаются.

Условное изображение звеньев на кинематических схемах механиз-

мов регламентируется ГОСТом. Примеры изображения некоторых звеньев приведены на рис. 1.1.

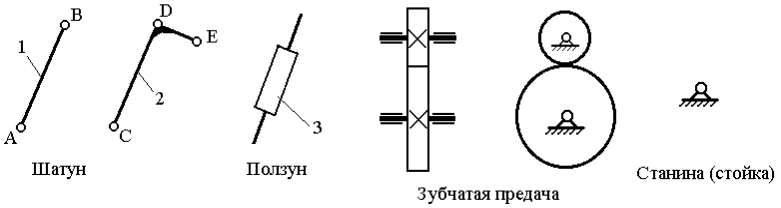



Рис. 1.1. Примеры изображения звеньев
на кинематических схемах механизмов

Звенья бывают:

– *входные* (ведущие) – отличительным признаком их является то, что элементарная работа приложенных к ним сил положительна (работа силы считается положительной, если направление действия силы совпадает с направлением движения точки её приложения или под острым углом к ней);

– *выходные* (ведомые) – элементарная работа приложенных к ним сил является отрицательной (работа силы считается отрицательной, если направление действия силы противоположно направлению движения точки её приложения);

– *подвижные*;

– *неподвижные* (станина, стойка).

На кинематических схемах звенья обозначаются арабскими цифрами:0, 1, 2 и т.д. (см. рис. 1.1).

Подвижное соединение двух соприкасающихся звеньев называется *кинематической парой*. Она допускает возможность движения одного звена относительно другого.

*Классификация кинематических пар*

*1. По элементам соединения звеньев* кинематические пары делятся:

– *на высшие* (они имеются, например, в зубчатых и кулачковых механизмах) – соединение звеньев друг с другом происходит по линии или в точке:

– *низшие* – соединение звеньев друг с другом происходит по поверхности. В свою очередь низшие соединения делятся на:

вращательные
поступательные

в плоских механизмах

цилиндрические
сферические

в пространственных механизмах

*2. По количеству наложенных связей*. Тело, находясь в пространстве (в декартовой системе координат *X, Y, Z*) имеет 6 степеней свободы. Оно может перемещаться вдоль каждой из трёх осей *X, Y* и *Z*, а также вращаться вокруг каждой оси (рис. 1.2). Если тело (звено) образует с другим телом (звеном) кинематическую пару, то оно теряет одну или несколько из этих 6 степеней свободы.


Рис. 1.2. Степени свободы тела в пространстве

По количеству утраченных телом (звеном) степеней свободы кинематические пары делят на 5 классов. Например, если телами (звеньями), образовавшими кинематическую пару, утрачено по 5 степеней свободы каждым, эту пару называют кинематической парой 5-го класса. Если утрачено 4 степени свободы – 4-го класса и т.д. Примеры кинематических пар различных классов приведены на рис. 1.3.

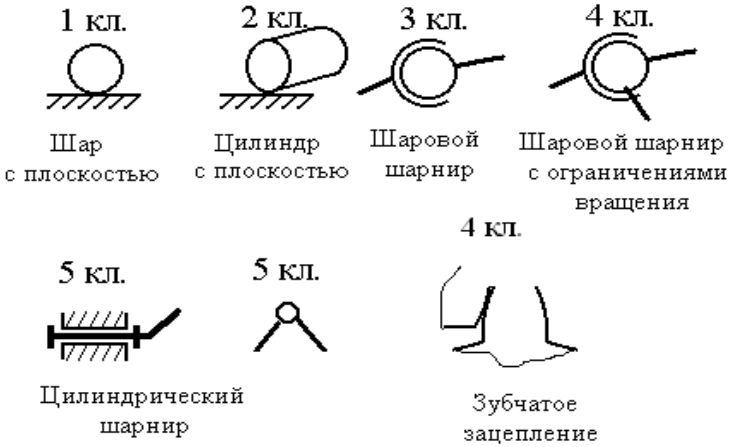



Рис. 1.3. Примеры кинематических пар различных классов

*По структурно-конструктивному признаку* кинематические пары можно разделить на вращательные, поступательные, сферические, цилиндрические и др.

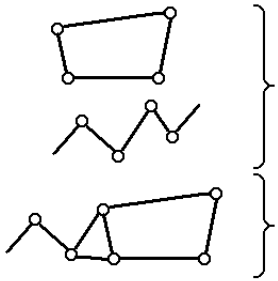
*Кинематическая цепь*

Несколько звеньев, соединённых между собой кинематическими парами, образуют *кинематическую цепь*.

Кинематические цепи бывают:

замкнутые

разомкнутые



простые

сложные

Чтобы из кинематической цепи *получить механизм*, необходимо:

– одно звено сделать неподвижным, т.е. образовать станину (стойку);

– одному или нескольким звеньям задать закон движения (сделать ведущими) таким образом, чтобы все остальные звенья совершали *требуемые* целесообразные движения.

*Число степеней свободы механизма* – это число степеней свободы всей кинематической цепи относительно неподвижного звена (стойки).

Для *пространственной* кинематической цепи в общем виде условно обозначим:

количество подвижных звеньев – $n$,

количество степеней свободы всех этих звеньев – $6n$,

количество кинематических пар 5-го класса – $P_5$,

количество связей, наложенных кинематическими парами 5-го класса на звенья, входящие в них, – $5P_5$,

количество кинематических пар 4-го класса – $P_4$,

количество связей, наложенных кинематическими парами 4-го класса на звенья, входящие в них, – $4P_4$ и т.д.

Звенья кинематической цепи, образуя кинематические пары с другими звеньями, утрачивают часть степеней свободы. Оставшееся число степеней свободы кинематической цепи относительно стойки можно вычислить по формуле:

$$W = 6\cdot n - 5\cdot p_5 - 4\cdot p_4 - 3\cdot p_3 - 2\cdot p_2 - p_1 \qquad (1.1)$$

Это структурная формула пространственной кинематической цепи, или формула Малышева, получена П.И. Сомовым в 1887 году и развита А.П. Малышевым в 1923 году.

Величину $W$ называют *степенью подвижности механизма* (если из кинематической цепи образован механизм).

Для *плоской* кинематической цепи и соответственно для плоского

механизма

$$W = 3n - 2\,p_5 - p_4 \qquad (1.2)$$

Эту формулу называют формулой П.Л. Чебышева (1869). Она может быть получена из формулы Малышева при условии, что на плоскости тело обладает не шестью, а тремя степенями свободы:

$$W = (6 - 3)n - (5 - 3)\,p_5 - (4 - 3)\,p_4\,.$$

Величина W показывает, сколько должно быть у механизма ведущих звеньев (если $W = 1$ – одно, $W = 2$ – два ведущих звена и т.д.).

## 1.2. Структурная классификация механизмов

Для решения задач синтеза и анализа сложных рычажных механизмов профессором Петербургского университета Ассуром Л.В. была предложена оригинальная структурная классификация. По этой классификации механизмы состоят из первичных механизмов и структурных групп (групп Ассура) (см. рис. 1.4).

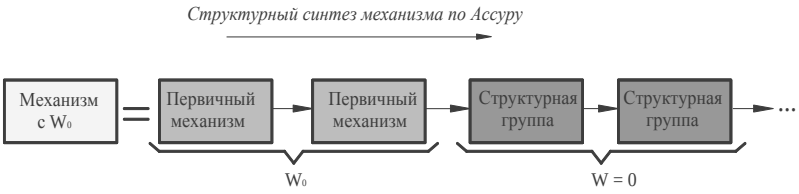



Рис. 1.4. Схема образования механизма

Под *первичным механизмом* понимают механизм, состоящий из двух звеньев (одно из которых неподвижно), образующих кинематическую пару с одной $W = 1$ или несколькими $W > 1$ степенями подвижности. При образовании плоских рычажных механизмов степень подвижности первичного механизма $W = 1$.

Примеры первичных механизмов даны на рис. 1.5.

Структурные группы Асура могут быть различной степени сложности. Они делятся на классы в зависимости от числа звеньев, образующих группу, числа замкнутых контуров внутри группы.

Ассур разработал структурную классификацию для плоских рычажных шарнирных механизмов (т.е. для механизмов только с вращательными кинематическими парами). В дальнейшем Артоболевский И.И. усовершенствовал и дополнил эту классификацию, распространив ее на плоские механизмы и с поступательными кинематическими парами. При этом были изменены и принципы классификации. В плоских механизмах группами являются кинематические цепи с низшими парами, которые

удовлетворяют условию $W = 3 \cdot n - 2 \cdot p_5 = 0$. Решения этого уравнения в целых числах определяют параметры групп Ассура. Эти параметры, а также классы простейших структурных групп по Артоболевскому приведены в табл. 1.1.

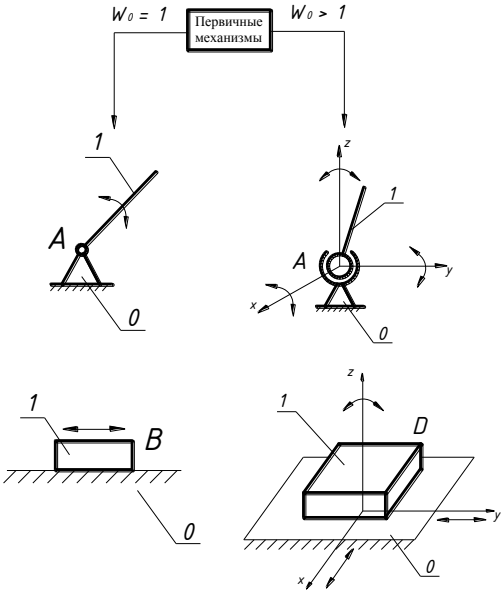



Рис. 1.5. Схемы первичных механизмов

*Таблица 1.1*

Параметры структурных групп

| Класс | 2 кл. | 3 кл. | |
|---|---|---|---|
| Число звеньев группы $n$ | 2 | 4 | и т.д. |
| Число кинематических пар $p_5$ | 3 | 6 | |

Механизмы классифицируются в зависимости от класса входящих в его состав структурных групп. Класс механизма определяется классом наиболее сложной из входящих в него групп.

Особенность структурных групп Ассура - их статическая определимость. Если группу Ассура свободными элементами звеньев присоединить к стойке, то образуется статически определимая ферма. Используя группы Ассура, удобно проводить структурный, кинематический и силовой анализ механизмов. Наиболее широко применяются простые ры-

чажные механизмы, состоящие из групп Ассура 2-го класса (в заданиях на выполнение курсового проекта представлены механизмы, состоящие только из структурных групп 2-го класса). Число разновидностей таких групп для плоских механизмов с низшими парами невелико, их всего пять (рис. 1.6) [1].

Для этих групп разработаны типовые методы структурного, кинематического и силового анализа. При структурном синтезе механизма по Ассуру к выбранным первичным механизмам с заданной подвижностью $W_0$ последовательно присоединяются структурные группы с нулевой степенью подвижности. Полученный таким образом механизм обладает рациональной структурой, т.е. не содержит избыточных связей и подвижностей. Структурному анализу по Ассуру можно подвергать только механизмы, не содержащие избыточных связей и подвижностей. Поэтому перед проведением структурного анализа необходимо устранить избыточные связи и выявить местные подвижности. Затем необходимо выбрать первичные механизмы и, начиная со звеньев, наиболее удаленных от первичных, выделять из состава механизма структурные группы. При этом необходимо следить, чтобы звенья, остающиеся в механизме, не теряли связи с первичными механизмами.

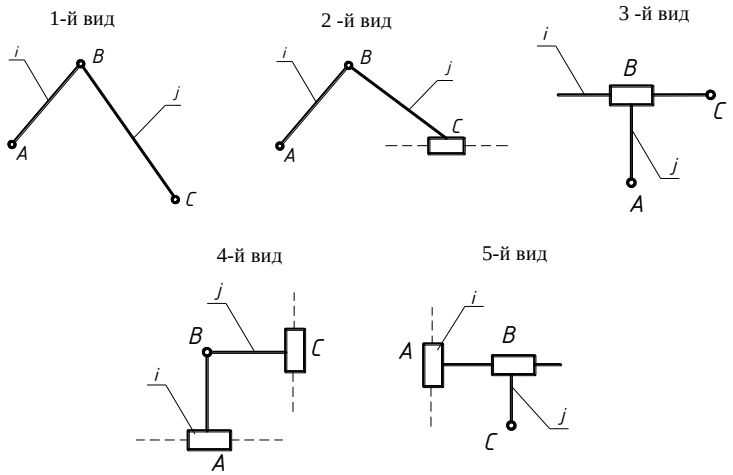



Рис. 1.6. Схемы структурных групп 2-го класса

На рис. 1.7 изображена структурная схема плоского механизма долбежного станка. Структурная схема механизма в соответствии с принятыми условными обозначениями изображает звенья механизма, их взаимное расположение, а также подвижные и неподвижные соединения

между звеньями. На схеме звенья обозначены цифрами, кинематические пары - прописными латинскими буквами.

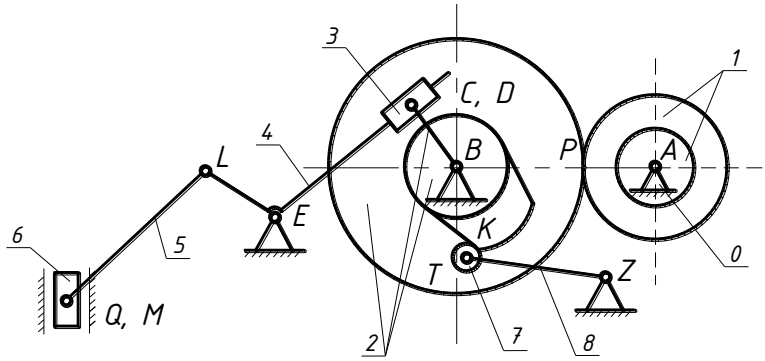



Рис. 1.7. Структурная схема плоского механизма долбежного станка

Число подвижных звеньев механизма $n$ = 8, число кинематических пар $p_i$ = 12 (из них для плоского механизма одноподвижных $p_5$ = 10; двухподвижных $p_4$ = 2). Число степеней подвижностей механизма на плоскости, определенное по формуле (1.2),

$$W = 3\cdot 8 - 2\cdot 10 - 1\cdot 2 = 2 = 1 + 1.$$

Полученные две подвижности делятся на основную или заданную $W_0$ = 1 и местную $W_м$ = 1. Основная подвижность определяет основную функцию механизма преобразования входного движения – вращения звена 1 – в два функционально взаимосвязанных: поворота на некоторый угол звена 8 и поступательного перемещения звена 6. Местная подвижность обеспечивает выполнение вспомогательной функции: заменяет в высшей паре кулачок – толкатель трение скольжения трением качения.

В качестве примера проведем структурный анализ рычажного механизма, входящего в состав плоского механизма, схема которого приведена на рис. 1.7, и представим его в виде совокупности первичного механизма и структурных групп Ассура.

Результаты структурного анализа изображены на рис. 1.8. Механизм состоит из двух структурных групп: группы звеньев 5-6 и 3-4. Механизм имеет одну основную подвижность и, следовательно, один первичный механизм, состоящий из звеньев 0 и 2.

В соответствии с видами структурных групп, представленными на рис. 1.6, группа звеньев 5-6 является структурной группой 2-го класса

2-го вида, группа звеньев 3-4 является структурной группой 2-го класса 3-го вида.

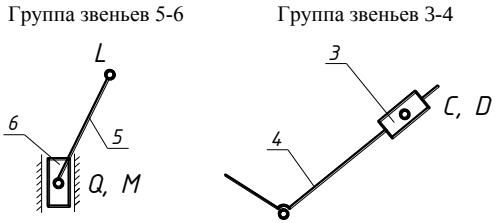



Рис. 1.8. Структурные группы, образующие кинематическую цепь рычажного механизма

На рис. 1.9 представлена структурная схема плоского рычажного механизма с двойным ходом ползуна.

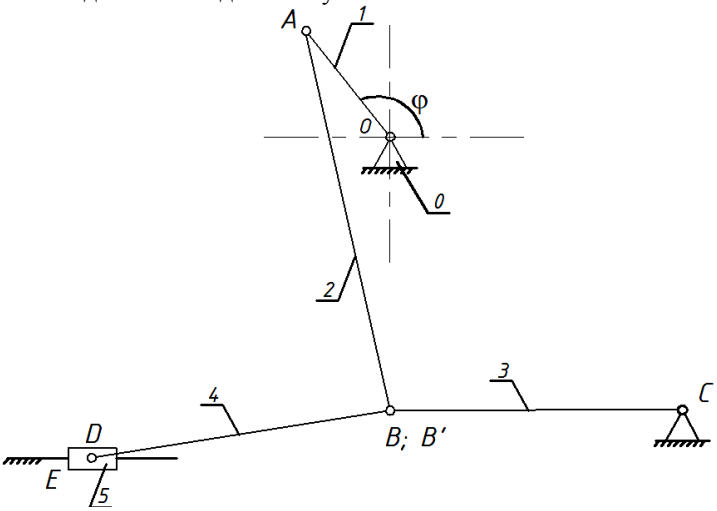



Рис. 1.9. Структурная схема плоского механизма с двойным ходом ползуна

Число подвижных звеньев механизма $n$ = 5, число одноподвижных кинематических пар $p_5$ = 7 (из них кинематические пары $O$, $A$, $B$, $B'$, $C$ и $D$ – вращательные; кинематическая пара $E$ – поступательная). Число степеней подвижностей механизма, определенное по формуле (1.2),

$$W = 3\cdot5 - 2\cdot7 - 0 = 1.$$

Механизм состоит из двух структурных групп: группы звеньев 4-5 и 2-3. Механизм имеет одну основную подвижность и, следовательно, один первичный механизм, состоящий из звеньев 0 и 1.

В соответствии с видами структурных групп, представленными на рис. 1.3, группа звеньев 4-5 является структурной группой 2-го класса 2-го вида, группа звеньев 2-3 является структурной группой 2-го класса 1-го вида. Первичный механизм из звеньев 0-1 относится к первому классу. Результаты структурного анализа изображены на рис. 1.10.

Методы исследования механизмов находятся в прямой зависимости от типа наслаиваемых структурных групп. Приступая к проектированию механизма, изображенного в задании, для выяснения метода исследования механики этого механизма, следует предварительно изобразить его структурную схему. Наиболее простым является метод прямого изучения структуры, который начинается с первичного механизма и идет в порядке наслоения структурных групп.

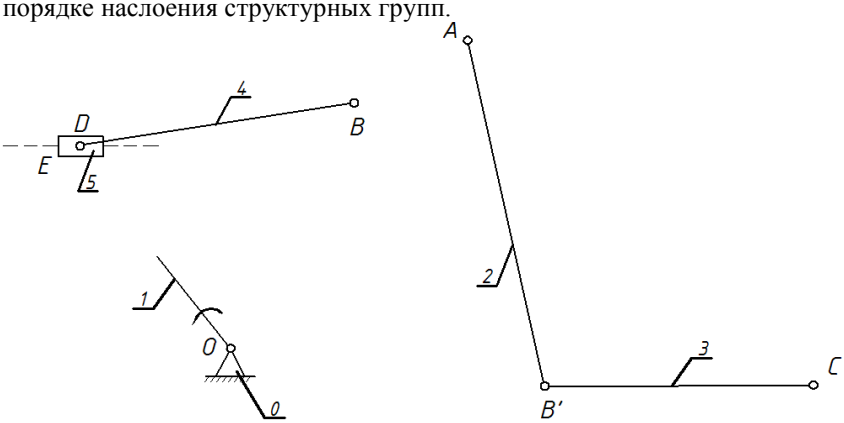



Рис. 1.10. Схемы структурных групп и первичного механизма

Поскольку группы должны присоединиться своими свободными элементами к различным звеньям имеющегося механизма, то наслаиваемая группа не может быть присоединена только к одному звену. В последнем случае она образовала бы одно твердое тело с этим звеном. Таким образом, первое наслоение может быть присоединено только к стойке и ведущему звену. Следующая группа может быть присоединена к образовавшейся схеме подобным же образом, т.е. свободными элементами к звеньям первичного механизма и первого наслоения (только не к одному звену). Аналогично все следующие наслоения присоединяются указанным способом к звеньям первичного механизма и ранее присоединенных групп.

# 2. КИНЕМАТИЧЕСКОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ПЛОСКИХ МЕХАНИЗМОВ

При кинематическом исследовании механизмов ставится задача по определению закона движения ведомых звеньев механизма, при заданном движении ведущего звена и оценке полученных результатов для последующего использования. Определение кинематических параметров производится на основе положений теоретической механики, устанавливающей функциональные зависимости для различных видов движения материальных тел. В результате кинематического анализа определяются: 1) положения звеньев и точек на них; 2) линейные скорости и ускорения точек звеньев механизма; 3) угловые скорости и ускорения звеньев. Кроме того, подлежат определению кинематические параметры механизма, не зависящие от закона движения входного звена: функции положения, аналоги скоростей точек на звеньях механизма.

Известно несколько способов кинематического исследования: аналитический, графический, графоаналитический, экспериментальный, с использованием ЭВМ. Причем, они могут иметь свои подходы: например аналитический способ может выполняться путем составления математических зависимостей между входными и выходными параметрами механизма, или составлением векторных уравнений; графоаналитический способ может быть выполнен методом планов скоростей и ускорений; графический – методом кинематических диаграмм и т.д. Каждый из применяемых способов обладает своими преимуществами и недостатками: либо громоздкостью математических вычислений, либо недостаточной точностью получаемых результатов, либо составлением программы для выполнения расчета на ЭВМ, либо наличием специального оборудования для исследования выполненных механизмов в лабораторных условиях и т.п.

Рассмотрим основные методы кинематического анализа плоских механизмов.

## 2.1. Зубчатые передачи

Особенностью зубчатых механизмов является то, что все их звенья вращаются. Следовательно, чтобы определить скорости и ускорения любых точек их звеньев, достаточно знать размеры и соответствующие угловые скорости $\omega$ и ускорения $\varepsilon$ этих звеньев.

Для определения угловых скоростей в зубчатых механизмах вводится понятие передаточного отношения ($u$) и передаточного числа ($i$).

Под передаточным отношением $i$-го звена к $j$-му звену ($u_{ij}$) понимают отношение угловой скорости $i$ -го звена ($\omega_i$) к угловой скорости $j$-го звена ($\omega_j$), либо отношение числа зубьев зубчатого колеса $Z_2$ к числу

зубьев шестерни $Z_1$.

$$u_{ij} = \frac{\omega_i}{\omega_j} = \pm \frac{Z_2}{Z_1} \qquad (2.1)$$

Понятие передаточного отношения более общее, и поэтому его применение предпочтительнее.

В соответствии с принятой терминологией передаточное отношение для зубчатых механизмов (рис. 2.1) определится соответственно:

- для внутреннего зацепления (рис. 2.1,*а*)

$$u_{12} = \frac{Z_2}{Z_1},$$

для внешнего зацепления (рис. 2.1,*б*)

$$u_{12} = -\frac{Z_2}{Z_1}.$$

В зависимости от величины передаточного отношения $u_{ij}$ зубчатые механизмы разделяют на передачи ($u$=1), редукторы ($u$≥1), мультипликаторы ($u$<1), вариаторы ($u$=*Var*, плавно) и коробки скоростей ($u$=*Var*, дискретно).

Передаточное отношение в зубчатых механизмах можно вычислять не только через угловые скорости ω соответствующих звеньев, но и через другие параметры передачи:

- числа оборотов *n* звеньев

$$u_{ij} = \frac{n_i}{n_j}; \qquad (2.2)$$

- радиусы *r* или диаметры *d* колес

$$u_{ij} = \frac{r_i}{r_j} = \frac{d_i}{d_j}; \qquad (2.3)$$

- числа зубьев *z*

$$u_{ij} = \frac{z_j}{z_i}. \qquad (2.4)$$

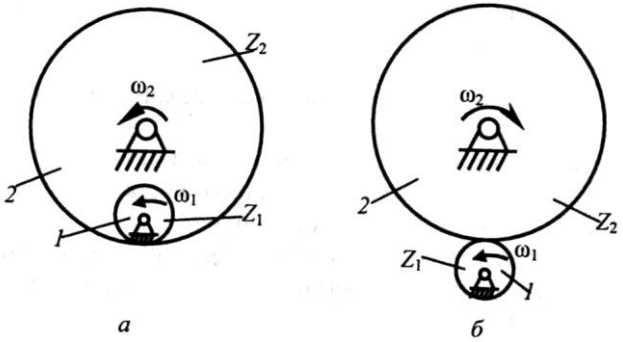



Рис. 2.1. Зубчатые механизмы:
*а* - с внутренним зацеплением колес; *б* - внешним зацеплением колес

Передаточное отношение сложного зубчатого механизма, образованного в результате последовательного соединения *n* простых зубчатых механизмов (рис. 2.2), определяется как произведение частных передаточных отношений простых зубчатых механизмов, входящих в сложный.

$$u_{in} = u_{12} \cdot u_{23} \cdot \ldots \cdot u_{(n-1)n}. \qquad (2.5)$$

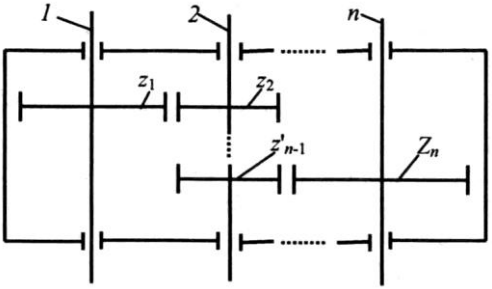



Рис. 2.2. Сложный зубчатый механизм

Если в (2.5) подставить (2.4), то получим формулу для определения передаточного отношения такого сложного зубчатого механизма через числа зубьев зубчатых колес

$$u_{in} = \left(-\frac{z_2}{z_1}\right)\left(-\frac{z_3}{z_2'}\right)\cdots\left(-\frac{z_n}{z_{n-1}'}\right) = \pm\frac{z_2 z_3 \cdots z_n}{z_1 z_2' \cdots z_{n-1}'}. \qquad (2.6)$$

На рис. 2.3 представлен сложный зубчатый механизм с последовательным соединением зубчатых колес, его передаточное отношение в общем случае должно определяться по формуле (2.5).

Выразив передаточное отношение такого механизма через числа зубьев, получим

$$u_{in} = u_{12} \cdot u_{23} \cdot \ldots \cdot u_{(n-1)n} = \left(-\frac{Z_2}{Z_1}\right) \ldots \left(-\frac{Z_n}{Z_{n-1}}\right) = (-1)^k \frac{Z_n}{Z_1}, \qquad (2.7)$$

где k - число внешних зацеплений.

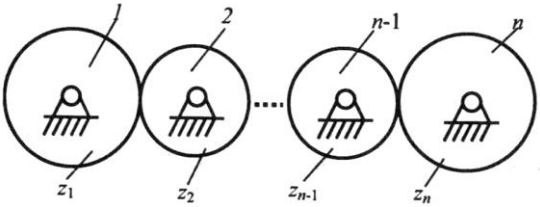



Рис. 2.3. Зубчатый механизм с последовательным соединением зубчатых колес

Из (2.7) следует, что величина передаточного отношения в зубчатых механизмах с последовательным соединением зубчатых колес определяется числом зубьев крайних колес, а промежуточные колеса влияют только на направление вращения. Поэтому такие механизмы используют в устройствах, где требуется изменение направления вращения выходных звеньев, например, в коробках скоростей или для увеличения межосевого расстояния.

Промежуточные колеса в таких механизмах называют паразитными зубчатыми колесами.

Механизмы, имеющие зубчатые колеса с подвижными геометрическими осями (рис.2.4), называются планетарными.

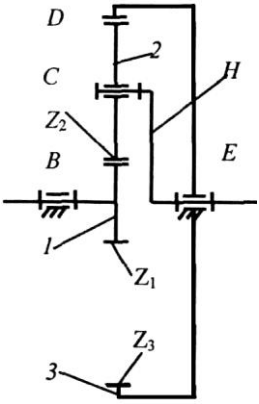



Рис.2.4. Планетарный зубчатый механизм: *A, B, C, D, E* - кинематические пары; 1 - центральное (солнечное) зубчатое колесо; 2 - сателлит; *H*- водило; 3 - центральное зубчатое колесо с внутренним зацеплением

Передаточное отношение планетарных механизмов определяют графическими или аналитическими методами.

Для определения передаточного отношения в планетарных механизмах графическим методом строят планы линейных и угловых скоростей (рис. 2.5) звеньев механизма [8]. Построения этих планов проводят в соответствии со следующим алгоритмом.

1. Рисуем структурную схему исследуемого механизма.

2. Проводим структурный анализ механизма.

3. Выбираем масштабный коэффициент размеров звеньев $\mu_l$.

4. Рисуем кинематическую схему исследуемого механизма.

5. Параллельно структурной схеме механизма проводим линию нулевых скоростей *O-O*.

6. Проецируем все характерные точки механизма на линию *O-O*.

7. Обозначаем проекции характерных точек механизма на линию *O-O* одноименными прописными буквами латинского алфавита.

8. Строим график распределения линейных скоростей в звенья механизма.

а) Построение графика линейных скоростей желательно начинать с построения скорости точки *C* водила *H*.

б) Скорость точки *C* определится

$$V_C = \omega_H r_H ,$$

где $\omega_H$ - угловая скорость водила; $r_H$ - радиус водила.

в) Из точки *c*, лежащей на прямой *O-O* откладываем произвольной длины отрезок $cc'$.

г) Определяем масштабный коэффициент линейной скорости

$$\mu_V = \frac{V_C}{cc'} .$$

д) Соединяем точку *a*, находящуюся на линии *O-O*, с точкой *c'*, получаем график распределения линейных скоростей в звене *H* (линия *H*).

е) Анализируем структурную схему механизма.

Точка *C* принадлежит как звену *H*, так и сателлиту 2. Следовательно, скорость точки *C* сателлита также известна и она равна $V_C$. Известна и скорость точки *D* сателлита и звена 3 ($V_D = 0$). Соединив линией точки *d* и *c'* и продолжив эту линию до пересечения с линией *bb'*, получим график распределения скоростей в звене 2 (линия 2) и найдем скорость точки *B* ($V_B$). Точка *B* принадлежит двум звеньям - сателлиту 2 и солнечному колесу 1. Следовательно, скорости точек *B* и *A* ($V_A = 0$) солнечного колеса 1 известны. Соединив точку *a* с *b'* получим линию 1 распределения скоростей в звене 1.

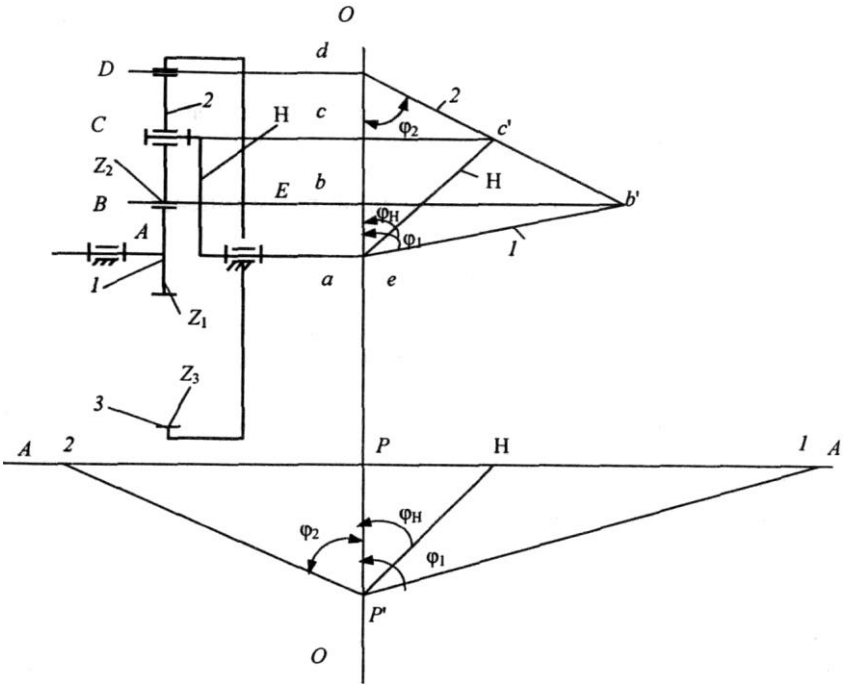



Рис. 2.5. Планы линейных и угловых скоростей

Обозначим углы наклона линий распределения скоростей, соответственно через $\varphi_1$; $\varphi_2$; $\varphi_H$.

На этом построение плана распределения линейных скоростей в звеньях планетарного механизма закончено.

9. Определяем передаточное отношение из плана линейных скоростей.

Например, $tg\varphi_1 = \dfrac{bb'}{ab} = \dfrac{V_B \mu_l}{\mu_V r_1} = \dfrac{\omega_1 r_1 \mu_l}{\mu_V r_1} = \dfrac{\omega_1 \mu_l}{\mu_V}$,

откуда $\omega_1 = \dfrac{\mu_V}{\mu_l} tg\varphi_1$.

Следовательно, $\omega_1 = tg\varphi_1$.

Аналогично $\omega_H = tg\varphi_H$.

Тогда в соответствии с (2.1) передаточное отношение от солнечного колеса 1 к звену *H* при неподвижном колесе 3 ( $u_{1H}^{3}$ ), определится

$$u_{1H}^{3} = \frac{tg\varphi_1}{tg\varphi_H}.$$

Итак, передаточное отношение между звеньями в планетарных механизмах определяется отношением тангенсов углов наклона соответствующих линий распределения угловых скоростей.

10. Для определения передаточных отношений строим план угловых скоростей.

а) Проводим горизонтальную лини *A*- *A*, перпендикулярную линии *O*-*O*. Точку пересечения этой линии с линией *O*-*O* обозначим буквой *P*.

б) Откладываем вниз от точки *P* произвольной длины отрезок *PP'*.

в) Из точки *P'* проводим до пересечения с горизонтальной линией *A*-*A* линии, параллельные линиям распределения линейных скоростей 1,2,...,*H*.

Получившийся рисунок - план распределения угловых скоростей в планетарном механизме.

Из плана угловых скоростей передаточное отношение от солнечного колеса к звену *H* при неподвижном колесе 3 определится

$$u_{1H}^{3} = \frac{tg\varphi_1}{tg\varphi_H} = \frac{P_1 \cdot PP'}{PP' \cdot PH} = \frac{P_1}{PH}.$$

Итак, для того, чтобы определить передаточное отношение в планетарной передаче, необходимо найти соответствующее отношение между отрезками на плане угловых скоростей, причем передаточное отношение будет положительным (+), если отрезки лежат по одну сторону от точки *P*, и отрицательным (–), если отрезки лежат по разные стороны от точки *P*.

Передаточное отношение планетарных механизмов можно определить аналитическим методом (метод Виллиса). Идея метода состоит в том, что с целью остановки водила всем звеньям планетарного механизма мысленно сообщается дополнительная угловая скорость ($-\omega_H$). В результате такого действия получается механизм, у которого геометрические оси всех зубчатых колес будут неподвижными. Такой механизм называют обращенным.

Угловые скорости звеньев обращенного механизма соответственно определятся

$$\omega_1' = \omega_1 - \omega_H;\ \omega_3' = \omega_3 - \omega_H;\ \omega_H' = \omega_H - \omega_H = 0.$$

Найдем передаточное отношение $u_{13}^{H}$ для обращенного механизма:

$$u_{13}^{H} = \frac{\omega_1'}{\omega_3'} = \frac{\omega_1 - \omega_H}{\omega_3 - \omega_H} \qquad (2.8)$$

В реальном механизме $\omega_3 = 0$.

С учетом этого (2.8) примет вид

$$u_{13}^{H} = \frac{\omega_1 - \omega_H}{-\omega_H} = 1 - \frac{\omega_1}{\omega_H} = 1 - u_{1H}^{3} \qquad (2.9)$$

где $u_{1H}^{3}$ - передаточное отношение планетарного механизма от звена 1 к звену $H$ при неподвижном звене 3.

Из (2.9) найдем, что передаточное отношение исследуемого планетарного механизма определится

$$u_{1H}^{3} = 1 - u_{13}^{H} \qquad (2.10)$$

Выразим передаточное отношение через числа зубьев зубчатых колес.

Передаточное отношение ($u_{13}^{H}$) для обращенного механизма (механизма с неподвижными осями) в соответствии с (2.5) можно представить следующим образом

$$u_{13}^{H} = u_{12} \cdot u_{23} = -\frac{z_2}{z_1} \cdot \frac{z_3}{z_2} = -\frac{z_3}{z_1}. \qquad (2.11)$$

После подстановки (2.11) в (2.10) найдем

$$u_{1H}^{3} = 1 + \frac{z_3}{z_1} \qquad (2.12)$$

Отметим, что формулы (2.11) и (2.12) позволяют находить передаточное отношение только планетарного механизма, изображенного на рис. 2.4, для других планетарных механизмов эти формулы надо выводить по описанной выше методике.

## 2.2. Графический метод кинематического исследования

Графический метод реализуется на основании планов положений механизма [1]. Планом механизма называется изображение кинематической схемы механизма в выбранном масштабе, соответствующее определенному положению начального звена или начальных звеньев для механизмов с несколькими степенями свободы.

Построение планов положений механизма методом засечек рекомендуется проводить в следующей последовательности (рис. 2.6, а):

1. Выбираем место расположения стойки начального звена и, соблюдая принятые обозначения, вычерчиваем ее.

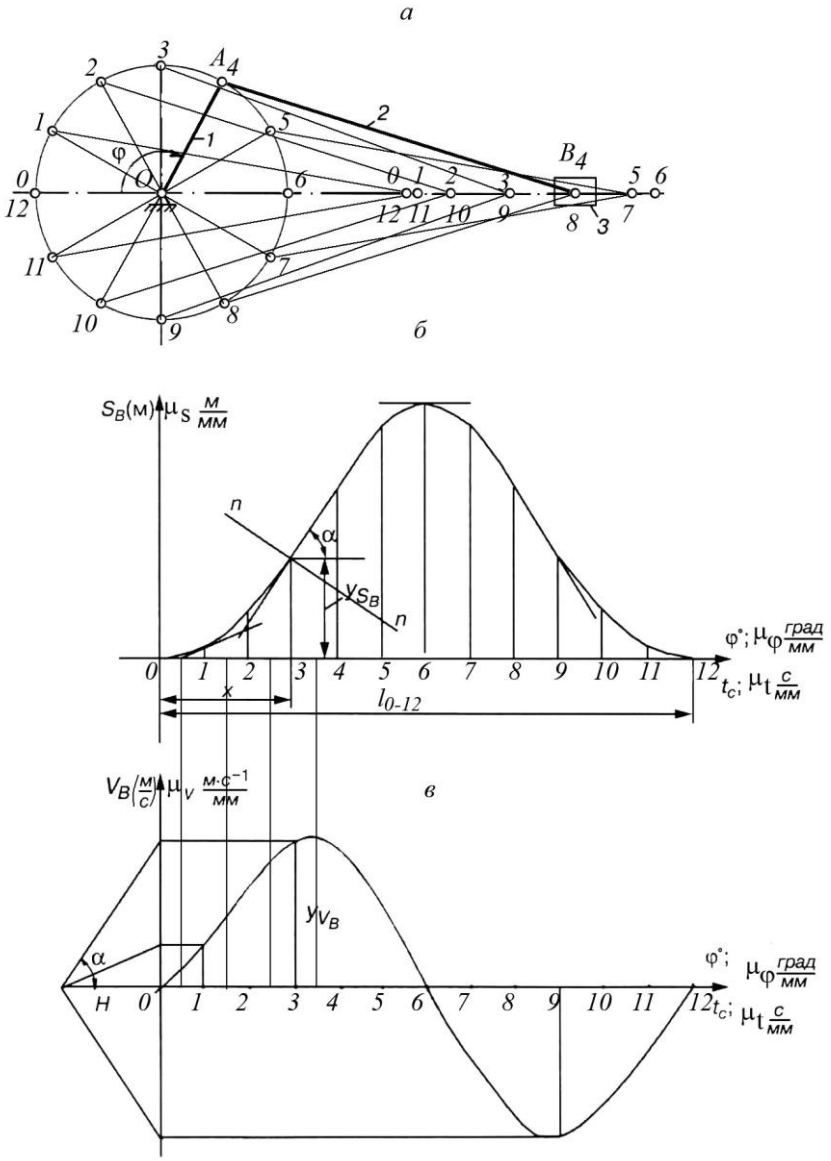



Рис. 2.6. Метод графического дифференцирования

2. Произвольно (40…70)мм выбираем чертежный размер начального звена. Данным радиусом с помощью циркуля проводим окружность (траектория движения начального звена – кривошипа).

3. Определяем масштабный коэффициент длины

$$\mu_l = \frac{l_{OA}}{OA} \left[ \frac{м}{мм} \right],$$

где $l_{OA}$ - истинная длина кривошипа, $OA$ - выбранный выше чертежный размер кривошипа [мм].

4. В соответствии с заданием находим чертежные размеры всех остальных звеньев механизма

$$A_4B_4 = \frac{l_{AB}}{\mu_l} \left[ мм \right]$$

5. Наносим на чертеж все кинематические пары, которыми механизм присоединяется к стойке.

6. Тонкими линиями наносим все остальные известные (заданные) траектории движения звеньев и отдельных точек.

7. На траектории точки $A$ кривошипа определяется точки $A_0$, соответствующая крайнему положению механизма.

8. Начиная от начального положения, разбиваем траекторию движения точки А на двенадцать равных участков. Тонкой линией прорисовываем кривошип и его кинематические пары во всех этих положениях.

9. С помощью циркуля-измерителя, начиная от кривошипа, который находится в начальном положении, используя метод засечек, последовательно откладываем чертежные размеры звеньев механизма с учетом их траектории движения. Тонкими линиями прорисовываем звенья и кинематические пары. В результате получаем план положения механизма.

10. Аналогично строим планы для других положений механизма. В начальном положении одно наиболее полно исследуемое положение механизма на плане положений должно быть изображено жирными линиями.

11. Строим траектории промежуточных точек звеньев. Для этого находим и отмечаем на звеньях во всех положениях искомые точки, а затем соединяем их в порядке последовательности плавной кривой. Полученные кривые и будут искомыми траекториями точек.

Графический метод используется для оценки закона движения ведомого звена механизма. Он заключается в графическом изображении изменения одного из кинематических параметров (перемещения, скорости или ускорения) точки либо ведомого звена механизма, в зависимости от угла поворота или перемещения ведущего звена механизма. Затем последовательным дифференцированием или интегрированием строятся графики остальных параметров движения. Рассмотрим в качестве при-

мера кривошипно-ползунный механизм (рис. 2.6, *а*). Для заданной схемы несложно построить закон перемещений ползуна за один оборот движения ведущего звена. Он строится в координатах $S_B$, φ, т.е. по горизонтальной оси откладывается угол поворота кривошипа φ или время его движения $t$ и по вертикальной оси — перемещение ползуна $S_B$ (рис. 2.6, *б*). При этом масштабы по координатным осям выбираются произвольно. Масштаб $\mu_S$ может быть принят равным масштабу плана механизма или измененным в сторону увеличения или уменьшения. Масштаб углов поворота $\mu_\varphi$ вычисляется:

$$\mu_\varphi = \frac{2 \cdot \pi}{l_{0-12}}.$$

По горизонтальной оси может откладываться и время поворота кривошипа

$$\mu_t = \frac{t}{l_{0-12}},$$

где $t$ – время одного оборота кривошипа.

Для определения закона изменения скорости движения ползуна достаточно продифференцировать график его перемещения, поскольку скорость

$$V_B = \frac{dS_B}{dt}.$$

Или, выражая через отрезки диаграммы перемещений,

$$y_{V_B}\mu_V = \frac{dy_{S_B} \cdot \mu_S}{dx \cdot \mu_t} = \frac{\mu_S}{\mu_t} \cdot \mathrm{tg}\alpha .$$

Умножив и поделив правую часть равенства на одно и то же число Н и приняв масштаб скорости:

$$\mu_V = \frac{\mu_s}{\mu_t \cdot H},$$

получим

$$y_{V_B} = H \cdot \mathrm{tg}\alpha ,$$

где α - угол наклона касательной к кривой перемещений в точке, в которой определяется скорость $V_B$. Последнее равенство может быть представлено графически.

Проведя последовательно дифференцирование кривой перемещений в различных точках, можно построить закон изменения скорости движения ползуна. При построении производной кривой необходимо следить, чтобы максимум ее соответствовал точке перегиба дифференцируемой кривой, а нуль - ее экстремальным значениям. Продифференцировав полученную кривую скорости, получим закон изменения ускорения

движения ползуна. Последнее следует из условия, что

$$a_{S_B} = \frac{dV_B}{dt}$$

и, соответственно,

$$y_{a_B}\mu_a = \frac{dy_{V_B} \cdot \mu_V}{dx \cdot \mu_t} = \frac{\mu_V}{\mu_t} \cdot \mathrm{tg}\alpha\,,$$

откуда

$$\mu_a = \frac{\mu_V}{\mu_t \cdot H}$$

и

$$y_{a_B} = H \cdot \mathrm{tg}\alpha\,.$$

При этом отрезок $H$, называемый в дальнейшем отрезком дифференцирования, может быть принят таким же, как для диаграммы скорости или отличным от него.

При использовании метода графического дифференцирования необходимо иметь ввиду, что построенная производная кривая имеет приближенный характер. Точность ее во многом зависит от того, насколько точно проведены касательные к кривой в исследуемых точках. Дополнительно следует заметить, что при двукратном дифференцировании диаграммы перемещений для получения закона ускорений погрешность может достигнуть значительной величины, и подобное исследование уже не будет отражать действительную картину. Поэтому на практике стремятся ограничиться однократным дифференцированием. С этой целью записывается, например, диаграмма скорости, после дифференцирования которой получают диаграмму ускорений, а после интегрирования - диаграмму перемещений.

Сущность метода графического интегрирования заключается в следующем. Пусть задана диаграмма скорости ползуна ($V_B$; φ) (рис. 2.7). Так как

$$V_B = \frac{dS_B}{dt}\,,$$

то

$$dS_B = V_B \cdot dt\,.$$

Интегрируя обе части этого равенства, будем иметь

$$\int dS_B = \int V_B dt\,.$$

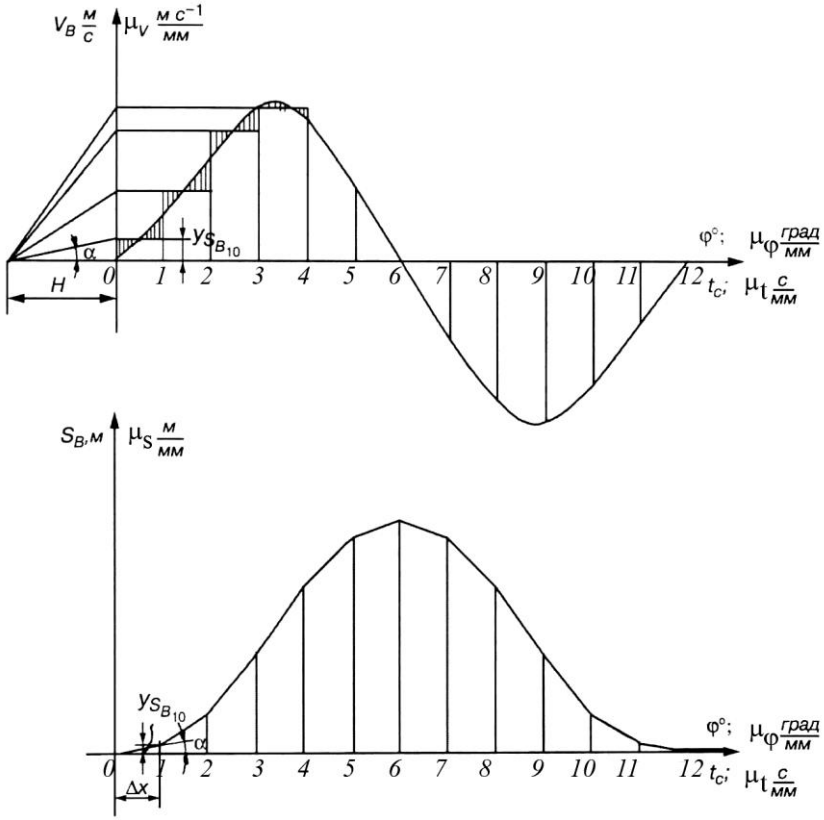



Рис. 2.7. Метод графического интегрирования

Интегрирование выполняется по участкам, на которые разбита база диаграммы. Так, для первого участка 0-1 получим

$$\int_{S_0}^{S_1} dS_B = \int_{S_0}^{S_1} V_B dt .$$

Если на данном участке значение скорости принять равным среднему значению, то последнее равенство можно переписать

$$S_{B_1} = V_B \int_{S_0}^{S_1} dt = V_B \cdot t_1 .$$

Выражая последнее равенство через отрезки чертежа, запишем

$$y_{S_{B1}} \mu_S = y_B \cdot \mu_S \cdot \Delta x \cdot \mu_t .$$

Умножив и поделив правую часть равенства на постоянное число $H$, перепишем последний результат в виде

$$\frac{y_{S_{B1}}}{\Delta x}\mu_S = \mu_V \cdot \mu_t \cdot H \cdot \frac{y_{V_{B1}}}{H}.$$

Если принять масштаб перемещений равным

$$\mu_t = \mu_V \cdot \mu_t \cdot H,$$

то выражение

$$\frac{y_{S_{B1}}}{\Delta x} = \frac{y_{V_{B1}}}{H}$$

можно выполнить графическим путем. Выполняя указанную операцию на каждом участке диаграммы скорости, получим интегральную кривую диаграммы перемещений. Она имеет ломаный характер. Но если количество участков будет стремиться к бесконечности, то интегральная кривая будет стремиться к плавной закономерности. На практике не будет большой погрешностью, если через точки излома диаграммы провести плавную кривую.

## 2.3. Графоаналитический метод кинематического исследования

Кинематическое исследование механизмов графическим методом наряду со своей простотой и наглядностью имеет ряд недостатков (неточность вычислений, потребность дополнительных вычислений и др.). Более точным методом кинематического исследования механизмов является графоаналитический способ, основанный на построении планов скоростей и ускорений.

Планом скоростей (ускорений) называют рисунок, на котором в заранее выбранном масштабном коэффициенте изображены векторы, равные по модулю и направлению скоростям (ускорениям) различных точек звеньев механизма в данный момент времени. План скоростей (ускорений), построенный для исследуемого положения механизма, - это - совокупность нескольких планов скоростей (ускорений) отдельных точек звеньев, у которых полюса планов являются общей точкой - полюсом плана скоростей (ускорений) механизма.

Планы скоростей (ускорений) механизма могут как строиться для каждого положения отдельно, так и быть совмещенными.

Рассмотрим построение планов скоростей и ускорений начального звена [8].

Если начальное звено механизма совершает вращательное движение, то скорость его любой точки, например $B$ (рис. 2.8, *а*), будет равна:

$$V_B = l_{AB} \cdot \omega_1,$$

где $l_{AB}$ - кратчайшее расстояние от оси вращения до точки $B$; $\omega_1$ - угловая

скорость звена *AB*. Скорость точки *B* перпендикулярна прямой *AB* ($V_B \perp AB$) и может быть изображена на плане скоростей (рис. 2.8,*б*) вектором $\overline{bp_V}$, модуль которого будет $bp_V = \dfrac{V_B}{\mu_V}$, где $\mu_V = V_B / bp_V$ - масштабный коэффициент скорости, $p_V$ - полюс плана скоростей, $b$ - одноименная точка на звене. Аналогичным образом могут быть найдены и построены скорости любых других точек, принадлежащих этому звену.

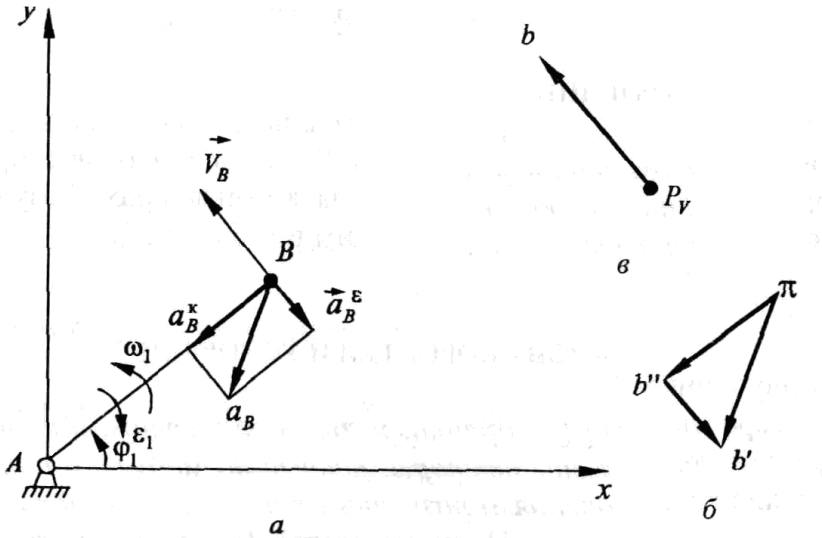



Рис. 2.8. Скорости, ускорения точки *B* и ее планы

На рис. 2.8, *в* построен план ускорений для этой же точки *B* начального звена *AB*. На плане ускорений изображен вектор ускорения точки *B* - $\bar{a}_B$ и составляющие: нормальное $a_{BA}^n$ и касательное $a_{BA}^\tau$ ускорения. Соответствующие векторы на плане ускорений построены по следующим соотношениям:

- нормальное ускорение $a_B^n$:

$$a_B^n = l_{BA} \cdot \omega_1^2;\ a_B^n \parallel AB;\ \pi b'' = a_B^n / \mu_a,$$

где $\pi$ - полюс плана ускорений, $\mu_a = a_B^n / \pi b''$ - масштабный коэффициент плана ускорений;

- касательное ускорение $a_B^\tau$:

$$a_B^\tau = l_{BA} \cdot \varepsilon_1;\ a_B^\tau \parallel AB;\ b'b'' = a_B^\tau / \mu_a,$$

где $\varepsilon_1$ - угловое ускорение звена;

- ускорение $a_B$:

$$\bar{a}_B = \bar{a}_B^n + \bar{a}_B^\tau; \; a_B = \left(\pi b^{'}\right) \cdot \mu_a .$$

Ускорения других точек начального звена находятся и строятся аналогичным образом.

Рассмотрим построение планов скоростей и ускорений при сложном движении звена (рис. 2.9).

При сложном движении объекта его кинематические характеристики определяются проще, если движение исследуется одновременно в неподвижной (основной) и подвижной системах отсчета.

Движение объекта относительно основной системы отсчета называется абсолютным движением.

Движение объекта относительно подвижной системы отсчета называется относительным движением.

Движение подвижной системы отсчета относительно основной называется переносным движением.

Элементы абсолютного движения обозначаются индексом *a*, относительного - *r*, переносного - *e*. Эти индексы используют тогда, когда в обозначении не указывают точку, движение которой рассматривается.

При сложном движении тела абсолютная(ое) скорость $\vec{V}_a$ (ускорение $\vec{a}_a$) точки равна векторной сумме переносной(го) $\vec{V}_e$ ($\vec{a}_e$) и относительной(го) $\vec{V}_r$ ($\vec{a}_r$) скоростей (ускорений) этой точки, т. е.

$$\vec{V}_a = \vec{V}_e + \vec{V}_r; \qquad (2.13)$$

$$\bar{a}_a = \vec{a}_e + \vec{a}_r^n + \vec{a}_r^\tau, \qquad (2.14)$$

где $\vec{a}_r^n$ и $\vec{a}_r^\tau$ - соответственно нормальное ускорение в относительном движении, направленное по нормали.

Если рассматривается совокупность взаимосвязанных объектов, то вместо этих индексов вводят обозначение точки и номер звена, которому она принадлежит, например $\vec{V}_{B2}$, $\vec{V}_{B2B3}$. Если принадлежность точек к звену оговорена отдельно или ясно видна по структурной схеме, то номер звена можно опускать, например $\vec{V}_B$, $\vec{V}_{BB}$.

Соотношения (2.13) и (2.14) используют для построения планов скоростей и ускорений точек звеньев. Векторные уравнения (2.13 и (2.14), например для точек *B* и *C* звена *BC* (рис. 2.9), примут вид соответственно:

$$\vec{V}_C = \vec{V}_B + \vec{V}_{CB};$$

$$\vec{a}_C = \vec{a}_B + \vec{a}_{CB}; \quad \text{или} \quad \vec{a}_C^n + \vec{a}_C^\tau = \vec{a}_B^n + \vec{a}_B^\tau + \vec{a}_{CB}^n + \vec{a}_{CB}^\tau .$$

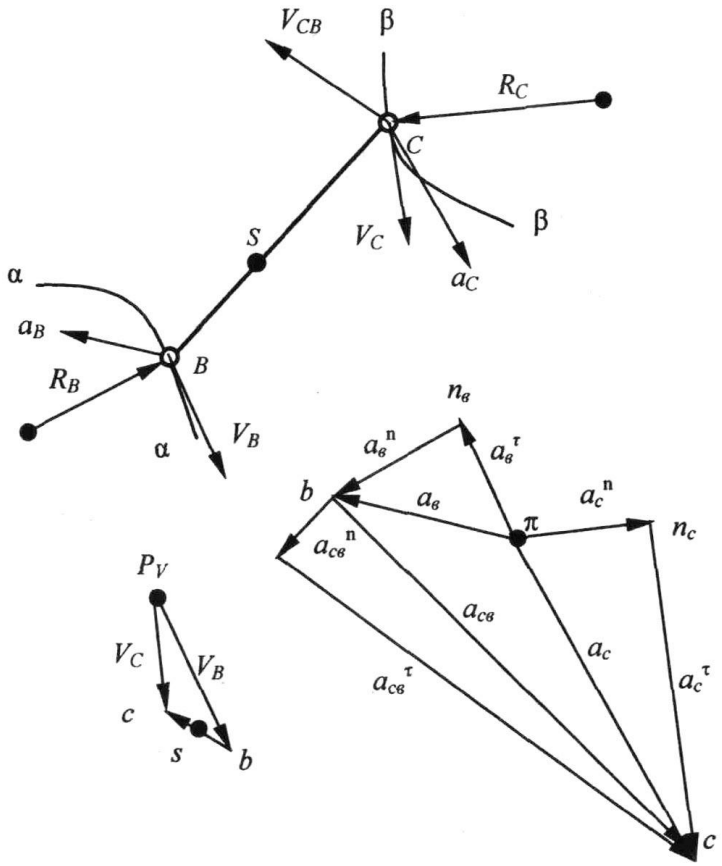



Рис. 2.9. Планы скоростей и ускорений звена ВС

Из последних выражений следует, что абсолютная(ое) скорость $\vec{V}_C$ (ускорение $\vec{a}_C$) точки *C* равна векторной сумме переносной(го) скорости $\vec{v}_B$ (ускорения $\vec{a}_B$), определяемой движением точки *B*, и относительной(го) скорости $\vec{V}_{CB}$ (ускорения $\vec{a}_{CB}$) точки *C* при вращении звена вокруг точки *B*. Если известны траектории αα и ββ, описываемые точками *C* и *B* в абсолютном движении (рис. 2.9, *а*), то направление всех скоростей и ускорений определено. Значит, для решения последних уравнений необходимо знать модули скорости (ускорения) одной из точек, например *B*. При анализе векторных уравнений принято подчеркивать известные векторы одной или двумя чертами внизу, под которыми также могут

указываться и их направления. Две черты обозначают, что вектор известен как по величине, так и по направлению. Одна черта означает, что для вектора известно либо направление, либо величина.

Графические решения представленных уравнений показаны на рис. 2.9,*в* в виде отрезков, изображающих в масштабе соответствующие величины.

Скорость любой точки *S*, расположенной на звене *BC*, находится в соответствии со свойствами планов скоростей и ускорений, путем пропорционального деления отрезка *cb*.

Рассмотрим принципы построения планов скоростей и ускорений на примере механизмов 2 класса, состоящих из структурных групп 1, 2 и 3 видов, как наиболее часто встречающихся.

Будем считать, что размеры всех звеньев и расположение точек на звеньях известны, и известен закон движения входного звена 1 (угловая скорость $\omega_1$ и угловое ускорение $\varepsilon_1$ определены).

На рис. 2.10,*а* изображена схема шарнирного четырехзвенника, состоящего из стойки 0, входного звена 1, звеньев 2 и 3, образующих структурную группу 2 класса 1 вида. На звене 2 расположена точка *K*, на звене 3 – точка *M*.

Скорость точки *B* определяется выражением. Вектор направлен перпендикулярно звену *AB* в сторону вращения.

Движение точки *C* может быть разложено на переносно-поступательное со скоростью точки *B* или точки *D* и относительно-вращательное соответственно вокруг точки *B* или точки *D*. Векторные уравнения для скорости $\bar{V}_C$ точки *C* будут иметь следующий вид:

$$\begin{cases} \bar{V}_C = \bar{V}_B + \bar{V}_{CB} \\ \bar{V}_C = \bar{V}_D + \bar{V}_{CD} \end{cases}. \qquad (2.15)$$

В этих уравнениях известны по величине и направлению векторы $\bar{V}_B$ и $\bar{V}_D$ и ($\bar{V}_D = 0$). Векторы же скоростей $\bar{V}_{CB}$ и $\bar{V}_{CD}$ известны только по направлению. Вектор $\bar{V}_{CB}$ скорости точки *C* относительно точки *B* направлен перпендикулярно звену *BC*, вектор $\bar{V}_{CD}$ скорости точки *C* относительно точки *D* – перпендикулярно *CD*.

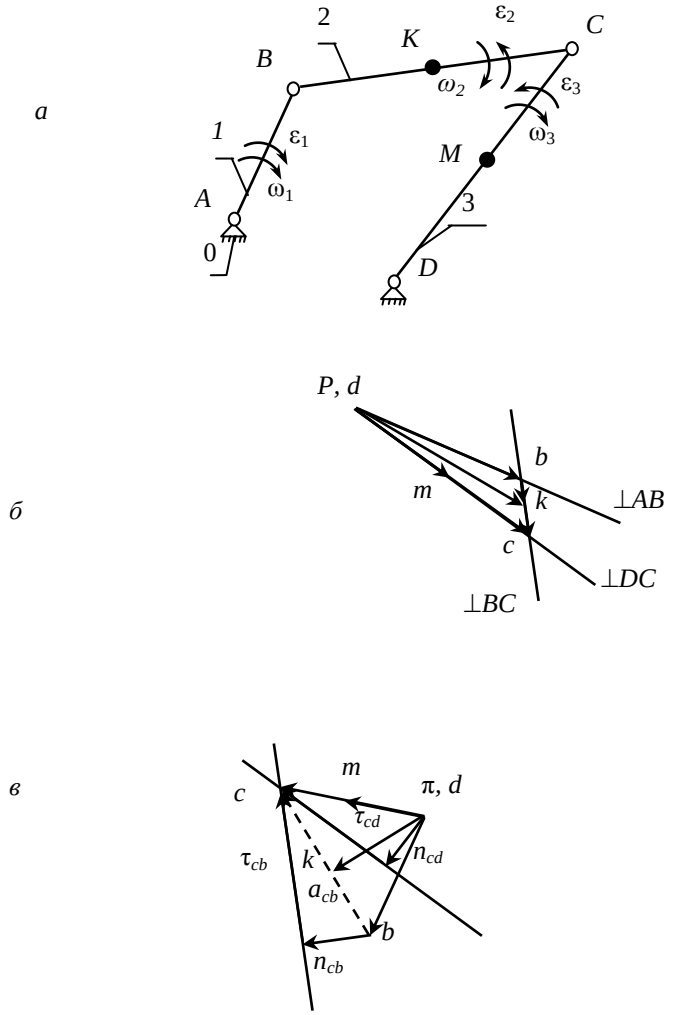



Рис. 2.10. Механизм шарнирного четырехзвенника:
*а* – кинематическая схема; *б* – план скоростей; *в* – план ускорений

Величины векторов $\bar{V}_{CB}$ и $\bar{V}_{CD}$ определяются при построении плана скоростей (рис. 2.10, *б*). Скорость $\bar{V}_B$ точки *B* изображается на плане отрезком *pb*, скорость $\bar{V}_{CB}$ — отрезком *bc*, скорость $\bar{V}_{CD}$ — отрезком *pc*. Т.к. $\bar{V}_D = 0$, то абсолютная скорость точки С равна относительной скорости

$$\bar{V}_C = \bar{V}_{CD}.$$

Величины скоростей точек будут определяться следующими выражениями:

$$V_C = (pc)\cdot\mu_V;$$

$$V_{CB} = (bc)\cdot\mu_V.$$

Пользуясь планом скоростей, можно определить угловые скорости $\bar{\omega}_2$ и $\bar{\omega}_3$ звеньев 2 и 3.

Величины этих скоростей определяются из равенств

$$\omega_2 = \frac{v_{CB}}{l_{CB}}; \quad \omega_2 = \frac{v_{CD}}{l_{CD}}.$$

Направления угловых скоростей $\bar{\omega}_2$ и $\bar{\omega}_3$ могут быть определены следующим образом. Мысленно прикладывая векторы $\bar{V}_{CB}$ и $\bar{V}_{CD}$ к точке *C*, видим, что вращение звеньев 2 и 3 происходит в направлении вращения часовой стрелки (см. рис. 2.10,*а*).

Для определения скорости точки *K*, лежащей на звене *BC* имеем векторное уравнение

$$\bar{V}_K = \bar{V}_B + \bar{V}_{KB}.$$

Очевидно, что направление вектора $\bar{V}_{KB}$ совпадает с направлением вектора $\bar{V}_{CB}$, т.е. отрезок плана скоростей (*bк*), определяющий скорость $\bar{V}_{KB}$, совпадает по направлению с отрезком (*bc*).

Разделив почленно равенства, получаем:

$$\frac{V_{CB}}{V_{KB}} = \frac{l_{BC}}{l_{BK}},$$

или

$$\frac{(bc)\mu_v}{(bk)\mu_v} = \frac{l_{BC}}{l_{KB}}.$$

откуда

$$(bk) = \frac{(bc)l_{BK}}{l_{BC}}.$$

Из последнего выражения следует: чтобы определить отрезок плана скоростей, изображающий относительную скорость $\bar{V}_{KB}$, необходимо отрезок (*bc*), изображающий на плане скоростей относительную скорость $\bar{V}_{CB}$ разделить в том же отношении, в котором точка *K* делит звено 2.

Из плана скоростей находим

$$V_K = (pk)\mu_v .$$

Рассуждая аналогичным образом, определяем на плане скоростей отрезок (*pm*), изображающий вектор скорости точки *M*, лежащей на звене 3. Скорость точки *M* будет равна

$$V_M = (pm)\mu_v .$$

При построении плана ускорений, как и при построении плана скоростей, рассматриваем движение точки *C* как сложное, состоящее из переносного поступательного с ускорением точек *B* и *D* и относительного вращательного вокруг этих точек.

Векторные уравнения для определения ускорения $\bar{a}_C$ точки *C* будут следующими:

$$\begin{cases} \bar{a}_C = \bar{a}_B + \bar{a}_{CB}, \\ \bar{a}_A = \bar{a}_D + \bar{a}_{CD}. \end{cases}$$

В этих уравнениях

$$\bar{a}_B = \bar{a}^n_{BA} - \bar{a}^\tau_{BA},$$

$$\bar{a}_{CB} = \bar{a}^n_{CB} + \bar{a}^\tau_{CB},$$

$$\bar{a}_D = 0;$$

$$\bar{a}_{CD} = \bar{a}^n_{CD} + \bar{a}^\tau_{CD},$$

где $\bar{a}^n_B$, $\bar{a}^n_{CB}$, $\bar{a}^n_{CD}$ – нормальные ускорения;

$\bar{a}^\tau_B$, $\bar{a}^\tau_{CB}$, $\bar{a}^\tau_{CD}$ – тангенциальные ускорения.

При известных величинах угловой скорости $\omega_1$, и углового ускорения $\varepsilon_1$, звена 1 $a^n{}_B$ и $a^\tau{}_B$ определяются выражениями:

$$a^n{}_B = \omega_1^2 \cdot l_{AB}; \quad a^t_B = \varepsilon_1 \cdot l_{AB}.$$

Нормальные ускорения $a^n{}_{CB}$ и $a^n{}_{CD}$ также могут быть определены:

$$a^n{}_{CB} = \omega^2{}_2 \cdot l_{BC}; \quad a^n{}_{CD} = \omega^2{}_3 \cdot l_{CD}.$$

Вектор ускорения $\bar{a}^n_B$ направлен от точки *B* к точке *A*, вектор ускорения $\bar{a}^n_{CB}$ от точки *C* к точке *B*, вектор ускорения $\bar{a}^n_{CD}$ – от точки *C* к точке *D*. Вектор тангенциального ускорения $\bar{a}^\tau_B$ направлен перпендикулярно звену *AB* в сторону $\varepsilon_1$. Векторы $\bar{a}^\tau_{CB}$ и $\bar{a}^\tau_{CD}$ известны только по направлению. Вектор $\bar{a}^\tau_{CB}$ направлен перпендикулярно звену *BC*, а вектор $\bar{a}^\tau_{CD}$ – перпендикулярно звену *DC*.

Величины векторов $\bar{a}^\tau_{CB}$ и $\bar{a}^\tau_{CD}$ определяются из построения плана ускорений. Развернутые векторные уравнения для определения вектора

$\bar{a}_C$ ускорения точки $C$, которые и определяют последовательность построения плана имеют вид:

$$\begin{cases} \bar{a}_C = \bar{a}_B^n + \bar{a}_B^\tau + \bar{a}_{CB}^n + \bar{a}_{CB}^\tau \\ \bar{a}_C = \bar{a}_{CD}^n + \bar{a}_{CD}^\tau \end{cases}. \qquad (2.16)$$

План ускорений показан на рис. 2.10, *в*. Из плана ускорений находим ускорения точек:

$$a_c = (\pi c)\cdot \mu_a;\ a_{CD} = a_C\,,$$

$$a_{CB} = (bc)\cdot \mu_a\,,$$

$$a_{CB}^\tau = (n_{CB}c)\cdot \mu_a\,,$$

$$a_{CD}^\tau = (n_{CD}c)\cdot \mu_a\,.$$

Значение условных ускорений $\varepsilon_2$ и $\varepsilon_2$ звеньев 2 и 3 будут равны

$$\varepsilon_2 = \frac{a_{CB}^t}{l_{BC}}\ ;\quad \varepsilon_3 = \frac{a_{CD}^t}{l_{CD}}\,.$$

Направления угловых ускорений $\varepsilon_2$ и $\varepsilon_2$ могут быть определены следующим образом. Перенося мысленно векторы $\bar{a}_{CB}^\tau$ и $\bar{a}_{CD}^\tau$ в точку $C$ видим, что направление $\varepsilon_2$ и $\varepsilon_2$ противоположно направлению вращения часовой стрелки (см. рис. 2.10, *а*).

Для определения ускорения точки $K$ воспользуемся уравнением

$$\bar{a}_K = \bar{a}_B + \bar{a}_{KB}\,.$$

Направление вектора $\bar{a}_{KB}$ должно совпадать на плане ускорений с направлением вектора $\bar{a}_{CB}$, так как для всех точек звена величины угловой скорости $\omega_2$ и углового ускорения $\varepsilon_2$ одинаковы. Величина отрезка ($bk$), изображающего на плане ускорений ускорение $\bar{a}_{KB}$, определяется из условия пропорциональности ускорений радиусам-векторам, т.е.

$$\frac{a_{KB}}{a_{CB}} = \frac{l_{KB}}{l_{CB}}\,,$$

или

$$\frac{(bk)\,\mu_a}{(bc)\,\mu_a} = \frac{l_{KB}}{l_{CB}}\,,$$

откуда

$$(bk) = (bc)\frac{l_{KB}}{l_{CB}}\,.$$

Из этого выражения следует: чтобы определить отрезок плана уско-

рений, изображающий ускорение $\bar{a}_{KB}$, необходимо отрезок (*bc*) плана, изображающий ускорение $\bar{a}_{CB}$, разделить в том же отношении, в каком точка *K* делит звено 2. Найдя положение точки *K* на плане и соединив ее с полюсом π, получим отрезок (π*k*), изображающий полное ускорение точки *K*. Величина ускорения равна

$$a_k = (\pi k) \cdot \mu_a .$$

Рассуждая подобным образом, определяем положение точки *m* на плане ускорений и строим отрезок (π*m*), изображающий ускорение $\bar{a}_M$ точки *M*, лежащей на звене 3 (см. рис. 2.10,*в*). Величина ускорения будет равна

$$a_M = (\pi m) \cdot \mu_a .$$

На рис. 2.11, *а* показана схема кривошипно-ползунного механизма, состоящего из стойки *OX*, входного звена, а также звеньев 2 и 3, образующих структурную группу 2 класса 2 вида.

Не останавливаясь на подробном описании построения планов скоростей и ускорений, приведем векторные уравнения для определения векторов скорости $\bar{V}_B$ и ускорения $\bar{a}_B$ точки *B*, а также необходимые формулы для нахождения составляющих этих уравнений, вычисления искомых скоростей и ускорений точек, угловых скоростей и ускорений звеньев.

$$\begin{cases} \bar{V}_B = \bar{V}_A + \bar{V}_{BA}; \\ \bar{V}_B = \bar{V}_M + \bar{V}_{BM}, \end{cases} \qquad (2.17)$$

где $V_A = l_{OA} \cdot \omega_1, V_M = 0$.

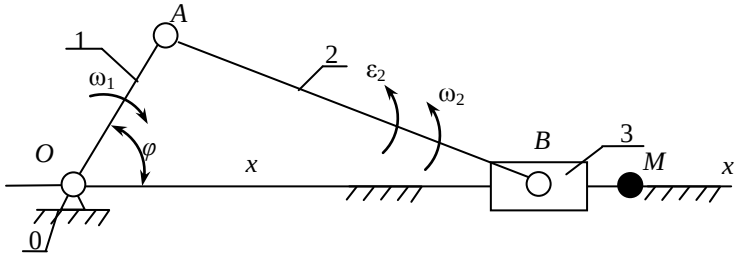
План скоростей изображен на рис. 2.11, *б*. Из плана скоростей находим

$$V_B = (pb) \cdot \mu_V ; V_{BA} = (ab) \cdot \mu_V .$$

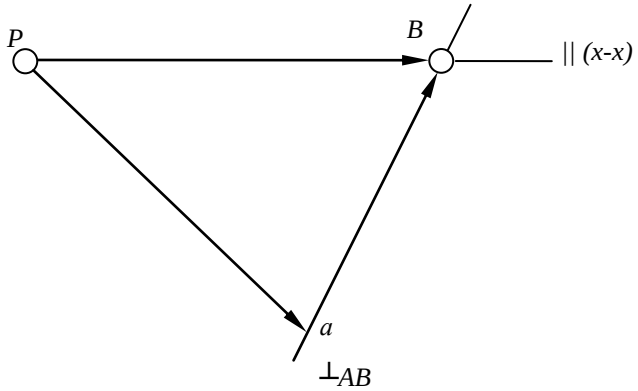
Угловая скорость $\omega_2$ звена 2 будет равна

$$\omega_2 = V_{BA} / l_{BA} .$$

*а*




*б*




*в*

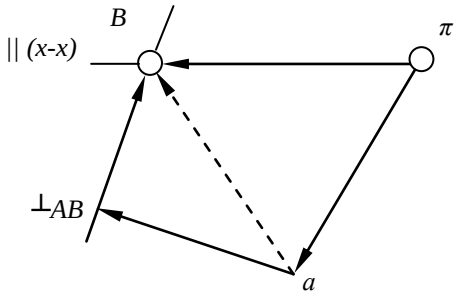



Рис.2.11. Кривошипно-ползунный механизм:
*а* - кинематическая схема; *б* - план скоростей; *в* - план ускорений

Векторные уравнения для определения ускорения $\bar{a}_B$ точки $B$ следующие (принимаем, что $\varepsilon_1$=0):

$$\begin{cases} \bar{a}_B = \bar{a}_A + \bar{a}_{BA} = \bar{a}_A + \bar{a}^n{}_{BA} + \bar{a}^t_{BA}; \\ \bar{a}_B = \bar{a}_M + \bar{a}_{BM} = \bar{a}_M + \bar{a}^k_{BM} + \bar{a}^n_{BM}; \end{cases} \qquad (2.18)$$

где $a_A = a^n_A = \omega_1^2 \cdot l_{OA}$, $a_M = 0$, $a^n_{BA} = \omega_2^2 \cdot l_{AB}$, $a^K_{BM} = 2 \cdot \omega_x \cdot V_{BM}$ - кориолисово ускорение ( $a^K_{BM} = 0$, так как $\omega_x = 0$ ).

План ускорений представлен на рис. 2.11, *в*. Из плана ускорений находим:

$$a_B = (\pi b) \cdot \mu_a; \; a^t_{BA} = (n_{BA} b) \cdot \mu_a.$$

Угловое ускорение $\varepsilon_2$ звена 2

$$\varepsilon_2 = \frac{a^t_{BA}}{l_{AB}}.$$

На рис. 2.12, *а* показана схема кулисного механизма, состоящего из стойки, входного звена 1, а также звеньев 2 и 3, образующих структурную группу 2 класса 3 вида.

Рассматривая движение звеньев кулисного механизма, необходимо иметь в виду, что звено 2 соединяет подвижные звенья 1 и 3, т.е. имеет место поступательное движение точки $A_3$, принадлежащей звену 3 и точки $A_1$ принадлежащей звену 1.

Векторные уравнения, определяющие скорость $\bar{V}_{A3}$ точки $A_3$ будут иметь следующий вид:

$$\begin{cases} \bar{V}_{A3} = \bar{V}_{A1} + \bar{V}_{A3A1}; \\ \bar{V}_{A3} = \bar{V}_B = \bar{V}_{A3B}, \end{cases} \qquad (2.19)$$

где $\bar{V}_{A1} = \omega_1 \cdot l_{OA}$; $\bar{V}_B = 0$; $\bar{V}_{A3A1}$ - вектор скорости движения точки $A_3$ относительно $A_1$ (направлен вдоль звена 3); $\bar{V}_{A3B}$ - вектор скорости переносного движения точки $A_3$ относительно $B$ (направление перпендикулярно звену 3).

Величина скорости $\bar{V}_C$ точки $C$ определяется из следующего соотношения:

$$\frac{V_C}{V_{A3}} = \frac{l_{CB}}{l_{AB}},$$

т.е.

$$V_C = V_{A3} \frac{l_{CB}}{l_{AB}},$$

или

$$(pc) = (pa_3)\frac{l_{CB}}{l_{AB}}$$

где $(pc)$ и $(pa_3)$ - отрезки на плане скоростей (см. рис.2.12, *б*).

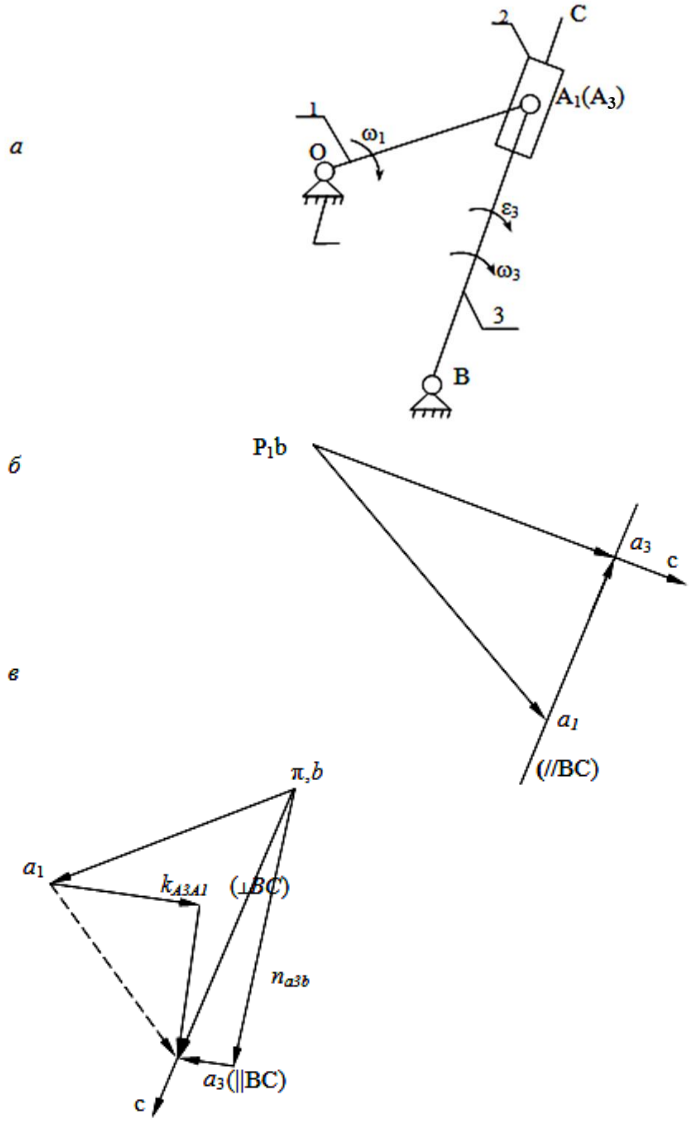



Рис.2.12. Кулисный механизм:
*а*- кинематическая схема; *б* – план скоростей; *в* – план ускорений.

Из плана скоростей находим:

$$V_{A3} = V_{A3B} = (pa_3)\mu_V;$$

$$V_{A3A1} = (a_1a_3)\mu_3;$$

$$V_c = (pc)\mu_v;$$

$$\omega_3 = \frac{V_{A3B}}{l_{AB}}.$$

Для определения вектора ускорения $\bar{a}_{A3}$ точки $A_3$ составим векторные уравнения (принимаем, что $\varepsilon_1$=0):

$$\begin{cases} \bar{a}_{A3} = \bar{a}_{A1} + \bar{a}_{A3A1} = \bar{a}_{A1} + \bar{a}^K_{A3A1} + \bar{a}^r_{A3A1}; \\ \bar{a}_{A3} = \bar{a}_B + \bar{a}_{A3B} = \bar{a}_B + a^n_{A3B} + a^\tau_{A3B}, \end{cases} \qquad (2.20)$$

где $a_{A1} = a^n_{A1} = \omega_1^2 \cdot l_{OA}$, $a_B = 0$, $a^K_{A3A1} = 2 \cdot \omega_3 \cdot V_{A3A1}$, $a^n_{A3B} = \omega_3^2 \cdot l_{AB}$.

Направление вектора кориолисова ускорения $\bar{a}^K_{A3A1}$ определяется вектором скорости $\bar{V}_{A3A1}$, повернутым на $90^0$ по направлению угловой скорости $\omega_3$.

Ускорение $\bar{a}_c$ точки $C$ определяется из соотношения:

$$\frac{a_c}{a_{A3}} = \frac{l_{CB}}{l_{AB}},$$

Откуда $a_c = a_{A3} \cdot \dfrac{l_{CB}}{l_{AB}}$ или $(\pi c) = (\pi a_3) \cdot \dfrac{l_{CB}}{l_{AB}}$,

где $(\pi c)$ и $(\pi a_3)$ - отрезки на плане ускорений (рис.2.12, *в*).

Из плана ускорений находим:

$$a_{A3} = (\pi a_3) \cdot \mu_a, \; a_c = (\pi c) \cdot \mu_a;$$

$$a^t_{A3B} = (n_{A3B}a_3) \cdot \mu_a;$$

$$a_{A3A1} = (a_1a_3) \cdot \mu_a;$$

$$\varepsilon_3 = \frac{a^t_{A3B}}{l_{AB}}.$$

Таким образом, с помощью планов скоростей и ускорений можно определить кинематические характеристики движения любой точки или звена механизма.

## 2.4. Аналитический метод кинематического исследования

Графический (метод диаграмм) и графоаналитический методы (метод планов скоростей и ускорений) кинематического анализа механизмов имеют свои недостатки: невысокая точность графических построений, большая трудоёмкость. При использовании графического метода необходимо построить диаграммы перемещений, скоростей и ускорений для каждой исследуемой точки механизма, а при использовании графоаналитического метода – несколько планов скоростей и ускорений механизма, чтобы определить динамику изменения скорости и ускорения интересующих нас точек (т.е. при различных положениях механизма).

Эти недостатки отсутствуют в аналитическом методе. Но при этом необходимо составлять достаточно сложные аналитические зависимости (формулы) и иметь возможность решать их с использованием компьютерных техники и технологии, что в последнее время возможно и доступно.

Методы аналитического исследования:

метод замкнутых векторных контуров используется для кинематического анализа практически всех несложных рычажных механизмов;

метод преобразования координат используется для кинематического анализа многозвенных механизмов типа манипуляторов промышленных роботов.

Прежде чем говорить об аналитическом методе, введем некоторые понятия и определения.

### 2.4.1. Функция положения. Аналог скорости. Аналог ускорения

Положение любого звена механизма может определяться параметрами: углом φК относительно какой-либо координатной оси или координатами ХК и YК (рис. 2.13).

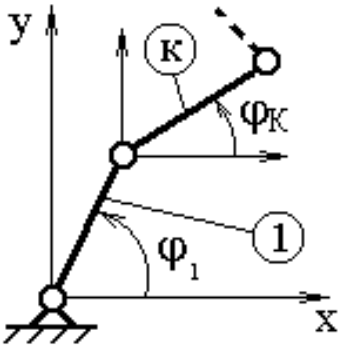



Рис. 2.13. Схема механизма

*Функция положения* – это аналитическая зависимость положения или координаты К-го звена ($\varphi_K$, XK или YK ) от положения ведущего звена $\varphi_1$, т.е. $\varphi_K$ ($\varphi_1$) или XK($\varphi_1$) и YK($\varphi_1$), где $\varphi_K$, XK и YK – координаты, определяющие положение К-го звена (ведомого), а угол $\varphi_1$ – угол, характеризующий положение ведущего звена.

*Аналог скорости.* Угловая скорость К-го звена определяется зависимостью

$$\omega_K = \frac{d\varphi_K}{dt} = \frac{d\varphi_K}{dt}\frac{d\varphi_1}{d\varphi_1} = \omega_1 \frac{d\varphi_K}{d\varphi_1}, \qquad (2.21)$$

где $\frac{d\varphi_K}{d\varphi_1}$ – аналог скорости К-го звена (первая передаточная функция) для вращающегося звена, величина безразмерная; $\frac{dx_K}{d\varphi_1}$ и $\frac{dy_K}{d\varphi_1}$ – аналоги скорости К-го звена, движущегося поступательно, величины безразмерные.

*Аналог ускорения.* Угловая скорость К-го звена определяется зависимостью, получаемой дифференцированием уравнения (2.21) по dt:

$$\varepsilon_K = \frac{d\omega_K}{dt} = \frac{d\omega_1}{dt}\frac{d\varphi_K}{d\varphi_1} + \omega_1 \frac{d^2\varphi_K}{d\varphi_1^2}\frac{d\varphi_1}{dt} = \varepsilon_1 \frac{d\varphi_K}{d\varphi_1} + \omega_1^2 \frac{d^2\varphi_K}{d\varphi_1^2}.$$

При дифференцировании предполагается, что угловая скорость К-го звена $\omega_к$ определяется зависимостью

$$\omega_K = \omega_1 \frac{d\varphi_K}{d\varphi_1},$$

а угол φк является функцией угла $\varphi_1$:

$$\varphi_K = f(\varphi_1).$$

Величина $\frac{d^2\varphi_K}{d\varphi_1^2}$ – аналог ускорения К-го звена, совершающего вращательное движение, величины $\frac{d^2x_K}{d\varphi_1^2}$ и $\frac{d^2y_K}{d\varphi_1^2}$ – аналоги ускорения К-го звена, двигающегося поступательно, в проекциях на оси X и Y.

Введение в кинематический анализ понятий аналогов отделяет геометрические свойства механизма от кинематических.

Величину $\frac{d\varphi_K}{d\varphi_1}$ называют ещё передаточным отношением, так как выражение $\frac{d\varphi_K}{d\varphi_1}$ можно преобразовать, умножив и разделив его на величину dt:

$$\frac{d\varphi_K}{d\varphi_1} = \frac{d\varphi_K dt}{d\varphi_1 dt} = \frac{\omega_K}{\omega_1}.$$

Отношение угловых скоростей в механике называют передаточным отношением $U_{K-1} = \frac{\omega_K}{\omega_1}$.

Аналог скорости звена также называют первой передаточной функцией.

Задачи кинематического анализа и пути их аналитического решения приведены в табл. 2.1.

*Таблица 2.1*

Задачи кинематического анализа и пути их аналитического решения

| Функции положения | Задача о скоростях | Задача об ускорения |
|---|---|---|
| Определить функции положения: $\varphi_K(\varphi_1)$ $x_K(\varphi_1)$ $y_K(\varphi_1)$ | Определение аналогов скоростей $\frac{d\varphi_K}{d\varphi_1}; \frac{dx_K}{d\varphi_1}; \frac{dy_K}{d\varphi_1}$ Вычисление скоростей $\omega_K = \omega_1 \frac{d\varphi_K}{d\varphi_1}$, $\upsilon_{Kx} = \omega_1 \frac{dx_K}{d\varphi_1}$, $\upsilon_{Ky} = \omega_1 \frac{dy_K}{d\varphi_1}$. | Определение аналогов ускорений $\frac{d^2\varphi_K}{d\varphi_1^2}; \frac{d^2x_K}{d\varphi_1^2}; \frac{d^2y_K}{d\varphi_1^2}$ Вычисление ускорений $\varepsilon_K = \varepsilon_1 \frac{d\varphi_K}{d\varphi_1} + \omega_1^2 \frac{d^2\varphi_K}{d\varphi_1^2}$; $a_{Kx} = \varepsilon_1 \frac{dx_K}{d\varphi_1} + \omega_1^2 \frac{d^2x_K}{d\varphi_1^2}$; $a_{Ky} = \varepsilon_1 \frac{dy_K}{d\varphi_1} + \omega_1^2 \frac{d^2y_K}{d\varphi_1^2}$. |

Как следует из приведенной таблицы, для решения задачи о положениях звеньев исследуемого механизма необходимо найти функции положения ($\varphi_K$ или XK и YK ), предварительно составив векторное уравнение замкнутого векторного контура кинематической цепи и уравнения проекций его на координатные оси X и Y. Из этих уравнений находят функции положения (зависимости положений исследуемого звена от положения ведущего звена). При известном (заданном) законе движения ведущего звена задаются шагом и вычисляют координаты исследуемых звеньев (угловые координаты для вращающегося звена и прямоугольные для звена, совершающего возвратно-поступательное движение).

Для решения задачи о скоростях необходимо найти аналоги скоростей исследуемых звеньев и, умножив их на угловую скорость ведущего звена, получить формулы расчета искомых скоростей.

Для решения задачи об ускорениях находят также аналоги ускорений звеньев и по формулам, приведенным в таблице, находят величины ускорений. Ниже приводится пример кинематического анализа кривошипно-ползунного механизма аналитическим методом.

### 2.4.2. Аналитическое исследование кривошипно-ползунного механизма

Используем метод замкнутых векторных контуров (рис. 2.14).

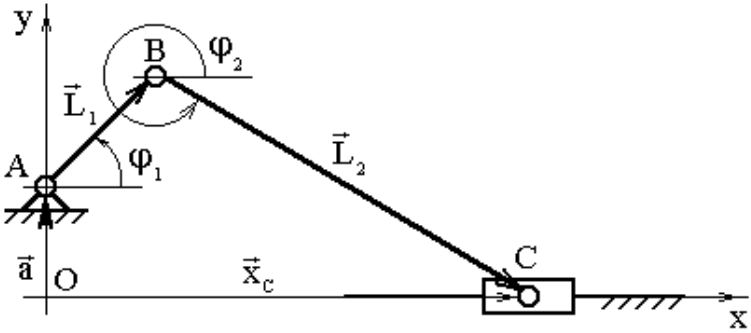



Рис. 2.14. Замкнутый векторный контур кривошипно-ползунного механизма

Рассмотрим замкнутый векторный контур OABCO. Соблюдая единообразие отсчёта углов, определяющих положение звеньев, составим векторное уравнение

$$\vec{a} + \vec{L}_1 + \vec{L}_2 = \vec{x}_c \,. \qquad (2.22)$$

Спроектируем (2.22) на координатные оси X и Y:

$$\begin{cases} L_1 \cos\varphi_1 + L_2 \cos\varphi_2 = x_c; & (2.23) \\ a + L_1 \sin\varphi_1 - L_2 \sin\varphi_2 = 0. & (2.24) \end{cases}$$

*Решение задачи о положениях.*

Определим функции положения ползуна $X_c(\varphi_1)$ и шатуна $\varphi_2(\varphi_1)$. Из (2.24) получаем:

$$\sin\varphi_2 = \frac{a + L_1 \sin\varphi_1}{L_2},$$

откуда $\varphi_2 = \arcsin\dfrac{a + L_1 \sin\varphi_1}{L_2}$,

из (2.23) получаем $x_c = L_1 \cos\varphi_1 + L_2 \cos(\arcsin\dfrac{a + L_1 \sin\varphi_1}{L_2})$.

*Решение задачи о скоростях.*

Определим аналог скорости ползуна $\dfrac{dx_c}{d\varphi_1}$ и шатуна $\dfrac{d\varphi_2}{d\varphi_1}$, для чего продифференцируем уравнение (2.23) и (2.24):

$$\begin{cases} -L_1 \sin\varphi_1 - L_2 \sin\varphi_2 \dfrac{d\varphi_2}{d\varphi_1} = \dfrac{dx_c}{d\varphi_1}; & (2.25) \\ L_1 \cos\varphi_1 - L_2 \cos\varphi_2 \dfrac{d\varphi_2}{d\varphi_1} = 0. & (2.26) \end{cases}$$

Из (2.26) получаем аналог скорости шатуна

$$\frac{d\varphi_2}{d\varphi_1} = \frac{L_1}{L_2} \frac{\cos\varphi_1}{\cos(\arcsin\dfrac{a + L_1 \sin\varphi_1}{L_2})},$$

тогда угловая скорость шатуна $\omega_2 = \omega_1 \dfrac{d\varphi_2}{d\varphi_1}$.

Из (2.25) получаем аналог скорости ползуна

$$\frac{dx_c}{d\varphi_1} = -L_1 \sin\varphi_1 - L_2 \sin(\arcsin\frac{a + L_1 \sin\varphi_1}{L_2})\frac{L_1}{L_2}\frac{\cos\varphi_1}{\cos(\arcsin\frac{a + L_1 \sin\varphi_1}{L_2})},$$

тогда скорость ползуна вычисляется по формуле $\upsilon_C = \omega_1 \frac{dx_C}{d\varphi_1}$.

*Решение задачи об ускорениях.*

Определим аналоги ускорений шатуна $\frac{d^2 x_C}{d\varphi_1^2}$ и ползуна $\frac{d^2\varphi_2}{d\varphi_1^2}$, для чего продифференцируем уравнения по dφ1 (2.25) и (2.26):

$$-L_1 \cos\varphi_1 - L_2 \cos(\frac{d\varphi_2}{d\varphi_1})^2 - L_2 \sin\frac{d^2\varphi_2}{d\varphi_1^2} = \frac{d^2 x_C}{d\varphi_1^2}; \quad (2.27)$$

$$L_1 \sin\varphi_1 + L_2 \sin(\frac{d\varphi_2}{d\varphi_1})^2 - L_2 \cos\frac{d^2\varphi_2}{d\varphi_1^2} = 0. \quad (2.28)$$

Из (2.28) получим аналог ускорения шатуна $\frac{d^2\varphi_2}{d\varphi_1^2}$, тогда угловое ускорение шатуна можно вычислить по формуле

$$\varepsilon_2 = \varepsilon_1 \frac{d\varphi_2}{d\varphi_1} + \omega_1^2 \frac{d^2\varphi_2}{d\varphi_1^2}.$$

Из (2.27) получим аналог ускорения ползуна $\frac{d^2 x_C}{d\varphi_1^2}$, тогда ускорение ползуна можно вычислить по формуле:

$$a_C = \varepsilon_1 \frac{dx_C}{d\varphi_1} + \omega_1^2 \frac{d^2 x_C}{d\varphi_1^2}.$$

Аналитическое исследование шарнирного четырёхзвенника, кулисного, тангенсного, синусного и других механизмов можно найти в работах [1, 4].

# 3. СИЛОВОЙ АНАЛИЗ СТЕРЖНЕВЫХ МЕХАНИЗМОВ

## 3.1. Силы, действующие на звенья механизма

При силовом расчете механизмов обычно предполагаются заданными законы движения ведущих звеньев хотя бы в первом приближении и часть внешних сил [8].

Основными силами, определяющими характер движения механизма, являются движущие силы, совершающие положительную работу, и силы полезного (производственного) сопротивления, возникающие в процессе выполнения механизмом полезной работы и совершающие отрицательную работу. К движущим усилиям относятся: сила давления рабочей смеси на поршень цилиндра двигателя, момент, развиваемый: электродвигателем на ведущем валу насоса или компрессора, и т. д. Силы полезного сопротивления — это те силы, для преодоления которых предназначен механизм. Такими силами являются: силы сопротивления измельчению материала в дробилке, силы сопротивления резанию в токарном станке, сопротивления ткани проколу иглы в швейной машине и т. д. Кроме этих сил необходимо учитывать также силы сопротивления среды, в которой движутся звенья механизма, и силы тяжести звеньев, производящие положительную или отрицательную работу в зависимости от направления движения центра тяжести звеньев — вниз или вверх.

При расчете механизма все движущие силы и силы полезного сопротивления должны быть заданы. Эти силы обычно задаются в виде так называемых механических характеристик.

Механической характеристикой двигателя или рабочей машины называют зависимость момента, приложенного к ведомому валу двигателя или к ведущему валу рабочей машины, от одного или нескольких кинематических параметров. Механические характеристики определяют экспериментальным путем и аппроксимируют при помощи различных математических зависимостей.

При работе механизма в результате действия всех приложенных к его звеньям указанных сил в кинематических парах возникают реакции, которые непосредственно не влияют на характер движения механизма, но на поверхностях элементов кинематических пар вызывают силы трения. Эти силы являются силами вредного сопротивления.

Реакции в кинематических парах возникают не только вследствие воздействия внешних задаваемых сил на звенья механизма, но и вследствие движения отдельных масс механизма с ускорением. Составляющие реакций, возникающих в результате движения звеньев механизма с ускорением, могут быть названы дополнительными динамическими давлениями в кинематических парах.

Основная задача кинетостатического расчета состоит в определении

реакций в кинематических парах механизмов, а также в определении уравновешивающих моментов или уравновешивающих сил. Под последними обычно понимают те неизвестные и подлежащие определению силы или моменты, приложенные к ведущим звеньям, которые уравновешивают систему всех внешних сил и пар сил и всех сил инерции и пар сил инерции.

Если механизм имеет несколько степеней свободы, то для его равновесия необходимо столько уравновешивающих сил или пар сил, сколько имеется степеней свободы. В механизме, обладающем одной степенью свободы, уравновешивающей силой является сила или пара сил, приложенная к ведущему звену.

Наиболее широкое применение получил так называемый кинетостатический метод силового расчета механизмов. Этот метод, как известно из курса теоретической механики, состоит в следующем. Если к точкам несвободной системы вместе с задаваемыми силами приложить мысленно фиктивные для этой системы силы инерции, то совокупность этих сил уравновешивается реакциями связей. Этот прием, несмотря на свою условность, обладает тем важным для практики преимуществом, что позволяет свести решение задач динамики к решению задач статики. Это имеет место, когда поставленная задача относится к типу *первой задачи динамики*, т.е. задачи об определении сил по заданному движению.

Переходим к определению сил инерции в механизмах.

## 3.2. Силы инерции

Так как звено механизма состоит из отдельных материальных точек, ускорения которых в общем случае различны, то необходимо определить те силовые параметры, к которым приводится в общем случае сумма сил инерции материальных точек звена. Предположим, что звено имеет материальную плоскость симметрии, параллельную плоскости движения [8].

Система сил инерции звена, как и всякая плоская система сил, приложенная к твердому телу, в общем случае приводится к одной силе $P_И$. Ее модуль равен массе звена, умноженной на модуль ускорения центра масс звена, а направлена она в сторону, противоположную этому ускорению. Выясним положение прямой $AB$ линии действия силы $P_И$ (рис.3.1). Из дифференциальных уравнений плоскопараллельного движения твердого тела, находящегося под действием некоторых сил, видно, что это движение может быть осуществлено, если в центре $S$ масс тела приложить силу, равную главному вектору системы, и пару, момент которой

$$M = J_S \cdot \varepsilon, \qquad (3.1)$$

где $J_S$ — момент инерции тела относительно оси, проходящей через точ-

ку $S$ перпендикулярно плоскости движения; ε — угловое ускорение тела.

В таком случае система сил инерции, как условно уравновешивающая заданную систему сил, также приводится к силе

$$\overline{P_И} = -m\overline{a_S}\ , \qquad (3.2)$$

приложенной в точке $S$ и направленной в сторону, противоположную направлению вектора $\overline{a_S}$ ускорения центра $S$ масс, и к паре с моментом

$$M_И = -J_S\varepsilon, \qquad (3.3)$$

направление которого противоположно угловому ускорению ε. Мы привели силы инерции материальных точек звена к силе и к паре.

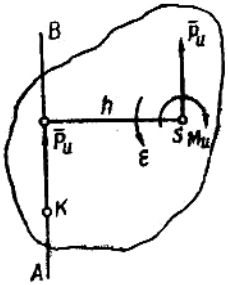



Рис. 3.1. Плоскопараллельное движение

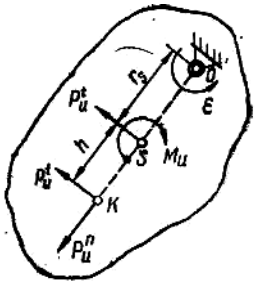



Рис. 3.2. Вращательное движение

Однако параллельным переносом в точку $K$ вектора $P_И$ силу и пару можно заменить одной силой. Момент присоединенной пары:

$$M_И = -P_И h.$$

Отсюда следует, что $P_И h = J_S\varepsilon$ и, следовательно,

$$h = \frac{J_S\varepsilon}{P_И}. \qquad (3.4)$$

Итак, система сил инерции звена, находящегося в плоскопараллельном движении, в общем случае может быть приведена либо к одной силе

$$\overline{P_И} = -m\overline{a_S}\ , \qquad (3.5)$$

приложенной в некоторой точке $K$, либо к главному вектору сил инерции

$$\overline{P_И} = -m\overline{a_S}\ , \qquad (3.6)$$

приложенному в центре $S$ масс звена и к паре сил инерции с моментом

$$M_И = -J_s\varepsilon. \qquad (3.7)$$

Если звено движется поступательно, то его угловое ускорение ε равно нулю и в этом случае систему сил инерции его материальных точек приводят к одной силе (3.5), линия действия которой проходит через центр $S$ масс.

При вращении звена вокруг неподвижной оси *O* (рис. 3.2) главный вектор и главный момент сил инерции его материальных точек можно определить из равенств (3.6) и (3.7). Основываясь на равенстве (3.4), главный вектор и главный момент сил инерции можно привести к одной силе.

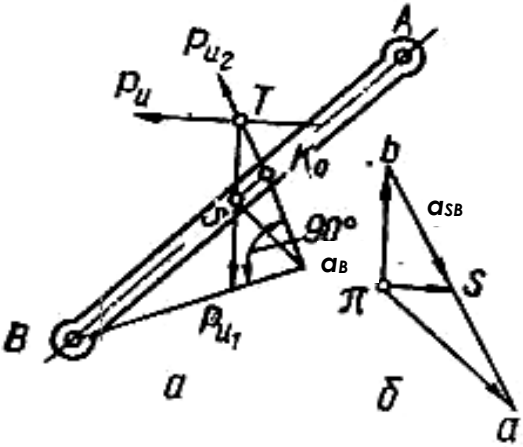



Рис. 3.3. Схема к определению силы инерции

Разложим силу инерции $P_И$, приложенную в точке *K*, на две составляющие: нормальную $P_И^n$ и тангенциальную $P_И^t$, модуль которой

$$P_И^t = m \cdot r_S \cdot \varepsilon .$$

Так как момент нормальной составляющей $P_И^n$ относительно центра *S* масс равен нулю, то вместо равенства (3.4) можно написать

$$h = \frac{-J_S \varepsilon}{-P_И^t} = \frac{-J_S \varepsilon}{-m r_S \varepsilon} = \frac{J_S}{m r_S} \qquad (3.8)$$

Точка *K*, через которую проходит линия действия результирующей сил инерции звена, называется центром качаний.

Таким образом, силы инерции материальных точек звена можно привести к одной силе, линия действия которой в случае поступательного движения проходит через центр масс, в случае вращательного движения — через центр качаний и при плоскопараллельном движении звена — через точку, смещенную относительно центра масс на расстояние, определяемое равенством (3.8).

Задачу об определении точки приложения равнодействующей силы инерции звена можно решить также способом, основанным на разложении плоскопараллельного движения звена на поступательное с ускорением, равным ускорению произвольной точки звена, и на вращательное вокруг оси, проходящей через эту точку и перпендикулярной к плоско-

сти движения. Пусть закон распределения ускорений точек звена *AB* (рис. 3.3, *а*) задан планом ускорений (рис. 3.3, *б*).

Сила инерции $\overline{P_{И1}}$ в переносном поступательном движении равна произведению массы m звена на ускорение любой точки звена, например, точки *B*, и приложена в центре тяжести *S* звена.

Сила инерции $\overline{P_{И2}}$ в относительном вращательном движении звена вокруг точки *B*, складываясь с парой сил инерции, дает результирующую силу, которая приложена в центре качания $K_0$ звена, в предположении, что точкой подвеса звена является точка *B*. Положение точки $K_0$ определяется но формуле (3.8) $l_{SK_0} = \frac{\rho^2 s}{l_{BS}}$. Направление силы $\overline{P_{И1}}$ противоположно ускорению $\omega_B$ точки *B*, т. е противоположно вектору $\pi\bar{b}$, а направление силы инерции $\overline{P_{И2}}$ противоположно ускорению $\omega_{SB}$, т. е. противоположно вектору $\overline{bs}$ плана ускорений. Точка пересечения линий действия сил $\overline{P_{И1}}$ и $\overline{P_{И2}}$, т. е. прямых, проведенных через точку *S* параллельно $\pi b$ и через точку $K_o$ параллельно *bs*, определит точку *T*, через которую проходит линия действия результирующей силы инерции $\overline{P_И}$. Величину и направление силы $\overline{P_И}$ определяют по формуле (3.5).

## 3.3. Кинетостатический расчет механизмов

Кинетостатический метод расчета позволяет, как указано выше, находить реакции в кинематических парах, или, иначе говоря, определять те давления, которые возникают в местах соприкосновения элементов кинематических пар, а также находить уравновешивающую силу или уравновешивающий момент пары сил.

При решении задач кинетостатики механизмов закон движения ведущего звена, а также массы и моменты инерции звеньев механизма предполагаются заданными, внешние силы и моменты сил также будем считать в каждом положении механизма известными [8].

Силовой расчет механизмов будем вести в предположении, что трение в кинематических парах отсутствует и все силы, действующие на звенья механизма, расположены в одной плоскости. При отсутствии сил трения сила взаимодействия между двумя звеньями всегда направлена по нормали к поверхности их касания. В поступательной паре все элементарные силы взаимодействия и их равнодействующая будут расположены перпендикулярно направляющей поступательной пары.

Наиболее удобным методом силового расчета механизмов является

метод планов сил. При силовом расчете механизм расчленяется на отдельные группы; при этом необходимо придерживаться общеизвестного из статики сооружений положения об установлении порядка расчета, который будет обратным порядку кинематического исследования, т.е. силовой расчет начинается с группы, присоединенной последней в процессе образования механизма, и заканчивается расчетом ведущего звена начального механизма. Если плоский механизм имеет одну степень свободы, то начальный механизм состоит из двух звеньев: неподвижного (стойка) и начального звена. Эти звенья образуют либо вращательную кинематическую пару (кривошип — стойка), либо поступательную пару (ползун — направляющие). Звено, к которому приложена уравновешивающая сила $P_y$, будем считать при силовом расчете начальным звеном механизма. Реакция в начальном вращательном механизме зависит от способа передачи энергии начальному звену источником энергии.

При исследовании механизмов двигателей кривошип условно принимают за начальное звено. В этом случае реакция в начальном вращательном механизме зависит от способа передачи энергии кривошипом рабочему звену. Если кривошипный вал приводится во вращение парой, например, непосредственно от электродвигателя, то в этом случае к валу приложен уравновешивающий момент (рис. 3.4)

$$M_y = R_{3,2}h \quad Н{\cdot}м \tag{3.9}$$

и реакция в опоре О вала (звено 1) будет равна действию звена 3 на звено 2 (кривошип)

$$R_{1,2} = -R_{3,2}. \tag{3.10}$$

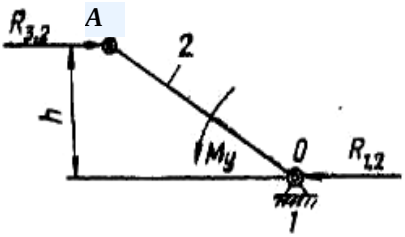



Рис. 3.4. Схема к определению уравновешивающего момента

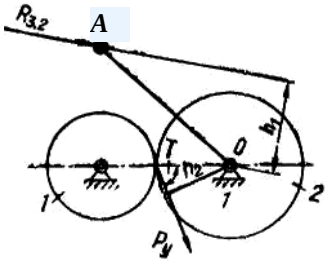



Рис. 3.5 Схема к определению уравновешивающей силы

Если же кривошипный вал приводится во вращение одной силой, например, через зубчатый редуктор (рис. 3.5), то на зубчатое колесо 2, сблокированное с кривошипом, действует со стороны сопряженного колеса уравновешивающая сила $P_y$, расположенная под углом $\gamma = (90° — \alpha)$ к линии центров колес ($\alpha$ — угол зацепления); величину уравновешивающей силы определяют из равенства

$$P_y = R_{3,2} \times \frac{h_1}{h_2}. \qquad (3.11)$$

Для определения давления $R_{1,2}$ звена 1 на звено 2 напишем уравнение равновесия сил, действующих на звено 2:

$$\overline{R}_{3,2} + \overline{R}_{1,2} + \overline{P}_y = 0 \qquad (3.12)$$

Реакцию $R_{1,2}$ можно получить непосредственно из уравнения построением силового треугольника.

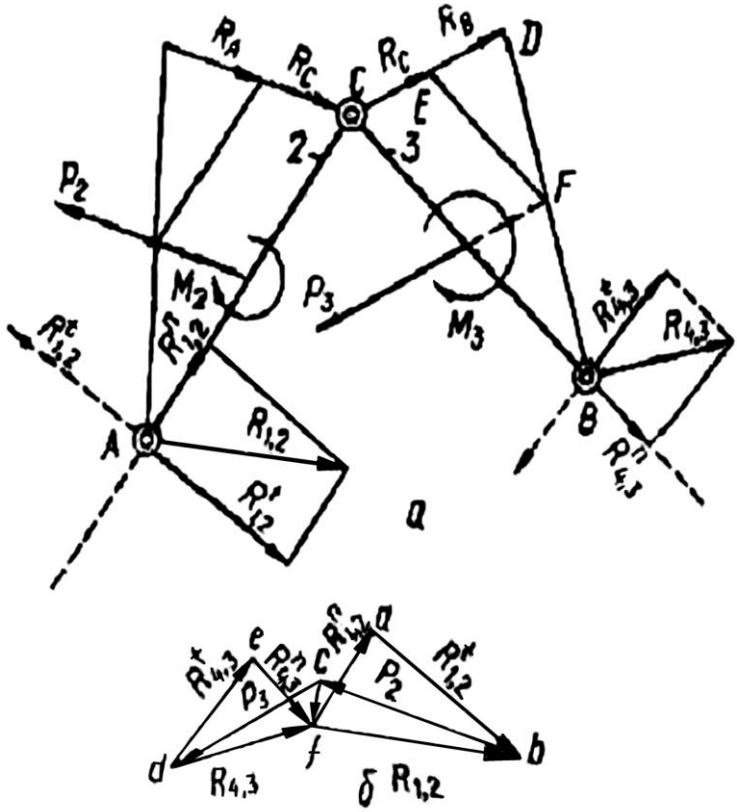



Рис. 3.6. Способ силового расчета, основанный на методе планов сил

Рассмотрим на примере двухповодковой группы с тремя шарнирами два способа силового расчета, основанные на методе планов сил. Пусть звенья *AC* и *BC* (рис. 3.6, *а*) составляют последнюю двухповодковую группу в механизме и пусть звено *AC* (звено 2) нагружено силой $P_2$ и парой с моментом $M_2$, а звено *BC* (звено 3) нагружено силой $P_3$ и парой с моментом $M_3$; линии действия, величина и точки приложения обеих сил

заданы. Приложенные силы откладываем на чертеже в масштабе $\mu_p$. При выделении из механизма группы или отдельного звена необходимо действие отсоединенной части механизма заменить реакциями, приложенными к соответствующим элементам кинематических пар. Условимся силу, действующую на звено $i$ со стороны звена $k$, обозначать через $R_{ki}$. Требуется найти силы взаимодействия звеньев между собой, т. е. реакцию $R_{2,3}$ либо $R_{3,2}$ в шарнире $C$ и давления отсоединенных звеньев 1 и 4 механизма на звенья 2 и 5, т. е. реакции $R_{1,2}$, $R_{4,3}$ в шарнирах $A$ и $B$.

Прикладываем в точках $A$ и $B$ неизвестные реакции $R_{1,2}$ и $R_{4,3}$ и составляем уравнение равновесия группы $ACB$, т. е. приравниваем нулю сумму всех сил, действующих на группу:

$$\overline{R}_{1,2} + \overline{P}_2 + \overline{P}_3 + \overline{R}_{4,3} = 0\,. \qquad (3.13)$$

В этом уравнении известны: величина, направление, точка приложения сил $P_2$ и $P_3$, а также точки приложения реакций $R_{1,2}$ и $R_{4,3}$. Таким образом, написанного векторного уравнения с четырьмя неизвестными для решения задачи недостаточно. Поэтому для определения величины реакций $R_{1,2}$ и $R_{4,3}$ выражаем как по первому, так и по второму способу

Аждую из реакции двухшарнирного звена в виде геометрической суммы двух составляющих. При этом по первому способу одну из составляющих $R^n_{1,2}$ реакции $R_{1,2}$ и $R^n_{4,3}$ реакции $R_{4,3}$ направляем по осям $AC$ и $BC$ звеньев 2 и 3, а другую составляющую $R^t_{1,2}$ реакции $R_{1,2}$ и $R^t_{4,3}$ реакции $R_{4,3}$ направляем перпендикулярно этим осям; (линии действия составляющих, $R^n_{1,2}$, $R^t_{1,2}$, $R^n_{4,3}$, $R^t_{4,3}$ на рис. 72, *а* показаны пунктирными линиями). Получаем

$$\left.\begin{aligned} \overline{R}_{1,2} &= \overline{R}^n_{1,2} + \overline{R}^t_{1,2}\,; \\ \overline{R}_{4,3} &= \overline{R}^n_{4,3} + \overline{R}^t_{4,3}\,. \end{aligned}\right\} \qquad (3.14)$$

Величины $R^t_{1,2}$ и $R^t_{4,3}$ можно получить из уравнений равновесия составленных для звеньев 2 и 3 в отдельности. Для этого рассмотрим сначала равновесие звена 2. Звено 2 находится под действием следующих сил и пар: силы $P_2$, пары с моментом $M_2$, составляющих $R^n_{1,2}$ и $R^t_{1,2}$ реакции $R_{1,2}$ и реакции $R_{3,2}$. Составляем уравнение моментов $M_c(P_i)$ всех сил относительно точки $C$. Так как направление составляющей $R^t_{1,2}$ пока неизвестно, то при составлении уравнения моментов задаемся произвольным направлением ее. Если после определения величина этой составляющей окажется отрицательной, то ее истинное направление будет противоположно выбранному. Так как

$$M_c(R^n_{1,2}) = 0 \quad \text{и} \quad M_c(R_{3,2}) = 0\,, \text{а} \quad M_c(R^t_{1,2}) = R^t_{1,2} l_{AC}\,,$$

то уравнение моментов напишется так:

$$M_c(P_i) = M_c(P_2) + R^t_{1,2} l_{AC} + M_2 = 0;$$

откуда

$$R^t_{1,2} = -\frac{M_2 + M_c(P_2)}{l_{AC}}. \qquad (3.15)$$

Из этой формулы ясно, что направление $R^t_{1,2}$, показанное на рис. 3.6,*а* пунктирной линией, нужно изменить на обратное (показано сплошной линией).

Аналогично из условия равновесия звена 3 имеем уравнение моментов

$$M_c(P_3) + R^t_{4,3} l_{BC} + M_3 = 0,$$

откуда

$$R^t_{4,3} = -\frac{M_c(P_3) + M_3}{l_{BC}}; \qquad (3.16)$$

истинное направление $R^t_{4,3}$ показано на чертеже сплошной линией.

Полученные выражения для $R^t_{1,2}$ и $R^t_{4,3}$ подставляем в уравнение (3.13)

$$\overline{R}^n_{1,2} + \overline{R}^t_{1,2} + \overline{P}_2 + \overline{P}_3 + \overline{R}^t_{4,3} + \overline{R}^n_{4,3} = 0. \qquad (3.17)$$

В это векторное уравнение входят только два неизвестных скаляра–величины составляющих $R^n_{1,2}$ и $R^n_{4,3}$ реакций $R_{1,2}$ и $R_{4,3}$, направленных по осям *AC* и *BC* звеньев 2 и 3. Поэтому задачу можно решить графически методом построения плана сил. Для этого из любой точки *a* плоскости (рис. 3.6, *б*) откладываем в произвольном масштабе $\mu_p$ составляющую $\overline{R}^t_{1,2}$ реакции $\overline{R}_{1,2}$ в виде вектора $\overline{ab}$. К вектору $\overline{ab}$ геометрически прибавляем вектор $\overline{bc}$, изображающий в том же масштабе $\mu_p$ силу $P_2$. Продолжая далее геометрическое сложение в порядке, указанном в уравнении (3.17), получаем последовательно вектор $\overline{cd}$, изображающий силу $P_3$, вектор $\overline{de}$, изображающий составляющую $\overline{R}^t_{4,3}$ реакции $\overline{R}_{4,3}$.

Далее через начало *a* вектора $\overline{ab}$ проводим прямую в направлении действия второй составляющей $\overline{R}^n_{1,2}$ реакции $\overline{R}_{1,2}$, т. е. параллельно оси *AC* звена 2, а через конечную точку *e* вектора $\overline{de}$ прямую в направлении действия составляющей $\overline{R}^n_{4,3}$ реакции $\overline{R}_{4,3}$, т. е. параллельно оси *BC* звена 3. Точка *f* пересечения этих прямых определяет начало вектора $\overline{fa}$ составляющей $\overline{R}^n_{1,2}$ и конечную точку вектора $\overline{ef}$ составляющей $\overline{R}^n_{4,3}$. Полные реакции $\overline{R}_{1,2}$ и $\overline{R}_{4,3}$ можно получить согласно уравнениям (3.14). Соединив точку *f* с точкой *b*, получим реакцию $\overline{R}_{1,2}$ в виде вектора $\overline{fb}$.

Величину реакции $\overline{R}_{4,3}$ в виде вектора $\overline{df}$ определим, если соединить точки *d* и *f*. Таким образом, определены величины и направления искомых реакций $\overline{R}_{1,2}$ и $\overline{R}_{4,3}$.

Для определения давления $\overline{R}_{3,2}$ звена 3 на звено 2 напишем уравнение равновесия сил, действующих на звено 2:

$$\overline{R}_{1,2} + \overline{P}_2 + \overline{R}_{3,2} = 0 .$$

Единственной неизвестной по величине силой в этом уравнении является сила $\overline{R}_{3,2}$. Величину ее можно получить непосредственно из уравнения построением силового треугольника. Для этого в плане сил (рис. 3.6, *б*) достаточно соединить точки *c* и *f*. Очевидно, что реакцию $\overline{R}_{2,3}$, равную по величине реакции $\overline{R}_{3,2}$, но противоположную ей по направлению, можно определить из уравнения равновесия звена 3:

$$\overline{R}_{4,3} + \overline{P}_3 + \overline{R}_{2,3} = 0 .$$

В плане сил вектор $\overline{R}_{2,3}$ представлен тем же отрезком (*fc*), что и реакция $\overline{R}_{2,3}$, но противоположно направлен. При определении реакций по второму методу будем полагать, что все внешние силы и пары сил, приложенные к звену, а также силы инерции и пары их заменены одной равнодействующей силой. Этот метод заключается в следующем. Реакцию $\overline{R}_{1,2}$, приложенную в центре шарнира *A*, разлагаем на две составляющие таким образом, чтобы одна из них была направлена параллельно линии действия, равнодействующей сил, приложенных к звену, а другая — по оси звена. Величину первой из них определяем непосредственно из условия равновесия звена. Так, выделяя из двухповодковой группы звено 3, раскладываем силу $P_3$ на две составляющие $R_B$ и $R_C$, параллельные линии действия силы $P_3$ и приложенные соответственно в центрах *B* а *C* шарниров. Таким образом, одна из составляющих реакций в каждом из шарниров *B* и *C* полностью известна; другая составляющая $\overline{R}_{BC}$ обеих реакций, направленная по оси *BC* звена, неизвестна по величине. На рис. 3.6, *а* показано разложение силы $P_3$, приложенной к звену 3. Для этого в центре шарнира *C* или *B* параллельно линии действия силы $P_3$ откладываем отрезок *CD*, изображающий в масштабе $\mu_p$ силу $\overline{P}_3$. Конец *D* отложенного отрезка соединяем прямой *DB* с точкой *B*. Через точку *F* пересечения линии действия вектора $\overline{P}_3$ и прямой *DB* проводим параллельно оси *CB* звена прямую *FE*, которая и разделит отрезок *DC* на части, обратно пропорциональные расстояниям между точками приложения слагаемых сил и равнодействующей. Таким образом, одна из составляющих $\overline{R}_B = \overline{ED}$ реакции $\overline{R}_{4,3}$, приложенной в центре шарнира *B*, и $\overline{R}_C = \overline{ED}$ реакции, $\overline{R_{2,3}}$ приложенной в центре шарнира *C*, известна по величине и

направлению; вторые составляющие $\overline{R}_{CB}$ и $\overline{R}_{BC}$ реакций направлены по оси звена $BC$ в противоположные стороны. Аналогично раскладываем также и силу $P_2$ на составляющие $\overline{R}_A$ и $\overline{R}_C$, приложенные в центрах шарниров $A$ и $C$ (рис. 3.6, *а*). Тогда получаем

$$\begin{aligned} \overline{R}_B + \overline{R}_{BC} &= \overline{R}_{4,3}; \\ \overline{R}_C + \overline{R}_{CB} &= \overline{R}_{2,3}; \\ \overline{R}_A + \overline{R}_{AC} &= \overline{R}_{1,2}; \end{aligned} \qquad (3.18)$$

Для определения реакций $R_{1,2}$ и $R_{4,3}$ применяем способ, вытекающий из условия равновесия рассматриваемой группы. Из этого условия следует, что

$$\overline{R}_{AC} + \overline{R}_A + \overline{P}_2 + \overline{P}_3 + \overline{R}_B + \overline{R}_{BC} = 0 \qquad (3.19)$$

Величины составляющих $\overline{R}_{BC}$ и $\overline{R}_{AC}$ можно легко определить из построения по указанному выше способу плана сил в соответствии с векторным уравнением (3.19). Рассмотрим примеры применения методов силового расчета.

## 3.4. Силовой расчет на примере механизма

*Пример 1.* На рис. 3.7, *а* изображена кинематическая схема механизма двигателя внутреннего сгорания с компрессором [8]. Начальное звено $OA$ вращается с заданной угловой скоростью $\omega_1$. На звенья механизма действуют следующие силы и моменты: сила $\overline{P}_3$, приложенная в точке $B$ звена 3, являющаяся равнодействующей движущей силы, силы инерции и веса звена 3, сила $\overline{P_7}$, приложенная в точке $G$ звена 7,– равнодействующая полезного сопротивления, силы инерции и силы веса звена 7, силы инерции звеньев 2 и 6; звено 4 нагружено силой $P_4$, приложенной в точке $H$ звена 4 и являющейся результирующей внешних сил и силы инерции, и моментом $M_4$, представляющим собой сумму моментов всех внешних пар сил и пары силы инерции; звено 5 нагружено силой $P_5$, приложенной в точке $N$ звена 5, – результирующей всех сил и пар сил. Веса звеньев и их моменты инерции относительно осей, проходящих через центры тяжести, полагаем известными.

Требуется определить уравновешивающий момент $M_y$ и давления в кинематических парах. Планы скоростей и ускорений рассматриваемого механизма построены на рис. 3.7, *б, в*. Находим величину и точки приложения результирующих сил инерции звеньев 2,4 и 6. В технических расчетах кривошип $OA$ считают уравновешенным, и потому в этом случае сила инерции $P_{и1}$ его равна нулю.

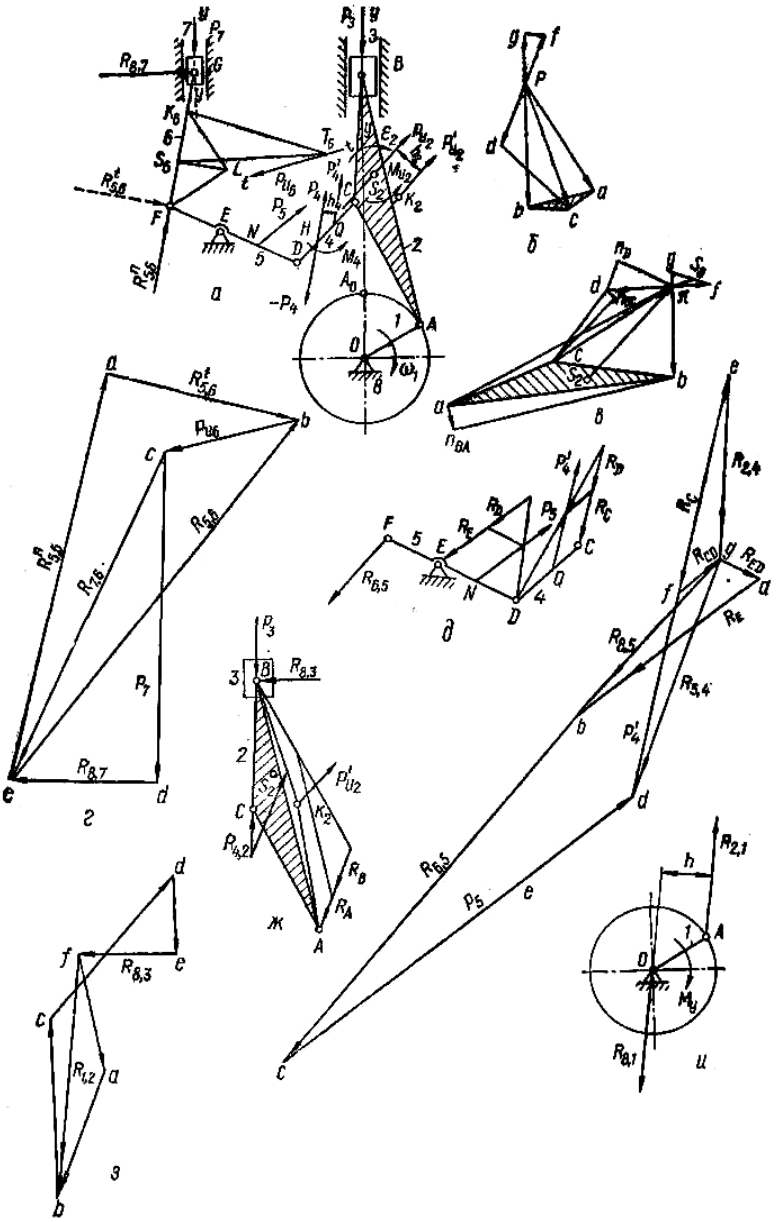


Рис. 3.7. Силовой расчет механизмов двигателя внутреннего сгорания с компрессором

Силы инерции звена 2 могут быть сведены к силе инерции $P_{и2}$ , приложенной в центре тяжести $S_2$ звена, и к паре сил инерции, момент которой равен $M_{и2}$. Сила инерции $P_{И_2} = \frac{G_2}{g} \cdot \pi s_2 \cdot \mu_{\varpi}$, где $G_2$ — вес звена 2; $g$— ускорение силы тяжести ($g$ = 9,81 м/сек$^2$); $\overline{\pi s_2}$ — масштабное значение ускорения $a_{s2}$ центра тяжести $S_2$ звена 2, $\mu_\omega$ — масштаб ускорений. По способу, изложенному выше, результирующую силу инерции $P_{И_2}$ и пару сил инерции с моментом $M_{И_2}$ заменяем одной равнодействующей $P'_{И_2}$, параллельной и равной $P_{И_2}$ и приложенном к точке $K_2$ на расстоянии $h_2$ от центра звена

$$h_2 = \frac{M_{И_2}}{P_{И_2}} = \frac{J_{S_2}\varepsilon_2}{P_{И_2}}.$$

Для определения точки $T_6$ приложения равнодействующей $P_{И_6}$ силы инерции звена 6 применим способ, изложенный выше и основанный на разложении плоскопараллельного движения звена па поступательное и на вращательное. Определение положения точки $T_6$ ясно из построений (рис. 3.7, *а*). В точке $T_6$ и может быть приложена сила $P_{И_6}$, величину и направление которой определяют по формуле (3.5). Точкой приложения силы $P_{И_6}$ может быть выбрана любая точка, лежащая на прямой *tt* проходящей через точку $T_6$. Силу $P_4$ и момент $M_4$ пары сил заменяем равнодействующей $P'_4$, приложенной в точке $Q$, причем сила $P'_4$ расположена от силы $P_4$ на расстоянии

$$h_4 = \frac{M_4}{P_4}.$$

Переходим теперь к определению давлений в кинематических парах и уравновешивающего момента $M_y$ Определение давлений в кинематических парах начинаем с последней группы в порядке ее присоединения, т. е. с двухповодковой группы, образуемой звеньями 6 и 7,

Составляем уравнение равновесия этой группы:

$$\overline{P}_7 + \overline{R}_{8,7} + \overline{P}_{И_6} + \overline{R}_{5,6} = 0\,. \qquad (3.20)$$

В этом уравнении силы $\overline{P}_7$, и $P_{И_6}$ полностью известны, т. е. известны их точки приложения, величина и направление. Известны также линия действия реакции $\overline{R}_{8,7}$ и точка приложения реакции $\overline{R}_{5,6}$. Для определения величины реакций $\overline{R}_{8,7}$ и $\overline{R}_{5,6}$ раскладываем реакцию $\overline{R}_{5,6}$ на две составляющие $\overline{R}^n_{5,6}$ и $\overline{R}^t_{5,6}$ по первому способу, изложенному выше. Величину составляющей $\overline{R}^t_{5,6}$ можно получить из уравнения моментов всех сил, действующих на звено 6, относительно точки $G$. Уравнение

(3.20) можно теперь записать так:

$$\overline{R}^{n}_{5,6} + \overline{R}^{t}_{5,6} + \overline{P}_{И_6} + \overline{P}_7 + \overline{R}_{8,7} = 0 .$$

В этом уравнении неизвестны только величины составляющей $\overline{R}^{n}_{5,6}$ реакции $\overline{R}_{5,6}$, направленной по оси *FG* звена 6, и реакции $\overline{R}_{8,7}$, расположенной перпендикулярно направляющим звена 7. Эти величины можно легко определить из построения плана сил (рис. 3.7, *г*). Реакция $\overline{R}_{5,6}$ на плане сил получится, если соединить точки *e* и *b*:

$$\overline{R}_{5,6} = eb \cdot \mu_P .$$

Реакция $\overline{R}_{8,7}$ на плане сил будет представлена в масштабе $\mu_P$ отрезком ($\overline{de}$), а реакция $\overline{R}_{7,6}$ — отрезком ($\overline{ce}$), получаемым из условия равновесия звена 6. Сила $\overline{R}_7$, приложенная к звену 7, проходит через точку *G* — центр шарнира. В этой же точке приложена реакция $\overline{R}_{6,7}$. Поэтому и последняя сила $\overline{R}_{8,7}$ из числа действующих на звено 7 также должна проходить через точку *G*.

Рассмотрим группу, состоящую из звеньев 5 и 4 (рис. 3.7, *д*). К звену 4 в точке *Q* приложена равнодействующая $P'_4$, а на звено 5 действует сила $P_5$ приложенная в точке *N*.

Для определения давления $\overline{R}_{8,5}$ в шарнире *E* разложим его на две составляющие (рис. 3.7, *е*): одну, $R_E$, направим параллельно линии действия приложенной к звену 5 силы $\overline{R}_5$, а другую, $R_{ED}$, - по направлению оси *FD* этого звена; давление $R_{2,4}$, также разложим на составляющие $R_C$, параллельную линии действия $P'_4$, и $R_{CD}$, направленную по оси *CD* звена 4. Составляем общее уравнение равновесия группы:

$$\overline{R}_{ED} + \overline{R}_E + \overline{R}_{6,5} + \overline{P}_5 + \overline{P'}_4 + \overline{R}_C + \overline{R}_{CD} = 0 .$$

Силы $R_E$, $\overline{R}_{6,5}$, $P_5$, $P'_4$ и $R_C$ известны. Сила $\overline{R}_{ED}$ известна по направлению и параллельна оси *ED* звена 5, а сила $\overline{R}_{CD}$ параллельна оси *CD* звена 4. Для определения величины сил $R_{ED}$, $R_{CD}$ строим план сил (рис.3.7, *е*).

Реакция $\overline{R}_{8,5}$ изображается в виде отрезка *bg*, а реакция $\overline{R}_{2,4}$ — в виде отрезка *eg*. Определение реакции $\overline{R}_{5,4}$ или $\overline{R}_{4,5}$ не представит теперь никаких затруднений.

Рассмотрим последнюю группу, состоящую из звеньев 2 и 3 (рис.3.7,*ж*).

На звено 3 действует сила $P_3$, приложенная в точке *B*, а на звено 2 — равнодействующая $P'_{И_2}$ сил инерции, приложенная в точке $K_2$. Аналогично предыдущему раскладываем реакцию $\overline{R}_{1,2}$ на составляющие: $\overline{R}_A$,

параллельную линии действия равнодействующей сил $P'_{И_2}$, $\overline{R}_{4,2}$, и $R_{AB}$, параллельную оси звена *AB*.

Уравнение равновесия всех действующих на рассматриваемую группу сил имеет следующий вид:

$$\overline{R}_{AB} + \overline{R}_A + \overline{R}_{4,2} + \overline{P}_3 + \overline{R}_{8,3} = 0 .$$

Реакцию $\overline{R}_{8,3}$ и составляющую $\overline{R}_{AB}$ реакции $\overline{R}_{1,2}$ определяют аналогично предыдущему построением плана сил (рис. 3.7, *з*). Полную реакцию $\overline{R}_{1,2}$ можно получить как результирующую согласно уравнению

$$\overline{R}_{1,2} = \overline{R}_A + \overline{R_{AB}} .$$

Реакция $\overline{R}_{1,2}$ на плане сил будет представлена в масштабе $\mu_p$ отрезком *fb*, а реакция $\overline{R}_{8,3}$ — отрезком *ef*.

Переходим к начальному звену — кривошипу *OA* (рис. 3.7, *и*). На него действует сила $\overline{R}_{2,1}$ равная по величине и противоположно направленная силе $\overline{R}_{1,2}$. Если передача энергии кривошипом рабочему звену осуществляется парой сил, то к валу кривошипа в этом случае приложен уравновешивающий момент

$$M_y = -R_{2,1} \cdot h \cdot \mu_l .$$

Реакция $\overline{R}_{8,1}$ в опоре *O* вала: $\overline{R}_{8,1}$ = — $\overline{R}_{2,1}$. Если же передача энергии кривошипом осуществляется одной силой, например, зубчатой передачей, то на звено 1 действует уравновешивающая сила $P_y$.

Величину силы $P_y$ можно определить из равенства (3.11), а реакцию $R_{8,1}$ находят построением силового треугольника согласно векторному уравнению (3.12) равновесия кривошипа.

При анализе условий работы подшипников и шеек вала обычно строят полярную диаграмму давлений на шейку вала, дающую возможность определить среднее и наибольшее удельные давления. Рассмотрим построение этой диаграммы на примере кривошипно-ползунного механизма, применяя следующий метод.

Разносим массу шатуна статически в две точки: *A* и *B* (рис. 3.8, *а*). Сила *T*, действующая по направлению оси шатуна механизма, определяется выражением

$$T = \frac{P + P_{ИВ}}{\cos\beta} ,$$

где *P* — давление газа на поршень двигателя; $P_{ИВ}$ — сила инерции поступательно движущихся масс, сосредоточенных в точке *B*, и части массы шатуна, отнесенной к этой точке.

На шатунную шейку вала действуют силы *T* и $P_{ИА}$ — сила инерции

части массы шатуна, отнесенной к точке *A*. Полное давление $R_{2,1}$ на шатунную шейку находим как геометрическую сумму двух составляющих *T* и $P_{ИA}$. На рис. 3.8, *б* показано построение диаграммы давлений $R_{2,1}$ для ряда положений механизма.

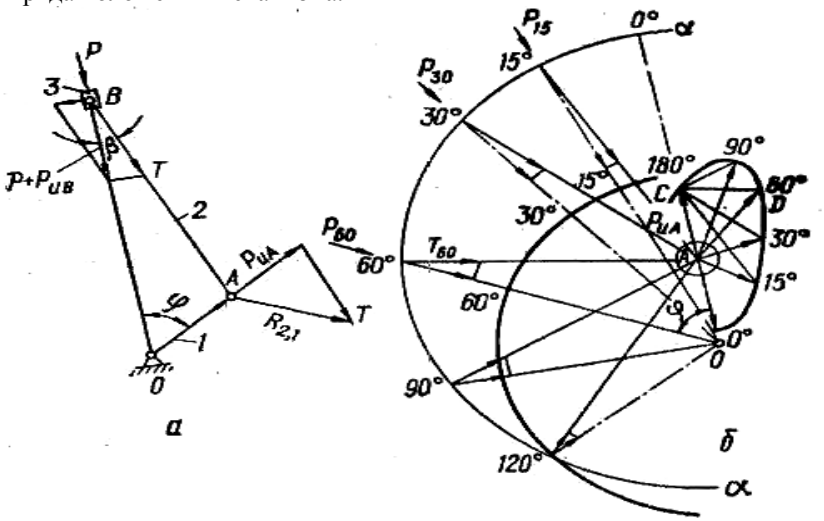



Рис. 3.8. Построение диаграммы давлений

Относительное движение звеньев не изменится, если всему механизму сообщить дополнительное вращение с какой-либо общей угловой скоростью. Сообщим всему механизму дополнительное вращение с угловой скоростью ω, равной по величине, но противоположной по знаку угловой скорости кривошипа. Тогда кривошип *OA* станет как бы неподвижным, а ось *OB* цилиндра будет вращаться относительно кривошипа с угловой скоростью (—ω). Через точку *O* проводим под углом *φ* к линии *OA* ряд лучей *OB* (на чертеже *φ* = 15°, 30°, 60°, 90° и так далее). Из центра *A* шатунной шейки проводим окружность α — α радиусом, равным длине шатуна *AB*. Точка *B* пересечения этой окружности с проведенными лучами определяет положение оси.

*OB* цилиндра и шатуна *AB* по отношению к колену *OA* вала. Для какого-нибудь значения угла поворота *φ* вала, например φ = 60°, и соответствующего положения точки *B* откладываем от точки *A* в виде отрезка $\overline{AC}$ величину силы инерции $\overline{P}_{ИA}$. От конечной точки вектора *AC* откладываем параллельно оси *AB* шатуна отрезок *CD*, представляющий собой и выбранном масштаба силу $T_{60}$. Тогда вектор $\overline{AD}$ представит собой по величине и направлению давление $\overline{R}_{2,1}$ на шатунную шейку вала в данном положении механизма. Выполняя аналогичные построения для не-

скольких положений механизма, получим ряд значений давления $\overline{R}_{2,1}$. Соединяя последовательно конечные точки векторов давлений $\overline{R}_{2,1}$ плавной кривой, получим полярную диаграмму давлений на шатунную шейку вала.

*Пример 2.* Провести силовой расчёт кривошипно-ползунного механизма компрессора [13]. Размеры звеньев $\varphi_1$=45º, $l_{AB}$ = 100 мм, $l_{BC}$ = 400 мм. Нагрузка на звенья механизма: к звену *AB* в точке $S_1$ приложена сила $P_1$= 400 Н, она направлена вдоль линии *AB*, расстояние $l_{AS1}$= 20 мм; к звену *2* приложена сила $P_2$=600 Н, она направлена под углом $\psi_2$=60º к линии ВС и приложена сила в точке $S_2$. Расстояние $l_{BS2}$= 100 мм . К этому же звену приложен момент $M_2$=8,0 Н·м; к звену 3 приложена сила $P_3$=1000Н, она направлена параллельно линии *Ax* и так, что её линия действия проходит через точку *C*. Уравновешивающий момент $M_у$ приложен к звену 1.

Подлежит определению: реакция $P_{43}$ в поступательной кинематической паре *C*, которая направлена перпендикулярно линии *Ax*; реакция $P_{23}$ во вращательной паре *C*; реакция $P_{12}$ во вращательной паре *B*; реакция $P_{41}$ во вращательной паре *A* и уравновешивающий момент $M_у$, приложенный к звену 1.

*Решение.* 1) Все внешние силы, действующие на звенья механизма, заданы, поэтому этот этап расчёта выполнен.

2) Уравновешивающий момент $M_у$ по условию приложен к звену 1, поэтому ведущим звеном следует считать звено 1.

3) От механизма может быть отделена только одна группа Асура, состоящая из звеньев 2 и 3. Эта группа относится ко второму классу второго вида.

4) Составляем веторные уравнения равновесия группы, состоящей из звеньев 2 и 3. Первое из уравнений применительно к рассматриваемой группе запишется так: $P_{12} + P_2 + P_3 + P_{43} = 0$

В этом уравнении содержится три неизвестных: величина и направление реакции $P_{12}$ и величина реакции $P_{43}$. Для того чтобы его решить, т.е. чтобы построить представленную им векторную сумму, разложим реакцию $P_{12}$ на две составляющих: $P_{12}{}^t$, направленную перпендикулярно линии *BC*, и $P_{12}^n$, направленную параллельно линии *BC*.

Теперь геометрическая сумма сил, приложенных к группе (рис. 3.9,*б*) равна

$$P_{12}^t + P_{12}^n + P_2 + P_3 + P_{42} = 0.$$

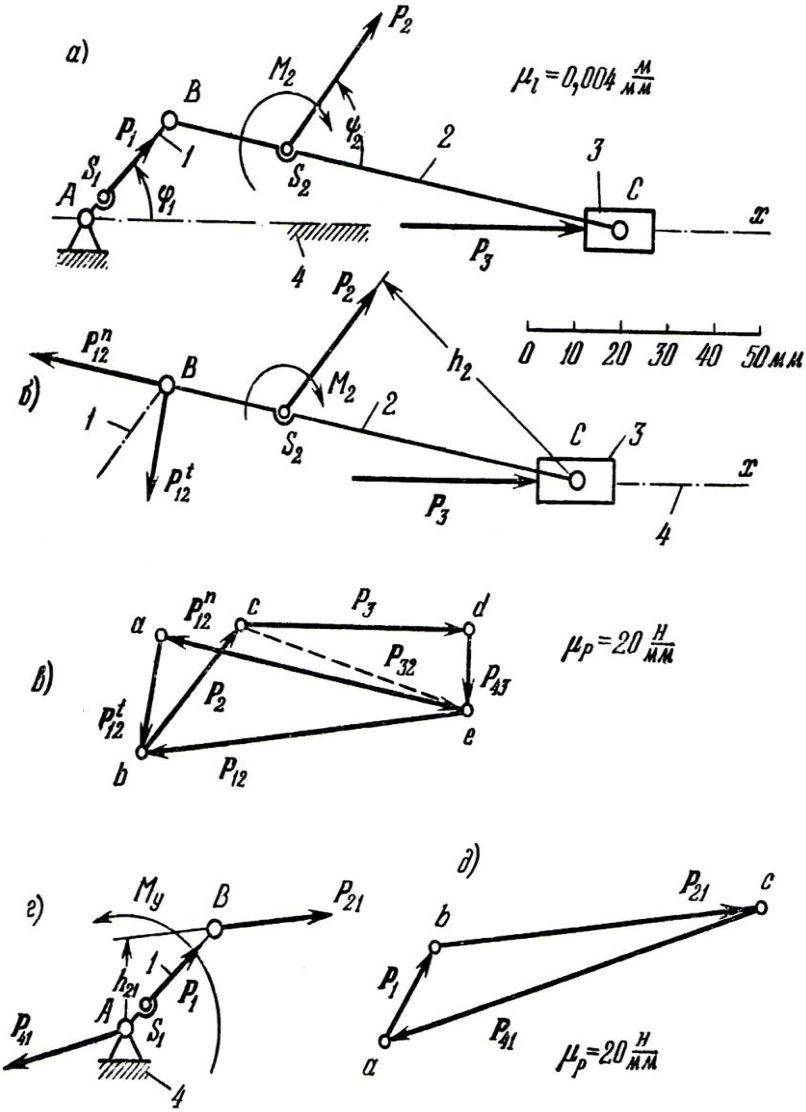



Рис. 3.9. Силовой расчёт кривошипно-ползунного механизма компрессора

Величину силы $P_{12}^t$ найдём, рассматривая равновесие звена 2. Напишем равенство нулю суммы моментов относительно точки *C* всех сил, приложенных к звену 2 (тем самым исключим из него момент неизвестной реакции $P_{12}^n$), т.е. в качестве второго уравнения взято уравнение

$$\sum M_C = 0$$

Которое, будучи развёрнутым, примет вид

$$P_{12}^n l_{BC} - M_2 - P_2 h_2 = 0,$$

откуда

$$P_{12}^t = \frac{P_2 \cdot h + M_2}{l_{BC}} = \frac{600 \cdot 0,26 + 8}{0,4} = 410\text{Н},$$

где $h_2$ = 0,260 м найдено по чертежу.

Строим план сил группы (рис. 3.9 *в*) по равенству $P_{12}^t + P_{12}^n + P_2 + P_3 + P_{43} = 0.$ в масштабе $\mu_P = 20\text{Н/мм}$

Порядок построения векторной суммы, вообще говоря, безразличен, но применительно к группам Асура можно рекомендовать следующий: назначаем обход контура группы в какой-либо направлении (например, по ходу часовой стрелки) и силы на плане сил откладываем в такой же последовательности, в какой мы эти силы встречаем на группе при обходе её контура в выбранном направлении. В нашем случае принят обход контура группы по ходу часовой стрелки.

Отложим от точки *a* (рис. 3.9*в*) силу $P_{12}^t$ в виде отрезка

$$(ab) = \frac{P_{12}^t}{\mu_p} = \frac{410}{20} = 20,5мм,$$

от точки *b* откладываем силу $P_2$ в виде отрезка

$$(bc) = \frac{P_2}{\mu_p} = \frac{600}{20} = 30\text{мм, далее}$$

от точки *c* откладываем силу $P_3$ в виде отрезка

$$(cd) = \frac{P_3}{\mu_p} = \frac{1000}{20} = 50\text{мм},$$

Через точку *a* проводим прямую, параллельную *BC*. Это будет линия действия силы $P_{12}^t$, а через точку *d* – прямую, перпендикулярную *Ax*. Она будет линией действия силы $P_{43}$. Находим точку пересечения *e* этих двух прямых.

Отрезок (*ae*) в масштабе $\mu_p$ даёт искомую реакцию $P_{12}^n$, а отрезок (*de*) в том же масштабе – реакцию $P_{43}$, и, наконец, отрезок (*be*) даёт искомую реакцию $P_{12}$.

Для нахождения реакции $P_{32}$ напишем условие равновесия звена *2*:

$$P_{12} + P_2 + P_{32} = 0.$$

Из плана сил (рис. 3.9, *в*) видно, что точку *C*, так как к ползуну *3* приложены только три силы, из которых две ( $P_{23}$ и $P_3$ ) проходят через эту точку.

5) Силовой расчёт ведущего звена l (рис. 3.9*г*). К звену l приложены: сила $P_1$=400 Н, сила $P_{21}$ = - $P_{12}$ (её величина определяется из плана сил (рис. 3.9, *в*) отрезком (*be*)), сила $P_{12}$=(*be*)$\cdot\ \mu_p = 70 \cdot 20 = 1400$Н, сила (реакция) $P_{41}$ и уравновешивающий момент $M_у$.

Из равенства нулю суммы моментов относительно точки *A* сил, приложенных к звену l, находим величину момента уравновешивающей пары сил:

$$M_y = P_{21} \cdot h_{21} = (be)\mu_p = 70 \cdot 20 \cdot 0,06 = 84\text{Н} \cdot \text{М},$$

где $h_{21}$ (плечо силы $P_{21}$) находится по чертежу (рис. 3.9, *г*). Условием равенства нулю векторной суммы сил, приложенных к звену l, будет

$$P_{21} + P_1 + P_{41} = 0.$$

Отсюда находим модуль реакции $P_{41}$ путём построения векторного треугольника сил (рис. 3.9, *д*): $P_{41}$=(*ca*) $\cdot\ \mu_p(h)$ .

*Пример 3.* Провести силовой расчёт шестизвенного механизма поперечно-строгательного станка (рис. 3.10, *а*), данного в положении, когда угол $\varphi_1 = 45°$ [13]. Размеры звеньев:

$$l_{AB} = 65\text{мм}, l_{AC} = 350\text{мм}, l_{CD} = 680\text{мм}, l_{ED} = 210\text{мм},$$
$$H = 285\text{мм}, l_1 = 390\text{мм}, l_2 = 290\text{мм}, l_{ES_5} = 105\text{мм}, h = 100\text{мм}.$$

К звену 5 приложена сила резания $P_5$=200Н. Сила тяжести звена 5 $Q_5$=60Н, она приложена в центре масс $S_5$ звена 5. К зубу колеса l`, находящегося на звене l, приложена в полюсе зацепления *P* уравновешивающая сила $P_у$; радиус начальной окружности колеса l` равен *R*=120 мм, угол зацепления $\alpha_0 = 20°$.

Определить реакции во всех кинематических парах.

Решение. 1) Все внешние силы, приложенные к звеньям механизма, заданы, поэтому этот пункт расчёта выполнен.

2) Уравновешивающая сила $P_у$ приложена к звену l, поэтому ведущим эвеном следует считать звено l (*AB*).

3) От механизма последовательно могут быть отделены две группы второго класса: группа второго вида, состоящая из звеньев 5 и 4, и группа третьего вида, состоящая из звеньев 3 и 2.

4) Составим уравнение равновесия группы, состоящей из звеньев 5 и 4 (рис. 3.10, *б*). В качестве первого уравнения $\sum P = 0,\ \sum M = 0.$ Возьмём условие равновесия группы

$$Q_5 + P_5 + P_{34} + P_{65} = 0.$$

В этом уравнении направления сил $P_{34}$ и $P_{65}$ известны: сила $P_{34}$ направлена вдоль звена $ED$, (по линии $ED$, так как звено не нагружено внешними силами); сила $P_{65}$ направлена перпендикулярно направляющим звена 5.

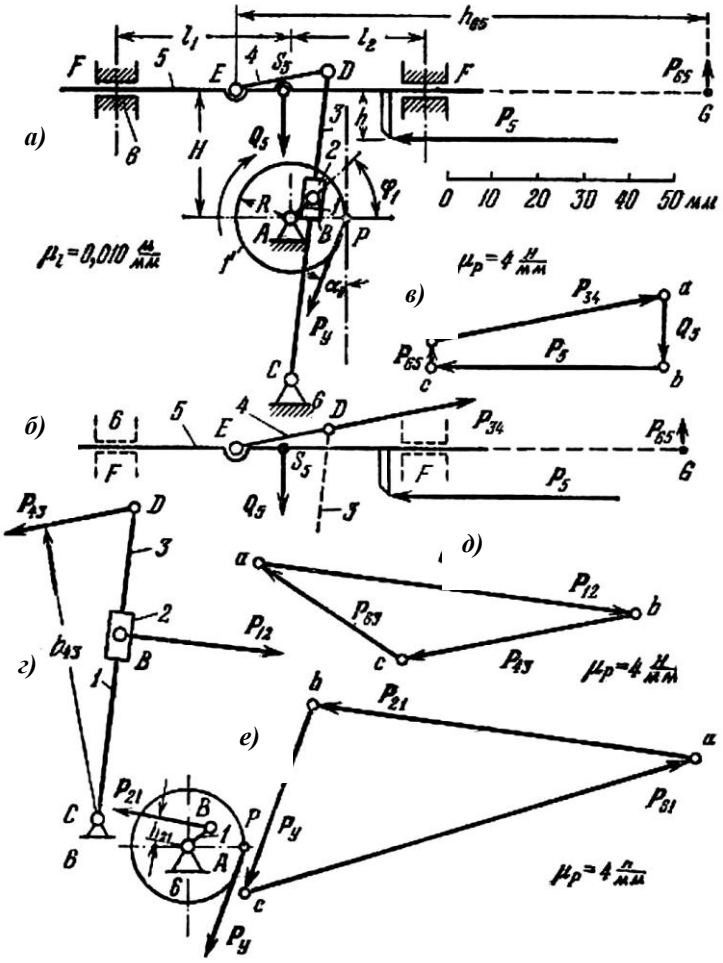



Рис. 3.10. Силовой расчёт шестизвенного механизма поперечно-строгательного станка

Строим план сил группы (рис. 3.10, *в*).

Выбираем масштаб сил $\mu_p = 4\text{Н}/мм$. От точки $\alpha$ откладываем силу $Q_5$ в виде отрезка

$$(ab) = \frac{Q_5}{\mu_p}\frac{60}{4} = 15\text{мм}.$$

Далее от точки *b* откладываем силу $P_5$ в виде отрезка

$$(bc) = \frac{P_5}{\mu_p} = \frac{200}{4} = 50\text{мм}.$$

Через точку $\alpha$ проводим прямую линию, параллельную *ED* (направление линии действия силы $P_{45}$), а через точку *c* – линию, перпендикулярную направляющим звена 5 (направление силы линии действия – силы $P_{65}$), до их взаимного пересечения в точке *d*. Отрезок (*cd*) даёт в масштабе $\mu_p$ величину реакции $P_{65} = (cd)\ \ \mu_p = 5,5 \cdot 4 = 200\text{Н}$, а отрезок (*da*) даёт величину реакции $P_{34} = (da)\ \ \mu_p = 51 \cdot 4 = 204\text{Н}$. Точку *G* приложения силы $P_{65}$ найдём из условия равновесия звена 5, для чего напишем его в виде второго уравнения $\sum P = 0,\ \ \sum M = 0$, т.е. в виде равенства нулю суммы сил и моментов, приложенных к звену 5 относительно точки *E*:

$$\sum M_E = P_{65} \cdot l_{EG} - Q_5 l_{ES_5} - P_5 \cdot h = 0,$$

откуда

$$l_{EG} = h_{65} = \frac{Q_5 l_{ES_5} + P_5 \cdot h = 0}{P_{65}} = \frac{60 \cdot 105 + 200 \cdot 100}{22} = 1195\text{мм}.$$

Составляем уравнения равновесия группы, образованной звеньями 2 и 3 (рис. 3.10 *г*).

Условие равновесия этой группы напишем в виде первого уравнения

$$\sum P = 0, \quad \sum M = 0,$$

$$P_{43} + P_{12} + P_{63} = 0,$$

где $P_{43} = -P_{34}$, а сила $P_{12}$ направлена перпендикулярно линии *CD* (звено 2 не перегружено внешними силами), т.е. в написанном уравнении содержится три неизвестных. Поэтому вначале найдём величину силы $P_{12}$, используя уравнение моментов сил, приложенных к рассматриваемой группе, относительно точки *C*:

$$\sum M_C = P_{43} \cdot h_{43} - P_{12} \cdot l_{BC} = 0,$$

откуда

$$P_{12} = \frac{P_{43} \cdot h_{43}}{l_{BC}} = \frac{204 \cdot 650}{400} = 331,5\text{Н}$$

(размеры $h_{43}$ = 650 мм и $l_{BC}$ = 400 мм взяты из чертежа).

Строим план сил (рис. 3.10, *д*) в масштабе $\mu_p = 4$Н/мм. От точки *a* откладываем силу $P_{12}$ в виде отрезка $(ab) = \frac{P_{12}}{\mu_p} = \frac{331,5}{4} = 83$Н/мм перпендикулярно линии *CD*, далее от точки *b* откладываем силу $P_{43}$ в виде отрезка $(bc) = \frac{P_{43}}{\mu_p} = \frac{204}{4} = 51$мм. Соединяя точки *c* и *a* прямой, получаем величину силы $P_{63} = (ca)\mu_p = 38 \cdot 4 = 125$Н.

5) Силовой расчёт ведущего звена (рис. 3.10, *ж*). К звену l приложены силы: $P_{21}$= - $P_{12}$, реакция в шарнире *A* (равная $P_{61}$) и уравновешивающая сила $P_y$, приложенная в точке *P* колеса l` под углом $\alpha_0$ к касательной, проведённой к начальной окружности.

Условием равновесия звена l (*AB*) будет

$$P_{21} \cdot h_{21} - P_y \cdot R\cos\alpha_0 = 0,$$

откуда

$$P_y = \frac{P_{21} \cdot h_{21}}{R_y \cos\alpha_0} = \frac{331,5 \cdot 60}{120 \cdot 0,94} = 175\text{Н}.$$

Строим план сил для ведущего звена (рис. 3.10, *е*)

$$P_{21} + P_y + P_{61} = 0.$$

Для этого от точки *a* отложим силу $P_{21}$ в виде отрезка

$$(ab) = \frac{P_{21}}{\mu_p} = \frac{331,5}{4} \approx 83\text{мм},$$

далее от точки *b* отложим силу $P_y$ в виде отрезка

$$(bc) = \frac{P_y}{\mu_p} = \frac{175}{4} \approx 44\text{мм}.$$

Соединим точки *c* и *a* прямой. Отрезок (*ca*) в масштабе $\mu_p$ даёт силу $P_{61} = (ac)\ \mu_p = 102 \cdot 4 = 408$Н.

Реакция в шарнире *E* будет равна реакции в шарнире *D* (звено 4 не нагружено); реакция между ползуном 2 и звеном 3 будет равна реакции в шарнире *B* (звено 2 не нагружено).

*Пример 4.* Провести силовой расчёт одноступенчатого планетарного редуктора Джемса (рис. 3.11, *а*). К водилу *H* приложен момент сопротивления $M_H$=16 Нм, а к колесу l – уравновешивающий момент (движущий) $M_y$. Числа зубьев колёс равны $z_1$=20, $z_2$=20, $z_3$=60; модули всех колес одинаковы и равны *m* = 2 мм; угол зацепления колёс $\alpha_0$=20$^0$[13].

*Указание.* При силовом расчёте планетарных редукторов, для того чтобы задачу об определении реакций в кинематических парах решать позвенно, рекомендуется ведущим звеном считать водило *H*. Поэтому, если уравновешивающий момент $M_y$ предполагается приложенным к

колесу 1, а момент, представляющий собою нагрузку на редуктор, - к водилу $H$, то надо предварительно найти этот момент. $M_у$ находится из равенства нулю алгебраической суммы мощностей, которые создаются моментами $M_у$ и $M_Н$:

$$M_y\omega_1 + M_H\omega_H = 0\,,$$

где $M_Н$ представляет собою нагрузку на редуктор, откуда получаем

$$M_y = -M_H\frac{\omega_H}{\omega_1} = -M_H\cdot i_{H1},$$

где $i_{H1}$ – передаточное отношение планетарного редуктора от водила $H$ к колесу 1.

Расчёт надо начинать с рассмотрения равновесия колеса 1, затем следует перейти к сателлиту 2 (или блоку их) и закончить расчёт водилом $H$.

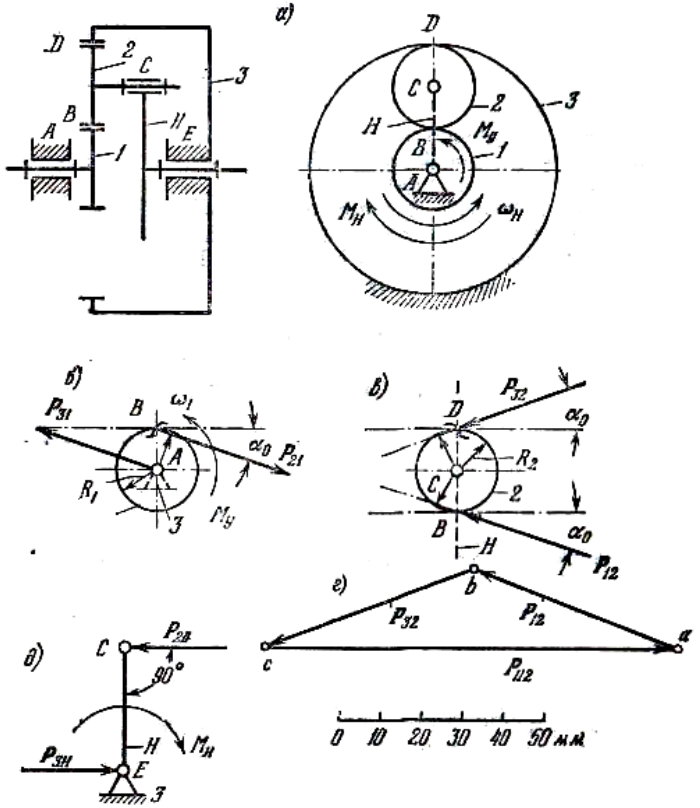



Рис. 3.11. Силовой расчёт планетарного редуктора

*Решение.* 1) Нагрузка на водиле задана моментом $M_Н$ =16 Нм. В соответствии с указанием к примеру находим по формуле $M_y = -M_H \frac{\omega_H}{\omega_1} = -M_H \cdot i_{H1}$, уравновешивающий момент $M_y = -M_H \cdot i_{H1}$;

так как

$$i_{H1} = \frac{1}{1 - i_{13}^H} = \frac{1}{1 + \frac{z_3}{z_1}} = \frac{1}{1+3} = 0,25,$$

то $M_y = -M_H \frac{\omega_H}{\omega 1} = -M_H \cdot i_{H1} = -16 \cdot 0,25 = -4$Нм.

2) Ведущим считаем водило *H*.

3) От механизма последовательно отделяются сначала колесо 1, а затем сателлит 2. После их отделения остаётся ведущее звено *H*.

4) Составляем и решаем уравнения равновесия отдельных звеньев.

Уравнения равновесия колеса 1 (рис. 3.11, *б*). К колесу приложены: уравновешивающий момент $M_у$=4 Нм, направленный в сторону, противоположную моменту $M_Н$, реакция $P_{21}$ со стороны колеса 2 на колесо 1, направленная под углом $\alpha_0$=20$^0$ к касательной к начальной окружности колеса 1, и реакция $P_{31}$ в шарнире *A*, приложенная к его оси. Уравнением равновесия колеса 1 будет

$$P_{21} + P_{31} = 0,$$

Откуда $P_{31} = -P_{21}$. Другим уравнением равновесия будет равенство нулю суммы моментов сил относительно оси *A*:

$$\sum M_A = P_{21} \cdot R_1 \cos\alpha_0 - M_y = 0,$$

откуда

$$P_{21} = \frac{M_y}{R_1 \cos\alpha_0} = \frac{4}{0,02 \cdot 0,94} = 212H,$$

так как

$$R_1 = \frac{mz_1}{2} = \frac{2 \cdot 20}{2} = 20\text{мм}.$$

Переходим к сателлиту (рис. 3.11, *в*). К нему приложены: сила $P_{12} = -P_{21}$, реакция $P_{32}$ со стороны неподвижного колеса 3, направленная под углом $a_0$=20$^0$ к касательной к начальной окружности колеса 3, реакция $P_{H2}$ со стороны водила, приложенная к оси шарнира *C*.

Запишем уравнение моментов сил, приложенных к сателлиту 2, относительно оси шарнира *C*:

$$\sum M_C = P_{12} \cdot R_2 \cos\alpha_0 - P_{32} \cos\alpha_0 = 0,$$

откуда

$$P_{32} = P_{12} = 212\text{Н};$$

Другим уравнением равновесия сателлита 2 будет

$$P_{12} + P_{32} P_{H2} = 0.$$

По этому уравнению строим план сил (рис. 3.11, *г*) в масштабе

$$\mu_p = 4\text{Н/мм}.$$

От точки *a* откладываем силу $P_{12}$ в виде отрезка

$$(ab) = \frac{P_{12}}{\mu_p} = \frac{212}{4} \approx 53\text{мм},$$

Далее от точки *b* - силу $P_{32}$ в виде отрезка

$$(bc) = \frac{P_{32}}{\mu_p} = \frac{212}{4} \approx 53\text{мм}.$$

Сила $P_{H2}$ изобразится отрезком (*ca*), а её модуль будет

$$P_{H2} = (ca) \cdot \mu_p = 100 \cdot 4 = 400\text{Н}.$$

Эта сила направлена перпендикулярно линии *CE* (рис. 3.11, *д*), так как треугольник *abc* равнобедренный.

5) Переходим к силовому расчёту ведущего звена (водила *H*) (рис. 3.11, *д*). К водилу *H* приложены: сила $P_{2H} = -P_{H2,}$ реакция $P_{3H}$ (воздействие стойки *3* на водило *H*), приложенная к оси шарнира *E*, и момент $M_{\text{Н}}$.

Запишем уравнение равновесия сил, приложенных к звену *H*:

$$P_{2H} + P_{3H} = 0,$$

откуда

$$P_{3H} = -P_{2H}, \text{ т.е. } P_{3h} = 400\text{Н}.$$

*Проверка*. Сумма моментов сил, приложенных к водилу, относительно оси шарнира *E* должна быть равна нулю, что и получается:

$$\sum M_E = M_H - P_{2H}(R_1 + R_2) = 16 - 400(0,05 + 0,02) = 0.$$

# 4. МЕТОДЫ ОПРЕДЕЛЕНИЯ МОМЕНТА ИНЕРЦИИ МАХОВОГО КОЛЕСА

## 4.1. Средняя скорость и коэффициент неравномерности движения

Для некоторых механизмов во время цикла установившегося движения характерны чередующиеся промежутки резкого возрастания и столь же быстрого падения сил сопротивлений. К таким механизмам можно отнести, как уже отмечалось, распространенные в промышленности строительных материалов различные типы прессов, дробилок, поршневых насосов, толкателей. Значительное увеличение приведенного момента сил сопротивления приводит к снижению скорости вращения ведущего звена механизма, а сброс сопротивлений сказывается на увеличении угловой скорости.

При решении задач кинематики механизмов подразумевалось, что ведущее звено вращается со средней угловой скоростью:

$$\omega_{ср} = \frac{\omega_{max} + \omega_{min}}{2}, \tag{4.1}$$

где $\omega_{max}$, $\omega_{min}$ – экстремальные значения угловой скорости звена внутри цикла установившегося движения.

Оценивать неравномерность вращения принято коэффициентом неравномерности движения:

$$\delta = \frac{\omega_{max} - \omega_{min}}{\omega_{ср}}. \tag{4.2}$$

Колебания скорости ведущего звена могут достигать таких амплитудных значений, которые будут неприемлемы с точки зрения надлежащих условий эксплуатации механизма. Для вышеперечисленных механических систем практикой выработаны необходимые критерии, которые оцениваются с помощью коэффициента неравномерности движения механизма, меняющегося в пределах $0{,}005<\delta<0{,}2$, например, поршневые насосы 0,03-0,2, металлорежущие станки 0,02-0,05, двигатели внутреннего сгорания 0,006-0,013.

Кинетическая энергия звена, является квадратичной функцией от скорости. Из совместного решения (4.1), (4.2) получим с точностью до линейных слагаемых следующие выражения для квадратов скоростей:

$$\begin{aligned} \omega_{max}^2 &= \omega_{ср}^2(1+\delta), \\ \omega_{min}^2 &= \omega_{ср}^2(1-\delta). \end{aligned} \tag{4.3}$$

На основании (4.3) для разности квадратов скоростей имеет ме-

сто следующее равенство:

$$\omega_{max}^2 - \omega_{min}^2 = 2\delta\omega_{ср}^2 \qquad (4.4)$$

Равенства (4.3) и (4.4) используются для определения момента инерции маховика. Маховик устанавливают обычно на ведущее звено машинного агрегата для того, чтобы вращение ведущего звена происходило, с угловой скоростью, колебания которой не выходят за рамки заданного коэффициента неравномерности движения.

## 4.2. Определение момента инерции маховика по уравнению изменения кинетической энергии

Для решения задачи подбора маховика к механизму должны быть заданы:

1) силы производственных сопротивлений;
2) силы движущие;
3) кинетическая схема механизма, положение центров тяжести звеньев, их масса и моменты инерции;
4) средняя угловая скорость ведущего звена $\omega_{ср}$ и коэффициент неравномерности движения $\delta$.

После приведения масс всех звеньев механизма и действующих сил к звену, на котором предполагается установить маховик, можно написать согласно закону изменений кинетической энергии следующее уравнение:

$$A_д - A_с = (J_м + J'_{зв})\frac{\omega_{max}^2}{2} - (J_м + J'_{зв})\frac{\omega_{min}^2}{2}, \qquad (4.5)$$

где $A_д$ – работа движущих сил между положениями звена, в которых угловая скорость экстремальна;

$A_с$ – работа сил сопротивления между теми же положениями;

$J_м$ – момент инерции маховика;

$J'_{зв}$ – момент инерции приведенных масс звеньев механизма в том положении, где угловая скорость звена приведения достигает своего максимального значения $\omega_{max}$;

$J''_{зв}$ – то же, но для положения, в котором угловая скорость звена приведения достигает своего минимального значения $\omega_{min}$.

Уравнение (4.5) определяет изменение кинетической энергии на участке пути, когда звено приведения перейдет из одного положения с экстремальным значением угловой скорости в другое. За звено приведе-

ния выбирается обычно ведущее звено механизма.

Разность работ движущих сил и сил сопротивления в этом уравнении называют избыточной работой $A_{изб} = A_д - A_с$. В значениях приведенных моментов инерции $J'_{зв}$ и $J''_{зв}$ можно выделить постоянную составляющую:

$$J'_{зв} = J_0 + \Delta J'_{зв},$$
$$J''_{зв} = J_0 + \Delta J''_{зв}, \qquad (4.6)$$

где $J_0$ – постоянная часть приведённого момента инерции;

$\Delta J'_{зв}$ и $\Delta J''_{зв}$ – отклонение приведенного момента инерции от постоянной величины в положениях звена приведения, где угловая скорость экстремальна.

Решив уравнение (4.5) относительно $J_м$ с учетом (1.4) и (1.6), будем иметь:

$$J_м = \frac{A_{изб}}{\delta\omega_{ср}^2} - J_0 - \frac{\Delta J'_{зв}\omega_{max}^2 - \Delta J''_{зв}\omega_{min}^2}{2\delta\omega_{ср}^2}. \qquad (4.7)$$

В формуле (4.7) все величины могут быть легко определены, если только будут известны те положения звена приведения, где угловая скорость его достигает своих максимального и минимального значений. Для решения этой задачи существует ряд способов определения момента инерции махового колеса: Радингера, Виттенбауэра, Мерцалова Н.И., Гутьяра Е.М., Артоболевского И.И. и др. Принципиально точными являются способы Виттенбауэра и Артоболевского И.И. Рассмотрим некоторые из перечисленных выше способов.

## 4.3. Способ Виттенбауэра

В основу способа положена диаграмма энерго-масс, т.е. зависимость изменения кинетической энергии $\Delta T$ звена приведения от приведенного момента инерции $J_{зв}$.

Имея графики $\Delta T = \Delta T(\varphi)$ и $J_{зв} = J_{зв}(\varphi)$ можно методом исключения оси $\varphi$ построить диаграмму $\Delta T = \Delta T(J_{зв})$ (рис. 4.1, *г*), соответствующую времени цикла установившегося движения. Суть метода показана на рисунке для положения 1 звена приведения и образования точки $1'$ диаграммы.

Из формулы кинетической энергии вращающегося звена, можно записать следующее равенство:

$$\frac{T}{J} = \frac{\omega^2}{2}. \qquad (4.8)$$

С другой стороны, для любой точки диаграммы $\Delta T = \Delta T(J_{зв})$ (рис.4.1, *г*), соответствующей k-му положению звена приведения, имеет место

$$\frac{\Delta T}{J_{зв}} = \frac{(kq)\mu_{\Delta T}}{(Oq)\mu_{J_{зв}}} = \frac{\mu_{\Delta T}}{\mu_{J_{зв}}} \mathrm{tg}\psi_k, \qquad (4.9)$$

где $\psi_k$ – угол между осью абсцисс диаграммы и лучом, соединяющим начало координат *O* с точкой *k*;

$\mu_{\Delta T}$, $\mu_{J_{зв}}$ – масштабы диаграммы по соответствующим осям.

Приравняв правые части формул (4.8) и (4.9), получим следующее соотношение:

$$\mathrm{tg}\psi_k = \frac{\mu_{J_{зв}}}{2\mu_{\Delta T}} \omega_k^2, \qquad (4.10)$$

т.е. тангенс угла $\psi_k$ в *k*-м положении пропорционален квадрату угловой скорости.

Поскольку угловая скорость звена приведения колеблется от $\omega_{\min}$ до $\omega_{\min}$, то на основании формулы (4.10) с учетом (4.3) будем иметь:

$$\begin{aligned} \mathrm{tg}\psi_{\max} &= \frac{\mu_{J_{зв}}}{2\mu_{\Delta T}} \omega_{\max}^2 = \frac{\mu_{J_{зв}}}{2\mu_{\Delta T}} \omega_{ср}^2 (1+\delta); \\ \mathrm{tg}\psi_{\min} &= \frac{\mu_{J_{зв}}}{2\mu_{\Delta T}} \omega_{\min}^2 = \frac{\mu_{J_{зв}}}{2\mu_{\Delta T}} \omega_{ср}^2 (1-\delta). \end{aligned} \qquad (4.11)$$

Наконец, если провести под углами $\psi_{\max}$ и $\psi_{\min}$ касательные диаграмме $\Delta T(J_{зв})$, то точка касания будет соответствовать положениям звена приведения, в которых угловая скорость принимает экстремальные значения.

Момент инерции маховика может быть найден графически непосредственно по диаграмме энерго-масс. Для этого необходимо продолжить касательные к диаграмме энерго-масс до пересечения их в точке *O* (см. рис. 4.1, *г*). Тогда отрезок *Op* оси абсцисс в масштабе будет соответствовать моменту инерции маховика

$$J_м = \mu_{J_{зв}}(Op). \qquad (4.12)$$

При малых значениях коэффициента движения углы $\psi_{min}$ и $\psi_{max}$ мало отличаются друг от друга и поэтому начало координат *O* обычно выходит далеко за пределы поля чертежа.

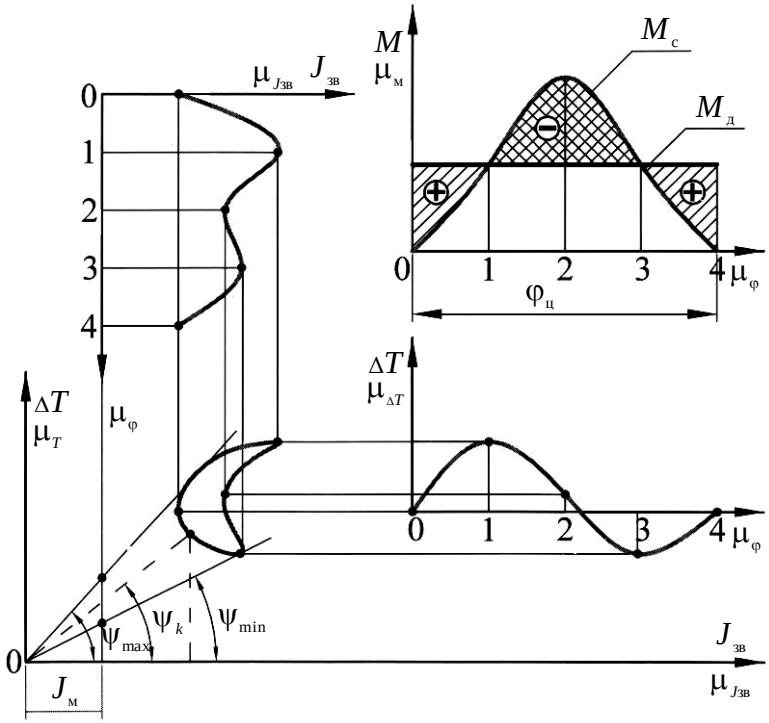



Рис. 4.1. Определение момента инерции маховика методом Виттенбауэра:

*а* – графики приведенных моментов сил; *б* – график изменения кинетической энергии механизма; *в* – график приведенного момента инерции; *г* – кривая (диаграмма) энерго-масс.

В этом случае момент инерции махового колеса находят по следующей формуле:

$$J_м = \frac{\mu_{\Delta T}(mn)}{\omega_{ср}^2 \delta}. \qquad (4.13)$$

Действительно (см. рис. 4.1, *г*), так как величина отрезка на оси ординат $mn = mp - np$, то составляющие будут $mp = (Op)\,\mathrm{tg}\psi_{max}$ и $np = (Op)\,\mathrm{tg}\psi_{min}$.

С учетом выражении (4.11) и (4.12) легко перейти к формуле (4.13).

*Порядок решения задачи*

1. Приводят силы к ведущему звену. На рис. 4.1, *а* построены графики приведенных моментов движущих сил $M_{д}(\varphi)$ и $M_{с}(\varphi)$ сил сопротивлений. В отличии от сопротивлений, приведенный момент движущих сил принят постоянным. Может быть и противоположная ситуация, если $M_{д}(\varphi)$ переменный, то $M_{с}(\varphi)$ принимается постоянным. Для приведения сил обычно выбирается не менее 12 положений механизма.

2. По графикам приведенных моментов движущих сил и сил сопротивлений находят избыточную работу $A_{изб}$ или изменение кинетической энергии $\Delta T$ (см. рис. 4.1, *б*) в заданных положениях механизма. Эта задача может быть решена методом площадей или графическим интегрированием графиков моментов.

3. Строят график приведенного момента инерции звеньев $J_{зв} = J_{зв}(\varphi)$, как на рис. 4.1, *в*. Так как решение проводится по методу Виттенбауэра, то оси координат этого графика повернуты на 90˚.

4. Методом исключения оси $\varphi$ получают диаграмму энерго-масс $\Delta T = \Delta T(J_{зв})$ (см. рис. 4.1, *г*).

5. Подсчитывают по формулам (4.11) значения тангенсов углов $\psi_{max}$ и $\psi_{min}$.

6. Под вычисленными углами $\psi_{max}$ и $\psi_{min}$ сверху и снизу кривой Виттенбауэра проводят касательные и по формуле (4.12) или (4.13) определяют момент инерции маховика.

Недостатком метода является сложность построения диаграммы энерго-масс в виде замкнутой кривой линии, а также затруднения, связанные с приведением касательных.

## 4.4. Определение момента инерции маховика по способу Мерцалова Н.И.

Задание для решения задачи описано в начале раздела 4.2. Дополнительно предположим, что маховик будет установлен на ведущем звене механизма. Поэтому движущие силы и силы сопротивлений, действующие на звенья, должны быть приведены к ведущему звену.

Полную кинетическую энергию механизма можно представить так:

$$T = T_0 + \Delta T, \qquad (4.14)$$

где $T_0$ – кинетическая энергия механизма, приобретенная за стадию разгона;

$\Delta T$ – изменение кинетической энергии внутри цикла установившегося движения.

Для цикла установившегося движения, ведущее звено в положениях механизма, соответствующих экстремальным значениям кинетической энергии, не обладает предельными значениями угловых скоростей. Это обстоятельство заставляет выделить из ординат $\Delta T$ кинетическую энергию, принадлежащую звеньям механизма $T_{зв}$. Остаток, полученный таким путем, представляет собой ординаты приращения кинетической энергии лишь одного маховика, причем максимум и минимум диаграммы изменения кинетической энергии маховика $\Delta T_м$ будет соответствовать $\omega_{max}$ и $\omega_{min}$ звена приведения.

Поскольку полная кинетическая энергия механизма складывается из кинетической энергии $T_м$ маховика, то можно записать:

$$T = T_{зв} + T_м. \qquad (4.15)$$

Из равенства (4.14) и (4.15) имеем:

$$T_м = T_0 + \Delta T - T_{зв}. \qquad (4.16)$$

Кинетическая энергия звеньев для любого положения может быть подсчитана по следующей приближенной формуле:

$$T_{зв} = \frac{1}{2} J_{зв} \omega_{ср}^2,$$

где $J_{зв}$ – приведенный к ведущему звену момент инерции всех звеньев механизма, или как:

$$T_{зв} = \sum_{i=1}^{n} T_i, \qquad (4.17)$$

где $T_i$ – кинетическая энергия отдельно взятого $i$-го звена.

Так как значение $T_0$ кинетической энергии механизма неизвестно, то равенство удобнее представить в отклонениях:

$$\Delta T_м = \Delta T - \Delta T_{зв}. \qquad (4.18)$$

Если далее зависимость $\Delta T_м = \Delta T_м(\varphi)$ представить графически, то касательные к экстремальным точкам кривой отсекут на оси ординат отрезок *mn*. Легко усмотреть, что

$$(mn)\mu_T = \frac{1}{2} J_м (\omega_{max}^2 - \omega_{min}^2).$$

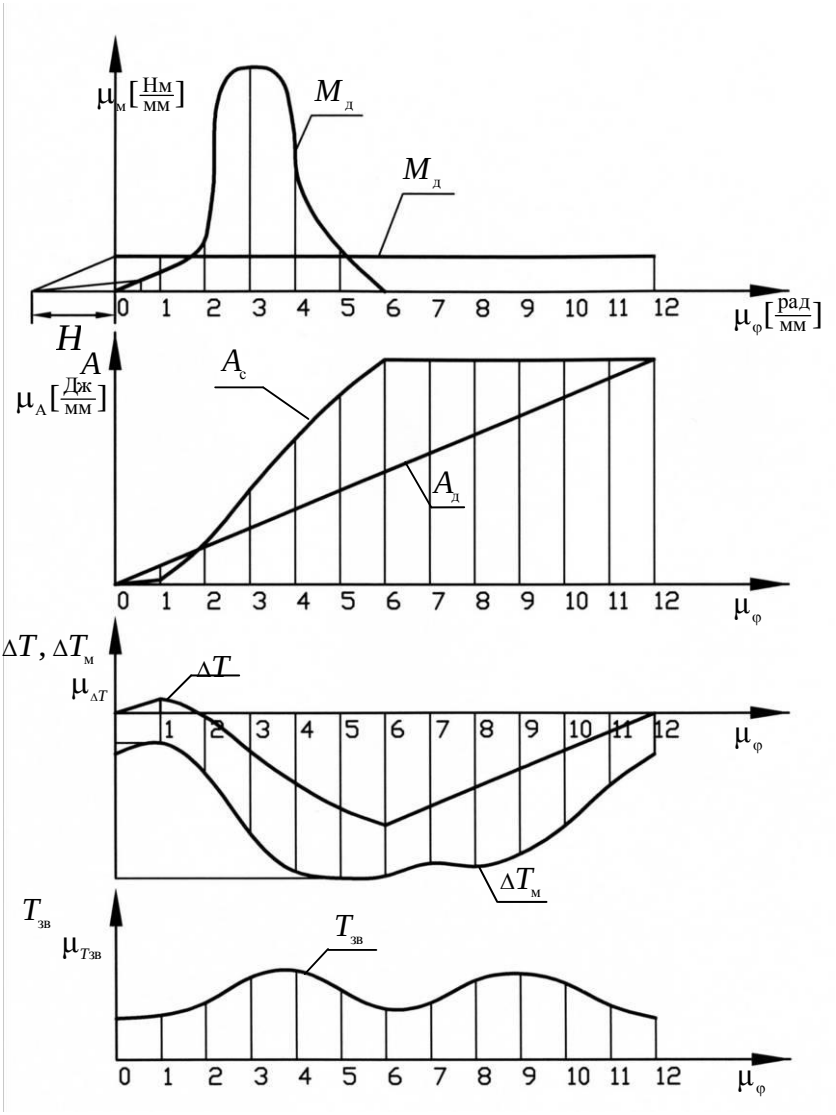



Рис 4.2. Графическое представление определения момента инерции маховика методом проф. Н.И. Мерцалова.

С учетом соотношения (4.4) последнее выражение дает расчетную формулу для определения момента инерции маховика:

$$J_{\text{м}} = \frac{\mu_T(mn)}{\omega_{\text{ср}}^2 \delta}. \qquad (4.19)$$

Расчет маховика методом Мерцалова Н.И. прост, нагляден и нетрудоемок. Однако формула дает приближенное значение момента инерции, так как кинетическая энергия механизма подсчитывается по средней угловой скорости $\omega_{\text{ср}}$ для каждого положения механизма.

Момент инерции маховика при коэффициентах $\delta$ в интервале 0-0,15 может быть уточнен по следующей формуле:

$$J_{\text{м}} = \frac{\mu_T(mn)}{\omega_{\text{ср}}^2 \delta} - \frac{J'_{\text{зв}} + J''_{\text{зв}}}{2}, \qquad (4.20)$$

где $J'_{\text{зв}}$ и $J''_{\text{зв}}$ – моменты инерции звеньев механизма без маховика в положениях $\varphi_{(\max)}$ при $\omega_{\max}$ и $\varphi_{(\min)}$ при $\omega_{\min}$.

Порядок расчета

1. По заданным графикам приведенных моментов сил сопротивлений $M_{\text{с}} = M_{\text{с}}(\varphi)$ и моментов движущих сил $M_{\text{д}} = M_{\text{д}}(\varphi)$ строят зависимости работ $A_{\text{с}} = A_{\text{с}}(\varphi)$ и $A_{\text{д}} = A_{\text{д}}(\varphi)$.

На рис. 4.2 показано построение, выполненное методом графического интегрирования. Закон изменения движущих сил $A_{\text{д}} = A_{\text{д}}(\varphi)$ показан линейным, т.к. момент движущих сил принят постоянным.

2. По разности ординат графиков работ движущих сил и сил сопротивлений строят график изменения кинетической энергии $\Delta T = \Delta T(\varphi)$.

3. Определяют по формуле (1.17) кинетическую энергию звеньев для выбранных положений механизма и строят график $T_{\text{зв}} = T_{\text{зв}}(\varphi)$.

4. Вычитая ординаты графика $T_{\text{зв}} = T_{\text{зв}}(\varphi)$ из ординат зависимости $\Delta T = \Delta T(\varphi)$, получают график $\Delta T_{\text{м}} = \Delta T_{\text{м}}(\varphi)$.

5. По формуле (4.19) или (4.20) подсчитывают момент инерции маховика.

## 4.5. Определение основных размеров маховика

Маховик обычно рассматривают как массивное кольцо. Произведение $mD^2$ называется маховым моментом и является основным параметром, характеризующим маховик. При этом условии

$$mD^2 = 4I_{\text{м}}, \text{ кгм}^2,$$

где $m$ – масса маховика, кг; $D$ – средний диаметр маховика, м.

Однако злоупотреблять увеличением его размеров для увеличения момента инерции не рекомендуется, так как с увеличением диаметра возрастает окружная скорость, следовательно, возрастают напряжения на ободе. Допустимы следующие усредненные значения окружной скорости: для чугунных маховиков $V_{\text{окр}} \leq 30$ м/с для стальных маховиков $V_{\text{окр}} \leq 50$ м/с.

Для тихоходных маховиков, когда окружная скорость не играет существенной роли, размеры выбирают из конструктивных соображений. При больших диаметрах обод маховика связан со ступицей спицами. Число спиц зависит от диаметра: при $D$ = 300...800 мм число спиц $z$ = 4, при $D$ = 800...1600 мм $z$ = 8. Сечение спиц эллиптическое. Размеры осей эллипса уменьшаются от ступицы к ободу. Основные размеры маховика со спицами показаны на рис. 4.3.

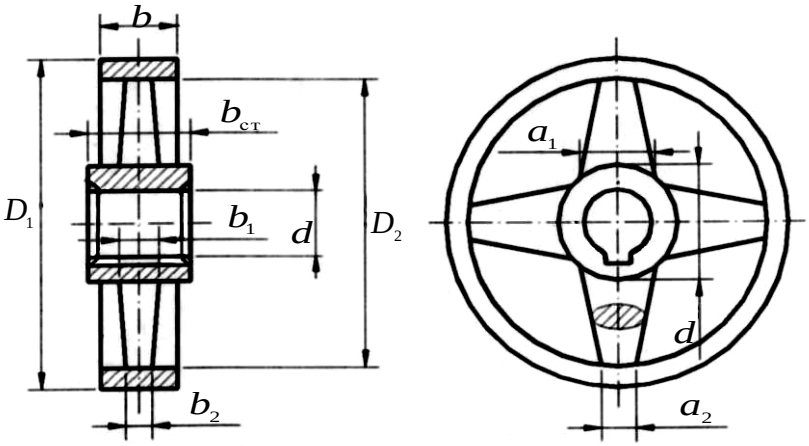



Рис. 4.3. Эскиз маховика со спицами

Независимо от числа спиц могут быть рекомендованы следующие соотношения между геометрическими размерами, в зависимости от среднего диаметра маховика $D$: наружный диаметр маховика $D = 1{,}2\,D$ внутренний диаметр маховика $D_2 = 0{,}8\,D$; внешний диаметр ступицы $d_1 = 0{,}33\,D$; внутренний диаметр ступицы $d_2 = 0{,}22\,D$: ширина обода маховика $b = 0{,}14\,D$; ширина ступицы $b_{ст} = 1{,}15\,b$; размер спицы на ободе $b_2 = 0{,}35\,b$, $a_2 = 0{,}7\,b$; размер спицы на ступице $b_1 = 0{,}44\,b$, $a_1 = 0{,}88\,b$. Если выразить массу маховика через плотность и объем, то значение момента инерции будет пропорционально пятой степени среднего диаметра, а для расчета диаметра можно использовать следующую формулу:

$$D = 2 \cdot (I_м / \rho)^{0,2},$$

где $\rho$ – плотность материала маховика, кг/м$^3$.

При диаметре меньше 300 мм маховики обычно выполняют дисковыми. Конструктивно они могут быть оформлены с отверстиями на диске (рис. 4.4) и сплошными. Сплошные маховики применяют при очень высоких окружных скоростях во избежание дополнительного шума.

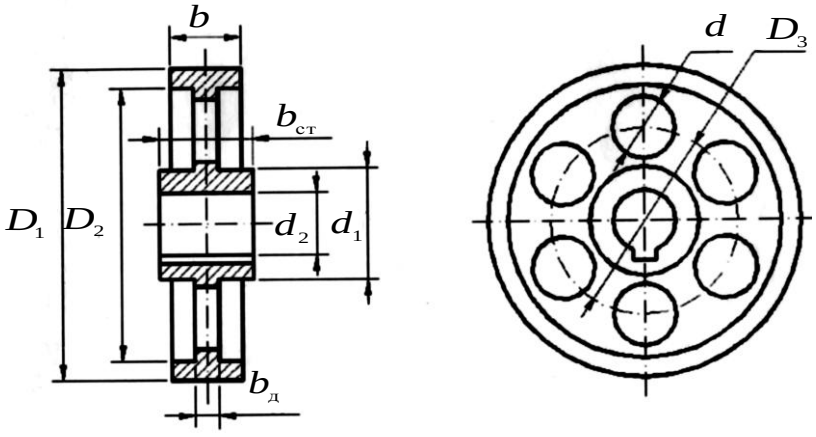



Рис. 4.4. Эскиз дискового маховика

Основные размеры их могут быть определены из следующих соотношений:

$D_1 = D$, $D_2 = 0{,}9\,D$, $D_3 = 0{,}52\,D$,

$B = 0{,}15\,D$, $b_{ст} = 1{,}15\,b$, $b_д = 0{,}33\,b$,

$d_1 = 0{,}36\,D$, $d_2 = 0{,}28\,D$, $D_4 = 0{,}25\,D$.

Маховик служит для поддержания требуемой неравномерности вращения звена, на которое его устанавливают. Внутри цикла установившегося движения нет равенства приведенных моментов движущих сил и сил сопротивлений. Поэтому по положениям звена приведения существует избыток работы или ее недостаток. Избыточная работа ускоряет массы звеньев механизма и позволяет аккумулировать кинетическую энергию в маховике. При замедлении вращения звена маховик возвращает накопленную кинетическую энергию механизму, тем самым поддерживая требуемую неравномерность вращения. При разработке конструкций технологических машин часто маховики используют дополнительно в качестве шкивов для приводных ремней, как, например, у щековых дробилок.

# 5. ГЕОМЕТРИЧЕСКИЙ СИНТЕЗ ЭВОЛЬВЕНТНОГО ПРЯМОЗУБОГО ВНЕШНЕГО ЗАЦЕПЛЕНИЯ

Задачей геометрического синтеза зубчатого зацепления является определение его размеров, а также качественных характеристик (коэффициентов перекрытия, относительного скольжения и удельного давления), зависящих от геометрии зацепления [1,8].

## 5.1. Эвольвента окружности

*Эвольвентная зубчатая передача* - цилиндрическая зубчатая передача, профили зубьев которой выполнены по эвольвенте окружности.

*Эвольвенты окружности* описываются точками производящей прямой при ее перекатывании по окружности, которую называют основной (рис. 5.1).

Основная окружность является *эволютой* - геометрическим местом центров кривизны эвольвенты. Согласно определению нормаль к эвольвенте (на которой лежит центр кривизны) является касательной к эволюте.

Форма эвольвенты окружности определяется только радиусом основной окружности $r_b$.

Производящая прямая является нормалью к эвольвенте в рассматриваемой произвольной точке $M_y$.

Отрезок нормали в произвольной точке эвольвенты $l_{MyN} = \rho$ равен радиусу ее кривизны и является касательной к основной окружности.

Эвольвента имеет две ветви и точку возврата $M_0$, лежащую на основной окружности. Эвольвента не имеет точек внутри основной окружности.

Точки, связанные с производящей прямой, но не лежащие на ней, при перекатывании описывают: расположенные выше производящей прямой - укороченные эвольвенты $W$; расположенные ниже производящей прямой - удлиненные эвольвенты $L$.

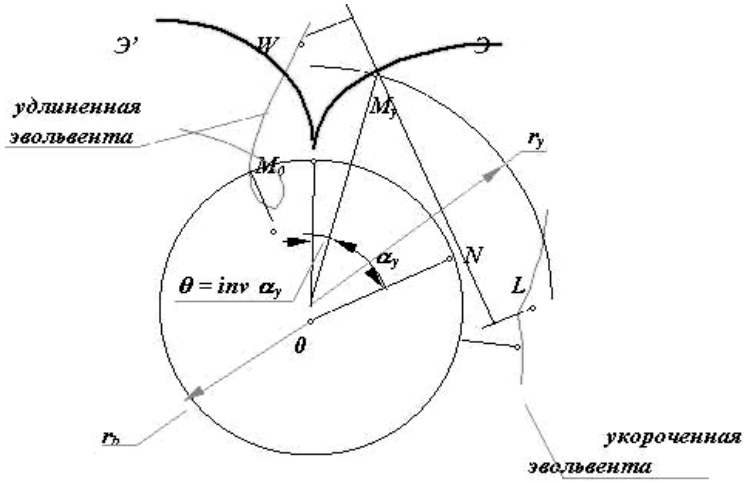



Рис. 5.1. Схема образования эвольвенты

Параметрические уравнения эвольвенты получим из схемы, изображенной на рис. 5.1. Так как производящая прямая перекатывается по основной окружности без скольжения, то дуга $M_0N$ равна отрезку $NM_y$. Для дуги окружности

$$M_0N = r_b \cdot (\Theta + \alpha_y).$$

Из треугольника $\Delta\ OM_yN$:

$$NM_y = r_b \cdot \mathrm{tg}\ \alpha_y,$$

$$r_y = r_b / \cos\ \alpha_y.$$

Откуда:

$$\Theta + \alpha_y = \mathrm{tg}\ \alpha_y,$$

$$\Theta = \mathrm{tg}\ \alpha_y - \alpha_y.$$

Полученная функция угла $\alpha$ называется *эвольвентной функцией* и обозначается *inv* (*инволюта*)

$$inv\ \alpha_y = \mathrm{tg}\ \alpha_y - \alpha_y.$$

## 5.2. Эвольвентное зацепление и его свойства

В зубчатой передаче контактирующие элементы двух профилей выполняются по эвольвентам окружности и образуют, так называемое эвольвентное зацепление. Это зацепление обладает рядом полезных свойств, которые и определяют широкое распространение эвольвентных зубчатых передач в современном машиностроении. Рассмотрим эти свойства (рис. 5.2).

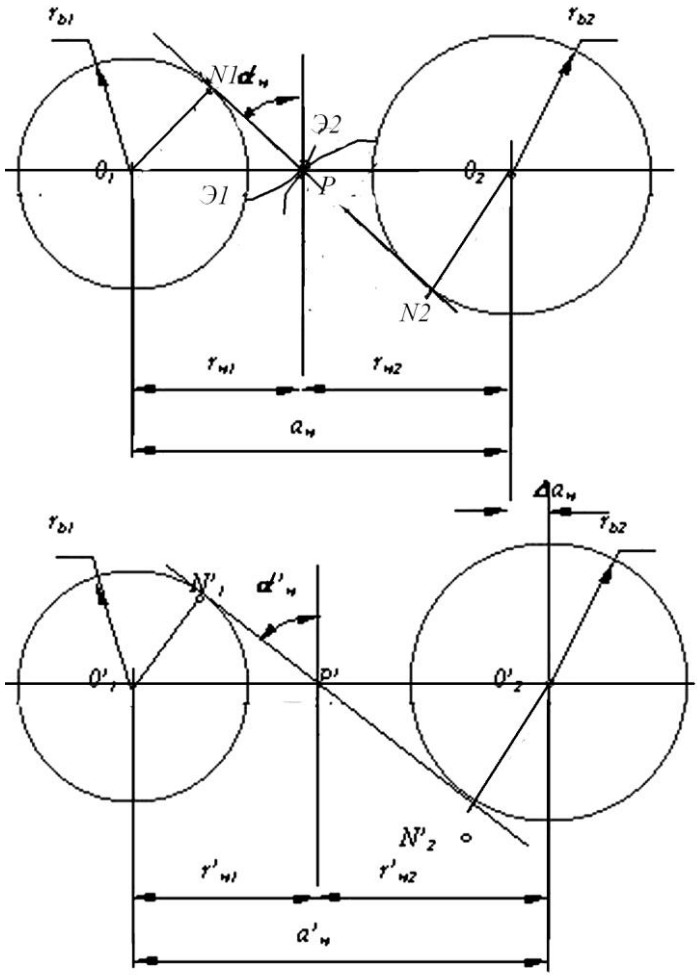



Рис. 5.2. Схема эвольвентного зацепления

Свойство 1. Передаточное отношение эвольвентного зацепления определяется только отношением радиусов основных окружностей и является величиной постоянной.

$$u_{12} = \omega_1/\omega_2 = r_{w2}/r_{w1} = (r_{b2}\cdot\cos\alpha_w)/(r_{b1}\cdot\cos\alpha_w) = r_{b2}/r_{b1} = const.$$

Свойство 2. При изменении межосевого расстояния в эвольвентном зацеплении его передаточное отношение не изменяется.

$$u'_{12} = \omega_1/\omega_2 = r'_{w2}/r'_{w1} = (r_{b2}\cdot\cos\alpha'_w)/(r_{b1}\cdot\cos\alpha'_w) =$$
$$= r_{b2}/r_{b1} = const,$$
$$u'_{12} = u_{12} = r_{b2}/r_{b1} = const.$$

## 5.3. Определение размеров зубчатых колес

Предположим, что колеса изготовляются по методу обкатки (огибания) инструментом реечного типа (инструментальной рейкой, червячной фрезой), который профилируется на основе исходного контура (ГОСТ 13755-81) (рис. 5.3).

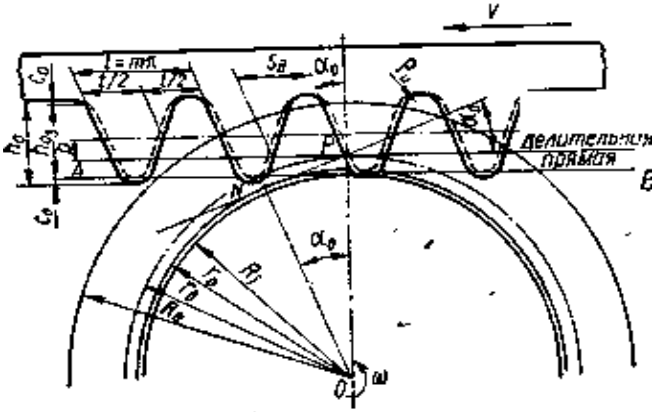



Рис. 5.3. Нарезание зубьев методом обкатки

Процесс изготовления зубчатого колеса инструментальной рейкой по методу обкатки заключается в том, что рейка в движении по отношению к обрабатываемому колесу перекатывается без скольжения одной из своих делительных прямых или средней прямой по делительной окружности колеса (движение обкатки) и одновременно совершает быстрые возвратно-поступательные перемещения вдоль оси колеса, снимая при этом стружку (рабочее движение).

Для осуществления такого перекатывания нужно рейке сообщить поступательное движение влево со скоростью $\upsilon$, определяемой по формуле

$$\upsilon = r_{\partial}\omega, \qquad (5.1)$$

где ω - угловая скорость колеса.

Расстояние между средней прямой рейки и той делительной прямой, которая в процессе обкатки перекатывается по делительной окружности колеса, называется смещением $x$ рейки. Смещение считается положительным, если средняя прямая отодвинута в направлении от центра нарезаемого колеса. Величина смещения $x$ определяется формулой [8]

$$x = \xi\, m, \qquad (5.2)$$

где $\xi$ - коэффициент смещения, который может иметь положительное или отрицательное значение.

Зубчатые колеса, изготовленные без смещения инструментальной рейки, называют нулевыми; изготовленные при положительном смещении рейки – положительными, при отрицательном смещении – отрицательными.

Для любых зубчатых колес, изготовленных одной и той же инструментальной рейкой, может быть образовано правильное плотное зубчатое зацепление, т.е. зацепление без боковых зазоров между зубьями.

Основной величиной, характеризующей зацепление, является угол зацепления $\alpha$, который определяется по формуле [8]

$$inv\alpha = -\frac{2\xi_c \mathrm{tg}\alpha_0}{z_c} + inv\alpha_0 \qquad (5.3)$$

Здесь

$$inv\alpha = \mathrm{tg}\alpha - \alpha\,; \qquad (5.4)$$

$$inv\alpha_0 = \mathrm{tg}\alpha_0 - \alpha_0\,; \qquad (5.5)$$

$$\xi c = \xi_1 + \xi_2\,; \qquad (5.6)$$

$$z_c = z_1 + z_2\,. \qquad (5.7)$$

В зависимости от значения $\xi_c$ зубчатые зацепления классифицируются следующим образом:

1. Если $\xi_c = 0$, причем $\xi_1 = \xi_2 = 0$, то зацепление называется нормальным (нулевым).

2. Если $\xi_c = 0$, причем, $\xi_1 = -\xi_2 = \xi > 0$, то зацепление называется равносмещенным (компенсированным).

3. Если $\xi_c \neq 0$, то зацепление называется неравносмещенным, причем при $\xi_c > 0$ зацепление называется положительным неравносмещенным, а при $\xi_c < 0$ - отрицательным неравносмещенным.

В таблице 5.1 [8] помещены формулы, необходимые для определения размеров всех перечисленных зацеплений. При пользовании таблицей необходимо учесть, что $\alpha_0 = 20^\circ$; $f_0 = 1$; $c_0' = 0{,}25$ и $z_2 > z_1$.

В формулах для расчета размеров зубчатых колес неравносмещенного зацепления введены коэффициенты $a$ (отклонения межцентрового расстояния) и $\Psi$ (обратного смещения), Коэффициент $a$ определяет расстояние $am$ между делительными окружностями на линии центров, а коэффициент $\Psi$ - уменьшение $\Psi m$ высоты $h$ зуба по сравнению с высотой зуба в нормальном и равносмещенном зацеплениях.

Таблица 5.1

Формулы для подсчета размеров элементов зубчатого цилиндрического зацепления с прямым зубом

| Что требуется найти | | Зацепление | | |
|---|---|---|---|---|
| Наименование | Обозначение | Неравносмещенное<br>$\xi_c \neq 0$<br>$a \neq 0;\ \Psi > 0;$ | Равносмещенное<br>$\xi_c = 0$<br>$\xi_1 = -\xi_2 > 0;\ a = \Psi = 0$ | Нулевое<br>$\xi_c = 0$<br>$\xi_1 = \xi_2 = 0;\ a = \Psi = 0$ |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| Шаг зацепления по делительной окружности | $p_w$ | $p_w = m\pi$ | $p_w = m\pi$ | $p_w = m\pi$ |
| Радиус делительной окружности | $r_{w1}$ | $r_{w1} = \frac{mz_1}{2}$ | $r_{w1} = \frac{mz_1}{2}$ | $r_{w1} = \frac{mz_1}{2}$ |
| | $r_{w2}$ | $r_{w2} = \frac{mz_2}{2}$ | $r_{w2} = \frac{mz_2}{2}$ | $r_{w2} = \frac{mz_2}{2}$ |
| Радиус основной окружности | $r_{b1}$ | $r_{b1} = r_{w1}\cos\alpha_0$ | $r_{b1} = r_{w1}\cos\alpha_0$ | $r_{b1} = r_{w1}\cos\alpha_0$ |
| | $r_{b2}$ | $r_{b2} = r_{w2}\cos\alpha_0$ | $r_{b2} = r_{w2}\cos\alpha_0$ | $r_{b2} = r_{w2}\cos\alpha_0$ |
| Толщина зуба по делительной окружности | $\delta_{w1}$ | $\delta_{w1} = \frac{1}{2}p_w + 2\xi_1 m\mathrm{tg}\alpha_0$ | $\delta_{w1} = \frac{1}{2}p_w + 2\xi_1 m\mathrm{tg}\alpha_0$ | $\delta_{w1} = \frac{1}{2}p_w + 2\xi_1 m\mathrm{tg}\alpha_0$ |
| | $\delta_{w2}$ | $\delta_{w2} = \frac{1}{2}p_w + 2\xi_2 m\mathrm{tg}\alpha_0$ | $\delta_{w2} = \frac{1}{2}p_w + 2\xi_2 m\mathrm{tg}\alpha_0$ | $\delta_{w2} = \frac{1}{2}p_w + 2\xi_2 m\mathrm{tg}\alpha_0$ |

Окончание табл. 5.1

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|---|---|---|---|---|
| Радиус окружности впадин | $R_{f1}$ | $R_{f1} = r_{w1} - m(f_0 + c_0' - \xi_1)$ | $R_{f1} = r_{w1} - m(f_0 + c_0' - \xi_1)$ | $R_{f1} = r_{w1} - m(f_0 + c_{01}')$ |
| | $R_{f2}$ | $R_{f2} = r_{w2} - m(f_0 + c_0' - \xi_2)$ | $R_{f2} = r_{w2} - m(f_0 + c_0' - \xi_2)$ | $R_{f2} = r_{w2} - m(f_0 + c_0')$ |
| Межцентровое расстояние | $A$ | $A = m\left(\frac{z_c}{2} + a\right)$ | $A = \frac{mz_c}{2}$ | $A = \frac{mz_c}{2}$ |
| Радиус начальной окружности | $r_1$ | $r_1 = r_{w1}\left(1 + \frac{2a}{z_c}\right)$ | $r_1 = r_{w1}$ | $r_1 = r_{w1}$ |
| | $r_2$ | $r_2 = r_{w2}\left(1 + \frac{2a}{z_c}\right)$ | $r_2 = r_{w2}$ | $r_2 = r_{w2}$ |
| Глубина захода зубьев | $h_3$ | $h_3 = (2f_0 - \psi)m$ | $h_3 = 2mf_0$ | $h_3 = 2mf_0$ |
| Высота зуба | $h$ | $h = h_3 + c_0'm$ | $h = h_3 + c_0'm$ | $h = h_3 + c_0'm$ |
| Радиус окружности выступов | $R_{a1}$ | $R_{a1} = R_{f1} + h$ | $R_{a1} = R_{f1} + h$ | $R_{a1} = R_{f1} + h$ |
| | $R_{a2}$ | $R_{a2} = R_{f2} + h$ | $R_{a2} = R_{f2} + h$ | $R_{a2} = R_{f2} + h$ |

Примечание. Индекс 1 относится к размерам колеса, имеющего меньшее число зубьев, а индекс 2-к размерам колеса, имеющего большее число зубьев.

Характерной особенностью неравносмещенного зацепления является также и то, что в нем угол зацепления $\alpha$ не равен углу $\alpha_0$ и что делительные окружности не являются начальными. Угол зацепления $\alpha$ определяется по формуле (5.3), для чего необходимо воспользоваться таблицами инволют (эвольвентных функций), приводимыми в справочниках.

При заданных числах зубьев колес качественные характеристики зубчатого зацепления зависят от величины коэффициентов смещения $\xi_1$ и $\xi_2$ инструментальной рейки.

В связи с этим возникает задача такого подбора величин коэффициентов смещения $\xi_1$ и $\xi_2$, в результате которого предельно улучшились бы характеристики зубчатого зацепления, обусловливающие его стойкость и долговечность в данных условиях работы, при одновременном сохранении в допускаемых пределах величины других характеристик.

Во-первых, не должно быть подрезания зубьев колес при обработке их инструментальной рейкой. Суть явления подрезания заключается в том, что зуб инструментальной рейки, проворачиваясь во впадине изготовляемого колеса, срезает своей режущей кромкой часть эвольвентного профиля зуба. В результате этого уменьшается прочность зубьев у основания. Подрезание имеет место в том случае, если делительная прямая *AB* рейки пересекает теоретическую линию зацепления в станочном зацеплении за точкой *N* (рис. 5.3). Коэффициент смещения рейки, при котором прямая *AB* проходит через точку *N,* обозначается $\xi_{min}$ и определяется по формуле (при $\alpha_0 = 20°$)

$$\xi_{\min} = \frac{17 - z}{17} \qquad (5.8)$$

Отсюда следует, что подрезание будет устранено, если коэффициент смещения $\xi$, принятый при обработке данного колеса, удовлетворит неравенству

$$\xi \geq \xi_{min} \qquad (5.9)$$

Во-вторых, нельзя допустить чрезмерного заострения зубьев колес, так как при этом уменьшается прочность головок зубьев. Заострение зубьев колеса усиливается вместе с увеличением коэффициента смещения, принятого при его изготовлении. Заострение зуба обычно характеризуется его толщиной $\delta_a$ на окружности выступов. Во многих случаях расчета требуется, например, чтобы величина $\delta_a$ удовлетворяла неравенству

$$\delta_a > 0{,}3m. \qquad (5.10)$$

Коэффициент смещения, при котором $\delta_a = 0{,}3\ m,$ обозначают $\xi_{о,з}$. Следовательно, коэффициент смещения, принятый при обработке колеса в этом случае, должен удовлетворять неравенству

$$\xi \geq \xi_{о,з} \qquad (5.11)$$

Из формул (5.9) и (5.11) следует, что коэффициент смещения, задаваемый для обработки данного колеса, должен быть выбран в гра-

ницах, определяемых неравенствами

$$\xi_{о,з} \geq \xi \geq \xi_{min}. \qquad (5.12)$$

В-третьих, должно быть выполнено требование, чтобы коэффициент перекрытия ε удовлетворял неравенству

$$\varepsilon \geq 1{,}1. \qquad (5.13)$$

Так как величина коэффициента перекрытия зависит от двух коэффициентов смещения, то третье требование приводит к необходимости такого подбора этих коэффициентов, при котором они, удовлетворяя каждый в отдельности неравенствам (5.12), обеспечили бы неравенство (5.13).

В-четвертых, должна быть исключена возможность заклинивания зацепления, при котором головка зуба одного из колес упирается своей крайней точкой в галтель другого колеса. Коэффициенты смещения $\xi_1$ и $\xi_2$ нужно выбрать таким образом, чтобы исключить возможность заклинивания.

Подбор коэффициентов смещения, удовлетворяющих всем перечисленным требованиям, представляет собой сложную задачу. Эта задача еще более усложняется при выполнении дополнительных требований к зацеплению, обусловленных спецификой его работы в определенных условиях.

В табл. 5.2 - 5.5 приведены значения коэффициентов смещения для неравносмещенного зацепления, в таблице 2.6 – для равносмещенного зацепления [8].

При неравносмещенном зацеплении данными, приведенными в этих таблицах, нужно пользоваться следующим образом:

1. Если $2 \geq u_{1,2} \geq 1$, то предварительно в табл. 5.2 по заданному $z_1$ находят коэффициент Ψ. Затем в табл. 5.3 по заданным $z_1$ и $z_2$ находят коэффициенты $\xi_1$ и $\xi_2$. Коэффициент $\xi_c$ определяют по формуле (5.6). Коэффициент $a$ определяют по формуле

$$a = \xi_c - \Psi$$

Угол зацепления α определяют по формуле 5.3 (с помощью табл. 5.7). После этого все размеры зацепления подсчитывают по формулам, приведенным в табл. 5.1.

*Таблица 5.2*

Значения коэффициента Ψ для неравносмещенного внешнего зацепления при $2 \geq u_{1,2} \geq 1$

| $z_1$ | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Ψ | 0,127 | 0,145 | 0,160 | 0,175 | 0,190 | 0,202 | 0,215 |

Таблица 5.3

Значение коэффициентов $\xi_1$ и $\xi_2$ для неравносмещенного зацеп
при $2 \geq u_{12} \geq 1$

| $z_2$ | Значение при $z_1$ | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 11 | | 12 | | 13 | | 14 | | 15 | | 16 | | 17 | |
| | $\xi_1$ | $\xi_2$ | $\xi_1$ | $\xi_2$ | $\xi_1$ | $\xi_2$ | $\xi_1$ | $\xi_2$ | $\xi_1$ | $\xi_2$ | $\xi_1$ | $\xi_2$ | $\xi_1$ | $\xi_2$ |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 |
| 11 | 0,395 | 0,395 | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - |
| 12 | 0432 | 0,372 | 0,444 | 0,444 | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - |
| 13 | 0,464 | 0,354 | 0,479 | 0,423 | 0,486 | 0,486 | - | - | - | - | - | - | - | - |
| 14 | 0,490 | 0,341 | 0,515 | 0,400 | 0,524 | 0,462 | 0,525 | 0,525 | - | - | - | - | - | - |
| 15 | 0,513 | 0,330 | 0,543 | 0,386 | 0,557 | 0,443 | 0,565 | 0,506 | 0,571 | 0,571 | - | - | - | - |
| 16 | 0,534 | 0,322 | 0,566 | 0,376 | 0,588 | 0,426 | 0,600 | 0,485 | 0,609 | 0,547 | 0,608 | 0,608 | - | - |
| 17 | 0,551 | 0,317 | 0,589 | 0,365 | 0,614 | 0,414 | 0,631 | 0,468 | 0,644 | 0,526 | 0,644 | 0,586 | 0,646 | 0,646 |
| 18 | 0,568 | 0,312 | 0,609 | 0,358 | 0,636 | 0,405 | 0,661 | 0,452 | 0,677 | 0,508 | 0,678 | 0,566 | 0,683 | 0,624 |
| 19 | 0,584 | 0,308 | 0,626 | 0,353 | 0,659 | 0,394 | 0,686 | 0,441 | 0,706 | 0,492 | 0,716 | 0,542 | 0,720 | 0,601 |
| 20 | 0,601 | 0,303 | 0,646 | 0,345 | 0,676 | 0,389 | 0,706 | 0,433 | 0,371 | 0,481 | 0,744 | 0,528 | 0,756 | 0,580 |
| 21 | 0,617 | 0,299 | 0,663 | 0,341 | 0,694 | 0,384 | 0,726 | 0,426 | 0,754 | 0,472 | 0,766 | 0,519 | 0,781 | 0,568 |
| 22 | 0,630 | 0,297 | 0,679 | 0,337 | 0,714 | 0,376 | 0,745 | 0,419 | 0,775 | 0,463 | 0,793 | 0,507 | 0,809 | 0,554 |

Окончание табл. 5.3

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 23 | - | - | 0,693 | 0,334 | 0,730 | 0,372 | 0,763 | 0,414 | 0,792 | 0,458 | 0,815 | 0,497 | 0,833 | 0,543 |
| 24 | | - | 0,706 | 0,333 | 0,745 | 0,369 | 0,780 | 0,409 | 0,813 | 0,449 | 0,834 | 0,491 | 0,856 | 0,534 |
| 25 | - | - | - | - | 0,758 | 0,368 | 0,796 | 0,405 | 0,830 | 0,445 | 0,854 | 0,483 | 0,878 | 0,526 |
| 26 | - | - | - | - | 0,773 | 0,365 | 0,813 | 0,400 | 0,848 | 0,440 | 0,869 | 0,480 | 0,898 | 0,517 |
| 27 | - | - | - | - | - | - | 0,826 | 0,399 | 0,862 | 0,438 | 0,892 | 0,470 | 0,946 | 0,511 |
| 28 | - | - | - | - | - | - | 0,840 | 0,397 | 0,881 | 0,431 | 0,907 | 0,467 | 0,936 | 0,504 |
| 29 | - | - | - | - | - | - | - | - | 0,894 | 0,430 | 0,921 | 0,465 | 0,952 | 0,500 |
| 30 | - | - | - | - | - | - | - | - | 0,908 | 0,428 | 0,936 | 0,462 | 0,968 | 0,496 |
| 31 | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | 0,951 | 0,459 | 0,981 | 0,495 |
| 32 | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | 0,967 | 0,455 | 0,999 | 0,490 |
| 33 | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | 1,014 | 0,487 |
| 34 | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | 1,030 | 0,483 |

2. Если $5 \geq u_{1,2} > 2$, то предварительно в таблице 5.4 по заданному $z_1$ находят коэффициенты $\Psi$ и $\xi_1$. Затем в таблице 5.5 по заданным $z_1$ и $z_2$ находят коэффициент $\xi_2$. Дальнейшие действия по определению параметров зубчатых колес аналогичны пункту 1.

При равносмещенном зацеплении коэффициенты смещения определяются по таблице 5.6 (необходимо помнить, что должно выполняться условие $z_c \geq 34$).

*Таблица 5.4*

Значения коэффициентов $\Psi$ и $\xi_1$ для неравносмещенного зацепления при $5 \geq u_{1,2} > 2$

| $z_1$ | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $\Psi$ | 0,16 | 0,17 | 0,18 | 0,19 | 0,20 | 0,21 | 0,22 | 0,23 | 0,24 | 0,25 | 0,22 |
| $\xi$ | 0,66 | 0,73 | 0,80 | 0,86 | 0,92 | 0,98 | 1,04 | 1,10 | 1,16 | 1,22 | 1,27 |

*Таблица 5.5*

Значения коэффициентов $\xi_2$ для неравносмещенного зацепления при $5 \geq u_{1,2} > 2$

| $z_2$ | Значение при $z_1$ | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 |
| 25 | 0,442 | 0,425 | - | - | - | - | - |
| 30 | 0,501 | 0,486 | 0,471 | 0,463 | - | - | - |
| 35 | 0,556 | 0,542 | 0,528 | 0,522 | 0,518 | 0,512 | 0,505 |
| 40 | 0,610 | 0,596 | 0,582 | 0,577 | 0,575 | 0,569 | 0,564 |
| 45 | 0,661 | 0,648 | 0,582 | 0,632 | 0,628 | 0,624 | 0,620 |
| 50 | 0,709 | 0,696 | 0,635 | 0,684 | 0,682 | 0,677 | 0,674 |
| 55 | 0,754 | 0,745 | 0,685 | 0,732 | 0,731 | 0,728 | 0,727 |
| 60 | - | 0,789 | 0,734 | 0,780 | 0,779 | 0,778 | 0,777 |
| 65 | - | - | 0,822 | 0,825 | 0,826 | 0,827 | 0,825 |
| 70 | - | - | - | 0,866 | 0,870 | 0,872 | 0,874 |
| 75 | - | - | - | - | 0,909 | 0,914 | 0,917 |
| 80 | - | - | - | - | - | 0,954 | 0,957 |
| 85 | - | - | - | - | - | - | 0,998 |

*Таблица 5.6*

Значения коэффициента $\xi = \xi_1 = \xi_2 > 0$ для равносмещенного внешнего зацепления с выровненными коэффициентами относительного скольжения

| $z_2$ | Значение при $z_1$ | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 |
| 17 | - | - | - | - | - | - | 0,000 |
| 18 | - | - | - | - | - | 0,060 | 0,032 |
| 19 | - | - | - | - | 0,124 | 0,094 | 0,060 |
| 20 | - | - | - | 0,182 | 0,159 | 0,120 | 0,086 |
| 21 | - | - | 0,241 | 0,220 | 0,181 | 0,144 | 0,110 |
| 22 | - | 0,300 | 0,283 | 0,239 | 0,201 | 0,165 | 0,131 |
| 23 | 0,358 | 0,343 | 0,299 | 0,256 | 0,219 | 0,183 | 0,149 |
| 24 | 0,400 | 0,350 | 0,313 | 0,271 | 0,235 | 0,199 | 0,165 |
| 25 | 0,400 | 0,350 | 0,326 | 0,285 | 0,248 | 0,213 | 0,180 |
| 26 | 0,400 | 0,350 | 0,337 | 0,297 | 0,260 | 0,226 | 0,191 |
| 27 | 0,400 | 0,350 | 0,347 | 0,308 | 0,271 | 0,238 | 0,205 |
| 28 | 0,400 | 0,350 | 0,356 | 0,318 | 0,281 | 0,249 | 0,216 |
| 29 | 0,400 | 0,350 | 0,364 | 0,327 | 0,291 | 0,258 | 0,226 |
| 30 | 0,400 | 0,350 | 0,372 | 0,335 | 0,300 | 0,266 | 0,235 |
| 31 | 0,400 | 0,350 | 0,379 | 0,343 | 0,308 | 0,274 | 0,243 |
| 32 | 0,400 | 0,350 | 0,385 | 0,350 | 0,315 | 0,282 | 0,251 |
| 34 | 0,400 | 0,350 | 0,390 | 0,363 | 0,329 | 0,296 | 0,265 |
| 36 | 0,400 | 0,350 | 0,390 | 0,375 | 0,341 | 0,309 | 0,279 |
| 38 | 0,400 | 0,350 | 0,390 | 0,385 | 0,353 | 0,322 | 0,293 |
| 40 | 0,400 | 0,350 | 0,390 | 0,395 | 0,363 | 0,333 | 0,306 |
| 44 | 0,400 | 0,350 | 0,390 | 0,409 | 0,378 | 0,350 | 0,325 |
| 48 | 0,400 | 0,350 | 0,390 | 0,422 | 0,392 | 0,366 | 0,341 |
| 52 | 0,400 | 0,350 | 0,390 | 0,430 | 0,404 | 0,378 | 0,354 |
| 56 | 0,400 | 0,350 | 0,390 | 0,430 | 0,414 | 0,399 | 0,364 |
| 60 | 0,400 | 0,350 | 0,390 | 0,430 | 0,423 | 0,397 | 0,374 |
| 66 | 0,400 | 0,350 | 0,390 | 0,430 | 0,435 | 0,409 | 0,388 |
| 72 | 0,400 | 0,350 | 0,390 | 0,430 | 0,445 | 0,421 | 0,398 |
| 78 | 0,400 | 0,350 | 0,390 | 0,430 | 0,454 | 0,430 | 0,407 |
| 84 | 0,400 | 0,350 | 0,390 | 0,430 | 0,459 | 0,436 | 0,414 |
| 90 | 0,400 | 0,350 | 0,390 | 0,430 | 0,460 | 0,440 | 0,419 |
| 96 | 0,400 | 0,350 | 0,390 | 0,430 | 0,460 | 0,446 | 0,425 |
| 100 | 0,400 | 0,350 | 0,390 | 0,430 | 0,460 | 0,448 | 0,428 |

*Таблица 5.7*

Значение функции *inv* $\alpha$

| | 0 | 10 | 20 | 30 | 40 | 50 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 17° | 0,00938 | 0,00949 | 0,00957 | 0,00967 | 0,00981 | 0,01014 |
| 18° | 0,010760 | 0,011071 | 0,011387 | 0,011709 | 0,012038 | 0,012373 |
| 19° | 0,012715 | 0,013063 | 0,013418 | 0,013779 | 0,014148 | 0,014523 |
| 20° | 0,014904 | 0,015293 | 0,015689 | 0,016092 | 0,016502 | 0,016920 |
| 21° | 0,017345 | 0,017777 | 0,018217 | 0,018665 | 0,019120 | 0,019583 |
| 22° | 0,020054 | 0,020533 | 0,021019 | 0,021514 | 0,022018 | 0,022529 |
| 23° | 0,023044 | 0,023577 | 0,024114 | 0,024660 | 0,025214 | 0,025778 |
| 24° | 0,026350 | 0,026931 | 0,027521 | 0,028121 | 0,028729 | 0,029348 |
| 25° | 0,029975 | 0,030613 | 0,031260 | 0,031917 | 0,032583 | 0,033260 |
| 26° | 0,033947 | 0,034644 | 0,035352 | 0,036069 | 0,036798 | 0,037537 |
| 27° | 0,038287 | 0,039047 | 0,039819 | 0,040602 | 0,041395 | 0,042201 |
| 28° | 0,043017 | 0,043845 | 0,044685 | 0,045537 | 0,046400 | 0,047276 |
| 29° | 0,048164 | 0,049064 | 0,049976 | 0,050901 | 0,051838 | 0,052788 |
| 30° | 0,053751 | 0,054728 | 0,055717 | 0,056720 | 0,057736 | 0,058765 |

## 5.4. Графическое построение элементов зубчатого зацепления

Подсчитав все размеры элементов зацепления по формулам, приведенным в таблице 5.1, и определив для неравносмещенного зацепления угол $\alpha$ по формуле 5.3, приступаем к вычерчиванию зубчатого зацепления.

Масштаб построения выбираем таким образом, чтобы радиус окружности выступов большего колеса не превышал максимального раствора циркуля (~230 мм).

Профили зубьев вычерчиваем в следующей последовательности (рис.5.4).

1. На линии центров колес от точки $P$ (полюса зацепления) откладываем радиусы $r_1$ и $r_2$ начальных окружностей и строим эти окружности.

2. Строим основные окружности колес и касающуюся их прямую $N_1N_2$.

3. Строим эвольвенты, которые описывает точка $P$ прямой $N_1N_2$ при перекатывании ее по основным окружностям. При построении первой эвольвенты откладываем на основной окружности колеса 1 от точки $N_1$ (рис. 5.4) дугу $N_1P'$ равную длине отрезка $N_1P$, пользуясь известным

построением (рис. 5.5). Отрезок $N_1P$ делим на четыре равные части *($N_1B$ = $BC$ = $CD$ = $DP$)* и из точки $B$ проводим дугу радиуса ρ = $BP$ до пересечения в точке $P'$ с основной окружностью; тогда $\cup N_1P' = N_1P$.

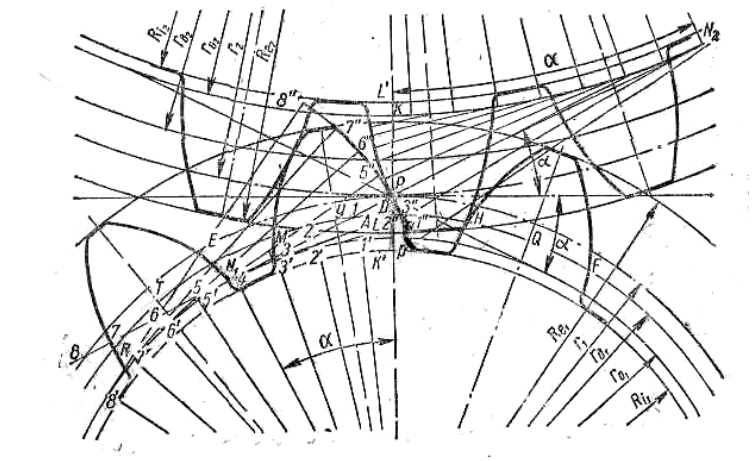


Рис. 5.4. Внешнее зубчатое эвольвентное зацепление

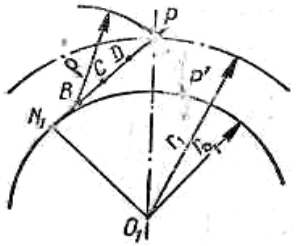



Рис. 5.5. Построение дуги окружности, равной отрезку

Далее (рис. 5.4) отрезок $PN_1$ снова делим на произвольное число равных частей ($\overline{P1} = \overline{12} = \overline{23} = ...$) длиной 15-20 мм (число делений целесообразно взять четным). Дугу $N_1P'$ делим на такое же число равных частей ($\cup P'1' = \cup 1'2' = \cup 2'3' = ...$). На прямой $PN_1$ за точкой $N_1$ откладываем отрезки (45 = 56 =...), равные $P1$, а на основной окружности - дуги ($\cup 4'5' = 5'6' = ...$), равные дуге $P'1'$.

Через точки 1'; 2'; 3'; 4'... проводим перпендикуляры к соответствующим радиусам $O_1$1'; $O_1$2'; $O_1$3'... На перпендикулярах (они касаются основной окружности) откладываем отрезки 1'1"; 2'2"; 3'3"..., соответственно равные отрезкам 1$P$, 2$P$, 3$P$...

Соединяя последовательно точки $P'$; 1"; 2"; 3" ... плавной кривой, получаем эвольвенту для первого колеса. Таким же способом строим эвольвенту для второго зубчатого колеса.

4. Строим окружности выступов обоих колес. Построив окружности выступов, найдем точки пересечения их с соответствующими эвольвентами (крайние точки на профилях головок).

5. Строим окружности впадин обоих колес. Следует заметить, что радиус окружности впадин может быть больше, равен и меньше радиуса $r_b$ основной окружности. Это зависит от числа $z$ зубьев колеса и от коэффициента смещения $\xi$ [8].

$R_f \geq r_b$ если

$$z \geq \frac{2{,}5 - 2\xi}{0{,}06}; \qquad (5.14)$$

$R_f < r_b$ если

$$z < \frac{2{,}5 - 2\xi}{0{,}06}; \qquad (5.15)$$

для нулевых колес $R_f \geq r_b$, если

$$z \geq \frac{2{,}5}{0{,}06} = 42; \qquad (5.16)$$

$R_f < r_b$, если

$$z < 42 \qquad (5.17)$$

Независимо от того, какое положение занимает окружность впадин, полный профиль ножки зуба состоит из эвольвентной части и переходной кривой (галтели), которая соединяет эвольвентную часть с окружностью впадин. Переходная кривая образуется автоматически в процессе изготовления колеса инструментальной рейкой.

Профиль ножки у основания зуба можно построить упрощенно. Если $R_f \geq r_b$, то получают точку пересечения окружности впадин с эвольвентой, а затем у основания делают закругление дугой радиуса 0,2 $m$. Если $R_f < r_b$, то от основания эвольвенты до окружности впадин проводят радиальный отрезок, а затем у основания зуба делают закругление радиуса 0,2$m$. Если разность $r_b - R_f < 0{,}2m$, то окружность впадин сопрягают с эвольвентой дугой радиуса 0,2$m$. Упрощенное построение профиля ножки зуба не отражает истинного его очертания, а является только чертежным приемом.

6. Строим делительную окружность первого колеса и получаем точку $D$ пересечения ее с соответствующей эвольвентой. От точки $D$ откладываем на делительной окружности дуги: влево $\cup DE$, вправо $\cup DF$, равные каждая длине шага $p_w$. От точек $E$, $D$, $F$ влево откладываем дуги $ER$, $DM$, $FH$, равные каждая толщине $\delta_{w1}$ зуба.

Делим дуги *DM, ER* и *FH* пополам в точках *T, Y, Q*. Соединяя эти точки с центром $O_1$, получаем оси симметрии зубьев. Для построения остальных зубьев используем шаблон построенной половины зуба, вырезанный из твердой бумаги. Обязательным является построение трех зубьев - первого, профиль которого построен по точкам, и двух, находящихся справа и слева от первого. Аналогично строим три зуба для второго колеса.

## 5.5. Построение активной части линии зацепления, рабочих участков профилей зубьев и дуги зацепления

Различают теоретическую линию зацепления и активную часть линии зацепления.

*Теоретической линией зацепления* называют отрезок $N_1N_2$ касательной к основным окружностям, заключенный между точками касания (рис. 5.6) .

*Активной частью линии зацепления* называют отрезок *ab* теоретической линии зацепления, заключенный между точками пересечения ее с окружностями выступов колес. Активная часть линии зацепления является геометрическим местом точек зацепления (касания) профилей зубьев на неподвижной плоскости.

*Рабочими участками профилей зубьев* называют те участки профилей зубьев, которые участвуют в зацеплении. Чтобы найти эти участки, нужно на профиле зуба первого колеса найти точку, сопряженную с крайней точкой головки второго колеса, а на профиле зуба второго колеса - точку, сопряженную с крайней точкой головки первого колеса. Для этого через точку *a* из центра $O_1$ проводим дугу радиуса $O_1a$ до пересечения в точке $A_1$ с профилем зуба первого колеса и через точку *b* из центра $O_2$ проводим дугу радиуса $O_2b$ до пересечения в точке $B_2$ с профилем зуба второго колеса. Участки $A_1B_1$ и $A_2B_2$ профилей зубьев являются рабочими участками профилей. Для обозначения этих участков на чертеже необходимо провести линии, параллельные $A_1B_1$ и $A_2B_2$ на расстоянии 1,5-2 мм, и заштриховать получившиеся полоски. Так как сопряженные профили зубьев не являются центроидами, то они перекатываются друг по другу со скольжением. Поэтому длины рабочих участков профилей зубьев не равны между собой.

При вычерчивании профилей зубьев нужно помнить следующее:

- профили зубьев могут касаться только на активной части линии зацепления;

• наличие зазора на активной части линии зацепления между профилями, пересекаемыми линией зацепления, свидетельствует о неправильном выполнении чертежа.

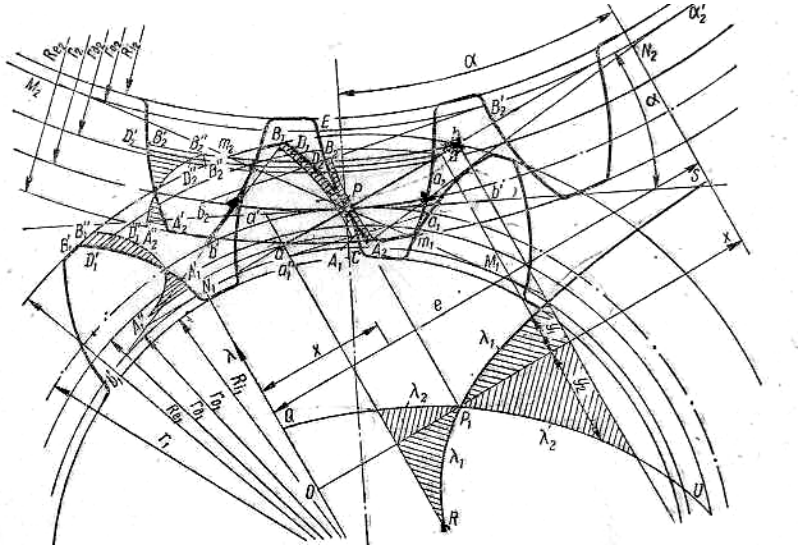


Рис. 5.6. Построение диаграмм коэффициентов относительного скольжения и удельного давления

*Дугой зацепления* называется каждая из дуг начальных окружностей, которые перекатываются одна по другой за время зацепления одной пары сопряженных профилей. Так как начальные окружности перекатываются друг по другу без скольжения, то дуги зацепления для обоих зацепляющихся колес равны между собой.

Построение дуги зацепления производится следующим образом. Через крайние точки $A_1$ и $B_1$ рабочего участка профиля первого колеса проводим в направлении вогнутости нормали $A_1a'_1$ и $B_1b'_1$ к этому профилю (они являются касательными к основной окружности первого колеса). Находим точки $a_1$ и $b_1$ пересечения этих нормалей с начальной окружностью первого колеса. Дуга $a_1b_1$ является дугой зацепления на начальной окружности первого колеса.

Аналогичным построением находим дугу зацепления $a_2b_2$ на начальной окружности второго колеса.

Длину $k$ дуги зацепления определяют по формуле

$$k = \frac{l}{\cos\alpha}, \qquad (5.18)$$

где $l$ - длина активной части линии зацепления.

## 5.6. Определение качественных показателей зацепления

Качественными показателями зацепления являются коэффициенты перекрытия $\varepsilon$, относительного скольжения $\lambda$ и удельного давления $\gamma$ [1, 8].

*Коэффициентом перекрытия* называют отношение длины $k$ дуги зацепления к длине шага $t_н$ по начальным окружностям колес:

$$\varepsilon = \frac{k}{t_н} = \frac{l}{t_н \cos\alpha}. \qquad (5.19)$$

Так как

$$t_н \cos\alpha = t \cos\alpha_0 = t_0, \qquad (5.20)$$

где $t_0$ - основной шаг, т. е. шаг зацепления на основных окружностях, то

$$\varepsilon = \frac{l}{t\cos\alpha_0} = \frac{l}{m\pi\cos\alpha_0} = \frac{l}{t_0}. \qquad (5.21)$$

Формулой (5.21) удобно пользоваться тогда, когда зацепление двух колес уже вычерчено. В этом случае длину $l$ можно измерить непосредственно на чертеже и значение ее подставить в формулу.

Коэффициент перекрытия можно подсчитать также по формуле

$$\varepsilon = \frac{\sqrt{R_{e_1}^2 - r_{0_1}^2} + \sqrt{R_{e_2}^2 - r_{0_2}^2} - A\sin\alpha}{m\pi\cos\alpha_0}. \qquad (5.22)$$

Коэффициент перекрытия $\varepsilon$ дает возможность определить число пар профилей зубьев, находящихся одновременно в зацеплении. В современной практике для внешнего зубчатого зацепления принимают

$$1 < \varepsilon < 2.$$

Коэффициент перекрытия $\varepsilon$ не должен быть меньше единицы, так как это приводит к перерывам в передаче движения от ведущего колеса к ведомому и к ударам зубьев колес. При проектировании зацепления коэффициент перекрытия берут не меньше 1,1.

Так как рабочие участки профилей зубьев перекатываются друг по другу со скольжением, то на этих участках возникают силы трения и происходит процесс изнашивания. Характеристикой вредного влияния скольжения являются *коэффициенты* $\lambda_1$ *и* $\lambda_2$ *относительного скольже-*

*ния*, которые определяют по формулам

$$\lambda_1 = 1 + u_{2,1} - \frac{e}{x} u_{2,1}$$

$$\lambda_2 = 1 + u_{1,2} - \frac{e}{e - x} u_{1,2}, \qquad (5.23)$$

где $e = N_1N_2$ - длина теоретической линии зацепления,

$$u_{1,2} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{z_2}{z_1},$$

$$u_{2,1} = \frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{z_1}{z_2},$$

$x$ - расстояние от точки $N_1$ касания теоретической линии зацепления с основной окружностью первого (меньшего) колеса.

Пользуясь формулами (5.23), составим табл. 5.8 значений $\lambda_1$ и $\lambda_2$. Измерив длину $e$ (рис. 5.6) и подставив полученное значение в формулы, подсчитываем ряд значений $\lambda_1$ и $\lambda_2$, изменяя величину $x$ в пределах от 0 до $e$ с интервалами 15-30 мм.

Необходимо знать, что в полюсе зацепления $P$ коэффициенты $\lambda_1$ и $\lambda_2$ равны нулю.

*Таблица 5.8*

Значения коэффициентов $\lambda_1$ и $\lambda_2$

| $x$ | 0 | ……. | $N_1P$ | …….. | e |
|---|---|---|---|---|---|
| $\lambda_1$ | $-\infty$ | …… | 0 | …….. | 1 |
| $\lambda_2$ | 1 | ……. | 0 | …….. | $-\infty$ |

По результатам вычислений строим диаграммы изменения коэффициентов $\lambda_t$ и $\lambda_2$ в прямоугольной системе координат (рис. 5.6). Через какую-либо точку $O$ линии $O_1N_1$ проводим ось абсцисс $Ox$, параллельную прямой $N_1N_2$. Тогда линия $ON_1$ будет осью ординат. Пользуясь данными составленной таблицы, строим кривые $RP_1S$ и $QP_1U$.

Необходимо отметить, что таблица значений $\lambda_1$ и $\lambda_2$ составлена в предположении, что окружности головок колес проходят через точки $N_1$ и $N_2$, т. е. зацепление зубьев происходит по всей теоретически линии зацепления от точки $N_1$ до точки $N_2$ и что рабочие участки профилей зубьев кончаются у соответствующих основных окружностей. Поэтому построенные диаграммы для $\lambda_1$ и $\lambda_2$ дают значения коэффициентов удельного скольжения также для тех участков профилей на ножках зубьев (участки $A_1C$ и $B_2E$), которые не участвуют в зацеплении, а также и для тех участков профилей на головках, которые в действительности отсутствуют.

Для выделения частей диаграмм, которые дают значения $\lambda_1$ и $\lambda_2$ для фактически имеющихся на зубьях рабочих участков профилей, необходимо через точки $a$ и $b$ провести перпендикуляры к линии зацепле-

ния, которые отсекут на диаграммах интересующие нас участки (заштрихованы на рис. 5.6).

Далее строим круговые диаграммы, откладывая от соответствующих точек рабочих участков профилей зубьев на концентрических окружностях дуги, равные (или пропорциональные) ординатам прямоугольных диаграмм.

На рис. 5.6 приведены круговые диаграммы $A_1''B_1''$ и $A_2''B_2''$

Для уяснения техники построения круговых диаграмм покажем построение ординаты $D_1'D_1''$ круговой диаграммы $A_1''B_1''$, которая соответствует ординате $y_1$ прямоугольной диаграммы *RS*. Продолжая ординату $y_1$ находим точку *d*, являющуюся точкой зацепления, в которой $\lambda_1$ имеет значение, определяемое ординатой $y_1$. Засекая профиль $A_1'B_1'$, в точке $D'_1$ дугой $dD'_1$ радиуса $O_1d$ находим точку $D'_1$ профиля зуба, для которой $\lambda_1$ имеет значение, определяемое ординатой $y_1$. На дуге $dD'_1$ отложим от точки $D'_1$ дугу $D_1'D_1''$, равную (или пропорциональную) ординате $y_1$.

Аналогичным построением находим дугу $D_2''D_2'$, которая является ординатой круговой диаграммы $A_2''B_2''$, соответствующей ординате $y_2$ диаграммы *QU*.

*Коэффициент удельного давления* имеет значение при расчете зубьев колес на контактную прочность и определяется по формуле

$$\gamma = \frac{m}{\rho_{пр}}, \qquad (5.24)$$

Здесь

$$\rho_{пр} = \frac{\rho_1\rho_2}{\rho_1 + \rho_2}, \qquad (5.25)$$

где $\rho_1$ и $\rho_2$ - радиусы кривизны профилей зубьев в точке зацепления.

Имеем

$$\rho_1 + \rho_2 = N_1 N_2 = e. \qquad (5.26)$$

Отсюда получаем окончательно

$$\gamma = \frac{me}{\rho_1(e - \rho_1)}. \qquad (5.27)$$

Коэффициенту $\gamma$ имеет минимальное значение в середине теоретической линии зацепления $N_1N_2$.

При расчете зубьев на прочность особенно важное значение имеет коэффициент $\gamma_p$ в полюсе зацепления *P*:

$$\gamma_p = \frac{mN_1N_2}{N_1P \cdot N_2P} = \frac{2z_c}{z_1z_2\cos\alpha_0 \mathrm{tg}\alpha} \qquad (5.28)$$

# 6. СИНТЕЗ КУЛАЧКОВЫХ МЕХАНИЗМОВ

## 6.1. Задачи синтеза механизмов и исходные данные для проектирования кулачковых механизмов

Кулачковый механизм состоит из кулачка, толкателя и стойки. Ведущим звеном является кулачок. Иногда между кулачком и толкателем устанавливают ролик, который позволяет уменьшить потери на трение между поверхностями кулачка и толкателя. Кроме того, в быстроходных кулачковых механизмах толкатель прижимают к поверхности кулачка с помощью пружины.

Как правило, кулачковые механизмы выполняют задачи управления технологическими процессами с большими потоками мощности. Однако немало примеров участия кулачковых механизмов непосредственно в технологическом процессе. Например, на револьверных прессах типа СМ-816 отпрессованный кирпич-сырец выталкивается на уровень стола кулачково-рычажным выталкивающим механизмом, состоящим из выталкивающего поршня, серьги, двухплечевого рычага (толкателя) и кулачка, который закреплен на конце коленчатого вала.

В железобетонном производстве для правки и резки арматурной стали, диаметром от 6 до 40 мм, используют станки СМЖ-375, на которых установлены кулачково-рычажные устройства для сбрасывания отрезанного стержня в сборник.

На отделочных работах используют растворонасос СО-138, который состоит из привода, кулачково-роликовой группы, двух цилиндров – основного и компенсационного – с поршнями. Поршнями растворонасоса управляют два кулачка, посаженных на один вал. Пока на рабочем ходе основной кулачек проталкивает порцию смеси, загружается цилиндр с компенсационным поршнем. Последующий поворот кулачкового вала на $180^{o}$ позволяет обеспечить компенсационному поршню рабочий ход, а основной кулачок вынуждает связанный с ним поршень провести всасывающую операцию для загрузки основного цилиндра. Так дифференциальный насос обеспечивает практически непрерывную подачу раствора при давлении нагнетания более 3 МПа.

На примере стекольного оборудования рассмотрим задачу управления технологическим процессом при производстве стеклотары (банок, бутылок). Для подачи из ванной печи капель стекломассы заданной формы используют капельные питатели. Механический капельный питатель включает в себя плунжерный механизм, способствующий формированию капли стекломассы, и механизм ножниц, с помощью которого отрезается капля нужной для формообразования массы. Управление процессом формообразования капли осуществляют автоматически с помощью двух синхронно вращающихся кулачков. Конфигурация кулачка

механизма плунжера обеспечивает последнему возвратно-поступательное движение по закону, который обеспечивает прохождение через питатель заданной порции стекломассы. С помощью кулачка механизм ножниц разводит ножи. Замыкание высшей пары между кулачком и роликом толкателя осуществляется с помощью пружины.

Независимо от области использования у всех кулачковых механизмов имеются объединяющие их признаки циклового характера работы. За цикл осуществляется совокупность процессов, в результате которых все параметры состояния системы повторяются. Различают несколько видов циклов. Период времени, через который положения, скорости и ускорения всех точек звеньев механизма повторяются, называется кинематическим циклом. Если повторяются совокупности операций технологической машины, то промежуток времени, в течение которого заканчивается изготовление изделия, называется рабочим циклом.

Технологический процесс, в котором участвует кулачковый механизм, определяет значения фазовых углов движения кулачка. Если кулачок вращается, то угол поворота кулачка за время удаления толкателя от центра вращения кулачка называют фазовым углом удаления и обозначают обычно $\varphi_{уд}$.Угол поворота кулачка за время выстоя толкателя на максимальном расстоянии от центра вращения кулачка называют фазовым углом дальнего стояния – $\varphi_{д.с}$. Фазовый угол приближения $\varphi_{пр}$ соответствует углу поворота кулачка за время приближения толкателя к центру вращения кулачка. Время перемещения толкателя внутри фаз, фазовые углы движения $\varphi_{уд}, \varphi_{д.с}, \varphi_{пр}$, а также максимальное перемещение толкателя $h$ выдаются вместе с проектным заданием на проектирование кулачка.

## 6.2. Законы движения толкателя внутри фазовых углов

Изменение кинематических параметров толкателя в ходе выполнения технологического процесса лимитируется законом движения. Под законом движения понимается, как правило, изменение аналогов ускорений толкателя по углу поворота кулачка. Ниже приведены чаще всего употребляемые законы изменения аналогов ускорений: синусоидальный, косинусоидальный, с постоянным и линейно изменяющимся ускорением.

Синусоидальный закон движения толкателя. Аналоги ускорения на фазе удаления изменяются по зависимости

$$\frac{d^2s}{d\varphi^2} = A\sin\frac{2\pi}{\varphi_{уд}}\varphi, \qquad (6.1)$$

где $A$ – амплитуда гармонической функции; $\varphi_{уд}$ – значение фазового угла удаления; $\varphi$ – текущее значение угла поворота кулачка.

Интегрируя выражение (6.1), получим для аналогов скоростей толкателя следующую зависимость:

$$\frac{ds}{d\varphi} = -A\frac{\varphi_{уд}}{2\pi}\cos\frac{2\pi}{\varphi_{уд}}\varphi + C_1, \qquad (6.2)$$

где $C_1$– постоянная интегрирования.

И, наконец, интегрируя выражение (6.2), получим формулу для перемещения конца толкателя:

$$s = -A\frac{\varphi_{уд}^2}{4\pi^2}\sin\frac{2\pi}{\varphi_{уд}}\varphi + C_1\varphi + C_2, \qquad (6.3)$$

где $C_2$ – постоянная повторного интегрирования.

Поскольку постоянные интегрирования $C_1$ и $C_2$ полностью определяются начальными условиями задачи, то, принимая в момент начала движения конца толкателя $S = 0$, $\frac{ds}{d\varphi} = 0$, получим

$$C_1 = A\sin\frac{\varphi_{уд}}{2\pi},\ C_2 = 0. \qquad (6.4)$$

Для определения амплитуды $A$ используется граничное условие $s(\varphi_{уд}) = h$.

Следовательно, из закона движения (6.3) с учетом постоянных (6.4) имеем

$$A = \frac{2\pi h}{\varphi_{уд}^2}. \qquad (6.5)$$

Таким образом, с учетом формул (6.3) – (6.5) закон перемещения толкателя на фазе удаления принимает следующий вид:

$$s = -\frac{h}{2\pi}\sin\frac{2\pi}{\varphi_{уд}}\varphi + \frac{h}{\varphi_{уд}}\varphi. \qquad (6.6)$$

Дифференцируя (6.6), для аналога скорости толкателя получим

$$\frac{ds}{d\varphi} = \frac{h}{\varphi_{уд}}(1 - \cos\frac{2\pi}{\varphi_{уд}}\varphi). \qquad (6.7)$$

На основании формул (6.6), (6.7) можно определить численные значения перемещений $s_i(\varphi_i)$, аналогов скорости $\frac{ds}{d\varphi}_i$ $(\varphi_i)$ и построить график синусоидального закона движения для любых числовых значений $\varphi_i(i = 0,1,2\ldots n)$, если $0 \le \varphi_i \le \varphi_{уд}$. Как правило, углы $\varphi_i$ отстоят друг от друга с постоянным шагом, например, 10°.

На фазе дальнего стояния координата конца толкателя постоянна $s(\varphi) = h$ и не зависит от угла поворота кулачка. Вместе с тем угол поворота кулачка увеличивается и в конце фазы дальнего выстоя толкателя будет равен $\varphi_с = \varphi_{уд} + \varphi_{д.с}$

Если синусоидальный закон используется для фазового угла приближения, то математическая зависимость аналогов ускорений от угла поворота кулачка принимает следующий вид:

$$\frac{d^2s}{d\varphi^2} = -B\sin\frac{2\pi}{\varphi_{пр}}(\varphi - \varphi_с), \qquad (6.8)$$

где $B = \frac{2\pi h}{\varphi_{пр}^2}$ – амплитуда гармонической функции на фазе приближения толкателя к центру вращения кулачка; $\varphi$– текущее значение угла поворота кулачка, причем область определения $\varphi_с \le \varphi \le \varphi_{пр} + \varphi_с$.

Интегрируя дважды выражение для аналогов ускорений (6.8), найдем, что перемещение конца толкателя осуществляется по закону

$$s = \frac{h}{2\pi}\sin(\frac{2\pi}{\varphi_{пр}}(\varphi - \varphi_с)) - \frac{h}{\varphi_{пр}}(\varphi - \varphi_с) + h. \qquad (6.9)$$

Непосредственной подстановкой значения $\varphi = \varphi_{пр} + \varphi_с$ в закон движения (6.9) можно убедиться, что $s(\varphi_{пр} + \varphi_с) = 0$, т.е. толкатель вышел на окружность минимального радиуса кулачка.

Косинусоидальный закон движения толкателя. Аналоги ускорений при $0 \le \varphi \le \varphi_{уд.}$ для фазы удаления толкателя от центра вращения кулачка в этом случае определяются функцией

$$\frac{d^2s}{d\varphi^2} = A_1\cos\frac{\pi}{\varphi_{уд}}\varphi \qquad (6.10)$$

и функцией

$$\frac{d^2s}{d\varphi^2} = -B_1\cos(\frac{\pi}{\varphi_{пр}}(\varphi - \varphi_с)) \qquad (6.11)$$

для фазы приближения толкателя. В формулах (6.10) и (6.11) принято: $A_1$,$B_1$– амплитуды гармонической функции для каждой из фаз; $\varphi_c$– суммарный угол поворота кулачка перед началом фазы приближения согласно (6.11) меняется в пределах $\varphi_c \le \varphi \le \varphi_c + \varphi_{пр}$.

Дважды интегрируя (6.10), получим закон перемещения толкателя на фазе удаления:

$$s = \frac{h}{2}(1 - \cos\frac{\pi}{\varphi_{уд}}\varphi). \qquad (6.12)$$

Аналогично на основании (6.11) получим формулу

$$s = \frac{h}{2}(1 + \cos\frac{\pi}{\varphi_{пр}}(\varphi - \varphi_c)), \qquad (6.13)$$

которая определяет закон движения толкателя на фазе приближения.

Закон линейно-убывающих аналогов ускорений. На фазе удаления толкателя при $0 \le \varphi \le \varphi_{уд}$ имеем

$$\frac{d^2 s}{d\varphi^2} = A_2 - \frac{2A_2}{\varphi_{уд}}\varphi, \qquad (6.14)$$

где $A_2$– начальное значение аналога ускорений.

При начальных условиях $\varphi = 0$, $s = 0$, $\frac{ds}{d\varphi} = 0$ после двукратного интегрирования (6.14) получим перемещение

$$s = A_2(\frac{\varphi^2}{2} - \frac{\varphi^3}{3\varphi_{уд}}) \qquad (6.15)$$

Используя граничное условие $\varphi = \varphi_{уд}$, $s = h$ имеем для начального значения аналогов ускорений

$$A_2 = \frac{6h}{\varphi_{уд}^2}. \qquad (6.16)$$

На основании (6.15) с учетом (6.16) имеем для фазы удаления следующий закон перемещений толкателя:

$$s = h\left(3\left(\frac{\varphi}{\varphi_{уд}}\right)^2 - 2\left(\frac{\varphi}{\varphi_{уд}}\right)^3\right) \qquad (6.17)$$

Аналогично для $\varphi_c \le \varphi \le \varphi_{пр} + \varphi_c$ получают закон перемещений толкателя для фазы приближения:

$$s = h - \frac{6h}{\varphi_{пр}^2}\left(\frac{(\varphi - \varphi_с)^2}{2} - \frac{(\varphi - \varphi_с)^3}{3\varphi_{пр}}\right) \qquad (6.18)$$

Формулы (6.17), (6.18) полностью определяют закон перемещения толкателя при линейном законе изменения аналогов ускорений.

Закон постоянных аналогов ускорений внутри фаз (параболический по перемещению толкателя). Для этого закона характерно мгновенное изменение знака аналога ускорений внутри фазового угла (см. рис. 6.1). Известно [5], что разрыв функции ускорений является признаком так называемого мягкого удара. Представление об ударе не является буквальным, а связано с изменением знака сил инерции действующих на толкатель. В этом смысле мгновенный отрыв толкателя от поверхности кулачка, равно как и мгновенное прижатие, являются ударами.

Допустим, что на фазе удаления толкателя при $0 \le \varphi \le \varphi_1$ положительное значение аналога ускорений

$$\frac{d^2 s}{d\varphi^2} = A_1 \qquad (6.19)$$

Интегрируя (6.19) при начальных условиях $\varphi = 0$, $\frac{ds}{d\varphi} = 0$, получим

$$\frac{ds}{d\varphi} = A_1\varphi \qquad (6.20)$$

Как видно из рис. 6.1, высота треугольника аналога скорости равна площади прямоугольников аналогов ускорений. Поэтому имеет место соотношение

$$\frac{\varphi_1}{\varphi_2} = \frac{A_2}{A_1} = k, \qquad (6.21)$$

где $k$ – коэффициент, зависящий от участков с положительными и отрицательными ускорениями на фазовом угле удаления. Обычно $0 < k < 1$.

Поскольку $\varphi_1 + \varphi_2 = \varphi_{уд}$, то

$$\varphi_1 = \frac{\varphi_{уд} k}{k+1},$$

$$\varphi_2 = \frac{\varphi_{уд}}{k+1}. \qquad (6.22)$$

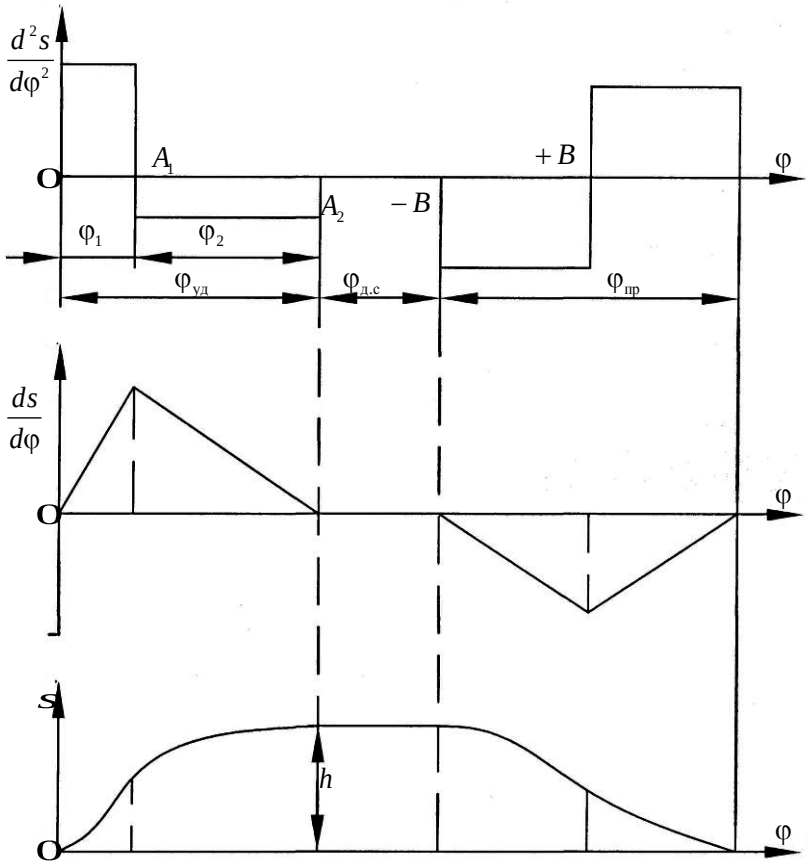



Рис.6.1. Закон движения толкателя с постоянными значениями аналогов ускорений внутри фазовых углов

Интегрируя (6.20) при $0 \le \varphi \le \varphi_1$ с положительным ускорением, получим на участке $\varphi_1$ закон перемещения толкателя:

$$S = \frac{A_1\varphi^2}{2} \ . \qquad (6.23)$$

Чтобы найти аналитические зависимости на участке, где аналог ускорения отрицательный, необходимо последовательно интегрировать

$$\frac{d^2s}{d\varphi^2} = -A_2 = -kA_1, \qquad (6.24)$$

используя при этом начальные условия $\frac{ds}{d\varphi}(\varphi_1), s(\varphi_1)$ согласно формулам (6.20) и (6.23). Итак, при $\varphi_1 \le \varphi \le \varphi_{уд}$ имеем

$$\frac{ds}{d\varphi} = -A_1 k\varphi + A_1(k+1)\varphi_1, \qquad (6.25)$$

$$s = -A_1 k\frac{\varphi^2}{2} + A_1\varphi_1(k+1)\varphi - \frac{A_1\varphi_1^2}{2}(1+k)\ . \qquad (6.26)$$

Используя граничное условие $s(\varphi_{уд}) = h$, а также формулы (6.22), находим

$$A_1 = \frac{2h(1+k)}{k\varphi_{уд}^2}. \qquad (6.27)$$

Таким образом, при асимметрии изменения аналогов ускорений на фазе удаления на каждом участке для описания необходимо свое аналитическое выражение.

Пусть для фазы приближения задан симметричный закон движения, как на рис. 6.1. Для аналогов ускорений имеем

$$\frac{d^2s}{d\varphi^2} = \mp B. \qquad (6.28)$$

Будем считать, что угол поворота меняется в пределах $0 \le \varphi \le \varphi_{пр}$. При отрицательном значении аналога ускорений ($-B$) после интегрирования (6.28) получим

$$s = -B\frac{\varphi^2}{2} + h, \qquad (6.29)$$

а при положительном $B$ и $\frac{1}{2}\varphi_{пр} \le \varphi \le \varphi_{пр}$ имеем

$$s = -B\frac{\varphi^2}{2} - B\varphi_{пр}\varphi + 2h. \qquad (6.30)$$

Из граничного условия $s(\varphi_{пр}) = 0$ находим $B = \frac{4h}{\varphi_{пр}^2}$. Следует иметь

ввиду, что если в формуле (6.27) принять $k = 1$, то получим тот же результат для фазы удаления.

Закон линейно-возрастающих аналогов ускорения. При этом законе происходит мгновенное изменение ускорений внутри фазовых углов, то есть $0 \le \varphi \le \frac{\varphi_{уд}}{2}$ имеет место мягкий удар.

На фазе удаления толкателя при симметричном исполнении закона для угла поворота кулачка на интервале аналоги ускорений изменяются по такой зависимости:

$$\frac{d^2 s}{d\varphi^2} = A\varphi. \qquad (6.31)$$

Последовательно интегрируя выражение (6.31) при начальных условиях $\varphi = 0$, $s = 0$, $\frac{ds}{d\varphi} = 0$, получим для аналога скорости и перемещения следующие выражения:

$$\frac{ds}{d\varphi} = A\frac{\varphi^2}{2}, \qquad (6.32)$$

$$s = A\frac{\varphi^3}{6}. \qquad (6.33)$$

Обычно ход толкателя известен заранее по условию задачи. Допустим, что при $\varphi = \varphi_{уд}$ имеем $s = h$. Тогда

$$\frac{h}{2} = A\frac{\varphi_{уд}^3}{48}$$

и, следовательно,

$$A = \frac{24h}{\varphi_{уд}^3}. \qquad (6.34)$$

Таким образом, постоянная $A$ зависит от проектных параметров. Для дальнейшего описания закона движения толкателя на фазе удаления при $\frac{\varphi_{уд}}{2} \le \varphi \le \varphi_{уд}$, аналоги ускорений по условию симметрии будут иметь вид

$$\frac{d^2 s}{d\varphi^2} = A(\varphi - \varphi_{уд}). \qquad (6.35)$$

При интегрировании функции (6.35) начальными условиями для определения постоянных интегрирования согласно (6.32), (6.33) будут следующие значения:

$$\frac{ds}{d\varphi}\left(\frac{\varphi_{уд}}{2}\right)=A\frac{\varphi_{уд}^2}{8}, \quad s\left(\frac{\varphi_{уд}}{2}\right)=A\frac{\varphi_{уд}^3}{48}.$$

Графическое представление закона линейно-возрастающих аналогов ускорений показано на рис. 6.2.

В результате интегрирования аналога ускорений (6.35) при известных начальных условиях получим для аналогов скорости следующее выражение:

$$\frac{ds}{d\varphi}=\frac{A}{2}(\varphi-\varphi_{уд})^2, \tag{6.36}$$

а для перемещений

$$s=\frac{A}{6}\left((\varphi-\varphi_{уд})^3+\frac{1}{4}\varphi_{уд}^3\right). \tag{6.37}$$

Таким образом, на фазе удаления закон перемещения толкателя по углу поворота кулачка описывается последовательно с помощью зависимостей (6.33), (6.37). При этом постоянная $A$ вычисляется по формуле (6.34).

Математическое описание закона линейно-возрастающих аналогов ускорений на фазе приближения проще всего провести с помощью линейной замены аргумента $\psi=\varphi-\varphi_{д.с}-\varphi_{уд}$. Это равносильно тому, что угол поворота кулачка $\varphi$ на фазе приближения заменяется изменением параметра $0\le\psi\le\varphi_{пр}$. Обозначим коэффициент линейной функции аналогов ускорений на фазе приближения через $B$.

При $0\le\psi\le\frac{\varphi_{пр}}{2}$ имеем $\frac{d^2s}{d\psi^2}=-B\psi$.

Аналоги скорости

$$\frac{ds}{d\psi}=-B\frac{\psi^2}{2}+C_1, \tag{6.38}$$

а перемещения

$$s=-B\frac{\psi^3}{6}+C_1\psi+C_2. \tag{6.39}$$

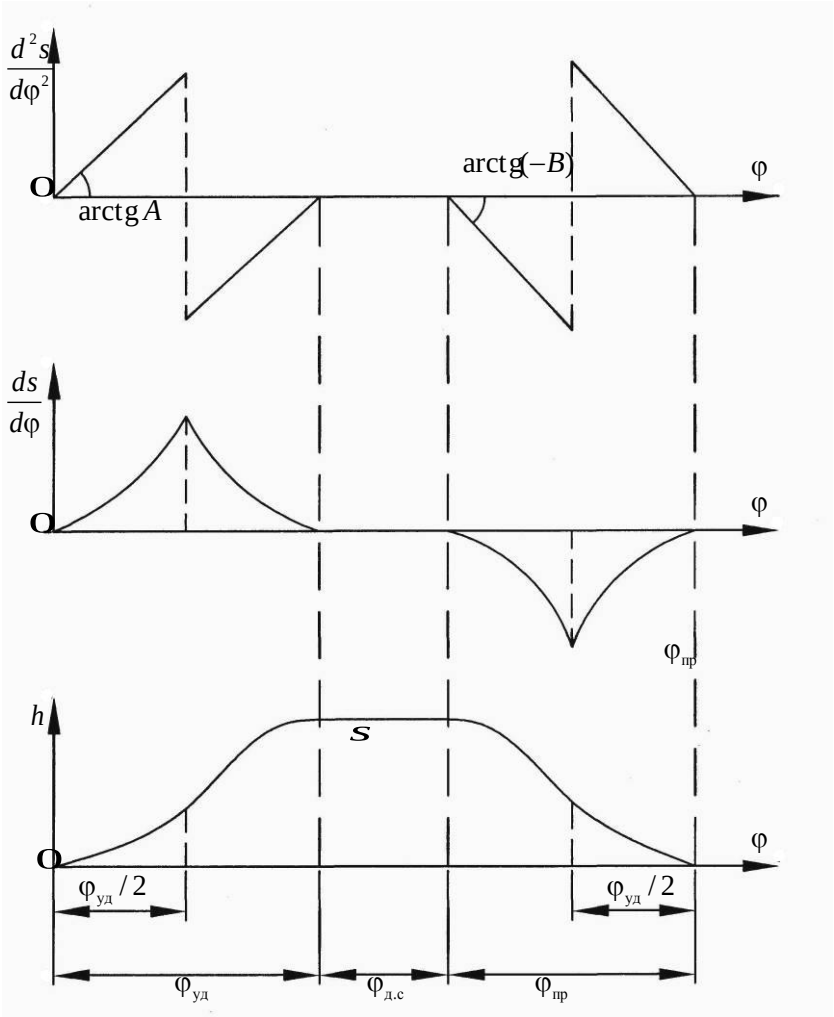



Рис. 6.2. Закон движения толкателя с линейно-возрастающими аналогами ускорений внутри фазовых углов

Постоянные интегрирования определяется из условий: $\psi = 0$,

$$\frac{ds}{d\psi}(0) = 0\,,$$

$C_1 = 0$, $s(0) = h$, $C_2 = h$. Следовательно, постоянная

$$B = \frac{24h}{\varphi_{пр}^3}.$$

Если параметр лежит в пределах $\frac{\varphi_{пр}}{2} \le \varphi \le \varphi_{пр}$, то для определения перемещений толкателя по углу поворота получим следующую функцию:

$$s = -\frac{B}{6}(\psi - \varphi_{пр})^3, \tag{6.40}$$

а для аналогов скорости

$$\frac{ds}{d\psi} = -\frac{B}{2}(\psi - \varphi_{пр})^3. \tag{6.41}$$

Наличие мягких ударов внутри фазовых углов движения не является обязательным признаком. К законам движения толкателя с мягкими ударами относят также описанные ранее косинусоидальный и линейно-убывающие аналоги ускорений. У этих законов разрыв функции ускорений происходит при переходе толкателя с одной фазы на другую.

Линейный закон перемещения толкателя. Этот закон обеспечивает постоянство аналогов скорости толкателя внутри фаз движения.

На фазе удаления перемещение толкателя пропорционально углу поворота кулачка:

$$s = \frac{h}{\varphi_{уд}}\varphi. \tag{6.42}$$

На фазе приближения также имеет место линейная функция

$$s = h - \frac{h}{\varphi_{пр}}(\varphi - \varphi_c). \tag{6.43}$$

Дифференцируя (6.42) или (6.43), получим постоянное значение аналога скорости. Если до перехода, например, на фазу удаления толкатель был неподвижен, то это означает, что скорость толкателя изменилась скачком, а ускорение теоретически равно бесконечности. Разрыв первой производной от функции является признаком жесткого удара. Следовательно, при линейном законе перемещения толкателя в начале и конце каждой фазы движения возникают жесткие удары. Благодаря деформации звеньев кулачкового механизма ни ускорение, ни пропорциональные ему приведенные силы инерции практически не являются бесконечными. Однако закон линейного перемещения толкателя используют только в тихоходных кулачковых механизмах.

Двойной гармонический закон перемещения толкателя используется в быстроходных кулачковых механизмах. На фазе удаления имеем

$$s = \frac{h}{2}(1 - \cos\frac{\pi}{\varphi_{уд}}\varphi) - \frac{h}{8}(1 - \cos\frac{2\pi}{\varphi_{уд}}\varphi). \qquad (6.44)$$

Закон (6.44), синусоидальный закон (6.1) и все полигармонические законы движения толкателя внутри фазовых углов вращения кулачка относятся к безударным законам.

Сравнить законы движения толкателя между собой можно по максимальным значениям аналогов ускорений. Пусть закон движения симметричный, фазовый угол равен $\varphi_{уд}$, ход толкателя равен $h$. Согласно симметричному закону постоянных ускорений, максимальное значение аналога ускорений при $k$=1 на основании (6.27) будет равно $A_{1max} = \frac{4h}{\varphi_{уд}^2}$, для линейно-убывающего закона на основании (6.16) имеем $A_{2max} = \frac{6h}{\varphi_{уд}^2}$, а для закона с линейно-возрастающими аналогами ускорений с учетом (6.31) $A_{max} = \frac{24h}{\varphi_{уд}^2}$.Таким образом, при одинаковой частоте вращения кулачка максимальное ускорение толкателя при линейно-убывающем законе в 1,5, а при линейно-возрастающем в 6 раза больше, чем при постоянных ускорениях.

Вышеперечисленные законы движения относятся к простейшим законам движения толкателя внутри фаз. Дополнительные сведения о законах движения можно получить из специальной литературы и учебников [1], [5].

## 6.3. Определение минимальных габаритов кулачковых механизмов

Исходными данными для решения задачи служат: фазовые углы движения кулачка $\varphi_{уд}, \varphi_{д.с}, \varphi_{пр}$; максимальное перемещение толкателя $h$; закон движения толкателя внутри фазовых углов. Существует бесчисленное множество кулачковых механизмов, удовлетворяющих заданным законам движения. Наивыгоднейшим результатом решения задачи следует считать то, при котором механизм имеет наименьшие размеры и в тоже время является приемлемым как с конструктивной точки зрения, так и в отношении прочности.

При графическом методе определения минимальных габаритов механизма используют так называемую объединенную диаграмму – зависимость перемещений толкателя от аналогов скорости $s = s\left(\frac{ds}{d\varphi}\right)$. С ее помощью и допустимых углов давления $\alpha_{max}$ можно определить как минимальный габарит кулачка, так и учесть динамические возможности механизма. Для кулачковых механизмов с поступательно движущимся толкателем, предельные углы давления $\alpha_{max}$ лежит в пределах 30°- 40°, а для механизмов с качающимся толкателем 40°- 45°.

Допустим, что для кулачкового механизма с поступательно движущимся толкателем на фазе удаления его перемещения $s = s(\varphi)$ и аналогии скорости $\frac{ds}{d\varphi} = \frac{ds}{d\varphi}(\varphi)$ определены по зависимостям (3.6), (3.7). Каждому углу поворота $\varphi_i$ соответствуют свои значения $s(i)$, $\frac{ds}{d\varphi}(i)$. На плоскости с учетом масштабного коэффициента $\mu$ будем откладывать перемещения $s(i)$ по оси ординат, а значение аналогов скоростей $\frac{ds}{d\varphi}(i)$ будем откладывать по оси абсцисс для каждого положения кулачка $\varphi_i$. Получим, как показано на рис.6.3, кривую соответствующую правой стороне от оси ординат.

Используя функцию (6.9) и ее производную для фазы приближения, находим точки $s(k)$, $\frac{ds}{d\varphi}(k)$ соответствующие объединенной диаграмме с левой стороны от оси ординат. Таким образом, на фазе удаления $\frac{ds}{d\varphi}(i) \geq 0$, на фазе приближения $\frac{ds}{d\varphi}(k) \leq 0$.

Под углом давления $\alpha_{max}$ по отношению к оси ординат проводим касательные к графику $s = s\left(\frac{ds}{d\varphi}\right)$. Точка $O$, пересечения касательных даст положение геометрической оси вращения кулачка, который может выполнить требуемый закон движения толкателя. Минимальный радиус кулачка $r_{min}$ будет равен расстоянию от координаты оси вращения $0$, до

точки $O$ – начала объединенной диаграммы. Выбор оси вращения кулачка в любой точки заштрихованной области удовлетворяет условиям динамики, когда углы давления $\alpha < \alpha_{max}$. Здесь же на рис.3.3 показан эксцентриситет $e$ – положение линии перемещения толкателя относительно оси вращения кулачка. Если $e = 0$, то кулачковый механизм называют центральным. Однако минимальный радиус кулачка $r_{min} = O_2 0$ в этом случае будет больше, а, следовательно, возрастут габариты кулачкового механизма для одного и того же закона движения толкателя.

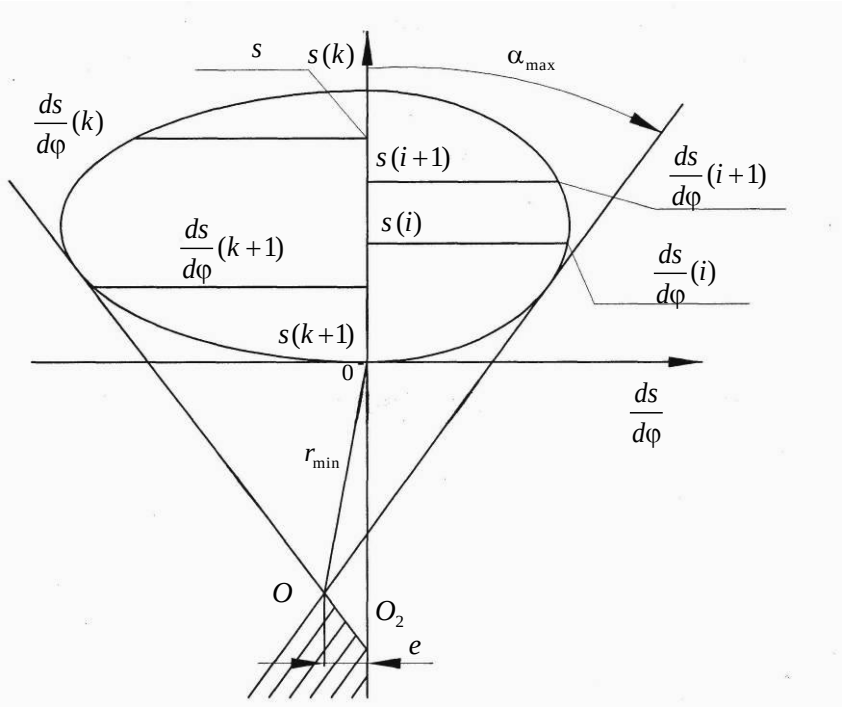



Рис.6.3 Определение минимального радиуса кулачка с поступательно движущимся толкателем

Для кулачкового механизма с качающимся толкателем (рис.3.4) заданны: закон изменения угловых перемещений $\beta = \beta(\varphi)$, длина коромысла $l$ угол размаха $\beta_{max}$ и предельный угол давления $\alpha_{max}$. Разметку

положений $\beta(\varphi_i)$ коромысла можно поводить и по дуге конца коромысла $s`(\varphi_i)$, так как дуга и угловые перемещения пропорциональны $s(\varphi_i) = l \cdot \beta(\varphi_i)$, например: $h = l \cdot \beta_{\max}$. Аналоги линейных и угловых скоростей так же пропорциональны $\frac{ds}{d\varphi}(i) = l\frac{d\beta}{d\varphi}(i)$.

Построение объединенной диаграммы $s = s\left(\frac{ds}{d\varphi}\right)$ начинается с построения положений коромысла, используя заданный закон движения $\beta(\varphi)$ или $s(\varphi)$.

Учитывая масштабный коэффициент $\mu_l\left[\frac{\text{м}}{\text{мм}}\right]$, радиусом *BC* наносят дугу (рис.6.4). На дуге, начиная от положения $C_0B$, отмечают положение $s(i)$ конца коромысла на фазе удаления. Затем на положении коромысла откладывают аналоги скоростей $\frac{ds}{d\varphi}(i)$. Соединив полученные точки, находим участок объединенной диаграммы на фазе удаления толкателя.

Перемещение конца толкателя *BC* на фазе приближения откладывают на дуге $CC_0$ положениями $s(k)$ с графика перемещения толкателя. Аналоги скоростей $\frac{ds}{d\varphi}(k)$ откладывают на положениях толкателя вне дуги $CC_0$. На рис.6.4 отрезки аналогов скоростей отложены слева от дуги. Совокупность точек $\frac{ds}{d\varphi}(k)$ образует кривую объединенной диаграммы на фазе приближения.

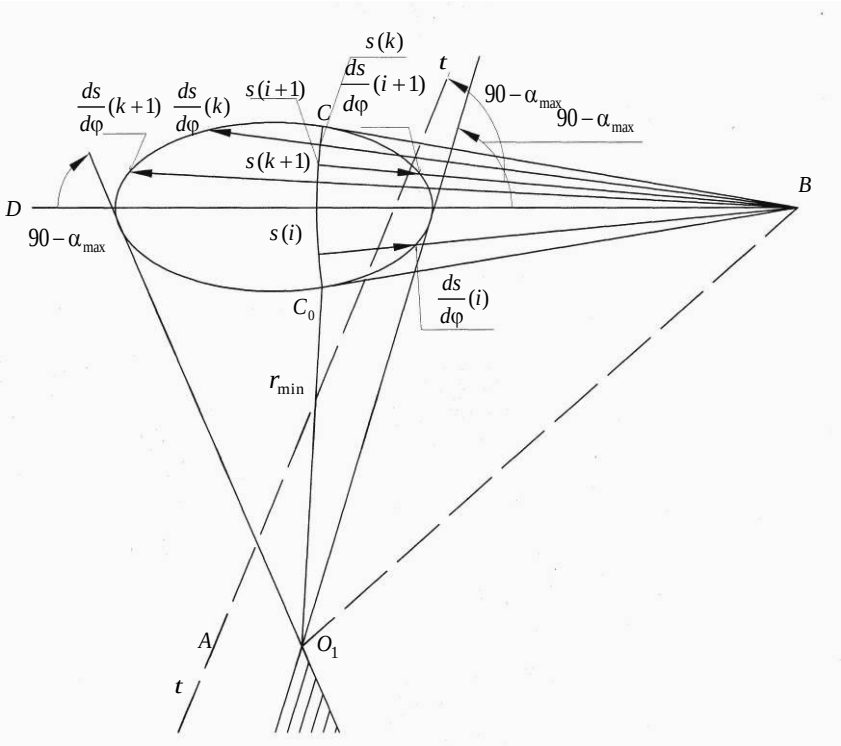



Рис.6.4 Определение минимального радиуса кулачка с качающимся толкателем

Чтобы определить минимальный габарит кулачкового механизма с качающимся толкателем следует воспользоваться предельным углом давления $\alpha_{max}$. Для этого в каждой точке $\frac{ds}{d\varphi}(i)$ проводят прямые линии под углом $90° - \alpha_{max}$ по отношению к коромыслу.

Например, можно выбрать центр вращения кулачка на линии *tt*, проведенной к положению коромысла $B\,S\,(i+1)$ в точке объединенной диаграммы $\frac{ds}{d\varphi}(i+1)$. Возможным центром вращения кулачка допустим будет точка *A*. Если выбрать центр вращения кулачка левее прямой *tt*, то угол давления будет больше допустимого $\alpha_{max}$. Следовательно,

решение не удовлетворяет поставленной задаче. Компромисс может быть найден в упрощенном методе выбора центра вращения кулачка, когда касательные к диаграмме проводятся под углом $90-\alpha_{max}$ к линии $BD$, проходящей через середину дуги перемещения конца коромысла $C$. Пересечение касательных в точке $O_1$ определят центр вращения кулачка с минимальным радиусом $r_{min} = O_1C_0$. На чертеже снимают не только минимальный радиус кулачка, но и межосевое расстояние $O_1B$.

### 6.4. Определение координат профиля кулачка в механизме с поступательно движущимся толкателем

Дано: минимальный радиус профиля кулачка $r_o$ и смещение положения толкателя относительно центра вращения кулачка $e$ (рис. 6.5). Минимальное расстояние конца толкателя $C_0A$ по отношению к центру вращения кулачка $O$

$$s_0 = \sqrt{r_0^2 - e^2}$$

Для решения задачи по определению координат профиля кулачка введем полярную систему координат $R$, $\psi$. За начало отсчета выберем центр вращения кулачка $O$. Тогда угол $\psi$ будет углом профиля кулачка, а $R$ – текущий радиус-вектор профиля.

Введем текущий угол поворота кулачка $\varphi$ и соответствующее перемещение конца толкателя $s(\varphi)$, значение которого определяется одним из законов движения внутри фаз.

Из рис.6.5. видно, что угол профиля кулачка $\psi = \varphi - \angle C_0OC$. Из треугольников $CAO$ и $C_0AO$ находим, что угол

$$\angle C_0OC = \operatorname{arctg}\frac{s_0 + s(\varphi)}{e} - \operatorname{arctg}\frac{s_0}{e}.$$

Следовательно, угол профиля кулачка

$$\psi = \varphi + \operatorname{arctg}\frac{s_0}{e} - \operatorname{arctg}\frac{s_0 + s(\varphi)}{e}. \qquad (6.45)$$

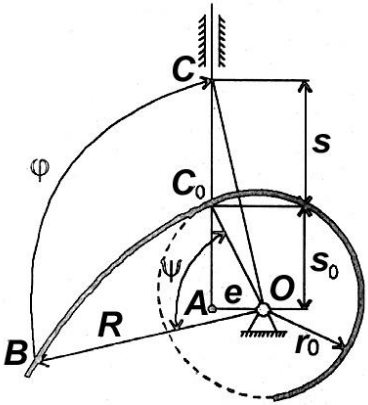



Рис. 6.5. Схема к определению координат профиля кулачка с поступательно движущимся толкателем

Радиус-вектор точки профиля R = *OB* = *OC*. Поэтому на основании теоремы Пифагора имеем

$$R = \sqrt{(s_0 + s(\varphi))^2 + e^2}\ . \qquad (6.46)$$

Формулы (6.45) и (6.46) полностью определяют координаты профиля кулачка в полярной системе координат.

В случае центрального кулачкового механизма смещение линии перемещения толкателя $e = 0$. Следовательно, $s_0 = r_0$, $\psi = \varphi$, $R = r_0 + s(\varphi)$.

## 6.5. Определение координат профиля кулачка в механизме с качающимся толкателем

Введем полярную систему координат $R$, $\psi$. Угол профиля фиксирует положение радиуса-вектора $R$ относительно выбранной линии отсчета $O_1C_0$ (рис. 6.6), а радиус-вектор определяет положение точки $B$ профиля кулачка относительно центра вращения $O_1$.

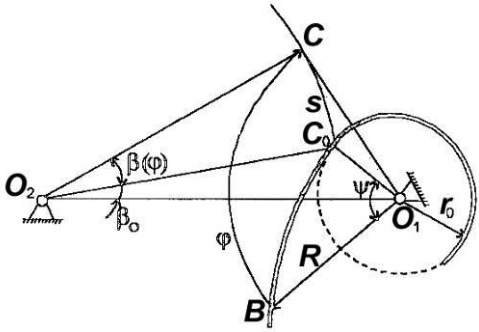



Рис. 6.6. Схема к определению координат профиля кулачка с качающимся толкателем

Дано: минимальный радиус профиля кулачка, длина коромысла $O_2C = l$ и межцентровое расстояние $O_1O_2 = a$. Задан также закон перемещения конца толкателя $s(\varphi)$ по углу поворота кулачка внутри каждой фазы движения толкателя. Угол поворота коромысла $\beta$ в радианах будет равен

$$\beta(\varphi) = \frac{s(\varphi)}{l}. \qquad (6.47)$$

Из треугольника $C_0O_1O_2$ на основании теоремы косинусов можно записать так:

$$r_0^2 = a^2 + l^2 - 2al\cos\beta_0.$$

Отсюда находим минимальный угол $\beta_0$, на который приблизится коромысло к линии центров механизма:

$$\beta_0 = \arccos\frac{a^2 + l^2 - r_0^2}{2al}. \qquad (6.48)$$

Длину радиус-вектора профиля $R = O_1C$ определим из треугольника $CO_1O_2$при повторном использовании теоремы косинусов:

$$R = \sqrt{l^2 + a^2 - 2al\cos(\beta_0 + \beta(\varphi))}. \qquad (6.49)$$

Угол профиля $\psi$ определим как текущий угол поворота кулачка $\varphi$ за вычетом угла $C_0O_1C$, т. е.

$$\psi = \varphi - \angle C_0O_1C.$$

В свою очередь, из геометрических построений

$$\angle C_0O_1C = \angle CO_1O_2 - \angle C_0O_1O_2.$$

Из треугольника $C_0O_1O_2$ на основании теоремы синусов имеем

$$\frac{\sin\angle C_0O_1O_2}{\sin\beta_0} = \frac{l}{r_0}.$$

Следовательно,

$$\angle C_0O_1O_2 = \arcsin(\frac{l}{r_0\sin\beta_0}).$$

Из треугольника $CO_1O_2$, используя теорему синусов, имеем

$$\angle CO_1O_2 = \arcsin(\frac{l}{R}\sin(\beta_0 + \beta(\varphi))).$$

Таким образом, угол профиля кулачка $\psi$ в зависимости от текущего значения угла поворота $\varphi$ определяется так:

$$\psi = \varphi + \arcsin(\frac{l}{r_0}\sin\beta_0) - \arcsin(\frac{l}{R}\sin(\beta_0 + \beta(\varphi))) \qquad (6.50)$$

Формулы (6.49), (6.50) совместно с (6.47) и (6.48) полностью определяют значения координат профиля кулачка в полярной системе координат.

### 6.6. Подготовка исходных данных для вычерчивания профиля

В данные для определения координат профиля войдут фазовые углы движения $\varphi_{уд}, \varphi_{д.с}, \varphi_{пр}$, максимальный ход толкателя $h$, минимальный радиус кулачка $r_0$. В том случае, если кулачок с поступательно движущимся толкателем, в оператор данных войдет еще эксцентриситет $e$, а для кулачков с качающимся толкателем вместо эксцентриситета используют два параметра – длину коромысла $l$ и межцентровое расстояние $a$.

Количество значений координат профиля может быть выбрано произвольно, но не меньше, чем может быть реализовано с помощью графопостроителя. Допустим, что минимальным числом является 120 пар координат. Это значит, что вычисления будут произведены с шагом $\Delta\varphi = \frac{2\pi}{120}$. Количество вычисляемых значений координат на каждой фазе движения толкателя будет различным; определяется оно значениями фазовых углов. Например, для фазы удаления получим $n_1 = \frac{\varphi_{уд}}{\Delta\varphi}$ точек, а суммарное число точек на фазах удаления и дальнего стояния

$$n_2 = \frac{(\varphi_{уд} + \varphi_{д.с})}{\Delta\varphi}$$ и т. д.

В программе может быть предусмотрен перевод полярной системы координат в декартову систему. Формулы перевода:

$$X(k) = XO + R(k)\cos(\psi(k)),$$

$$Y(k) = YO + R(k)\sin(\psi(k)).$$

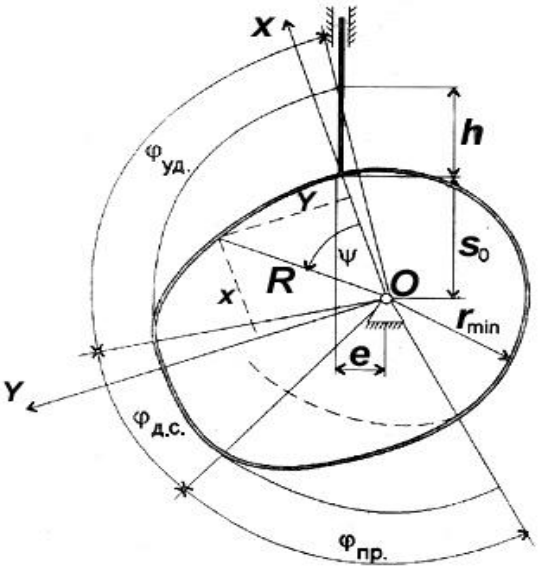



Рис. 6.7. Выбор взаимного расположения полярной и декартовой систем координат при вычерчивании профиля кулачка с поступательно движущимся толкателем.

На рис. 6.7 представлен результат графического построения профиля по вычисленным координатам.

Все вычисления координат могут быть проведены в одном цикле с использованием закона движения, заданного для каждой фазы отдельно.

# 7. УРАВНОВЕШИВАНИЕ МЕХАНИЗМОВ

## 7.1. Цели уравновешивания и балансировки

При движении звеньев с переменными скоростями (с ускорением) возникают силы инерции и их моменты, которые принято называть *динамическими нагрузками*. Их возникновение приводит к вибрации и шуму, которые устраняются *уравновешиванием* звеньев при проектировании механизма. Это достигается соответствующим подбором масс и моментов инерции.

Для устранения малой неуравновешенности, возникающей после изготовления звеньев и их монтажа из-за несоблюдения размеров в процессе изготовления, неточности сборки, неоднородности материала, звенья *балансируют.*

## 7.2. Условия уравновешенности ротора

Деталь, вращающаяся в опорах, называется ротором. При вращении какой-либо *i*-й массы *m* на нее действует сила инерции, которую можно разложить на нормальную $P_i^n$ и тангенциальную $P_i^\tau$ составляющие (рис.7.1).

Величины этих сил можно вычислить по формулам

$$\left.\begin{aligned} P_i^n &= m_i \rho_i \omega^2, \\ P_i^\tau &= m_i \rho_u \varepsilon. \end{aligned}\right\} \qquad (7.1)$$

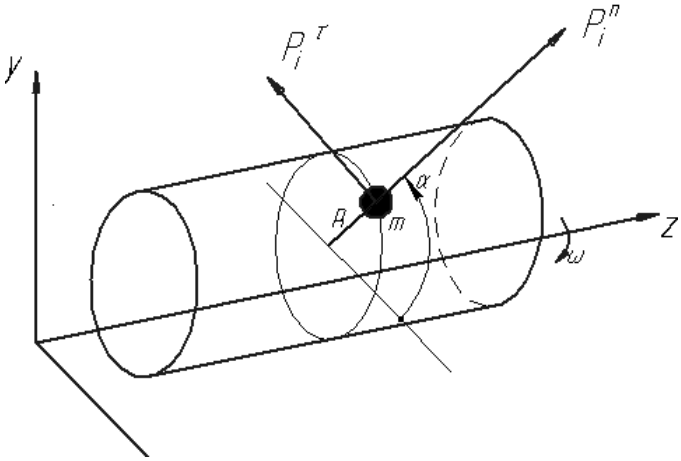



Рис. 7.1. Схема ротора

Спроектируем эти силы на оси *x, y, z* и определим моменты этих сил относительно осей:

$$\left.\begin{aligned}
P_{i_x} &= P_i^n \cdot \cos\alpha - P_i^\tau \cdot \sin\alpha,\\
P_{i_y} &= P_i^n \cdot \sin\alpha + P_i^\tau \cdot \cos\alpha,\\
P_{i_z} &= 0,\\
M_{i_x} &= P_{i_y} \cdot Z_i,\\
M_{i_y} &= P_{i_x} \cdot Z_i,\\
M_{i_z} &= P_i^\tau \cdot \rho_i = m_i \cdot \varepsilon \cdot \rho_i^2.
\end{aligned}\right\} \qquad (7.2)$$

Подставив (7.1) в (7.2) и просуммировав, получим (учитывая, что $\rho_i \cos\alpha = x_i$, $\rho_i \sin\alpha = y_i$)

$$\left.\begin{aligned}
P_x &= \sum_{i=1}^{n} P_{i_x} = \omega^2 \sum m_i x_i - \sum\sum m_i y_i,\\
P_y &= \sum_{i=1}^{n} P_{i_y} = \omega^2 \sum m_i y_i + \sum\sum m_i x_i,\\
M_x &= \sum_{i=1}^{n} M_{i_x} = \omega^2 \sum m_i y_i z_i + \sum\sum m_i x_i z_i,\\
M_y &= \sum_{i=1}^{n} M_{i_y} = \omega^2 \sum m_i x_i z_i - \sum\sum m_i y_i z_i,\\
M_z &= \sum M_{i_z} = \sum\sum m_i \rho_i^2.
\end{aligned}\right\}$$

$$\left.\begin{aligned}
P_x &= \omega^2 m x_S - \varepsilon m y_S,\\
P_y &= \omega^2 m y_S + \varepsilon m x_S,\\
M_x &= \omega^2 \Im_{yz} + \varepsilon \cdot \Im_{xz},\\
M_y &= \omega^2 \Im_{xz} - \varepsilon \cdot \Im_{yz},\\
M_z &= \varepsilon \cdot \Im_z.
\end{aligned}\right\} \qquad (7.3)$$

Последнее уравнение в (7.3) можно исключить, так как момент $M_z$ не создает дополнительной реакции в опорах ротора.

Силы $P_x$ и $P_y$, моменты $M_x$ и $M_y$ равны нулю в том случае, если координаты *x* и *y* массы *m* расположены на оси вращения *z* (т.е. центр масс ротора неподвижен):

$$\left.\begin{aligned} x_S &= 0, \\ y_S &= 0. \end{aligned}\right\} \qquad (7.4)$$

Это есть *условие статической уравновешенности ротора*.

Моменты $M_x$ и $M_y$ равны нулю, если центробежные моменты инерции ротора равны нулю:

$$\left.\begin{aligned} \Im_{yz} &= 0, \\ \Im_{xz} &= 0. \end{aligned}\right\} \qquad (7.5)$$

Это есть *условие динамической уравновешенности ротора*.

Выводы: ротор статически уравновешен, если его центр тяжести расположен на оси вращения; ротор динамически уравновешен, если его ось вращения является главной центральной осью инерции.

Уравновешенность ротора можно охарактеризовать и силовыми параметрами. Он статически уравновешен, если главный вектор сил индукции $\overline{P}_и = 0$. Ротор динамически уравновешен, если главный вектор моментов сил инерции $\overline{M}_и = 0$.

При проектировании роторов используют условия (7.4) и (7.5). При проверке уравновешенности изготовленных роторов используют условия $\overline{P}_и = 0$ и $\overline{M}_и = 0$. Устранение остаточной неуравновешенности уже изготовленного ротора, возникшей по причинам неточности изготовления, монтажа, из-за неоднородности материала, из которого изготовлен ротор, называется *балансировкой*. Техника статической и динамической балансировки жестких роторов изложена в [6] и входит в содержание лабораторного практикума по дисциплине.

## 7.3. Уравновешивание вращающихся масс

*Уравновешивание масс, находящихся в одной плоскости.*

Положения отдельных неуравновешенных масс $m_i$, расположенных на роторе, можно охарактеризовать величинами радиус-векторов $\overline{r}_i$ относительно оси его вращения. Система вращающихся масс будет уравновешена, если главный вектор сил инерции, действующих на эти массы при их совместном вращении, равен нулю:

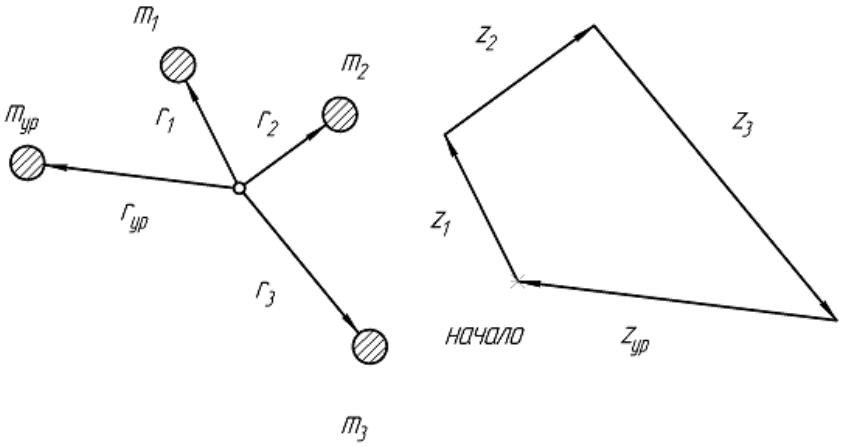
$$\overline{P}_и = \sum \overline{P}_i + \overline{P}_{ур} = 0,$$

где $\overline{P}_i$ – сила инерции, действующая на *i*-ю массу; $\overline{P}_{ур}$ – сила инер-

ции уравновешивающей массы $m_{ур}$, расположенной на расстоянии $r_{ур}$ от оси вращения ротора.

Сила инерции, действующая на *i*-ю массу, вращающуюся с постоянной скоростью $\omega$, равна $P_i = m_i\, r_i\, \omega^2$.

Рассмотрим систему, состоящую из трех неуравновешенных вращающихся масс $m_1$, $m_2$ и $m_3$ (рис. 7.2).




а б

Рис. 7.2. Система неуравновешенных масс (а) и план сил инерции (б)

Условием уравновешенности данной системы масс является уравнение

$$\overline{P}_и = \overline{P}_1 + \overline{P}_2 + \overline{P}_3 + \overline{P}_{ур} = 0.$$

Так как $P_i = m_i\, r_i\, \omega^2$, то это уравнение можно записать в виде

$$m_1 \overline{r}_1 \omega^2 + m_2 \overline{r}_2 \omega^2 + m_3 \overline{r}_3 \omega^2 + m_{ур} \overline{r}_{ур} \omega^2 = 0.$$

Так как $\omega^2 \neq 0$ (мы рассматриваем *вращающуюся* систему масс), то

$$m_1 \overline{r}_1 + m_2 \overline{r}_2 + m_3 \overline{r}_3 + m_{ур} \overline{r}_{ур} = 0. \qquad (7.6)$$

Уравнение (7.6) можно решить аналитическим и графическим методами.

При аналитическом методе решения составляются уравнения проекций сил на координатные оси, из которых находят являющееся неиз-

вестным последнее слагаемое.

Найдем $m_{ур}$ и $\overline{r}_{ур}$ графическим методом, то есть построением векторного многоугольника (см. рис. 7.2б), являющегося графической интерпретацией векторного уравнения (7.6). Предварительно выбираем масштаб сил

$$\mu_{mr} = \frac{m_1 r_1}{z_1},$$

где $z_1$ – длина вектора, изображающего силу $P_1 = m_1 r_1 \omega^2$, (мм).

Размерность масштаба $\frac{кг \cdot м}{мм}$ (если масса задана в *кг*, радиус – в *м*).

Переведем масштабом $\mu_{mr}$ другие известные слагаемые уравнения (7.6) в векторные отрезки:

$$z_2 = \frac{m_2 r_2}{\mu_{mr}}, \quad z_3 = \frac{m_3 r_3}{\mu_{mr}}, \quad мм$$

Тогда векторное уравнение (7.6) запишется в виде

$$\overline{Z}_1 + \overline{Z}_2 + \overline{Z}_3 + \overline{Z}_{ур} = 0.$$

Построив векторный силовой многоугольник (см. рис. 7.2б) в масштабе $\mu_{mr}$, из него определим длину вектора $z_{ур}$. Выбрав из конструктивных соображений величину $r_{ур}$, вычисляем уравновешивающую массу

$$m_{ур} = \frac{z_{ур} \cdot \mu_{mr}}{r_{ур}}.$$

Поместив ее на роторе в направлении вектора $r_{ур}$ на расстоянии от оси вращения, равном длине этого вектора, уравновесим ротор.

*Уравновешивание вращающихся масс, расположенных произвольно.*

Последовательность уравновешивания масс, расположенных произвольно, рассмотрим на примере ротора с системой четырех неуравновешенных масс (рис. 7.3). Пусть известны величины неуравновешенных масс $m_i$ и их положения относительно оси вращения ротора, обусловленные радиусами – векторами $r_i$ и расстояниями $\lambda_i$ относительно одной из произвольно выбранных плоскостей I, перпендикулярной оси вращения рассматриваемого ротора.

При вращении ротора и неуравновешенных масс с постоянной угло-

вой скоростью на каждую из масс действует сила инерции

$$P_i^n = m_i \rho_i \omega^2 .$$

Так как угловая скорость в рассматриваемом здесь частном случае является величиной постоянной, то угловое ускорение отсутствует (ε = 0) и тангенциальная составляющая силы инерции равна нулю.

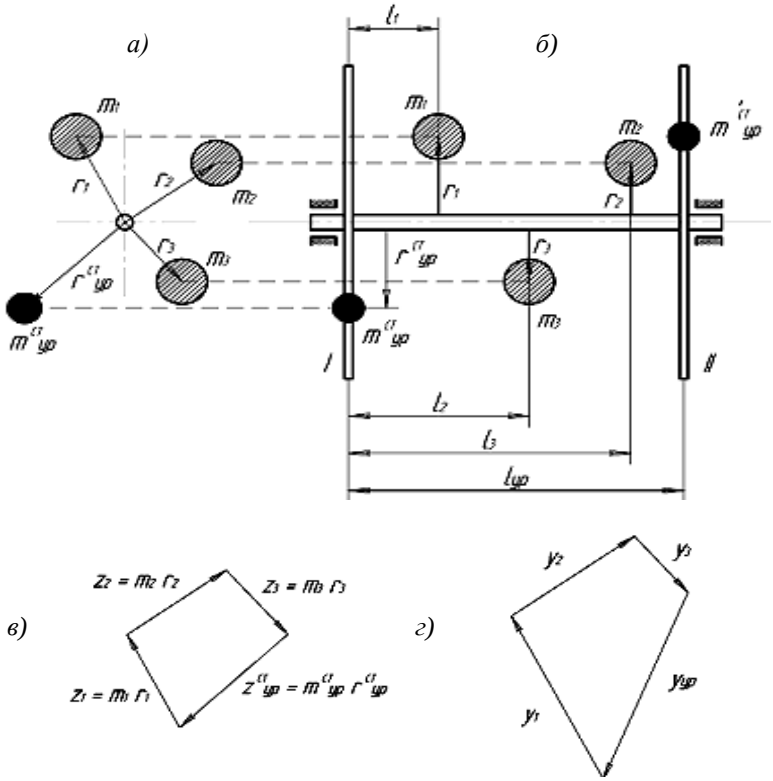



Рис. 7.3. Уравновешивание масс, расположенных произвольно:
а – вид на ротор с торца; б – вид на ротор с боку;
в – план сил при статическом уравновешивании;
г – план моментов сил при динамическом уравновешивании

Выбираем плоскости приведения I и II (см. рис. 7.3), в которых будем располагать уравновешивающие массы.

Задача заключается в том, что необходимо уравновесить массы *динамически.*

Сначала проводим *статическое* уравновешивание в плоскости I.

$$\overline{P}_и = 0 ,\ m_1 \overline{r}_1 + m_2 \overline{r}_2 + m_3 \overline{r}_3 + m_{ур} \overline{r}_{ур} = 0 ,$$

$$\bar{z}_1 + \bar{z}_2 + \bar{z}_3 + \bar{z}_{ур} = 0. \qquad (7.7)$$

Используя (7.7), построим векторный многоугольник и графически найдем $m_{ур}\bar{r}_{ур} = \mu_{mr}\bar{z}_{ур}$.

Уравновесим действие инерционных моментов, т.е. выполним условие $\overline{M}_и = 0$. Для этого запишем уравнения

$$\overline{M}_и = 0, m_1\bar{r}_1 l_1\omega^2 + m_2\bar{r}_2 l_2\omega^2 + m_3\bar{r}_3 l_3\omega^2 + m_{ур}'\bar{r}_{ур}' l\omega^2 = 0. \quad (7.8)$$

Так как $\omega^2 \neq 0$, то из уравнения (7.8) следует, что

$$m_1\bar{r}_1 l_1 + m_2\bar{r}_2 l_2 + m_3\bar{r}_3 l_3 + m_{ур}'\bar{r}_{ур}' l = 0. \qquad (7.9)$$

Решая графически векторное уравнение (7.9), находим $m_{ур}'\bar{r}_{ур}' l$.

Предварительно выбираем масштаб

$$\mu_{mrl} = \frac{m_1 r_1 l_1}{y_1}.$$

Тогда уравнение (7.9) запишется в виде

$$\bar{y}_1 + \bar{y}_2 + \bar{y}_3 + \bar{y}_{ур} = 0.$$

При этом принимаем, что векторы моментов $\overline{M}_и$ повернуты на 90° и совпадают с направлением $\bar{r}$.

$$y_{ур} \cdot \mu_{mrl} = m_{ур}' \cdot r_{ур}' \cdot l_{ур}. \qquad (7.10)$$

Находим из (7.10) величину $m_{ур}'$, задавшись $r_{ур}'$, или наоборот. Здесь $l_{ур}$ равна расстоянию между плоскостями приведения I и II.

Проводя от оси вращения ротора линию, параллельную $\bar{y}_{ур}$, откладываем на ней с противоположных сторон $r_{ур}$ и на концах этих векторов устанавливаем две уравновешивающие массы $m_{ур}'$. Причем одна из них будет расположена в плоскости I, другая – в плоскости II. Массы $m_{ур}$ и $m_{ур}'$ в плоскости I можно объединить в одну массу.

## 7.4. Балансировка вращающихся масс (роторов)

Уравновешивание роторов или систем масс используется при проектировании механизмов.

В уже изготовленных роторах встречаются, как было сказано выше, неоднородности материала, возникают неточности изготовления и сборки, в результате чего возникает остаточная неуравновешенность, которую нужно устранять балансировкой.

Различают балансировку:

– *статическую*, которую производят для достаточно плоских роторов типа дисков, колес, маховиков, шкивов. Ротор при этом устанавливают в опорах с малым трением (например, на призмах) и путем добавления масс или высверливания добиваются безразличного положения балансируемого ротора на опорах;

– *динамическую*, которую выполняют для роторов, имеющих значительную длину (валы, широкие колеса, шкивы и т.д.), на специальных станках.

## 7.5. Уравновешивание механизмов

Целью уравновешивания механизмов является устранение переменных во времени и пространстве воздействий стойки, станины механизма на опору, фундамент, вызывающих колебания фундамента и здания, а также уменьшение вибрации.

*Условия уравновешенности механизма*

Условия уравновешенности механизмов в общем виде можно охарактеризовать уравнениями

$$\bar{P} + \bar{P}_и = \bar{P}_ф = const\ ,$$

$$\bar{M} + \bar{M}_и = \bar{M}_ф = const\ ,$$

где $\bar{P}_ф$ и $M_ф$ – главный вектор сил и главный момент сил давления станины механизма на фундамент, опору; $\bar{P}$ и $\bar{M}$ – главный вектор сил и главный момент всех других сил, внешних по отношению к механизму; $\bar{P}_и$ и $\bar{M}_и$ – главный вектор сил инерции и главный момент сил инерции звеньев механизма.

С достаточной для практики точностью часто ограничиваются условиями

$$\bar{P}_и = 0, \quad \bar{M}_и = 0 \qquad (7.11)$$

Этого можно достичь установкой противовесов на подвижных звеньях, рациональным размещением центров масс звеньев механизма при его проектировании.

*Статическое уравновешивание плоского механизма с помощью противовесов*

Часто ограничиваются лишь статическим уравновешиванием механизма и его звеньев, т.е. выполнением условия (7.11) $\overline{P}_u = 0$. Это условие соответствует постоянству положения центров масс звеньев относительно стойки (т.е. центр их масс должен быть неподвижен). Так как $\overline{P}_u = -m \cdot \overline{a}_S$, $m \neq 0$, то необходимо обеспечить условие $a_S = 0$, т.е. ускорение центра тяжести должно отсутствовать.

Полное уравновешивание механизма в ряде случаев провести очень сложно, поэтому ограничиваются частичным уравновешиванием.

## 8. ОБЩИЕ УКАЗАНИЯ И ЗАДАНИЯ К ВЫПОЛНЕНИЮ КУРСОВОЙ РАБОТЫ

Целью курсовой работы (РГР) является закрепление, углубление и обобщение знаний, полученных студентами при изучении курса «Теория механизмов и машин». В процессе выполнения работы студент приобретает навыки работы со справочной литературой, государственными стандартами и знакомится с правилами оформления конструкторской документации.

Курсовая работа (РГР) содержит расчетную и графическую части. Расчетная часть выполняется в виде расчетно-пояснительной записки общим объёмом в 15...20 (10…15) страниц формата А4 рукописного текста. Графическая часть работы выполняется на 2...3 (1…2) листах (в зависимости от специальности) чертежной бумаги формата А2 или А1 по ГОСТ 2.301 – 68.

Ниже представлено 5 заданий с 7 вариантами в каждом. В качестве заданий выбраны кинематические схемы реальных машин, которые в комплексе содержат различные по виду шарнирно-рычажные, кулачковые и зубчатые механизмы. Для выяснения назначения машины в целом и каждого ее механизма в отдельности, а также их взаимодействия служат краткие описания устройства и принципа действия машинных агрегатов, предложенных в заданиях. При этом также приводится необходимая информация для составления кинематических и динамических моделей механизмов. Исходные данные для выполнения проекта размещены в таблицах, номера которых соответствуют номерам заданий. Тема задания и вариант курсовой работы выдаются преподавателем каждому студенту индивидуально.

*Задание №1.*

*Проектирование и исследование механизмов щековой дробилки*

Щековая дробилка применяется для дробления кусковых материалов. Кинематические схемы механизмов дробилки показаны на рис. 8.1,а,б.

Материал подается конвейером 16 в бункер 17 (рис. 8.1,а). Электромагнит 13, расположенный над конвейером, служит для удаления из материала случайных металлических предметов, которые отводятся в бункер 15 после поворота магнита кулачково-рычажным механизмом, состоящим из кулачка 10, коромысла 11 и шатуна 12. Профиль кулачка 10 выполнен на торцовой поверхности конического колеса, которое приводится в движение от двигателя 6 через зубчатые колеса 7, 8 и 9.

Дробление материала происходит между подвижной ($O_2C$) и неподвижной (ЕК) щеками (рис. 8.1,б) путем периодического нажатия подвижной щеки на материал. Движение к подвижной щеке 5 ($O_2C$) передается от двигателя 6 (см. рис. 8.1,а) через клиноременную передачу 14 и кинематическую цепь, состоящую из звеньев 1, 2, 3 и 4 (см. рис. 8.1,б).

Примечания: 1. Координаты центров масс подвижных звеньев 1, 2, 3, 4, 5 рычажного механизма дробилки: $OS_1=AO$, $AS_2=0{,}6\cdot AB$, $BS_4=O_1S_3=0{,}5\cdot O_1B$, $O_2S_5=0{,}3\cdot O_2C$.

2. График закономерности изменения результирующей $\overline{F}$ сил производственного сопротивления, приложенных к щеке 5 при рабочем ходе щеки, показан на рис. 8.1,в. Углы $\psi_{min}$ $\psi_{max}$ измеряются на плане положений механизма.

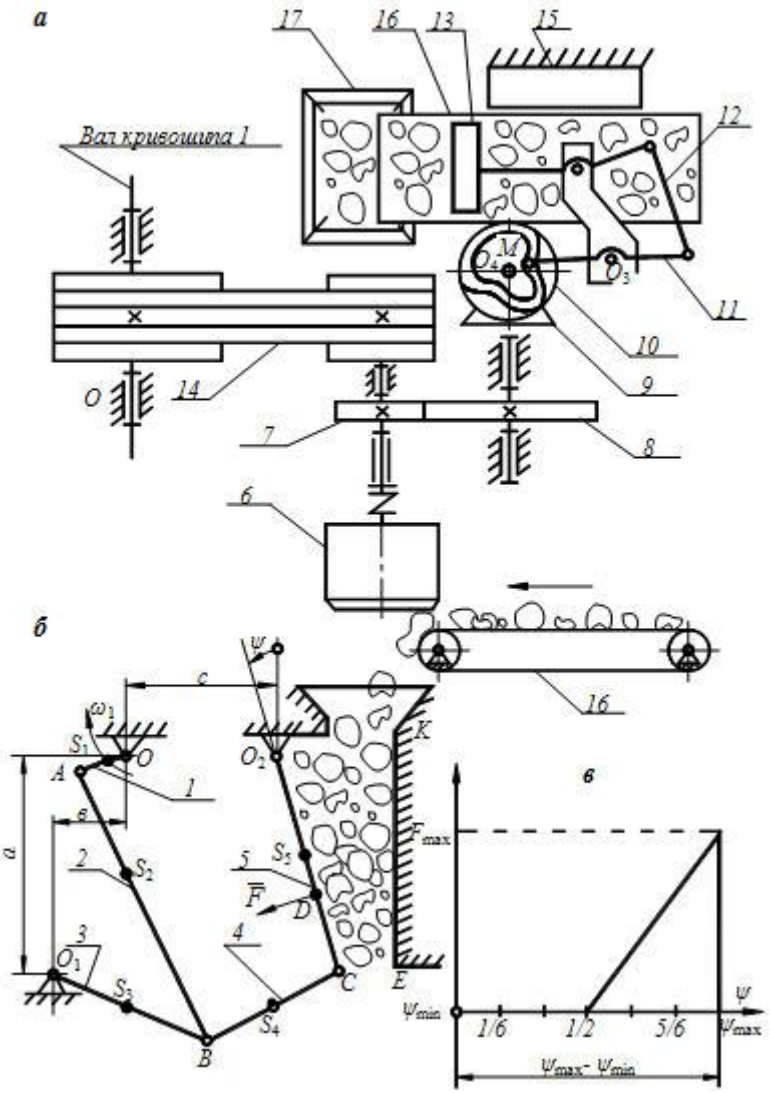



Рис. 8.1. Механизмы щековой дробилки

*Таблица 8.1*

**Исходные данные для задания №1**

| Параметр | ВАРИАНТ ЧИСЛОВЫХ ЗНАЧЕНИЙ | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | I | II | III | IV | V | VI | VII |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
| Размер звеньев рычажного механизма, м: $l_{OA}$ | 0,07 | 0,075 | 0,08 | 0,085 | 0,09 | 0,095 | 0,1 |
| $l_{AB}$ | 0,4 | 0,42 | 0,45 | 0,48 | 0,5 | 0,52 | 0,55 |
| $b = l_{BC} = l_{O_1B}$ | 0,3 | 0,33 | 0,35 | 0,37 | 0,4 | 0,43 | 0,45 |
| $l_{O_2C}$ | 0,4 | 0,41 | 0,45 | 0,47 | 0,51 | 0,53 | 0,54 |
| $l_{OO_2}$ | 0,23 | 0,25 | 0,28 | 0,29 | 0,3 | 0,32 | 0,35 |
| $a$ | 0,33 | 0,345 | 0,37 | 0,395 | 0,41 | 0,425 | 0,45 |
| Частота вращения электродвигателя, мин$^{-1}$ | 752 | 750 | 720 | 780 | 760 | 765 | 770 |
| Передаточные числа: | | | | | | | |
| клиноременной передачи | 4 | 5 | 6 | 6 | 4 | 5 | 5 |
| конической передачи 9-10 | 14 | 11 | 10 | 14 | 12 | 14 | 12 |
| Числа зубьев колес 7 и 8: $z_7$ | 13 | 12 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 |
| $z_8$ | 20 | 20 | 20 | 21 | 21 | 21 | 22 |
| Масса звеньев рычажного механизма, кг: $m_1$ | 10 | 13 | 12 | 15 | 16 | 20 | 18 |
| $m_2$ | 20 | 22 | 24 | 26 | 32 | 36 | 42 |
| $m_3$=$m_4$ | 24 | 25 | 28 | 30 | 34 | 35 | 40 |
| $m_5$ | 40 | 45 | 50 | 60 | 65 | 70 | 80 |
| Момент инерции звеньев, кг·м$^2$: | | | | | | | |
| $I_1$ | 0,05 | 0,06 | 0,07 | 0,08 | 0,09 | 0,1 | 0,11 |
| $I_2$ | 0,28 | 0,3 | 0,4 | 0,5 | 0,65 | 0,9 | 1,0 |
| $I_3$=$I_4$ | 0,18 | 0,2 | 0,3 | 0,35 | 0,5 | 0,6 | 0,7 |
| $I_5$ | 0,6 | 0,7 | 0,9 | 1,1 | 1,4 | 1,7 | 2,1 |
| Максимальное усилие дробления $F_C$ max, кН | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 8 |
| Относительное положение точки приложения силы FC на звене $O_2C$: $O_2D/O_2C$ | 0,7 | 0,65 | 0,5 | 0,65 | 0,7 | 0,75 | 0,5 |
| Коэффициент неравномерности вращения кривошипа δ | 1/25 | 1/30 | 1/40 | 1/50 | 1/30 | 1/40 | 1/25 |
| Модуль зубчатых колес 7 и 8, мм | 2 | 2,5 | 3 | 3,5 | 4 | 4,5 | 4,5 |

*Задание №2.*
*Проектирование и исследование механизмов грохота*

При производстве строительных материалов и изделий возникает необходимость разделения материала на отдельные фракции, отличающиеся друг от друга размерами частиц материала. Эта операция реализуется специальными машинами – грохотами путем просеивания материала через отверстия в рабочем органе грохота (решетах, ситах и т.п.).

Кинематические схемы механизмов грохота показаны на рис. 4. Вращательное движение от двигателя 8 (рис. 8.2,б) через редуктор 9 и зубчатые колеса 10, 11 передается на вал кривошипа ОА рычажного механизма грохота. На выходном звене этого механизма – ползуне 5 крепится решето (рис. 8.2,а). Процесс просеивания осуществляется при ходе ползуна 5 в обе стороны. Силой сопротивления движению ползуна является постоянная сила трения в направляющих 6.

Для ускорения процесса грохочения направляющие 6 ползуна приводятся в движение с помощью кулачка 7. При встряхивании частицы материала отрываются от поверхности решета, и происходит интенсивное их перемешивание. Кулачок 7 приводится в движение от двигателя 8 (см. рис. 8.2,б) через редуктор 9 и зубчатые колеса 10 и 12.

Примечания: 1. При исследовании движения рычажного механизма для упрощения расчетов направляющую 6 ползуна 5 считать неподвижной.

2. При определении недостающих размеров звеньев механизма ($l_{OA}$ и $l_{AB}$) считать, что при крайнем левом положении ползуна 5 звено 3 ($BO_1$) расположено перпендикулярно траектории ползуна.

3. Считать, что центр масс каждого i-го подвижного звена находится в точке $S_i$, лежащей на середине этого звена.

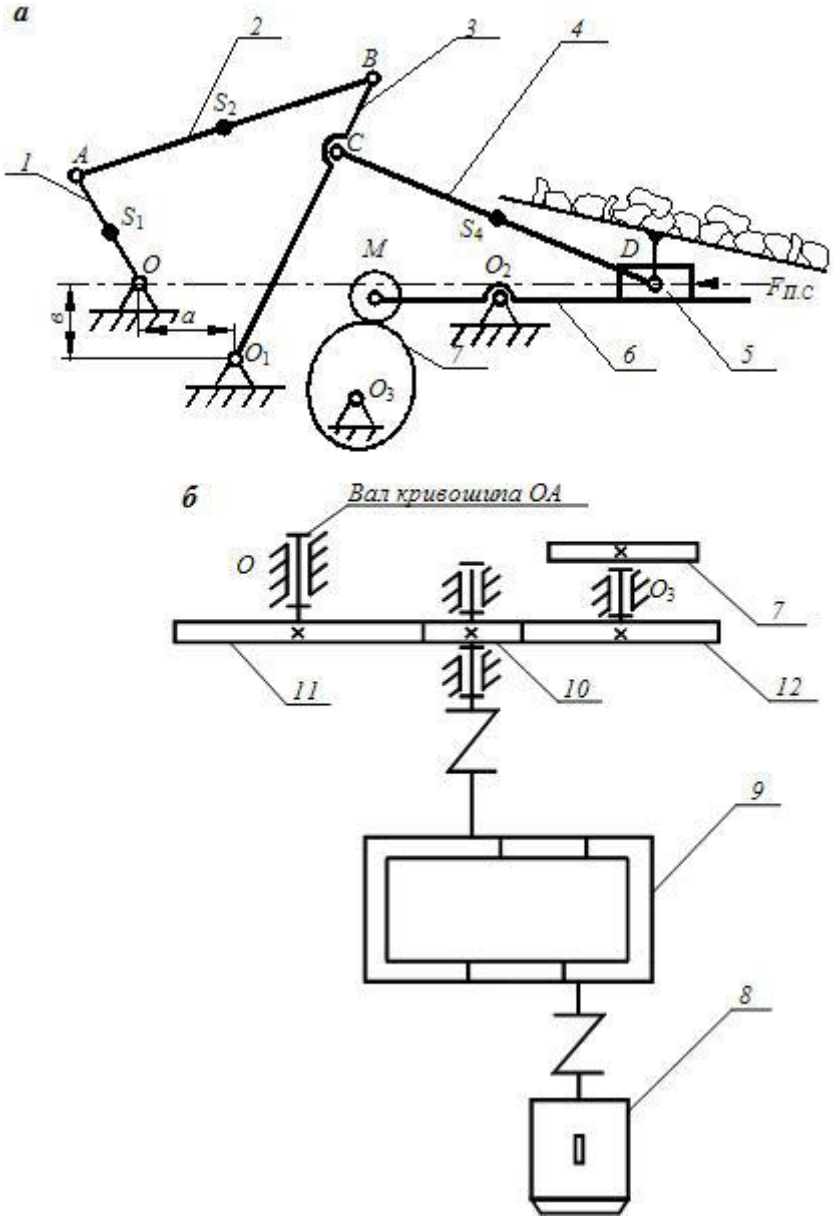



Рис. 8.2. Механизмы грохота

*Таблица 8.2*

**Исходные данные для задания №2**

| Параметр | ВАРИАНТ ЧИСЛОВЫХ ЗНАЧЕНИЙ | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | I | II | III | IV | V | VI | VII |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
| Размер звеньев рычажного механизма, м: $l_{BO_1}$, $l_{BC} = 0{,}2 \cdot l_{BO_1}$ | 0,6 | 0,62 | 0,64 | 0,66 | 0,68 | 0,7 | 0,72 |
| $l_{CD}$ | 0,87 | 0,88 | 0,9 | 0,92 | 0,94 | 0,95 | 0,96 |
| а | 0,65 | 0,66 | 0,68 | 0,7 | 0,72 | 0,74 | 0,76 |
| в | 0,3 | 0,31 | 0,32 | 0,33 | 0,34 | 0,35 | 0,36 |
| Ход ползуна, м | 0,3 | 0,32 | 0,34 | 0,36 | 0,38 | 0,4 | 0,42 |
| Частота вращения электродвигателя, мин$^{-1}$ | 2400 | 2600 | 2700 | 1900 | 2300 | 1900 | 2200 |
| Передаточное число редуктора | 8 | 8 | 10 | 8 | 10 | 8 | 10 |
| Число зубьев колес: $z_{10}$ | 12 | 11 | 12 | 13 | 14 | 13 | 12 |
| $z_{11} = z_{12}$ | 18 | 19 | 18 | 19 | 20 | 20 | 19 |
| Масса звеньев рычажного механизма, кг: $m_1$ | 5 | 5 | 6 | 6 | 7 | 7 | 8 |
| $m_2$ | 15 | 18 | 18 | 20 | 22 | 24 | 26 |
| $m_3$ | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 |
| $m_4$ | 20 | 22 | 24 | 26 | 28 | 30 | 32 |
| $m_5$ | 300 | 310 | 320 | 340 | 350 | 360 | 380 |
| Момент инерции звеньев, кг·м$^2$: $I_{S_2}$ | 0,53 | 0,65 | 0,75 | 0,85 | 1,0 | 1,2 | 1,4 |
| $I_{S_3}$ | 0,45 | 0,5 | 0,6 | 0,7 | 0,8 | 0,9 | 1,0 |
| $I_{S_4}$ | 1,3 | 1,5 | 1,7 | 1,9 | 2,1 | 2,3 | 2,5 |
| Сила полезного сопротивления, Н | 400 | 420 | 440 | 460 | 480 | 500 | 520 |
| Коэффициент неравномерности вращения кривошипа δ | 0,09 | 0,09 | 0,1 | 0,1 | 0,11 | 0,11 | 0,12 |

*Задание №3.*
*Проектирование и исследование механизмов пресса для изготовления силикатного кирпича*

Прессы для изготовления силикатного кирпича представляют собой многопозиционные автоматы, в которых исполнительные механизмы расположены вокруг поворотного стола, перемещающего изделия между механизмами. Кинематические схемы основных механизмов пресса показаны на рис. 8.3,а,б. Процесс изготовления кирпича состоит из следующих операций, соответствующих позициям форм 6 стола 7: I – загрузка материала в формы 6 поворотного стола 7; II, III – выравнивание и уплотнение материала в формах; IV – прессование двух кирпичей; V – выталкивание этих кирпичей из форм; VI – съем кирпича с поверхности стола; VII, VIII – очистка и смазка форм. В задании рассматриваются только механизмы прессования и выталкивания кирпичей.

Кинематическая схема шарнирно-рычажного механизма прессования кирпичей показана на рис. 8.3,б. Прессование происходит периодически при ходе поршня 5 вверх. Поршень связан с кривошипом $O_1A$ (входным звеном) через звенья 2, 3 и 4. Кривошип $O_1A$ выполнен в виде коленчатого вала 1 (рис. 8.3,а). Вращательное движение кривошипу $O_1A$ передается от электродвигателя 8 (см. рис. 8.3,а) через клиноременную передачу 9, двухступенчатый цилиндрический редуктор 10 и зубчатые колеса 11, 12.

Механизм выталкивания кирпича состоит из пазового кулачка 13 и коромысла 14, периодически взаимодействующего с подвижным основанием форм 6. Кулачок 13 вращается синхронно с кривошипом $O_1A$ пресса и кривошипом $O_4K$ пространственного механизма $O_1KE$ поворота стола 7. В результате согласования по положению движений звеньев этих механизмов поворот стола 7 на 1/8 оборота происходит тогда, когда поршень 5 пресса и коромысло 14 не взаимодействуют со столом 7.

Примечания: 1. Недостающие размеры звеньев механизма определяются геометрическим построением из условия, что при крайнем верхнем положении поршня 5 звено CD расположено вертикально (вдоль траектории точки D). Крайнее низшее положение поршня 5 определяется через его ход $SD_{max}$.

2. Считать, что центры масс $S_2$, $S_3$ и $S_4$ находятся соответственно на середине звеньев AB, $BO_2$ и CD.

3. График закономерности изменения силы производственных сопротивлений $\overline{F}_{\tilde{n}}$ при рабочем ходе поршня 5 (вверх) представлен на рис. 8.3,в.

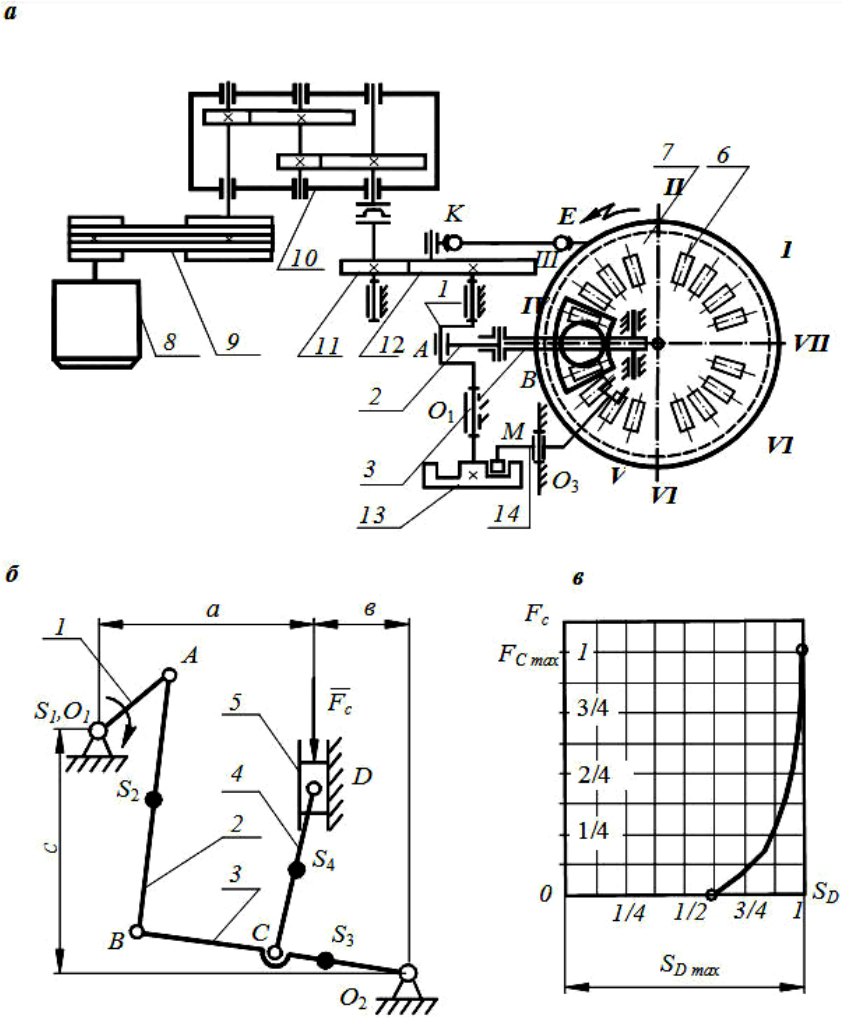



Рис. 8.3. Механизмы пресса для изготовления силикатного кирпича

*Таблица 8.3*

**Исходные данные для задания №3**

| Параметр | ВАРИАНТ ЧИСЛОВЫХ ЗНАЧЕНИЙ | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | I | II | III | IV | V | VI | VII |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
| Размер звеньев рычажного механизма, м: $l_{BO_2}$ | 0,65 | 0,7 | 0,75 | 0,85 | 0,6 | 1,0 | 0,6 |
| $l_{CO_2}$ | 0,35 | 0,4 | 0,35 | 0,55 | 0,35 | 0,55 | 0,3 |
| $l_{CD}$ | 0,3 | 0,35 | 0,5 | 0,4 | 0,45 | 0,55 | 0,7 |
| *a* | 0,3 | 0,45 | 0,5 | 0,45 | 0,35 | 0,55 | 0,35 |
| *в* | 0,2 | 0,3 | 0,35 | 0,5 | 0,25 | 0,45 | 0,3 |
| *c* | 0,45 | 0,5 | 0,65 | 0,7 | 0,5 | 0,7 | 0,8 |
| Ход ползуна $S_{D\max}$, м | 0,15 | 0,25 | 0,25 | 0,2 | 0,15 | 0,45 | 0,2 |
| Частота вращения электродвигателя, мин$^{-1}$ | 1280 | 1000 | 1400 | 720 | 800 | 750 | 960 |
| Передаточное число: редуктора | 8 | 10 | 8 | 8 | 10 | 10 | 8 |
| клиноременной передачи | 4 | 2 | 3 | 3 | 2 | 2 | 3 |
| Число зубьев колес: $z_{11}$ | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 11 |
| $z_{12}$ | 22 | 15 | 26 | 28 | 24 | 19 | 22 |
| Масса звеньев рычажного механизма, кг: $m_1$ | 50 | 55 | 60 | 50 | 45 | 45 | 50 |
| $m_2$ | 15 | 20 | 25 | 15 | 10 | 10 | 15 |
| $m_3$ | 30 | 35 | 40 | 32 | 30 | 32 | 30 |
| $m_4$ | 60 | 65 | 70 | 55 | 60 | 55 | 65 |
| $m_5$ | 20 | 25 | 35 | 22 | 25 | 20 | 25 |
| Момент инерции звеньев, кг·м$^2$: $I_{S_2}$ | 1,4 | 1,6 | 0,7 | 1,5 | 0,8 | 1,2 | 1,1 |
| $I_{S_3}$ | 10 | 12 | 5 | 9 | 8 | 8,5 | 9,6 |
| $I_{S_4}$ | 2 | 2,4 | 2,6 | 2,5 | 2,2 | 2,0 | 2,2 |
| Максимальное усилие дробления $F_{Cmax}$, кН | 10 | 15 | 20 | 12 | 9 | 10 | 14 |
| Коэффициент неравномерности вращения кривошипа δ | 1/6 | 1/7 | 1/8 | 1/7 | 1/6 | 1/5 | 1/6 |
| Модуль зубчатых колес 11 и 12, мм | 5 | 4 | 5 | 4 | 5 | 4 | 5 |

*Задание №4.*
*Проектирование и исследование механизма ножниц*

В стеклоформующие прессы стекломасса подается из питателей каплями требуемого веса. Механизм ножниц установлен под корпусом питателя и служит для отрезки капли, выталкиваемой из него.

Кинематическая схема рычажного механизма ножниц показана на рис. 8.4,а. Стекломасса подается через отверстие 14 в корпусе питателя. После окончания формирования капли она отрезается лезвиями 8 и 9 при смыкании рычагов $E_1C$ и $E_2O_2$. Рычаги приводятся в действие через систему звеньев от кривошипа $O_1A$, который связан с двигателем 10 (рис. 8.4,б) через червячный редуктор 11 и синхронизатор 12. Синхронизатор служит для согласования работы механизмов, входящих в состав питателя.

Синхронизация работы питателя с работой пресса достигается с помощью кулачкового механизма, состоящего из кулачка 13 и коромысла $O_3M$ . Коромысло $O_3M$ включает или выключает клапан подачи сжатого воздуха к пневматическим цилиндрам пресса (на рис. 8.4 не показан).

Примечания: 1. Недостающие размеры звеньев определить геометрическим построением при условии, что при крайнем левом положении ползуна 3 звенья $E_1O_2$ и $E_2O_2$ лежат на одной вертикальной прямой ($\psi$ = 90°).

2. Координаты центров масс подвижных звеньев механизма ножниц определить из соотношений: $O_1S_1=0{,}8\cdot O_1A$, $AS_2=0{,}6\cdot AB$, $BS_4=BS_5=0{,}4\cdot BC$, $O_2S_7=O_2S_6=0{,}5\cdot E_2O_2$.

3. Силы полезного сопротивления $\overline{F}_{E_1}$ и $\overline{F}_{E_2}$, приложенные к лезвиям рычагов $E_1C$ и $E_2O_2$ в конце рабочего хода механизма, равны между собой, а график закономерности их изменения показан на рис. 8.4,в. Угол (90° – $\psi_H$) измеряется на плане положений механизма (здесь $\psi_H$ – угол, определяющий положение рычага $E_1O_2$ в начале рабочего хода).

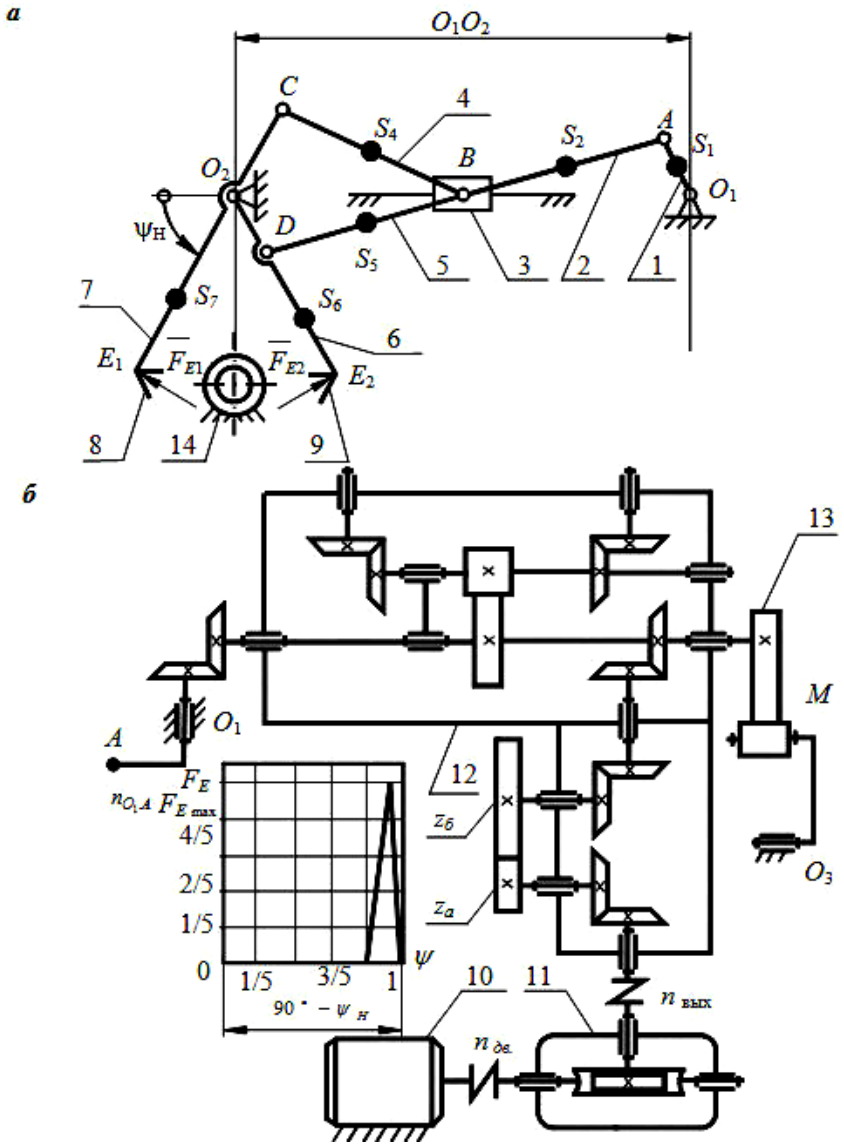



Рис. 8.4. Механизмы ножниц

*Таблица 8.4*

**Исходные данные для задания №4**

| Параметр | ВАРИАНТ ЧИСЛОВЫХ ЗНАЧЕНИЙ | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | I | II | III | IV | V | VI | VII |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
| Размер звеньев рычажного механизма, м: $l_{O_1A}$ | 0,04 | 0,045 | 0,05 | 0,055 | 0,06 | 0,065 | 0,07 |
| $l_{BD} = l_{BC}$, $l_{AB}$ | 0,16 | 0,18 | 0,25 | 0,22 | 0,3 | 0,26 | 0,35 |
| $l_{O_1O_2}$ | 0,28 | 0,35 | 0,58 | 0,58 | 0,6 | 0,65 | 0,7 |
| $l_{E_1O_2} = l_{E_2O_2}$ | 0,2 | 0,25 | 0,2 | 0,25 | 0,3 | 0,35 | 0,3 |
| Частота вращения электродвигателя, мин$^{-1}$ | 3000 | 2950 | 3000 | 2950 | 3000 | 2950 | 3000 |
| Передаточное число: | | | | | | | |
| червячного редуктора $(n_д / n_в)$ | 40 | 40 | 40 | 40 | 50 | 50 | 50 |
| синхронизатора $(n_в / n_{O_1A})$ | 1,25 | 1,27 | 1,36 | 1,42 | 1,2 | 1,23 | 1,33 |
| Число зубьев колес: $z_a$ | 15 | 14 | 16 | 13 | 12 | 14 | 15 |
| $z_b$ | 19 | 18 | 22 | 19 | 14 | 18 | 20 |
| Модуль зубчатых колес $m$, мм | 5 | 4 | 5 | 6 | 5 | 4 | 5 |
| Масса звеньев рычажного механизма, кг: $m_1$ | 5 | 7 | 10 | 12 | 14 | 15 | 16 |
| $m_2 = m_4 = m_5$ | 10 | 11 | 12 | 13 | 15 | 16 | 17 |
| $m_3$ | 12 | 13 | 14 | 15 | 17 | 18 | 19 |
| $m_6 = m_7$ | 20 | 21 | 22 | 23 | 24 | 25 | 26 |
| Момент инерции звеньев, кг·м$^2$: | | | | | | | |
| $I_{S_1}$ | 0,01 | 0,012 | 0,015 | 0,016 | 0,018 | 0,02 | 0,021 |
| $I_{S_2} = I_{S_4} = I_{S_5}$ | 0,1 | 0,11 | 0,12 | 0,14 | 0,15 | 0,16 | 0,17 |
| $I_{S_6} = I_{S_7}$ | 0,12 | 0,14 | 0,15 | 0,16 | 0,16 | 0,17 | 0,18 |
| Коэффициент неравномерности вращения кривошипа δ | 0,01 | 0,011 | 0,01 | 0,011 | 0,01 | 0,011 | 0,01 |
| Максимальная сила полезного сопротивления F, кН | 1 | 1,5 | 2 | 2,5 | 3 | 3,5 | 4 |

## *Задание №5.*
## *Проектирование и исследование механизмов двухступенчатого компрессора*

Двухступенчатый поршневой компрессор предназначен для сжатия воздуха.

Кинематическая схема механизмов компрессора показана на рис. 8.5,а. Конструктивно шарнирно-рычажный механизм компрессора представляет собой поршневую систему с V-образным расположением рабочих цилиндров первой и второй ступени. Привод шарнирно-рычажного механизма компрессора осуществляется от электродвигателя М через планетарный редуктор РП. Выходной вал редуктора через пару цилиндрических зубчатых колес $Z_1$ и $Z_2$ связан с кривошипом 1 шарнирно-рычажного механизма. Вращаясь, кривошип 1 через шатуны 2 и 3 обеспечивает возвратно-поступательное движение поршней 4 и 5.

Сжатие воздуха происходит ступенчато: вначале в цилиндре первой ступени, а затем в цилиндре второй ступени.

Принцип работы компрессора заключается в следующем. При движении поршня 5 влево в цилиндре второй ступени образуется разрежение, вследствие чего открывается всасывающий клапан и производится забор воздуха из атмосферы. Движением поршня 5 в обратном направлении осуществляется сжатие воздуха в цилиндре первой ступени. При этом всасывающий клапан закрывается и при достижении заданного давления открывается нагнетающий клапан. Выталкиваемый сжатый воздух поступает в холодильник, после охлаждения в котором, направляется в цилиндр второй ступени и заполняет полость цилиндра при открытом клапане во время движения вниз поршня 4. При обратном движении поршень 4 производит сжатие воздуха на наибольшее заданное давление, при достижении которого открывается выпускной клапан и сжатый воздух поступает в воздухосборник и через воздушную сеть – потребителю. Изменение давления в цилиндрах по пути движения поршней характеризуется индикаторной диаграммой (рис. 8.5,б).

Смазка механизмов компрессора осуществляется плунжерным масляным насосом кулачкового типа. Кулачок 6 приводит в поступательное движение толкатель 7 (плунжер насоса).

Примечание: центр масс звена 1 расположен в точке $O_1$, центры масс звеньев 4 и 5 – в точках B и C соответственно. $AS_2=0{,}5\cdot AC$, $AS_3=0{,}5\cdot AB$.

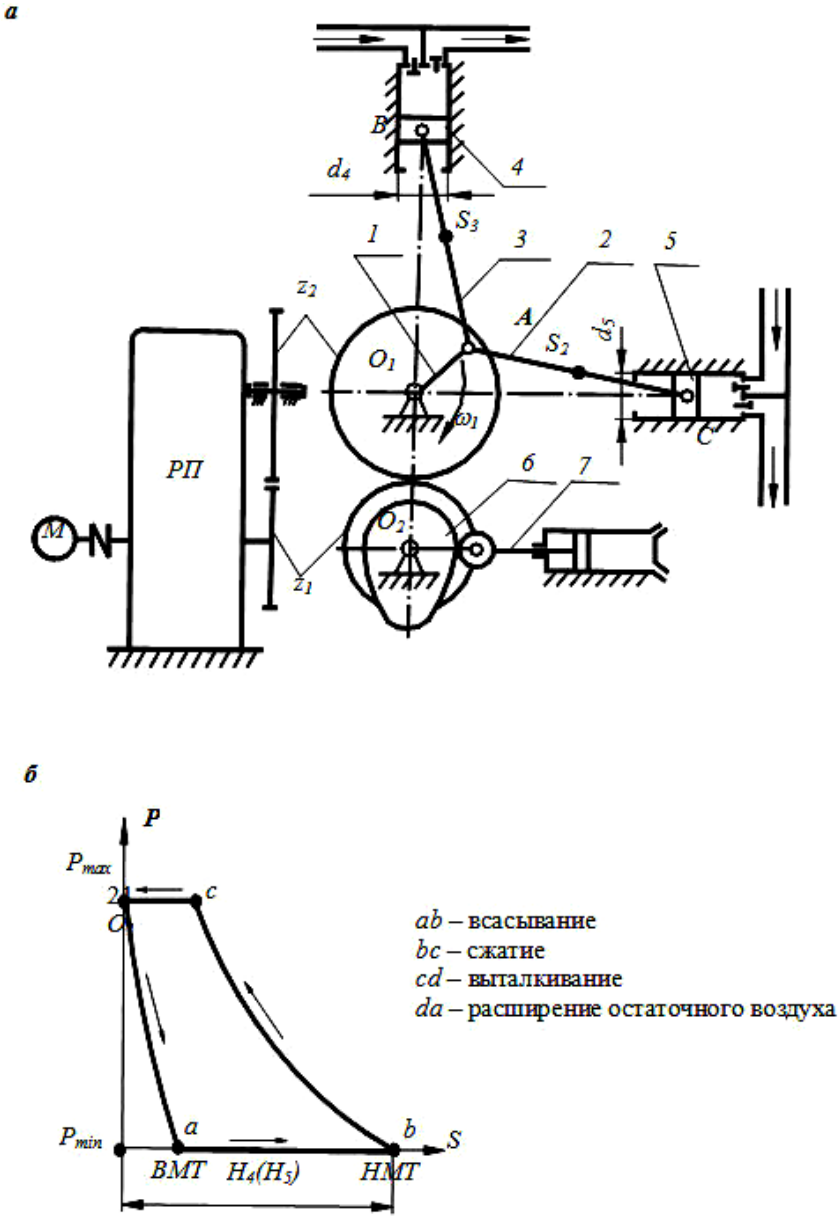



Рис. 8.5. Механизмы двухступенчатого компрессора

*Таблица 8.5*

**Исходные данные для задания №5**

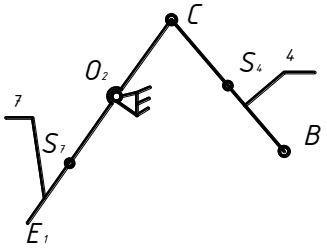
| Параметр | ВАРИАНТ ЧИСЛОВЫХ ЗНАЧЕНИЙ | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | I | II | III | IV | V | VI | VII |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
| Размер звеньев, м: $l_{AB} = l_{BC}$ | 0,40 | 0,42 | 0,44 | 0,46 | 0,48 | 0,50 | 0,52 |
| Величина хода поршней, м: $S_B = S_C$ | 0,20 | 0,21 | 0,22 | 0,23 | 0,24 | 0,25 | 0,26 |
| Масса звеньев, кг: $m_2 = m_3$ | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 |
| $m_4 = m_5$ | 5 | 5 | 5 | 6 | 6 | 7 | 7 |
| Момент инерции звеньев, кг·м$^2$: | | | | | | | |
| $I_{O_1}$ | 0,06 | 0,07 | 0,08 | 0,09 | 0,10 | 0,11 | 0,12 |
| $I_{S_2} = I_{S3}$ | 0,14 | 0,17 | 0,20 | 0,24 | 0,29 | 0,32 | 0,39 |
| Диаметр цилиндров, м: $d_4$=$d_5$ | 0,03 | 0,035 | 0,04 | 0,045 | 0,048 | 0,05 | 0,055 |
| Давление воздуха в цилиндре $P$, МПа: $P_{4\,\min} = P_{5\,\min} = P_{\min}$ | 0,01 | 0,01 | 0,01 | 0,01 | 0,01 | 0,01 | 0,01 |
| $P_{4\,\max}$ | 0,55 | 0,56 | 0,57 | 0,58 | 0,59 | 0,60 | 0,61 |
| $P_{5\,\max}$ | 1,00 | 1,10 | 1,11 | 1,12 | 1,12 | 1,13 | 1,14 |
| Коэффициент неравномерности вращения кривошипа $\delta$ | 0,03 | 0,03 | 0,04 | 0,04 | 0,04 | 0,05 | 0,05 |
| Число зубьев колес: $z_1$ | 16 | 15 | 14 | 13 | 14 | 12 | 11 |
| $z_2$ | 24 | 28 | 23 | 20 | 22 | 18 | 17 |
| Модуль зацепления $m$, мм | 3 | 3 | 4 | 4 | 5 | 5 | 5 |
| Частота вращения кривошипа, мин$^{-1}$ | 400 | 390 | 380 | 370 | 360 | 350 | 340 |

## 8.1. Проектирование рычажного и зубчатого механизма на примере механизмов ножниц

Исходные данные для расчетов приведены в задании 4, варианте 2.

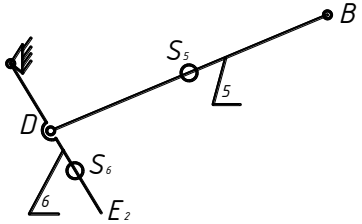
*Структурный анализ плоского рычажного механизма*

Разобьем механизм на структурные группы и определим вид и класс каждой структурной группы.



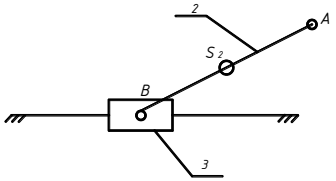

II класс, 1 вид

Рис.8.6. Структурная группа из звенев 4-7



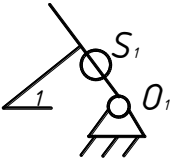

II класс, 1 вид

Рис.8.7 Структурная группа из звеньев 5-6




II класс, 2 вид

Рис.8.8 Структурная группа из звеньев 2-3




I класс

Рис.8.9 Входное звено

Запишем формулу образования механизма:

$$\text{I} \longrightarrow \text{II(2)} \begin{cases} \nearrow \text{II(1)} \\ \searrow \text{II(1)} \end{cases}$$

Таким образом, рассматриваемый механизм состоит из одного первичного механизма I класса и трех групп II класса и поэтому является механизмом II класса.

Формула образования механизма показывает, что к первичному механизму I класса, в первую очередь, структурная группа II класса 2-го вида, а затем к полученному механизму присоединяются структурные группы II класса 1-го вида.

Определим число степеней подвижности механизма:

$$W=3n-2p_5-p_4,$$

где n=7 – число подвижных звеньев механизма; $p_5$ =10 - число пар 5 класса; $p_4$ =0 – число пар 4 класса.

$$W=3\cdot 7-2\cdot 10-0=1$$

Этот результат говорит о том, что для того чтобы привести механизм в движение достаточно вращать одно из звеньев механизма.

*Кинематический анализ плоского рычажного механизма (рис. 8.6).*

*Графический способ.*

Начертим механизм в масштабе:

$$\mu_1 = \frac{l_{0_1 A}}{O_1 A} = \frac{0.045}{45} = 0.001 \frac{м}{мм}.$$

Отсчитывая от точки $A_0$ разобьем траекторию движения кривошипа на 12 равных частей. В выбранном масштабе, начиная от точки $A_0$ построим 12 положений механизма для равностоящих положений кривошипа. Данные планы положений механизма позволяют наглядно анализировать изменения положения звеньев и определять абсолютные координаты точек на них.

Построим кинематические диаграммы движения выходного звена механизма.

$$\mu_\varphi = \frac{2\pi}{120мм} = 0.0523 \frac{рад}{мм}.$$

$$\mu_{\frac{dS}{d\varphi}} = \frac{\mu_S}{\mu_\varphi \cdot H_1} = \frac{0.001}{0.0523 \cdot 20} = 0.009555 \frac{м}{мм}.$$

$$\mu_{\frac{d^2S}{d\varphi^2}} = \frac{\mu_{\frac{dS}{d\varphi}}}{\mu_\varphi \cdot H_2} = \frac{0.00955}{0.0523 \cdot 10} = 0.0018269 \frac{м}{мм}.$$

Графически продифференцировав S(φ), получим $\frac{dS}{d\varphi}$.

Графически продифференцировав $\frac{dS}{d\varphi}$, получим $\frac{d^2S}{d\varphi^2}$.

*Графоаналитический способ.*

Частота оборотов кривошипа:

$$n_{O_1A} = \frac{n_d}{U_{общ}} = \frac{2950}{50.8} = 58.071\frac{об}{мин}.$$

Угловая скорость кривошипа:

$$\omega_1 = \frac{2\pi n_{O_1A}}{60} = \frac{2\cdot 3.14\cdot 58.071}{60} = 6.081\frac{рад}{сек}.$$

Определим скорость точки А:

$$V_A = l_{O_1A}\cdot\omega_1 = 0.045\cdot 6.081 = 0.274\frac{м}{с}.$$

Определим масштабный коэф. плана скоростей:

$$\mu_V = \frac{V_A}{Pa} = \frac{0.274}{40} = 0.00684\frac{м}{с\cdot мм}.$$

Для всех 12 положений механизма построим план скоростей.

$$\begin{cases}\vec{V}_B = \vec{V}_A + \vec{V}_{BA};\\ \vec{V}_B = \vec{V}_{B'} + \vec{V}_{BB'};\end{cases}\quad \begin{cases}\vec{V}_C = \vec{V}_B + \vec{V}_{BC};\\ \vec{V}_C = \vec{V}_{O_2} + \vec{V}_{CO_2'};\end{cases}\quad \begin{cases}\vec{V}_D = \vec{V}_B + \vec{V}_{BD}\\ \vec{V}_D = \vec{V}_{O_2} + \vec{V}_{DO_2'}\end{cases}.$$

Т.к. точки $E_1$ и $E_2$ принадлежат, соответственно, звену $E_1C$ и $E_2D$, то скорости этих точек найдем из пропорции: $V_{E1} = 2\cdot V_C$, $V_{E2} = 2\cdot V_D$.

Из планов скоростей определим скорости точек B, C, D, $E_1$, $E_2$:

$$V_B = (Pb)\cdot\mu_V;$$

$$V_C = (Pc)\cdot\mu_V;$$

$$V_D = (Pd)\cdot\mu_V;$$

$$V_{E1} = (Pe_1)\cdot\mu_V;$$

$$V_{E2} = (Pe_2)\cdot\mu_V;$$

Определим угловые скорости звеньев механизма:

$$\omega_2 = \frac{V_{BA}}{l_{BA}} = \frac{(ab)\cdot\mu_V}{l_{BA}};$$

$$\omega_4 = \frac{V_{CB}}{l_{CB}} = \frac{(cb)\cdot\mu_V}{l_{CB}};$$

$$\omega_5 = \frac{V_{DB}}{l_{DB}} = \frac{(db)\cdot\mu_V}{l_{DB}};$$

$$\omega_6 = \frac{V_{DO2}}{l_{DO2}} = \frac{(dP)\cdot\mu_V}{l_{DO2}};$$

$$\omega_7 = \frac{V_{CO2}}{l_{CO2}} = \frac{(cP)\cdot\mu_V}{l_{CO2}};$$

Определим скорости центров масс всех звеньев: $V_{Si} = (Ps_i)\cdot\mu_V$.

Результаты кинематического анализа представим в виде табл. 8.6.

*Таблица 8.6*

Результаты кинематического анализа

| | $V_A$ | $V_B$ | $V_C$,$V_D$ | $V_{E1}$,$V_{E2}$ | $V_{S1}$ | $V_{S2}$ | $V_{S4,5}$ | $V_{S6,7}$ | $V_{AB}$ | $V_{CB}$ | $V_{CE1}$ | $V_{EO2}$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 0.27 | 0 | 0 | 0 | 0.219 | 0 | 0 | 0 | 0.274 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 0.27 | 0.107 | 0.085 | 0.170 | 0.219 | 0.152 | 0.095 | 0.085 | 0.238 | 0.056 | 0.255 | 0.170 |
| 2 | 0.27 | 0.206 | 0.162 | 0.299 | 0.219 | 0.225 | 0.183 | 0.162 | 0.142 | 0.095 | 0.434 | 0.299 |
| 3 | 0.27 | 0.274 | 0.218 | 0.437 | 0.219 | 0.162 | 0.284 | 0.218 | 0 | 0.099 | 0.656 | 0.437 |
| 4 | 0.27 | 0.267 | 0.228 | 0.477 | 0.219 | 0.261 | 0.250 | 0.228 | 0.14 | 0.063 | 0.705 | 0.598 |
| 5 | 0.27 | 0.168 | 0.157 | 0.315 | 0.219 | 0.206 | 0.162 | 0.157 | 0.238 | 0.013 | 0.472 | 0.313 |
| 6 | 0.27 | 0 | 0 | 0 | 0.219 | 0 | 0 | 0 | 0.274 | 0 | 0 | 0 |
| 7 | 0.27 | 0.166 | 0.157 | 0.315 | 0.219 | 0.206 | 0.162 | 0.157 | 0.238 | 0.013 | 0.472 | 0.313 |
| 8 | 0.27 | 0.268 | 0.228 | 0.477 | 0.219 | 0.261 | 0.250 | 0.288 | 0.141 | 0.061 | 0.684 | 0.460 |
| 9 | 0.27 | 0.274 | 0.218 | 0.437 | 0.219 | 0.162 | 0.284 | 0.218 | 0 | 0.099 | 0.664 | 0.446 |
| 10 | 0.27 | 0.173 | 0.162 | 0.299 | 0.219 | 0.225 | 0.183 | 0.162 | 0.152 | 0.095 | 0.408 | 0.273 |
| 11 | 0.27 | 0.107 | 0.085 | 0.170 | 0.219 | 0.152 | 0.095 | 0.085 | 0.238 | 0.056 | 0.256 | 0.170 |

| | $\omega_{OA}$ | $\omega_{AB}$ | $\omega_{BC}$ | $\omega_{CE1}$ | $\omega_{O2E}$ |
|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 6.081 | 1.52 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 6.081 | 1.33 | 0.31 | 0.67 | 0.68 |
| 2 | 6.081 | 0.787 | 0.53 | 1.14 | 1.19 |
| 3 | 6.081 | 0 | 0.55 | 1.72 | 1.74 |
| 4 | 6.081 | 0.778 | 0.34 | 1.85 | 2.3 |
| 5 | 6.081 | 1.33 | 0.07 | 1.24 | 1.25 |
| 6 | 6.081 | 1.52 | 0 | 0 | 0 |
| 7 | 6.081 | 1.33 | 0.07 | 1.24 | 1.25 |
| 8 | 6.081 | 0.785 | 0.34 | 1.8 | 1.84 |
| 9 | 6.081 | 0 | 0.55 | 1.74 | 1.78 |
| 10 | 6.081 | 0.778 | 0.53 | 1.07 | 1.1 |
| 11 | 6.081 | 1.33 | 0.31 | 0.67 | 0.68 |

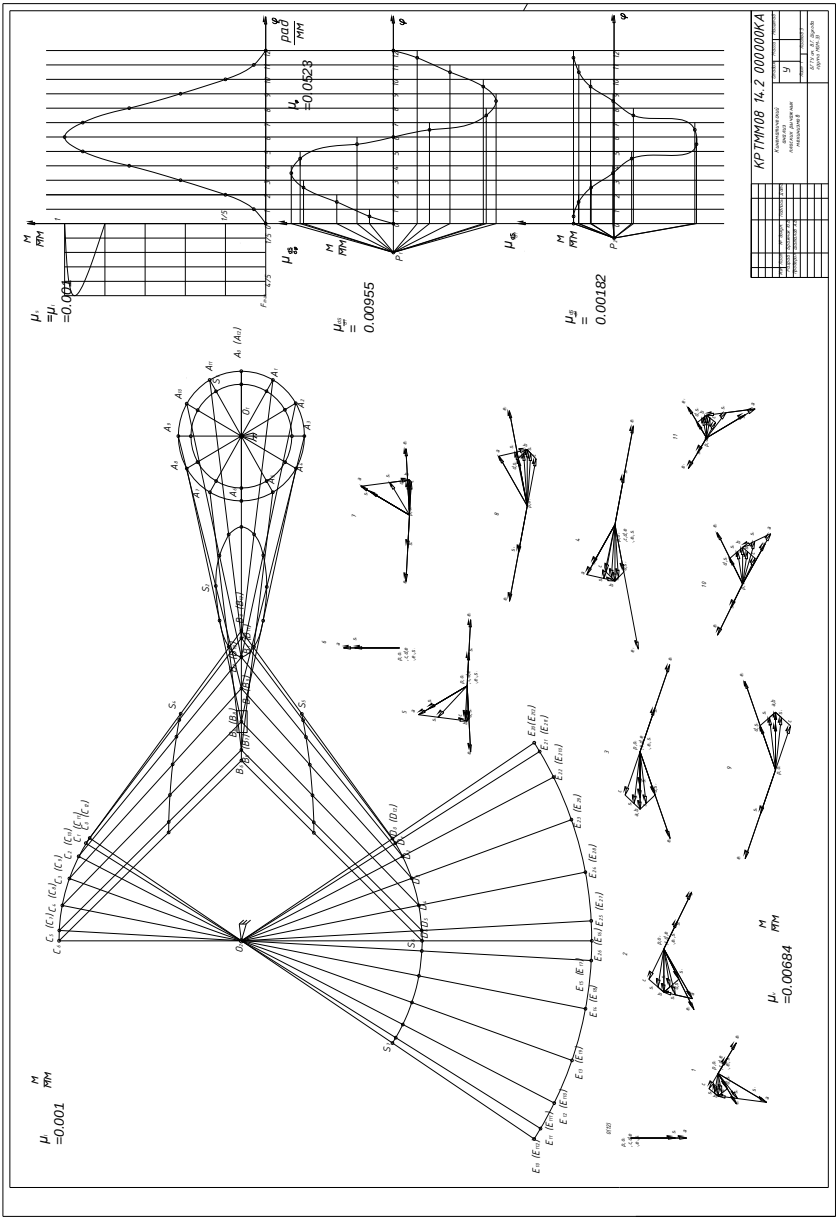



Рис. 8.6. Кинематический анализ механизма.

*Кинетостатический расчет рычажного механизма (рис.8.7).*

Данный расчет производится с целью определения реакций в кинематических парах и уравновешивающей силы (момента). Результаты расчета используются при проектировании подшипниковых узлов и выборе электродвигателя.

Определим ускорение точки А:

$$a_A = a_A^n = l_{OA} \cdot \omega_1^2 = 0.045 \cdot 6.081^2 = 1.664 \quad \left[ м / с^2 \right].$$

Определим масштабный коэф. плана ускорений:

$$\mu_a = \frac{a_A}{\pi a} = \frac{1.664}{50} = 0.033 \quad \left[ м / мм \cdot с^2 \right].$$

Для 5-го положения построим план ускорений:

$$\begin{cases} \vec{a}_B = \vec{a}_A + \vec{a}_{BA} = \vec{a}_A + \vec{a}_{BA}^n + \vec{a}_{BA}^\tau; \\ \vec{a}_B = \vec{a}_{B'} + \vec{a}_{BB'}. \end{cases}$$

$$a_{BA}^n = l_{BA} \cdot \omega_2^2 = 0.18 \cdot 1.33^2 = 0.24 \left[ м / с^2 \right];$$

$$n_{BA} = \frac{a_{BA}^n}{\mu_a} = \frac{0.24}{0.033} = 7.25 \left[ мм \right].$$

$$n_{CO2} = n_{DO2} = a_{CO2}^n / \mu_a = 6 \left[ мм \right]; \quad n_{DB} = n_{CB} = a_{CB}^n / \mu_a \approx 0 \left[ мм \right].$$

Из плана ускорений определим ускорения звеньев и точек на них:

$$a_B = (Pb) \cdot \mu_a = 1.566 \left[ м / с^2 \right]; \qquad a_{BD} = (bd) \cdot \mu_a = 0.39 \left[ м / с^2 \right];$$

$$a_C = (Pc) \cdot \mu_a = 1.23 \left[ м / с^2 \right]; \qquad a_{CE1} = (ce_1) \cdot \mu_a = 3.7 \left[ м / с^2 \right];$$

$$a_D = (Pd) \cdot \mu_a = 1.32 \left[ м / с^2 \right]; \qquad a_{DO2} = (do_2) \cdot \mu_a = 2.6 \left[ м / с^2 \right];$$

$$a_{E1} = (Pe_1) \cdot \mu_a = 2.46 \left[ м / с^2 \right]; \qquad a_{BA}^\tau = (\tau_{BA}) \cdot \mu_a = 0.8 \left[ м / с^2 \right];$$

$$a_{E2} = (Pe_2) \cdot \mu_a = 2.63 \left[ м / с^2 \right]; \qquad a_{CB}^\tau = (\tau_{CB}) \cdot \mu_a = 0.4 \left[ м / с^2 \right];$$

$$a_{BA} = (ab) \cdot \mu_a = 0.82 \left[ м / с^2 \right]; \qquad a_{BD}^\tau = (\tau_{BD}) \cdot \mu_a = 0.4 \left[ м / с^2 \right];$$

$$a_{CB} = (cb) \cdot \mu_a = 0.44 \left[ м / с^2 \right];; \qquad a_{DO2}^\tau = (\tau_{DO2}) \cdot \mu_a = 1.25 \left[ м / с^2 \right];$$

$$a_{S1} = (Ps_1) \cdot \mu_a = 1.31 \left[ м / с^2 \right]; \qquad a_{CO2}^\tau = (\tau_{CO2}) \cdot \mu_a = 1.25 \left[ м / с^2 \right];$$

$$a_{S2} = (Ps_2) \cdot \mu_a = 1.55 \left[ м / с^2 \right];$$

$$a_{S4} = (Ps_4) \cdot \mu_a = 1.45\left[м / c^2\right];$$

$$a_{S5} = (Ps_5) \cdot \mu_a = 1.45\left[м / c^2\right];$$

$$a_{S6} = (Ps_6) \cdot \mu_a = 1.31\left[м / c^2\right];$$

$$a_{S7} = (Ps_7) \cdot \mu_a = 1.28\left[м / c^2\right];$$

$$\varepsilon_{BA} = \frac{a_{BA}^{\tau}}{l_{BA}} = 4.44\left[рад / c^2\right];$$

$$\varepsilon_{CB} = \frac{a_{CB}^{\tau}}{l_{CB}} = 2.22\left[рад / c^2\right];$$

$$\varepsilon_{DB} = \frac{a_{DB}^{\tau}}{l_{DB}} = 2.22\left[рад / c^2\right];$$

$$\varepsilon_{CO2} = \frac{a_{CO2}^{\tau}}{l_{CO2}} = 9.38\left[рад / c^2\right]$$

Определим силы тяжести, действующие на звенья механизма:

$$G_i = m_i \cdot g\left[H\right]$$

$$G_1 = m_1 \cdot g = 7 \cdot 9.81 = 68.67\left[H\right]$$

$$G_{2,4,5} = m_{2,4,5} \cdot g = 11 \cdot 9.81 = 107.91\left[H\right]$$

$$G_3 = m_3 \cdot g = 13 \cdot 9.81 = 127.53\left[H\right]$$

$$G_{6.7} = m_{6,7} \cdot g = 21 \cdot 9.81 = 206.01\left[H\right].$$

Определим силы инерции, действующие на звенья механизма в данном положении:

$$F_{ui} = a_{Si} \cdot m_i\left[H\right]$$

$$F_{u1} = a_{S1} \cdot m_1 = 1.31 \cdot 7 = 9.17\left[H\right]$$

$$F_{u2} = a_{S2} \cdot m_2 = 1.55 \cdot 11 = 17.05\left[H\right]$$

$$F_{u3} = a_B \cdot m_3 = 1.56 \cdot 12 = 18.72\left[H\right]$$

$$F_{u4,5} = a_{S4,5} \cdot m_{4,5} = 1.45 \cdot 11 = 15.95\left[H\right]$$

$$F_{u6,7} = a_{S6,7} \cdot m_{6,7} = 1.31 \cdot 21 = 27.58\left[H\right].$$

Определим моменты сил инерции:

$$M_{ui} = I_{Si} \cdot \varepsilon_i\left[H \cdot м\right]$$

$$M_{u2} = I_{S2} \cdot \varepsilon_{AB} = 0.11 \cdot 4.44 = 0.49\left[H \cdot м\right]$$

$$M_{u4,5} = I_{S4,5} \cdot \varepsilon_{4,5} = 0.11 \cdot 2.22 = 0.24\left[H \cdot м\right]$$

$$M_{u6,7} = I_{S6,7} \cdot \varepsilon_{6,7} = 0.14 \cdot 9.38 = 1.31\left[H \cdot м\right].$$

Разобьем механизм на структурные группы:

Рассмотрим равновесие структурной группы из звеньев 4-7

$$\sum M_C = 0.$$

$$R_{24}^{t} \cdot l_{BC} + G_4 \cdot h_3 \cdot \mu_l - F_{u4} \cdot h_4 \cdot \mu_l - M_{u4} = 0$$

$$R_{24}^{t} = (-107.91 \cdot 75.21 \cdot 0.001 + 15.95 \cdot 72.2 \cdot 0.001 + 0.24) / 0.18 = -37.36H$$

$$-R_{02}^{t} \cdot l_{O2C} - M_{u7} - F_{u7} \cdot h_7 \cdot \mu_l - G_7 \cdot h_6 \cdot \mu_l + F_C \cdot h_5 \cdot \mu_l = 0$$

$$R_{02}^{t} = (-1.3 - 27.6 \cdot 256 \cdot 0.001 - 206 \cdot 14.2 \cdot 0.001 + 1500 \cdot 379 \cdot 0.001) / 0.13 = 4292H$$

Составим план сил для структурных групп, состоящих из звеньев 4-7

$$\sum \vec{F}_{47} = 0;$$

$$\vec{F}_C + \vec{G}_7 + \vec{F}_{u7} + \vec{R}_{02}^{t} + \vec{R}_{02}^{n} + \vec{F}_{u4} + \vec{G}_4 + \vec{R}_{24}^{t} + \vec{R}_{24}^{n} = 0.$$

Выберем масштаб плана сил $\mu_F = \dfrac{F_c}{75} = 20\left[H / мм\right].$

Из плана сил определим реакции

$$R_{24} = (eg) \cdot \mu_F = 191 \cdot 20 = 3820H.$$

$$R_{02} = (ag) \cdot \mu_F = 237 \cdot 20 = 4740H.$$

Рассмотрим равновесие структурной группы, состоящей из звеньев 5-6

$$\sum M_D = 0$$

$$-R_{25}^{t} \cdot l_{BD} + G_5 \cdot h_{10} \cdot \mu_l - F_{u5} \cdot h_{11} \cdot \mu_l + M_{u5} = 0$$

$$R_{25}^{t} = (107.91 \cdot 74.91 \cdot 0.001 - 15.95 \cdot 72.2 \cdot 0.001 + 0.24) / 0.18 = 39.84H$$

$$-R_{02}^{t} \cdot l_{O2C} - M_{u7} - F_C \cdot h_9 \cdot \mu_l = 0$$

$$R_{02}^{t} = (-1.31 - 1500 \cdot 121 \cdot 0.001) / 0.13 = -1406H.$$

Составим план сил для структурных групп, состоящих из звеньев 5-6.

$$\sum \vec{F}_{56} = 0;$$

$$\vec{F}_C + \vec{G}_5 + \vec{F}_{u5} + \vec{R}_{02}^{t} + \vec{R}_{02}^{n} + \vec{F}_{u6} + \vec{G}_7 + \vec{R}_{25}^{t} + \vec{R}_{25}^{n} = 0.$$

Выберем масштаб плана сил $\mu_F = \dfrac{F_c}{150} = 10\left[H / мм\right].$

Из плана сил определим реакции

$$R_{25} = (ec) \cdot \mu_F = 380 \cdot 19 = 3800H$$

$$R_{02} = (ef) \cdot \mu_F = 320 \cdot 10 = 3200H.$$

Рассмотрим равновесие структурной группы, состоящей из звеньев 2-3

$$\sum M_B = 0$$

$$-R_{21}^t \cdot l_{AB} + G_2 \cdot h_1 \cdot \mu_l + F_{u2} \cdot h_2 \cdot \mu_l - M_{u2} = 0$$

$$R_{21}^t = (107.9 \cdot 71.3 \cdot 0.001 + 17 \cdot 23.29 \cdot 0.001 - 0.49) / 0.18 = 42.3H$$

Составим план сил для структурных групп, состоящих из звеньев 2-3

$$\sum \vec{F}_{23} = 0;$$

$$\vec{G}_2 + \vec{F}_{u2} + \vec{F}_{u3} + \vec{R}_{21}^t + \vec{R}_{21}^n + \vec{G}_3 + \vec{R}_{03} + \vec{R}_{25} + \vec{R}_{24} = 0$$

Выберем масштаб плана сил

$$\mu_F = \frac{R_{25}}{76} = 50[H / мм].$$

Из плана сил определим реакции

$$R_{21} = (cd) \cdot \mu_F = 110 \cdot 50 = 5500H$$

$$R_{03} = (da) \cdot \mu_F = 11 \cdot 50 = 550H \quad .$$

Рассмотрим равновесие структурной группы, состоящей из звеньев 0-1

$$\sum M_0 = 0$$

$$-R_{21} \cdot h' \cdot \mu_l - G_1 \cdot h \cdot \mu_l + F_y \cdot l_{OA} = 0$$

$$F_y = (5500 \cdot 28 \cdot 0.001 + 43.8 \cdot 27.7 \cdot 0.001) / 0.045 = 3449H$$

Составим план сил для структурных групп, состоящих из звеньев 0-1

$$\sum \vec{F}_{01} = 0;$$

$$\vec{G}_1 + \vec{F}_{u1} + \vec{R}_{21} + \vec{F}_y + \vec{R}_{01} = 0.$$

Выберем масштаб плана сил

$$\mu_F = \frac{F_y}{86.2} = 40[H / мм].$$

Из плана сил определим реакцию

$$R_{01} = (da) \cdot \mu_F = 108 \cdot 40 = 4320H.$$

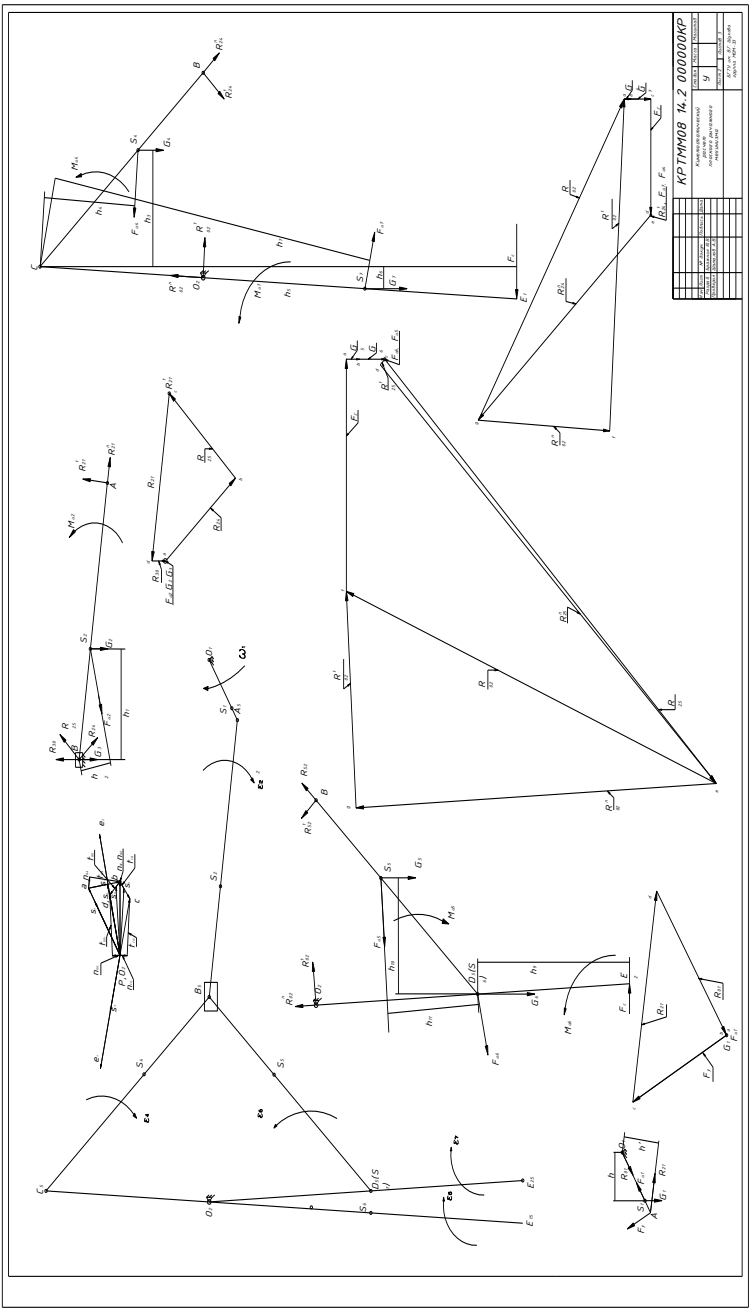



Рис. 8.7. Кинетостатический расчет механизма.

*Синтез зубчатого зацепления (рис. 8.8).*

Задачей геометрического синтеза зубчатого зацепления является определение его размеров, а также качественных характеристик, не зависящих от геометрии зацепления.

Исходные данные: $C_0$=0.25, $h_a^*$ =1, f=1, $\alpha_0$ =20°, $z_1$=14, $z_2$=18, m=4, $\xi_1$=0.661, $\xi_2$=0.452.

Получаем неравносмещенное внешнее зацепление:

$\xi_{\tilde{n}} = \xi_1 + \xi_2 = 0.661 + 0.452 = 1.113$, т.к $z_c = z_1 + z_2 = 14 + 18 = 32$

Определим угол зацепления α:

$$\frac{1000\xi_{\tilde{n}}}{z_c} = 34.781$$, тогда α=27°27’

$a = \frac{z_c}{2}(\frac{\cos\alpha_0}{\cos\alpha} - 1) = 0.943$ -коэффициент отклонения межцентрового расстояния, $\psi = \xi_{\tilde{n}} - \grave{a} = 0.17$ -коэффициент обратного смещения.

Определим геометрические размеры зубчатых колес:

- шаг зацепления по делительной окружности

$$t = m\pi = 4 \cdot 3.14 = 12.56(мм)$$

- радиус делительной окружности

$$r_{Д1} = \frac{mz_1}{2} = \frac{4 \cdot 14}{2} = 28(мм)$$

$$r_{Д2} = \frac{mz_2}{2} = \frac{4 \cdot 18}{2} = 36(мм)$$

- радиус основной окружности

$$r_{O1} = r_{Д1}\cos\alpha_0 = 28 \cdot 0.9397 = 26.31(мм)$$

$$r_{O2} = r_{Д2}\cos\alpha_0 = 36 \cdot 0.9397 = 33.83(мм)$$

- толщина зуба по делительной окружности

$$s_{Д1} = \frac{1}{2}t + 2\xi_1 mtg\alpha_0 = \frac{1}{2} \cdot 12.56 + 2 \cdot 0.661 \cdot 4 \cdot 0.36397 = 8.2(мм)$$

$$s_{Д2} = \frac{1}{2}t + 2\xi_2 mtg\alpha_0 = \frac{1}{2} \cdot 12.56 + 2 \cdot 0.452 \cdot 4 \cdot 0.36397 = 7.596(мм)$$

- радиус окружности впадин

$$R_{i1} = r_{Д1} - m(f_0 + c_0^{'} - \xi_1) = 28 - 4(1 + 0.25 - 0.661) = 25.644(мм)$$

$$R_{i2} = r_{Д2} - m(f_0 + c_0^{'} - \xi_2) = 36 - 4(1 + 0.25 - 0.452) = 32.808(мм)$$

- межцентровое расстояние

$$A = m(\frac{z_c}{2} + a) = 4(\frac{32}{2} + 0.943) = 67.772(мм)$$

- радиус начальной окружности

$$r_1 = r_{Д1}(1 + \frac{2a}{z_c}) = 28 \cdot (1 + \frac{2 \cdot 0.943}{32}) = 29.65(мм)$$

$$r_2 = r_{Д2}(1 + \frac{2a}{z_c}) = 36 \cdot (1 + \frac{2 \cdot 0.943}{32}) = 38.12(мм)$$

- глубина захода зуба

$$h_3 = (2f_0 - \psi)m = (2 \cdot 1 - 0.17) \cdot 4 = 7.23(мм)$$

- высота зуба

$$h = h_3 + c_0^{'}m = 7.23 + 0.25 \cdot 4 = 8.23(мм)$$

- радиус окружности выступов

$$R_{e1} = R_{i1} + h = 25.644 + 8.23 = 33.874(мм)$$

$$R_{e2} = R_{i2} + h = 32.808 + 8.23 = 41.038(мм)$$

Выбираем масштаб таким образом, чтобы высоты зуба на чертеже была не менее 50 мм

$$\mu_l = \frac{h}{50} = \frac{8.23}{50} = 1.646 \cdot 10^{-4} \left[ м / мм \right].$$

Определяем коэффициент перекрытия

$$\varepsilon = \frac{\sqrt{r_{a1}^2 - r_{b1}^2} + \sqrt{r_{a2}^2 - r_{b2}^2} - A \cdot \sin\alpha_w}{m\pi\cos\alpha_0} =$$

$$= \frac{\sqrt{33.874^2 - 26.31^2} + \sqrt{41.038^2 - 33.83^2} - 67.77 \cdot \sin 27.45}{4 \cdot 3.14 \cdot \cos 20^0} =$$

$$= \frac{21.336 + 23.23 - 31.24}{11.8} = 1.129.$$

Проверка коэффициента перекрытия:

$$\varepsilon = \frac{(ab) \cdot \mu_l}{m\pi\cos\alpha_0} = \frac{80.94 \cdot 0.1646}{4 \cdot 3.14 \cdot \cos 20} = 1.128.$$

Таким образом, погрешность между теоретически рассчитанным коэффициентом перекрытия и полученным в процессе построения составляет менее 1%.

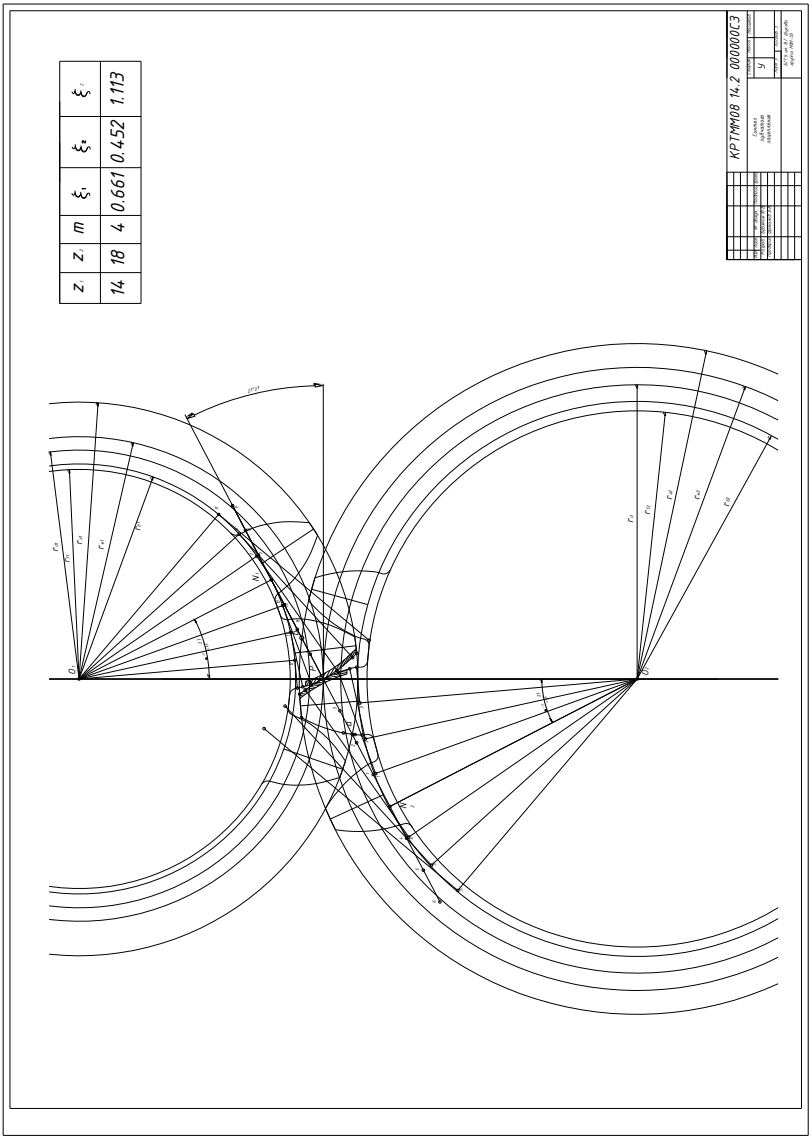



Рис. 8.8. Синтез зубчатого зацепления.

## ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЕ ВОПРОСЫ

1. Определить степень подвижности пространственного механизма.
2. Определить степень подвижности плоского механизма.
3. Определить класс плоского рычажного механизма.
4. Определить передаточное отношение многоступенчатого зубчатого механизма с неподвижными осями колес.
5. Определить передаточное отношение планетарного зубчатого механизма.
6. Определить передаточное отношение дифференциального зубчатого механизма.
7. Определение передаточного отношения эпициклических зубчатых механизмов. Формула Виллиса.
8. Методы кинематического анализа.
9. Графический метод кинематического анализа кривошипно-коромыслового механизма.
10. Графический метод кинематического анализа кривошипно-ползунного механизма.
11. Графический метод кинематического анализа кулисного механизма.
12. Графоаналитический метод кинематического анализа кривошипно-коромыслового механизма.
13. Графоаналитический метод кинематического анализа кривошипно-ползунного механизма.
14. Графоаналитический метод кинематического анализа кулисного механизма.
15. Графоаналитический метод кинематического анализа плоских рычажных механизмов 2 класса.
16. Аналитический метод кинематического анализа плоских рычажных механизмов 2 класса.
17. Составить системы векторных уравнений для построения планов скоростей.
18. Составить системы векторных уравнений для построения планов ускорений.
19. Определить кинематические характеристики движения точек и звеньев рычажного механизма ($V_i$,$\omega_i$, $a_i$, $\varepsilon_i$).
20. Определить масштабы осей кинематических диаграмм.
21. Определить скорость и ускорение точки выходного звена с помощью кинематических диаграмм.
22. Задачи динамического анализа механизмов.
23. Силы, действующие на звенья механизма.
24. Определить силы тяжести, силы инерции и моменты сил инерции звеньев рычажного механизма.

25. Кинетостатический анализ плоских рычажных механизмов 2 класса.

26. Составить уравнения равновесия структурных групп рычажного механизма.

27. Определить реакции в кинематических парах рычажного механизма.

28. Определить уравновешивающий момент на входном звене рычажного механизма.

29. Определить уравновешивающую силу на входном звене рычажного механизма.

30. Приведенные силы и моменты.

31. Кинетическая энергия механизма. Приведенная масса.

32. Кинетическая энергия механизма. Приведенный момент инерции.

33. Машинный агрегат. Стадии движения машинного агрегата.

34. Определить приведенный момент инерции рычажного механизма 2 класса.

35. Определить кинетическую энергию рычажного механизма 2 класса.

36. Неравномерность движения механизма. Назначение маховика.

37. Физический смысл коэффициента неравномерности движения.

38. Определить момент инерции маховика.

39. Уравновешивание механизмов. Статическая балансировка.

40. Уравновешивание механизмов. Динамическая балансировка.

41. Уравнение энергетического баланса машины.

42. Механический к.п.д.

43. Синтез зубчатых зацеплений. Основная теорема зацепления.

44. Способы нарезания зубьев зубчатых колес.

45. Определить вид эвольвентного зацепления для заданных чисел зубьев.

46. Определить геометрические параметры зубчатых колес при различных видах зацепления.

47. Определить коэффициент перекрытия зубчатого зацепления.

48. Типы кулачковых механизмов.

49. Фазовые углы кулачка.

50. Углы давления в кулачковом механизме.

51. Кинематический анализ кулачковых механизмов.

52. Основные законы движения выходного звена кулачкового механизма.

53. Построить график зависимости $S = f(\varphi)$.

54. Построить график зависимости $dS/d\varphi = f(\varphi)$.

55. Определить графически минимальный радиус профиля кулачка $R_0$.

56. Определить радиус ролика толкателя $r_P$.

# ТЕСТОВЫЕ ВОПРОСЫ

| | *Тестовые материалы* | *Ответы* |
|---|---|---|
| | **1. Структура и классификация механизмов** | |
| ***1.*** | ... — это механизм, все подвижные звенья которого описывают неплоские траектории или траектории, лежащие в пересекающихся плоскостях | □ пространственный<br>□ плоский<br>□ линейный<br>□ симметричный |
| 2. | — это звено плоского рычажного механизма, совершающего вращательное движение (полный поворот на $360^0$) | □ кривошип<br>□ ползун<br>□ коромысло<br>□ шатун |
| ***3.*** | — это звено плоского рычажного механизма, совершающее поступательное движение | □ кривошип<br>□ ползун<br>□ коромысло<br>шатун |
| ***4.*** | Механизмы с высшими кинематическими парами превосходят механизмы с низшими кинематическими парами ... | □ большей точностью преобразования движения<br>□ передачей движения на большие расстояния<br>□ возможностью передачи больших сил<br>□ использованием меньшего количества звеньев в цепи |
| ***5.*** | Звенья высшей кинематической пары соприкасаются … | □ по линии<br>□ по касательной<br>□ по поверхности |
| ***6.*** | Звенья низшей кинематической пары соприкасаются ... | □ по линии<br>□ по касательной<br>□ по поверхности<br>□ в точке |
| ***7.*** | ... — это механизм, все подвижные звенья которого описывают траектории, лежащие в одной плоскости | □ пространственный<br>□ плоский<br>□ линейный<br>□ симметричный |
| ***8.*** | Число степеней свободы плоского рычажного механизма определяют по формуле ... | □ Чебышева<br>□ Сомова– Малышева<br>□ Озола<br>□ Новикова |

| | | |
|---|---|---|
| ***9.*** | Плоский рычажный механизм, структурная формула которого имеет вид I →III → $II_1$, — это механизм .... класса | □ I класса<br>□ II класса<br>□ III класса<br>□ IV класса |
| ***10.*** | Формула Чебышева имеет вид … | □ W = 6n - 2 p5 - p4<br>□ W = 3n - 2 p5 - p4<br>□ W = 3n - p5 - p4<br>□ W = 3n - 2 p5 + p4 |
| ***11.*** | Степень подвижности структурной группы Ассура второго класса равна ... | □ 1<br>□ 0<br>□ 2<br>□ 3 |
| ***12.*** | Формула Сомова- Малышева имеет вид … | □ $W = n - p_5 - p_4 - p_3 - p_2 - p_1$<br>□ $W = 6n - 5p_1 - 4p_2 - 3p_3 - 2p_4 - p_5$<br>□ $W = 3n - 2p_5 - 4p_4$<br>□ $W = 6n - 5p_5 - 4p_4 - 3p_3 - 2p_2 - p_1$ |
| ***13.*** | Степень подвижности механизма первого класса равна .... | □ 1<br>□ 0<br>□ 2<br>□ 3 |
| ***14.*** | Количество звеньев $n$ в группе Ассура и количество кинематических пар пятого класса $p_5$ связаны соотношением ... | □ $\frac{n}{p_5} = \frac{2}{3}$<br>□ $\frac{n}{p_5} = \frac{3}{2}$<br>□ $\frac{p_5}{n} = \frac{2}{3}$<br>□ $\frac{n}{p_5} = \frac{1}{2}$ |
| | **2. Кинематическое исследование плоских механизмов** | |
| ***15.*** | Кориолисово ускорение учитывается при кинематическом анализе ... | □ кривошипно-ползунного механизма<br>□ зубчатого механизма<br>□ шарнирного четырехзвенника<br>□ кулисного механизма |
| ***16.*** | Нормальное ускорение точки, которая принадлежит звену, совершающему плоскопараллельное движение, рассчитывается по формуле ... | □ $a^n = \omega^2 \cdot l^2$<br>□ $a^n = \omega^2 \cdot l$<br>□ $a^n = \omega^2 / l$<br>□ $a^n = \omega^2 / l^2$ |

| | | |
|---|---|---|
| ***17.*** | Правильная последовательность выполнения кинематического анализа плоского рычажного механизма:<br>1.Строится план ускорений.<br>2.Выбирается масштаб чертежа механизма.<br>3.Вычерчивается план положений механизма по заданному положению ведущего звена.<br>4.Проводится структурный анализ и классификация механизма по Асуру.<br>5.Строится план скоростей. | □ 1, 2, 3, 4, 5<br>□ 4, 2, 3, 5, 1<br>□ 2, 4, 3, 1, 5<br>□ 2, 5, 1, 3, 4 |
| ***18.*** | Тангенциальная составляющая точки, которая принадлежит звену, совершающему плоскопараллельное движение, рассчитывается по формуле ... | □ $a^{\tau} = \varepsilon \cdot l^2$<br>□ $a^{\tau} = \varepsilon^2 \cdot l$<br>□ $a^{\tau} = \varepsilon / l$<br>□ $a^{\tau} = \varepsilon \cdot l$ |
| ***19.*** | Кинематической характеристикой зубчатой передачи являются ... | □ угловые скорости $\omega_1$ и $\omega_2$ колес<br>□ числа зубьев колес<br>□ модуль передачи<br>□ межосевое расстояние |
| ***20.*** | Передаточное отношение *i*-го звена к *j*-му звену для зубчатой передачи рассчитывается по формуле | □ $u_{ij} = \frac{n_i}{n_j}$<br>□ $u_{ij} = \frac{n_j}{n_i}$<br>□ $u_{ij} = \frac{z_i}{z_j}$<br>□ $u_{ij} = \frac{d_i}{d_j}$ |

## 3. Синтез зубчатых механизмов

| | | |
|---|---|---|
| ***21.*** | Зубчатые колеса со смещением применяются для ... | □ уменьшения нагрузочной способности передачи<br>□ избежания подрезания зубьев у колес с малым числом зубьев<br>□ уменьшения коэффициента торцевого перекрытия<br>□ увеличения коэффициента торцевого перекрытия |
| ***22.*** | Неверно, что при проектировании планетарных зубчатых передач используют условия ... | □ сборки<br>□ соосности<br>□ соседства<br>□ равенства количества сателлитов и солнечных колес |
| ***23.*** | Сателлиты, водило, центральное колесо, опорное колесо — это звенья ... зубчатого механизма. | □ рядового<br>□ планетарного |
| ***24.*** | При некотором изменении межосевого расстояния в эвольвентном зацеплении изменяется ли передаточное отношение | □ увеличивается<br>□ остается неизменным<br>□ уменьшается |
| ***25.*** | Одинаковыми должны быть такие параметры зубчатых колес, находящихся в зацеплении, как ... | □ коэффициенты смещения<br>□ диаметры делительных окружностей<br>□ модули<br>□ углы профиля<br>толщины зуба по делительной окружности |
| ***26.*** | Параметр зубчатого колеса, не зависящий от смещения инструмента при нарезке, — это ... | □ диаметр делительной окружности<br>□ диаметр основной окружности<br>□ толщина зуба по делительной окружности<br>□ модуль |
| ***27.*** | Признаки, определяющие внешнее зацепление, заключаются в том, что ... | □ линия зацепления проходит через оси колес<br>□ угловые скорости вращения звеньев имеют разные знаки<br>□ угловые скорости вращения звеньев имеют одинаковые знаки<br>□ полюс зацепления лежит вне отрезка линии зацепления |

| | | |
|---|---|---|
| ***28.*** | Степень подвижности планетарного зубчатого механизма ... | □ W = 1<br>□ W > 1<br>□ W < 1<br>□ W = 0 |
| ***29.*** | Основная теорема плоского зацепления (теорема Виллиса) устанавливает… | □ положение полюса зацепления<br>□ передаточное отношение<br>□ межосевое расстояние<br>□ коэффициент смещения |
| ***30.*** | Степень подвижности многозвенного дифференциального зубчатого механизма ... | □ W = 1<br>□ W > 1<br>□ W < 1<br>□ W = 0 |
| ***31.*** | Зубчатые прямозубые цилиндрические передачи относятся к передачам с ... расположением осей. | □ параллельным<br>□ перекрещивающимся<br>□ пересекающимся<br>□ непараллельным |
| ***32.*** | Назначаемый коэффициент смещения X при числе зубьев нарезаемого колеса<br>Z < Zmin ... | □ равен 0<br>□ отрицателен<br>□ положителен<br>□ равен 1 |
| ***33.*** | Назначаемый коэффициент смещения X при числе зубьев нарезаемого колеса<br>Z = Zmin ... | □ равен 0<br>□ отрицателен<br>□ положителен |
| ***34.*** | Коэффициент торцевого перекрытия $\varepsilon_{\chi}$ для нормальной работы зубчатой передачи должен быть ... | □ меньше 1<br>□ больше 1<br>□ равен 1<br>□ равен 0 |
| ***35.*** | Окружность зубчатого колеса, шаг, модуль и угол профиля которого равны шагу, модулю и углу профиля исходного производящего контура, называют ... | □ делительной окружностью<br>□ основной окружностью<br>□ окружностью вершин зубьев<br>□ окружностью впадин зубьев |
| ***36.*** | Шаг зубчатого колеса по делительной окружности определяется уравнением ... | □ $p = \pi \cdot m$<br>□ $p = \pi \cdot m \cdot z$<br>□ $p = m / \pi$<br>□ $p = 2 \pi m$ |
| ***37.*** | Диаметр делительной окружности зубчатого колеса определяется по формуле | □ $d = m \cdot Z$<br>□ $d = Z / m$<br>□ $d = 2m \cdot Z$<br>□ $d = m \cdot Z / 2$ |

| | | |
|---|---|---|
| ***38.*** | Диаметр окружности впадин цилиндрического зубчатого колеса определяется по формуле … | □ $d_{f1} = d_1 - 2m\left(h_a + C_0 - \xi_1\right)$<br>□ $d_{f1} = d_1 + m\left(h_a + C_0 - \xi_1\right)$<br>□ $d_{f1} = d_1 - m\left(h_a + C_0 - \xi_1\right)$<br>□ $d_{f1} = d_1 - m \cdot h_a$ |
| | **4. Синтез кулачковых механизмов** | |
| ***39.*** | Диаграмму перемещения толкателя кулачкового механизма получают из графика аналога скорости толкателя графическим … | □ дифференцированием<br>□ суммированием<br>□ интегрированием |
| ***40.*** | Габаритные размеры кулачкового механизма при увеличении угла давления (с сохранением диаграммы перемещения толкателя) … | □ увеличиваются<br>□ уменьшаются<br>□ не изменяются |
| ***41.*** | Опасность заклинивания кулачкового механизма при ведомом толкателе и силовом замыкании контакта характерна для фазы … толкателя | □ удаления<br>□ сближения<br>□ верхнего выстоя<br>□ нижнего выстоя |
| ***42.*** | Закон движения выходного звена кулачкового механизма с «мягким» уда-ром называют … | □ линейным<br>□ параболическим<br>□ синусоидальным |
| ***43.*** | Закон движения выходного звена кулачкового механизма без удара называют … | □ линейным<br>□ параболическим<br>□ синусоидальным<br>□ косинусоидальным |
| ***44.*** | Преимущественное использование в кулачковых механизмах толкателей с роликовым наконечником связано … | □ с уменьшением трения<br>□ с возможностью быстрой замены ролика при изнашивании<br>□ со снижением шума<br>□ с исключением заклинивания |
| ***45.*** | Замыкание кулачкового механизма осуществляют … способом | □ геометрическим<br>□ механическим<br>□ фрикционным |
| ***46.*** | ***93.*** Рабочий цикл кулачкового механизма состоит из последовательных фаз ...<br>1. удаления толкателя.<br>2. приближения толкателя.<br>3. нижнего выстоя толкателя.<br>4. верхнего выстоя толкателя. | □ 3, 4, 1, 2.<br>□ 1, 3, 2, 3.<br>□ 2, 4, 1, 3.<br>□ 4, 1, 3, 2. |

| | | |
|---|---|---|
| ***47.*** | Величина угла давления в кулачковом механизме не зависит от … | □ размеров механизма<br>□ передаточной функции<br>□ перемещения толкателя<br>□ угловой скорости кулачка |
| ***48.*** | Угол давления для кулачковых механизмов с поступательно движущимся толкателем удовлетворяет условию … | □ $10^0 \le \alpha_{max} \le 20^0$.<br>□ $30^0 \le \alpha_{max} \le 40^0$.<br>□ $\alpha_{max} = 0^0$.<br>□ $\alpha_{max} = 90^0$. |
| ***49.*** | Угол давления для кулачковых механизмов с качающимся толкателем удовлетворяет условию … | □ $40^0 \le \alpha_{max} \le 45^0$.<br>□ $0^0 \le \alpha_{max} \le 30^0$.<br>□ $\alpha_{max} = 0^0$.<br>□ $\alpha_{max} = 90^0$. |
| | **5. Силовой анализ механизмов** | |
| ***50.*** | «Внутренние силы - это силы ... | □ движущие<br>□ полезного сопротивления<br>□ трения<br>□ тяжести |
| **51.** | Правильная последовательность силового расчета плоского механизма:<br>1.Силовой расчет начального звена.<br>2.Разбивка кинематической цепи механизма на структурные группы Асура.<br>3.Определение внешних сил, приложенных к звеньям механизма.<br>4.Силовой расчет групп Асура.<br>5.Определение порядка присоединения структурных групп. | □ 1, 2, 3, 4, 5<br>□ 2, 5, 3, 4, 1<br>□ 4, 1, 2, 5, 3<br>□ 2, 5, 1, 4, 3 |
| ***52.*** | Вектор силы инерции направлен противоположно вектору ... | □ скорости<br>□ угловой скорости<br>□ ускорения<br>□ тяжести |
| ***53.*** | Силовой расчет механизмов с учетом сил инерции звеньев называют ... | □ кинетостатическим<br>□ силовым<br>□ инерционным<br>□ уравновешивающим |

| | | |
|---|---|---|
| **54.** | Уравновешивающая сила приложена к... звену механизма. | □ выходному<br>□ входному<br>□ неподвижному |
| **55.** | Главный вектор взаимодействия двух звеньев при отсутствии трения направлен ... | □ по нормали к их поверхности<br>□ по касательной к их поверхности<br>□ по направлению вектора ускорения<br>□ противоположно вектору ускорения |
| **56.** | Сила инерции определяется из выражения: | □ $P_И = m \cdot a_S{}^2$<br>□ $P_И = m \cdot a_S / 2$<br>□ $P_И = m \cdot a_S{}^2 / 2$<br>□ $P_И = m \cdot a_S$ |
| **57.** | Силовой расчет механизма начинается с ... структурной группы | □ начальной<br>□ выходной<br>□ произвольно выбранной |
| **58.** | Сила, действующая на начальное звено и обеспечивающая заданный закон его движения, называется: | □ движущей<br>□ полезного сопротивления<br>□ трения |
| **59.** | Параметры, не определяемые при кинетостатическом расчете механизма,— это ... | □ движущие силы и моменты<br>□ силы внутреннего взаимодействия звеньев<br>□ уравновешивающая сила и уравновешивающий момент<br>□ силы трения |
| **60.** | Кинетостатический метод расчета механизмов основан на учете сил и моментов ... звеньев | □ инерции<br>□ полезного сопротивления<br>□ трения<br>□ тяжести |
| **61.** | Реакцию взаимодействия звеньев *ij* во вращательной паре находят из уравнения ... | □ $R_{ij} = R_{ij}^n$<br>□ $R_{ij} = R_{ij}^n + R_{ij}^\tau$<br>□ $R_{ij} = R_{ij}^\tau$<br>□ $R_{ij} = 2(R_{ij}^n + R_{ij}^\tau)$ |
| | **6. Уравновешивание механизмов** | |
| **62.** | Статического уравновешивания звеньев достигают, используя ... | □ пружины<br>□ маховики<br>□ противовесы |

| | | |
|---|---|---|
| **63.** | Ротор может быть неуравновешен: | □ статически<br>□ статически и динамически<br>□ динамически |
| **64.** | … возникает при совпадении частоты вынуждающей силы с частотой свободных колебаний | □ резонанс<br>□ диссонанс<br>□ вибрация<br>□ амортизация |
| **65.** | Сбалансированный механизм ... при изменении угловой скорости начального звена | □ остается уравновешенным<br>□ перестает быть уравновешенным<br>меняет положение центра масс |
| | **7. Динамический анализ машинного агрегата** | |
| **66.** | Коэффициент неравномерности движения определяется по формуле: | □ $\delta = (\omega_{max} - \omega_{min}) / \omega_{cp}$<br>□ $\delta = (\omega_{max} + \omega_{min}) / \omega_{cp}$<br>□ $\delta = \omega_{cp} / (\omega_{max} - \omega_{min})$<br>□ $\delta = \omega_{cp} / (\omega_{max} + \omega_{min})$ |
| **67.** | Уравнение для расчета момента инерции маховика для начального положения ... | □ $J_м = \omega_1^2 \cdot \delta / \Delta T$<br>□ $J_м = \Delta T / \omega_1^2 \cdot \delta$<br>□ $J_м = \Delta T / \omega_1^2 \cdot \delta^2$<br>□ $J_м = \Delta T / \omega_1 \cdot \delta$ |
| **68.** | Неверно, что момент инерции маховика зависит от ... | □ частоты вращения вала, на котором установлен маховик<br>□ местоположения маховика<br>□ массы звеньев<br>□ угловой координаты начального звена |
| **69.** | Равномерность вращения начального звена механизма оценивается коэффициентом ... | □ неравномерности<br>□ динамичности<br>□ равномерности<br>движения |
| **70.** | Маховик в механизмах ... | □ уменьшает амплитуду периодических колебаний скорости начального звена<br>□ увеличивает амплитуду периодических колебаний скорости начального звена<br>□ изменяет направление вращения начального звена |

# ГЛОССАРИЙ

*Анализ* – исследование свойств механизма по заданной схеме.

*Синтез* – проектирование схемы механизма по заданным свойствам.

*Машина* – техническое устройство, выполняющее механическое движение, с целью преобразования энергии, материалов или информации для облегчения или замены физического труда человека.

*Механизм* есть система тел, предназначенная для преобразования движения одного или нескольких твердых тел в требуемое движение других твердых тел.

*Звено механизма* – деталь или группа деталей, совершающих движение как одно твердое тело.

*Стойка* – неподвижное звено механизма или условно принимаемое за неподвижное.

*Кривошип* – вращающееся звено механизма, которое может совершать полный оборот вокруг неподвижной оси.

*Коромысло* – вращающееся звено механизма, которое может совершать только неполный оборот вокруг неподвижной оси.

*Шатун* – звено механизма, образующее вращательные кинематические пары только с подвижными звеньями.

*Ползун* – звено механизма, перемещающееся по направляющей.

*Кулиса* – звено механизма, вращающееся вокруг неподвижной оси и образующее с другим подвижным звеном поступательную пару – подвижная направляющая.

*Зубчатое колесо* – звено механизма, имеющее замкнутую систему зубьев, обеспечивающее непрерывное движение другого зубчатого звена.

*Кулачок* – звено механизма, у которого рабочий профиль выполнен в виде поверхности переменной кривизны.

*Маховик* - звено механизма (колесо с массивным ободом), устанавливаемое на валу двигателя (машины), используемое в качестве инерционного аккумулятора механической энергии, для уменьшения неравномерности вращения валов компрессоров, насосов и др.

*Кинематическая пара* – подвижное соединение двух соприкасающихся звеньев, допускающее их относительное движение.

*Кинематическая цепь* – группа звеньев связывающих между собой кинематические пары.

*Плоский механизм* – механизм, в котором каждое звено, совершающее плоское движение параллельно одной и той же неподвижной плоскости.

*Число степеней свободы или подвижность механизма* - число независимых обобщенных координат, однозначно определяющее положение всех его звеньев на плоскости или в пространстве.

*Структурная группа* - несколько подвижных звеньев, объединённых кинематической парой, присоединение которой к остальному механизму не изменяет его степень свободы.

*План скоростей (ускорений)* - рисунок, на котором в заранее выбранном масштабном коэффициенте изображены векторы, равные по модулю и направлению скоростям (ускорениям) различных точек звеньев механизма в данный момент времени.

*Движущие силы* – силы, под действием которых выполняется движение звеньев механизма.

*Силы полезного сопротивления* – усилия, которые возникают при выполнении технологических процессов (силы резания, давления).

*Рычаг Жуковского* - жесткий рычаг переменной конфигурации, фигура которого в каждом положении механизма подобно своему плану скоростей, повернутого на 90 градусов против вращения начального звена.

*Приведенный момент инерции механизма* есть переменный момент инерции воображаемых масс на начальном звене, при которых кинетическая энергия начального звена равна кинетической энергии всего механизма.

*Приведенный момент сил* есть переменный момент воображаемых сил, приложенных к начальному звену, работа и мощность которых за любой промежуток времени равна соответственно работе и мощности приводимых сил за этот же промежуток времени.

*Эвольвенты окружности* – кривые описываемые точками производящей прямой при ее перекатывании по окружности, которую называют основной.

*Теоретическая линия зацепления* - отрезок касательной к основным окружностям, заключенный между точками касания.

*Активная часть линии зацепления* - отрезок теоретической линии зацепления, заключенный между точками пересечения ее с окружностями выступов колес.

*Рабочий участок* профилей зубьев это участок профилей зубьев, который участвует в зацеплении.

*Коэффициент перекрытия* - отношение длины дуги зацепления к длине шага по начальным окружностям колес.

*Кулачковый механизм* - механизм, подвижное звено которого (кулачок) взаимодействует с другим подвижным звеном (толкателем) и предназначен для осуществления заданного закона движения.

# БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. *Артоболевский, И. И.* Теория механизмов и машин,/И.И. Артоболевский. – М.: Наука, 1988. – 638 с.

2. *Борщевский, А.А.* Механическое оборудование для производства строительных материалов и изделий,/А.А.Борщевский, А.С. Ильин. – М.: Высшая школа, 1987. – 368 с.

3. *Воробьев, Е.И.* Аналитический метод анализа пространственных кинематических систем и его приложение к механизмам манипуляторов и автооператоров,/Е.И. Воробьев. – // Механика машин. – 1974. – Вып. 43.

4. Теория механизмов и машин: Учебник для втузов/ К.В.Фролов, С.А.Попов, А.К Мусатов и др.; Под ред. К.В.Фролова. – М.: Высшая школа, 1987. – 496 с.

5. *Зиновьев, В.А.* Курс теории механизмов и машин,/В.А.Зиновьев. – М.: Наука, 1972. – 384 с.

6. *Клушанцев, Б.В.* Дробилки,/Б.В. Клушанцев, А.И. Косарев, Ю.А.Муйземник. – М.: Машиностроение, 1990. – 320 с.

7. *Кожевников, С.Н.* Теория механизмов и машин,/С.Н. Кожевников.– М.: Машиностроение, 1973. – 591 с.

8. Курсовое проектирование по теории механизмов и машин,/ А. С.Кореняко и др. Киев: Издательство «Вища школа», 2006. – 331 с.

9. *Красников, С.К.* Кинематический анализ промышленного робота для укладки листового стекла,/В.И.Уральский, О.И. Спиридонова// Управляющие системы и роботы в промышленности строительных материалов. – М.: Изд-во МИСИ, БТИСМ. – 1987.

10. *Машнев, М.М.* Теория механизмов и машин и детали машин: учебное пособие для студентов немашиностроительных специальностей вузов,/М.М. Машнев, Е.Я. Красновский, П.А. Лебедев. – 2-е изд., перераб. и доп. – Л.: Машиностроение, 1980.

11. *Самарский, А.А.* Введение в численные методы,/А.А. Самарский.– М.: Наука, 1982. – 28 с.

12. *Суслов, В.И.* Теория механизмов. Кинематика, динамика и синтез механизмов промышленности строительных материалов: учебное пособие,/В.И. Суслов. – М.: Изд-во АСВ, 2006. – 200 с.

13. *Артоболевский, И. И.* Сборник задач по теории механизмов и машин,/И.И. Артоболевский, Б.В. Эдельштейн. – М.: Наука, 1975. – 296 с.

14. *Шелофаст, В.В.* Основы проектирования машин,/ В.В. Шелофаст.– М.: Изд-во АПМ, 2005. – 472 с.

Учебное издание

**Шаталов** Алексей Вячеславович
**Уральский** Владимир Иванович
**Гончаров** Сергей Иванович
**Синица** Елена Владимировна

# Теория механизмов и машин

Учебное пособие

Подписано в печать Формат 60×84/16. Усл. печ. л. 10,4.
Уч.-изд.л. 11,3. Тираж 250экз. Заказ Цена
Отпечатано в Белгородском государственном технологическом университете
им. В.Г. Шухова
308012, г. Белгород, ул. Костюкова, 46