

Федеральное агентство железнодорожного транспорта  
Уральский государственный университет путей сообщения  
Кафедра «Электроснабжение транспорта»

**Д. А. Ефимов**  
**А. В. Паранин**

**МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ЗАДАЧИ В  
ЭЛЕКТРОЭНЕРГЕТИКЕ**

Екатеринбург  
УрГУПС  
2020

Федеральное агентство железнодорожного транспорта  
Уральский государственный университет путей сообщения  
Кафедра «Электроснабжение транспорта»

**Д. А. Ефимов**  
**А. В. Паранин**

## **МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ЗАДАЧИ В ЭЛЕКТРОЭНЕРГЕТИКЕ**

Методические рекомендации по выполнению расчетно-графической работы  
для студентов специальности 13.03.02 «Электроэнергетика и электротехника»  
(направленность (профиль) «Электрические станции и подстанции») всех форм обучения

Екатеринбург  
УрГУПС  
2020

УДК 621.311  
Е91

**Ефимов, Д. А.**

Математические задачи в электроэнергетике : методические рекомендации по выполнению расчетно-графической работы учеб.-метод. пособие / Д. А. Ефимов, А. В. Паранин – Екатеринбург : УрГУПС, 2020. – 22 с.

Пособие написано в соответствии с программой по дисциплине «Математические задачи в электроэнергетике» для студентов специальности 13.03.02 «Электроэнергетика и электротехника» (направленность (профиль) «Электрические станции и подстанции») всех форм обучения.

Содержит краткие теоретические сведения, а также рекомендации для выполнения расчетно-графической работы. В пособии даны необходимые справочные материалы.

Текстовая часть пособия составлена в соответствии с ГОСТ 2.105–95 ЕСКД Общие требования к текстовым документам.

УДК 621.311

*Издано по решению редакционно-издательского совета университета*

*Авторы:* Д. А. Ефимов – доцент кафедры «Электроснабжение транспорта», канд. техн. наук, УрГУПС  
А. В. Паранин – доцент кафедры «Электроснабжение транспорта», канд. техн. наук, УрГУПС

*Рецензент:* А. А. Ковалев – доцент кафедры «Электроснабжение транспорта», канд. техн. наук, УрГУПС

© Уральский государственный  
университет путей сообщения  
(УрГУПС), 2020

## ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ .....	5
1. ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ И ЗАЩИТЫ РАСЧЕТНО-ГРАФИЧЕСКОЙ РАБОТЫ, ОФОРМЛЕНИЕ И СОДЕРЖАНИЕ .....	5
1.1. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ РАСЧЕТНО-ГРАФИЧЕСКОЙ РАБОТЫ ..	5
1.2. ОСНОВНЫЕ ЭТАПЫ ВЫПОЛНЕНИЯ РАСЧЕТНО-ГРАФИЧЕСКОЙ РАБОТЫ	6
1.3. ПРАВИЛА ОФОРМЛЕНИЯ РАСЧЕТНО-ГРАФИЧЕСКОЙ РАБОТЫ.....	7
2. СТАТИСТИЧЕСКАЯ ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ ИЗМЕРЕНИЙ .....	10
2.1. ИСХОДНЫЕ ДАННЫЕ К ЗАДАЧЕ .....	10
2.2. ПРИМЕР РЕШЕНИЯ.....	14
ПРИЛОЖЕНИЕ 1. ПРИМЕР ОФОРМЛЕНИЯ ТИТУЛЬНОГО ЛИСТА .....	24
ПРИЛОЖЕНИЕ 2. ПРИМЕР ОФОРМЛЕНИЯ ЛИСТА ЗАДАНИЯ .....	26
БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК .....	28

## **Введение**

Настоящее пособие содержит рекомендации по выполнению расчетно-графической работы по дисциплине «Математические задачи в электроэнергетике» для студентов специальности 13.03.02 «Электроэнергетика и электротехника» (направленность (профиль) «Электрические станции и подстанции») всех форм обучения.

Расчетно-графическая работа по дисциплине «Математические задачи в электроэнергетике» является важным элементом учебного процесса и предусмотрена учебным планом.

Цель расчетно-графической работы – систематизация и закрепление теоретических знаний, и развитие практических навыков по решению математических задач в области электроэнергетики.

Задачами расчетно-графической работы являются:

- развитие навыков самостоятельной работы в области решения практических задач по статистической обработке результатов измерения различных физических величин;

- подбор закона распределения и его параметров, соответствующего с заданной точностью полученной в результате замера физической величины выборки;

- формулирование выводов по полученным результатам.

Выполнение расчетно-графической работы проводится студентом по варианту, который выдает преподаватель.

### **1. Порядок выполнения и защиты расчетно-графической работы, оформление и содержание**

#### **1.1. Структура и содержание расчетно-графической работы**

Расчетно-графическая работа должна содержать:

1. Титульный лист.

2. Лист задания.
2. Оглавление
3. Цель работы и условие задачи.
4. Основная часть.
5. Выводы.
6. Библиографический список.

Пример оформления титульного листа приведен в Приложении 1.

Пример оформления листа задания приведен в Приложении 2.

Пример оформления графика работы приведен в Приложении 3.

Исходные данные оформляется в начале отчета и должны соответствовать методическим указаниям. Далее излагается теоретический материал, лежащий в основе решения задачи, включающий в себя основные определения, формулы и др. В практической части излагается подробное решение задачи. При необходимости результаты оформляются в виде сводной таблицы. По результатам работы необходимо сформулировать выводы, проанализировав полученные результаты.

## **1.2. Основные этапы выполнения расчетно-графической работы**

Расчетно-графическая работа должна выполняться в соответствии с установленным графиком.

Основные этапы выполнения расчетно-графической работы:

1. Сбор и изучение теоретического материала.
2. Проработка задач, рассмотренных на практических занятиях.
3. Выполнение практической части.
4. Написание выводов.
5. Формирование списка использованной литературы.
6. Оформление работы и представление ее на кафедру.

В процессе выполнения расчетно-графической работы допускаются консультации у преподавателя на практических занятиях.

Выполнение основных этапов контролируется преподавателем и учитывается при проведении промежуточных аттестаций по дисциплине и при оценке расчетно-графической работы. В случае оформления работы в соответствии с требованиями студент защищает работу.

### **1.3. Правила оформления расчетно-графической работы**

#### **1.3.1. Требования к тексту**

Текст расчетно-графической работы должен быть отпечатан на компьютере на одной стороне листа А4 через полтора межстрочных интервала с использованием шрифта Times New Roman. Шрифт прямой, выровненный по ширине, размер для текста и формул – 14, для таблиц и подрисуночных надписей – 12. Расстановка переносов – автоматическая.

Ориентация листа – книжная, большие таблицы, графики необходимо выполнять на листе с альбомной ориентацией. Повреждения листов текстовых документов, помарки не допускаются.

Размеры полей: верхнее, левое, правое 2,0 см, нижнее 2,5 см.

Абзацные отступы в тексте 1,25 см.

Заголовки выделяются сверху и снизу одним интервалом и печатаются по центру. Подзаголовки выделяются сверху одним интервалом и печатаются с абзацного отступа. Заголовки и подзаголовки начинаются с прописной буквы, остальные буквы – строчные. Точка в конце заголовка и подзаголовка не ставится. Переносы в заголовках и подзаголовках не допускаются.

Недопустимо оставлять заголовков или подзаголовков в нижней части страницы, помещая текст раздела на следующей странице.

#### **1.3.2. Нумерация страниц**

Страницы Работы следует нумеровать арабскими цифрами, соблюдая сквозную нумерацию по всему тексту Работы.

Номер страницы проставляют в центре нижней части листа без точки. Номер страницы на титульном листе не проставляют.

Иллюстрации и таблицы, расположенные на отдельных листах, включают в общую нумерацию страниц Работы. Нумерация страниц Работы и приложений, входящих в состав Работы, должна быть сквозная.

### 1.3.3. Перечисления

В тексте работы могут быть приведены перечисления.

Перед каждым перечислением следует ставить дефис или (при необходимости ссылки в тексте документа на одно из перечислений) строчную букву, после которой ставится скобка (без точки).

Для дальнейшей детализации перечислений необходимо использовать арабские цифры, после которых ставится скобка, а запись производится с абзацного отступа.

### 1.3.4. Иллюстрации

Иллюстрации (графики, схемы, диаграммы и т. д.), далее по тексту Рисунки, следует располагать в Работе непосредственно после текста, в котором они упоминаются впервые, или на следующей странице.

На все рисунки должны быть даны ссылки в Работе.

Рисунки следует нумеровать арабскими цифрами сквозной нумерацией.

Если рисунок один, то он обозначается «Рис. 1» и располагается посередине строки под рисунком. Рисунки, при необходимости, могут иметь наименование и пояснительные данные (подрисуночный текст). Слово «Рис.» и наименование помещают после пояснительных данных.

### 1.3.5. Таблицы

Таблицы применяют для лучшей наглядности и удобства сравнения показателей. Название таблицы, при его наличии, должно отражать ее содержание, быть точным, кратким. Название таблицы следует помещать над таблицей слева, без абзацного отступа в одну строку с ее номером через тире. Название таблиц, взятых из условия задачи, должны совпадать.

Таблицу следует располагать в Работе непосредственно после текста, в котором она упоминается впервые, или на следующей странице.

На все таблицы должны быть ссылки в Работе. При ссылке следует писать слово «таблица» с указанием ее номера по типу «... таблица 1».

При переносе таблицы на другую страницу переносится шапка таблицы и пишется: Продолжение или окончание таблицы с указанием номера справа над табличной частью.

Допускается помещать таблицу на лист с альбомным расположением. При этом номер листа ставится как по всей работе, в центре внизу, а нумерация таблицы и название – по расположению самой таблицы.

Таблицы следует нумеровать арабскими цифрами сквозной нумерацией.

Если в документе одна таблица, то она должна быть обозначена «Таблица».

Заголовки граф и строк таблицы следует писать с заглавной буквы в единственном числе, а подзаголовки граф со строчной буквы, если они составляют одно предложение с заголовком, или с заглавной буквы, если они имеют самостоятельное значение. В конце заголовков и подзаголовков таблиц точки не ставят.

В таблицах должны быть указаны единицы измерения приводимых данных!

Допускается применять размер шрифта в таблице меньший, чем в тексте.

Разделять заголовки и подзаголовки, графы диагональными линиями не допускается.

Заголовки граф, как правило, записывают параллельно строкам таблицы. При необходимости допускается перпендикулярное расположение заголовков граф.

Если все показатели, приведенные в графах таблицы, выражены в одной и той же единице физической величины, то ее обозначение необходимо помещать над таблицей справа.

Графу «Номер по порядку» в таблицу включать не допускается. При необходимости порядковые номера показателей указывают в боковине таблицы перед их наименованием.

Если таблица заимствована, делается обязательная ссылка на первоисточник (по правилам цитирования).

### 1.3.6. Формулы и уравнения

Уравнения и формулы следует выделять из текста в отдельную строку по центру. Формулы выделяются пробелами сверху и снизу.

Пояснение значений символов и числовых коэффициентов следует приводить непосредственно под формулой в той же последовательности, в которой они даны в формуле (если они не были пояснены ранее в тексте). Первая строка расшифровки начинается словом «где» без двоеточия после него.

## 2. Статистическая обработка результатов измерений

В качестве исходных данных имеется результаты контроля некоторой физической величины, которые приведены в таблицах 1.1 – 1.3. Требуется по заданной выборке значений данной случайной величины построить гистограмму относительной плотности распределения, оценить ее математическое ожидание и среднеквадратичное отклонение, подобрать закон распределения. Так же необходимо проверить соответствие опытных данных принятому закону распределения.

### 2.1. Исходные данные к задаче

*Таблица 1.1*

Результаты замеров физической величины (варианты 1 – 20)

№	Варианты																			
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
1	59	54	51	48	32	23	54	25	24	53	7	32	15	22	48	35	45	29	21	13
2	55	29	42	51	35	31	60	82	34	36	62	30	73	75	42	28	32	35	30	17

№	Варианты																			
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
3	51	31	63	51	22	25	43	32	31	28	51	38	23	32	60	21	35	79	32	31
4	43	37	48	42	29	6	55	35	28	33	14	23	28	47	4	36	28	37	34	18
5	54	37	39	71	30	28	54	10	35	23	21	24	12	31	43	35	24	37	36	31
6	58	47	58	47	31	28	30	19	21	4	17	38	46	45	2	44	33	33	26	17
7	56	36	49	63	40	12	28	19	29	17	25	52	9	23	23	29	26	35	48	37
8	53	25	59	65	42	18	23	22	14	26	51	40	43	38	17	29	48	30	36	32
9	45	46	22	37	14	27	30	18	12	10	28	27	26	30	24	35	39	42	28	37
10	34	37	39	70	46	21	23	74	65	13	25	19	29	28	5	20	16	39	31	21
11	54	39	31	46	44	13	43	32	13	2	36	44	49	68	2	40	16	34	34	62
12	31	23	38	58	21	47	99	50	28	33	38	38	55	47	12	23	10	41	43	21
13	54	43	23	41	69	24	66	38	45	2	56	40	48	39	1	32	34	39	21	31
14	69	44	12	56	24	41	3	50	18	16	41	27	61	37	12	35	9	39	39	18
15	66	29	16	45	29	45	8	59	62	44	41	45	49	42	1	35	56	54	39	30
16	43	25	29	23	32	35	1	53	25	9	76	21	59	50	10	32	40	43	36	20
17	32	33	71	25	33	25	35	67	24	23	53	31	63	29	16	6	9	38	19	35
18	30	27	96	47	70	25	2	20	40	5	59	30	46	17	5	27	14	61	19	45
19	42	37	30	74	69	34	37	34	14	36	41	36	49	52	20	28	4	40	44	21
20	21	44	16	18	29	23	30	30	42	18	22	27	56	39	1	20	25	34	36	42
21	61	31	83	29	49	41	12	27	19	1	44	32	70	35	6	31	26	30	28	28
22	18	30	38	58	17	24	16	44	46	1	23	49	33	54	1	20	68	15	24	52
23	38	20	3	18	56	15	75	21	51	2	34	13	31	49	4	37	28	64	23	13
24	35	39	11	42	41	23	9	22	20	19	42	14	37	36	52	42	20	17	46	4
25	71	39	3	41	23	14	2	42	41	25	40	63	0	62	35	23	14	52	35	40
26	58	25	15	48	28	38	74	34	52	1	55	31	37	19	12	29	19	22	38	43
27	42	19	5	51	38	33	17	52	34	15	44	25	54	46	30	16	11	50	21	53
28	44	31	17	27	19	31	6	39	21	17	44	26	72	6	12	45	5	59	24	39
29	48	31	8	49	45	27	23	44	39	40	49	20	42	15	26	46	1	26	13	49
30	43	50	22	16	66	32	11	35	26	45	2	35	26	35	6	25	3	23	11	45
31	49	30	16	32	54	43	3	21	48	55	54	37	46	54	12	36	10	40	31	40
32	51	40	14	41	29	14	18	35	15	16	30	22	62	31	10	24	14	45	42	60
33	18	45	20	29	8	10	13	47	32	4	54	49	33	26	3	40	1	34	29	32
34	30	40	2	47	38	14	5	47	23	37	63	21	42	51	7	15	24	24	53	35
35	55	37	6	25	12	21	11	12	11	34	43	62	20	50	7	34	7	27	26	31
36	43	51	12	45	29	38	20	29	30	9	4	49	45	52	21	47	4	54	30	20
37	48	74	12	68	52	49	5	49	40	9	17	61	55	37	41	34	77	25	46	34
38	49	54	15	7	40	27	20	40	38	3	39	27	23	37	3	24	48	16	47	30
39	33	19	12	56	37	56	29	24	19	53	23	49	39	34	76	49	11	54	42	40
40	32	52	85	47	43	32	7	20	56	40	32	34	31	56	12	50	13	66	48	47
41	63	20	26	49	57	8	1	61	32	13	45	37	19	21	7	38	11	52	50	30
42	46	41	15	47	12	54	13	31	41	5	36	32	52	22	18	24	9	39	47	23
43	37	58	3	48	19	12	4	53	18	17	57	22	35	25	19	44	68	21	55	30
44	43	27	3	59	43	62	3	8	76	34	40	41	32	34	35	19	11	41	52	4
45	43	54	20	43	31	41	9	39	34	13	51	36	27	41	10	59	9	13	28	26
46	26	64	33	27	26	34	13	58	72	5	55	22	79	58	10	46	28	18	45	38
47	33	48	13	26	42	38	30	16	28	85	50	56	33	39	26	39	17	40	38	37

№	Варианты																			
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
48	38	16	8	21	46	8	70	55	38	33	31	39	28	59	38	34	4	35	60	40
49	24	44	15	21	8	35	1	7	53	1	22	46	32	30	3	39	10	49	10	44
50	49	49	1	45	49	52	30	32	9	16	35	28	50	27	5	38	5	26	10	24

Таблица 1.2

## Результаты замеров физической величины (варианты 21 – 40)

№	Варианты																			
	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
1	10	22	25	25	41	43	59	29	47	58	19	59	43	49	45	6	37	44	41	13
2	32	34	41	50	38	93	76	34	50	43	10	27	21	29	39	11	19	37	36	15
3	29	16	40	27	31	62	42	47	47	47	16	29	22	29	35	5	20	49	40	23
4	14	0	45	28	39	46	46	29	45	39	26	46	26	55	30	8	51	42	47	9
5	21	34	39	29	44	50	41	53	45	36	15	34	27	30	49	43	50	39	56	15
6	19	12	39	22	39	75	55	40	44	48	23	43	28	37	42	41	42	34	25	22
7	39	22	45	25	44	59	55	30	29	38	24	44	44	37	34	7	44	41	14	13
8	18	1	35	31	31	73	54	28	28	41	31	54	31	45	42	33	49	37	22	23
9	22	45	40	40	39	46	77	60	36	53	12	22	15	51	42	9	24	42	5	26
10	36	20	47	27	45	50	38	25	26	39	23	40	2	54	37	7	68	37	3	20
11	34	41	41	26	45	33	64	16	49	53	12	37	3	35	35	44	63	50	14	26
12	17	41	33	43	41	65	43	18	53	37	15	21	2	54	53	1	62	34	3	15
13	39	69	47	36	29	50	64	25	38	41	15	16	3	54	39	6	33	37	7	19
14	18	9	49	46	53	60	26	19	37	32	16	29	25	53	33	16	54	35	27	24
15	38	55	44	33	35	5	38	13	48	44	14	36	9	58	36	60	56	45	26	18
16	24	32	41	32	51	15	65	9	48	51	24	20	10	47	52	43	23	39	20	10
17	42	22	30	23	43	50	42	12	42	58	20	27	39	38	50	12	39	43	26	32
18	41	62	31	32	34	19	55	10	36	49	25	48	19	47	47	48	53	60	20	19
19	41	57	42	33	48	29	56	2	28	47	24	29	13	27	35	5	35	50	5	22
20	29	36	33	28	45	29	33	4	30	44	33	27	13	42	29	5	62	47	1	19
21	12	31	30	37	33	32	23	41	40	45	13	27	7	36	39	41	27	42	72	31
22	28	51	35	51	57	56	55	9	43	31	20	29	7	38	47	26	33	55	47	26
23	26	40	30	55	39	37	52	10	52	54	34	36	9	39	47	39	23	57	11	21
24	22	19	41	37	56	36	28	1	57	41	32	45	81	25	45	10	43	27	60	25
25	34	31	32	25	22	83	25	13	46	39	19	23	37	34	28	3	35	45	25	20
26	59	39	29	30	35	53	57	68	39	35	32	45	6	40	70	27	28	13	38	24
27	48	28	39	35	50	61	87	9	54	60	21	25	6	29	15	22	27	60	4	37
28	31	47	58	42	20	36	26	29	62	70	19	18	6	30	19	1	32	45	4	20
29	25	51	26	43	22	10	50	11	30	54	27	42	3	29	50	30	10	52	9	37
30	12	44	33	34	49	40	24	6	61	25	14	25	3	37	28	11	49	32	5	28
31	28	60	21	33	36	13	49	5	15	34	15	13	11	50	40	9	4	35	32	45
32	41	43	34	34	21	26	24	25	47	52	16	34	1	67	53	26	39	33	25	16
33	23	24	37	40	28	38	20	4	33	48	40	15	52	13	27	11	13	53	12	38
34	13	29	37	36	38	35	26	8	25	34	14	34	7	19	66	25	35	27	3	33

№	Варианты																			
	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
35	57	37	53	44	55	55	24	23	25	37	17	30	2	12	55	24	4	32	5	27
36	33	45	46	24	34	40	86	5	43	30	28	20	10	56	24	16	33	31	41	34
37	31	59	46	42	50	40	41	2	34	21	10	28	12	21	64	8	32	33	7	38
38	23	25	27	41	49	47	26	23	23	39	37	38	3	44	31	22	14	31	14	38
39	41	72	29	50	56	53	6	22	51	34	23	25	54	17	24	79	44	11	9	33
40	53	25	34	38	20	22	47	13	41	16	12	30	35	73	60	48	52	68	8	42
41	26	38	25	45	33	53	53	6	54	51	24	37	11	26	27	24	21	10	23	32
42	50	32	44	51	38	66	22	3	37	64	27	30	8	29	53	3	51	42	5	29
43	37	26	21	16	54	39	21	21	36	29	38	50	15	40	28	33	34	29	22	52
44	71	46	37	33	37	4	19	9	39	17	26	14	4	37	24	21	48	29	25	41
45	48	35	27	25	49	34	53	13	41	68	12	28	9	42	5	32	37	25	9	28
46	54	49	55	26	55	13	41	27	43	65	11	21	23	31	40	13	35	10	7	23
47	17	44	22	35	58	25	31	18	34	27	52	39	2	29	49	12	29	46	6	7
48	70	38	34	39	46	42	43	7	32	38	29	40	44	41	62	24	39	32	1	25
49	36	48	43	19	34	29	43	49	44	57	20	37	26	64	1	6	42	48	46	30
50	36	18	18	45	64	58	44	3	40	18	13	22	24	17	8	11	23	34	20	43

Таблица 1.3

## Результаты замеров физической величины (варианты 41 – 60)

№	Варианты																			
	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
1	27	64	68	21	11	18	43	48	24	18	24	12	27	36	19	8	32	60	30	26
2	29	24	68	14	2	45	46	15	26	19	31	43	27	56	61	1	29	26	36	25
3	30	25	46	12	4	19	42	45	23	28	33	39	29	61	24	3	29	62	32	5
4	56	31	79	52	12	30	50	24	22	15	19	5	31	46	31	2	29	60	27	20
5	55	47	42	20	9	18	53	20	18	15	37	42	29	54	10	3	36	27	46	50
6	27	33	56	16	44	57	25	44	20	15	29	24	26	27	31	4	31	60	35	6
7	41	52	61	65	1	29	82	38	16	28	37	6	43	76	15	40	27	23	40	5
8	28	47	73	18	47	11	19	48	13	38	23	10	30	62	30	14	26	77	35	19
9	46	26	59	22	12	15	35	50	21	27	32	14	27	23	25	6	29	32	29	21
10	35	59	36	46	16	3	35	36	16	26	49	11	32	81	27	6	17	30	43	26
11	22	29	47	30	13	2	58	31	13	60	46	11	32	36	27	5	23	33	31	23
12	26	58	47	7	40	13	42	31	47	47	22	37	35	28	25	5	22	45	40	8
13	34	48	5	36	21	1	55	10	19	24	32	59	43	70	27	34	45	80	45	30
14	21	58	27	21	11	37	38	38	31	26	28	11	32	58	15	4	49	31	45	5
15	39	61	24	14	10	7	21	25	18	8	59	23	31	54	22	1	22	44	43	11
16	53	67	42	20	23	13	44	45	41	28	34	21	32	33	29	1	41	75	43	11
17	45	24	57	12	7	5	26	62	11	23	33	15	39	44	67	45	50	51	40	55
18	27	42	50	34	3	7	29	37	25	50	21	1	39	29	28	9	25	36	27	4
19	27	80	37	29	4	16	25	19	43	28	19	9	27	59	42	13	24	59	41	10
20	34	35	47	27	1	51	32	46	35	13	16	3	26	26	29	48	39	64	20	15

№	Варианты																			
	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
21	13	17	29	23	27	56	30	42	21	33	34	1	25	46	10	54	28	43	41	36
22	27	49	32	28	4	20	25	71	17	14	49	53	46	37	47	4	46	58	23	15
23	43	22	18	38	67	84	3	60	53	27	22	12	48	26	51	8	18	25	35	8
24	35	52	49	12	26	48	59	15	27	33	24	9	31	16	39	11	33	53	29	17
25	33	47	54	8	9	15	18	57	47	7	40	15	40	31	14	18	25	42	27	27
26	37	23	93	12	22	18	22	55	7	40	40	40	44	9	33	25	14	81	20	1
27	47	84	69	19	38	35	48	56	35	39	50	7	40	56	46	15	31	63	49	17
28	13	27	70	33	14	8	60	29	50	18	17	10	38	65	32	24	40	18	28	1
29	19	78	24	43	2	6	54	26	14	13	21	16	49	33	39	20	39	39	19	27
30	37	29	30	48	6	8	66	13	48	32	36	7	67	47	68	13	21	49	54	7
31	29	57	47	49	28	10	54	28	6	41	46	14	52	27	24	10	53	49	27	16
32	24	80	14	28	16	6	21	37	27	33	33	32	22	46	42	19	33	53	3	3
33	37	31	28	7	37	4	38	1	28	57	24	17	50	15	17	16	41	8	35	3
34	39	45	12	47	19	14	42	24	30	34	36	6	23	21	19	1	21	60	45	5
35	9	45	54	10	29	14	46	68	34	35	47	26	41	24	47	3	68	34	52	22
36	41	60	28	55	46	50	42	35	52	37	10	6	54	37	45	29	35	45	34	38
37	44	63	45	36	28	41	50	34	32	35	24	28	29	60	33	19	65	71	20	12
38	35	56	53	30	20	26	72	37	40	57	56	3	51	48	22	31	30	47	41	20
39	12	40	62	33	16	21	27	33	25	22	34	27	59	27	24	21	38	16	62	20
40	29	49	49	7	12	4	37	64	51	36	26	10	47	41	39	26	51	51	35	1
41	40	40	35	31	10	2	76	66	22	35	46	8	19	53	13	20	12	76	46	8
42	28	8	45	45	54	31	16	33	25	21	46	33	43	44	42	41	48	48	30	31
43	34	50	21	30	20	13	47	51	36	15	40	9	48	41	47	15	44	59	22	1
44	60	46	25	20	21	7	11	46	31	44	21	58	38	9	44	10	41	61	20	4
45	21	22	58	22	26	31	33	56	63	31	56	21	21	48	31	13	68	37	36	4
46	37	34	4	24	59	5	37	54	29	42	52	10	40	5	42	8	38	47	45	36
47	15	71	58	32	17	12	54	38	34	43	26	1	50	20	38	28	26	46	46	2
48	17	36	53	41	36	48	59	19	48	13	39	41	15	37	18	26	47	45	36	3
49	41	59	37	82	1	19	53	45	17	22	24	19	46	79	33	1	24	50	34	22
50	39	46	36	18	3	14	76	33	36	36	37	33	36	48	8	4	16	8	34	7

## 2.2. Пример решения

Рассчитаем оптимальное число интервалов по формуле

$$k = 5 \cdot \ln \frac{n}{10}, \quad (1)$$

где  $n$  – число наблюдений.

Рассчитаем длину интервала

$$\Delta x = \frac{x_{\max} - x_{\min}}{k}, \quad (2)$$

где  $x_{\max}$  – максимальное значение  $x$ ;

$x_{\min}$  – минимальное значение  $x$ .

Примем в примере число измерений равной 120, тогда в соответствии с формулой (1)

$$k = 5 \cdot \ln \frac{120}{10} = 12,4.$$

Предпочтительнее выбирать число интервалов нечётным, так как при чётном числе интервалов и островершинном распределении в центре гистограммы окажутся два столбца и середина кривой распределения предварительно уплотняется. Принимаем  $k=11$ .

По формуле (2) определим длину интервалов

$$\Delta x = \frac{26,06 - 1,53}{11} = 2,23.$$

Чтобы построить гистограмму относительной плотности распределения для заданной совокупности результатов замеров физической величины, необходимо рассчитать относительную частоту попаданий в интервал по формуле

$$q_i(x) = \frac{n_i}{n \cdot \Delta x}, \quad (3)$$

где  $n_i$  – число попаданий результатов замера физической величины в  $i$ -й интервал;

$n$  – число наблюдений.

Результаты расчёта  $q_i(x)$  сведём в таблицу 1.4 и изобразим гистограмму относительной плотности распределения на рис. 1.1.

Таблица 1.4

Относительная частота попаданий в интервал

Расчетные данные	Границы интервалов										
	1,53-3,76	3,76-5,99	5,99-8,22	8,22-10,45	10,45-12,68	12,68-14,91	14,91-17,14	17,14-19,3	19,37-21,6	21,6-23,83	23,83-26,06
$n_i$	3	15	10	20	23	16	12	9	4	5	3
$q_i(x)$	0,011	0,056	0,037	0,075	0,086	0,06	0,045	0,034	0,015	0,019	0,011

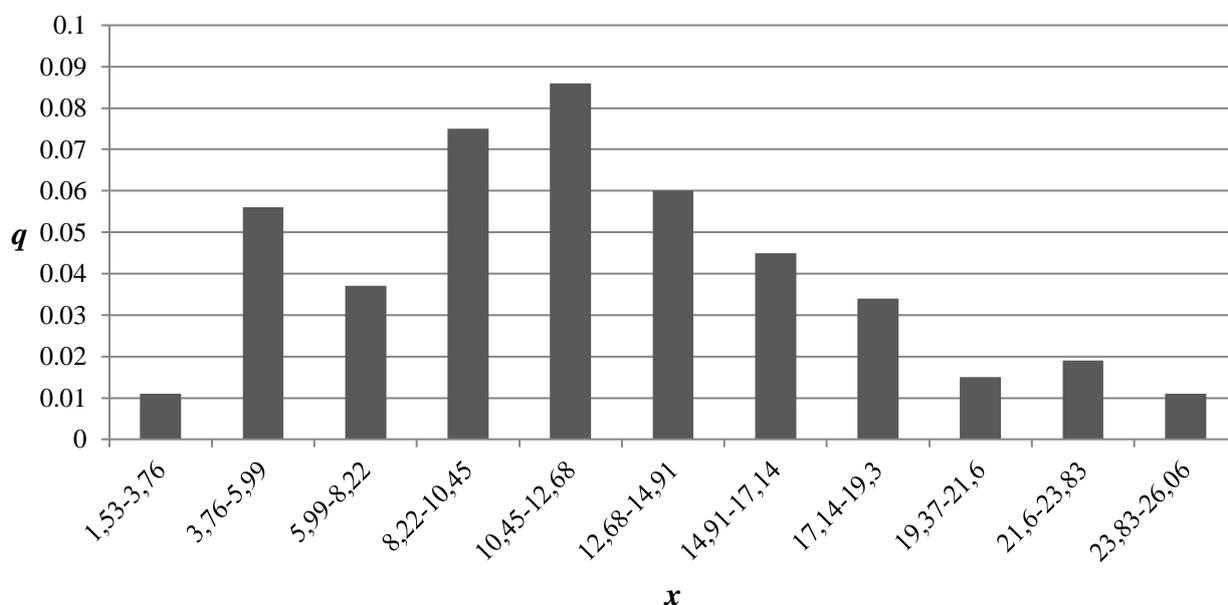


Рис. 1.1 Гистограмма относительной плотности распределения результатов замеров

Далее для опытных данных необходимо выбрать закон распределения.

В работе необходимо проверить две гипотезы. Первая, что результаты замеров физической величины распределены в соответствии с нормальным законом (Гаусса) и вторая – в соответствии с законом распределения Вейбулла.

Проверку этих гипотез выполним с помощью критерия согласия Пирсона, который применим для любого закона распределения случайной величины.

Формула для расчета критерия согласия Пирсона имеет вид:

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^k \frac{(n_i - E_i)^2}{E_i}, \quad (4)$$

где  $n_i$  – количество попаданий случайной величины в  $i$ -й интервал по результатам замеров;

$E_i$  – количество попаданий случайной величины в  $i$ -й интервал в соответствии с выбранным законом распределения.

Количество попаданий случайной величины в  $i$ -й интервал в соответствии с выбранным законом распределения можно определить по формуле

$$E_i = n(Q(x_i) - Q(x_{i-1})), \quad (5)$$

где  $Q(x)$  – интегральная форма закона распределения случайной величины;

$x_i$  – правая граница интервала;

$x_{i-1}$  – левая граница интервала.

Интегральная форма нормального закона распределения имеет вид

$$Q(x) = \int_{-\infty}^x \frac{1}{\sigma \cdot \sqrt{2\pi}} \cdot e^{\left[-\frac{1}{2} \left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2\right]} dx, \quad (6)$$

где  $x$  – случайная величина;

$\mu$  – математическое ожидание случайной величины;

$\sigma$  – среднее квадратичное отклонение случайной величины.

Функция нормировочной величины  $z = (x - \mu)/\sigma$  (Интеграл Лапласа) табулирована,

$$q(x) = \frac{1}{\sigma \cdot \sqrt{2\pi}} \cdot e^{\left[ -\frac{1}{2} \left( \frac{x-\mu}{\sigma} \right)^2 \right]} \quad (7)$$

где  $x$  – середина интервала.

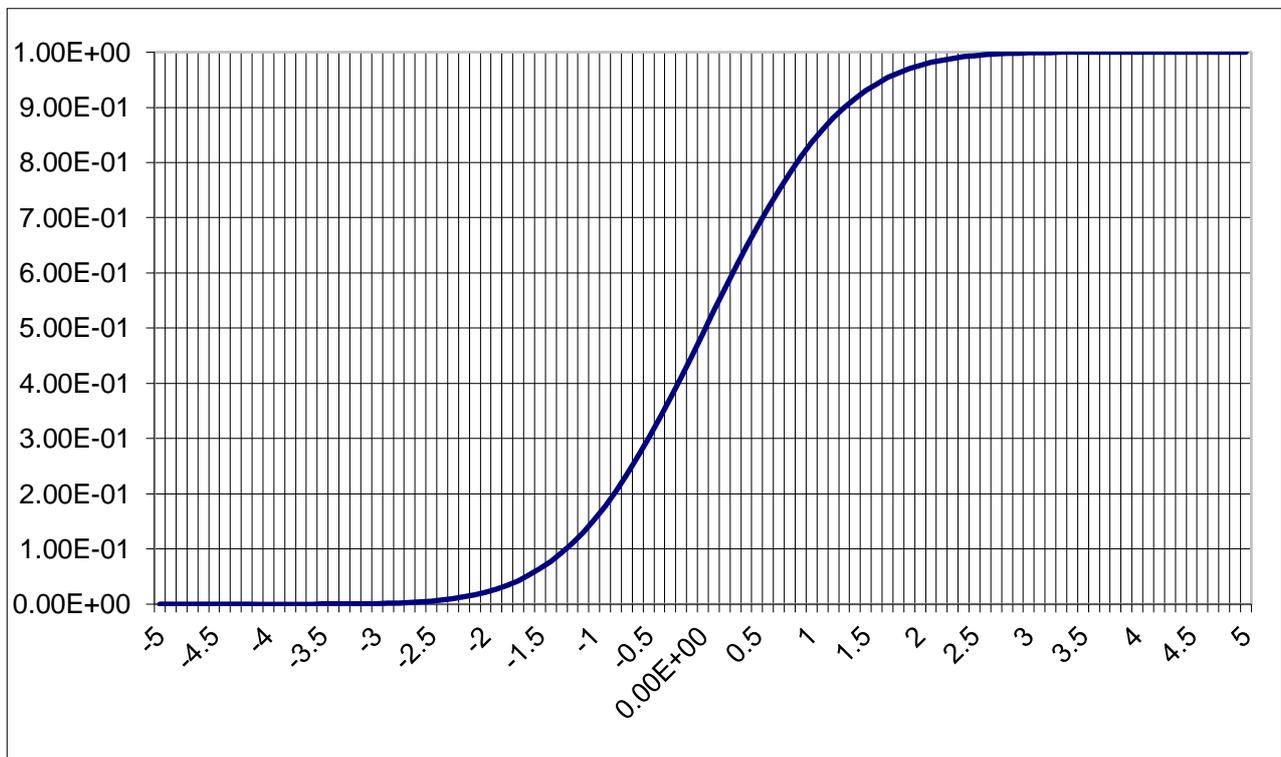


Рисунок 1.1 – Интеграл Лапласа для определения  $Q(x)$  по закону Гаусса

При совпадении модели с опытными данными значение критерия равнялось бы нулю. Полученная величина критерия сравнивается с табличным значением с числом степеней свободы при определённом уровне значимости:

$$\nu = k - r - 1, \quad (8)$$

где  $r$  – число параметров закона распределения (для Гаусса  $r = 2$ , для Вейбулла  $r = 3$ ).

### Закон распределения Вейбулла

$$Q(x) = 1 - e^{-\left[\frac{(x-x_0)}{\eta}\right]^\beta}, \quad (9)$$

где  $x_0$  – минимальная граница интервала;

$\beta$  – форма;

$\eta$  – масштаб.

$$\beta = \frac{\pi}{\sqrt{6} \cdot S_y} \cdot 0,986, \quad (10)$$

$$S_y = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n [\ln(x_i - x_{min}) - \bar{y}]^2}{n-1}}, \quad (11)$$

$$\bar{y} = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n \ln(x_i - x_{min}). \quad (12)$$

$$\eta = e^{\left(\bar{y} + \frac{0,577226}{\beta}\right)} \quad (13)$$

$$q(x) = \frac{\beta}{\eta} \left(\frac{x-x_0}{\eta}\right)^{\beta-1} \cdot e^{-\left[\frac{(x-x_0)}{\eta}\right]^\beta}. \quad (14)$$

Экспоненциальный закон распределения:

$$Q(x) = 1 - \exp(-\lambda_0 x), \quad (15)$$

$$\lambda_0 = n / \sum x_i, \quad (16)$$

$$q(x) = \lambda_0 \exp(-\lambda_0 x), \quad (17)$$

Значения  $Q(x)$  и  $q(x)$  сведем в таблицу 1.5.

Рассчитаем критерий согласия для обоих законов распределения.

Закон распределения Гаусса:

$$E_1 = 120(0,05951 - 0,02394) = 4,2684,$$

$$E_2 = 120(0,12725 - 0,05951) = 8,1288,$$

$$E_3 = 120(0,23576 - 0,12725) = 13,0212,$$

$$E_4 = 120(0,38187 - 0,23576) = 17,5332,$$

$$E_5 = 120(0,54732 - 0,38187) = 19,854,$$

$$E_6 = 120(0,70483 - 0,54732) = 18,9012,$$

$$E_7 = 120(0,83092 - 0,70483) = 15,1308,$$

$$E_8 = 120(0,91578 - 0,83092) = 10,1832,$$

$$E_9 = 120(0,96381 - 0,91578) = 5,7636,$$

$$E_{10} = 120(0,98666 - 0,96381) = 2,742,$$

$$E_{11} = 120(0,99580 - 0,98666) = 1,0968.$$

Критерий согласия:

$$\chi^2 = \frac{(3 - 4,2684)^2}{4,2684} + \frac{(15 - 8,1288)^2}{8,1288} + \frac{(10 - 13,0212)^2}{13,0212} + \frac{(20 - 17,5332)^2}{17,5332} +$$

$$+ \frac{(23 - 19,854)^2}{19,854} + \frac{(16 - 18,9012)^2}{18,9012} + \frac{(12 - 15,1308)^2}{15,1308} + \frac{(9 - 10,1832)^2}{10,1832} +$$

$$+ \frac{(4 - 5,7636)^2}{5,7636} + \frac{(5 - 2,742)^2}{2,742} + \frac{(3 - 1,0968)^2}{1,0968} = 14,6638$$

Таблица 1.5 – Параметры распределения

Границы интервалов	$Q(x)_Г$	$Xi-Xmin$	$Q(x)_В$	Середина интервалов	$q(x)_Г$	$Xi-Xmin$	$q(x)_В$
1,532	0,0239	0	0,011	2,647	0,015	1,114	0,029
3,762	0,0595	2,229	0,077	4,877	0,030	3,344	0,054
5,992	0,1272	4,459	0,199	7,107	0,048	5,574	0,071
8,222	0,2357	6,689	0,357	9,337	0,065	7,804	0,075
10,452	0,3818	8,919	0,525	11,567	0,074	10,034	0,069
12,682	0,5473	11,149	0,678	13,797	0,071	12,264	0,054
14,912	0,7048	13,379	0,801	16,027	0,056	14,494	0,038
17,142	0,8309	15,609	0,887	18,257	0,037	16,724	0,024
19,372	0,9157	17,839	0,942	20,487	0,021	18,954	0,013
21,602	0,9638	20,069	0,973	22,717	0,010	21,184	0,006
23,832	0,9866	22,299	0,988	24,945	0,003	23,412	0,003
26,062	0,9958	24,529	0,995				

$$\nu = 11 - 2 - 1 = 8;$$

$\alpha = 0,05$  – уровень значимости.

Закон распределения Вейбулла :

$$y = 2,21655; \quad S_y = 0,58195; \quad \beta = 2,175097; \quad \eta = 11,96439.$$

$$E_1 = 120(0,07757 - 0,01138) = 7,9428,$$

$$E_2 = 120(0,19926 - 0,07757) = 14,6028,$$

$$E_3 = 120(0,35740 - 0,19926) = 18,9768,$$

$$E_4 = 120(0,52542 - 0,35740) = 20,1624,$$

$$E_5 = 120(0,67861 - 0,52542) = 18,3828,$$

$$E_6 = 120(0,80101 - 0,67861) = 14,688,$$

$$E_7 = 120(0,88766 - 0,80101) = 10,398,$$

$$E_8 = 120(0,9423 - 0,88766) = 6,5568,$$

$$E_9 = 120(0,97309 - 0,9423) = 3,6948,$$

$$E_{10} = 120(0,98863 - 0,97309) = 1,8648,$$

$$E_{11} = 120(0,99565 - 0,98863) = 0,8424.$$

Критерий согласия:

$$\begin{aligned} \chi^2 = \sum_{i=1}^{11} \frac{(n_i - E_i)^2}{E_i} &= \frac{(3 - 7,9428)^2}{7,9428} + \frac{(15 - 14,6028)^2}{14,6028} + \\ &+ \frac{(10 - 18,9768)^2}{18,9768} + \frac{(20 - 20,1624)^2}{20,1624} + \frac{(23 - 18,3828)^2}{18,3828} + \frac{(16 - 14,688)^2}{14,688} + \\ &+ \frac{(12 - 10,398)^2}{10,398} + \frac{(9 - 6,5568)^2}{6,5568} + \frac{(4 - 3,6948)^2}{3,6948} + \frac{(5 - 1,8648)^2}{1,8648} + \\ &+ \frac{(3 - 0,8424)^2}{0,8424} = 20,59 \end{aligned}$$

$$\nu = 11 - 3 - 1 = 7,$$

$$\alpha = 0,05.$$

Оценим принятие для наших опытных данных или закона Гаусса или закона Вейбулла.

$\chi_{расч}^2 = 14,66 \leq 15,5 = \chi_{табл}^2$  при заданном уровне значимости. Так как расчётное значение критерия согласия меньше табличного, то делаем вывод,

что опытные данные не противоречат выбранному закону распределения Гаусса.

Закон распределения Вейбулла:

$$\chi^2_{расч} = 20,59 \geq 14,1 = \chi^2_{табл} \text{ при заданном уровне значимости.}$$

Так как расчётное значение критерия согласия больше табличного, то делаем вывод, что, опытные данные противоречат выбранному закону распределения Вейбулла.

## **Приложение 1. Пример оформления титульного листа**

**ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ЖЕЛЕЗНОДОРОЖНОГО ТРАНСПОРТА**  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
**«Уральский государственный университет путей сообщения»**  
(ФГБОУ ВО УрГУПС)

Кафедра «Электроснабжение транспорта»

**РАСЧЕТНО-ГРАФИЧЕСКАЯ РАБОТА**

По дисциплине: «Математические задачи в электроэнергетике»

**Тема работы:** Статистическая обработка результатов измерений  
(вариант 01)

Студент:

Иванов Иван Иванович

Группы ЭЭ-219 ЭМФ

Специальности 13.03.02

Руководитель: доцент кафедры

«Электроснабжение транспорта»

Ефимов Денис Александрович

Дата сдачи: \_\_\_\_\_

Дата защиты: \_\_\_\_\_

Оценка: \_\_\_\_\_

Подпись руководителя: \_\_\_\_\_

Екатеринбург

2020

## **Приложение 2. Пример оформления листа задания**

**ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ЖЕЛЕЗНОДОРОЖНОГО ТРАНСПОРТА**  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
**«Уральский государственный университет путей сообщения»**  
(ФГБОУ ВО УрГУПС)

Кафедра Электроснабжение транспорта

**ЗАДАНИЕ НА РАСЧЕТНО-ГРАФИЧЕСКУЮ РАБОТУ**

Студент (ка) \_\_\_\_\_ гр. \_\_\_\_\_

Тема работы: Статистическая обработка результатов измерений (вариант 01 )

Срок сдачи работы 21.05.2021

Перечень вопросов, подлежащих исследованию или разработке:

1. Определение нагрузок на провода контактной сети
2. Расчет натяжения проводов
3. Определение допустимых длин пролетов
4. Разработка схем питания и секционирования станции
5. Составление плана контактной сети станции
6. Составление плана контактной сети перегона
7. Механический расчет анкерного участка полукомпенсированной цепной подвески
8. Выбор способа прохода контактной подвески в искусственных сооружениях
9. Расчет и выбор опор контактной сети

Исходные данные прилагаются.

Руководитель \_\_\_\_\_ Д.А. Ефимов

Задание принял к исполнению \_\_\_\_\_ / \_\_\_\_\_ /

## Библиографический список

1. Веников В. А. Электрические системы. Математические задачи электроэнергетики: учебник для вузов электроэнергетических спец. – Москва : Высшая школа, 1981. – 175 с.
2. Голубева Н. В. Математическое моделирование систем и процессов: учебное пособие / Н. В. Голубева. – Москва : Лань, 1916. – 192 с.
3. Ефимов А. В. Надежность и диагностика систем электроснабжения железных дорог : утверждено Департаментом кадров и учебных заведений МПС России в качестве учебника для студентов вузов железнодорожного транспорта / А. В. Ефимов, А. Г. Галкин. – Москва : УМК МПС России, 2000. – 510 с.



*Учебное издание*

**Ефимов Денис Александрович**  
**Паранин Александр Викторович**

**МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ЗАДАЧИ В  
ЭЛЕКТРОЭНЕРГЕТИКЕ**

Методические рекомендации по выполнению расчетно-графической работы  
для студентов специальности 13.03.02 «Электроэнергетика и электротехника»  
(направленность (профиль) «Электрические станции и подстанции»)  
всех форм обучения