

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«Ижевский государственный технический университет
имени М.Т. Калашникова»
(ФГБОУ ВО «ИжГТУ имени М.Т. Калашникова»)

Е.А. Наймушина

«Изучение цепи переменного тока»

Учебно-методическое пособие
по выполнению лабораторных и самостоятельных работ
по дисциплине «Физика»

Ижевск 2016

УДК 621.3.02 (075)
ББК 31.211.6я7
Н 20

Рецензент: *Шабанова И.Н.*, доктор физ.-мат. наук, профессор,
Физико-технический институт УрО РАН

Составитель: *Наймушина Е.А.*, канд. физ.-мат. наук, доцент кафедры
«Физика и оплотехника»

Рекомендовано к изданию на заседании кафедры «Физика и
оплотехника» ФГБОУ ВО ИжГТУ имени М.Т. Калашникова
(протокол № 3 от 14.11.2016 г.).

Изучение цепи переменного тока: учебно-методическое
Н 20 пособие / сост. Е.А. Наймушина. – Ижевск: Изд-во ИжГТУ,
2016. – 20 с.

УДК 621.3.02 (075)
ББК 31.211.6я7

Издание предназначено для студентов 1 и 2 курсов всех
направлений и специальностей ФГБОУ ВО ИжГТУ имени М.Т.
Калашникова, выполняющих лабораторные работы по дисциплине
«Физика» (раздел – «Электричество и магнетизм»). Содержит
краткую теорию, описание экспериментальной установки, методику
выполнения лабораторной работы, рисунки, иллюстрирующие
теоретическую и экспериментальную части, рекомендации по
оформлению результатов.

© Наймушина Е.А., составление, 2016

© Ижевский государственный технический университет, 2016

СОДЕРЖАНИЕ

	стр.
Краткая теория.....	4
1. Введение.....	4
2. Цепь переменного тока с активным сопротивлением.....	6
3. Цепь переменного тока с индуктивным сопротивлением.....	7
4. Цепь переменного тока с емкостным сопротивлением.....	8
5. Цепь переменного тока, содержащая последовательно включенные резистор, катушку индуктивности и конденсатор.....	10
6. Мощность в цепи переменного тока.....	13
Порядок выполнения работы.....	14
Контрольные вопросы.....	17
Список литературы.....	18

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА ИЗУЧЕНИЕ ЦЕПИ ПЕРЕМЕННОГО ТОКА

Приборы и принадлежности: регулируемый источник переменного напряжения, амперметр, вольтметр, резистор, катушка индуктивности, конденсатор, соединительные провода, циркуль и транспортир.

Цель работы: опытным путем проверить основные законы для цепи переменного тока с последовательным соединением резистора, катушки индуктивности и конденсатора.

Задачи: Построить векторную диаграмму напряжений для цепи переменного тока с последовательно включенными резистором, катушкой индуктивности и конденсатором. Найти активное сопротивление резистора R , индуктивное сопротивление катушки индуктивности X_L , емкостное сопротивление конденсатора X_C , а также, полное сопротивление цепи Z . Определить активную мощность тока P .

КРАТКАЯ ТЕОРИЯ

1. Введение

В электрической цепи, состоящей из последовательно соединенных индуктивности L , емкости C и активного сопротивления R , под действием переменной электродвижущей силы (ЭДС), возникает переменный ток.

Переменным называется электрический ток, который изменяется с течением времени:

$$I = I(t).$$

Мгновенным значением переменного тока называется его значение в фиксированный момент времени. Периодическим называют такой переменный ток, мгновенные значения которого повторяются через равные промежутки времени:

$$I = I(t) = I(t + kT),$$

где $k = 0; 1; 2; 3; 4; \dots n$.

T — период переменного тока, т.е. наименьший промежуток времени, по истечении которого мгновенные значения тока повторяются в той же последовательности.

Простейшим типом периодического тока является гармонический ток:

$$I = I_m \cos(\omega t + \varphi),$$

где I_m — амплитуда тока;
 $\omega t + \varphi$ — полная фаза колебания;
 φ — начальная фаза колебания (при $t = 0$);
 ω — циклическая частота.

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi\nu,$$

где ν — частота переменного периодического тока, число колебаний совершаемых за одну секунду.

Действующим или эффективным значением гармонического тока называется значение такого постоянного тока, который протекая через одно, и тоже неизменное сопротивление R за период времени T выделяет такое же количество тепла, что и рассматриваемый гармонический ток. Между амплитудным и действующим значением гармонического тока существует простая связь: $I_{эфф} = \frac{I_m}{\sqrt{2}}$. Аналогично для напряжения и ЭДС: $U_{эфф} = \frac{U_m}{\sqrt{2}}$, $\mathcal{E}_{эфф} = \frac{\mathcal{E}_m}{\sqrt{2}}$

Эти эффективные значения и фиксируются электроизмерительными приборами. (Когда мы говорим в быту о напряжении $220B$, то это относится именно к эффективному значению напряжения. Амплитудное значение напряжения равно $U_m = \sqrt{2}U_{эфф} = \sqrt{2} \times 220B = 311B$.)

Для мгновенных значений достаточно медленно изменяющихся переменных ЭДС и токов справедливы основные законы постоянного тока в их наиболее общей форме. При этом следует иметь в виду, что сопротивления одной и той же электрической цепи для постоянного и переменного токов не совпадают.

Основными элементами электрической цепи переменного тока являются активное сопротивление, индуктивность и ёмкость.

2. Цепь переменного тока с активным сопротивлением

Активное сопротивление (R) представляет собой элемент электрической цепи, в котором при прохождении тока происходит необратимый процесс преобразования электрической энергии в тепловую

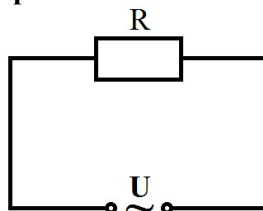


рис.1.

Электрическая цепь с таким сопротивлением показана на рис.1.

Приложенное к цепи напряжение U изменяется по гармоническому закону $U = U_m \cos \omega t$.

Применяя закон Ома для мгновенных значений переменного тока и напряжения получим

$$I = U/R = (U_m \cos \omega t)/R = (U_m/R) \cos \omega t = I_{mR} \cos \omega t,$$

где $I_{mR} = U_m/R$ – амплитудное значение переменного тока, протекающего через резистор.

Таким образом, в данной цепи мгновенные значения тока и напряжения, совершая гармонические колебания, совпадают по фазе (рис.2.).

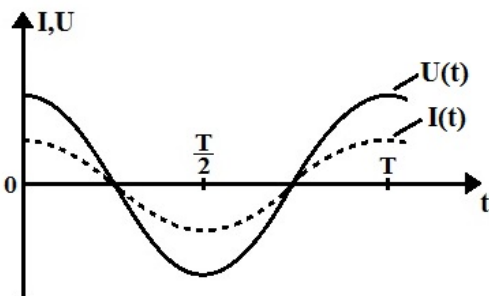


рис.2.

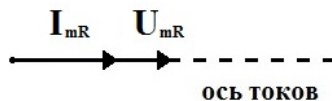


рис.3.

В векторной диаграмме колебаний (рис.3.) одинаковые фазы тока и напряжения отражаются в совпадении направлений векторов их амплитудных значений I_{mR} и U_{mR} .

3. Цепь переменного тока с катушкой индуктивности

Индуктивность (L) - это элемент электрической цепи способный накапливать энергию магнитного поля. Пусть переменное напряжение $U = U_m \cos \omega t$ подается на катушку индуктивностью L , для которой активное сопротивление пренебрежимо мало (рис.4.).

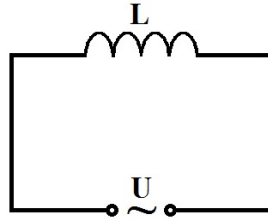


рис.4.

По катушке течет переменный ток $I(t)$, вследствие чего в цепи должна возникнуть ЭДС самоиндукции $\mathcal{E}_i = -L \frac{dI}{dt}$. Наличие ЭДС самоиндукции делает цепь неоднородной. Закон Ома для данной цепи, с учетом её неоднородности, запишется как :

$$I = \frac{U - L \frac{dI}{dt}}{R}$$

Найдем закон изменения силы тока в цепи. Поскольку активное сопротивление в цепи отсутствует, то из уравнения закона Ома следует

$$U_m \cos \omega t = -L \frac{dI}{dt}$$

Разделим переменные и проинтегрируем это уравнение:

$$dI = (U_m/L) \cos \omega t dt$$

$$I = (U_m/L) \int \cos \omega t dt = (U_m/L\omega) \sin \omega t + C$$

Поскольку в данной цепи постоянной составляющей тока нет, то постоянная интегрирования $C = 0$.

$$I = (U_m/L\omega) \sin \omega t = (U_m/L\omega) \cos(\omega t - \pi/2) = I_{mL} \cos(\omega t - \pi/2),$$

где $I_{mL} = U_m/L\omega$ - амплитудное значение тока, протекающего через катушку индуктивности.

Величина $X_L = L\omega$ называется **реактивным индуктивным сопротивлением** (или **индуктивным сопротивлением**), единицей

его измерения является Ом. Индуктивное сопротивление называют реактивным, так как оно не вызывает расхода энергии переменного тока (расход энергии определяется активным сопротивлением R), а только её перераспределение. Одну четверть периода катушка работает как потребитель – запасает энергию в магнитное поле, а следующую четверть периода – как генератор – возвращает запасенную энергию полностью в цепь.

Величина индуктивного сопротивления растет с частотой ω переменного тока. Для постоянного тока ($\omega = 0$) индуктивное сопротивление не существует.

Графически электрические процессы в индуктивности представлены на рис. 5, 6.

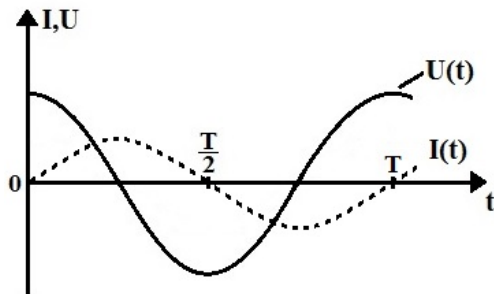


рис.5.

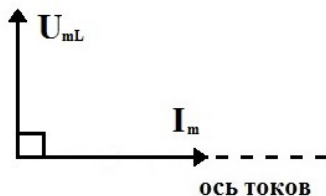


рис.6.

Ток через катушку индуктивности отстает по фазе от напряжения U_L на $\pi/2$.

4. Цепь переменного тока с ёмкостным сопротивлением

Ёмкость (C) – это элемент электрической цепи, способный накапливать энергию электрического поля. Пусть переменное напряжение $U = U_m \cos \omega t$ подается на емкость C (рис.7.), при этом индуктивностью и активным

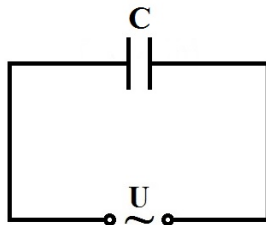


рис.7.

сопротивлением соединительных проводов можно пренебречь.

Под воздействием источника напряжения пластины конденсатора периодически перезаряжаются, и в цепи течет переменный ток:

$$I = \frac{dq}{dt}.$$

При отсутствии падения напряжения в проводах напряжение на конденсаторе равно внешнему напряжению:

$$U_C = \frac{q}{C} = U_m \cos \omega t.$$

Тогда сила тока:

$$\begin{aligned} I = \frac{dq}{dt} &= \frac{d}{dt}(CU_C) = \frac{d}{dt}(CU_m \cos \omega t) = -\omega CU_m \sin \omega t = \\ &= I_m \cos(\omega t + \pi/2), \end{aligned}$$

$$\text{где } I_m = \omega CU_m = \frac{U_m}{1/\omega C} = \frac{U_m}{X_C} - \text{амплитудное значение силы}$$

тока текущего через конденсатор.

Величина $X_C = \frac{1}{\omega C}$ называется **реактивным емкостным**

сопротивлением (или **емкостным сопротивлением**), единицей его измерения является Ом. В случае реактивного емкостного сопротивления X_C вся работа, совершаемая источником тока при зарядке конденсатора, преобразуется в энергию электрического поля, а при разрядке вся энергия без остатка возвращается в источник. Емкостное сопротивление имеет малые значения для высокочастотных токов, а для постоянного тока бесконечно велико (постоянный ток через конденсатор течь не может).

В цепи с емкостью напряжение отстает от тока на $\frac{\pi}{2}$. Такой сдвиг по фазе между током и падением напряжения на конденсаторе показан на рис.8 и векторной диаграмме (рис.9).

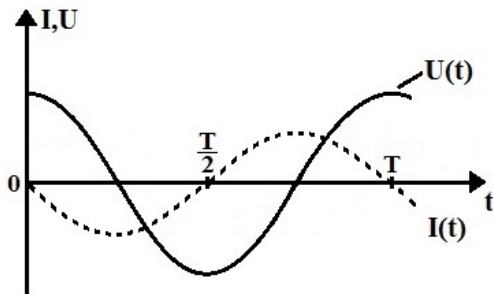


рис.8.

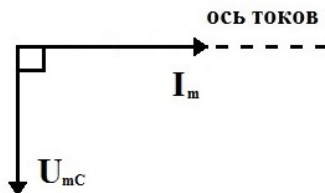


рис.9

5. Цепь переменного тока, содержащая последовательно включенные резистор, катушку индуктивности и конденсатор

На рис. 10 представлена цепь, содержащая резистор сопротивлением R , катушку индуктивностью L и конденсатор емкостью C , к концам которой приложено переменное напряжение $U = U_m \cos \omega t$.

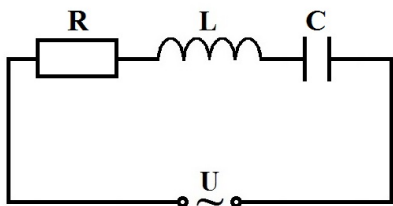


рис.10.

В такой цепи будет течь переменный ток, который вызовет на всех элементах цепи соответствующие падения напряжения U_R , U_L , и U_C . При последовательном соединении сила тока на всех элементах цепи будет одинакова. Напряжения U_R , U_L , и U_C , как было показано выше, сдвинуты по фазе относительно тока соответственно на 0 , $\frac{\pi}{2}$ и $-\frac{\pi}{2}$.

Векторная диаграмма напряжений для такой цепи показана на рис.11. Построение диаграммы проводится следующим образом. Выбирается горизонтальная ось тока I , как величины общей для всех трех элементов цепи. Затем, в условном масштабе откладывают вдоль оси токов амплитуду напряжения на активном сопротивлении $U_{mR}=RI_m$ (см.п. 2). Затем, в том же масштабе перпендикулярно оси токов откладывают векторы $U_{mL} = \omega LI_m$ и $U_{mC} = \frac{I_m}{\omega C}$ (см. пп. 3 и 4).

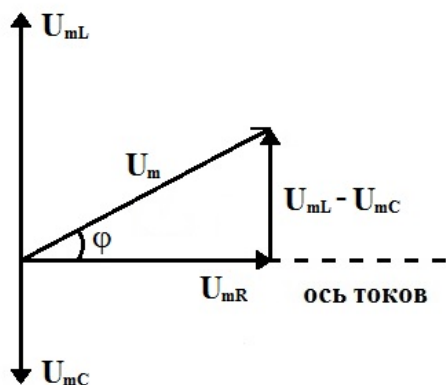


рис.11.

Внешнее напряжение должно быть равно сумме падений напряжения на отдельных элементах цепи $U = U_R + U_L + U_C$. Амплитуда U_m приложенного напряжения равна векторной сумме амплитуд падений напряжения на всех трех участках цепи. Угол φ (рис.11) определяет разность фаз между током $I = I_m \cos(\omega t - \varphi)$ и приложенным напряжением $U = U_m \cos \omega t$.

Из векторной диаграммы следует:

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{U_{mL} - U_{mC}}{U_{mR}} = \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R},$$

$$U_m = \sqrt{U_{mR}^2 + (U_{mL} - U_{mC})^2} = \sqrt{R^2 I_m^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right)^2 I_m^2}.$$

Тогда амплитуда силы тока цепи определяется соотношением:

$$I_m = \frac{U_m}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}}$$

Стоящую в знаменателе этого выражения величину, имеющую размерность сопротивления, обозначают буквой Z и называют **полным сопротивлением** цепи или **импедансом**:

$$Z = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}.$$

При $\omega = \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ это сопротивление минимально и равно

суммарному активному сопротивлению цепи R . Величину, стоящую в круглых скобках, обозначают X и называют **реактивным сопротивлением**:

$$X = \omega L - \frac{1}{\omega C} = X_L - X_C.$$

Хотя реактивное сопротивление измеряют в тех же единицах, что и активное, между ними существует принципиальное различие. Оно заключается в том, что только активное сопротивление определяет необратимые процессы в цепи, такие, например, как преобразование электромагнитной энергии в тепло.

Таким образом, **закон Ома для цепи переменного тока** можно записать как:

$$I = \frac{U}{Z} = \frac{U}{\sqrt{R^2 + X^2}}.$$

6. Мощность в цепи переменного тока

Мгновенное значение мощности переменного тока равно произведению мгновенных значений напряжения и силы тока:

$$P(t) = U(t)I(t) = U_m I_m \cos \omega t \cos (\omega t - \varphi).$$

Раскрыв $\cos (\omega t - \varphi)$, получим:

$$P(t) = U_m I_m (\cos^2 \omega t \cos \varphi + \sin \omega t \cos \omega t \sin \varphi).$$

Практический интерес представляет не мгновенное значение мощности, а её среднее значение за один период колебаний.

Учитывая, что средние значения функций $\langle \cos^2 \omega t \rangle = \frac{1}{2}$ и $\langle \sin \omega t \cos \omega t \rangle = 0$, получим для среднего значения мощности:

$$\langle P \rangle = \frac{U_m I_m}{2} \cos \varphi.$$

Это выражение можно привести к иному виду, если принять во внимание, что из векторной диаграммы (рис.11) следует $U_m \cos \varphi = U_{mR} = R I_m$. Поэтому

$$\langle P \rangle = \frac{R I_m^2}{2}.$$

Такую же мощность развивает постоянный ток $I = \frac{I_m}{\sqrt{2}}$.

Используя связь между эффективными (см. п.1) и амплитудными значениями тока и напряжения среднее значение мощности переменного тока можно записать как

$$\langle P \rangle = U_{эфф} I_{эфф} \cos \varphi.$$

где $\cos \varphi$ называют **коэффициентом мощности**.

$$\cos \varphi = \frac{R}{Z} = \frac{R}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right)^2}}$$

Таким образом, выделяемая в цепи мощность зависит не только от напряжения и силы тока, но еще и от сдвига фаз между током и напряжением.

ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

1. Ознакомиться с электрической цепью по схеме (рис.12). После проверки схемы, регулируемый источник переменного напряжения (РН) включить в сеть 220В. Поворотом ручки РН установить в цепи ток 0,4 или 0,6А (по указанию преподавателя). Выставить предел измерений на вольтметре ВЗ-38 – 100В.

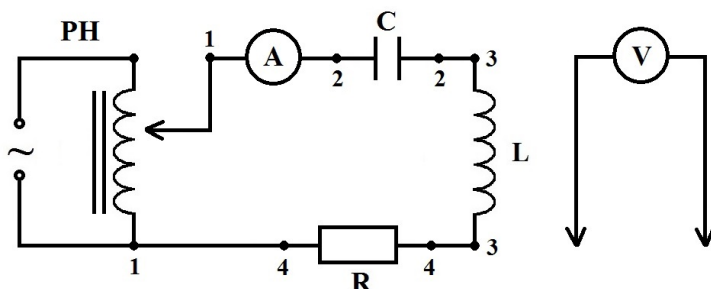


рис.12.

2. Вольтметром поочередно измерить и записать эффективные значения подаваемого напряжения U (гнезда 1-1), напряжения на конденсаторе U_C (2-2), на катушке индуктивности U_K (3-3) и на резисторе U_R (4-4).

3. По данным измерений построить методом засечек векторную диаграмму амплитудных значений напряжений (рис. 13). (Учесть, что использование вместо амплитудных значений напряжений их эффективных значений изменяет только масштаб диаграммы.)

Для построения диаграммы выбирается горизонтальная ось токов OI . Вдоль оси токов в произвольном масштабе откладывается вектор U_R . Из конца этого вектора, вниз перпендикулярно ему, в том же масштабе, необходимо отложить вектор U_C , т.к. напряжение на емкости отстает по фазе от тока на

$\frac{\pi}{2}$. С помощью циркуля провести две окружности: одну с центром в точке O и радиусом U , другую с центром в конце вектора U_C и радиусом U_K . Найти точку пересечения окружностей D . Провести в

точку Д из точки О вектор U , а из конца вектора U_C - вектор U_K . Вектор U_K нужно разложить на две взаимно перпендикулярные составляющие: вектор U_L – напряжение на реактивном индуктивном сопротивлении катушки и вектор U_{AK} – напряжение на активном сопротивлении катушки. Если в цепи преобладает индуктивное сопротивление, то точка пересечения окружностей Д будет располагаться выше оси токов.

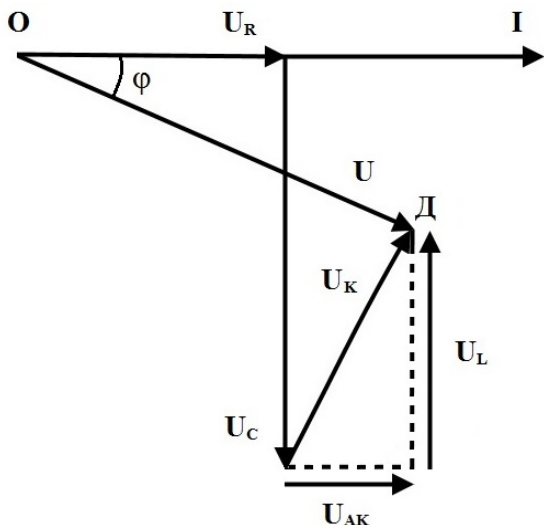


рис.13.

4. Из векторной диаграммы, используя выбранный масштаб, определить величины U_L и U_{AK} . Вычислить реактивные сопротивления конденсатора X_C и катушки индуктивности X_L , а также активные сопротивления резистора R и катушки индуктивности R_K с помощью формул:

$$X_C = \frac{U_C}{I}; X_L = \frac{U_L}{I}; R = \frac{U_R}{I}; R_K = \frac{U_{AK}}{I}.$$

5. Используя полученные результаты рассчитать полное сопротивление цепи переменного тока по формуле:

$$Z = \sqrt{(R + R_K)^2 + (X_L - X_C)^2}.$$

6. Учитывая, что промышленная частота переменного тока $\nu = 50 \text{ Гц}$, рассчитать емкость конденсатора и индуктивность катушки на основе их реактивных сопротивлений:

$$X_L = \omega L = 2\pi\nu L; \quad X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2\pi\nu C}.$$

Сравнить полученные результаты с заданными значениями (в процентном соотношении).

7. Проверить соответствие показаний вольтметра на выходе U (1-1) и амперметра с расчетными данными:

$$U = \sqrt{(U_R + U_{AK})^2 + (U_L - U_C)^2}; \quad I = \frac{U}{Z}.$$

8. С помощью транспортира измерить угол φ на построенной векторной диаграмме и вычислить коэффициент мощности $\cos \varphi$. Сравнить полученное значение с результатом расчета по формуле:

$$\cos \varphi = \frac{R + R_K}{Z}.$$

Определить активную мощность тока $P = IU \cos \varphi$.

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Какой ток называется переменным?
2. Дайте определение мгновенного, амплитудного и действующего значений переменного тока. Какая связь между ними?
3. Нарисуйте и объясните векторную диаграмму для цепи переменного тока с последовательно включенными резистором, катушкой индуктивности и конденсатором.
4. В последовательной R-L-C цепи напряжение на активном элементе меняется по закону $U_R = U_m \sin \omega t$. Запишите законы изменения тока и напряжений на реактивных элементах.
5. В последовательной R-L-C цепи индуктивное сопротивление больше емкостного. Как изменится ток в цепи, если частота питающего напряжения увеличится?
6. Запишите закон Ома для последовательной R-L-C цепи переменного тока в действующих значениях напряжений и токов.
7. Что называется реактивным сопротивлением цепи, от чего оно зависит?
8. Чем вызван сдвиг по фазе между током и приложенным напряжением в цепи переменного тока? От чего он зависит?
9. В чем заключается различие формул закона Ома для цепей постоянного и переменного токов? Чем оно вызвано?
10. Как вычислить мощность, выделяемую в цепи переменного тока?
11. Что называется коэффициентом мощности?

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Савельев И.В. Курс общей физики. В 5 т. - СПб.: Лань, 2011.-Т 2, Электричество и магнетизм, с. 338 – 347.
2. Базуев М.Н. Изучение цепи переменного тока: Методические указания к лабораторной работе/ Ижевск мех. ин-т, г. Ижевск, 1989, 16с.
3. Трофимова Т.И. Курс физики. - М.: Издательский центр «Академия», 2007г., с.273-279.
4. Калашников Н.П., Смондырев М.А. Основы физики. В 2 т. - М.: Дрофа, 2004г., - Т 1, с.337-345.
5. Иродов И.Е. Электромагнетизм. Основные законы, – М.: БИНОМ. Лаб. знаний, 2006г, с.296-304.
6. Детлаф А.А., Яворский Б.М. Курс физики. – М.: Издательский центр «Академия», 2005г. с.378-382.
7. Сивухин Д.В., Общий курс физики. Электричество. – М.: Наука, 1977, с.557-593.