Федеральное агентство связи
Государственное образовательное учреждение высшего профессионального образования
«Поволжский государственный университет телекоммуникаций и информатики»

Кафедра радиосвязи, радиовещания и телевидения

«УТВЕРЖДАЮ»
Заведующий кафедрой РРТ

__________________________Елисеев С.Н.

«_______»________________2013_г.

МЕТОДИЧЕСКАЯ РАЗРАБОТКА

ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ПРАКТИЧЕСКОГО ЗАНЯТИЯ

по учебной дисциплине: Цифровая обработка сигналов

Тема: Импульсная характеристика и системная функция цифрового фильтра

Обсуждено на заседании кафедры

«______»__________________2013_г.

Протокол №_________

Самара

2013г.

1. Введение

Данное практическое занятие посвящено двум важнейшим характеристикам цифрового фильтра: импульсной характеристике и системной функции фильтра. Эти характеристики связаны прямым и обратным Z – преобразованием. Системная функция представляет собой прямое Z – преобразование импульсной характеристики. Импульсная характеристика находится как обратное Z – преобразование системной функции.

2. Учебная цель

Студент должен:

- Знать определения импульсной характеристики и системной функции цифрового фильтра и связь этих характеристик,
- Уметь находить системную функцию фильтра при известном графическом представлении алгоритма цифровой фильтрации,
- Уметь находить системную функцию фильтра по известным разностным уравнениям фильтра,
- Уметь находить системную функцию по импульсной характеристике фильтра,
- Уметь находить импульсную характеристику фильтра при известной системной функции,
- Уметь находить отсчеты импульсной характеристики прямым способом при известном алгоритме цифровой фильтрации,
- Уметь определять выходной сигнал фильтра по входному сигналу и импульсной характеристике.

3. Связь с другими темами

Данная тема связана с темами: «Прямое и обратное Z – преобразование», «Комплексный коэффициент передачи, АЧХ и ФЧХ фильтра», «Устойчивость цифровых фильтров».

4. Теоретические сведения и расчетные формулы. Примеры решения задач

Импульсная характеристика фильтра. Понятие о нерекурсивных и рекурсивных цифровых фильтрах

Цифровым фильтром дискретного сигнала называется линейная частотно-избирательная система, реализуемая на основе вычислительного устройства.

Пусть при действии на входе цифрового фильтра последовательности отсчетов x_n на его выходе действует последовательность y_n (рисунок 3.1).

Рисунок 3.1

Если n-ый отсчет выходного сигнала фильтра y_n зависит только от отсчетов входного сигнала в данный и предшествующие моменты дискретного времени x_n, x_{n-1}, ..и т.д., то такой фильтр называется **нерекурсивным.**

Если n-ый отсчет выходного сигнала фильтра y_n зависит не только от отсчетов входного сигнала в данный и предшествующие моменты дискретного времени x_n, x_{n-1} ..и т.д., но и от отсчетов выходного сигнала в предшествующие моменты времени y_{n-1}, y_{n-2}, ..и т.д., то такой фильтр называется **рекурсивным.**

Импульсной характеристикой цифрового фильтра называется выходной сигнал фильтра при действии на его входе единичного отсчета и при нулевых начальных условиях (рисунок 3.2).

Фильтр с конечной импульсной характеристикой называется КИХ - фильтром (КИХ - конечная импульсная характеристика). Фильтр с бесконечной импульсной характеристикой называют БИХ - фильтром.

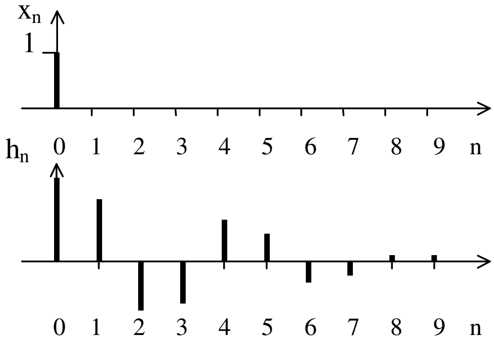

Рисунок 3.2 - Единичный отсчет x_n и импульсная характеристика h_n

3.2. Определение выходного сигнала фильтра по входному сигналу и импульсной характеристике

Определение выходного сигнала цифрового фильтра по входному сигналу и импульсной характеристике основано на определении импульсной характеристики и принадлежности фильтра к линейным системам, для которых справедлив принцип суперпозиции.

На рисунке 3.3 приведен пример определения выходного сигнала фильтра в случае, когда входной сигнал x_n содержит два отсчета $x_0 = 2$ и $x_1= 2$, а импульсная характеристика 3 отсчета $h_0 = 1$, $h_1=0.5$, $h_2 = 0.25$.

Сначала определим реакцию фильтра на отсчет x_0, считая, что $x_1=0$. Если бы вместо x_0 действовал единичный отсчет, то выходным сигналом была бы импульсная характеристика.

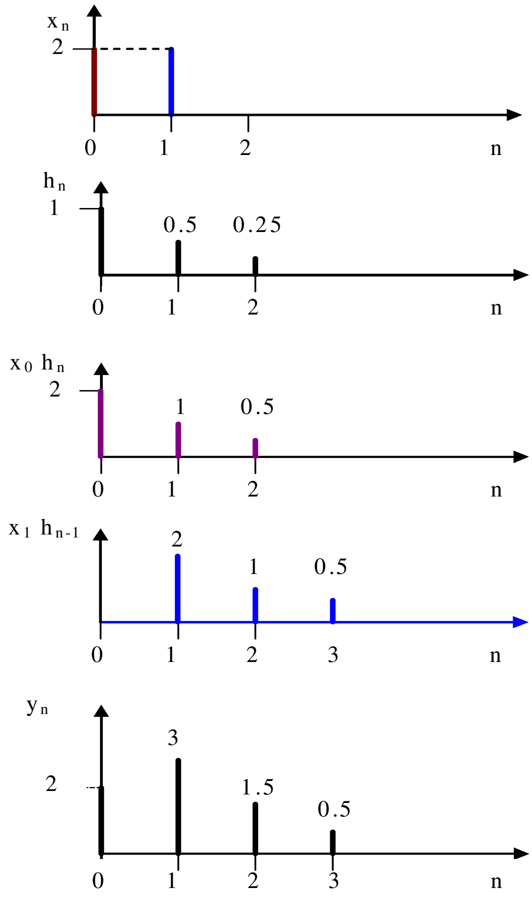

Рисунок 3.3 – Определение выходного сигнала фильтра по входному сигналу и импульсной характеристике

Так как фильтр линейная система, то при входном отсчете в x_0 раз больше единичного, выходной сигнал будет представлять собой импульсную характеристику, все отсчеты которой умножены на x_0, - $x_0 h_n$.

Определим реакцию фильтра на отсчет сигнала x_1 при $x_0 = 0$. При $x_1 = 1$ выходной сигнал фильтра представлял бы собой импульсную характеристику, запаздывающую на один отсчет h_{n-1}. При отсчете x_1, отличном от единицы, реакцией фильтра будет запаздывающая на один отсчет импульсная характеристика, все отсчеты которой умножены на x_1, - $x_1 h_{n-1}$.

Согласно принципу суперпозиции полученные реакции суммируются.

В результате

$y_0 = h_0 x_0$, $\quad y_1 = h_0 x_1 + h_1 x_0$, …..

В общем случае

$$y_n = \sum_{k=0}^{n} h_k x_{n-k}. \qquad (3.1)$$

Согласно последнему соотношению

$y_2 = h_0 x_2 + h_1 x_1 + h_2 x_0$.

Однако в рассмотренном примере $x_2 = 0$, поэтому, как видно из рисунка,

$y_2 = h_1 x_1 + h_2 x_0$.

В общем случае

$y_3 = h_0 x_3 + h_1 x_2 + h_2 x_1 + h_3 x_0$.

В данном примере $x_2 = x_3 = 0$, $h_3 = 0$, поэтому

$y_3 = h_2 x_1$.

Соотношение 3.1 представляет собой дискретную свертку последовательностей x_n и h_n, т.е. **выходной сигнал фильтра представляет собой дискретную свертку входного сигнала и импульсной характеристики фильтра.**

На рисунке 3.4 дано графическое представление дискретной свертки при конечной импульсной характеристике фильтра, содержащей N+1 отсчет. Из рисунка видно, что y_n зависит только от отсчетов входного сигнала x_n, x_{n-1}, .. x_{n-N}, следовательно, данный фильтр является нерекурсивным.

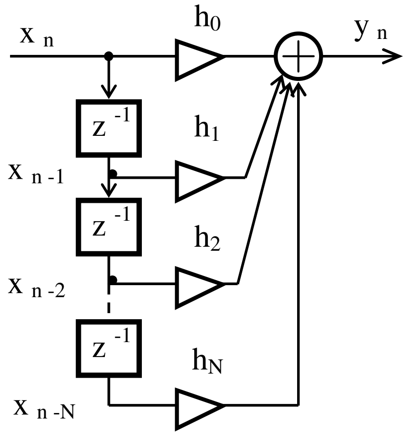

Рисунок 3.4 – Нерекурсивный цифровой фильтр

Z – преобразование дискретной свертки (3.1) входного сигнала x_n и импульсной характеристики h_n равно произведению Z – преобразований этих последовательностей.

$$Y(z) = H(z)\,X(z),$$

где $Y(z) = \sum_{n=0}^{\infty} y_n z^{-n}$, $\quad H(z) = \sum_{n=0}^{\infty} h_n z^{-n}$, $\quad X(z) = \sum_{n=0}^{\infty} x_n z^{-n}$.

Системной функцией цифрового фильтра называется отношение Z – преобразования Y(z) выходного сигнала фильтра y_n к Z – преобразованию X(z) входного сигнала x_n.

Из предыдущих соотношений следует, что **системная функция H(z) представляет собой Z – преобразование импульсной характеристики фильтра**

$$H(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = \sum_{n=0}^{\infty} h_n z^{-n}. \qquad (3.2)$$

Для нерекурсивного фильтра с конечной импульсной характеристикой имеем

$$H(z) = \sum_{n=0}^{N} h_n z^{-n}.$$

Следовательно, системная функция нерекурсивного цифрового фильтра представляет собой полином степени **N** комплексной переменной $\mathbf{z^{-1}}$**.** Коэффициенты этого полинома являются отсчетами импульсной характеристики фильтра.

В рекурсивном фильтре (рисунок 3.5) n – ый отсчет выходного сигнала фильтра y_n связан линейными соотношениями с отсчетами входного сигнала в данный и предшествующие моменты дискретного времени x_n, x_{n-1}, ..x_{n-N} и отсчетами выходного сигнала в предшествующие моменты времени y_{n-1}, y_{n-2}, .. y_{n-N}. Соответствующие коэффициенты пропорциональности B_0, B_1, .. B_N, A_1, A_2, .. A_N определяют свойства фильтра.

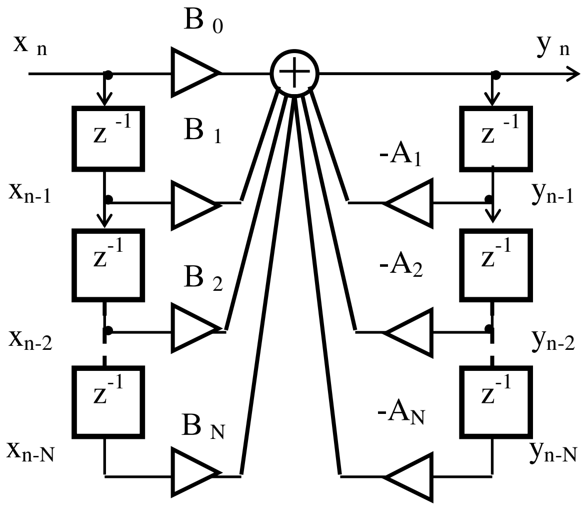

Рисунок 3.5 – Прямая форма программной реализации рекурсивного фильтра

Согласно схеме

$$y_n = B_0 x_n + B_1 x_{n-1} + .. + B_N x_{n-N} - A_1 y_{n-1} - A_2 y_{n-2} - .. - A_N y_{n-N}.$$

Выразим Z - преобразование выходного сигнала Y(z) через Z-преобразование входного сигнала

$$Y(z) = B_0 X(z) + B_1 z^{-1} X(z) + B_2 z^{-2} X(z) + .. + B_N z^{-N} X(z) -$$
$$- A_1 z^{-1} Y(z) - A_2 z^{-2} Y(z) - .. - A_N z^{-N} Y(z).$$

Из последнего соотношения получим

$$H(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{B_0 + B_1 z^{-1} + B_2 z^{-2} + .. + B_N z^{-N}}{1 + A_1 z^{-1} + A_2 z^{-2} + .. + A_N z^{-N}}.$$

Таким образом, системная функция цифрового фильтра в общем случае представляет собой дробно-рациональную функцию. Полином числителя описывает нерекурсивную часть фильтра, а полином знаменателя – рекурсивную.

Нулем системной функции называется значение комплексной переменной z, при котором системная функция равна нулю.

Полюсом системной функции называется значение комплексной переменной z, при котором системная функция равна бесконечности.

Задача №3.1

На входе фильтра действует сигнал

$$x_n = \begin{cases} \cos\left(\frac{\pi}{2} n\right) & \text{при} \quad n \geq 0, \\ 0 \quad \text{при} \quad n < 0. \end{cases}$$

Выходной сигнал фильтра представляет собой единичный отсчет

$$y_n = \begin{cases} 1 \quad \text{при} \quad n = 0, \\ 0 \quad \text{при} \quad n \neq 0. \end{cases}$$

Определите системную функцию и импульсную характеристику фильтра.

Решение задачи №3.1

Для нахождения системной функции определим Z – преобразования входного и выходного сигналов

$$X(z)=\sum_{n=0}^{\infty}x_n z^{-n}=\sum_{n=0}^{\infty}\cos\left(\frac{\pi}{2}n\right)\cdot z^{-n}=\sum_{n=0}^{\infty}\frac{e^{j\frac{\pi}{2}n}+e^{-j\frac{\pi}{2}n}}{2}\cdot z^{-n}=$$

$$=\frac{1}{2}\left(\sum_{n=0}^{\infty}\left(e^{j\frac{\pi}{2}}\cdot z^{-1}\right)^n+\sum_{n=0}^{\infty}\left(e^{-j\frac{\pi}{2}}\cdot z^{-1}\right)^n\right)=\frac{1}{2}\left(\frac{1}{1-j\,z^{-1}}+\frac{1}{1+j\,z^{-1}}\right)=$$

$$=\frac{1}{1+z^{-2}}\quad при\quad |z|>1.$$

Обратите внимание на то, что $\sum_{n=0}^{\infty}\left(e^{j\frac{\pi}{2}}\cdot z^{-1}\right)^n=\sum_{n=0}^{\infty}\left(j\cdot z^{-1}\right)^n$ при $\frac{|j|}{|z|}<1$ (при $|z|>1$) есть сумма членов бесконечно убывающей геометрической прогрессии, которая равна первому члену $\left(j\cdot z^{-1}\right)^0=1$, деленному на единицу минус знаменатель прогрессии $1-j\cdot z^{-1}$. Вторая сумма находится подобно первой, но с учетом, что $e^{-j\frac{\pi}{2}}=-j$.

$$\mathrm{Y(z)}=\sum_{\mathrm{n}=0}^{\infty}\mathrm{x_n}\cdot\mathrm{z^{-n}}=1\quad\text{при}\quad \mathrm{z}\neq 0.$$

Системная функция определяется соотношением

$$\mathrm{H(z)}=\frac{\mathrm{Y(z)}}{\mathrm{X(z)}}=1+\mathrm{z}^{-2}.$$

Так как коэффициенты системной функции нерекурсивного фильтра являются отсчетами его импульсной характеристики, находим:

$$\mathrm{h_0}=1,\quad \mathrm{h_1}=0,\quad \mathrm{h_2}=1.$$

Импульсная характеристика фильтра приведена на рисунке 3.6.

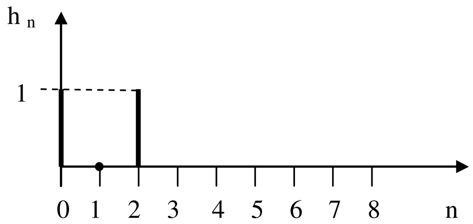

Рисунок 3.6 - Импульсная характеристика фильтра

Задача №3.2

Определите системную функцию и импульсную характеристику цифрового фильтра рисунка 3.7. Определите выходной сигнал фильтра при действии на входе сигнала

$$\mathrm{x_n}=\begin{cases}1 & \text{при}\quad 0\le \mathrm{n}<4,\\ 0 & \text{при}\quad \mathrm{n}<0,\quad \mathrm{n}\ge 4.\end{cases}$$

Постройте графики входного сигнала x_n, импульсной характеристики h_n, и выходного сигнала y_n.

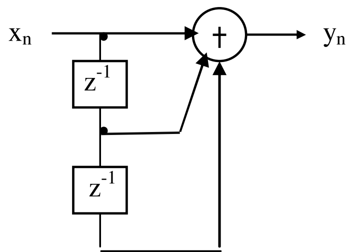

Рисунок 3.7

Решение задачи №3.2

Из рисунка 3.7 следует, что

$$y_n = x_n + x_{n-1} + x_{n-2}.$$

Выразим Z – преобразование выходного сигнала фильтра через Z – преобразование входного сигнала

$$Y(z) = X(z) + z^{-1}X(z) + z^{-2}X(z).$$

Определим системную функцию фильтра

$$H(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = 1 + z^{-1} + z^{-2}.$$

Коэффициенты системной функции нерекурсивного цифрового фильтра являются отсчетами его импульсной характеристики, поэтому

$$h_0 = 1, \quad h_1 = 1, \quad h_2 = 1.$$

Определим Z – преобразования входного и выходного сигналов фильтра

$$X(z) = 1 + z^{-1} + z^{-2} + z^{-3}, \qquad Y(z) = X(z)H(z) = 1 + 2z^{-1} + 3z^{-2} + 3z^{-3} + 2z^{-4} + z^{-5}.$$

Коэффициенты прямого Z – преобразования выходного сигнала фильтра являются отсчетами этого сигнала.

Следовательно, $y_n = \{1, 2, 3, 3, 2, 1\}$.

Временные диаграммы импульсной характеристики, входного и выходного сигналов приведены на рисунке 3.8.

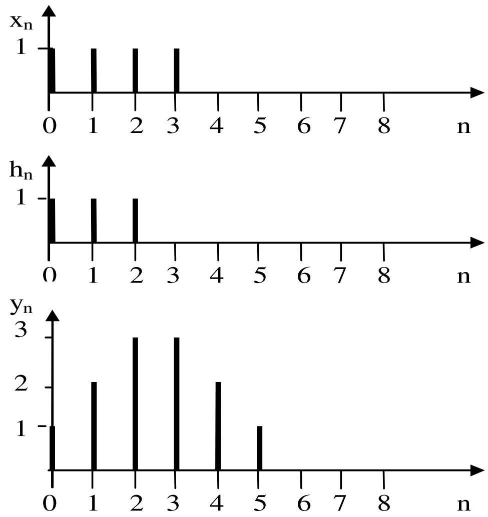

Рисунок 3.8 – Временные диаграммы импульсной характеристики, входного и выходного сигналов

Задача №3.3

Определите системную функцию цифрового фильтра рисунка 3.9 и найдите полюсы и нули этой функции при $A = 0.9$.

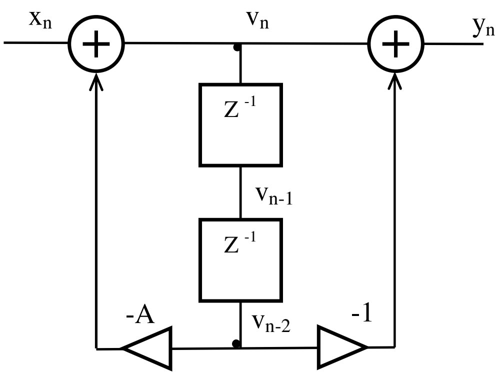

Рисунок 3.9

Решение задачи №3.3

Из схемы следует, что

$$v_n = x_n - A\,v_{n-2}, \quad y_n = v_n - v_{n-2}.$$

Данный фильтр является рекурсивным, так как n -ый отсчет сигнала на выходе одного из сумматоров v_n зависит не только от отсчета входного сигнала x_n, но и от задержанного на два интервала дискретизации отсчета v_{n-2} этого же сигнала.

Выразим Z – преобразование выходного сигнала фильтра через Z – преобразование входного сигнала

$$V(z) = X(z) - A\,z^{-2}V(z), \quad Y(z) = V(z) - z^{-2}V(z).$$

Из первого уравнения выразим V(z) через X(z), подставим во второе уравнение и получим

$$Y(z) = \frac{1 - z^{-2}}{1 + Az^{-2}} X(z).$$

Разделив Y(z) на X(z), найдем системную функцию

$$H(z) = \frac{1 - z^{-2}}{1 + Az^{-2}}.$$

Системная функция H(z) представляет собой дробно-рациональную функцию. Знаменатель функции описывает рекурсивную часть фильтра, а числитель – нерекурсивную.

Для определения полюсов системной функции знаменатель приравняем нулю и найдем корни полученного квадратного уравнения

$$1 + A\,z^{-2} = 0 \quad \text{или} \quad z^2 + A = 0.$$

Откуда

$$z_{П\,1,2} = \pm\sqrt{-A} = \pm j\sqrt{0.9} = \pm j0.95.$$

Для определения нулей системной функции числитель приравняем нулю

$$1 - z^{-2} = 0 \quad \text{или} \quad z^2 - 1 = 0.$$

Откуда

$$z_{Н\,1,2} = \pm 1.$$

Задача №3.4

Определите импульсную характеристику (с нулевого по третий отсчет) цифрового фильтра рисунка 3.10 при A = - 0.5.

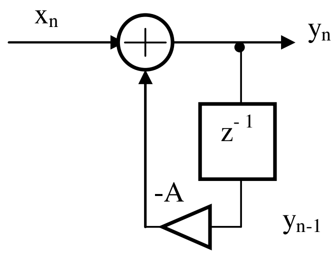

Рисунок 3.10

Решение задачи №3.4

Учтем, что выходной сигнал фильтра y_n представляет собой импульсную характеристику h_n при условии, что на входе фильтра действует единичный отсчет

$$x_n = \begin{cases} 1 & \text{при} \quad n = 0, \\ 0 & \text{при} \quad n \neq 0. \end{cases}$$

Заполним таблицу, учитывая, что $y_n = x_n - Ay_{n-1}$ и
$y_{-1} = 0$.

n	x_n	$y_n = h_n$	y_{n-1}
0	1	1	0
1	0	0.500	1
2	0	0.250	0.500
3	0	0.125	0.250

Задача №3.5

На рисунке 3.11 приведена импульсная характеристика цифрового фильтра.

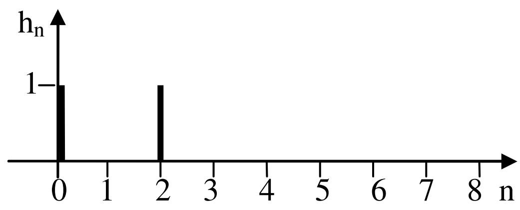

Рисунок 3.11 – Импульсная характеристика фильтра

На входе фильтра действует сигнал

$$x_n = \begin{cases} \sin\left(\dfrac{\pi}{2} n\right) & \text{при} \quad n \geq 0, \\ 0 & \text{при} \quad n < 0. \end{cases}$$

Определите сигнал на выходе фильтра.

Решение задачи №3.5

Выходной сигнал фильтра y_n представляет собой дискретную свертку входного сигнала x_n и импульсной характеристики h_n

$$y_n = \sum_{k=0}^{n} h_k\, x_{n-k} = h_0 x_n + h_2 x_{n-2} = x_n + x_{n-2},$$

$$y_0 = x_0 + x_{-2} = 0,$$

$$y_1 = x_1 + x_{-1} = \sin\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1,$$

При n>1

$$y_n = \sin\left(\frac{\pi}{2} n\right) + \sin\left(\frac{\pi}{2}(n-2)\right) = 2\sin\left(\frac{\pi}{2}(n-1)\right)\cos\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0.$$

Отсчеты y_0 и y_1 определяют переходной процесс на выходе фильтра. В установившемся режиме выходной сигнал фильтра равен нулю.

Задача №3.6

Определите системную функцию цифрового фильтра рисунка 3.12.

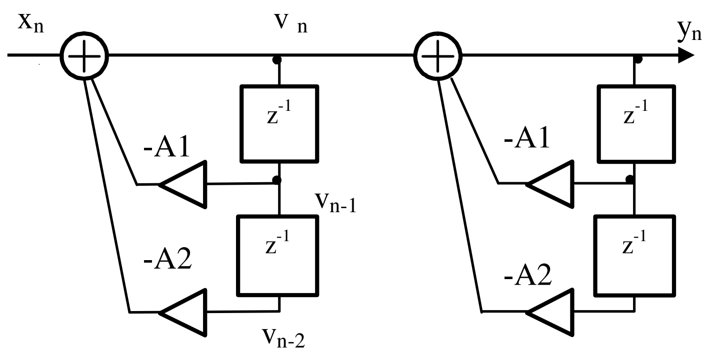

Рисунок 3.12

Решение задачи №3.6

Согласно определению

$$H(z) = \frac{Y(z)}{X(z)},$$

где Y(z) и X(z) - Z – преобразования сигналов y_n и x_n соответственно.

Преобразуем последнее выражение, умножив числитель и знаменатель дроби на Z – преобразование V(z) сигнала v_n

$$H(z) = \frac{V(z)}{X(z)}\frac{Y(z)}{V(z)} = H_1(z)\, H_2(z),$$

где $H_1(z) = \frac{V(z)}{X(z)}$ - системная функция первого звена фильтра, $H_2(z) = \frac{Y(z)}{V(z)}$ - системная функция второго звена фильтра.

Из рисунка видно, что звенья фильтра одинаковы, поэтому $H_2(z) = H_1(z)$.

Следовательно,

$$H(z) = \left(H_1(z)\right)^2.$$

Для определения системной функции первого звена запишем выражение для выходного сигнала фильтра

$$v_n = x_n - A1 \cdot v_{n-1} - A2 \cdot v_{n-2}.$$

Воспользовавшись свойствами Z – преобразования, получим

$$V(z) = X(z) - A1 \cdot z^{-1} V(z) - A2 \cdot z^{-2} V(z),$$

$$V(z) = \frac{X(z)}{1 + A1 \cdot z^{-1} + A2 \cdot z^{-2}}, \qquad H_1(z) = \frac{1}{1 + A1 \cdot z^{-1} + A2 \cdot z^{-2}}.$$

Обратите внимание на то, что в выражении для $H_1(z)$ перед коэффициентами A1 и A2 стоит знак «плюс», а на схеме – «минус».

Системная функция фильтра определяется соотношением

$$H(z) = \frac{1}{\left(1 + A1 \cdot z^{-1} + A2 \cdot z^{-2}\right)^2}.$$

Задача №3.7

Импульсная характеристика цифрового фильтра описывается соотношением

$$h_n = e^{-\alpha n} \cdot \cos(\theta n),$$

где $\alpha > 0$.

Определите системную функцию и приведите схему фильтра (графическое представление алгоритма цифровой фильтрации).

Решение задачи №3.7

Системная функция цифрового фильтра H(z) представляет собой Z – преобразование его импульсной характеристики h_n

$$H(z) = \sum_{n=0}^{\infty} h_n z^{-n} = \sum_{n=0}^{\infty} e^{-\alpha n} \cdot \cos(\theta n) z^{-n} =$$

$$= \frac{1}{2} \sum_{n=0}^{\infty} e^{-\alpha n} \cdot \left(e^{j\theta n} + e^{-j\theta n}\right) z^{-n} = \frac{1}{2} \sum_{n=0}^{\infty} \left(e^{-\alpha + j\theta} z^{-1}\right)^n +$$

$$+ \frac{1}{2} \sum_{n=0}^{\infty} \left(e^{-\alpha - j\theta} z^{-1}\right)^n = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{1 - e^{-\alpha + j\theta} z^{-1}} + \frac{1}{1 - e^{-\alpha - j\theta} z^{-1}} \right) =$$

$$= \frac{1 - e^{-\alpha} \cdot \cos(\theta) \cdot z^{-1}}{1 - 2e^{-\alpha} \cdot \cos(\theta) \cdot z^{-1} + e^{-2\alpha} \cdot z^{-2}} \qquad \text{при} \quad |z| > e^{-\alpha}.$$

Обозначим

$A2 = e^{-2\alpha}, \quad A1 = -2\sqrt{A2} \cdot \cos(\theta), \quad B1 = 0.5 \cdot A1.$

Тогда

$$H(z) = \frac{1 + B1 \cdot z^{-1}}{1 + A1 \cdot z^{-1} + A2 \cdot z^{-2}}.$$

Представим H(z) в виде произведения двух системных функций:

$$H(z) = H_A(z) \cdot H_B(z),$$

где $\quad H_A(z) = \dfrac{1}{1 + A1 \cdot z^{-1} + A2 \cdot z^{-2}}, \quad H_B(z) = 1 + B1 \cdot z^{-1}.$

Такое представление системной функции соответствует последовательному соединению двух звеньев фильтра: рекурсивного звена второго порядка с системной функцией $H_A(z)$ и нерекурсивного звена первого порядка с системной функцией $H_B(z)$ (рисунок 3.13). Заметим, что если в знаменателе системной функции перед коэффициентами A1 и A2 стоит знак «+», то на схеме ему соответствует знак «-».

Из рисунка видно, что одна и та же переменная v_n действует на входе двух элементов задержки, поэтому один из них можно исключить и получить каноническую форму фильтра, приведенную на рисунке 3.14.

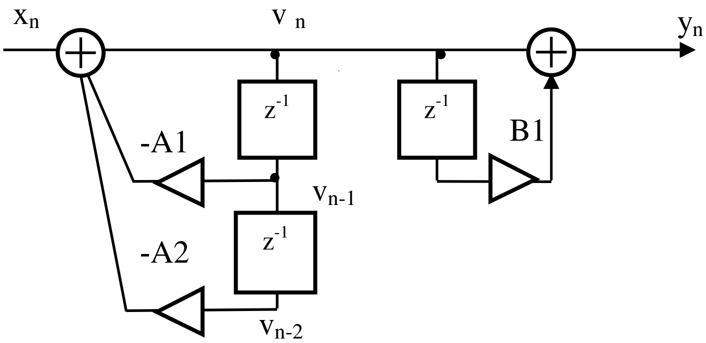

Рисунок 3.13 – Представление цифрового фильтра в виде последовательного соединения двух звеньев

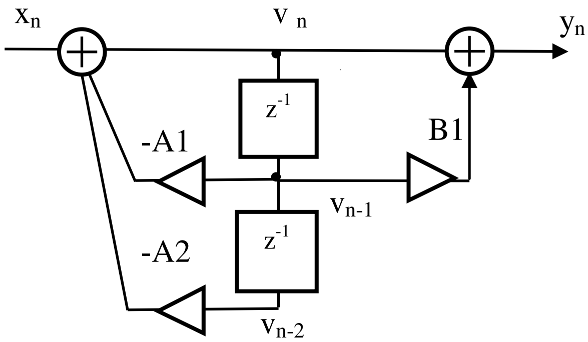

Рисунок 3.14 – Каноническая форма фильтра

Комплект задач для самостоятельного решения по теме «Импульсная характеристика и системная функция цифрового фильтра»

Задача №3.8

На входе фильтра действует сигнал x_n, а на выходе сигнал y_n. Временные диаграммы этих сигналов приведены на рисунке 3.15. Определите системную функцию фильтра и постройте график его импульсной характеристики.

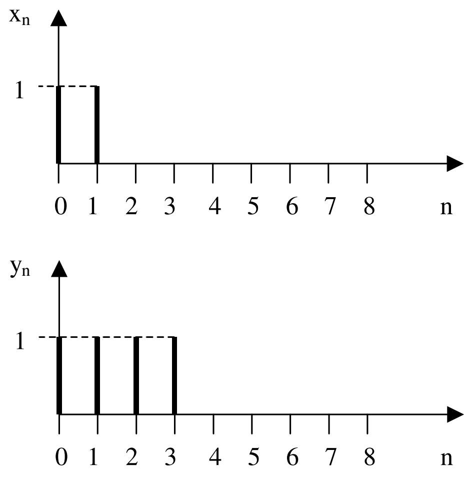

Рисунок 3.15

Задача №3.9

Определите системную функцию и импульсную характеристику цифрового фильтра рисунка 3.16. Определите выходной сигнал фильтра при действии на входе сигнала

$$x_n = \begin{cases} 1 & \text{при} \quad n \geq 0, \\ 0 & \text{при} \quad n < 0. \end{cases}$$

Постройте графики входного сигнала x_n, импульсной характеристики h_n, и выходного сигнала y_n.

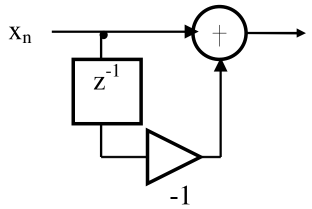

Рисунок 3.16

Задача №3.10

На рисунке 3.17 приведены временные диаграммы входного сигнала и импульсной характеристики цифрового фильтра. Постройте временную диаграмму выходного сигнала фильтра

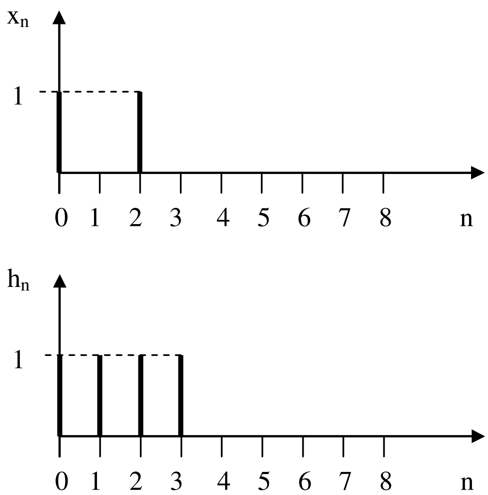

Рисунок 3.17

Задача №3.11

Определите системную функцию цифровой цепи рисунка 3.18 и найдите полюс и нуль этой функции при $A = 0.5$.

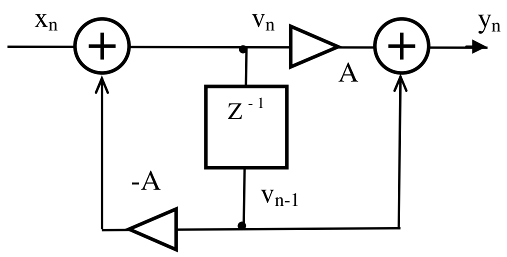

Рисунок 3.18

Задача №3.12

Определите системную функцию цифрового фильтра рисунка 3.19.

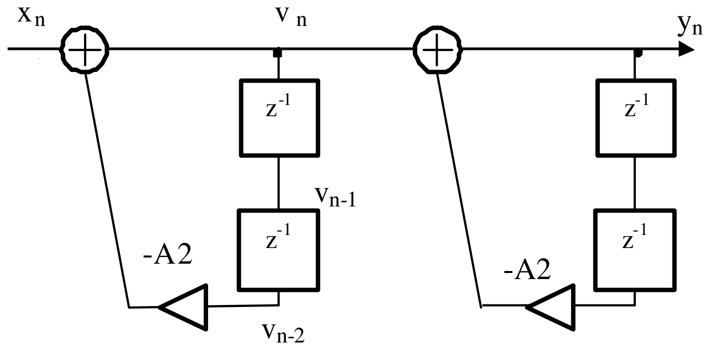

Рисунок 3.19

Задача №3.13

Определите импульсную характеристику (с нулевого по третий отсчет) цифрового фильтра рисунка 3.20 при A = 0.5.

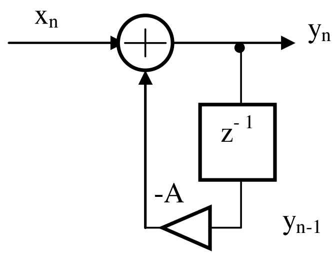

Рисунок 3.20

Задача №3.14

На рисунке 3.21 приведена импульсная характеристика цифрового фильтра.

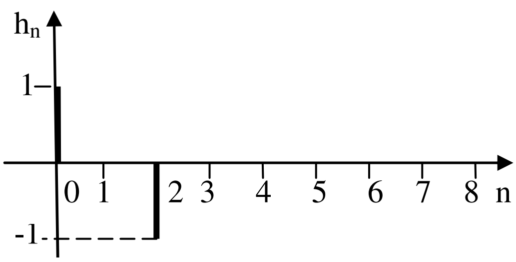

Рисунок 3.21

Определите системную функцию и приведите схему фильтра (графическое представление алгоритма цифровой фильтрации).

Задача №3.15

Импульсная характеристика цифрового фильтра описывается соотношением

$$h_n = a^n, \quad \text{где } a<1.$$

Определите системную функцию и приведите схему фильтра (графическое представление алгоритма цифровой фильтрации).

Задача №3.16

Импульсная характеристика цифрового фильтра описывается соотношением

$$h_n = \frac{1}{a-b}\left(a^{n+1} - b^{n+1}\right), \qquad \text{где } |a| < 1, \quad |b| < 1..$$

Определите системную функцию и приведите схему фильтра (графическое представление алгоритма цифровой фильтрации) в виде последовательного соединения двух звеньев.

Задача №3.17

На входе цифрового фильтра рисунка 3.22 действует сигнал x_n, временная диаграмма которого приведена на рисунке 3.23. Постройте временную диаграмму выходного сигнала фильтра y_n.

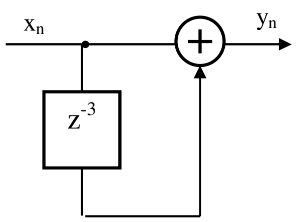

Рисунок 3.22

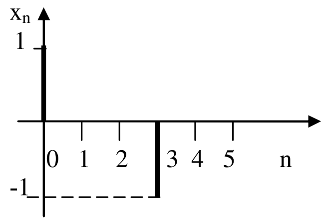

Рисунок 3.23

Задача №3.18

Определите импульсную характеристику (с нулевого по третий отсчет) цифрового фильтра рисунка 3.24 при A = 0.5.

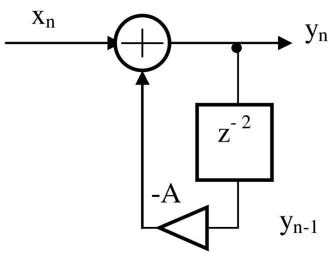

Рисунок 3.24

Задача №3.19

На входе фильтра действует сигнал x_n, а на выходе сигнал y_n. Временные диаграммы этих сигналов приведены на рисунке 3.25. Определите системную функцию фильтра и постройте график его импульсной характеристики.

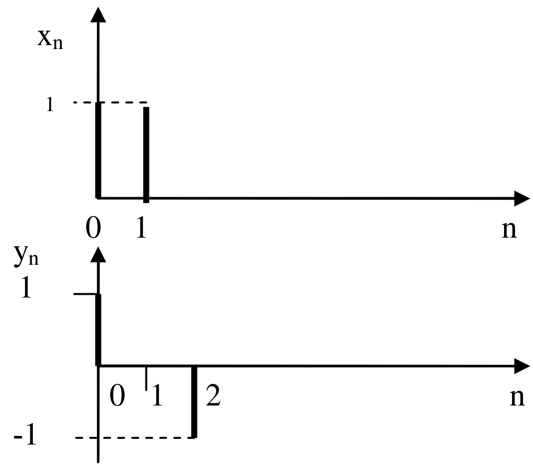

Рисунок 3.25

Задача №3.20

Определите системную функцию и импульсную характеристику цифрового фильтра рисунка 3.26. Определите выходной сигнал фильтра при действии на входе сигнала

$$x_n = \begin{cases} 1 & при \quad 5 > n \geq 0, \\ 0 & при \quad n < 0. \end{cases}$$

Постройте графики входного сигнала x_n, импульсной характеристики h_n, и выходного сигнала y_n.

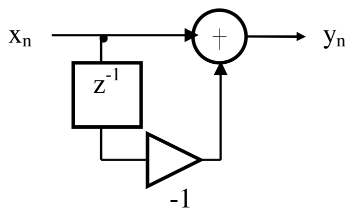

Рисунок 3.26

Задача №3.21

На рисунке 3.27 приведены временные диаграммы входного сигнала и импульсной характеристики цифрового фильтра. Постройте временную диаграмму выходного сигнала фильтра

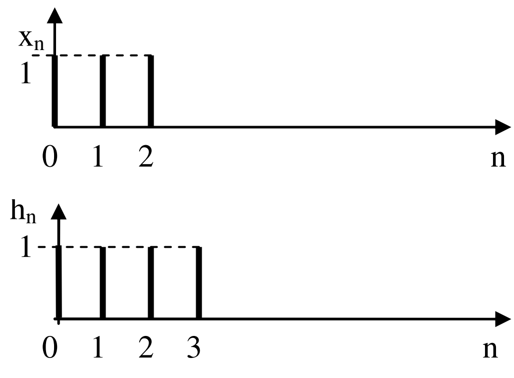

Рисунок 3.27

Задача №3.22

Определите системную функцию цифровой цепи рисунка 3.28 и найдите полюс и нуль этой функции при $A = 0.5$.

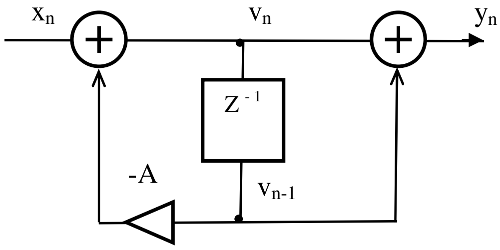

Рисунок 3.28

Задача 3.23

На входе фильтра рисунка 3.29 действует сигнал

$$x_n = \begin{cases} \sin\left(\dfrac{\pi}{2} n\right) & при \quad n \ge 0, \\ 0 \quad при \quad n < 0. \end{cases}$$

Определите сигнал на выходе фильтра .

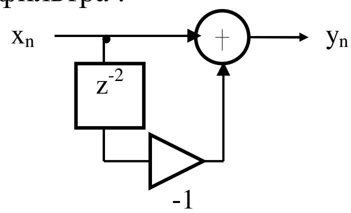

Рисунок 3.29

Задача 3.24

На входе фильтра рисунка 3.30 действует сигнал

$$x_n = \begin{cases} \sin\left(\dfrac{\pi}{2} n\right) & при \quad n \ge 0, \\ 0 \quad при \quad n < 0. \end{cases}$$

Определите сигнал на выходе фильтра .

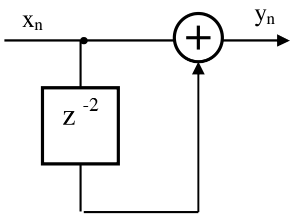

Рисунок 3.30

Задача №3.25

Импульсная характеристика цифрового фильтра описывается соотношением

$$h_n = (-a)^n, \quad \text{где } 1>a>0.$$

Определите системную функцию и приведите схему фильтра (графическое представление алгоритма цифровой фильтрации).

Задача №3.26

Системная функция цифрового фильтра определяется соотношением

$$H(z) = 1 + 2z^{-1} + z^{-2}.$$

На входе фильтра действует сигнал

$$x_n = \begin{cases} 1 & при \quad 2 > n \geq 0, \\ 0 & при \quad n < 0. \end{cases}$$

Определите выходной сигнал фильтра.

Задача №3.27

Системная функция цифрового фильтра определяется соотношением

$$H(z) = 1 + z^{-1} + z^{-2}.$$

На входе фильтра действует сигнал

$$x_n = \begin{cases} 1 & при \quad 4 > n \geq 0, \\ 0 & при \quad n < 0. \end{cases}$$

Определите выходной сигнал фильтра.

«УТВЕРЖДАЮ»
Заведующий кафедрой РРТ

__________________________Елисеев С.Н.

«_______»_________________2013г.

ЗАДАНИЕ СТУДЕНТАМ НА ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ

по учебной дисциплине: **Цифровая обработка сигналов**

Тема: Импульсная характеристика и системная функция цифрового фильтра

Перечень отрабатываемых учебных вопросов:

1. Определения импульсной характеристики и системной функции цифрового фильтра и связь этих характеристик,
2. Определение системной функции фильтра по известному графическому представлению алгоритма цифровой фильтрации,
3. Определение системной функции фильтра по известным разностным уравнениям фильтра,
4. Определение системной функции по импульсной характеристике фильтра,
5. Определение импульсной характеристики по известной системной функции,
6. Нахождение отсчетов импульсной характеристики прямым способом при известном алгоритме цифровой фильтрации,
7. Определение выходного сигнала фильтра по входному сигналу и импульсной характеристике,
8. Определение выходного сигнала фильтра по входному сигналу и системной функции.

II. Методические рекомендации студентам по подготовке к практическому занятию:

Изучите вопросы раздела I, воспользовавшись источниками информации, приведенными в разделе III.

Ответьте на контрольные вопросы:

1. Что называется импульсной характеристикой фильтра?
2. Как определяется системная функция фильтра?
3. Как связаны между собой системная функция и импульсная характеристика фильтра?
4. Как определяется выходной сигнал фильтра по входному сигналу и импульсной характеристике?
5. Как найти импульсную характеристику фильтра, если системная функция выражается полиномом степени N относительно комплексной переменной z^{-1}?
6. Как найти импульсную характеристику, если системная функция фильтра является дробно-рациональной функцией комплексной переменной z^{-1}?

III. Литература для подготовки к занятию:

- основная:

1. Конспект лекций по дисциплине «Цифровая обработка сигналов и сигнальные процессоры в системах подвижной радиосвязи»,

2. В.Г.Иванова, А.И.Тяжев. Цифровая обработка сигналов и сигнальные процессоры / Под редакцией д.т.н., профессора Тяжева А.И. - Самара, 2008г.

- дополнительная:

1. Куприянов М.С., Матюшкин Б.Д. Цифровая обработка сигналов: процессоры, алгоритмы, средства проектирования. –2-е изд., перераб. и доп.- СПб.: Политехника, 1999. –592с.: ил.

2.Л.Р.Рабинер, Р.В.Шафер. Цифровая обработка речевых сигналов. – М.: Радио и связь, 1981. – 495с.: ил.

3. А.И. Солонина, Д.А. Улахович, С.М. Арбузов, Е.Б. Соловьёва. Основы цифровой обработки сигналов.- Изд. 2-е испр. и перераб. – СПб.: БХВ-Петербург, 2005.-768с.: ил.

IV. Задачи для индивидуального выполнения

Последняя цифра номера студенческого билета	Номера задач
0	3.8, 3.9
1	3.10, 3.11
2	3.12, 3.27
3	3.13, 3.26
4	3.14, 3.24
5	3.15, 3.19
6	3.16, 3.20
7	3.17, 3.21
8	3.18, 3.22
9	3.23, 3.25

Задание студентам на практическое занятие подготовила:

доцент Иванова В.Г.

«__1__» ____октября____2013 г