

Р.Х. ГАФАРОВ

**СБОРНИК ЗАДАЧ
ПО СОПРОТИВЛЕНИЮ
МАТЕРИАЛОВ**

Уфа 2005

Федеральное агентство по образованию
Государственное образовательное учреждение высшего
профессионального образования
Уфимский государственный авиационный технический университет

Р.Х. ГАФАРОВ

*Сборник задач
по сопротивлению
материалов*

*Издание второе, переработанное
и дополненное*

*Допущено Учебно-методическим объединением
высших учебных заведений Российской Федерации
по образованию в области авиации, ракетостроения
и космоса в качестве учебного пособия для студентов
высших аэрокосмических учебных заведений
по дисциплине «Сопротивление материалов»*

Уфа 2005

УДК 539.4 (07)
ББК 30.121 (я7)
Г24

Гафаров Р.Х.

Г24 Сборник задач по сопротивлению материалов: Учебное пособие – 2-е изд., перераб. и доп./ Р.Х. Гафаров; Уфимск. гос. авиац. техн. ун-т. – Уфа: УГАТУ, 2005. – 384 с.

ISBN 5-86911-488-8

Серия: «Изучаем науку о прочности»

Сборник охватывает все разделы базового курса сопротивления материалов. Содержит свыше 600 оригинальных задач для организации индивидуальной самостоятельной работы студентов с учетом разной степени их подготовленности. Имеются как простые задачи, так и сложные проблемы-исследования, ориентированные на хорошо подготовленных студентов и предназначенные для самостоятельных научных разработок. Помимо оригинальных задач в сборник включены задания для типовых расчетов, которые можно использовать в курсовых работах по сопротивлению материалов.

Предназначен для студентов технических специальностей высших учебных заведений.

Табл. 51. Ил. 652. Библиогр.: 10 назв.

Научный редактор д-р техн. наук, проф. Ю.С. Первушин

Рецензенты: кафедра Прикладной механики, динамики и прочности машин ЮУрГУ (зав. кафедрой д-р техн. наук, проф. О.Ф. Чернявский);

д-р техн. наук, проф. В.Л. Благонадежин (Московский энергетический институт, кафедра Динамики и прочности машин);

ББК 30.121 (я7)

© Р.Х. Гафаров, 2005

ISBN 5-86911-488-8

© Уфимский государственный
авиационный технический университет, 2005

ПРЕДИСЛОВИЕ

*При изучении наук
примеры полезнее правил.*

И. Ньютон

Новое издание учебного пособия, как и прежние 1993 г., вызвавшее большой интерес, представляет собой систематизированную подборку задач и упражнений по основным разделам курса «Сопротивление материалов», изучаемого либо как самостоятельная дисциплина, либо в составе комплексных дисциплин, таких как «Механика», «Прикладная механика». Добавлено свыше ста новых оригинальных задач, накопившихся за годы, прошедшие после первого издания книги. Дополнены практически все разделы задачника.

Учебными планами большинства технических специальностей в качестве обязательного вида самостоятельной работы по дисциплине предусматривается выполнение расчетно-графических и курсовых работ. Задания для этих работ вместе с примерами их выполнения представлены в специальной главе под названием «Типовые расчеты». Каждое задание имеет общее условие для 30 вариантов конструктивных схем и 10 вариантов числовых данных. Содержание расчетно-графических и курсовых работ формируется из этих заданий преподавателем, исходя из объема курса и специальности.

Наряду с классическими задачами, в пособие включены оригинальные задачи и примеры, тесно связанные с практикой инженерных расчетов. Постановка ряда задач способствует вовлечению студентов в исследовательскую работу. Вызывая живой интерес, они побуждают глубоко вникать в суть проблемы, развивают способность самостоятельно мыслить, приучают быть готовым к нестандартной постановке вопроса, к нестандартному мышлению.

подавляющее большинство задач содержит числовые данные. И в этом есть глубокий смысл. Ведь задачи по сопротивлению материалов должны учить умению доводить результат до числа, студенту необходимо знать систему единиц, представлять себе размерности и характерные масштабы тех физических величин, с которыми ему придется оперировать: напряжение, деформация, перемещение, предел прочности и пр. Ответы к задачам даны с обычной для инженерных расчетов точностью. Главнейшие формулы, а также справочные данные, используемые при решении задач, помещены в приложениях в конце книги.

Сборник предназначен для студентов высших учебных заведений, обучающихся по направлениям подготовки и специальностям в области техники и технологии. Он может быть полезен также широкому кругу преподавателей при организации индивидуальной самостоятельной работы студентов по курсу сопротивления материалов.

В заключение автор считает своим приятным долгом поблагодарить рецензентов за доброжелательную критику и целый ряд полезных советов, способствовавших улучшению задачника. Автор искренне благодарен всем вложившим свой труд в создание этой книги.

Советы учащимся

Для успешного овладения курсом сопротивления материалов полезно иметь в виду следующее:

1. Решение задач – практическое искусство и научиться ему можно только подражая хорошим образцам и постоянно практикуясь. Помните: если вы хотите научиться плавать, то смело входите в воду, а если хотите научиться решать задачи, то решайте их!

2. Приступая к самостоятельному решению задачи, прежде всего обдумайте план решения и установите, какими уравнениями или формулами следует воспользоваться для решения данной задачи; и только после этого переходите к решению. Улавливайте не внешний порядок подстановки формул, а внутреннюю сущность и причинность. Задавайте себе вопросы: «Для чего мы находим?», «Нельзя ли это же самое получить другим путем?», «Как?» и т.п.

3. Задачи с начала и до конца следует решать в общем виде, т.е. в буквенном выражении. Это ускоряет решение задачи и облегчает проверку. Числовые значения нужно подставлять только в окончательные результаты.

4. Научитесь пользоваться справочниками и таблицами. Овладейте навыками графического представления. Чертеж, график, диаграмма – это наглядный и экономный язык науки и техники.

5. Приучайтесь выполнять расчеты правильно и аккуратно. Запомните, что всякое послабление, которое сделано в ущерб аккуратности и методичности записи в надежде сэкономить время, приводит в конце концов к значительной потере времени и зачастую к повторению всех расчетов.

ОСНОВНЫЕ ПРИНЯТЫЕ ОБОЗНАЧЕНИЯ

A – площадь поперечного сечения;	α – коэффициент линейного расширения; отношение;
E – модуль продольной упругости;	γ – относительный сдвиг; удельный вес материала;
F – сосредоточенная сила;	Δ – зазор; перемещение;
G – модуль сдвига; вес;	δ – линейное перемещение;
I_x, I_y – осевые моменты инерции;	Δl – абсолютная линейная деформация;
I_p – полярный момент инерции;	$\varepsilon, \varepsilon'$ – относительные продольная и поперечная деформации;
i_x, i_y – радиусы инерции;	$\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3$ – главные деформации;
M – внешний момент;	θ – относительный угол закручивания вала; угол поворота поперечного сечения при изгибе;
M_x, M_y – изгибающие моменты;	ν – коэффициент Пуассона;
M_z, M_k – крутящий момент;	σ – нормальное напряжение;
N – продольная сила; мощность в л.с.;	$\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ – главные напряжения;
n – коэффициент запаса прочности; частота вращения вала в об/мин;	$[\sigma]$ – допускаемое нормальное напряжение;
P – мощность;	$[\sigma_p], [\sigma_c]$ – допускаемые нормальные напряжения на растяжение и сжатие;
Q – поперечная сила;	$\sigma_{\text{пщ}}, \sigma_{\text{т}}, \sigma_{\text{пч}}$ – пределы пропорциональности, текучести, прочности;
q – интенсивность распределенной нагрузки;	$\sigma_{\text{пчр}}, \sigma_{\text{пчс}}$ – пределы прочности при растяжении и сжатии;
S – статический момент площади;	$\sigma_{0,2}$ – условный предел текучести, соответствующий пластической деформации, равной 0,2%;
t – температура в град С;	τ – касательное напряжение;
U – потенциальная энергия упругой деформации;	$[\tau]$ – допускаемое касательное напряжение;
u – удельная потенциальная энергия;	φ – угол закручивания вала;
$u_{\text{об}}, u_{\text{ф}}$ – уд. пот. энергия изменения объема и формы;	ω – угловая скорость вала, рад/с.
v – прогиб сечения балки;	
W – работа внешних сил;	
W_x, W_y – осевые моменты сопротивления;	
W_p – полярный момент сопротивления;	
w – продольное перемещение сечения;	

ОБЩИЕ ДЛЯ ВСЕХ ЗАДАЧ ДАННЫЕ

1. Для сокращения текста условий задач большинство наименований заданных и подлежащих определению величин заменено соответствующими буквенными обозначениями, перечень которых приведен выше.

2. Как правило, все размеры указаны на чертеже. При этом, когда линейные размеры заданы в миллиметрах, единица измерения на чертеже не указана.

3. Ответы задач, как правило, даны с точностью до трех значащих цифр. В некоторых случаях ответы округлены по сравнению с результатами, полученными при вычислениях; в первую очередь это относится к значениям диаметров стержней.

4. В задачнике использована Международная система единиц (СИ). В соответствии с рекомендациями по применению системы СИ значения физических величин представлены в виде чисел, лежащих в диапазоне 0,1 ... 1000 с применением соответствующих дольных или кратных приставок к основным единицам. Например, сила F равна 14,3 кН, но не 14300 Н.

5. Собственный вес конструкции учитывается только в тех случаях, когда это специально оговорено в условии задачи.

6. Если нет особых оговорок, деформация предполагается линейно-упругой, характеристики материала при растяжении и сжатии одинаковыми, концентрация напряжений не учитывается.

7. Если в условии задачи не приведены сведения о свойствах материала, принять:

Модуль продольной упругости, ГПа:

стали	200
чугуна	120
меди	100
алюминия и дюралюминия	70
дерева вдоль волокон	10
Модуль сдвига для стали, ГПа	80
Коэффициент Пуассона для стали	0,3
Удельный вес стали, кН/м ³	78,5
Температурный коэффициент линейного расширения, 1/град:	
стали	$12,5 \cdot 10^{-6}$
меди	$16,5 \cdot 10^{-6}$
алюминия	$22,5 \cdot 10^{-6}$

КАК РЕШАТЬ ЗАДАЧУ

1. ПОНИМАНИЕ ПОСТАНОВКИ ЗАДАЧИ – ЯСНО ПОНЯТЬ ПРЕДЛОЖЕННУЮ ЗАДАЧУ:

Что неизвестно? Что дано? В чем состоит условие? Определяется ли неизвестное данными или они недостаточны? Или чрезмерны? Или противоречивы? Сделайте чертеж. Введите подходящие обозначения. Разделите условие на части. Постарайтесь записать их.

2. СОСТАВЛЕНИЕ ПЛАНА РЕШЕНИЯ – НАЙТИ ПУТЬ ОТ НЕИЗВЕСТНОГО К ДАННЫМ, ЕСЛИ НУЖНО, РАССМОТРЕВ ПРОМЕЖУТОЧНЫЕ ЗАДАЧИ (АНАЛИЗ):

Сформулируйте отношение между неизвестными и данными. Преобразуйте неизвестные элементы. Попробуйте ввести новые неизвестные, более близкие к данным задачи. Решите только часть задачи. Удовлетворите только часть условий: насколько неопределенным окажется тогда неизвестное? Обобщите. Рассмотрите частные случаи. Примените аналогию.

3. ОСУЩЕСТВЛЕНИЕ ПЛАНА – РЕАЛИЗОВАТЬ НАЙДЕННУЮ ИДЕЮ РЕШЕНИЯ (СИНТЕЗ)

Контролируйте каждый свой шаг, принимая лишь то, «что усматривается с полной ясностью или выводится с полной достоверностью» (Р. Декарт)

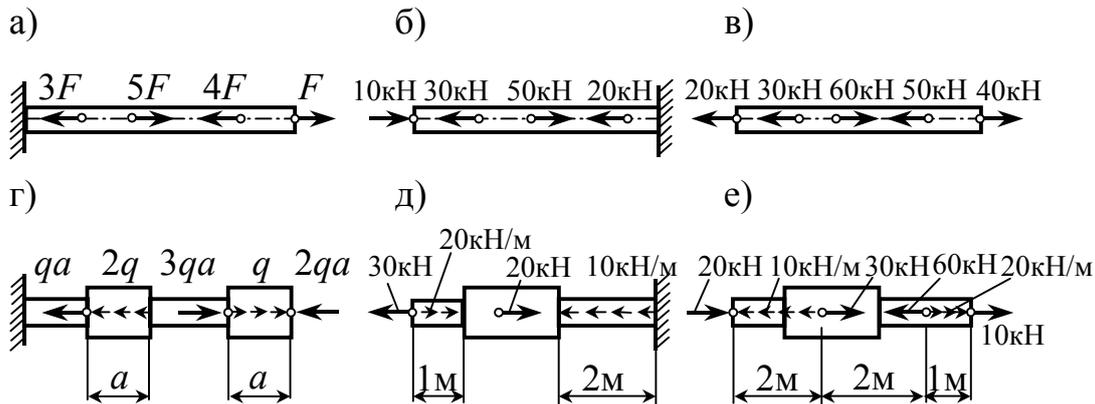
4. ВЗГЛЯД НАЗАД – РЕШЕНИЕ ПРОВЕРИТЬ И ОЦЕНИТЬ КРИТИЧЕСКИ:

Правдоподобен ли результат? Почему? Нельзя ли сделать проверку? Нет ли другого пути, ведущего к полученному результату? Более прямого пути? Нельзя ли в какой-нибудь другой задаче использовать полученный результат или метод решения.

1. ЭПЮРЫ ВНУТРЕННИХ СИЛОВЫХ ФАКТОРОВ

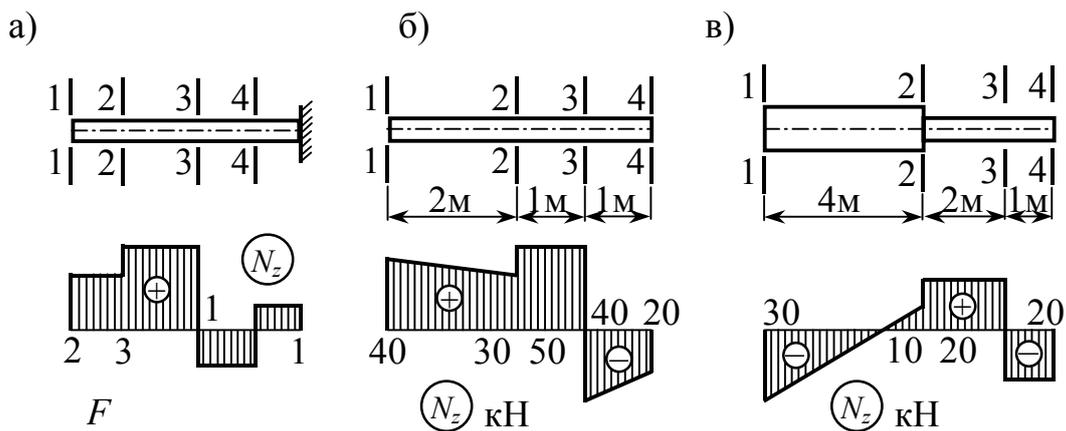
Эпюры продольной силы

1.1. Построить эпюры продольной силы.



Ответ: Наибольшие по абсолютной величине силы: а) $3F$ (сжатие); б) 30 кН (сжатие); в) 50 кН (растяжение); г) $2qa$ (растяжение и сжатие); д) 30 кН (растяжение); е) 30 кН (растяжение и сжатие).

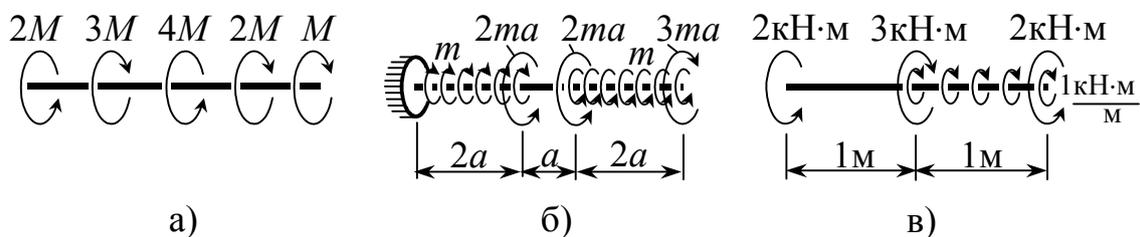
1.2. По заданной эпюре продольной силы определить значения и направления приложенной к стержню нагрузки.



Ответ: а) $F_1 = 2F$, $F_2 = F$, $F_4 = 2F$ – влево; $F_3 = 4F$ – вправо;
 б) $F_1 = 40$ кН, $F_2 = 20$ кН, $q_{34} = 20$ кН/м, $F_4 = 20$ кН – влево;
 $q_{12} = 5$ кН/м, $F_3 = 90$ кН – вправо; в) $q_{12} = 10$ кН/м, $F_2 = 10$ кН,
 $F_4 = 20$ кН – влево; $F_1 = 30$ кН, $F_3 = 40$ кН – вправо.

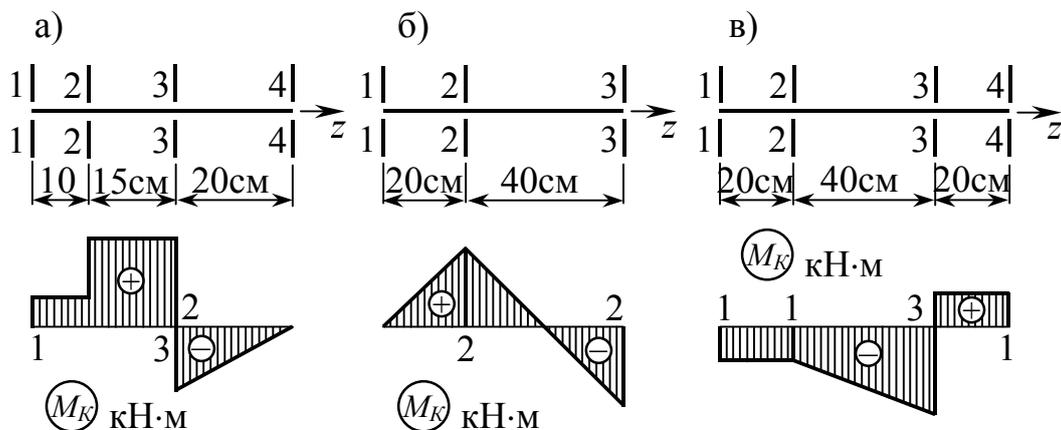
Эпюры крутящего момента

1.3. Построить эпюры крутящего момента.



Ответ: Наибольшие по абсолютной величине значения крутящего момента: а) $3M$; б) $3ma$; в) $2 \text{ кН}\cdot\text{м}$.

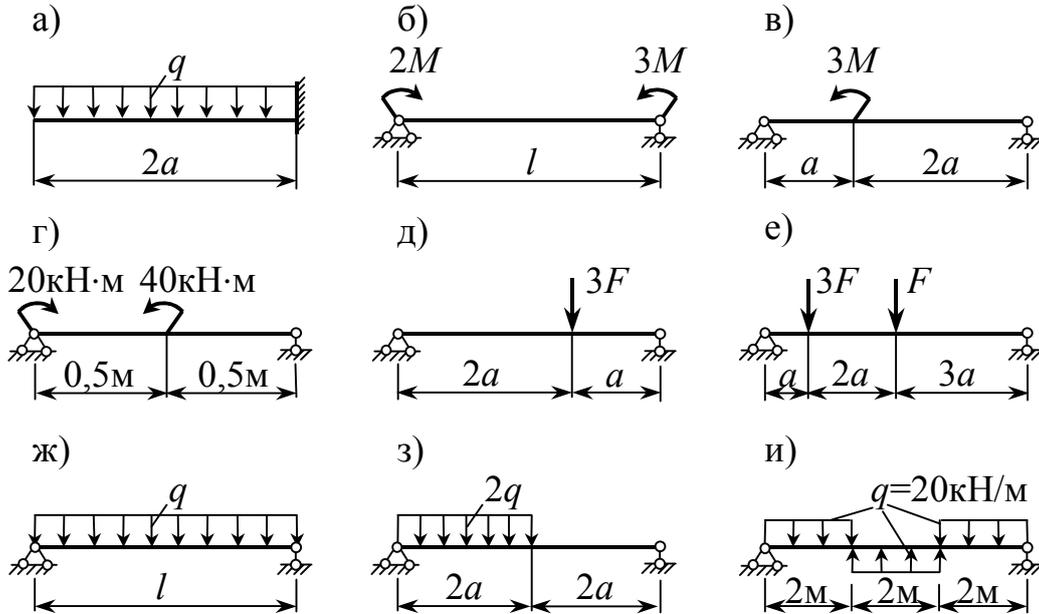
1.4. По заданной эпюре крутящего момента установить нагрузку, действующую на вал.



Ответ: а) $M_1 = 1 \text{ кН}\cdot\text{м}$, $M_2 = 2 \text{ кН}\cdot\text{м}$, $t_{34} = 10 \text{ кН}\cdot\text{м}/\text{м}$ – по часовой стрелке при взгляде с положительного конца оси z ; $M_3 = 5 \text{ кН}\cdot\text{м}$ – против часовой стрелки; б) $t_{12} = 10 \text{ кН}\cdot\text{м}/\text{м}$, $M_3 = 2 \text{ кН}\cdot\text{м}$ – по часовой стрелке при взгляде с положительного конца оси z ; $t_{23} = 10 \text{ кН}\cdot\text{м}/\text{м}$ – против часовой стрелки при взгляде с положительного конца оси z ; в) $M_3 = 4 \text{ кН}\cdot\text{м}$ – по часовой стрелке при взгляде с положительного конца оси z ; $M_1 = 1 \text{ кН}\cdot\text{м}$, $M_4 = 1 \text{ кН}\cdot\text{м}$, $t_{23} = 5 \text{ кН}\cdot\text{м}/\text{м}$ – против часовой стрелки.

Эпюры поперечной силы и изгибающего момента

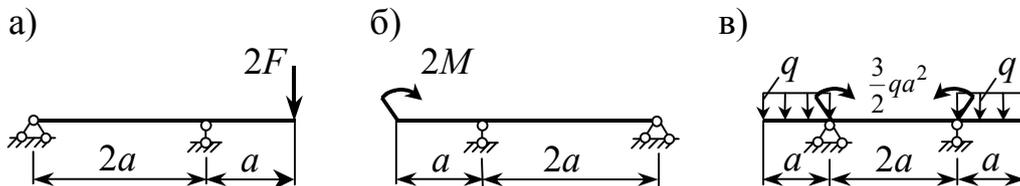
1.5. Построить эпюры поперечной силы и изгибающего момента для простых балок.



Ответ:

Схема	а	б	в	г	д	е	ж	з	и
Q_{\max}	$-2qa$	M/l	M/a	20 кН	$-2F$	$3F$	$\pm ql/2$	$3qa$	± 20 кН
M_{\max}	$2qa^2$	$3M$	$-2M$	30 кН·м	$2Fa$	$3Fa$	$ql^2/8$	$9qa^2/4$	± 10 кН·м

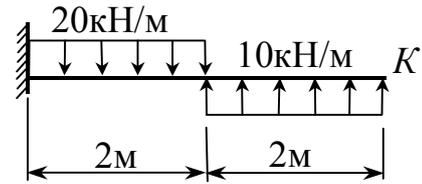
1.6. Построить эпюры поперечной силы и изгибающего момента для балок с консолями.



Ответ:

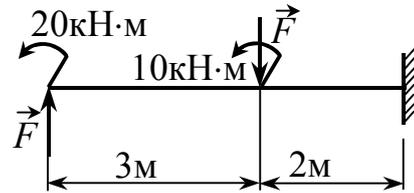
Схема	а	б	в
Q_{\max}	$2F$	$-M/a$	$\pm qa$
M_{\max}	$-2Fa$	$2M$	qa^2

1.7. Найти направление и значение силы F , приложенной в сечении K консольной балки, если поперечная сила равна нулю. Построить эпюры Q и M_x .



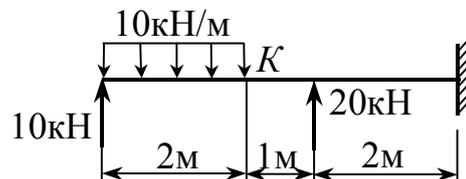
Ответ: $F = 20$ кН (вверх); $Q_{\max} = -40$ кН; $M_{\max} = 100$ кН·м.

1.8. Определить, при каких значениях сил F изгибающий момент в опорном сечении консольной балки будет равен нулю. После этого построить эпюры Q и M_x .



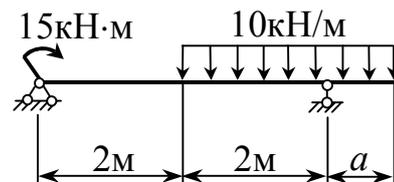
Ответ: $F = 10$ кН; $Q_{\max} = 10$ кН; $M_{\max} = -20$ кН·м.

1.9. Определить направление и значение сосредоточенного момента M , приложенного в сечении K консольной балки, если изгибающий момент в заделке равен нулю. Построить эпюры Q и M_x .



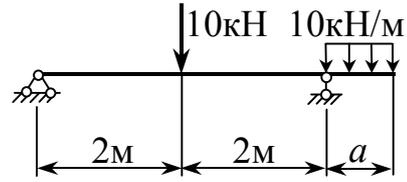
Ответ: $M = 10$ кН·м (против часовой стрелки); $Q_{\max} = 10$ кН;
 $M_{\max} = -20$ кН·м.

1.10. Найти длину консоли a из условия, что поперечная сила посередине пролета балки равна нулю. Построить эпюры Q и M_x .



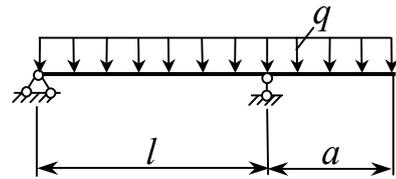
Ответ: $a = 1$ м; $Q_{\max} = -20$ кН; $M_{\max} = 15$ кН·м.

1.11. Определить длину консоли a , если момент посередине пролета балки равен нулю. Построить эпюры Q и M_x .



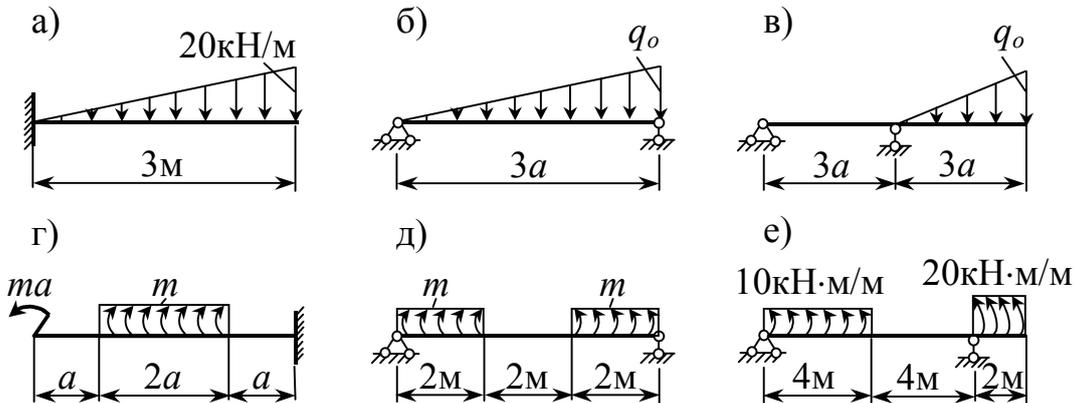
Ответ: $a = 2 \text{ м}$; $Q_{\max} = 20 \text{ кН}$; $M_{\max} = -20 \text{ кН}\cdot\text{м}$.

1.12. Во сколько раз пролет балки l должен быть больше длины консоли a , чтобы изгибающие моменты в середине пролета и на правой опоре имели противоположные знаки и одинаковые значения. Построить эпюры Q и M_x .



Ответ: $l/a = 2,45$; $Q_{\max} = -1,43 qa$; $M_{\max} = 0,52 qa^2$.

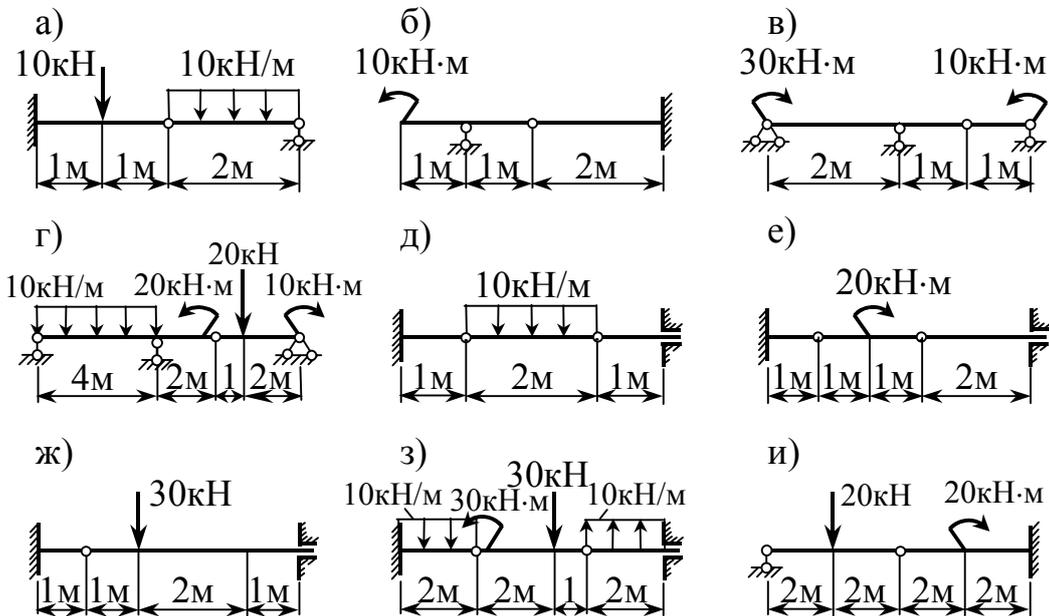
1.13. Построить эпюры поперечной силы и изгибающего момента для балок, нагруженных треугольной (схемы а, б, в) и распределенной моментной нагрузкой (схемы г, д, е).



Ответ:

Схема	а	б	в	г	д	е
Q_{\max}	30 кН	$-qa$	$1,5qa$	0	0	10 кН
M_{\max}	$-60\text{кН}\cdot\text{м}$	$qa^2 / \sqrt{3}$	$-3qa^2$	$\pm ma$	20 кН·м	40 кН·м

1.14. Построить эпюры поперечной силы и изгибающего момента для составных балок.

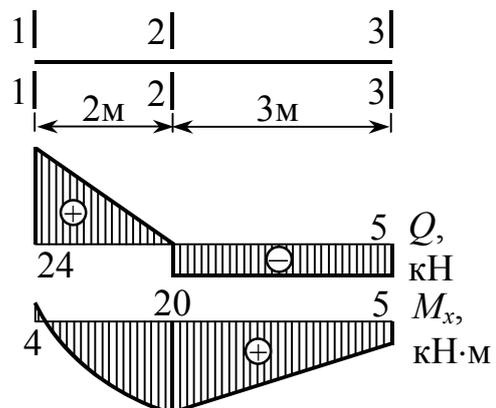


Ответ:

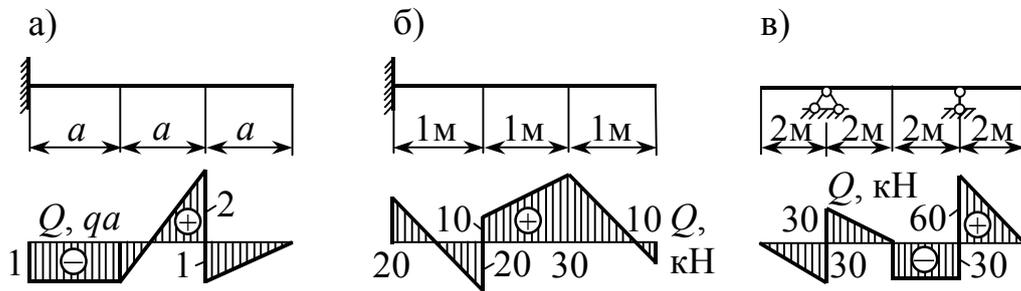
Схема	а	б	в	г	д	е	ж	з	и
$Q_{\max}, \text{кН}$	20	10	-20	± 20	± 10	-10	20	40	± 10
$M_{\max}, \text{кН}\cdot\text{м}$	-30	20	30	20	-10	-20	± 20	-60	± 20

1.15. По заданным эпюрам Q и M_x установить нагрузку, действующую на балку.

Ответ: $F_1 = 24 \text{ кН}$, $F_3 = 5 \text{ кН}$ – вверх; $q_{12} = 12 \text{ кН/м}$, $F_2 = 5 \text{ кН}$ – вниз; $M_1 = 4 \text{ кН}\cdot\text{м}$, $M_3 = 5 \text{ кН}\cdot\text{м}$ – против часовой стрелки.

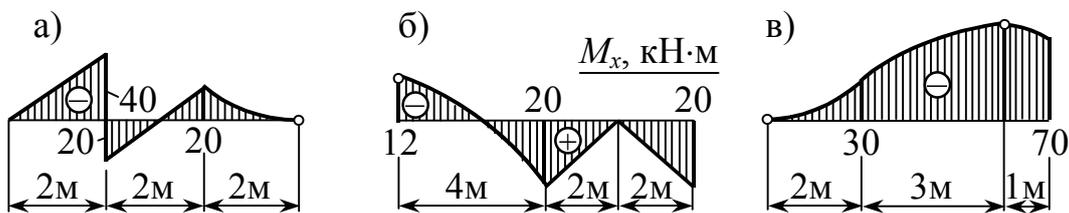


1.16. По заданной эюре Q установить нагрузку, действующую на балку, и построить эюру M_x .



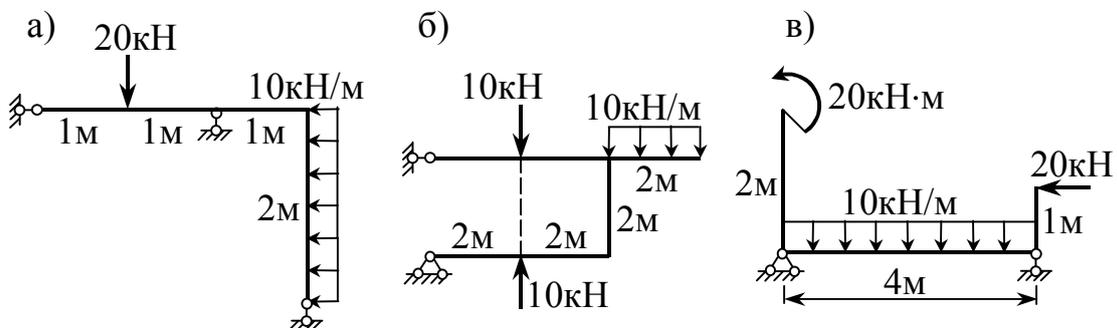
Ответ: а) $M_{\max} = qa^2$; б) $M_{\max} = -30 \text{ кН}\cdot\text{м}$; в) $M_{\max} = -60 \text{ кН}\cdot\text{м}$.

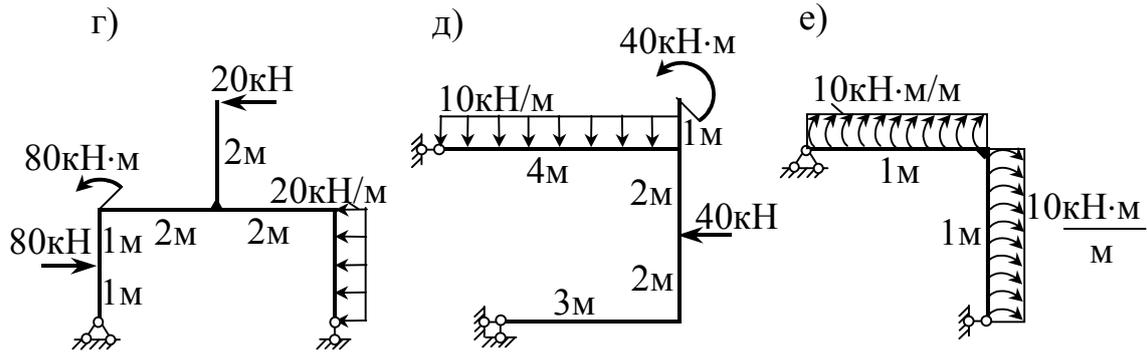
1.17. По заданной эюре M_x установить нагрузку, действующую на балку, и построить эюру Q . Криволинейный участок эюры M_x очерчен по квадратной параболе. Кругом отмечена вершина параболы.



Ответ: а) $Q_{\max} = \pm 20 \text{ кН}$; б) $Q_{\max} = 16 \text{ кН}$; в) $Q_{\max} = -30 \text{ кН}$.

1.18. Построить эюры N , Q и M_x для рам.





Ответ:

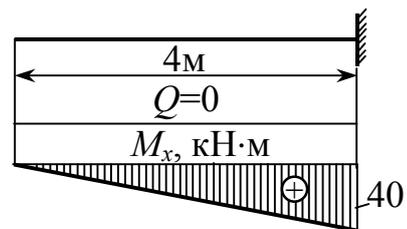
Схема	а	б	в	г	д	е
N_{\max}	-20	± 50	-20	-60	-40	20
Q_{\max}	± 20	-50	30	-160	± 40	-20
M_{\max}	-20	-100	25	-120	-120	10

1.19. Построить эпюры Q и M_x для балки длиной l , шарнирно опертой по концам и нагруженной сплошной нагрузкой, изменяющейся по закону $q = q_0 \sin kz$, где $k = 2\pi/l$.

Ответ: $Q_{\max} = \pm q_0/k$, $M_{\max} = \pm q_0/k^2$.

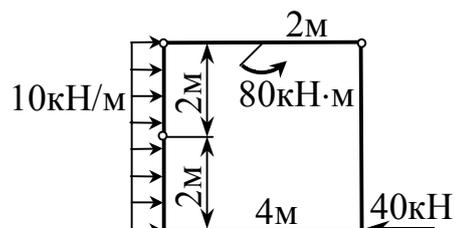
1.20. По эпюрам Q и M_x определить нагрузку, действующую на балку.

Ответ: $m = 10 \text{ кН}\cdot\text{м}/\text{м}$.

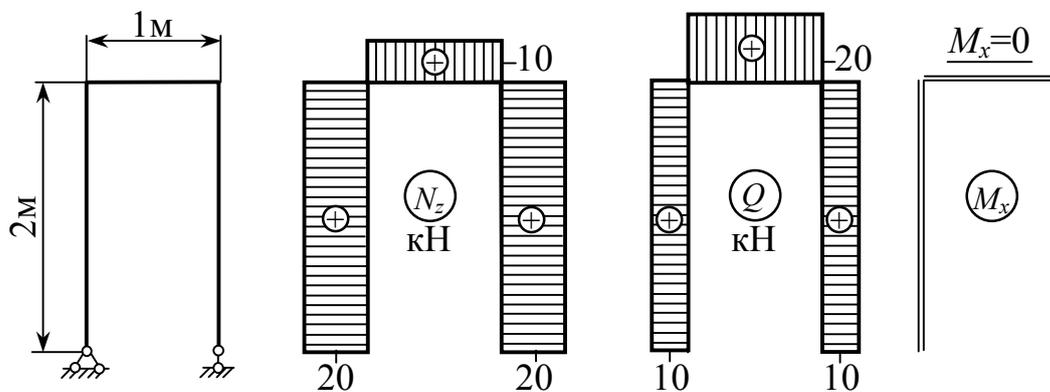


1.21. Построить эпюру изгибающего момента для заданной рамы.

Ответ: $M_{\max} = \pm 40 \text{ кН}\cdot\text{м}$.



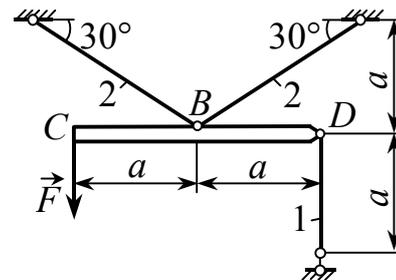
1.22. По эюграм N , Q и M_x установить, как загружена рама.



2. ЦЕНТРАЛЬНОЕ РАСТЯЖЕНИЕ И СЖАТИЕ ПРЯМОЛИНЕЙНОГО СТЕРЖНЯ

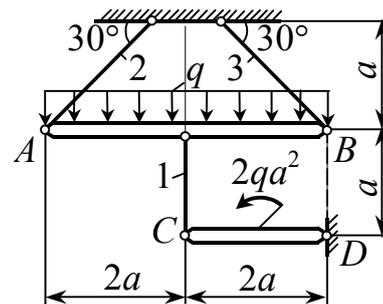
Статически определимые системы

2.1. Считая брус CD недеформируемым, проверить прочность и жесткость стержневой системы, если $F = 10$ кН, $A_1 = A_2 = 2$ см², $a = 2$ м, $E = 200$ ГПа, $[\sigma] = 120$ МПа, $[\delta_c] = 10$ мм.



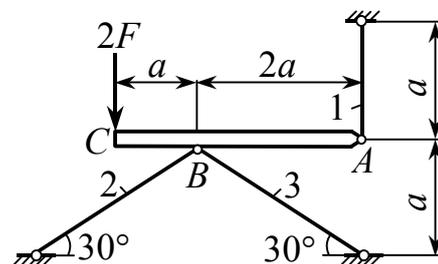
Ответ: $\sigma_{\max} = \sigma_2 = 100$ МПа $< [\sigma]$, $\delta_c = 8,5$ мм, т.е. прочность и жесткость обеспечены.

2.2. Считая брусья AB и CD недеформируемыми, определить из расчетов на прочность и жесткость требуемые площади поперечных сечений стержней, если $A_1 = A$, $A_2 = A_3 = 5A$, $q = 100$ кН/м, $a = 1$ м, $[\sigma] = 140$ МПа, $E = 200$ ГПа, $[\delta_c] = 2,5$ мм.



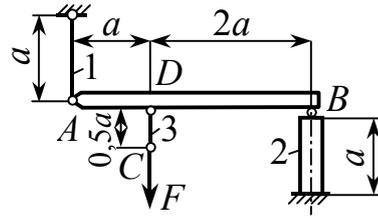
Ответ: $A = 10$ см² (из условия жесткости).

2.3. Считая брус AC недеформируемым, определить из расчетов на прочность и жесткость величину допускаемой нагрузки F , если $A_1 = 10$ см², $A_2 = A_3 = 4A_1$, $a = 1$ м, $[\delta_c] = 2,5$ мм, $[\sigma] = 120$ МПа, $E = 200$ ГПа.



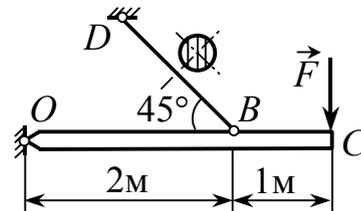
Ответ: $[F] = 100$ кН (из условия жесткости).

2.4. Считая брус AB недеформируемым, определить напряжения в элементах конструкции, а также опускание точки C , если $A_1 = 10 \text{ см}^2$, $A_2 = 100 \text{ см}^2$, $A_3 = 30 \text{ см}^2$, $E_1 = 200 \text{ ГПа}$, $E_2 = 10 \text{ ГПа}$, $E_3 = 100 \text{ ГПа}$, $F = 200 \text{ кН}$, $a = 1 \text{ м}$.



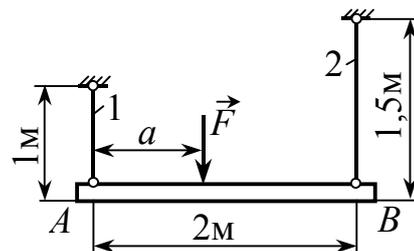
Ответ: $\sigma_1 = 133,3 \text{ МПа}$, $\sigma_2 = 6,7 \text{ МПа}$, $\sigma_3 = 66,7 \text{ МПа}$, $\delta_c = 1 \text{ мм}$.

2.5. Жесткая балка OC поддерживается в горизонтальном положении стальным стержнем BD длиной 2 м. Определить диаметр стержня и при найденном размере опускание конца балки C , если $F = 60 \text{ кН}$, $[\sigma] = 140 \text{ МПа}$.



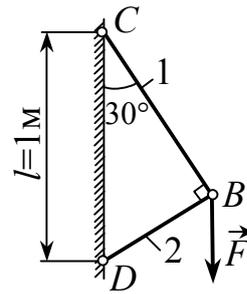
Ответ: $d = 34 \text{ мм}$, $\delta_c = 3 \text{ мм}$.

2.6. Жесткий брус AB подвешен на двух круглых тросах: троса 1 диаметром 25 мм – медная, а троса 2 диаметром 20 мм – стальная. На каком расстоянии a необходимо приложить силу $F = 30 \text{ кН}$, чтобы в процессе деформации груз оставался горизонтальным? Какие в этом случае возникают напряжения?



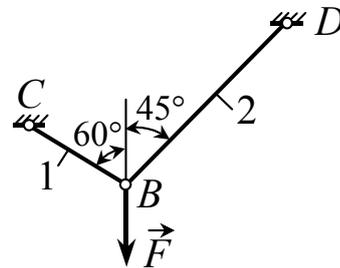
Ответ: $a = 0,92 \text{ м}$, $\sigma_1 = 33 \text{ МПа}$, $\sigma_2 = 44 \text{ МПа}$.

2.7. Кронштейн изготовлен из двух стальных стержней одинакового поперечного сечения $A = 5 \text{ см}^2$. Определить напряжения в стержнях и вертикальное перемещение узла B , если $F = 100 \text{ кН}$.



Ответ: $\sigma_1 = 100 \text{ МПа}$, $\sigma_2 = 173 \text{ МПа}$, $\delta = 0,77 \text{ мм}$.

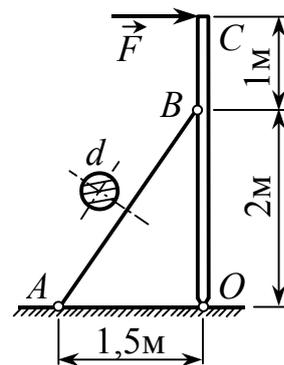
2.8. Проверить прочность и жесткость стержневой системы, если вертикальное перемещение узла B не должно превышать величины $[\delta] = 3 \text{ мм}$. Дано: $F = 100$



кН, $[\sigma_1] = 160 \text{ МПа}$, $A_1 = 5 \text{ см}^2$, $l_1 = 1 \text{ м}$, $E_1 = 200 \text{ ГПа}$, $[\sigma_2] = 150 \text{ МПа}$, $A_2 = 6 \text{ см}^2$, $l_2 = 2 \text{ м}$, $E_2 = 100 \text{ ГПа}$.

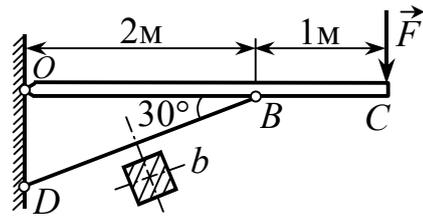
Ответ: $\sigma_1 = 146,4 \text{ МПа}$, $\sigma_2 = 149,5 \text{ МПа}$ (прочность обеспечена), $\delta = 3,22 \text{ мм} > [\delta]$, т.е. жесткость недостаточна.

2.9. Жесткий стержень OC нагружен силой F и удерживается от опрокидывания круглой стальной тягой диаметром 20 мм . Из условия прочности тяги определить наибольшую допустимую силу F , а также горизонтальное перемещение точки приложения силы, полагая $[\sigma] = 160 \text{ МПа}$.



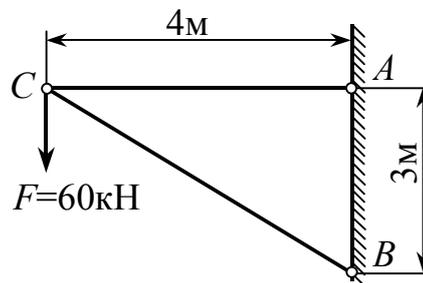
Ответ: $[F] = 20 \text{ кН}$, $\delta_c = 5 \text{ мм}$.

2.10. Жесткий брус OC подкреплён деревянным подкосом BD квадратного сечения 20×20 см и нагружен силой F . Чему равна сила F и напряжения в подкосе, если опускание точки C равно $\delta_c = 3$ мм?



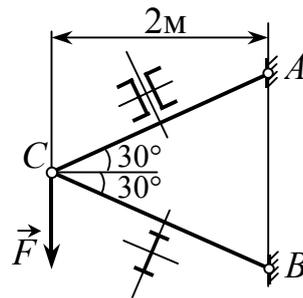
Ответ: $F = 57,7$ кН, $\sigma = -4,33$ МПа.

2.11. Кронштейн выполнен из круглого стального стержня AC диаметром d и деревянного подкоса BC квадратного сечения со стороной b . Подобрать размеры поперечных сечений элементов системы, если допускаемое напряжение для стали равно $[\sigma_{ст}] = 160$ МПа, а для дерева $[\sigma_{д}] = 10$ МПа. При найденных размерах определить горизонтальное, вертикальное и полное перемещение узла C .



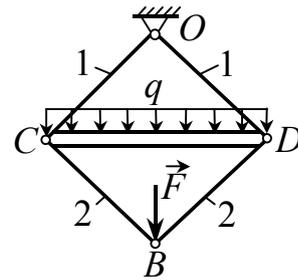
Ответ: $d = 25$ мм, $b = 100$ мм, $\delta_H = 3,2$ мм, $\delta_B = 12,6$ мм, $\delta_C = 13,0$ мм.

2.12. Кронштейн выполнен из двух стальных стержней. Стержень AC состоит из двух швеллеров № 12, а BC – из двутавра № 24. Определить наибольшую допустимую силу F и вертикальное перемещение узла C , если $[\sigma_p] = 160$ МПа, $[\sigma_c] = 100$ МПа.



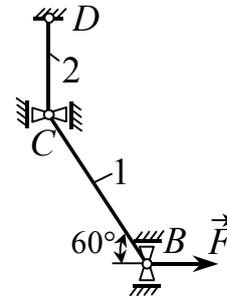
Ответ: $[F] = 348$ кН, $\delta = 2,7$ мм.

2.13. Упругий четырехзвенник, имеющий форму квадрата со стороной $a = 1$ м, составлен из одинаковых стержней площадью поперечного сечения A и модулем упругости материала $E = 100$ ГПа. Подобрать сечения стержней и определить перемещение узла B , если $F = \sqrt{2}qa$, $q = 100$ кН/м, $[\sigma] = 200$ МПа.



Ответ: $A = 10 \text{ см}^2$, $\delta = 4,2 \text{ мм}$.

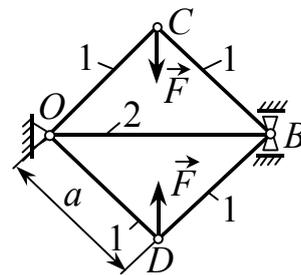
2.14. Упругие стержни 1 и 2 имеют одинаковое поперечное сечение и изготовлены из одного и того же материала. Каким должно быть сечение стержней, чтобы перемещение ползуна B не



превышало величины $[\delta] = 2,2$ мм, если $F = 10$ кН, $E = 100$ ГПа, $l_1 = 2$ м, $l_2 = 1$ м? Чему равны при этом напряжения в стержнях?

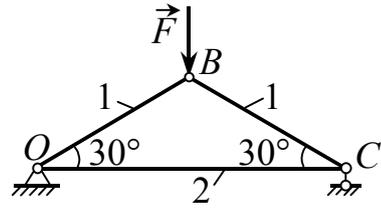
Ответ: $A = 5 \text{ см}^2$, $\sigma_1 = 40 \text{ МПа}$, $\sigma_2 = 34,6 \text{ МПа}$.

2.15. Все стержни упругой системы имеют одинаковое поперечное сечение и изготовлены из одного и того же материала. Подобрать сечение стержней из условия, что взаимное вертикальное сближение шарниров C и D не должно превышать $[\delta] = 1,7$ мм, если $F = 100$ кН, $a = 1$ м, $E = 200$ ГПа. При найденной площади вычислить напряжения в стержнях.



Ответ: $A = 10 \text{ см}^2$, $\sigma_1 = 70,7 \text{ МПа}$, $\sigma_2 = 100 \text{ МПа}$.

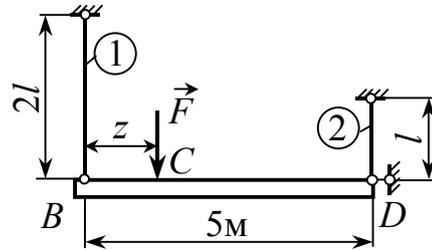
2.16. Проверить прочность и жесткость стержневой системы, если вертикальное перемещение узла B не должно превышать величины $[\delta] = 2,5$ мм, $F = 54$ кН,



$[\sigma] = 160$ МПа, $E = 200$ ГПа, $A_1 = 4$ см², $l_1 = 1$ м, $A_2 = 3$ см².

Ответ: $\sigma_1 = 135$ МПа, $\sigma_2 = 155,9$ МПа, $\delta = 2,52$ мм.

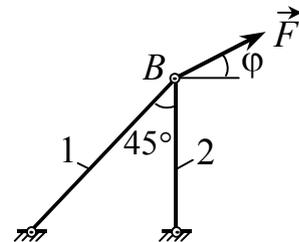
2.17. По абсолютно жесткой балке BD , подвешенной на двух стержнях, перемещается груз F . При каком положении z_1 груза балка будет горизонтальна?



Насколько длина первого стержня должна отличаться от проектной длины, чтобы балка была горизонтальна при заданном положении груза $z_2 = 2$ м, если $F = 100$ кН, $A_1 = 4$ см², $A_2 = 8$ см², $E_1 = E_2 = 100$ ГПа, $l = 2$ м?

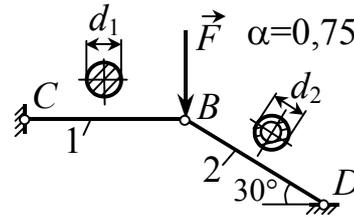
Ответ: $z_1 = 4$ м, $\Delta = Fl/EA = 5$ мм.

2.18. При каком значении угла φ направление перемещения узла B будет совпадать с направлением силы F , если $A_1 / A_2 = \sqrt{6}$?



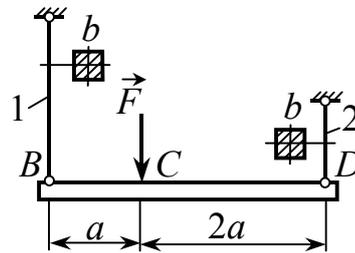
Ответ: $\varphi = -30^\circ$.

2.19. Определить размеры поперечных сечений стальных стержней, если $F = 100$ кН, $[\sigma] = 100$ МПа, $l_1 = l_2 = 1$ м. При найденных значениях d_1 и d_2 вычислить вертикальное перемещение узла В.



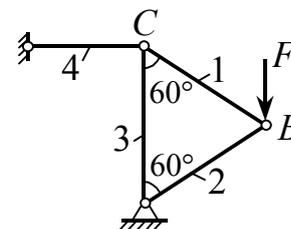
Ответ: $d_1 = 47$ мм, $d_2 = 76$ мм, $\delta = 1,87$ мм.

2.20. Упругие стержни 1 и 2 имеют одинаковое квадратное $b \times b$ поперечное сечение, но изготовлены из разных материалов. Подобрать сечение стержней из условия, что перемещение точки С не должно превышать величины $[\delta] = 2$ мм, если $F = 90$ кН, $E_1 = 200$ ГПа, $l_1 = 3$ м, $E_2 = 100$ ГПа, $l_2 = 2$ м. При найденном значении b вычислить напряжения в стержнях.



Ответ: $b = 2$ см, $\sigma_1 = 150$ МПа, $\sigma_2 = 75$ МПа.

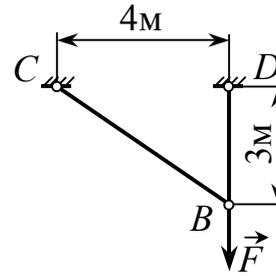
2.21. Определить допускаемое значение силы F из условия прочности конструкции, выполненной из четырех одинаковых



круглых стержней диаметра $d = 40$ мм и длины $l = 1$ м. При найденном значении силы вычислить вертикальное перемещение узла В. Дано: $[\sigma] = 80$ МПа, $E = 100$ ГПа.

Ответ: $[F] = 100$ кН, $\delta_B = 2,4$ мм.

2.22. При сборке двухстержневого узла BCD оказалось, что стержень BC имеет длину, превышающую номинальный размер на $3,2$ мм. Поэтому узел B получил начальное горизонтальное смещение вправо. После нагрузки узла силой F он оказался смещенным на 2 мм влево от вертикали BD . Определить силу F , если площадь сечения стержней $A = 3 \text{ см}^2$, модуль упругости $E = 200 \text{ ГПа}$.



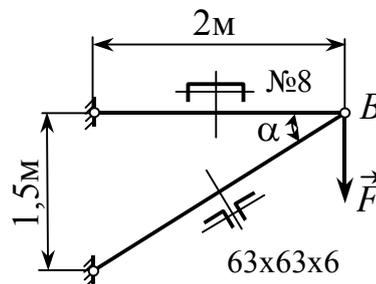
После нагрузки узла силой F он оказался смещенным на 2 мм влево от вертикали BD . Определить силу F , если площадь сечения стержней $A = 3 \text{ см}^2$, модуль упругости $E = 200 \text{ ГПа}$.

Ответ: $F = 160 \text{ кН}$.

2.23. Стальной трос длиной 20 м и сечением 1 см^2 туго натянут между двумя неподвижными точками, расположенными на одной высоте. Посредине троса прикладывается вертикальная сила $F = 1 \text{ кН}$. Пренебрегая весом троса, определить напряжения в нем и величину δ вертикального перемещения точки приложения силы при упругой деформации, если $E = 80 \text{ ГПа}$. Во сколько раз уменьшатся напряжения и величина перемещения, если уменьшить силу в 10 раз?

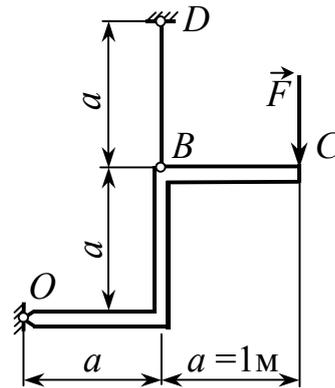
Ответ: $\sigma = 100 \text{ МПа}$, $\delta = 50 \text{ см}$, напряжения уменьшатся в $4,64$ раза, а перемещение – в $2,15$ раза.

2.24. Определить допускаемое значение силы F из условия прочности стержней, если $[\sigma_p] = 160 \text{ МПа}$, $[\sigma_c] = 120 \text{ МПа}$. При найденном значении силы вычислить вертикальное перемещение узла B .



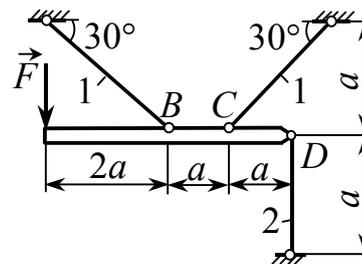
Ответ: $[F] = 104,8 \text{ кН}$ (из условия прочности на сжатие), $\delta = 4,57 \text{ мм}$.

2.25. Подобрать площадь A поперечного сечения стального стержня BD из условия, что перемещение точки C не должно превышать величины $[\delta] = 1,8$ мм, если $F = 40$ кН. При найденном значении площади вычислить напряжение в стержне.



Ответ: $A = 5 \text{ см}^2$, $\sigma = 160 \text{ МПа}$.

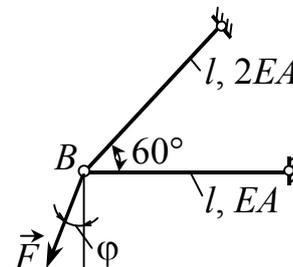
2.26. Упругие стальные стержни 1 и 2 имеют одинаковое поперечное сечение $A = 2 \text{ см}^2$. Определить допускаемую величину силы F , если $a = 0,5$ м,



$[\sigma] = 160 \text{ МПа}$. При найденном значении силы вычислить перемещение точки ее приложения.

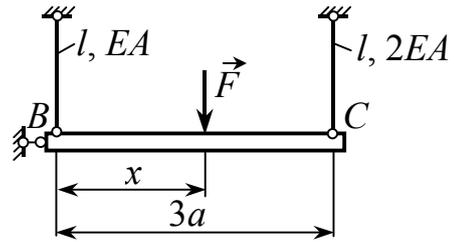
Ответ: $[F] = 12 \text{ кН}$, $\delta = 4,7 \text{ мм}$.

2.27. Под каким углом φ следует приложить силу F к системе из двух стержней, чтобы узел B перемещался горизонтально?



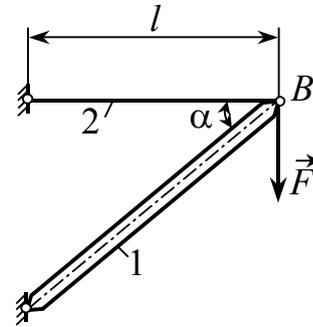
Ответ: $\varphi = 60^\circ$.

2.28. Абсолютно жесткий невесомый брус BC подвешен на двух тросах разной жесткости и нагружен сосредоточенной силой F . Определить положение груза, при котором его перемещение минимально, а также найти величину этого перемещения.



Ответ: $x = 2a$, $\delta_{\min} = Fl/(3EA)$.

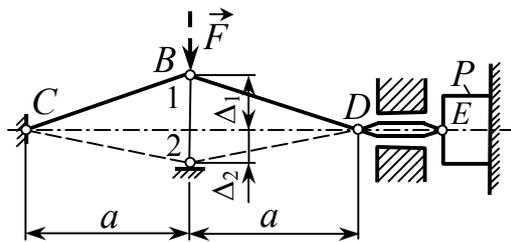
2.29. Стержень 1 кронштейна имеет кольцевое сечение с наружным диаметром D и толщиной стенки $t = D/20$, а стержень 2 – сплошное круговое диаметром d . При каком угле α и соотношении диаметров D/d масса конструкции минимальна, если $[\sigma_p] = 2[\sigma_c]$?



При каком угле α и соотношении диаметров D/d масса конструкции минимальна, если $[\sigma_p] = 2[\sigma_c]$?

Ответ: $\alpha = 50^\circ 46'$, $D/d = 4$.

2.30. В зажимном приспособлении усилие N_{DE} , прижимающее плиту P к опоре, создается перемещением узла B из положения 1 в положение 2. Определить: 1) усилие N_{DE} в положении 2; 2) наибольшую силу F_{\max} , необходимую для перемещения рычагов из верхнего положения в нижнее; 3) максимальные напряжения в рычагах. Дано: $a = 30$ см, $\Delta_1 = 0,04a$, $\Delta_2 = 0,01a$, $E = 200$ ГПа, $EA = 20$ МН.

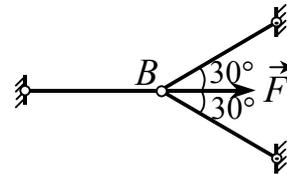


Определить: 1) усилие N_{DE} в положении 2; 2) наибольшую силу F_{\max} , необходимую для перемещения рычагов из верхнего положения в нижнее; 3) максимальные напряжения в рычагах. Дано: $a = 30$ см, $\Delta_1 = 0,04a$, $\Delta_2 = 0,01a$, $E = 200$ ГПа, $EA = 20$ МН.

Ответ: $N = 15$ кН, $F_{\max} = 493$ Н, $\sigma_{\max} = 160$ МПа.

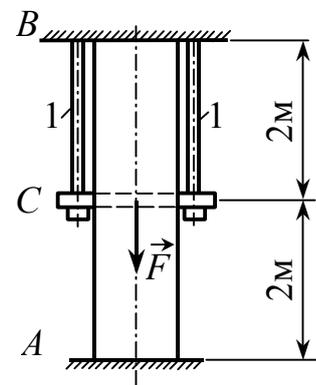
Статически неопределимые системы

2.31. Три одинаковых стержня шарнирно скреплены в узле B , к которому приложена сила $F = 120$ кН. Определить площадь сечения стержней, полагая $[\sigma] = 160$ МПа.

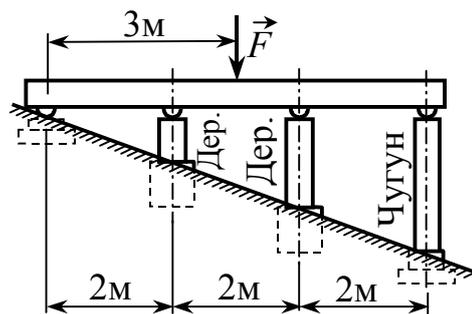


Ответ: $A = 3 \text{ см}^2$.

2.32. Бетонная стойка квадратного сечения 40×40 см закреплена обоими концами и в среднем сечении нагружена силой $F = 320$ кН. Какой площади сечения нужно поставить две стальные тяги 1, чтобы растягивающие напряжения в верхней части бетонной стойки не превышали $0,5$ МПа? Чему в этом случае будут равны напряжения в тягах и в нижней части стойки?



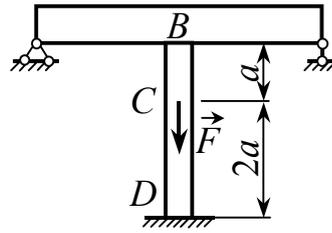
2.33. Жесткая балка первоначально опиралась правым концом на чугунную стойку сечением 100 см^2 и не имела промежуточных опор. Затем были поставлены две промежуточные деревянные стойки круглого сечения диаметром 25 см. На сколько процентов можно увеличить нагрузку после установки промежуточных опор при условии, что напряжения в чугунной стойке останутся первоначальными?



2.34. Жесткая балка первоначально опиралась правым концом на чугунную стойку сечением 100 см^2 и не имела промежуточных опор. Затем были поставлены две промежуточные деревянные стойки круглого сечения диаметром 25 см. На сколько процентов можно увеличить нагрузку после установки промежуточных опор при условии, что напряжения в чугунной стойке останутся первоначальными?

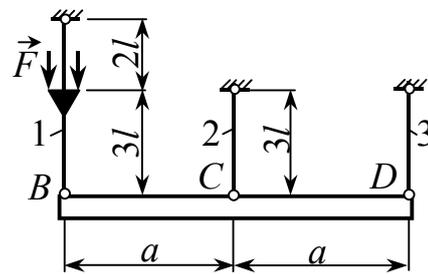
Ответ: на 41% .

2.34. Стальной стержень BD нижним концом опирается на жесткий фундамент, а верхним прикреплен к балке, податливость которой в точке B определяется коэффициентом $\alpha = 3$ мкм/кН. Чему равны напряжения в стержне, если $F = 675$ кН, $A = 25$ см², $a = 1$ м?



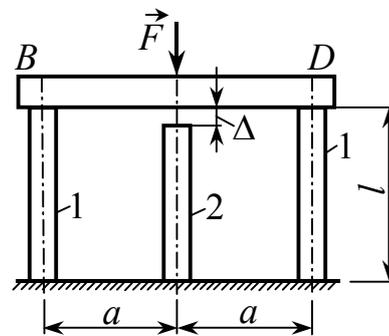
Ответ: $\sigma_{BC} = 120$ МПа, $\sigma_{CD} = -150$ МПа.

2.35. Жесткий брус BD подвешен на трех стальных стержнях одинаковой площади поперечного сечения A . Определить перемещение точки B .



Ответ: $\delta_B = 3Fl/(2EA)$.

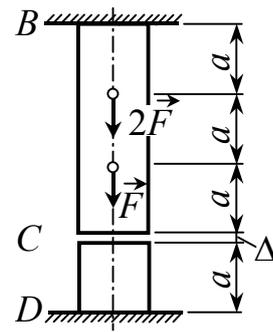
2.36. Абсолютно жесткий брус BD должен опираться на три одинаковые деревянные стойки квадратного сечения со стороной b . Для уменьшения давления на фундамент средняя опора изготовлена короче крайних на $\Delta = 2$ мм. Подобрать сечение колонн, если давление средней из них на фундамент не должно превышать $[p] = 5$ МПа, допусковое напряжение материала $[\sigma] = 15$ МПа, $F = 1$ МН, $l = 4$ м, $E = 10$ ГПа.



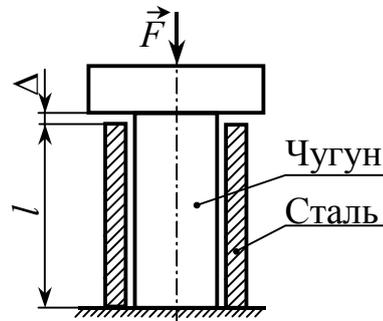
Ответ: $b = 20$ см.

2.37. Стальной стержень постоянного сечения $A = 25 \text{ см}^2$ жестко зашпелен обоими концами и нагружен сосредоточенными силами. На расстоянии a от нижнего конца стержня сделан сквозной пропилен $\Delta = 0,0002a$. Определить допускаемую величину силы F , если давление стержня на фундамент в сечении D не должно превышать $[p] = 30 \text{ МПа}$.

Ответ: $[F] = 100 \text{ кН}$.



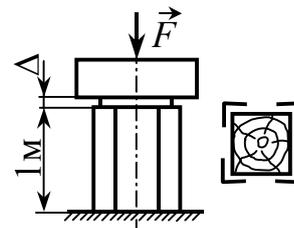
2.38. Чугунный круглый стержень вставлен в стальной цилиндр, причем длина стержня больше длины трубки на $\Delta = 0,05 \text{ мм}$, а площади их сечений одинаковы, т.е. $A_c = A_{\text{ч}} = A$.



Подобрать площади сечений с таким расчетом, чтобы после приложения силы $F = 300 \text{ кН}$ в стержне и трубке возникли напряжения одинаковой величины, если $E_c = 200 \text{ ГПа}$, $E_{\text{ч}} = 120 \text{ ГПа}$, $l = 40 \text{ см}$.

Ответ: $A = 40 \text{ см}^2$.

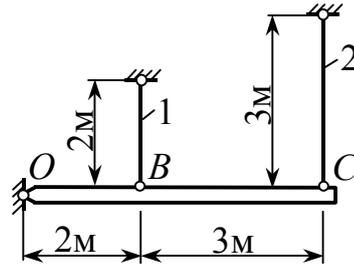
2.39. Короткая деревянная колонна сечением $25 \times 25 \text{ см}$, усиленная четырьмя стальными уголками $40 \times 40 \times 4 \text{ мм}$, сжимается силой F , передающейся через жесткую плиту.



На сколько следует укоротить уголки по сравнению с длиной деревянной части, чтобы обеспечить равнопрочность конструкции? Чему при этом равна допустимая величина силы F , если $[\sigma_{\text{ст}}] = 150 \text{ МПа}$, $[\sigma_{\text{д}}] = 10 \text{ МПа}$?

Ответ: $\Delta = 0,25 \text{ мм}$, $[F] = 810 \text{ кН}$.

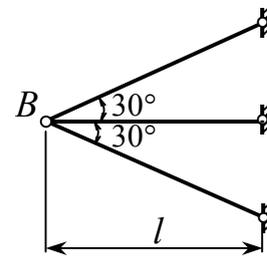
2.40. Жесткая балка OC шарнирно укреплена в стене и поддерживается двумя стальными стержнями. Определить допустимое повышение температуры



стержня 2 из условия, чтобы напряжения, вызванные изменением температуры, ни в одном стержне не были выше 75 МПа, если $A_2/A_1 = 1,5$.

Ответ: $\Delta t = 58^\circ$.

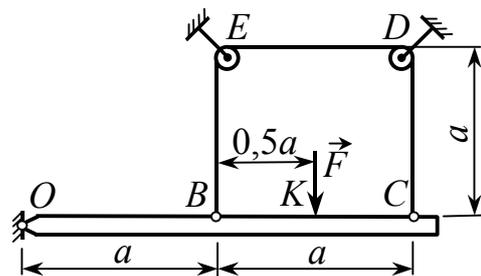
2.41. Определить напряжения в стержнях системы после нагрева среднего стержня на 60°C . Горизонтальный стержень дюралюминиевый сечением $A_d = 3 \text{ см}^2$



и модулем упругости $E_d = 70 \text{ ГПа}$. Наклонные стержни из стеклопластика СВМ с $A_c = 8 \text{ см}^2$ и $E_c = 35 \text{ ГПа}$. Температурный коэффициент линейного расширения дюралюминия равен $\alpha_d = 26 \cdot 10^{-6}$.

Ответ: $\sigma_c = 16,3 \text{ МПа}$, $\sigma_d = -75 \text{ МПа}$.

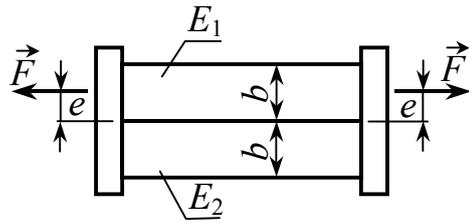
2.42. Абсолютно жесткий брус шарнирно закреплен в точке O и поддерживается тросом $BCDE$, проходящим через блоки D и E . Определить величину δ



перемещения точки приложения силы F . Найти также сечение троса, которое остается неподвижным. Величины F , a и сечение A троса известны. Трением в блоках пренебречь.

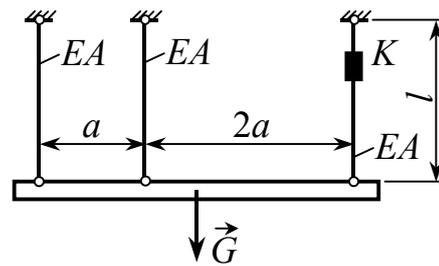
Ответ: $\delta_K = 0,75 Fa/(EA)$; неподвижное сечение троса совпадает с блоком E .

2.43. Стержень квадратного поперечного сечения состоит из двух стержней, изготовленных из разных материалов, причем $E_1 = 3E_2$. Оба стержня имеют одинаковые размеры поперечных сечений. Полагая, что концевые пластины абсолютно жесткие, найти значение для такого эксцентриситета e приложения силы F , при котором оба стержня будут находиться в состоянии равномерного растяжения.



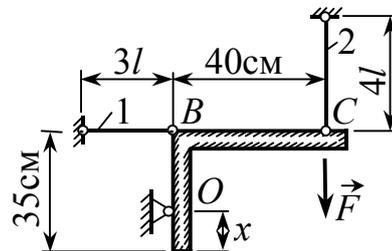
Ответ: $e = b/4$.

2.44. На какую величину Δ надо укоротить правую тягу с помощью стяжной гайки K , чтобы жесткий брус весом G , подвешенный на трех одинаковых тягах, оставался горизонтальным?



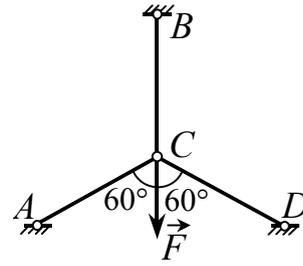
Ответ: $\Delta = 0,1 Gl/(EA)$.

2.45. Стержни 1 и 2 отличаются только длиной. На каком расстоянии x следует поставить опору O , чтобы обеспечить равнопрочность стержней? Деформациями детали OBC пренебречь.



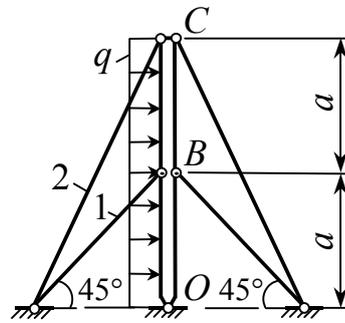
Ответ: $x = 5$ см.

2.46. Проверить прочность стержневой системы, выполненной из трех одинаковых стальных стержней сечением $A = 10 \text{ см}^2$, если $F = 240 \text{ кН}$, $[\sigma_p] = 160 \text{ МПа}$, $[\sigma_c] = 60 \text{ МПа}$.



Ответ: $\sigma_{BC} = 160 \text{ МПа}$, $\sigma_{AC} = -80 \text{ МПа}$, т.е. прочность недостаточна.

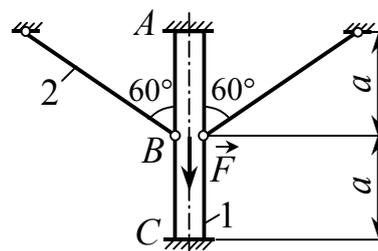
2.47. Подобрать необходимое сечение стальных тросов, поддерживающих стальную мачту, на которую действует ветровая нагрузка постоянной интенсивности $q = 600 \text{ Н/м}$. Тросы имеют одинаковое сечение и работают только на растяжение. Деформацией мачты и начальным натяжением тросов пренебречь. Дано: $a = 19 \text{ м}$, $[\sigma] = 160 \text{ МПа}$.



Тросы имеют одинаковое сечение и работают только на растяжение. Деформацией мачты и начальным натяжением тросов пренебречь. Дано: $a = 19 \text{ м}$, $[\sigma] = 160 \text{ МПа}$.

Ответ: $A = 1 \text{ см}^2$.

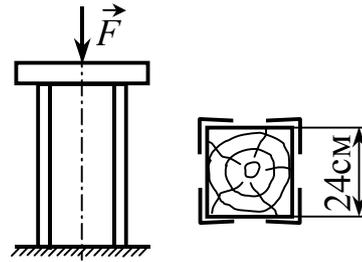
2.48. Прямой брус AC зашпелен обоими концами и подкреплен двумя симметрично расположенными подкосами. Подобрать сечения бруса и подкосов из условия прочности конструкции, если $F = 330 \text{ кН}$, $[\sigma_p] = 160 \text{ МПа}$, $[\sigma_c] = 80 \text{ МПа}$, $E_1 = E_2$, $A_1/A_2 = 4$.



Подобрать сечения бруса и подкосов из условия прочности конструкции, если $F = 330 \text{ кН}$, $[\sigma_p] = 160 \text{ МПа}$, $[\sigma_c] = 80 \text{ МПа}$, $E_1 = E_2$, $A_1/A_2 = 4$.

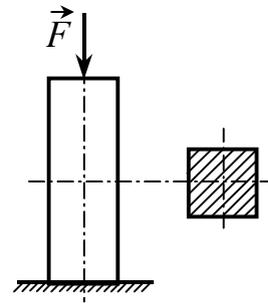
Ответ: $A_1 = 20 \text{ см}^2$.

2.49. Короткая деревянная колонна 24x24 см, усиленная четырьмя стальными уголками 80x80x7 мм, сжимается силой F , передающейся через абсолютно жесткую плиту. Из условия прочности конструкции определить допустимую величину силы F , если $[\sigma_d] = 10$ МПа, $[\sigma_{ст}] = 160$ МПа.



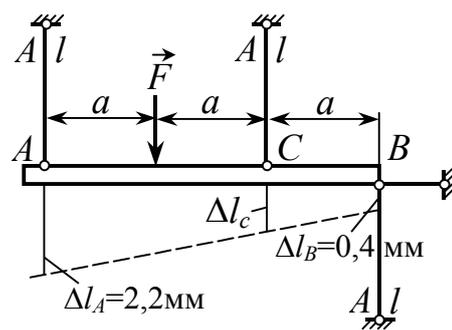
Ответ: $[F] = 1150$ кН.

2.50. В предварительно напряженной железобетонной колонне начальное напряжение в стальной арматуре равно $\sigma_{c_0} = 30$ МПа. Чему равно начальное напряжение в бетоне? Какую силу F нужно приложить по оси колонны, чтобы напряжение в стальной арматуре стало равным нулю? Дано: $A_c = 4$ см², $A_{\sigma} = 120$ см².



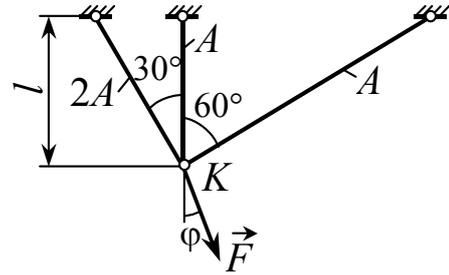
Ответ: $\sigma_{b_0} = -1$ МПа, $F = 48$ кН.

2.51. Абсолютно жесткий брус переместился под действием силы $F = 640$ кН, как показано на рисунке штриховой линией. Вычислить напряжения в стержнях, возникающие при нагружении, и напряжения, которые останутся в стержнях после снятия нагрузки, если $l = 1$ м, $A = 10$ см², $E = 200$ ГПа, $\sigma_{пл} = \sigma_T = 240$ МПа.



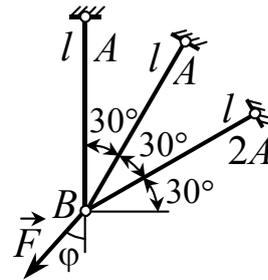
Ответ: $\sigma_A = 360$ МПа, $\sigma_C = 200$ МПа, $\sigma_B = -80$ МПа; после снятия нагрузки $\sigma_A = 14,3$ МПа, $\sigma_B = 28,6$ МПа, $\sigma_C = 42,9$ МПа.

2.52. Под действием силы F узел K переместился по вертикали на величину $\delta_K = 0,5$ мм. Найти величину и направление силы F , если $l = 1$ м, $A = 1$ см², $E = 200$ ГПа.



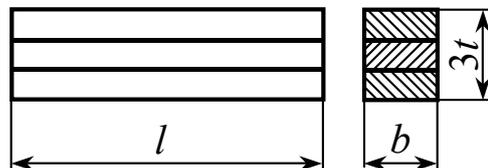
Ответ: $F = 24,8$ кН; $\varphi = 12,4^\circ$.

2.53. Под каким углом φ нужно приложить силу F к узлу, чтобы его перемещение было направлено по вертикали? Материал стержней один и тот же.



Ответ: $\varphi = 30^\circ$.

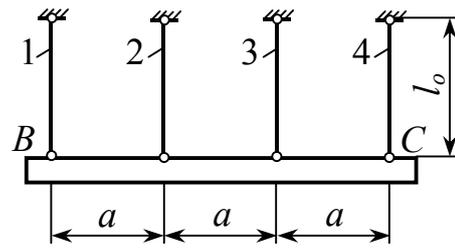
2.54. Биметаллический стержень, состоящий из медного сердечника, к которому снизу и сверху присоединены две стальные полосы, равномерно нагревается на 100° . Определить напряжения в стальной и медной полосах.



Определить напряжения в стальной и медной полосах.

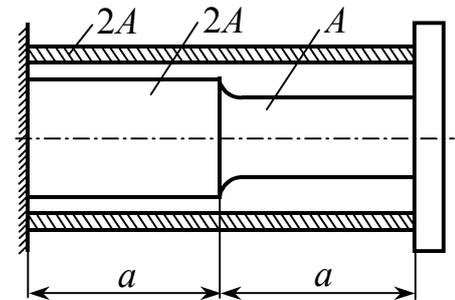
Ответ: $\sigma_c = 16$ МПа, $\sigma_m = -32$ МПа.

2.55. Жесткий брус BC должен быть подвешен к опоре при помощи четырех одинаковых стальных стержней, номинальная длина которых $l_0 = 1$ м. Фактические длины $l_1 = 1,0$ м; $l_2 = 0,998$ м; $l_4 = 0,999$ м. Какой должна быть фактическая длина третьего стержня, чтобы после сборки брус расположился горизонтально? Весом бруса пренебречь.



Ответ: Фактическая длина должна быть больше номинальной на 1 мм.

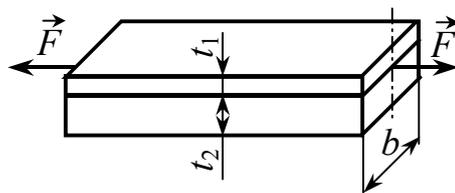
2.56. Стальной брус и медная трубка одним концом прикреплены к опоре, а другим – к жесткому фланцу. Найти наибольшие напряжения в брус и трубке, а также перемещение фланца после нагрева системы на $t = 140^\circ\text{C}$, если $a = 10$ см, $A = 2$ см².



трубке, а также перемещение фланца после нагрева системы на $t = 140^\circ\text{C}$, если $a = 10$ см, $A = 2$ см².

Ответ: $\sigma_c = 64$ МПа, $\sigma_m = 32$ МПа, $w = 0,4$ мм.

2.57. К пластине 1 толщиной $t_1 = 5$ мм и шириной $b = 20$ мм снизу припаяна пластина 2 толщиной t_2 и такой же ширины, но



изготовленная из другого материала. Какова должна быть толщина t_2 , чтобы биметаллический стержень не искривлялся при нагружении силой F , приложенной в плоскости сая? Для этого случая определите напряжения в поперечных сечениях пластин, полагая $F = 15$ кН, $E_1 = 200$ ГПа, $E_2 = 50$ ГПа.

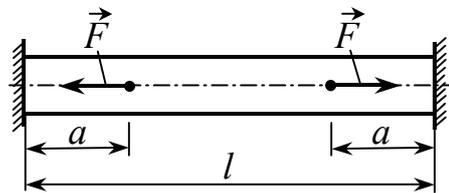
Ответ: $t_2 = 10$ мм, $\sigma_1 = 100$ МПа, $\sigma_2 = 25$ МПа.

2.58. Медное кольцо 1 наружным диаметром $d_1 = 200$ мм и толщиной $t_1 = 4$ мм плотно, но без натяжения, вставлено в стальное кольцо 2 толщиной $t_2 = 2$ мм и такой же ширины $b = 4$ мм. Определить напряжения, возникающие при нагреве конструкции на $t = 100^\circ\text{C}$.

Ответ: $\sigma_1 = 20$ МПа, $\sigma_2 = 40$ МПа.

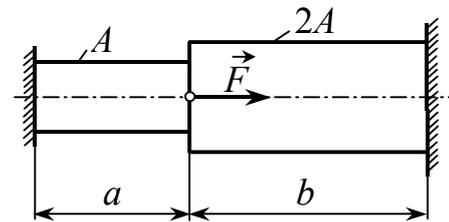
2.59. При каком положении сил обеспечивается равнопрочность стержня.

Ответ: $a = l/4$.



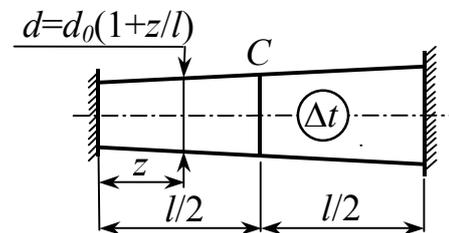
2.60. Каким следует выбрать отношение a/b , чтобы вес ступенчатого бруса был минимальным, если $[\sigma_c]/[\sigma_p] = 4$.

Ответ: $a/b = 4$.

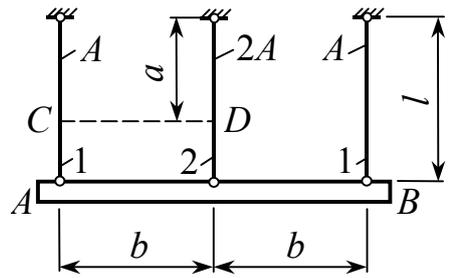


2.61. Определить допустимое повышение температуры стального бруса и установить, на сколько переместится при этом его среднее сечение C, если $[\sigma] = 250$ МПа, $l = 96$ см.

Ответ: $\Delta t = 50^\circ\text{C}$, $w_C = -0,1$ мм (влево).

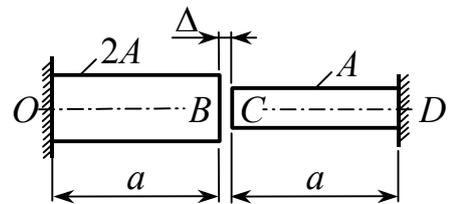


2.62. Абсолютно жесткий брус AB подвешен на трех параллельных стальных стержнях. Температура среднего стержня повышается, а температура крайних стержней понижается на одну и ту же величину 40°C . Определить напряжения в стержнях и величины перемещений точек C и D , считая, что стержни не теряют устойчивость равновесия.



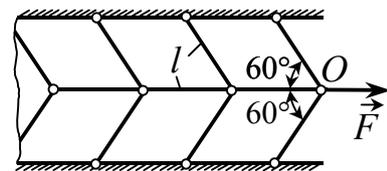
Ответ: $\sigma_1 = -\sigma_2 = 100 \text{ МПа}$, $w_C = w_D = 0$.

2.63. Построить эпюру продольных перемещений поперечных сечений стальных стержней при их нагреве на 120°C , если $\Delta = 1,2 \text{ мм}$, $a = 1 \text{ м}$. Рассмотреть два случая: до закрытия и после закрытия зазора.



Ответ: К моменту закрытия зазора $w_B = w_C = 0,6 \text{ мм}$; после закрытия зазора $w_B = 0,9 \text{ мм}$ (вправо), $w_C = -0,3 \text{ мм}$ (влево).

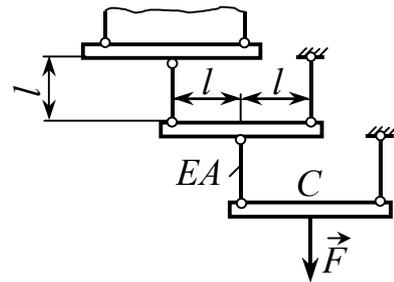
2.64. К крайнему узлу O полубесконечной стержневой системы приложена сила F . Определить перемещение этого узла, если жесткости всех стержней одинаковы и равны EA .



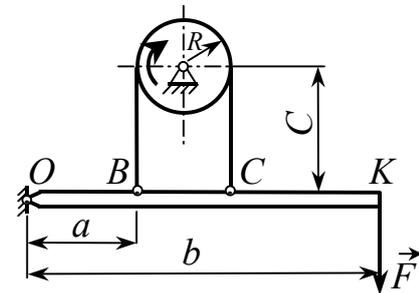
Ответ: $\delta_o = Fl/(EA)$.

2.65. Определить перемещение точки C для полубесконечной системы, состоящей из жестких горизонтальных брусьев, подвешенных на стержнях одинаковой длины и жесткости EA .

Ответ: $\delta_C = 2Fl/(3EA)$.

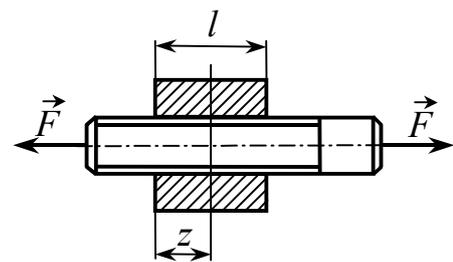


2.66. Определить тормозящий момент и перемещение конца рычага (точка K) ленточного тормоза в зависимости от силы F . Коэффициент трения на поверхности соприкосновения ремня со шкивом f , а жесткость ремня на растяжение EA . Рычаг и шкив рассматривать как абсолютно жесткие.



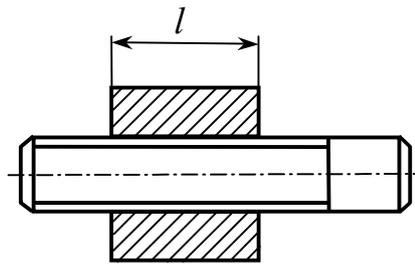
2.67. Как изменится решение предыдущей задачи, если шкив вращается в противоположном направлении?

2.68. Винт с навернутой на него гайкой растягивается силами F . Выявить закон распределения нормальных усилий по длине винта и гайки в функции z , если

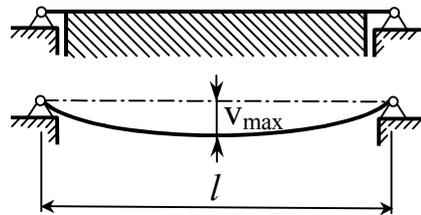


известно, что усилие, приходящееся на каждый виток резьбы, пропорционально взаимному смещению винта и гайки $q = k(w_B - w_T)$; q – усилие, приходящееся на единицу длины нарезанной поверхности; k – экспериментально найденный коэффициент; $w_B - w_T$ – взаимное смещение вдоль оси винта и гайки, вызванное деформацией резьбы.

2.69. На винт навинчивается гайка, имеющая шаг резьбы, на Δ меньший шага резьбы винта s . Каков закон распределения возникающих при этом усилий в винте и гайке и каковы усилия на резьбу, если, как и в предыдущей задаче $q = k(w_B - w_T)$.

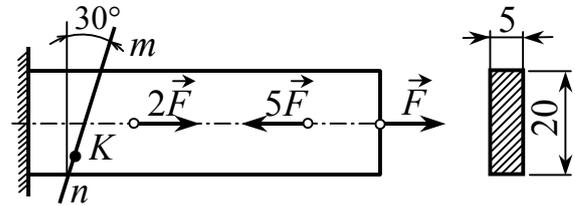


2.70. Гибкая нить, лежащая на горизонтальной плоскости, натянута силой T_0 между двумя неподвижными опорами. После того как межопорная поддерживающая плоскость будет убрана, нить провиснет. Выясните, как зависит величина провисания v_{\max} от T_0 и погонного веса нити q , считая заданными жесткость нити на растяжение EA и ее длину l .



3. ТЕОРИЯ НАПРЯЖЕННОГО СОСТОЯНИЯ

3.1. Определить величину силы F , если нормальное напряжение в точке K сечения mn равно 75 МПа. Вычислить также наибольшее касательное напряжение в стержне.



Ответ: $F = 5 \text{ кН}$; $\tau_{\max} = 100 \text{ МПа}$.

3.2. В растянутом вдоль оси стержне нормальные напряжения по одному из наклонных сечений равны 75 МПа, а касательные – 43,3 МПа. Определить наибольшие нормальные напряжения в стержне и угол наклона данной площадки по отношению к поперечному сечению.

Ответ: $\sigma_{\max} = 100 \text{ МПа}$; $\alpha = 30^\circ$.

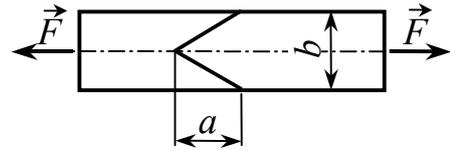
3.3. Стержень прямоугольного сечения с отношением сторон 5:1 растянут вдоль оси силой $F = 320 \text{ кН}$. Определить размеры сечения, если допускаемое касательное напряжение равно $[\tau] = 80 \text{ МПа}$.

Ответ: Сечение $2 \times 10 \text{ см}$.

3.4. Под каким углом α к оси стержня надо наклеить тензорезистор 1, чтобы его показания при растяжении стержня были вдвое меньше показаний тензорезистора 2, расположенного вдоль оси стержня, если $\nu = 0,25$?

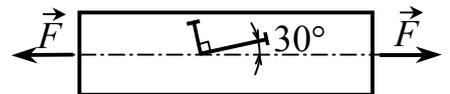
Ответ: $\alpha = 39^\circ 12'$.

3.5. Наиболее благоприятные условия работы клевого соединения имеют место, если нормальные напряжения в плоскости шва в 1,5 раза выше касательных. Какую для этого следует выбрать длину соединения a , если $b = 30$ мм?



Ответ: $a = 10$ мм.

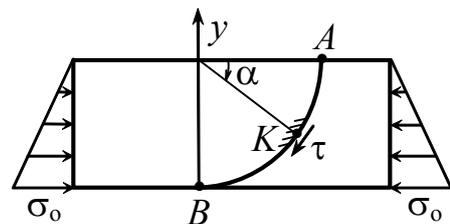
3.6. Как изменится первоначально прямой угол, нанесенный



на поверхности стального стержня сечением 2×5 см при его осевом растяжении силами $F = 185$ кН?

Ответ: $\gamma = 1$ мрад.

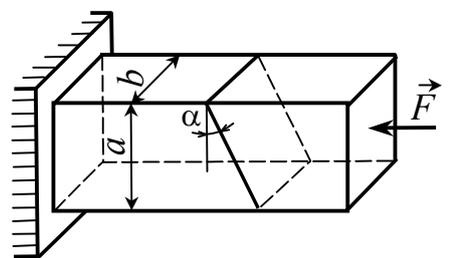
3.7. Полоса склеена из двух однородных материалов по дуге окружности AB . Во всех поперечных сечениях напряжения



распределяются по закону треугольника с наибольшей ординатой $\sigma_0 = 20$ МПа. Определите наибольшее касательное напряжение на поверхности клевого соединения и угол α , определяющий точку, в которой это напряжение действует.

Ответ: $\tau_{\max} = 7,7$ МПа; $\alpha = 54^\circ 44'$.

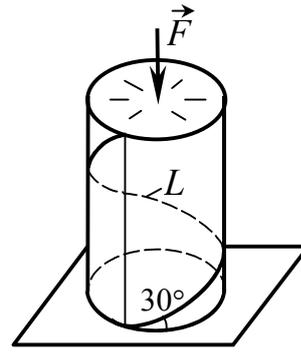
3.8. Брус прямоугольного сечения $a \times b = 8 \times 5$ см, склеенный по наклонному сечению, сжат силой $F = 12$ кН. Предел прочности клевого соединения на срез



$\tau_{\text{ср}} = 1,5$ МПа. При каких значениях угла α обеспечивается не менее чем двукратный запас прочности соединения?

Ответ: $-15^\circ \leq \alpha \leq 15^\circ$ или $75^\circ \leq \alpha \leq 105^\circ$.

3.9. Цилиндрический образец диаметром $d = 20$ мм сжимается в прессе. Замерено изменение диаметра $\Delta d = 5$ мкм. Вычислить абсолютное изменение длины L одного витка винтовой линии с углом подъема $\alpha = 30^\circ$, если коэффициент Пуассона материала равен $\nu = 0,25$. При каком угле α_0 длина витка не меняется?

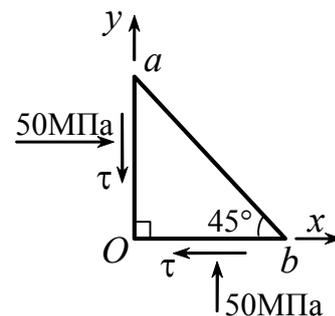


Ответ: $\Delta L = - 4,5$ мкм; $\alpha_0 = 26,6^\circ$.

3.10. Короткий бетонный стержень квадратного сечения сжимается силой 400 кН. Определить размер стороны сечения стержня из условия, чтобы касательные напряжения в нем на любой площадке не превышали 5 МПа.

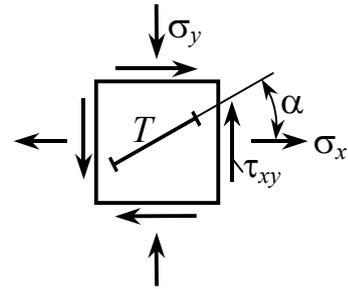
Ответ: $b = 20$ см.

3.11. По граням Oa и Ob треугольного элемента действуют одинаковые нормальные напряжения, равные 50 МПа, а также касательные напряжения. Грань ab не нагружена. Определить значение касательных напряжений, а также величины и направления главных напряжений.



Ответ: $\tau = 50$ МПа; $\sigma_1 = 0$, $\sigma_3 = -100$ МПа; $\alpha_1 = 45^\circ$.

3.12. Элемент нагружен по краям заданными напряжениями $\sigma_x = 50$ МПа, $\sigma_y = -30$ МПа, $\tau_{xy} = 30$ МПа. Определить, под



каким углом α_1 надо установить тензометр T , чтобы он давал наибольшие показания при нагружении. Найти наибольшее относительное удлинение ε_1 при $E = 70$ ГПа и $\nu = 0,25$ и соответствующее ему приращение показаний тензометра, имеющего базу $s = 100$ мм и увеличение $K = 500$.

Ответ: $\alpha_1 = 18^\circ 26'$; $\varepsilon_1 = 1,0 \cdot 10^{-3}$; $\Delta n = 50$ мм.

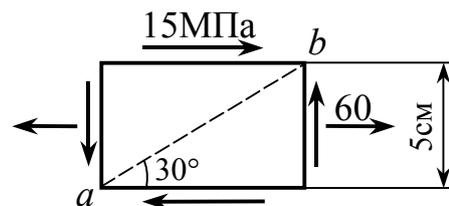
3.13. В некотором наклонном сечении растягиваемого стержня, выполненного из равнобокого уголка $100 \times 100 \times 10$, касательное напряжение в $\sqrt{3}$ раза меньше нормального и равно 80 МПа. Чему равна величина растягивающей силы F ?

Ответ: $F = 355$ кН.

3.14. Труба, имеющая внутренний диаметр 1 см и толщиной 1 см, растягивается силой $F = 94,2$ кН. По некоторому наклонному сечению нормальное напряжение равно 90 МПа. Чему равно нормальное напряжение в сечении, перпендикулярном к первому?

Ответ: 60 МПа.

3.15. Элемент, вырезанный из стальной детали, находится в плоском напряженном состоянии. Определить изменение длины диагонали ab .



Ответ: $\Delta d = 28,7$ мкм.

3.16. При прохождении поезда через мост в одной из точек стальной балки были измерены удлинения в горизонтальном и вертикальном направлениях: в горизонтальном направлении разность отсчетов тензомера оказалась равной $+8$ мм при базе тензомера 20 мм и увеличении 1000 ; в вертикальном направлении разность отсчетов тензомера оказалась равной -12 мм при его базе 100 мм и том же увеличении. Определить нормальные напряжения в горизонтальном и вертикальном направлениях.

*Ответ: в горизонтальном направлении $\sigma_{\Gamma} = 80$ МПа;
в вертикальном направлении $\sigma_{\text{в}} = 0$.*

3.17. Для элемента, вырезанного из стальной детали, известны относительные деформации

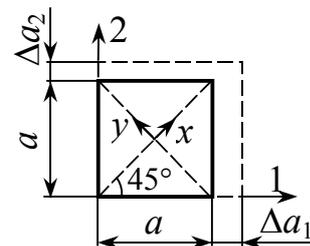
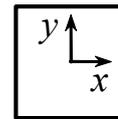
$\varepsilon_x = 5,32 \cdot 10^{-4}$; $\varepsilon_y = -1,82 \cdot 10^{-4}$, $\gamma_{xy} = 11,9 \cdot 10^{-4}$. Определить величины и направления главных напряжений.

Ответ: $\sigma_1 = 160$ МПа; $\alpha_1 = -30^\circ$; $\sigma_3 = -60$ МПа.

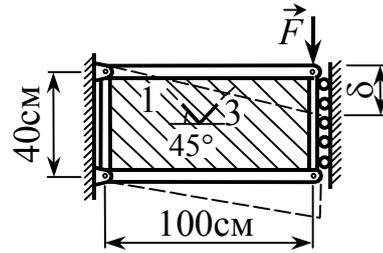
3.18. Квадратная пластина 100×100 см в результате деформации получила приращение длин сторон $\Delta a_1 = 0,7$ мм и $\Delta a_2 = 0,3$ мм. Определить главные

напряжения, удлинения вдоль диагоналей, а также угол сдвига γ_{xy} , полагая $E = 200$ МПа, $\nu = 0,3$.

*Ответ: $\sigma_1 = 174$ МПа; $\sigma_2 = 112$ МПа; $\varepsilon_x = \varepsilon_y = 5 \cdot 10^{-4}$;
 $\gamma_{xy} = 0,4$ мрад.*



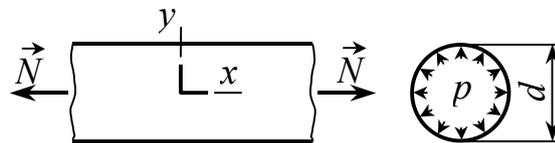
3.19. Лист материала 40×100 см, обрамленный жесткими звеньями, испытывает деформацию чистого сдвига. С помощью двух тензорезисторов измерены



главные деформации $\varepsilon_1 = -\varepsilon_3 = \varepsilon$. Вычислить перемещение точки приложения силы F , если $\varepsilon = 0,5 \cdot 10^{-3}$.

Ответ: $\delta = 1$ мм.

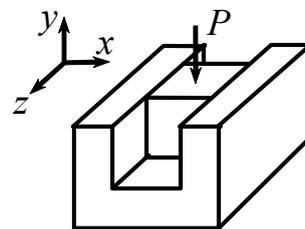
3.20. При испытании трубопровода тензорезисторы зафиксировали деформации $\varepsilon_x = 6 \cdot 10^{-4}$,



$\varepsilon_y = 7,82 \cdot 10^{-4}$. Вычислить внутреннее избыточное давление p и продольную силу N , действовавшие на стенки трубы при испытании, если в момент подачи воды температура стенок повысилась на $\Delta t = 50^\circ\text{C}$. Материал – сталь, средний диаметр $d = 800$ мм, толщина стенок $t = 12$ мм, $\alpha = 12 \cdot 10^{-6}$.

Ответ: $p = 1,2$ МПа; $N = 362$ кН.

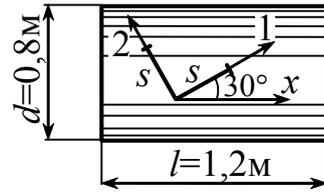
3.21. Резиновый кубик свободно, но без зазора вложен в стальную форму, которую можно считать недеформируемой, и нагружен по верхней грани давлени-



ем $p = 1$ МПа. Определить напряжения на гранях кубика, относительное изменение объема, если $E = 7,5$ МПа, $\nu = 0,5$.

Ответ: $\sigma_x = -0,5$ МПа; $\sigma_y = -1$ МПа; $\sigma_z = 0$; $\varepsilon_z = -\varepsilon_y = 0,1$; $\varepsilon_v = 0$.

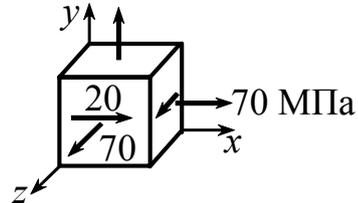
3.22. Тонкостенная труба в результате равномерной деформации получает изменение размеров $\Delta l = 0,3$ мм и $\Delta d = 0,6$ мм.



На поверхности цилиндра установлены тензометры с базой $s = 20$ мм и коэффициентом увеличения $K = 1000$. Определить приращения показаний тензометров.

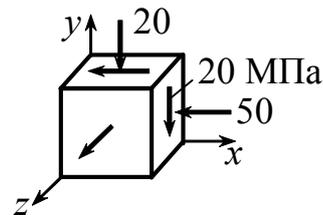
Ответ: $\Delta n_1 = 7,5$ деления; $\Delta n_2 = 12,5$ деления.

3.23. По заданным напряжениям σ_x , σ_z , τ_{xz} и линейной деформации $\varepsilon_y = 1,8 \cdot 10^{-4}$ определить σ_y , а также главные напряжения, если $E = 100$ ГПа, $\nu = 0,3$.



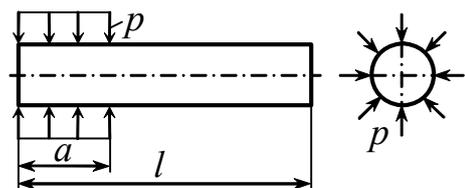
Ответ: $\sigma_y = 60$ МПа; $\sigma_1 = 90$ МПа; $\sigma_2 = 60$ МПа; $\sigma_3 = 50$ МПа.

3.24. По заданным напряжениям σ_x , σ_z , τ_{xy} и линейной деформации $\varepsilon_x = -1,9 \cdot 10^{-4}$ определить σ_z , а также главные линейные деформации, если $E = 200$ ГПа, $\nu = 0,3$.



Ответ: $\sigma_z = -20$ МПа; $\varepsilon_1 = 7 \cdot 10^{-5}$; $\varepsilon_2 = 5 \cdot 10^{-6}$; $\varepsilon_3 = -25,5 \cdot 10^{-5}$.

3.25. На сколько удлинится упругий стержень, если $p = 10$ ГПа, $a = 100$ мм, $l = 300$ мм, $E = 200$ ГПа, $\nu = 0,3$?

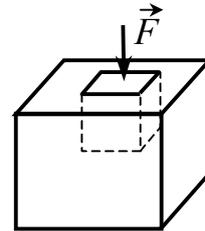


Ответ: $\Delta l = 3$ мм.

3.26. Алюминиевый шар диаметром $d = 10$ см помещен в камеру сверхвысокого давления. Определить, на сколько изменится объем шара, когда давление в камере достигнет величины $p = 16$ ГПа, если $E = 70$ ГПа, $\nu = 0,36$.

Ответ: $\Delta V = 100 \text{ см}^3$.

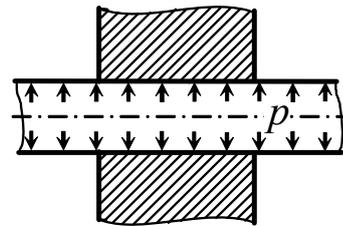
3.27. Медный кубик со стороной 10 см без зазоров вложен в гнездо стальной плиты, податливостью которой можно пренебречь. Под действием силы F вертикальные ребра укорачиваются на 65 мкм. Определить величину силы F , если $E = 100$ ГПа, $\nu = 0,34$.



Под действием силы F вертикальные ребра укорачиваются на 65 мкм. Определить величину силы F , если $E = 100$ ГПа, $\nu = 0,34$.

Ответ: $F = 1 \text{ МН}$.

3.28. В толстой абсолютно жесткой плите просверлено сквозное круглое отверстие, через которое пропущена тонкостенная латунная трубка. Трубка вставлена в отверстие настолько плотно, что в пределах толщины плиты из-за трения продольные деформации трубки отсутствуют. Чему равны главные напряжения в отрезке трубки, проходящем через плиту, если трубка подвергается внутреннему давлению $p = 17$ МПа и $\nu = 0,32$?



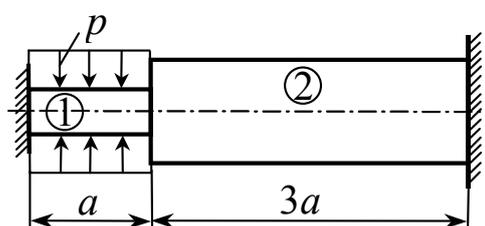
Чему равны главные напряжения в отрезке трубки, проходящем через плиту, если трубка подвергается внутреннему давлению $p = 17$ МПа и $\nu = 0,32$?

Ответ: $\sigma_1 = \sigma_2 = -8 \text{ МПа}$; $\sigma_3 = -17 \text{ МПа}$.

3.29. Медный стержень длиной 100 см и сечением 20×20 см был нагружен продольной растягивающей силой F и гидростатическим давлением p по всей боковой поверхности. При этом длина стержня увеличилась на 1 мм, а поперечные размеры уменьшились на 0,1 мм. Чему равны величины F и p , если $\nu = 0,32$?

Ответ: $F = 3030$ кН, $p = 37,9$ МПа.

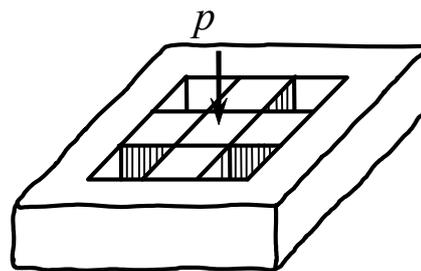
3.30. Стальной стержень 1 сечением 10×10 см и медный стержень 2 сечением 20×20 см плотно, но без трения вставлены между неподвижными упорами.



Какие реакции возникнут со стороны упоров при нагружении стального стержня давлением $p = 10$ МПа по всей боковой поверхности?

Ответ: 24 кН.

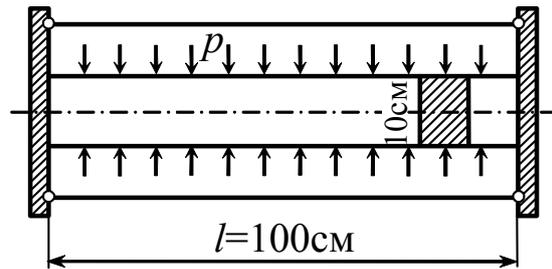
3.31. Пять одинаковых кубиков помещены в абсолютно жесткую обойму. На средний кубик действует давление $p = 90$ МПа. Определить горизонтальные напряжения σ , возникающие на гранях кубиков, а также изменение высоты крайних кубиков $\Delta h_{кр}$ и среднего $\Delta h_{ср}$, если они соприкасаются плотно, но без трения.



Дано: $h = 10$ см, $E = 200$ ГПа, $\nu = 0,3$.

Ответ: $\sigma = -10$ МПа; $\Delta h_{кр} = 1,5$ мкм; $\Delta h_{ср} = -42$ мкм.

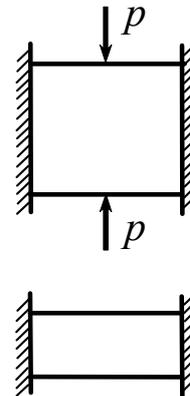
3.32. Бетонный брус сечением 8×10 см заключен между двумя абсолютно жесткими плитами, соединенными между собой четырьмя



стальными стержнями сечением $A_c = 1 \text{ см}^2$ каждый. Определить напряжения в стальных стержнях, возникающие при нагружении бруса равномерно распределенным по верхней и нижней граням давлением $p = 15 \text{ МПа}$. Принять $E_b = 20 \text{ ГПа}$, $\nu_b = 0,1$, $E_c = 200 \text{ ГПа}$.

Ответ: $\sigma_c = 10 \text{ МПа}$.

3.33. Прямоугольный стальной брусок без зазора вставлен между двумя параллельными неподвижными стенками и нагружен по верхней и нижней граням давлением p . Пользуясь 4-й гипотезой прочности, вычислить допустимую



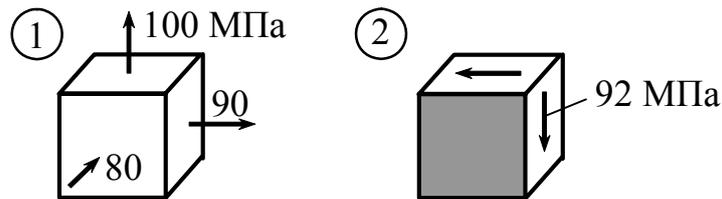
величину $[p]$, если $[\sigma] = 180 \text{ МПа}$, $\nu = 0,25$.

Ответ: $[p] = 200 \text{ МПа}$.

3.34. В какой точке напряженное состояние является более опасным? Воспользоваться гипотезой Мора и рассмотреть два варианта:

а) материал пластичный, для которого $\sigma_{тр} = \sigma_{тс}$;

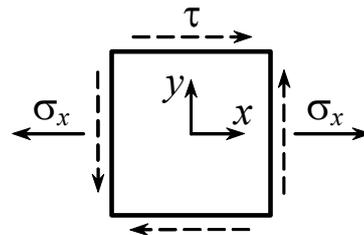
б) материал хрупкий, для которого $\sigma_{пчр} / \sigma_{пчс} = 0,25$.



Ответ: а) $\sigma_{экв_M}^{(1)} = 180 \text{ МПа}$; $\sigma_{экв_M}^{(2)} = 184 \text{ МПа}$;

б) $\sigma_{экв_M}^{(1)} = 120 \text{ МПа}$; $\sigma_{экв_M}^{(2)} = 115 \text{ МПа}$.

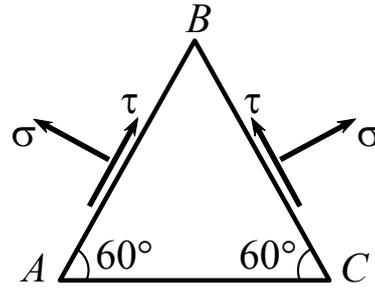
3.35. К квадратному элементу приложены растягивающие напряжения $\sigma_x = 100 \text{ МПа}$. Используя третью гипотезу прочности, определить касательные напряжения τ , которые нужно дополнительно приложить по краям элемента, чтобы коэффициент запаса уменьшился в 2 раза.



Используя третью гипотезу прочности, определить касательные напряжения τ , которые нужно дополнительно приложить по краям элемента, чтобы коэффициент запаса уменьшился в 2 раза.

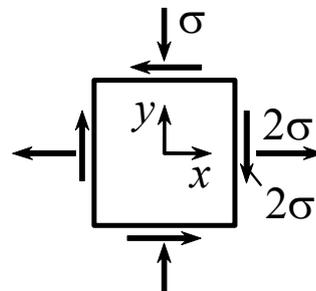
Ответ: $\tau = 86,6 \text{ МПа}$.

3.36. На гранях AB и BC тонкой пластины, изготовленной из хрупкого материала, действуют равномерно распределенные напряжения σ и τ . Обеспечить равновесие пластины и проверить ее прочность по 2-й гипотезе прочности, если $\nu = 0,25$; $\sigma = 2\tau = 20$ МПа, $\sigma_{\text{пчр}} = 180$ МПа, $[n] = 6$.



Ответ: $\sigma_{AC} = 37,3$ МПа; $\tau_{AC} = 0$; $\sigma_{\text{экв11}} = 33,75 > [\sigma] = 30$ МПа, т.е. прочность недостаточна.

3.37. Вычислить допускаемые величины напряжений, действующих на гранях плоского элемента, если $[\sigma_p] = 100$ МПа, $[\sigma_c] = 200$ МПа. Во сколько раз изменится величина допускаемой нагрузки на элемент, если его выполнить из материала, имеющего одинаковые допускаемые напряжения на растяжение и сжатие $[\sigma] = 150$ МПа.



Ответ: $[\sigma] = 25$ МПа; $\sigma' = 30$ МПа.

4. КРУЧЕНИЕ КРУГЛЫХ ВАЛОВ

4.1. Сплошной стальной вал диаметром 10 см и длиной 6 м закручен на угол 0,12 рад. Чему равно наибольшее касательное напряжение?

Ответ: $\tau_{\max} = 80 \text{ МПа}$.

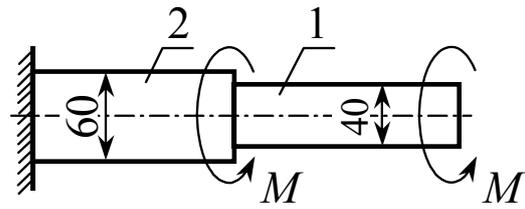
4.2. Круглый стержень из мягкой стали диаметром 25 мм удлиняется на 0,122 мм на длине 20 см при растяжении силой 60 кН. Этот же стержень закручивается на угол 13 мрад на длине 20 см при нагружении скручивающим моментом 200 Н·м. Чему равен коэффициент Пуассона материала?

Ответ: $\nu = 0,25$.

4.3. Круглый стальной образец диаметром 20 мм испытывается на кручение на машине, стальной вал которой имеет диаметр 40 мм. Образец и вал имеют общую геометрическую ось. Предел пропорциональности материала образца при растяжении $\sigma_{\text{пц}} = 320 \text{ МПа}$. Какова наибольшая величина касательных напряжений в вале машины в тот момент, когда наибольшие касательные напряжения в образце достигнут предела пропорциональности при сдвиге $\tau_{\text{пц}}$, который следует определять, пользуясь III гипотезой прочности?

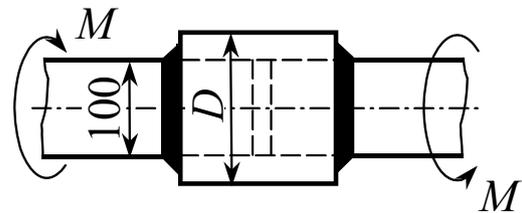
Ответ: $\tau_{\max} = 20 \text{ МПа}$

4.4. Чему равно наибольшее касательное напряжение в толстой части ступенчатого вала, если в тонкой части оно 135 МПа?



Ответ: $\tau_{\max_2} = 80 \text{ МПа}$.

4.5. Для соединения двух круглых сплошных валов диаметром 100 мм используется трубчатая муфта. Найти наружный диаметр муфты из условия



равнопрочности ее с валом, а также наибольший момент, передаваемый валом, если допускаемое напряжение для вала и муфты одинаково и равно 80 МПа.

Ответ: $D = 122 \text{ мм}$; $[M] = 16 \text{ кН}\cdot\text{м}$.

4.6. Сплошной вал радиусом r усилен надетой на него трубой с внутренним радиусом r и наружным R . Вал и труба изготовлены из одного материала и работают как одно целое. Чему должно равняться отношение R/r , чтобы описанное усиление вала увеличило его грузоподъемность в 5 раз?

Ответ: $R/r = 1,71$.

4.7. Наружный диаметр полого вала в два раза больше внутреннего. Этот вал на 20% легче сплошного вала, запроектированного при допуске напряжении на сдвиг 60 МПа. Чему равны наибольшие касательные напряжения в полом вале при одинаковых крутящих моментах?

Ответ: $\tau_{\max} = 58 \text{ МПа}$.

4.8. Вал диаметром 90 мм передает 90 л.с. Определить предельное число оборотов вала, если допусковое касательное напряжение равно 60 МПа.

Ответ: Не менее 75 об/мин.

4.9. При определении мощности турбины был измерен угол закручивания вращаемого ею стального вала, который на длине 6 м оказался равным 26,5 мрад. Наружный и внутренний диаметры вала равны 25 см и 20 см, скорость вращения 25 рад/с. Определить мощность, передаваемую валом, и возникающие в нем наибольшие касательные напряжения.

Ответ: $P = 2 \text{ МВт}$; $\tau_{\max} = 44 \text{ МПа}$.

4.10. Карданный вал автомобиля при двух режимах работы передает одну и ту же мощность $P = 18 \text{ кВт}$. Скорость вращения в одном случае 15 рад/с, а в другом – 6 рад/с. Каков должен быть наружный диаметр вала, если $\alpha = d_{\text{в}}/d_{\text{н}} = 0,9$; $[\tau] = 40 \text{ МПа}$? Как изменятся наибольшие касательные напряжения в вале при переходе от большей скорости к меньшей?

Ответ: $d_{\text{н}} = 10 \text{ см}$; увеличатся в 2,5 раза.

4.11. К тонкостенной стальной трубе со средним диаметром 125 мм приложены по концам скручивающие пары с моментом $M = 7,85$ кН·м. Какова должна быть толщина стенки трубы и чему равен при этом относительный угол закручивания, если $[\tau] = 80$ МПа?

Ответ: $t = 4$ мм; $\theta = 16$ мрад/м.

4.12. Трубчатый стальной вал передает мощность 100 кВт при вращении со скоростью 10 рад/с. Толщина стенки составляет $1/50$ среднего диаметра сечения. Определить величину этого диаметра из условия жесткости, полагая $[\theta] = 5$ мрад/м. Чему равны при этом наибольшие касательные напряжения?

Ответ: $d_{cp} = 200$ мм; $\tau_{max} = 40$ МПа.

4.13. Трубчатый стальной вал длиной 1,85 м, средним диаметром 30 см при толщине стенки 3 мм вращается со скоростью 10 рад/с. Какую мощность он передает, если среднее касательное напряжение в стенке равно 65 МПа? Чему равен угол закручивания вала?

Ответ: $P = 275$ кВт; $\varphi = 10$ мрад.

4.14. Определить величину крутящего момента, при которой расчет круглого вала по прочности дает тот же диаметр, что и расчет по жесткости, и найти величину соответствующего диаметра, полагая $G = 80$ ГПа, $[\tau] = 40$ МПа, $[\theta] = 10$ мрад/м.

Ответ: $M_k = 7,85$ кН·м; $d = 100$ мм.

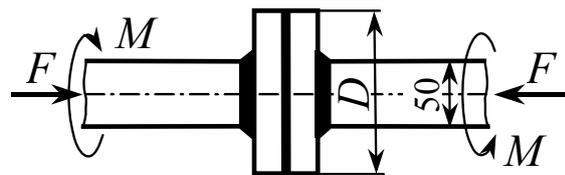
4.15. Круглый вал проектируется для восприятия 4 скручивающих моментов, два из которых (M и $5M$) одного направления, а два других ($2M$ и $4M$) – противоположного. Установить, при каком положении указанных моментов расчетный крутящий момент является наибольшим и при каком – наименьшим. Оценить в процентах экономию материала, достигаемую во втором случае по сравнению с первым при неизменной прочности вала.

Ответ: $M_{\max} = 6M$, $M_{\min} = 3M$; экономия 37%.

4.16. На поверхности стального вала диаметром 50 мм наклеены два взаимно-перпендикулярных датчика под углом 45° к оси вала. Показания датчиков имеют разные знаки, но одинаковую абсолютную величину $5,1 \cdot 10^{-4}$ единиц относительной деформации. Определить величину и направление скручивающего момента, приложенного к валу.

Ответ: $M = 2 \text{ кН}\cdot\text{м}$.

4.17. Дисковая муфта служит для передачи крутящего момента от одного вала к другому. Диски муфты



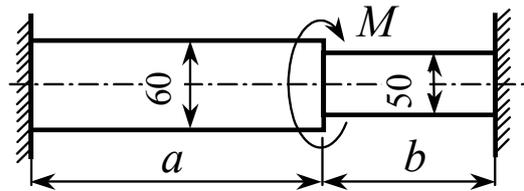
прижимаются друг к другу силами $F = 40 \text{ кН}$. Найти наибольший момент, который будет передаваться муфтой без проскальзывания, полагая $D = 30 \text{ см}$, $f = 0,25$. Чему равны при этом наибольшие касательные напряжения в валах, диаметр которых равен 50 мм?

Ответ: $M = 1 \text{ кН}\cdot\text{м}$; $\tau_{\max} = 40 \text{ МПа}$.

4.18. Проектируется вал, состоящий из стержня и трубки, плотно на него надетой и жестко с ним связанной. Материалы составных частей – медь и сталь. Из условия наиболее рационального использования конструкционных материалов требуется выбрать материал центральной части и, полагая диаметр стержня равным d , определить наружный диаметр трубки, если $[\tau_{ст}] = 80$ МПа, $[\tau_{м}] = 20$ МПа, $G_{ст} = 80$ ГПа, $G_{м} = 40$ ГПа.

Ответ: $d_n = 2d$ (сердечник должен быть медным).

4.19. Определить размеры a и b из условия равнопрочности толстой и тонкой частей ступенчатого вала длиной $l = 3,3$ м.

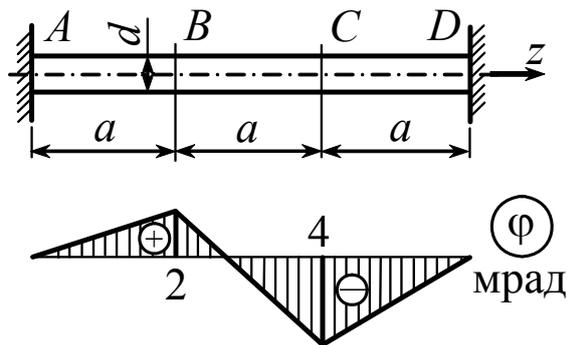


Ответ: $a = 1,8$ м; $b = 1,5$ м.

4.20. Внутри стальной трубки с наружным диаметром 81 мм и толщиной 3 мм вставлена плотно без зазора и жестко скреплена с ней медная трубка такой же толщины. Составной вал нагружен по концам скручивающими парами по 1 кН·м. Определить крутящие моменты, воспринимаемые трубками, угол закручивания вала и наибольшие касательные напряжения в стенках трубок, если $l = 3$ м, $G_{м} = 40$ ГПа, $G_{с} = 80$ ГПа.

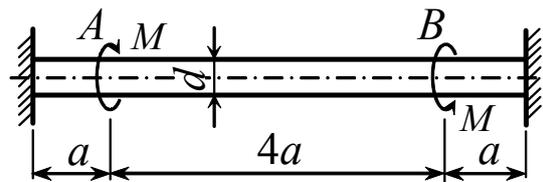
Ответ: $M_{м} = 282$ Н·м; $M_{с} = 718$ Н·м; $\varphi = 24$ мрад;
 $\tau_{м} = 12$ МПа; $\tau_{с} = 26$ МПа.

4.21. По заданной эпюре угла закручивания установить нагрузку, действующую на вал, и определить наибольшие касательные напряжения, если $a = 0,5$ м; $d = 10$ см, жесткость поперечного сечения вала $GI_p = 1$ МН·м².



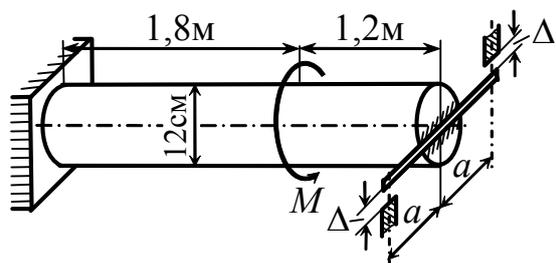
Ответ: $M_B = 16$ кН·м (против часовой стрелки); $M_C = 20$ кН·м (по часовой стрелке при взгляде с конца оси z);
 $\tau_{\max} = 60$ МПа.

4.22. Взаимный угол поворота сечений A и B равен 10 мрад. Найти наибольшее касательное напряжение, полагая $a = 40$ см, $d = 20$ см, $G = 80$ ГПа.



Ответ: $\tau_{\max} = 100$ МПа.

4.23. К свободному концу вала прикреплен абсолютно жесткая траверса длиной $2a = 1$ м. Поворот траверсы ограничен упорами. Между траверсой и упорами до нагружения имеется зазор $\Delta = 10$ мм. Определить наибольшие касательные напряжения в вале, полагая $M = 60$ кН·м.

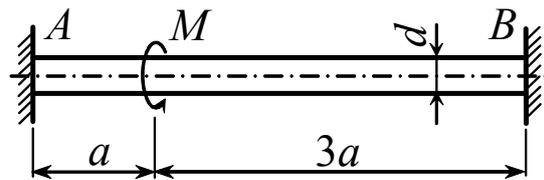


Ответ: $\tau_{\max} = 100$ МПа.

4.24. Полагая $[\tau_{\max}] = 100$ МПа и приняв геометрические размеры вала, как в задаче 4.23, установить, при какой величине зазора Δ будет обеспечена равнопрочность вала и на сколько при этом повысится его грузоподъемность против случая, когда $\Delta = 0$.

Ответ: $\Delta = 5,5$ мм; грузоподъемность повысится на 20%.

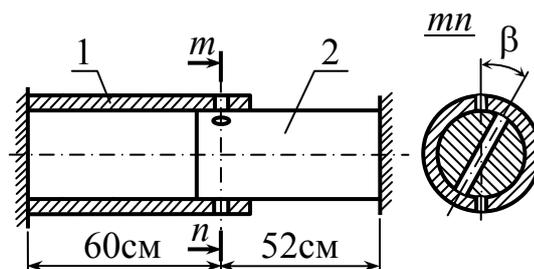
4.25. Определить наибольшие касательные напряжения в вале диаметром $d = 100$ мм при нагружении



его моментом $M = 20$ кН·м, полагая $a = 0,5$ м; $GI_p = 1$ МН·м². На сколько следует предварительно закрутить этот вал, чтобы после закрепления его концов и нагружения заданным моментом вал обладал наибольшим запасом прочности? Чему будут равны в этом случае наибольшие касательные напряжения?

Ответ: $\tau_{\max} = 75$ МПа; $\varphi_{BA_0} = -10$ мрад; $\tau'_{\max} = 50$ МПа.

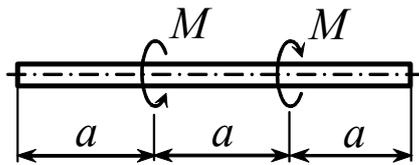
4.26. Оси отверстий в трубке 1 ($d_n = 60$ мм, $\alpha = 0,8$) и стержне 2 диаметром $d = 48$ мм составляют между собой угол $\beta = 22,5$ мрад.



Трубку 1 поворачивают до тех пор, пока не совпадут отверстия, в которые затем вставляют шплинт. Определить усилия и наибольшие касательные напряжения в стержне и трубке после установки шплинта. Как распределяется угол β между трубкой и стержнем?

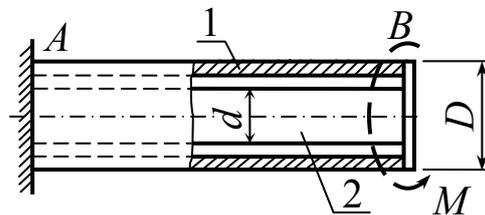
Ответ: $\tau_1 = 40$ МПа; $\tau_2 = 46$ МПа; $\varphi_1 = 10$ мрад.

4.27. Вал загружается двумя моментами $M = 3$ кН·м, после чего концы его зашкелются. Определить наибольшие остаточные напряжения после снятия нагрузки, если $d = 50$ мм.



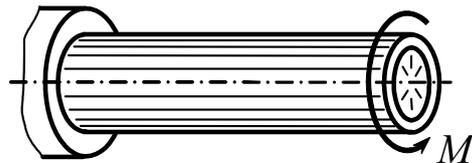
Ответ: $\tau = 40$ МПа.

4.28. Стержень 2 диаметром $d = 50$ мм закручивается моментом $M = 2,4$ кН·м, после чего торец его приваривается в сечении B к трубе 1 ($D = 100$ мм, $\alpha = 0,9$). Определить напряжения в стержне и трубке после удаления момента.



Ответ: $\tau_1 = 30$ МПа; $\tau_2 = 83$ МПа.

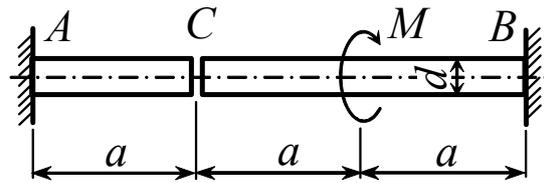
4.29. Медный стержень диаметром 48 мм склеен с насаженной на него стальной трубкой ($d_n = 60$ мм, $\alpha = 0,8$)



и нагружается возрастающим скручивающим моментом, приложенным к наружной поверхности трубки. При некотором значении момента клеевое соединение разрушается и сцепление между частями вала полностью нарушается. На сколько при этом возрастают наибольшие касательные напряжения в трубке?

Ответ: На 35%.

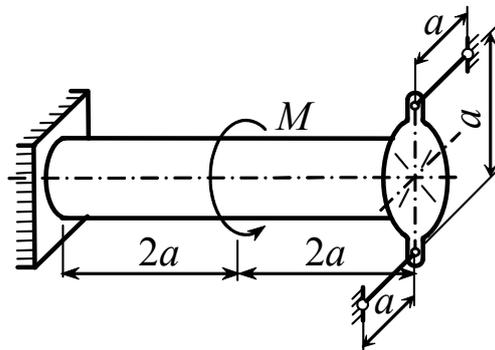
4.30. Круглый стальной вал, имеющий сквозной пропил в сечении C , нагревается на $\Delta t^\circ\text{C}$, а затем нагружается



возрастающим скручивающим моментом M . При каком повышении температуры наибольшие касательные напряжения к началу проворачивания частей вала достигнут 80 МПа , если $f = 0,1$; $\alpha = 12,5 \cdot 10^{-6}$?

Ответ: На 120°C .

4.31. Стальная труба ($d_{\text{н}} = 100\text{ мм}$, $\alpha = 0,84$), нагруженная посередине скручивающим моментом $M = 10\text{ кН}\cdot\text{м}$, удерживается от поворота на свободном конце двумя стальными тягами сечением $A = 1\text{ см}^2$, прикрепленными шарнирно к жесткой

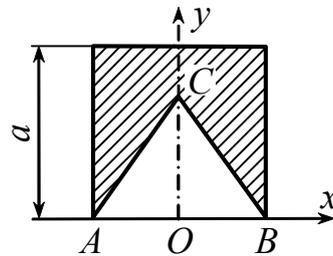


траверсе, приваренной к трубе. Определить напряжения в тягах и наибольшие касательные напряжения в трубе, если $a = 20\text{ см}$.

Ответ: $\sigma = 200\text{ МПа}$; $\tau_{\text{max}} = 60\text{ МПа}$.

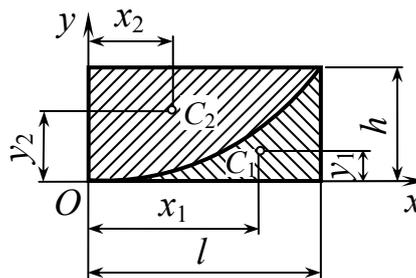
5. ГЕОМЕТРИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ПЛОСКИХ СЕЧЕНИЙ

5.1. Из квадрата вырезается равнобедренный треугольник ABC . Найти высоту треугольника по условию, чтобы его вершина совпадала с центром тяжести оставшейся части.



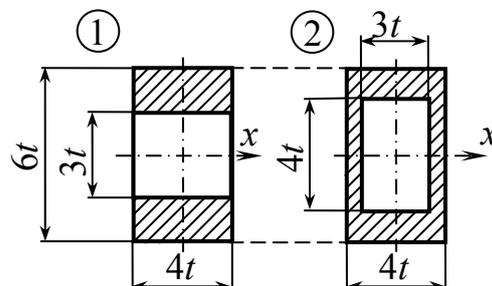
Ответ: $y_C = 0,634a$.

5.2. Прямоугольник шириной l и высотой h разделен на две части квадратной параболой $y = ax^2$. Определить площади и координаты центров тяжести образовавшихся при этом криволинейных треугольников.



Ответ: $A_1 = hl/3$, $x_1 = (3/4)l$, $y_1 = 0,3h$; $A_2 = 2A_1$, $x_2 = x_1/2$.

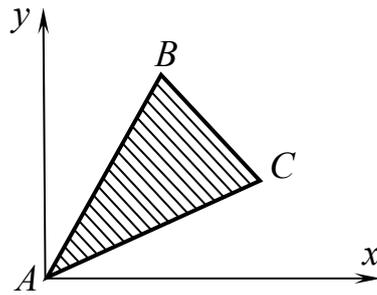
5.3. Сравнить моменты инерции относительно горизонтальной оси x двух равновеликих прямоугольных сечений, ослабленных вырезами одинаковой площади.



Ответ: $I_{x_1} / I_{x_2} = 9 / 8$.

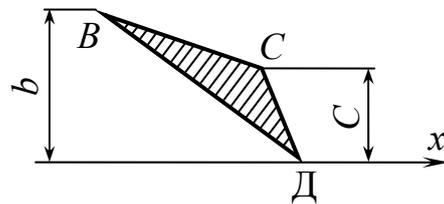
5.4. Найти момент инерции треугольника ABC относительно оси X , если известны координаты его вершин: $A(0,0)$, $B(b,2b)$, $C(2b,b)$.

Ответ: $I_x = 7b^4/4$.



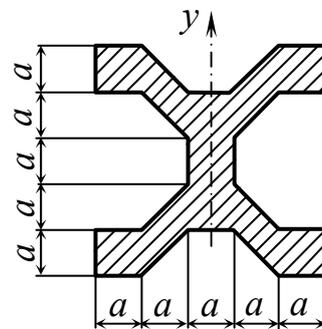
5.5. Найти момент инерции треугольника BCD относительно оси x , если известна его площадь $A = 12 \text{ см}^2$ и даны $b = 6 \text{ см}$ и $c = 4 \text{ см}$.

Ответ: $I_x = 152 \text{ см}^4$.



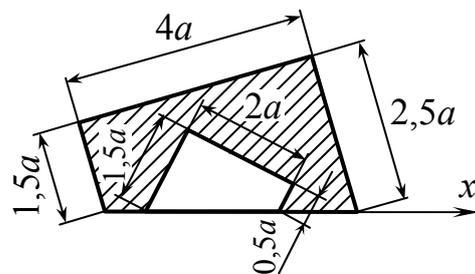
5.6. Для заданной симметричной фигуры определить момент инерции относительно оси y , полагая $a = 24 \text{ мм}$.

Ответ: $I_y = 694 \text{ см}^4$.



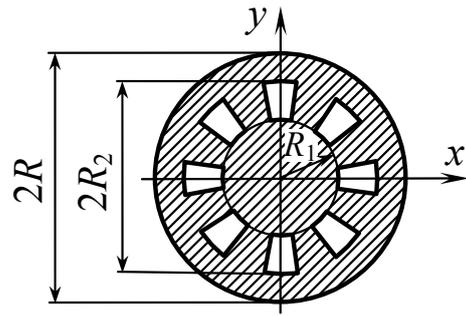
5.7. Для заданной несимметричной фигуры определить момент инерции относительно оси x .

Ответ: $I_x = 10a^4$.



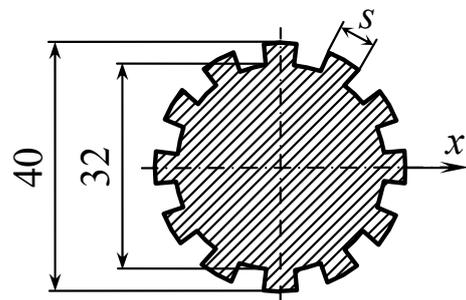
5.8. Найти осевой момент инерции круга, имеющего 8 одинаковых вырезов, равномерно расположенных по окружности, если $R_1 = 0,5R$; $R_2 = 0,75R$.

Ответ: $I_x = 0,69R^4$.



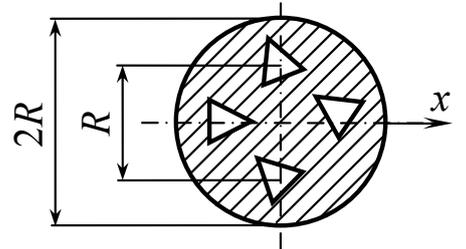
5.9. Определить осевой момент инерции поперечного сечения шлицевого вала, имеющего 12 зубьев. Наружный диаметр равен 40 мм, а внутренний – 32 мм.

Ответ: $I_x = 9 \text{ см}^4$.



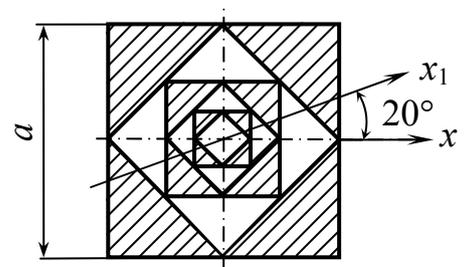
5.10. Найти осевой момент инерции для круга, ослабленного отверстиями в форме равносторонних треугольников со стороной, равной $R/4$.

Ответ: $I_x = 0,77R^4$.

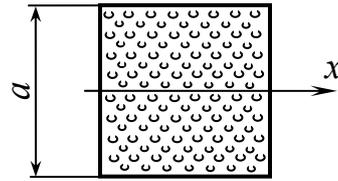


5.11. Фигура образована n вписанными друг в друга квадратами. Вычислить момент инерции относительно оси x_1 , когда n стремится к бесконечности.

Ответ: $I_x = a^4/15$.

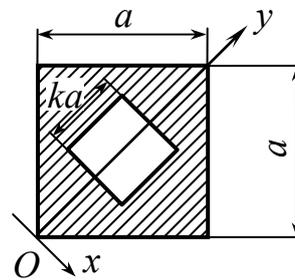


5.12. Стержень квадратного сечения выполнен из материала с капиллярами, ориентированными вдоль оси стержня и равномерно распределенными по площади сечения с коэффициентом пористости $k = A_{\text{кап}} / A_{\text{брутто}} = 0,25$. Определить размер сечения, для которого $I_x = 10000 \text{ см}^4$.



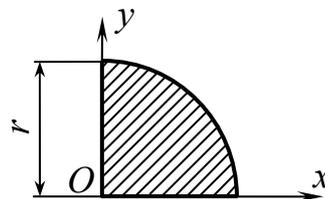
Ответ: $a = 20 \text{ см}$.

5.13. При каком значении k отношение главных моментов инерции I_x / I_y для заштрихованной площади равно 5?



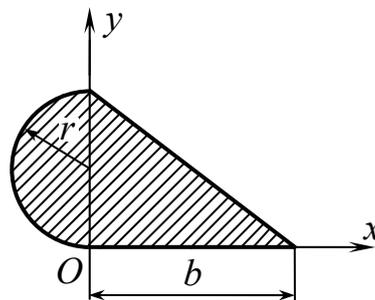
Ответ: $k = 0,707$.

5.14. Найти центробежный момент инерции четверти круга относительно осей x и y .



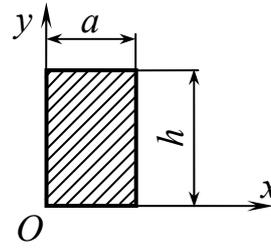
Ответ: $I_{xy} = 0,125 r^4$.

5.15. Сечение составлено из полукруга радиуса r и прямоугольного треугольника с основанием b . При каком соотношении b/r центробежный момент сечения I_{xy} равен нулю?



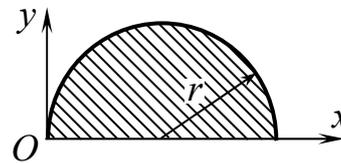
Ответ: $b/r = 2$.

5.16. Для прямоугольника со сторонами $b = 2$ см, $h = 3$ см определить положение главных осей, проходящих через точку O , и вычислить главные моменты инерции.



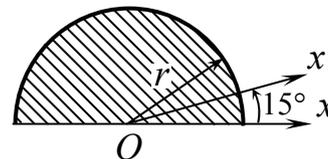
Ответ: $\alpha_{\max} = -30^{\circ}28'$; $I_{\max} = 23,3 \text{ см}^4$; $I_{\min} = 2,7 \text{ см}^4$.

5.17. Для полукруга определить положение главных осей, проходящих через точку O , и вычислить главные моменты инерции.



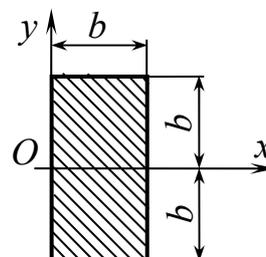
Ответ: $\alpha_{\max} = -69^{\circ}50'$; $I_{\max} = 2,21 r^4$; $I_{\min} = 0,15 r^4$.

5.18. Определить момент инерции полукруга радиуса r относительно оси x_1 .



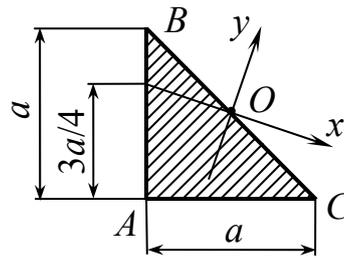
Ответ: $I_{x_1} = \pi r^4 / 8$.

5.19. Покажите, что для прямоугольного сечения с отношением сторон $h/b = 2$ любые оси, проведенные через середину одной из длинных сторон, являются главными.



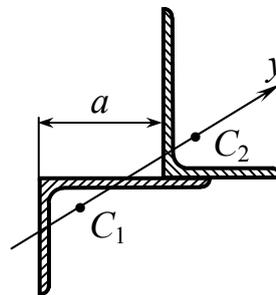
5.20. Требуется доказать следующее положение: если для множества осей, проходящих через какую-либо точку, можно указать более одной пары несовпадающих главных осей, то вообще все оси, проходящие через эту точку, являются главными.

5.21. Найти осевые и центробежный моменты инерции равнобедренного треугольника относительно осей x, y , проходящих через середину гипотенузы.

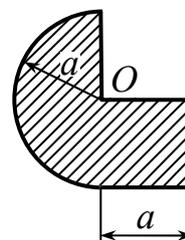


Ответ: $I_x = I_y = a^4/24$; $I_{xy} = 0$.

5.22. Доказать, что при любом значении размера a главная центральная ось сечения, состоящего из двух одинаковых уголков, проходит через их центры тяжести.



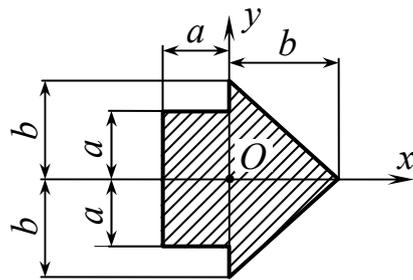
5.23. Плоская фигура состоит из полукруга и квадрата со стороной $a = 10$ см. Определить разность моментов инерции относительно главных осей, проходящих через точку O.



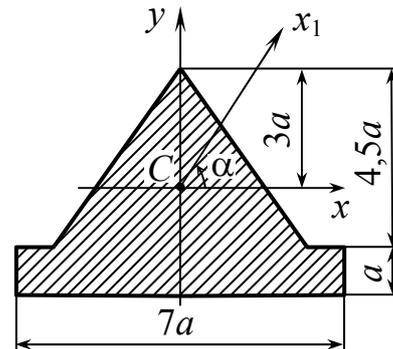
Ответ: $\Delta I = 5000 \text{ см}^4$.

5.24. Для заданного сечения найти главные оси, проходящие через точку O .

Ответ: Все оси, проходящие через точку O , так как $I_x = I_y$.

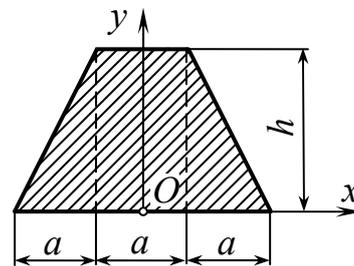


5.25. Сечение образовано равносносторонним треугольником и прямоугольником. Доказать, что величина момента инерции относительно оси, проходящей через центр тяжести треугольника, не зависит от направления оси.



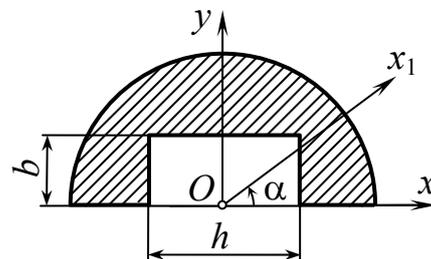
5.26. При каком значении высоты h равнобочной трапеции все оси, проходящие через точку O основания трапеции, будут главными?

Ответ: $h/a = 1,29$.

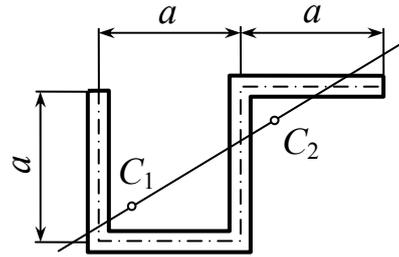


5.27. Фигура представляет собой полукруг, ослабленный прямоугольным вырезом со сторонами b и h . При каком отношении h/b сторон прямоугольника момент инерции сечения относительно оси x_1 не будет зависеть от угла α .

Ответ: $h/b = 2$.

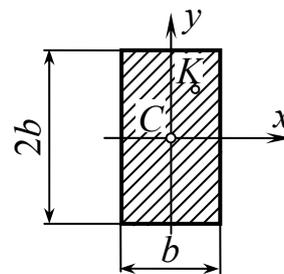


5.28. Определить положение главных центральных осей тонкостенного сечения. Толщина стенки постоянна, мала и равна t . Размеры даны по средней линии сечения.



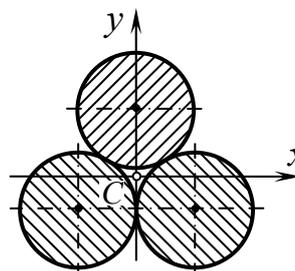
Ответ: Одна из главных осей проходит через центры тяжести уголков (по линии C_1C_2).

5.29. Для прямоугольника с отношением сторон $h/b = 2$ найти точку K , обладающую тем свойством, что все проходящие через нее оси являются главными.



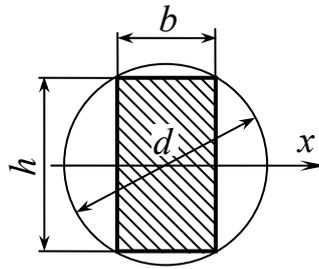
Ответ: $x_K = \pm 0,5b$; $y_K = 0$.

5.30. Сечение составлено из трех связанных между собой кругов диаметра d . Найти момент сопротивления сечения относительно центральной оси x . Во сколько раз он больше, чем момент сопротивления одного круга диаметра d ?



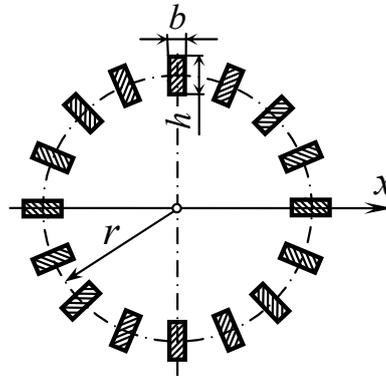
Ответ: $W_x = 5,1 (\pi d^3/32)$; в 5,1 раза.

5.31. При каких соотношениях между высотой h и основанием b прямоугольника, вписанного в круг диаметра d , момент инерции и момент сопротивления относительно горизонтальной оси x будут максимальными?



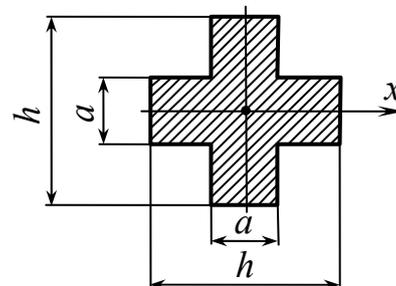
Ответ: Момент инерции максимален при $h/b = \sqrt{3}$; момент сопротивления W_x – при $h/b = \sqrt{2}$.

5.32. Балка состоит из 16 стержней прямоугольного сечения 5×10 мм, расположенных по цилиндрической поверхности радиуса $r = 100$ мм. Стержни связаны друг с другом с помощью колец, расположенных на некотором расстоянии по длине цилиндра, благодаря чему можно рассматривать указанную конструкцию как единое целое. Найти момент сопротивления W_x .



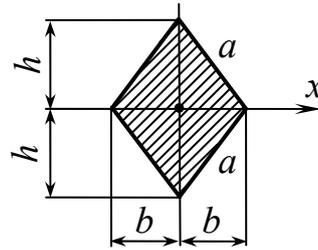
Ответ: $W_x = 38 \text{ см}^3$.

5.33. При каком соотношении между размерами h и a момент сопротивления крестообразного сечения относительно горизонтальной оси не изменится при повороте его на 45° ?



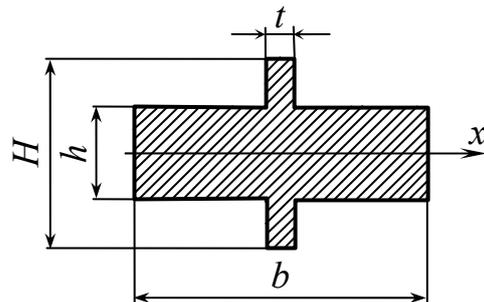
Ответ: $h/a = 2,414$.

5.34. Для ромба со стороной a определить, при каких соотношениях между размерами h и b будут наибольшими момент инерции и момент сопротивления относительно горизонтальной центральной оси x .



Ответ: Момент инерции I_x максимален при $h/b = \sqrt{3}$; момент сопротивления W_x – при $h/b = \sqrt{2}$.

5.35. При каком соотношении размеров крестообразного сечения удаление верхнего и нижнего ребер приводит к увеличению момента сопротивления сечения относительно центральной горизонтальной оси x ?



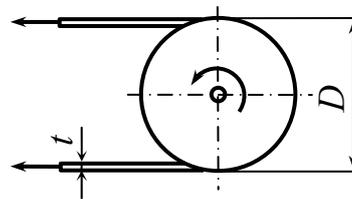
Ответ: $b/t > (H/h)^3 / [(H/h) - 1]$.

5.36. Для произвольной плоской фигуры найти геометрическое место точек, относительно которых сечение имеет одинаковую величину полярных моментов инерции.

Ответ: Семейство концентрических окружностей с центром, совпадающим с центром тяжести плоской фигуры.

6. НАПРЯЖЕНИЯ ПРИ ИЗГИБЕ

6.1. Определить наибольшие напряжения изгиба в ремне толщиной $t = 5$ мм, охватывающем шкив диаметром



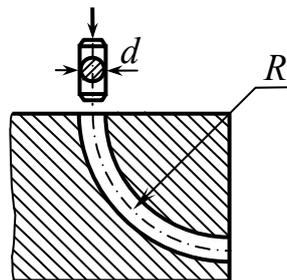
$D = 25$ см, если модуль упругости ремня равен $E = 500$ МПа.

Ответ: $\sigma_{\max} = 9,8$ МПа.

6.2. Кусок высокопрочной стальной проволоки длиной $l = 3,14$ м упруго сгибается в окружность и концы сопрягаются плавно. Определить наибольший диаметр проволоки, при котором после изгиба в ней не возникает остаточных деформаций, если $\sigma_y = 400$ МПа.

Ответ: $d_{\max} = 2$ мм.

6.3. Круглый дюралюминиевый стержень диаметром $d = 4$ мм проталкивается по криволинейному каналу, сделанному в абсолютно жестком теле. Каков должен



быть минимальный радиус R канала, чтобы в стержне не возникали пластические деформации, если $\sigma_T = 140$ МПа? Трением пренебречь.

Ответ: $R_{\min} = 1$ м.

6.4. По проекту балка должна состоять из двух швеллеров № 20. В процессе производства работ было решено заменить их одной балкой двутаврового профиля. Определить необходимый номер двутавра и выяснить, какое из решений экономичнее.

Ответ: Двутавр № 24а, который экономичнее двух швеллеров на 20%.

6.5. Балка пролетом $l = 6$ м спроектирована из брусьев квадратного сечения со стороной $b = 25$ см. На стройке их заменили круглыми бревнами с такой же площадью поперечного сечения. Как изменятся наибольшие нормальные напряжения в балке в результате такой замены? Какой следует выбрать диаметр бревен, чтобы обеспечить проектную прочность?

Ответ: Увеличатся на 18%; $d = 30$ см.

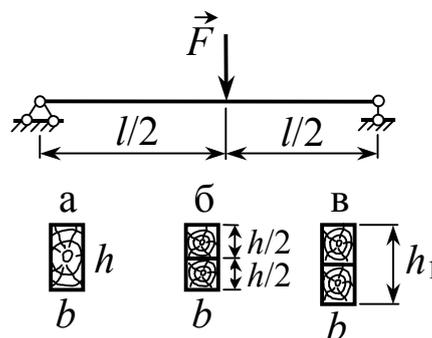
6.6. Балка квадратного сечения, защемленная одним концом, на свободном конце



нагружена силой F . В первом варианте сила F направлена параллельно стороне квадрата, а во втором совпадает с его диагональю. Как изменится величина силы F при переходе от первого варианта ко второму при условии, что наибольшие нормальные напряжения в обоих случаях одинаковы?

Ответ: Уменьшится на 29,3%.

6.7. Во сколько раз уменьшится допускаемая нагрузка для балки прямоугольного сечения (схема а) при замене ее балками половинной высоты (схема б)? При какой

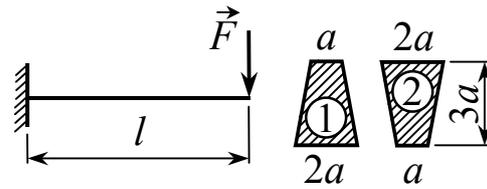


общей высоте h_1 (схема в) балка из двух не скрепленных между собой брусьев будет равнопрочна балке по схеме а?

Ответ: Уменьшится в 2 раза; $h_1 = \sqrt{2}h$.

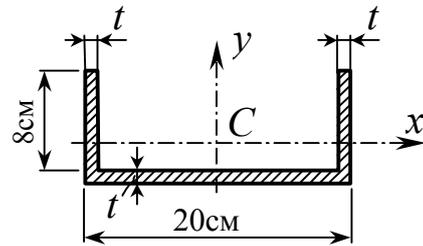
6.8. Сравнить допускаемые нагрузки для двух вариантов расположения поперечного сечения чугунной балки, если $[\sigma_c] = 4[\sigma_p]$.

Ответ: $[F_2] / [F_1] = 1,25$.



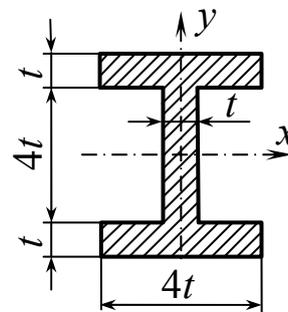
6.9. Швеллерная балка нагружена изгибающим моментом в вертикальной плоскости. Какова должна быть толщина t балки, чтобы напряжения в верхней и нижней частях сечения относились как 3:1?

Ответ: $t = 6 \text{ мм}$.



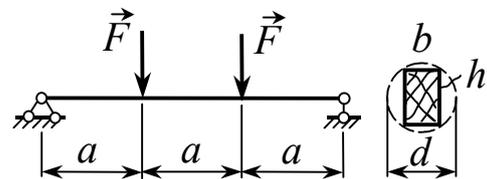
6.10. Определить соотношение частей изгибающего момента, воспринимаемого полками и стенкой двутавра при его изгибе.

Ответ: $M_n / M_c = 9,5$.

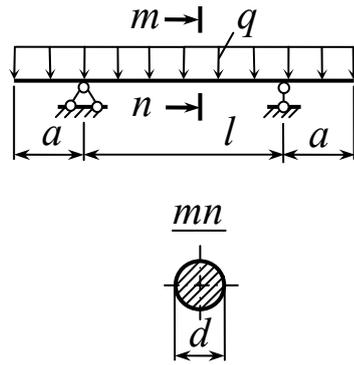


6.11. Определить диаметр бревна, из которого должен быть выпилен брус прямоугольного сечения $b \times h$ так, чтобы момент сопротивления его был наибольший, если $F = 20 \text{ кН}$, $[\sigma] = 10 \text{ МПа}$, $a = 1,5 \text{ м}$.

Ответ: $d = 36 \text{ см}$.



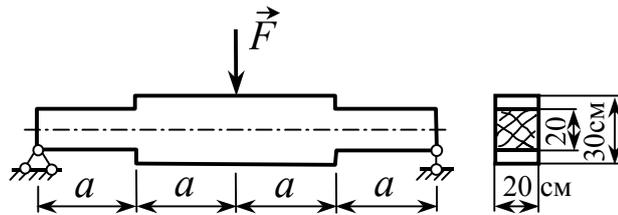
6.12. Определить наивыгоднейшую по условию прочности балки длину a консоли. При найденном значении a подобрать сечение балки, если $q = 40$ кН/м, $l = 6$ м, $[\sigma] = 160$ МПа. Установить также,



во сколько раз вес данной балки меньше по сравнению с тем случаем, когда опоры расположены по ее концам.

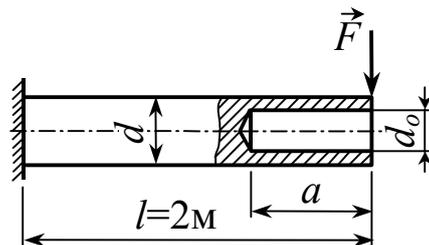
Ответ: $a = 2,12$ м; $d_o = 18$ см; меньше в 3,24 раза.

6.13. Определить наибольшие нормальные и касательные напряжения, если $F = 40$ кН, $a = 1$ м.



Ответ: $\sigma_{\max} = 15$ МПа; $\tau_{\max} = 0,75$ МПа.

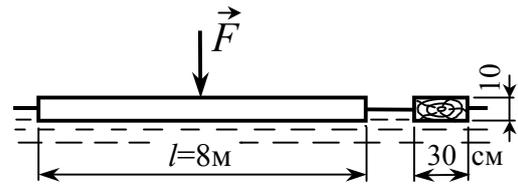
6.14. Стальная балка круглого сплошного сечения диаметром $d = 100$ мм выдерживает нагрузку $F = 5$ кН. Со стороны свободного конца в ней делается отверстие диаметром $d_o = 84$ мм. Определить



наибольшую длину a ослабленной части балки, при которой ее несущая способность не изменяется.

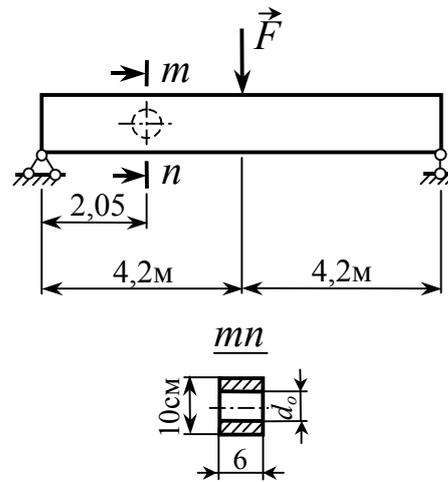
Ответ: $a = 1$ м.

6.15. Посередине деревянного бруса, плавающего на воде, приложена сосредоточенная сила $F = 1$ кН. Определить наибольшие нормальные напряжения в брус.



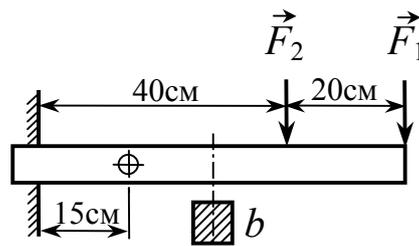
Ответ: $\sigma_{\max} = 2$ МПа.

6.16. Стальная балка сечением 6×10 см выдерживает нагрузку $F = 10$ кН. На расстоянии 2,05 м от левой опоры требуется просверлить круглое отверстие. Определить наибольший диаметр отверстия, при котором грузоподъемность балки не меняется.



Ответ: $d_o = 80$ мм.

6.17. Балка квадратного сечения нагружена силами $F_1 = 12$ кН и $F_2 = 15$ кН. Подобрать сечение балки, полагая $[\sigma] = 10$ МПа. При эксплуатации этой балки в ней пришлось просверлить насквозь отверстие диаметром $d_o = 10$ см. Не опасно ли такое отверстие для прочности балки?



Ответ: $b = 20$ см; отверстие не опасно, так как $\sigma_{\max_o} = 7,8$ МПа.

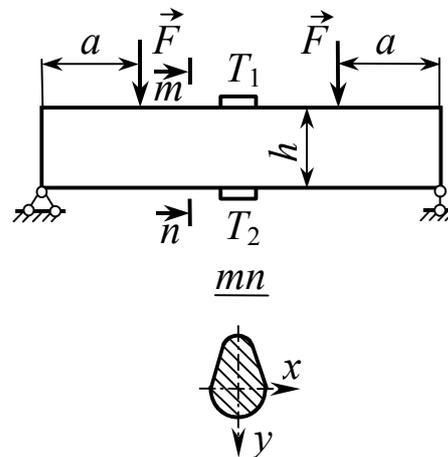
6.18. Вертикальный деревянный столб высотой 10 м должен работать с десятикратным запасом прочности при ветровой нагрузке $p = 1,25 \text{ кН/м}^2$. Подобрать диаметр столба, если давление ветра на цилиндр можно считать равным $0,785$ давления на площадь диаметрального сечения, а предел прочности материала на изгиб равен 42 МПа.

Ответ: $d \cong 35 \text{ см}$.

6.19. Чугунная труба наружным диаметром $d_n = 20 \text{ см}$ и толщиной стенки $t = 1 \text{ см}$ наполнена водой и свободно опирается по концам. При каком расстоянии между опорами наибольшее напряжение в трубе будет равно 30 МПа, если $\gamma_{\text{ч}} = 72 \text{ кН/м}^3$?

Ответ: $l = 9,7 \text{ м}$.

6.20. При испытании чугунной балки снимались показания тензометров T_1 и T_2 . Средние приращения показаний от ступени нагружения $\Delta F = 50 \text{ кН}$ оказались равными $\Delta n_1 = -15 \text{ мм}$, $\Delta n_2 = 5 \text{ мм}$. Определить момент инерции сечения относительно центральной оси x , если $E = 120 \text{ ГПа}$, $h = 24 \text{ см}$, $a = 60 \text{ см}$, база тензометров $s = 20 \text{ мм}$, коэффициент увеличения 1000.

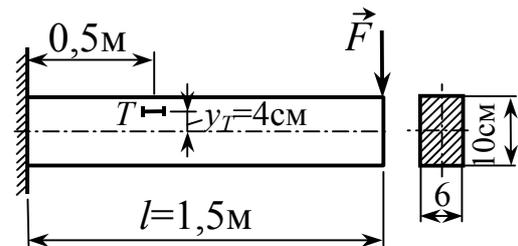


Ответ: $I_x = 6000 \text{ см}^4$.

6.21. Балка двутаврового профиля проектируется на действие изгибающего момента M_o при поперечной силе Q_o . Для испытания конструкции изготовлена модель балки, геометрически подобная проектируемой, со всеми размерами, уменьшенными в n раз. Испытание модели производится уменьшенными нагрузками, причем изгибающий момент M_M и поперечная сила Q_M в модели в одинаковое число раз меньше, чем M_o и Q_o . Установить соотношение между наибольшими касательными напряжениями в оригинале τ_o и модели τ_M , если наибольшие нормальные напряжения в обеих балках одинаковы.

Ответ: $\tau_o / \tau_M = n$.

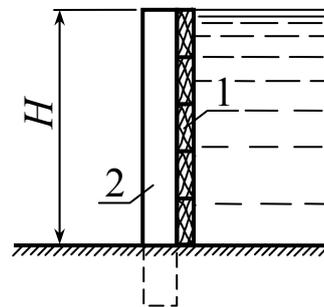
6.22. Тензометр T , установленный на стальной балке, имеет увеличение $k = 1000$ и базу $s = 20$ мм. Показание тензометра равно $\Delta n = 8$ мм.



Определить значение силы F и наибольшее напряжение в балке.

Ответ: $F = 10$ кН; $\sigma_{\max} = 150$ МПа.

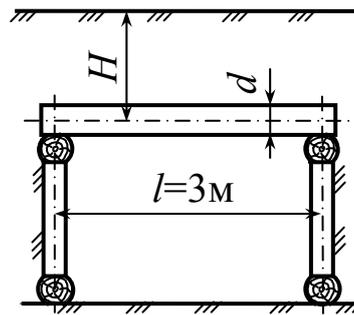
6.23. Деревянная плотина сооружена из горизонтально уложенных досок 1, опирающихся на вертикальные стойки 2 квадратного сечения со стороной $b = 30$ см, заделанные на нижнем конце и расположенные с шагом 1 м. Из условия прочности стоек определить



максимально допустимый уровень воды, если $[\sigma] = 10$ МПа.

Ответ: $[H] = 3$ м.

6.24. Подземное помеще-
ние шириной 3 м перекрыто
сплошным накатом из бревен
диаметром $d = 20$ см. Опреде-
лить, на какой максимальной
глубине H под уровнем земли



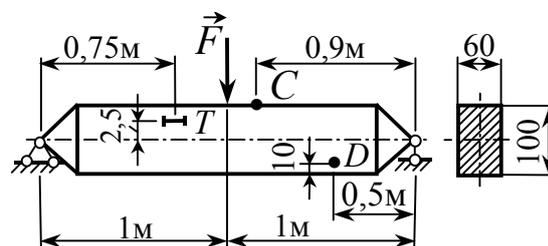
может быть заложено перекрытие, если $[\sigma] = 10$ МПа и
объемный вес грунта равен $\gamma = 17,5$ кН/м³.

Ответ: $H_{\max} = 2$ м.

6.25. Подземная галерея (см. рис. к задаче 6.24), пере-
крытие которой находится на глубине $H = 4$ м от поверхности
земли, имеет ширину $l = 3$ м. Определить необходимый диа-
метр бревен сплошного настила, перекрывающего помеще-
ние, если $[\sigma] = 10$ МПа, объемный вес грунта равен
 $\gamma = 20$ кН/м³.

Ответ: $d = 30$ см.

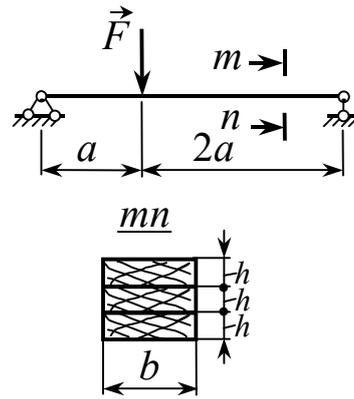
6.26. Тензометр T , ус-
тановленный на стальной
балке, имеет увеличение
 $k = 1000$ и базу $s = 20$ мм.
Показание тензометра равно



$\Delta l = 6$ мм. Определить силу F , действующую на балку, а
также напряжения в точках C и D .

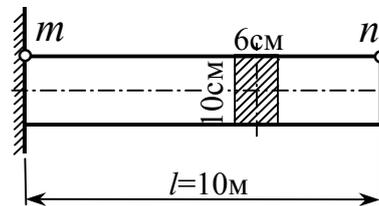
Ответ: $F = 32$ кН, $\sigma_C = 150$ МПа, $\sigma_D = 64$ МПа.

6.27. Определить допустимое значение силы F в двух вариантах: 1) все три бруса между собой склеены; 2) брусья между собой не скреплены. Принять $a = 1$ м, $b = 24$ см, $h = 5$ см, $[\sigma] = 10$ МПа, $[\tau] = 1$ МПа, $[\tau_{\text{кл}}] = 0,8$ МПа.



Ответ: $[F_1] = 13,5$ кН; $[F_2] = 4,5$ кН.

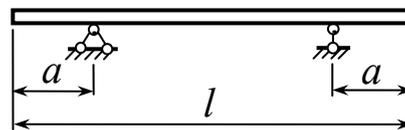
6.28. Стальная балка изгибается под действием собственного веса. Найти абсолютное удлинение верхнего волокна mn , если наибольшее напряжение в балке равно 240 МПа.



Ответ: $\Delta l_{mn} = 4$ мм.

6.29. Задача Эри

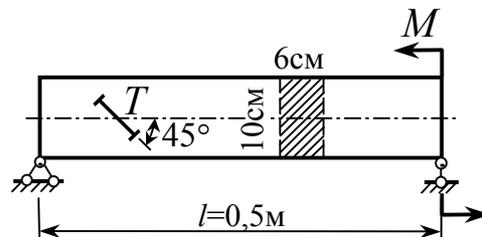
Тяжелый однородный стержень постоянного сечения



используется как эталон длины. При какой длине консолей a длина стержня, измеренная по его верхней поверхности, не будет меняться в процессе деформации?

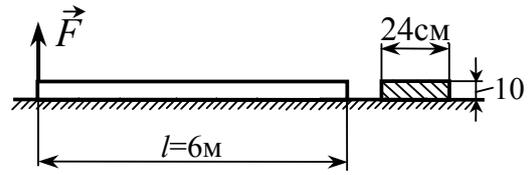
Ответ: $a = 0,211l$.

6.30. Для стальной балки деформация в направлении базы тензометра равна $\varepsilon_T = 5 \cdot 10^{-6}$. Найти значение опорного момента M , а также величину наибольшего нормального напряжения.



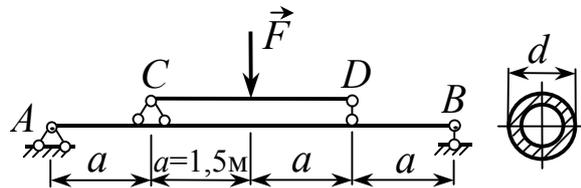
Ответ: $M = 16$ кН·м; $\sigma_{\text{max}} = 160$ МПа.

6.31. Однородная прямая балка весом $G = 12$ кН лежит на жесткой плоскости. Определить величину наибольших напряжений, возникающих в балке, при приложении к ее концу силы $F = 4$ кН.



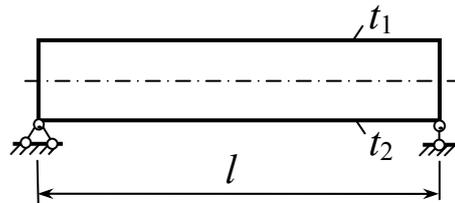
Ответ: $\sigma_{\max} = 10$ МПа.

6.32. Определить из условия прочности балки AB трубчатого сечения ($d = 20$ см, $\alpha = 0,84$) допустимое значение силы F , если $[\sigma] = 150$ МПа. Балку CD не рассчитывать. Как изменится величина $[F]$, если сила будет приложена непосредственно к балке AB посередине ее пролета?



Ответ: $[F] = 80$ кН; уменьшится в 2 раза.

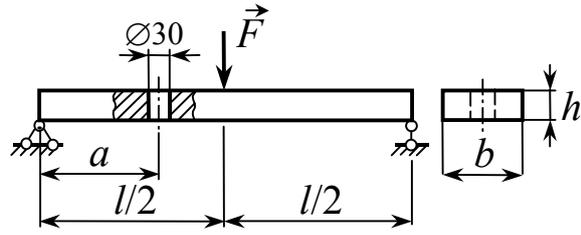
6.33. Свободно опертая по концам прямая стальная балка имеет симметричное относительно нейтральной оси сечение



и одинаковую во всех точках температуру t_0 . Нижняя поверхность балки нагревается до $t_2 = 150^\circ\text{C}$, а верхняя – до $t_1 = 50^\circ\text{C}$, после чего концы ее заземляются. Предполагая, что по высоте балки температура изменяется по линейному закону, определить наибольшие нормальные напряжения.

Ответ: $\sigma_{\max} = 125$ МПа.

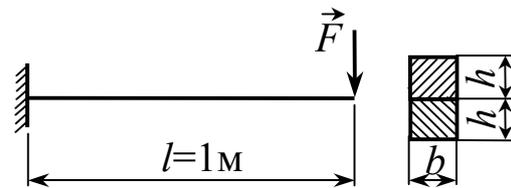
6.34. Стальная балка, ослабленная сквозным отверстием, нагружена силой $F = 10$ кН. Проверить прочность балки, полагая $l = 3$ м,



$a = 1$ м, $b = 15$ см, $h = 5$ см, $\sigma_T = 270$ МПа, $[n_T] = 2$. Установить также наибольшее удаление отверстия от опоры a_{\max} , при котором прочность балки не нарушается.

Ответ: $n_T = 2,25$; $a_{\max} = 1,2$ м.

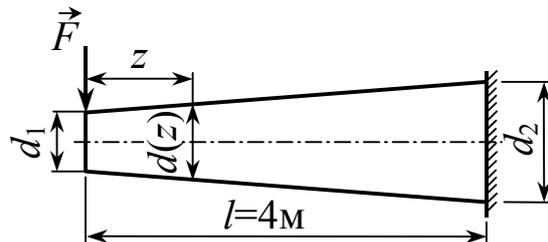
6.35. Составная консоль склеена из двух балок. Определить допускаемую нагрузку F , если $b = 6$ см, $h = 5$ см,



$[\sigma] = 60$ МПа, предел прочности клея на сдвиг $\tau_{\text{пч}} = 1$ МПа, нормативный запас прочности $[n_{\text{пч}}] = 2$. Соединение считать жестким.

Ответ: $[F] = 2$ кН.

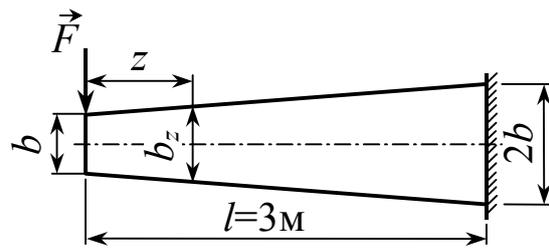
6.36. Найти наибольшее нормальное напряжение в консольной балке и сравнить его с максимальным напряжением в заделке,



если $d_2 / d_1 = 3$, $d_1 = 10$ см, $l = 4$ м, $F = 54$ кН. При каких отношениях d_2 / d_1 наибольшее нормальное напряжение возникает в заделке?

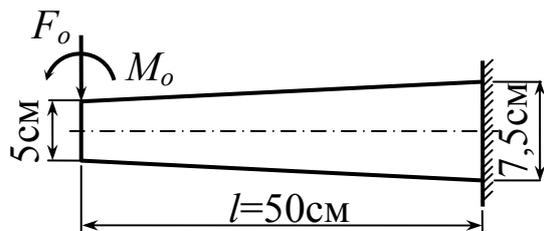
Ответ: $\sigma_{\text{наиб}} = 160$ МПа при $z = 1$ м, $\sigma_B = 80$ МПа; $d_2 / d_1 \leq 1,5$.

6.37. На суживающуюся консольную балку квадратного сечения действует сосредоточенная сила $F = 75$ кН. Ширина и высота балки меняются по линейному закону от величины b на свободном конце до $2b$ в заделке. Определить максимальное нормальное напряжение, полагая $b = 10$ см.



Ответ: $\sigma_{\max} = 200$ МПа при $z = 1,5$ м.

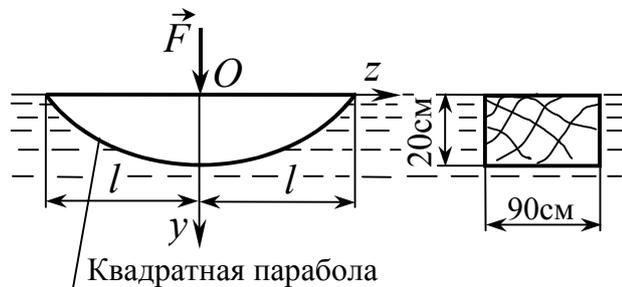
6.38. Консоль прямоугольного сечения постоянной ширины $b = 2,5$ см и переменной высоты нагружена на свободном конце



силой $F_o = 250$ Н и моментом $M_o = 100$ Н·м. Определить наибольшее нормальное напряжение.

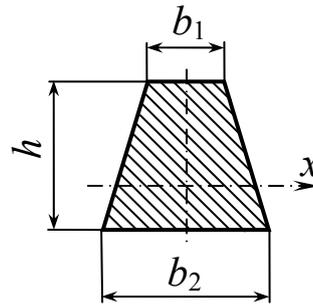
Ответ: $\sigma_{\max} = 10$ МПа при $z = 20$ см.

6.39. Деревянный брус удерживает груз $F = 3,2$ кН на плаву. Определить наибольшие нормальные напряжения в среднем сечении бруса, если $l = 3$ м.



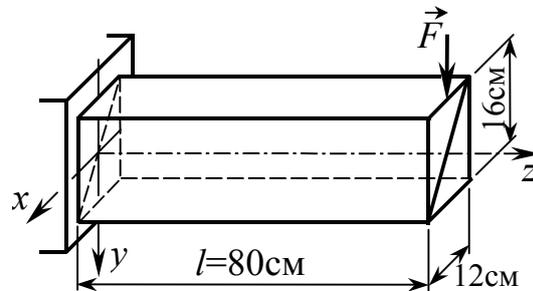
Ответ: $\sigma_{\max} = 0,3$ МПа.

6.40. Призматическая балка с сечением в форме трапеции подвергается чистому изгибу, вызывающему сжатие в верхней части. Вычислить отношение $\beta = b_2 / b_1$, при котором вес балки минимален, если отношение $[\sigma_p] / [\sigma_c] = m$. Выполнить количественную оценку при $m = 2/3$.



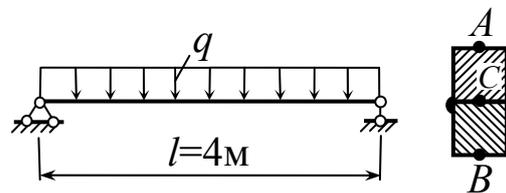
Ответ: $\beta = (2-m) / (2m-1) = 4$.

6.41. Консольная балка склеена из двух треугольных призм. Из условия прочности по нормальным напряжениям определить допускаемое значение силы F , полагая $[\sigma] = 10$ МПа. При найденном значении силы F найти наибольшие касательные напряжения в балке τ_b и в плоскости клеевого соединения $\tau_{кл}$.



Ответ: $[F] = 6,4$ кН; $\tau_b = 0,5$ МПа; $\tau_{кл} = 0,3$ МПа.

6.42. Два бруса квадратного сечения 10×10 см свободно уложены друг на друга и в загруженном состоянии под действием погонной нагрузки $q = 10$ кН/м сварены по длине. Определить остаточные напряжения после снятия нагрузки, пренебрегая трением между брусками.

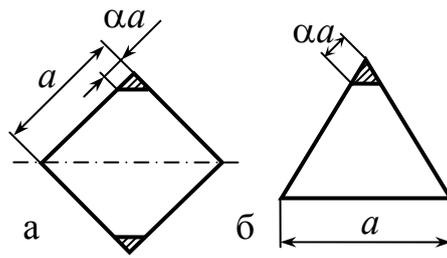


Ответ: $\sigma_{oC} = 60$ МПа; $\sigma_{oB} = 30$ МПа.

6.43. Парадокс

Эмерсона

На сколько нужно срезать углы квадрата (рис. а) и равностороннего треугольника

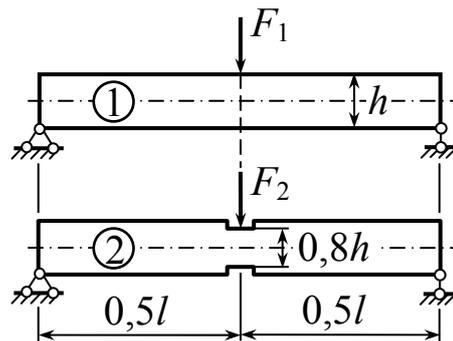


(рис. б), чтобы получить сечение, обеспечивающее максимальную прочность при изгибе? Оценить в процентах повышение грузоподъемности балок за счет подрезания сечений.

Ответ: Вариант а: $\alpha = 1/9$, грузоподъемность повышается на 5,3%.

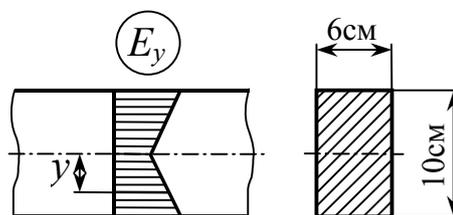
Вариант б: $\alpha = 0,13$, грузоподъемность повышается на 9,2%.

6.44. Во сколько раз уменьшится потенциальная энергия изгиба, если в балке сделать два узких симметричных надреза (схема 2). Силы F_1 и F_2 вызывают в балках наибольшие нормальные напряжения, равные пределу пропорциональности.



Ответ: В 2,44 раза.

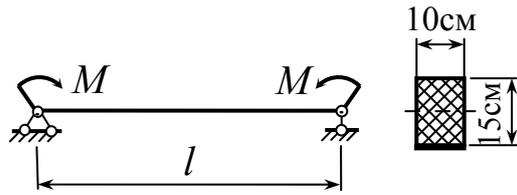
6.45. Балка прямоугольного сечения имеет переменный по высоте модуль упругости, изменяющийся по закону



$E_y = E(1+2|y|/h)$. Определить грузоподъемность балки при чистом изгибе, если $[\sigma_c] = [\sigma_p] = 80$ МПа.

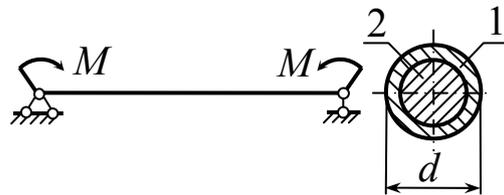
Ответ: $[M] = 7$ кН·м.

6.46. Тонкая нерастяжимая лента толщиной $t = 2$ мм наклеена на поверхность резинового бруса прямоугольного сечения 10×15 см. Пользуясь гипотезой плоских сечений, определить, при каком значении моментов произойдет разрыв ленты, если предел прочности материала равен $\sigma_{\text{пч}} = 500$ МПа.



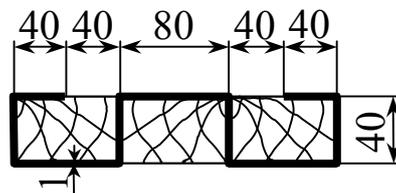
Ответ: $M_{\text{раз}} = 10$ кН·м.

6.47. Балка состоит из стальной трубы 1 ($d = 100$ мм, $\alpha = 0,84$) и плотно вставленного в нее медного сердечника 2, жестко закрепленного с трубой. Найти наибольшие напряжения в трубе и сердечнике, полагая $M = 18$ кН·м, $E_1 = 200$ МПа, $E_2 = 100$ ГПа.



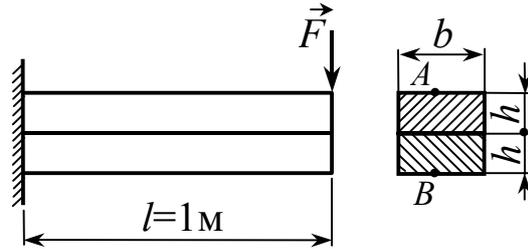
Ответ: $\sigma_{\text{max}_1} = 240$ МПа; $\sigma_{\text{max}_2} = 100$ МПа.

6.48. В первом варианте балка проектируется из трех досок сечением 80×40 мм. Во втором варианте для повышения ее несущей способности доски скрепляются стальным листом, как показано на рисунке. Оценить в процентах повышение грузоподъемности балки за счет указанного усиления, если $[\sigma_c] = 120$ МПа, $[\sigma_d] = 10$ МПа, $E_c = 20 E_d$.



Ответ: Грузоподъемность повышается на 100%.

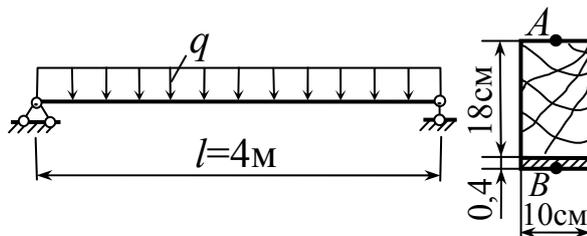
6.49. Балка состоит из двух брусьев, жесткосоединенных друг с другом по всей поверхности их соприкосновения. Модуль упругости материала



верхнего бруса втрое больше модуля упругости нижнего, $E_B = 3E_H$. Определить наибольшие напряжения в каждом из составляющих брусьев, если $F = 26$ кН, $b = 12$ см, $h = 5$ см.

Ответ: $\sigma_A = 180$ МПа; $\sigma_B = -100$ МПа.

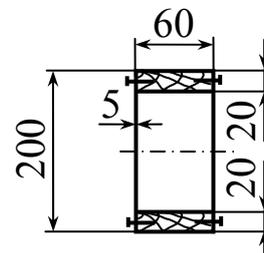
6.50. К деревянному бруску сечением 10×18 см снизу прикреплена стальная полоса шириной 10 см и толщиной $t = 4$ мм.



Определить наибольшие напряжения в бруске и стальной полосе, если $q = 4,8$ кН/м, $E_c / E_d = 20$.

Ответ: $\sigma_A = -12$ МПа; $\sigma_B = 128$ МПа.

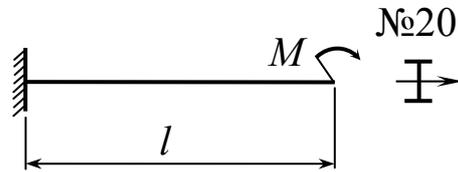
6.51. Стенки поперечного сечения балки выполнены из фанеры и прибиты к деревянным брускам гвоздями, допускаемая нагрузка которых на срез $[T] = 100$ Н. Найти наибольшее допускаемое расстояние между гвоздями a , если $Q_y = 1020$ Н.



Ответ: $[a] = 5$ см.

7. ПЕРЕМЕЩЕНИЯ ПРИ ИЗГИБЕ

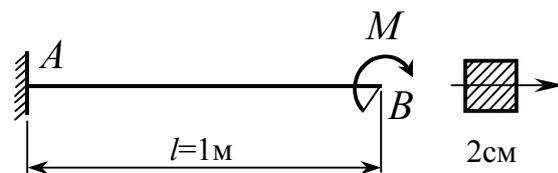
7.1. Стальная двутавровая балка № 20 длиной 4 м нагружена сосредоточенным моментом, вызывающим наибольшие



напряжения изгиба, равные 100 МПа. Определить величину момента M , радиус окружности, по которой изгибается балка, и прогиб на свободном конце.

Ответ: $M = 18,4 \text{ кН}\cdot\text{м}$; $\rho = 200 \text{ м}$; $f = 4 \text{ см}$.

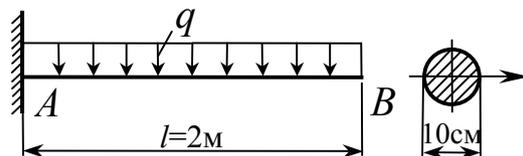
7.2. При действии момента M , равного 100 Н·м, касательная к упругой линии балки на свободном конце



составляет угол $\theta_B = 37,5$ мрад. Определить модуль упругости материала балки, радиус кривизны оси, прогиб в точке B и наибольшее напряжение изгиба.

Ответ: $E = 200 \text{ ГПа}$; $\rho = 26,7 \text{ м}$; $f_B = 1,9 \text{ см}$; $\sigma_{\max} = 75 \text{ МПа}$.

7.3. Определить модуль упругости материала балки, радиус кривизны в сечении A и угол поворота на свободном



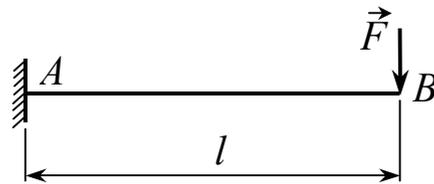
конце, если $\sigma_{\max} = 70 \text{ МПа}$ и прогиб в точке B равен $f_B = 2 \text{ см}$.

Ответ: $E = 70 \text{ ГПа}$; $\rho_A = 50 \text{ м}$; $\theta_B = 13,3 \text{ мрад}$.

7.4. Балка пролетом 1 м, свободнолежащая на двух шарнирных опорах, изогнута по дуге окружности. Сечение балки прямоугольное со сторонами $b = 6$ см и $h = 4$ см. Прогиб, измеренный посередине пролета, оказался равным $f = 6,25$ мм. Определить величину модуля упругости материала балки и радиус кривизны оси при условии, что наибольшее напряжение в балке равно $\sigma_{\max} = 10$ МПа.

Ответ: $E = 10$ ГПа; $\rho = 20$ м.

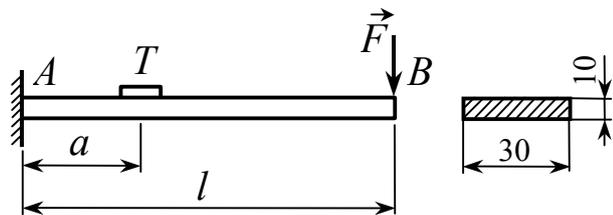
7.5. Балка симметричного сечения высотой $h = 20$ см и длиной 2 м изгибается под



действием силы F , вызывающей наибольшие напряжения, равные $\sigma_{\max} = 150$ МПа. Найти прогиб и угол поворота на свободном конце, полагая $E = 100$ ГПа.

Ответ: $f_B = 2$ см; $\theta_B = 15$ мрад.

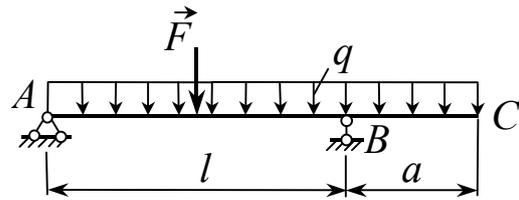
7.6. На верхней поверхности стальной балки длиной $l = 60$ см на расстоянии $a = 20$ см от



заделки установлен тензومتر. При нагружении балки силой F прогиб под силой составил $f_B = 7,2$ мм. Определить показания тензометра и наибольшее напряжение в балке.

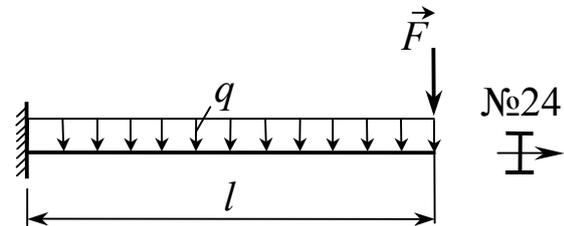
Ответ: $\varepsilon_T = 2 \cdot 10^{-4}$; $\sigma_{\max} = 60$ МПа.

7.7. Какую силу F нужно приложить посередине пролета AB в дополнение к погонной нагрузке $q = 30$ кН/м, чтобы прогиб конца консоли равнялся нулю, если $l = 3$ м, $a = 2$ м?



Ответ: $F = 100$ кН.

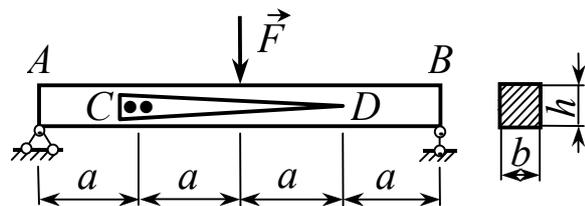
7.8. Какую силу F можно приложить в дополнение к погонной нагрузке $q = 6$ кН/м, чтобы наиболь-



шие нормальные напряжения не превышали 160 МПа, а наибольший прогиб не превосходил $1/250$ пролета балки $l = 2$ м.

Ответ: $F = F_{жс} = 16,26$ кН.

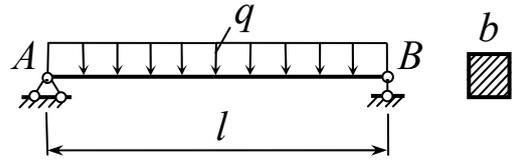
7.9. К стальной балке, нагруженной силой F посередине, в точке C прикреплен указатель CD . Найти опускание его конца и угол,



образованный указателем с горизонтальной линией, проходящей через точку C упругой линии, если $F = 24$ кН, $a = 1$ м, $b = 12$ см, $h = 10$ см.

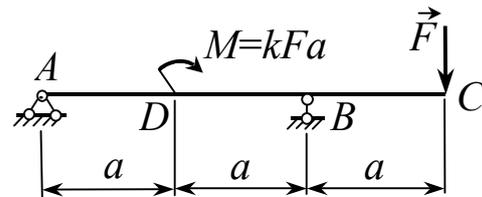
Ответ: $v_D = 2,9$ см; $\theta_C = 9$ мрад.

7.10. Шарнирно опертая по концам балка квадратного сечения, длиной 4 м испытывает действие погонной нагрузки интенсивности $q = 8$ кН/м. Определить максимальный прогиб балки и радиус кривизны в ее среднем сечении, если наибольшее напряжение изгиба равно 12 МПа и модуль упругости материала $E = 10$ ГПа.



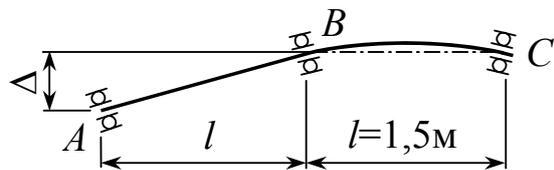
Ответ: $f = 2$ см; $\rho = 250/3$ м.

7.11. При каком значении коэффициента k прогиб сечения C равен нулю? Чему равен угол поворота этого же сечения?



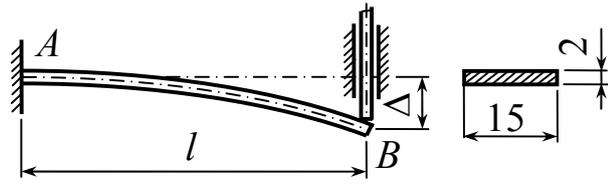
Ответ: $k = 12$; $\theta_C = Fa^2/6EI_x$.

7.12. В результате погрешности монтажа ось крайнего подшипника трехопорного стального вала диаметром $d = 200$ мм оказалась расположенной ниже осей двух других опор на величину $\Delta = 1,5$ мм. Определить силы, действующие на каждую из опор, а также максимальное напряжение.



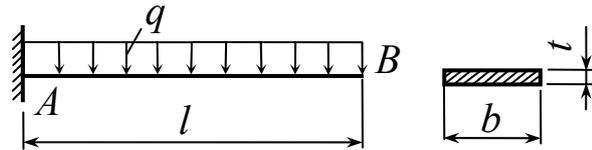
Ответ: $R_A = R_C = 10,5$ кН; $R_B = 21$ кН; $\sigma_{\max} = 20$ МПа.

7.13. Плоская стальная пружина длиной $l = 10$ см должна прижимать деталь с силой 30 Н. Определить прогиб и угол поворота свободного конца пружины, а также наибольшее напряжение изгиба.



Ответ: $v_B = \Delta = 5$ мм; $\theta_B = 75$ мрад; $\sigma_{\max} = 300$ МПа.

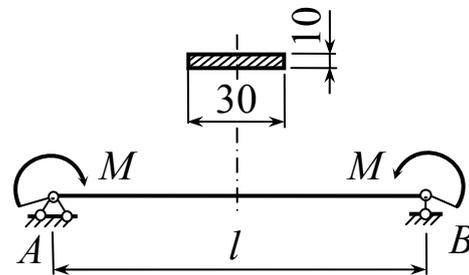
7.14. Стальная полоса длиной $l = 10$ см и толщиной $t = 2$ мм испытывает действие погонной нагрузки $q = 160$ Н/м. Определить ширину полосы b из условия, что максимальный угол поворота равен 10 мрад. При найденном значении b вычислить наибольший прогиб и максимальное напряжение изгиба.



При найденном значении b вычислить наибольший прогиб и максимальное напряжение изгиба.

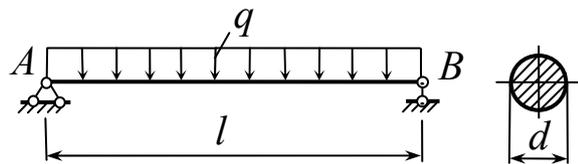
Ответ: $b = 20$ мм; $f = 0,75$ мм; $\sigma_{\max} = 60$ МПа.

7.15. Шарнирно опертая по концам стальная балка длиной 1 м нагружена моментами $M = 100$ Н·м. Найти наибольший прогиб, углы поворота на опорах и горизонтальное смещение подвижной опоры.



Ответ: $f = 25$ мм; $\theta_A = \theta_B = 100$ мрад; $\Delta_B = 1,67$ мм.

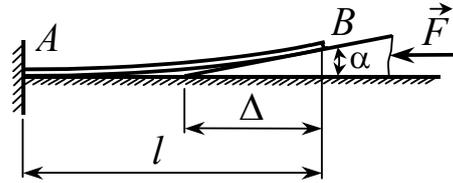
7.16. Наибольший прогиб балки круглого сечения диаметром $d = 100$ мм и длиной $l = 4$ м равен $f = 20$ мм. Определить максимальное напряжение и углы поворота на опорах, полагая $E = 100$ ГПа.



Определить максимальное напряжение и углы поворота на опорах, полагая $E = 100$ ГПа.

Ответ: $\sigma_{\max} = 60$ МПа; $\theta_A = \theta_B = 16$ мрад.

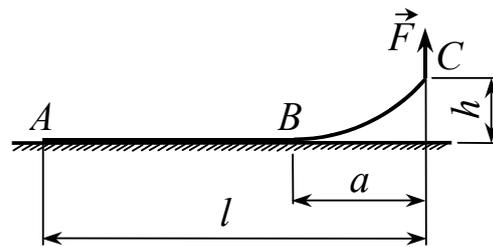
7.17. Абсолютно гладкий клин с углом $\alpha = 9$ мрад при вершине перемещается по гладкой плоскости, поднимая при этом конец B



стальной балки AB прямоугольного сечения 6×10 см, длиной $l = 3$ м. На сколько следует переместить клин, чтобы угол поворота концевого сечения B стал равным α ? Для этого положения определить прогиб точки B , величину силы F и наибольшее нормальное напряжение.

Ответ: $\Delta = 2$ м; $v_B = 18$ мм; $F = 18$ Н; $\sigma_{\max} = 60$ МПа.

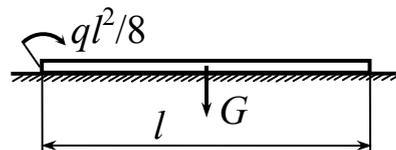
7.18. Круглый стальной стержень диаметром $d = 10$ мм и длиной $l = 8$ м лежит на абсолютно жестком основании. На какую максимальную высоту можно приподнять конец стержня, если $[\sigma] = 200$ МПа? Чему при этом равна длина приподнятой части?



высоту можно приподнять конец стержня, если $[\sigma] = 200$ МПа? Чему при этом равна длина приподнятой части?

Ответ: $h_{\max} = 1,7$ м; $a = 5$ м.

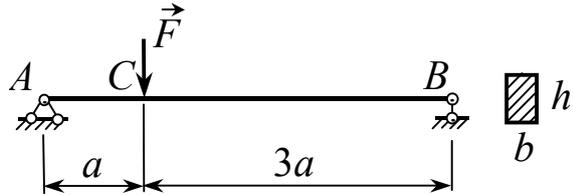
7.19. Стальная полоса прямоугольного сечения 30×15 мм, длиной $l = 8$ м



лежит на жесткой плоскости. Ее вес равен $G = ql$. Определить длину приподнятой части a , наибольшее нормальное напряжение и высоту подъема концевого сечения, нагруженного моментом $ql^2/8$.

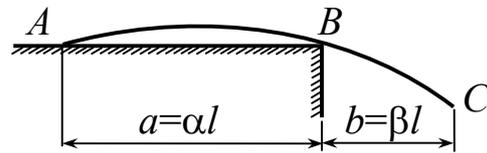
Ответ: $a = 4$ м; $\sigma_{\max} = 251$ МПа; $H = 67$ см.

7.20. Подобрать размеры балки прямоугольного сечения, найти углы поворота на опорах, прогиб под нагрузкой, а также наибольший прогиб и его положение по отношению к левой опоре, если $F = 4$ кН, $a = 1$ м, $[\sigma] = 8$ МПа, $E = 10$ ГПа, $h/b = 1,5$.



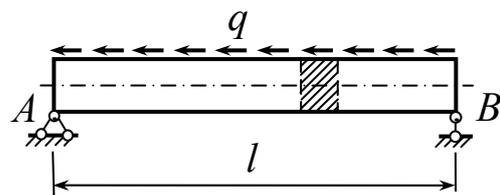
Ответ: $b = 10$ см; $\theta_A = 12,4$ мрад; $\theta_B = 8,9$ мрад;
 $v_C = 10,7$ мм; $v_{\max} = 13,2$ мм (на расстоянии 1,76 м).

7.21. Тонкая стальная линейка сечением $20 \times 0,4$ мм и длиной $l = 50$ см лежит на краю стола, который можно рассматривать как абсолютно жесткую плоскость. При каком минимальном отношении $\beta = b/l$ она касается плоскости лишь в двух точках A и B? Чему равен при этом прогиб свободного конца?



Ответ: $\beta = 0,414$; $v_C = 13,2$ мм.

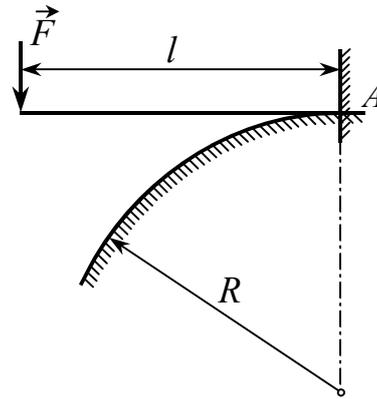
7.22. Стальная балка прямоугольного сечения 5×10 см, длиной $l = 3$ м нагружена по верхней поверхности равномерно распределенной нагрузкой интенсивности $q = 50$ кН/м.



Определить наибольшее нормальное напряжение, максимальный прогиб и углы поворота на опорах.

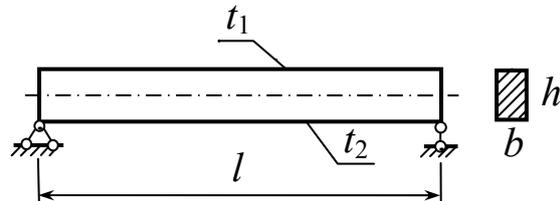
Ответ: $\sigma_{\max} = 90$ МПа; $v_{\max} = 5,2$ мм (в сечении на расстоянии 1,73 м от правой опоры); $\theta_A = 9$ мрад, $\theta_B = 4,5$ мрад.

7.23. Плоская стальная пружина сечением 15×2 мм и длиной $l = 10$ см изгибается силой $F = 40$ Н, касаясь при этом круглого цилиндра радиуса $R = 1$ м. Определить прогиб сечения B и наибольшее нормальное напряжение.



Ответ: $v_B = 4,6$ мм; $\sigma_{\max} = 200$ МПа.

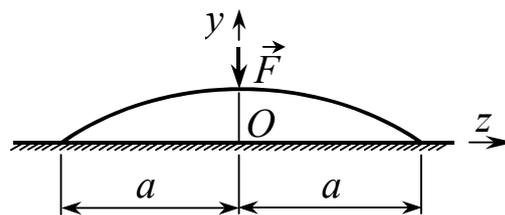
7.24. Свободно опертая стальная балка прямоугольного сечения 6×10 см, длиной $l = 4$ м имеет температуру $t_2 = 220^\circ\text{C}$ на нижней поверхности и $t_1 = 20^\circ\text{C}$ - на верхней.



Найти радиус кривизны оси балки и наибольший прогиб, полагая, что по высоте балки температура изменяется по линейному закону.

Ответ: $\rho = 40$ м; $v_{\max} = 5$ см.

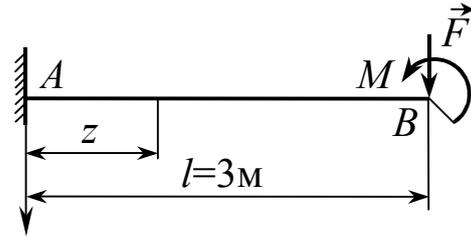
7.25. Какую первоначальную форму следует придать стальной балке прямоугольного сечения 6×1 см, длиной 2 м, чтобы под действием силы $F = 480$ Н она полностью соприкасалась с гладким жестким основанием и давление равномерно распределялось по длине балки?



Чему равно наибольшее нормальное напряжение?

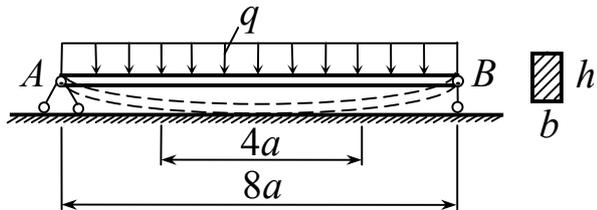
Ответ: $y(\zeta) = (3 - 6\zeta^2 + 4\zeta^3 - \zeta^4)$ см; $\sigma_{\max} = 120$ МПа.

7.26. Определить прогиб и угол поворота на свободном конце, а также место и величину наибольших перемещений, если $M = 50$ кН·м, $F = 30$ кН, $EI_x = 10$ МН·м². Кроме того, установить, при каком значении момента M прогиб сечения B равен нулю.



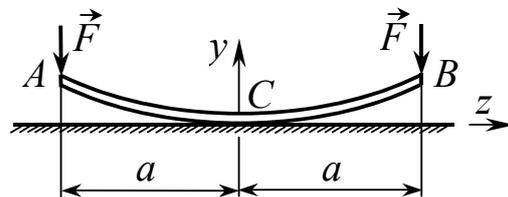
Ответ: $v_B = 4,5$ мм и $\theta_B = 1,5$ мрад;
 $v_{\max} = 4,7$ мм при $z_1 = 8/3$ м
и $\theta_{\max} = 2,7$ мрад при $z_2 = 4/3$ м; $M = 60$ кН·м.

7.27. При какой нагрузке q стальная балка прямоугольного сечения 6×10 см, длиной 8 м, опирающаяся на шарнирные опоры высотой $\Delta = 2$ см, будет иметь касание на половине ее длины с абсолютно жестким основанием? Чему равны в этом случае наибольшие нормальные напряжения?



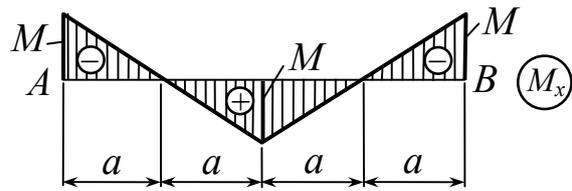
Ответ: $q = 30$ кН/м; $\sigma_{\max} = 150$ МПа.

7.28. По какой кривой следует первоначально изогнуть стальную полосу прямоугольного сечения 6×1 см, длиной 2 м, чтобы под действием сил $F = 480$ Н она полностью соприкасалась с жестким основанием и давление равномерно распределялось по площади контакта? Чему равно наибольшее нормальное напряжение?



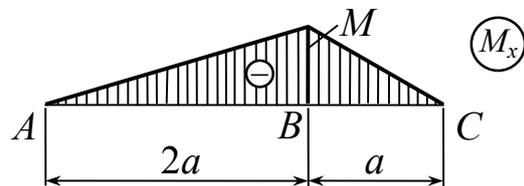
Ответ: $y(\zeta) = 2(6\zeta^2 - \zeta^4)$ см; $y_A = y_B = 10$ см; $\sigma_{\max} = 240$ МПа.

7.29. Для балки жесткостью $EI_x = 200 \text{ кН}\cdot\text{м}^2$ задана эпюра изгибающего момента. Построить эпюры углов поворота и прогибов, если известно, что прогиб и угол поворота в сечении A равны нулю, $a = 1 \text{ м}$, $M = 3,6 \text{ кН}\cdot\text{м}$.



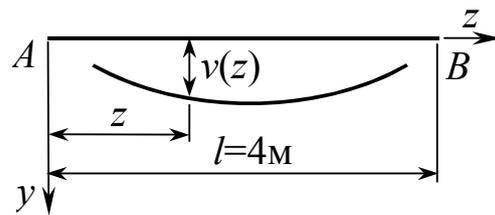
Ответ: $\theta_{\max} = 9 \text{ мрад}$ (на расстоянии 1 м от опор A и B);
 $v_{\max} = 12 \text{ мм}$ (посередине балка).

7.30. По заданной эпюре изгибающего момента определить угол поворота сечения C балки, если прогибы в сечениях A и B равны нулю, жесткость балки постоянна и равна $EI_x = 200 \text{ кН}\cdot\text{м}^2$, $a = 1 \text{ м}$, $M = 2,4 \text{ кН}\cdot\text{м}$.



Ответ: $\theta_C = 14 \text{ мрад}$.

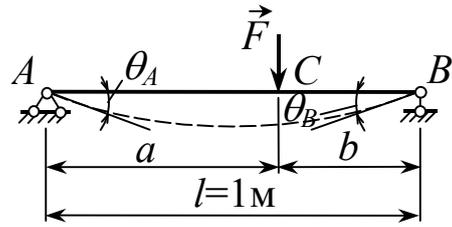
7.31. Для балки AB постоянной жесткости $EI_x = 1,6 \text{ МН}\cdot\text{м}^2$ установить условия закрепления концов и



действующие на нее нагрузки, если функция прогибов описывается выражением $v(\zeta) = 0,1(\zeta^4 - 3\zeta^3 + 3\zeta^2 - \zeta)$ м, где $\zeta = z/l$ – относительная координата.

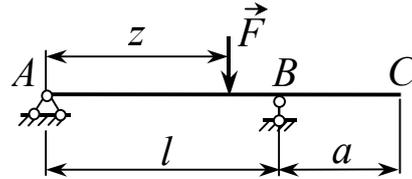
Ответ: Балка шарнирно оперта по концам и нагружена равномерно распределенной нагрузкой интенсивности $q = 15 \text{ кН/м}$ и опорным моментом $M_A = 60 \text{ кН}\cdot\text{м}$, направленным против часовой стрелки.

7.32. Найти точку приложения силы F , если отношение углов поворота на опорах $\theta_A/\theta_B = 2/3$.



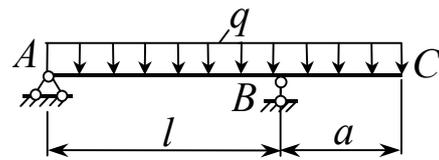
Ответ: $a = 80$ см.

7.33. Какому положению подвижной нагрузки F соответствует наибольший прогиб сечения C ?



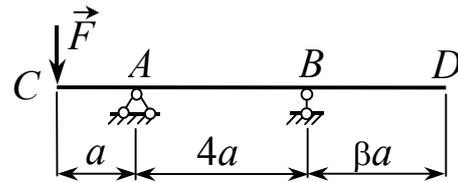
Ответ: $z = 0,577l$.

7.34. При какой длине консоли a угол поворота на опоре B равен нулю? Чему равен в этом случае прогиб на конце консоли?



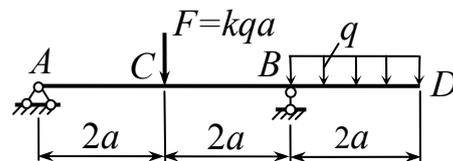
Ответ: $a = l/2$; $v_c = ql^4/(128 EI_x)$.

7.35. При каком значении коэффициента β прогибы концов балки будут одинаковы?



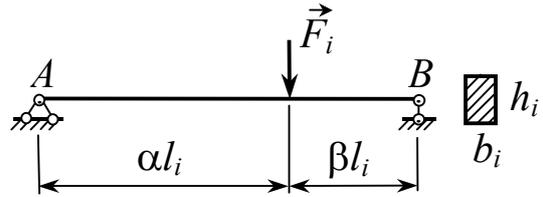
Ответ: $\beta = 2,5$.

7.36. Определить коэффициент k , при котором прогиб сечения D равен нулю. Чему при этом равен прогиб под силой F ?



Ответ: $k = 11/3$; $v_C = (26/9)qa^4/EI_x$.

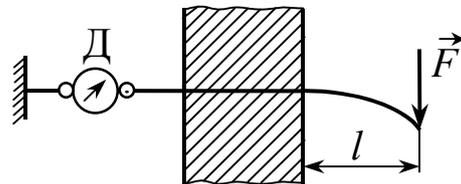
7.37. Две балки прямоугольного сечения, шарнирно опертые по концам, нагружены сосредоточенными силами



в пролете, причем в обоих случаях точки приложения сил делят длину в одном и том же отношении. Чему равно отношение наибольших прогибов для этих балок, если наибольшие нормальные напряжения в обоих случаях одинаковы?

Ответ: $f_1/f_2 = (l_1/l_2)^2 (h_2/h_1)$.

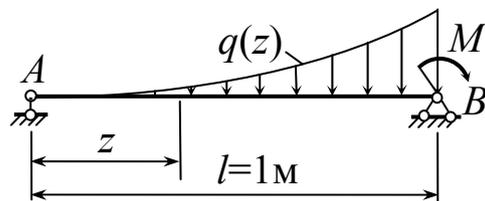
7.38. Упругая балка плотно, но без трения вставлена в отверстие, высверленное в жестком основании. Интуитивно представляется, что при нагружении поперечной силой F балка выскользнет из заделки. Но непонятно, под действием каких сил? Что покажет динамометр, если сила трения отсутствует? Выполнить количественную оценку для стальной балки круглого сечения диаметром $d = 8,4$ мм, полагая $F = 100$ Н и $l = 100$ мм.



но представляется, что при нагружении поперечной силой F балка выскользнет из заделки. Но непонятно, под действием каких сил? Что покажет динамометр, если сила трения отсутствует? Выполнить количественную оценку для стальной балки круглого сечения диаметром $d = 8,4$ мм, полагая $F = 100$ Н и $l = 100$ мм.

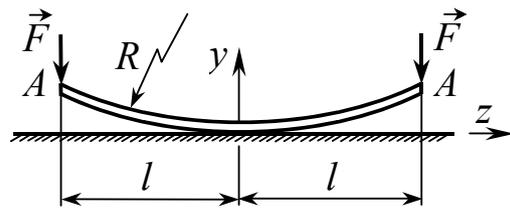
Ответ: $F_D = 1Н$.

7.39. Стальная балка прямоугольного сечения 6×10 см нагружена на правом конце моментом $M = 20$ кН·м. Подобрать распределенную нагрузку $q(z)$, при действии которой балка остается прямолинейной, и определить наибольшие нормальное и касательное напряжения.



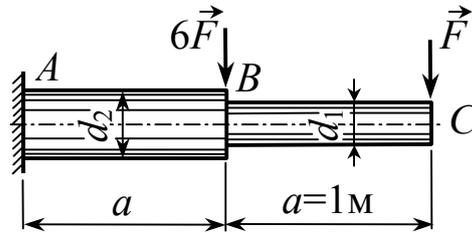
Ответ: $\sigma_{\max} = 200$ МПа; $\tau_{\max} = 100$ МПа.

7.40. Пологая гибкая стальная пружина прямоугольного сечения 6×1 см и длиной 2 м, изогнутая по дуге окружности радиуса $R = 10$ м, прижимается двумя силами F к жесткой плоскости. При каких значениях сил F точки A будут прижаты к плоскости?



Ответ: $F = 20$ кН.

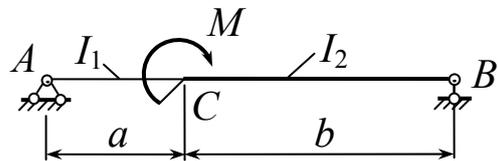
7.41. Сечения A и B стальной балки ступенчато-переменного сечения должны быть равноопасными. Опре-



делить из этого условия без учета концентрации напряжений диаметр d_2 . При найденном значении d_2 найти прогиб свободного конца балки, полагая $F = 10$ кН, $d_1 = 100$ мм.

Ответ: $d_2 = 200$ мм; $v_C = 8$ мм.

7.42. Определить, при каком отношении моментов инерции I_2 / I_1 линейное перемещение сечения C равно нулю. Чему равен при этом угол поворота того же сечения, если $EI_1 = 1$ МН·м², $M = 54$ кН·м, $a = 1$ м, $b = 2$ м.



Чему равен при этом угол поворота того же сечения, если $EI_1 = 1$ МН·м², $M = 54$ кН·м, $a = 1$ м, $b = 2$ м.

Ответ: $I_2 / I_1 = 4$; $\theta_C = 6$ мрад.

7.43. Две консольные балки равного сопротивления имеют одинаковое квадратное сечение в закреплении и нагружены одинаковыми силами на свободном конце. У первой балки меняется ширина, у второй – высота. Какая балка будет легче? У какой из них наибольший прогиб будет больше?

Ответ: $G_1 / G_2 = f_1 / f_2 = 3 / 4$.

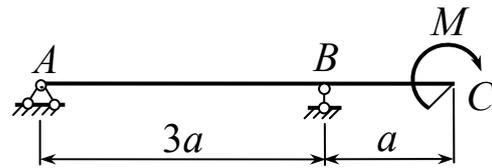
7.44. Деревянная консольная балка равного сопротивления постоянной высоты $h = 12$ см и переменной ширины нагружена на свободном конце силой $F = 4$ кН. Длина балки $l = 1,2$ м. Какой должна быть ширина балки в закреплении b_0 и наименьшая ширина на свободном конце b при допускаемых напряжениях $[\sigma] = 10$ МПа и $[\tau] = 1$ МПа. На какой длине a от свободного конца должна быть выдержана наименьшая ширина балки? Определить прогиб на свободном конце.

Ответ: $b_0 = 20$ см; $b = 5$ см; $a = 30$ см; $f = 12$ мм.

7.45. Шарнирно опертая по концам стальная балка равного сопротивления имеет прямоугольное сечение постоянной высоты $h = 20$ см и длину $l = 4$ м. Балка испытывает действие равномерно распределенной нагрузки интенсивности $q = 200$ кН/м. Принимая $[\sigma] = 200$ МПа, найти наибольшую ширину балки b_{\max} . Вычислить также величину наибольшего прогиба, предполагая, что на опорах ширина балки сходит на нет.

Ответ: $b_{\max} = 30$ см; $f = 2$ см.

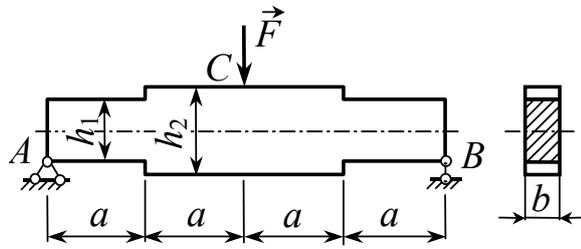
7.46. Балка равного сопротивления постоянной высоты $h = 2$ см меняет ширину прямоугольного сечения $b(z)$



от нуля на опоре A до $b_0 = 6$ см на опоре B по линейному закону. Значение b_0 затем сохраняется на всем участке BC . Определить величину прогиба сечения C , полагая $M = 500$ Н·м, $E = 200$ ГПа, $a = 40$ см.

Ответ: $v_C = 20$ мм.

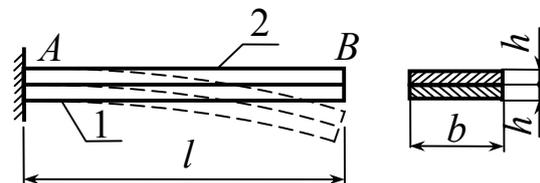
7.47. Пренебрегая влиянием концентрации напряжений, вычислить наибольшие нормальные



и касательные напряжения, а также наибольший прогиб балки, полагая $F = 5$ кН, $E = 10$ ГПа, $h_1 = 10$ см, $h_2 = 16$ см, $b = 3$ см, $a = 20$ см.

Ответ: $\sigma_{\max} = 10$ МПа; $\tau_{\max} = 1,25$ МПа; $v_C = 0,73$ мм.

7.48. Биметаллический элемент, широко используемый в температурных регуляторах, состоит из двух жестко-соединенных между собой пластинок: медной 1 и стальной 2.

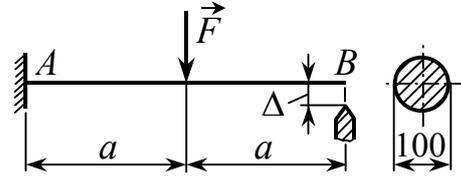


Чему равно перемещение сечения B при нагреве элемента на 110°C , если $h = 0,8$ мм, $l = 100$ мм?

Ответ: $v_B = 2$ мм.

8. СТАТИЧЕСКИ НЕОПРЕДЕЛИМЫЕ СИСТЕМЫ

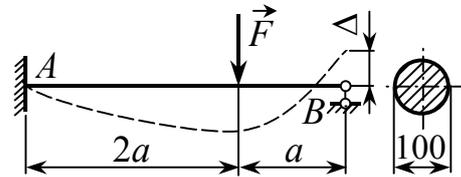
8.1. При какой величине зазора Δ реакция опоры A стальной балки будет в 3 раза



больше, чем опоры B , если $F = 12$ кН, $a = 3$ м?

Ответ: $\Delta = Fa^3/(6EI) = 54$ мм.

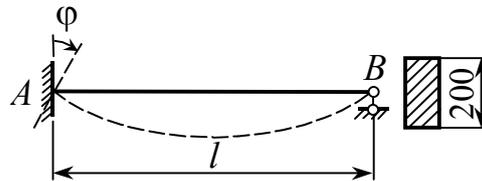
8.2. На какую высоту Δ надо поднять опору B стальной балки, чтобы напряжения



в сечении A были равны нулю, если $F = 16$ кН, $a = 1,5$ м?

Ответ: $\Delta = 4Fa^3/(3EI) = 72$ мм.

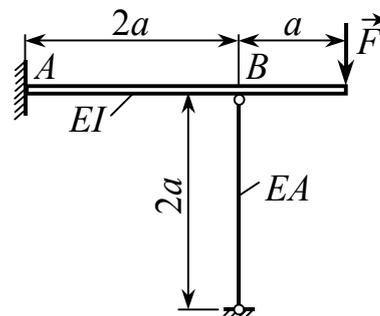
8.3. Какое наибольшее напряжение возникает в стальной балке прямоугольного сечения высотой $h = 20$ см и длиной $l = 4$ м, если левое сечение повернуть на угол $\varphi = 16$ мрад?



высотой $h = 20$ см и длиной $l = 4$ м, если левое сечение повернуть на угол $\varphi = 16$ мрад?

Ответ: $\sigma_{\max} = 120$ МПа.

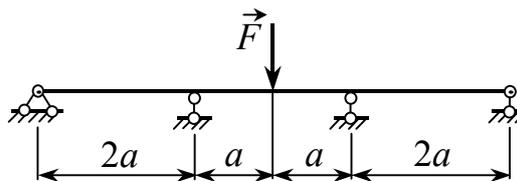
8.4. Балка постоянной жесткости EI нагружена силой F . В сечении B балка шарнирно опирается на стержень, жесткость которого на сжатие $EA = kEI/a^2$. При каком значении безразмерного коэффициента k моменты над опорой B и в заделке A будут одинаковы?



моментами над опорой B и в заделке A будут одинаковы?

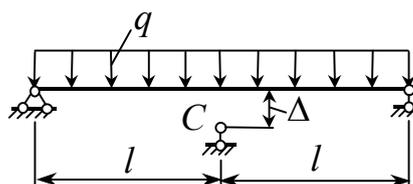
Ответ: $k = 1$.

8.5. На какую величину необходимо опустить средние опоры балки, чтобы изгибающие моменты в сечениях над этими опорами обратились в нуль, если $F = 10$ кН, $EI = 2$ МН·м², $a = 2$ м?



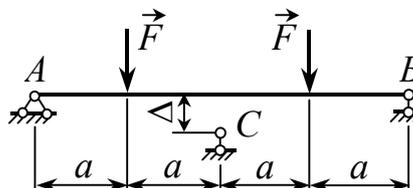
Ответ: $\Delta = Fa^3/(2EI) = 20$ мм.

8.6. При какой величине зазора Δ все три реакции равны между собой, если $q = 10$ кН/м, $l = 6$ м, $EI = 14$ МН·м²?



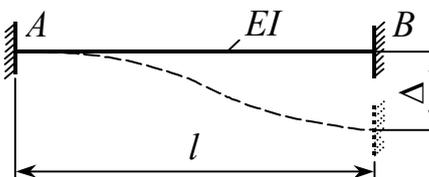
Ответ: $\Delta = 7ql^4/(72EI) = 90$ мм.

8.7. При какой величине зазора Δ изгибающий момент в сечении C равен нулю, если $F = 72$ кН, $a = 3$ м, $EI = 12$ МН·м²?



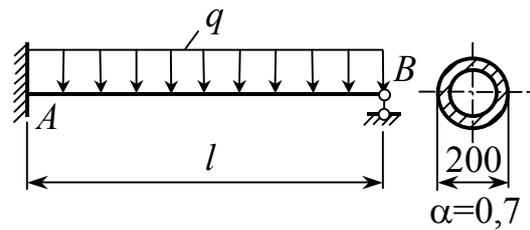
Ответ: $\Delta = Fa^3/(2EI) = 81$ мм.

8.8. Опора B защемленной по концам балки получает линейное перемещение $\Delta = 0,004l$. Считая жесткость балки постоянной, найти угол поворота среднего сечения.



Ответ: $\theta_C = 6$ мрад.

8.9. Определить допустимое значение погонной нагрузки q , если $[\sigma] = 180$ МПа, $E = 200$ ГПа, $l = 6$ м. Насколько следует сместить опору B ,

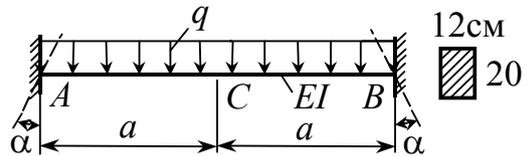


чтобы обеспечить наибольшую грузоподъемность балки и чему равна величина допустимой нагрузки в этом случае?

Ответ: а) $\Delta_B = 0$, $[q] = 24$ кН/м;

б) $\Delta_B = 0,013ql^4/(EI) = 49$ мм (вверх), $[q] = 35$ кН/м.

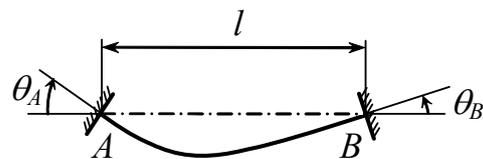
8.10. Определить наибольшие напряжения в стальной балке сечением 12×20 см, если $q = 48$ кН/м, $a = 3$ м. На



какие углы α следует повернуть концевые сечения балки, чтобы добиться максимального снижения наибольших напряжений? Оценить в процентах достигаемое снижение.

Ответ: а) $\alpha = 0$, $\sigma_{\max} = 180$ МПа; б) $\alpha = qa^3/(12EI) = 6,75$ мрад, $\sigma'_{\max} = 135$ МПа (снижение на 25%).

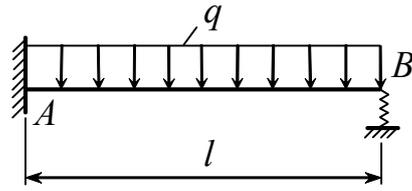
8.11. Горизонтальная стальная балка AB предварительно изгибается, а затем концы ее защемляют. При



этом касательные к упругой линии составляют с горизонтальной прямой углы $\theta_A = 8$ мрад и $\theta_B = 4$ мрад. Найти величину наибольших напряжений, если поперечное сечение балки симметрично относительно нейтральной оси и высота его равна $h = 0,05l$.

Ответ: $\sigma_{\max} = 120$ МПа.

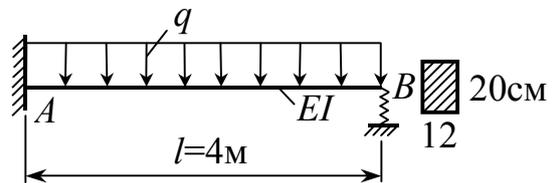
8.12. Балка жесткостью EI и пролетом l заделана левым концом, а правым концом опирается на пружину.



При какой жесткости пружины c реакция опоры A в 4 раза больше усилия в пружине N , если $EI = 7 \text{ МН}\cdot\text{м}^2$, $l = 2 \text{ м}$.

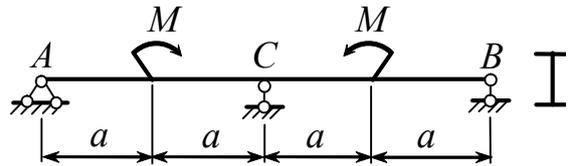
Ответ: $c = 24EI/(7l^3) = 30 \text{ кН/см}$.

8.13. Найти осадку Δ пружины жесткостью $c = 15 \text{ кН/см}$, если $q = 30 \text{ кН/м}$, $l = 4 \text{ м}$.



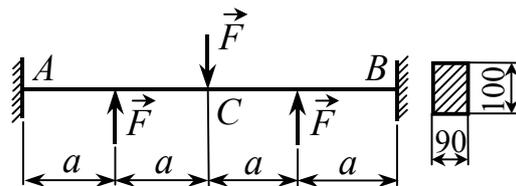
Ответ: $\Delta = 20 \text{ мм}$.

8.14. Подобрать номер двутаврового профиля, полагая $M = 48 \text{ кН}\cdot\text{м}$, $a = 1 \text{ м}$, $[\sigma] = 160 \text{ МПа}$.



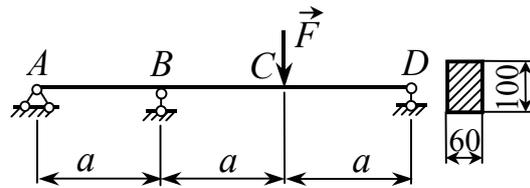
Ответ: Двутавр № 20.

8.15. Определить допустимое значение силы F для заданной стальной балки, полагая $[\sigma] = 160 \text{ МПа}$, $a = 1 \text{ м}$.



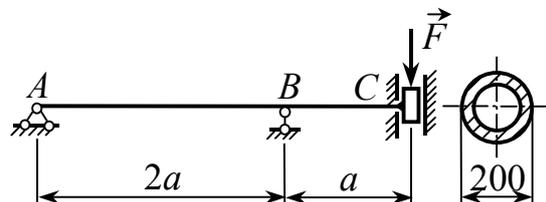
Ответ: $[F] = 96 \text{ кН}$.

8.16. Определить допустимое значение силы F , если $a = 3$ м, $[\sigma] = 180$ МПа. Какое вертикальное перемещение следует сообщить опоре B , чтобы обеспечить наибольшую грузоподъемность балки, и какова величина силы F в этом случае?



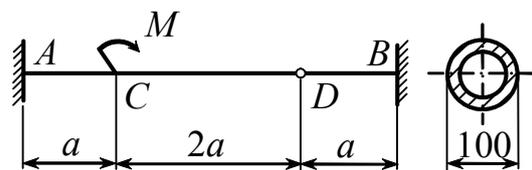
Ответ: а) $\Delta_B = 0$, $[F] = 16$ кН; б) $\Delta_B = Fa^3/(18EI) = 24$ мм, $[F] = 18$ кН, т.е. грузоподъемность увеличивается на 12,5%.

8.17. Проверить прочность и жесткость стальной балки, если $F = 60$ кН, $[\sigma] = 210$ МПа, $[f_c] = 10$ мм, $a = 2$ м, $\alpha = d_B/d_H = 0,84$.



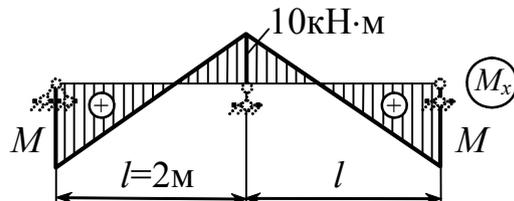
Ответ: $\sigma_{\max} = 210$ МПа, $v_c = 11$ мм $> [f_c]$, т.е. прочность балки обеспечена, а жесткость недостаточна.

8.18. Проверить прочность стальной балки, полагая $M = 14$ кН·м, $[\sigma] = 160$ МПа, $a = 1$ м, $\alpha = d_B/d_H = 0,84$.



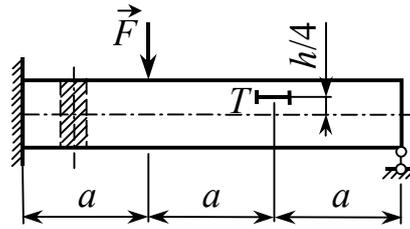
Ответ: $\sigma_{\max} = 150$ МПа.

8.19. Для трехопорной балки задана эпюра изгибающего момента. Определить величину неизвестного момента M .



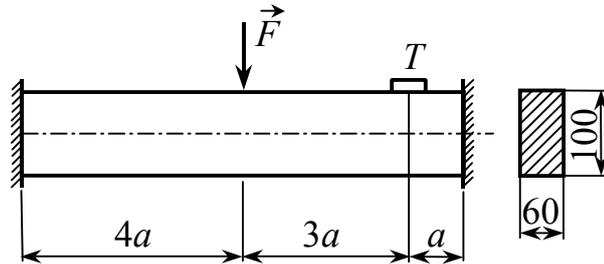
Ответ: $M = 20$ кН·м.

8.20. На стальную балку прямоугольного сечения 4×10 см параллельно ее оси наклеен тензодатчик. Определить величину силы F , если $a = 0,6$ м; $\varepsilon_T = -1,0 \cdot 10^{-4}$.



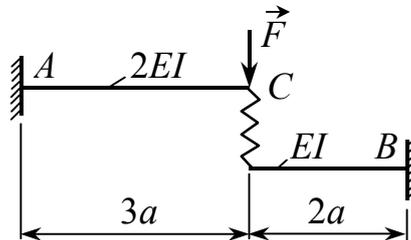
Ответ: $F = 30$ кН.

8.21. Определить модуль упругости материала балки длиной 80 см, если при ее нагружении силой $F = 60$ кН деформация тензометра T составила $\varepsilon_T = 3 \cdot 10^{-4}$.



Ответ: $E = 100$ ГПа.

8.22. Две балки свободно соединены между собой пружиной жесткостью $c = 2EI/9a^3$. Вычислить усилие N в пружине и опорные моменты, если $F = 70$ кН, $a = 1$ м.

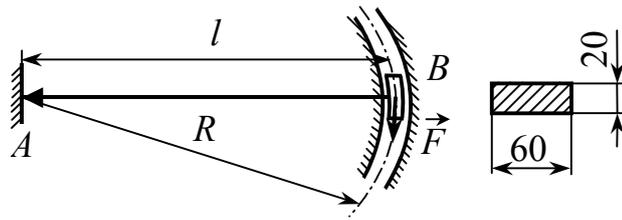


Ответ: $N = 27$ кН, $M_A = -129$ кН·м, $M_B = -54$ кН·м.

8.23. Четырехпролетная неразрезная балка с равными пролетами выполнена из деревянного бруса длиной 8 м с отношением высоты поперечного сечения к ширине равным 1,5. Балка загружена по всей длине равномерно распределенной нагрузкой интенсивности $q = 7$ кН/м. Определить размеры бруса, полагая $[\sigma] = 8$ МПа.

Ответ: $b = 10$ см.

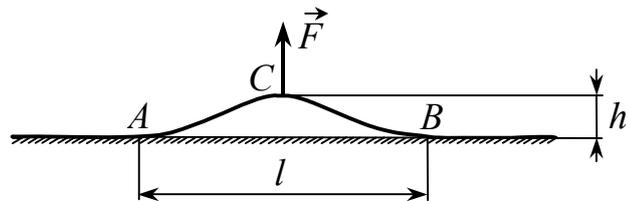
8.24. Один конец стальной балки жестко заделан на неподвижной опоре, а другой жестко заделан в ползун,



который может перемещаться по окружности радиуса $R = l$. Определить наибольшее напряжение в балке, а также прогиб и угол поворота сечения B , если $F = 1,5$ кН; $R = 0,5$ м.

Ответ: $\sigma_{\max} = 125$ МПа; $\theta_B = 7,8$ мрад; $\nu_B = 3,9$ мм.

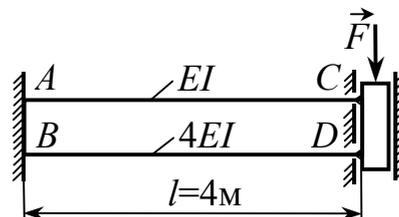
8.25. Длинная труба наружным диаметром 130 мм и толщиной 4,9 мм поднимается за середину силой F . Из условия прочности трубы определить максимальную высоту подъема, длину приподнятой части l и необходимую величину силы F , если $[\sigma] = 260$ МПа.



Из условия прочности трубы определить максимальную высоту подъема, длину приподнятой части l и необходимую величину силы F , если $[\sigma] = 260$ МПа.

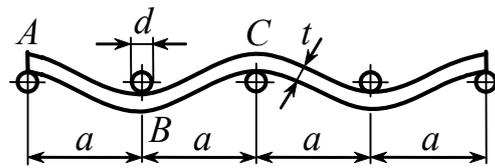
Ответ: $h_{\max} = 1$ м, $l = 49$ м; $F \cong 5$ кН.

8.26. Ползун CD жестко связан с двумя стержнями AC и BD разной изгибной жесткости. Найти реакции в опорных закреплениях A и B при действии на ползун силы $F = 10$ кН.



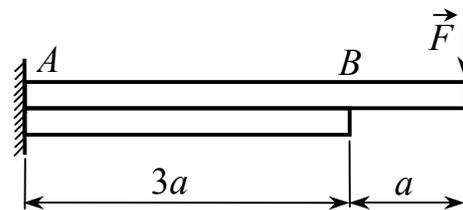
Ответ: $R_A = 2$ кН, $M_A = 4$ кН·м, $R_B = 8$ кН, $M_B = 16$ кН·м.

8.27. Упругая полоса сечением 80×3 мм и жесткостью $EI = 35 \text{ Н} \cdot \text{м}^2$ протянута между 5 роликами диаметром 3 мм, центры которых лежат на одной прямой. Найти наибольшее напряжение в полосе, если $a = 100$ мм.



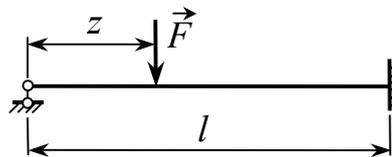
Ответ: $\sigma_{\max} = 900 \text{ МПа}$.

8.28. Две стальные балки одинаковой жесткости соприкасаются во всех точках до нагружения и в точках A , B – после нагружения силой F . Найти максимальную высоту щели, которая образуется между балками под нагрузкой $F = 6 \text{ кН}$, если $EI = 1 \text{ МН} \cdot \text{м}^2$, $a = 1 \text{ м}$.



Ответ: $\Delta_{\max} = Fa^3 / (3EI) = 2 \text{ мм}$.

8.29. При каком значении z изгибающий момент под силой F будет максимальным?

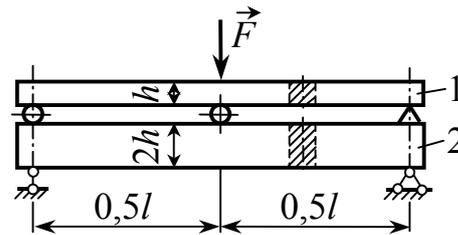


Ответ: $z = 0,365l$.

8.30. Стальная двутавровая балка № 22 длиной 4 м опирается по концам на шарнирные жесткие опоры, а посередине длины – на деревянную стойку высотой 8 м и площадью поперечного сечения 400 см^2 . В одном метре от опор приложены две силы $F = 30 \text{ кН}$ каждая. Найти напряжение в стойке и наибольшее напряжение в балке.

Ответ: $\sigma_c = 1 \text{ МПа}$, $\sigma_b = 47 \text{ МПа}$.

8.31. Как распределяется нагрузка между балками, которые отличаются только высотой поперечного сечения, если $F = 90$ кН? Установите



также соотношение наибольших нормальных напряжений.

Ответ: $F_1 = 10$ кН, $F_2 = 80$ кН, $\sigma_2 / \sigma_1 = 2$.

8.32. Деревянная балка квадратного сечения 30×30 см, длиной 3 м подвешена на трех стальных тросах длиной 2 м и площадью поперечного сечения по 8 см^2 каждая. Два троса поддерживают балку по концам, третья – посередине. На балку действует посередине ее длины сила $F = 130$ кН. Определить величины напряжений в тросах и наибольшее нормальное напряжение в балке.

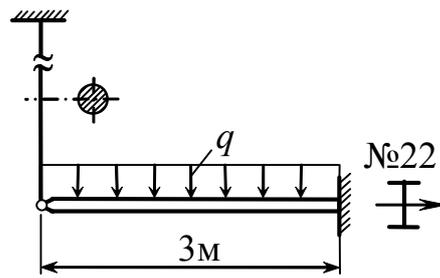
Ответ: а) тросы: крайние – 10 МПа, средняя – 142,6 МПа;

б) балка – 2,7 МПа.

8.33. Двутавровая балка № 55 установлена на трех двутавровых стойках № 20. Стойки делят длину балки на два пролета по 1,5 м. Высота стоек 3 м. После установки балки средняя стойка нагрета на 40°C . Определить напряжения в стойках и наибольшее нормальное напряжение в балке.

Ответ: $\sigma_c = 41,5$ МПа; $\sigma_6 = 41,7$ МПа.

8.34. Двутавровая стальная балка № 22 поддерживается на свободном конце стальной тягой диаметром 25 мм и длиной 8 м.



Определить напряжение в тяге и наибольшее нормальное напряжение в балке, если $q = 30$ кН/м. Как изменятся напряжения, если тяга окажется на 2,5 мм длиннее проектной длины?

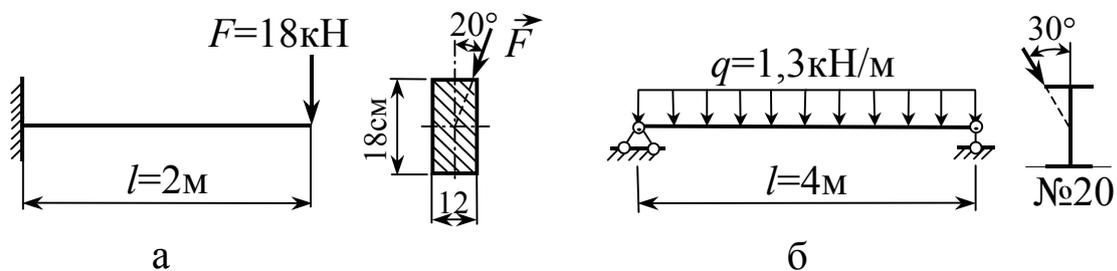
Ответ: а) $\sigma_T = 66$ МПа, $\sigma_b = 165$ МПа;

б) $\sigma_T = 63$ МПа, $\sigma_b = 182$ МПа.

9. СЛОЖНОЕ СОПРОТИВЛЕНИЕ

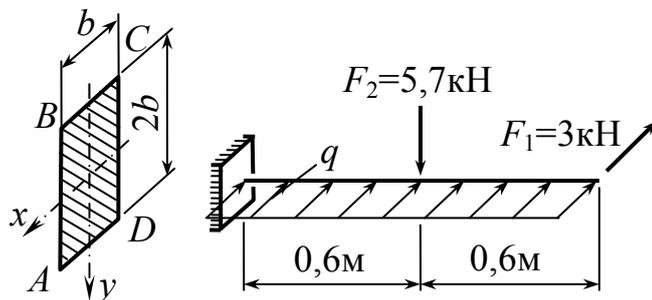
Косой изгиб

9.1. Проверить прочность и жесткость стальной балки, если $[\sigma] = 140 \text{ МПа}$ и $[f] = l/400$.



Ответ: а) $\sigma_{\max} = 80,7 \text{ МПа} < [\sigma]$; $f = 5 \text{ мм} = [f]$;
 б) $\sigma_{\max} = 68,6 \text{ МПа} < [\sigma]$; $f = 9,5 \text{ мм} < [f]$.

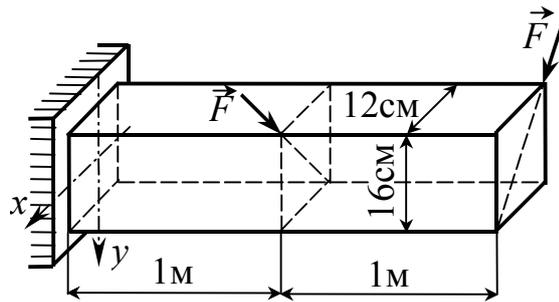
9.2. Подобрать размеры поперечного сечения деревянной балки и построить эпюру нормальных напряжений в опасном



сечении балки, если $[\sigma] = 15 \text{ МПа}$ и $[\tau] = 3 \text{ МПа}$, $q = 3 \text{ кН/м}$.

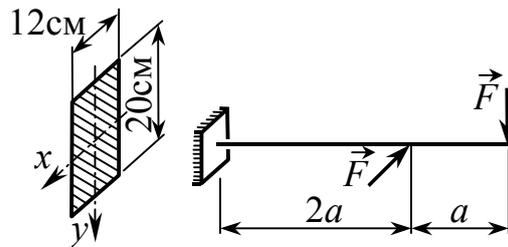
Ответ: $b = 12 \text{ см}$; $\sigma_A = -\sigma_C = 7 \text{ МПа}$; $\sigma_B = -\sigma_D = 13 \text{ МПа}$.

9.3. Для деревянной балки требуется определить величины допускаемых сил F и положение нулевой линии в опасном сечении, а также величину и направление полного прогиба свободного конца, если $E = 10$ ГПа, $[\sigma] = 10$ МПа.



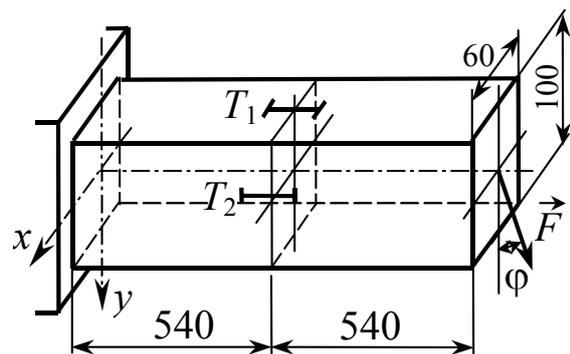
Ответ: $F = 1,6$ кН; $\beta = 23^{\circ}58'$ (к оси x); $f = 13,34$ мм;
 $\gamma = 55^{\circ}04'$.

9.4. Определить наибольшее нормальное напряжение и положение нейтральной оси в опасном сечении балки, если $F = 48$ кН, $a = 50$ см.



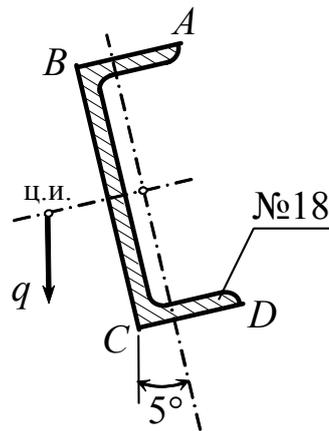
Ответ: $\sigma_{\max} = 190$ МПа, $\beta = 61^{\circ}38'$.

9.5. При нагружении стальной балки силой F замеренные в направлении баз тензодатчиков деформации составили $\varepsilon_1 = 2 \cdot 10^{-4}$, $\varepsilon_2 = 3 \cdot 10^{-4}$. Найти величину и направление силы F , а также наибольшее напряжение в балке.



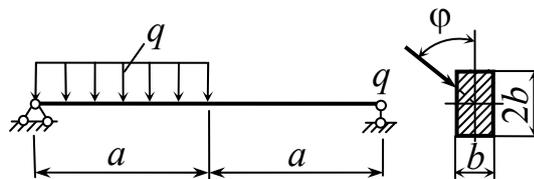
Ответ: $F = 10$ кН, $\varphi \cong 42^{\circ}$, $\sigma_{\max} = 200$ МПа.

9.6. Шарнирно опертый по концам швеллер нагружен равномерно распределенной нагрузкой интенсивности $q = 5 \text{ кН/м}$. Определить нормальные напряжения в точках A, B, C и D опасного сечения балки, а также величину и направление наибольшего прогиба, если длина балки $l = 4 \text{ м}$.



Ответ: $\sigma_A = -133,6 \text{ МПа}$; $\sigma_B = -62,6 \text{ МПа}$; $\sigma_C = 101,9 \text{ МПа}$;
 $\sigma_A = -133,6 \text{ МПа}$; $\sigma_D = 30,9 \text{ МПа}$; $f = 1,14 \text{ см}$;
 $\gamma = 42^\circ 33'$ (к оси x).

9.7. Определить требуемые размеры поперечного сечения стальной балки, если $q = 16 \text{ кН/м}$,



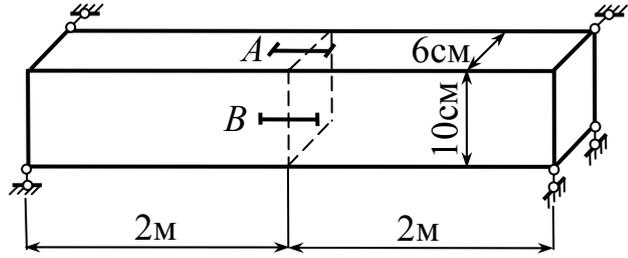
$\varphi = 50^\circ$, $a = 1 \text{ м}$, $[\sigma] = 160 \text{ МПа}$. Найти также положение нейтральной оси в опасном сечении.

Ответ: $b = 45 \text{ мм}$, $\beta = 78^\circ 09'$.

9.8. Защемленная одним концом двутавровая балка № 24а длиной 1,4 м, нагруженная на свободном конце сосредоточенной силой F , прогнулась под силой на 3 мм. Направление прогиба совпало с биссектрисой угла между главными осями инерции поперечного сечения балки. Определить величину и направление силы F , а также наибольшее растягивающее напряжение в балке.

Ответ: $F = 17,65 \text{ кН}$; $\varphi = 3^\circ 55'$ (к вертикали);
 $\sigma_{\max} = 118,4 \text{ МПа}$.

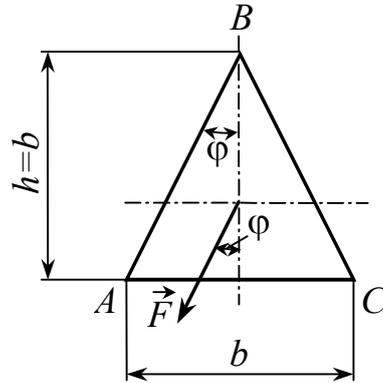
9.9. Деформации в точках A и B стальной балки по направлениям баз датчиков, определенные с помощью элек-



троннометрической установки, равны соответственно $\varepsilon_A = 4,33 \cdot 10^{-4}$, $\varepsilon_B = 4,17 \cdot 10^{-4}$. Найти величину и направление силы F , приложенной посередине балки.

Ответ: $F = 10$ кН; $\varphi = 30^\circ$ (к вертикали).

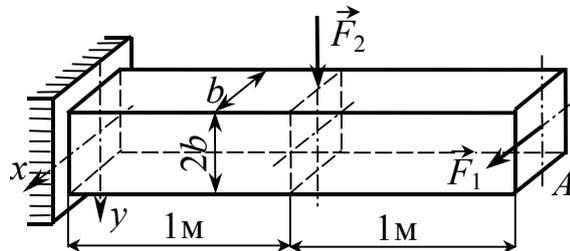
9.10. Чугунная балка треугольного поперечного сечения, шарнирно опертая по концам, в плоскости, параллельной стороне AB , изгибается сосредоточенной силой $F = 24$ кН, приложенной посередине пролета $l = 1,8$ м. Определить необходимые размеры поперечного сечения балки, если $[\sigma_p] = 40$ МПа и $[\sigma_c] = 120$ МПа.



Определить необходимые размеры поперечного сечения балки, если $[\sigma_p] = 40$ МПа и $[\sigma_c] = 120$ МПа.

Ответ: $b = 18$ см.

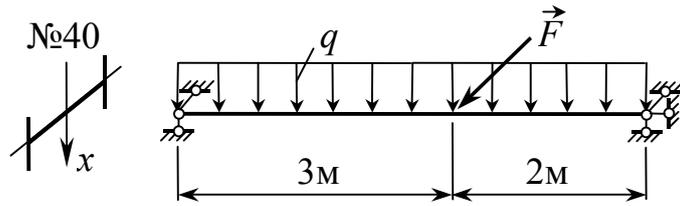
9.11. Подобрать сечение балки и определить полный прогиб ее на свободном конце по величине и направлению, если



$[\sigma] = 10$ МПа, $E = 10$ ГПа, $F_1 = 0,8$ кН, $F_2 = 1,65$ кН.

Ответ: $b = 9$ см; $f_A = 1,98$; $\gamma = 9^\circ 08'$ (к оси x).

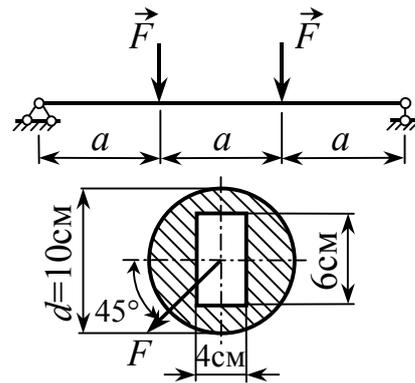
9.12. Двутавровая балка № 40 используется в качестве опоры для горизонтально расположенного домкрата, действие которого на балку сводится к сосредоточенной силе F . Учитывая собственный вес балки q , определить наибольшую допускаемую нагрузку на домкрат, если $[\sigma] = 160$ МПа.



горизонтально расположенного домкрата, действие которого на балку сводится к сосредоточенной силе F . Учитывая собственный вес балки q , определить наибольшую допускаемую нагрузку на домкрат, если $[\sigma] = 160$ МПа.

Ответ: $[F] = 110$ кН.

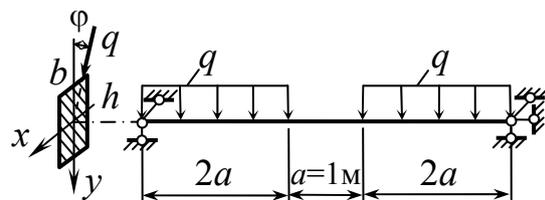
9.13. Проверить прочность балки и построить эпюру нормальных напряжений в опасном сечении, если $F = 14$ кН, $a = 1$ м, $[\sigma] = 160$ МПа.



Ответ: $\sigma_{\max} = 160$ МПа (прочность обеспечена);

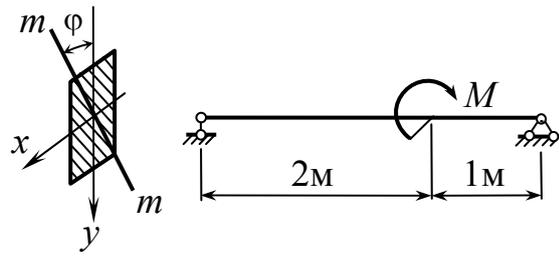
$\beta = 42^\circ 24'$ (к оси x).

9.14. Подобрать размеры поперечного сечения балки, если $q = 2$ кН/м, $\varphi = 30^\circ$, $[\sigma] = 10$ МПа, $h/b = 1,5$.



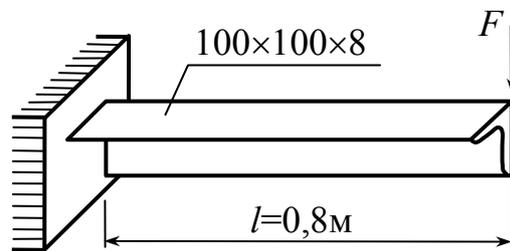
Ответ: $b = 12$ см.

9.15. Определить величину допускаемого момента, плоскость которого наклонена к вертикали на угол $\varphi = 20^\circ$, если $[\sigma] = 160$ МПа, $b = 6$ см, $h = 18$ см.



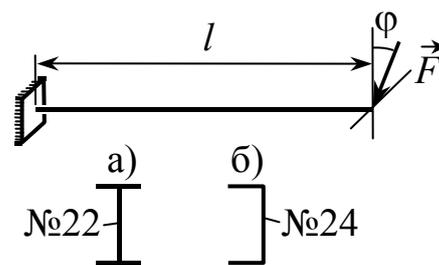
Ответ: $[M] = 40$ кН·м.

9.16. Определить допускаемое значение силы F , если $[\sigma] = 140$ МПа. При найденном значении силы построить эпюру нормальных напряжений в опасном сечении.



Ответ: $[F] = 3$ кН.

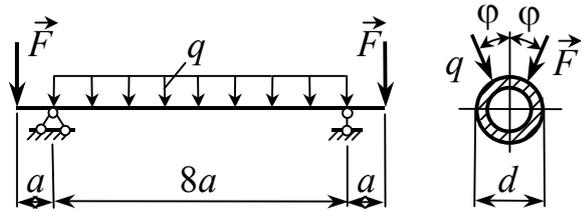
9.17. Консольные балки из двутавра и швеллера, имеющие одинаковую площадь поперечного сечения и длину, нагружены силой F



под углом $\varphi = 18^\circ$ к вертикали. В балке из швеллера сила приложена в центре изгиба. Установите, какая из балок обладает большей несущей способностью и выполните количественную оценку.

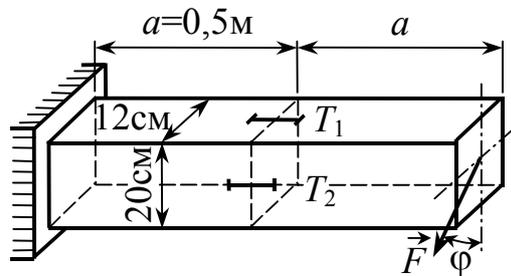
Ответ: На 8,7% выше у швеллера.

9.18. Подобрать сечение балки и определить положение нейтральной оси в опасном сечении, если $q = 2,3$ кН/м, $F = 6$ кН, $[\sigma] = 80$ МПа, $a = 0,5$ м, $\varphi = 30^\circ$, $d_b/d_n = 0,8$.



Ответ: $d = 10$ см; $\beta = 69^\circ 47'$ (к оси x).

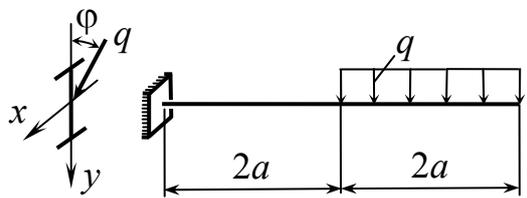
9.19. Установите наибольшее отклонение от вертикали силы $F = 80$ кН, при котором еще сохраняется прочность стальной балки,



если $[\sigma] = 150$ МПа. При найденном значении φ определить деформации в направлении баз тензометров T_1 и T_2 .

Ответ: $\varphi = \pm 20^\circ$; $\varepsilon_1 = 2,35 \cdot 10^{-4}$; $\varepsilon_2 = 1,43 \cdot 10^{-4}$.

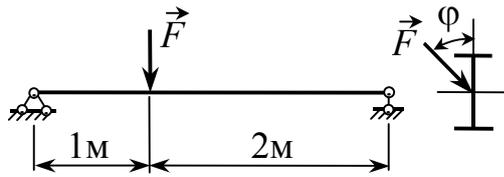
9.20. Для балки двутаврового профиля № 55 определить величину допускаемой нагрузки из условия прочности и жесткости, если $[\sigma] = 160$ МПа, $[f] = 1$ см, $a = 1$ м, $\varphi = 30^\circ$.



если $[\sigma] = 160$ МПа, $[f] = 1$ см, $a = 1$ м, $\varphi = 30^\circ$.

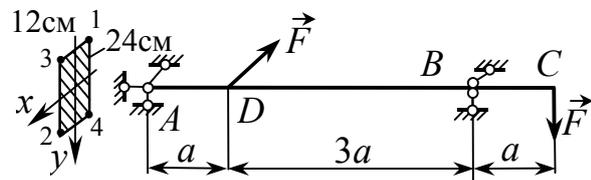
Ответ: $[q] = 2$ кН/м (из условия жесткости).

9.21. Подобрать сечение двутавровой балки и найти положение нейтральной оси в опасном сечении, если $F = 60$ кН, $\varphi = 30^\circ$, $[\sigma] = 160$ МПа.



Ответ: двутавр №55, $\beta = 87^\circ 34'$.

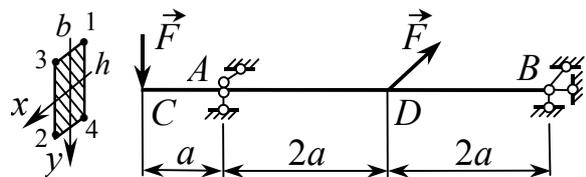
9.22. Проверить прочность деревянной балки и построить эпюру нормальных напряжений



на плоскости и в аксонометрии для опасного сечения. Найти также величину и направление полного прогиба сечения C. Дано: $F = 6,4$ кН, $[\sigma] = 10$ МПа, $E = 10$ ГПа, $a = 1$ м.

Ответ: $\sigma_1 = -\sigma_2 = 9,7$ МПа; $\sigma_4 = -\sigma_3 = 7$ МПа; $\beta = -85^\circ 14'$;
 $u_C = 1,16$ см; $v_C = 0,77$ см; $f_C = 1,4$ см; $\gamma = 33^\circ 35'$.

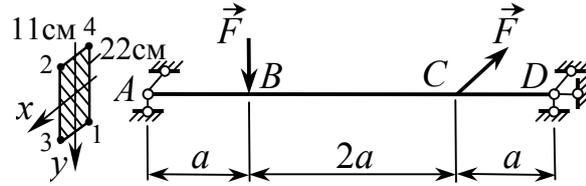
9.23. Подобрать размеры поперечного сечения балки и построить эпюру нормальных напряжений в



опасном сечении. Найти также величину и направление полного прогиба сечения C. Дано: $F = 6$ кН, $[\sigma] = 10$ МПа, $E = 10$ ГПа, $a = 1$ м, $h/b = 2$.

Ответ: $b = 13$ см; $\sigma_1 = -\sigma_2 = 10,3$ МПа; $\sigma_4 = -\sigma_3 = 6,1$ МПа;
 $\beta = -82^\circ 53'$; $u_C = 1,26$ см; $f_C = 1,37$ см; $\gamma = 22^\circ 35'$;
 $v_C = 0,53$ см.

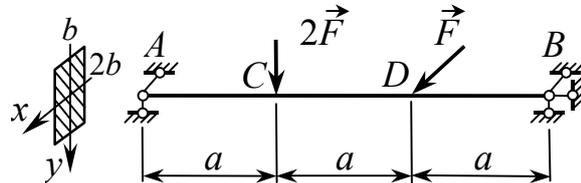
9.24. Определить допускаемое значение силы F и построить эпюру нормальных напряжений для опасного сечения. Найти также величину и направление полного прогиба сечения C .



Дано: $[\sigma] = 11$ МПа, $E = 10$ ГПа, $a = 1$ м.

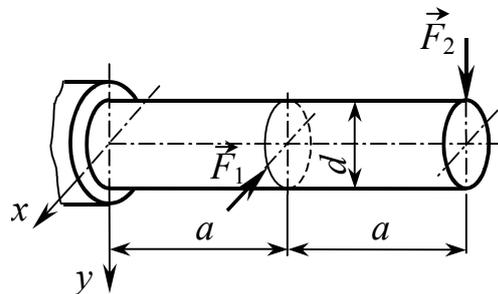
Ответ: $[F] = 5,6$ кН, $\sigma_1 = -\sigma_2 = 11$ МПа; $\sigma_4 = -\sigma_3 = 7,9$ МПа;
 $u_C = -1,67$ см; $v_C = 0,34$ см; $f_C = 1,71$ см; $\gamma = 169^\circ$.

9.25. Проверить прочность стальной балки, если $F = 24$ кН, $[\sigma] = 150$ МПа, $a = 1$ м, $b = 8$ см.



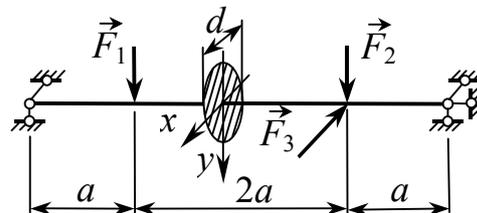
Ответ: $\sigma_{\max} = 140,6$ МПа.

9.26. Проверить прочность и жесткость стальной балки круглого сечения диаметром $d = 100$ мм, если $F_1 = 10$ кН, $F_2 = 6,5$ кН, $a = 1$ м, $[\sigma] = 180$ МПа, $[f] = 16$ мм.



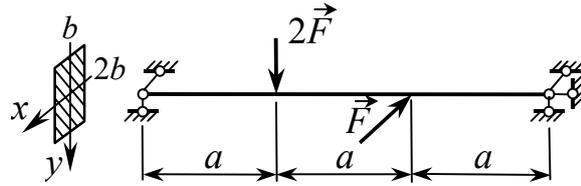
Ответ: $\sigma_{\max} = 167$ МПа (прочность обеспечена),
 $f = 19,6$ мм (жесткость недостаточна).

9.27. Определить из расчета на прочность требуемый диаметр поперечного сечения балки, если $F_1 = 16$ кН, $F_2 = 12$ кН, $F_3 = 20$ кН, $a = 50$ см, $[\sigma] = 100$ МПа.



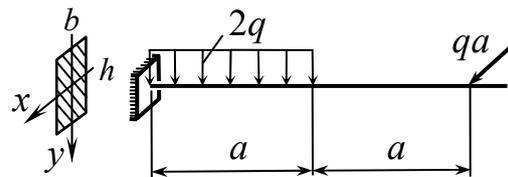
Ответ: $d = 100$ мм.

9.28. Определить из расчета на прочность требуемые размеры поперечного сечения стальной балки, если $F = 18$ кН, $a = 1$ м, $[\sigma] = 160$ МПа.



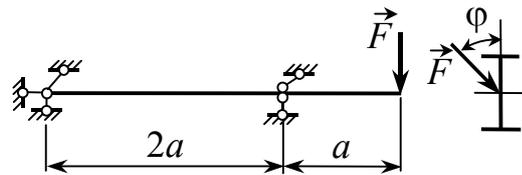
Ответ: $b = 70$ мм.

9.29. Определить из расчета на прочность и жесткость величину допускаемой нагрузки, если $a = 1$ м, $[\sigma] = 130$ МПа, $[f] = 6$ мм, $b = 6$ см, $h = 10$ см.



Ответ: $[q] = 3$ кН/м (из условия прочности).

9.30. Подобрать сечение двутавровой балки, удовлетворяющее условиям прочности и жесткости,



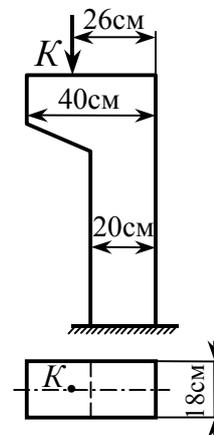
если $F = 8$ кН, $\varphi = 20^\circ$, $a = 2$ м, $[\sigma] = 160$ МПа, $[f] = 20$ мм.

Ответ: двутавр № 40 (из условия жесткости).

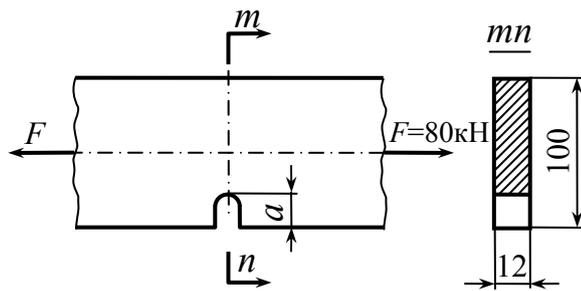
Внецентренное продольное нагружение

9.31. Проверить прочность нижней части бетонного столба прямоугольного поперечного сечения, если $F = 6$ кН, $[\sigma_p] = 0,7$ МПа; $[\sigma_c] = 7$ МПа.

Ответ: $\sigma_{\max} = 0,63$ МПа;
 $\sigma_{\min} = 0,97$ МПа.



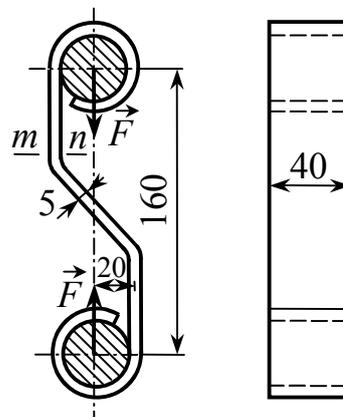
9.32. Стальная полоса растягивается центрально приложенными силами F . Какой глубины a может быть сделана в полосе односторонняя выточка при условии, что наибольшие нормальные напряжения в ней не превысят 150 МПа? Концентрацию напряжений в выточке во внимание не принимать.



При условии, что наибольшие нормальные напряжения в ней не превысят 150 МПа? Концентрацию напряжений в выточке во внимание не принимать.

Ответ: $a = 20,7$ мм.

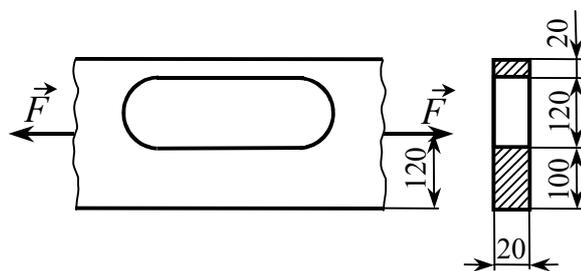
9.33. Пружина фрикционной соединительной муфты изготовлена из стальной полосы шириной 40 мм и толщиной 5 мм. При сцеплении двух валов на пружину действуют силы $F = 2,5$ кН. Определить наибольшие сжимающие напряжения, возникающие в сечении mn .



Определить наибольшие сжимающие напряжения, возникающие в сечении mn .

Ответ: $\sigma_{\min} = -312,5$ МПа.

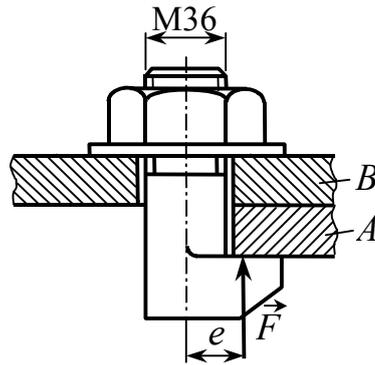
9.34. Листовой элемент рамы прямоугольного сечения, имеющий внецентренно расположенное сквозное отверстие, нагружен растягивающими силами $F = 180$ кН. Найти наибольшие растягивающие напряжения в ослабленном сечении и построить эпюру напряжений для этого же сечения.



Найти наибольшие растягивающие напряжения в ослабленном сечении и построить эпюру напряжений для этого же сечения.

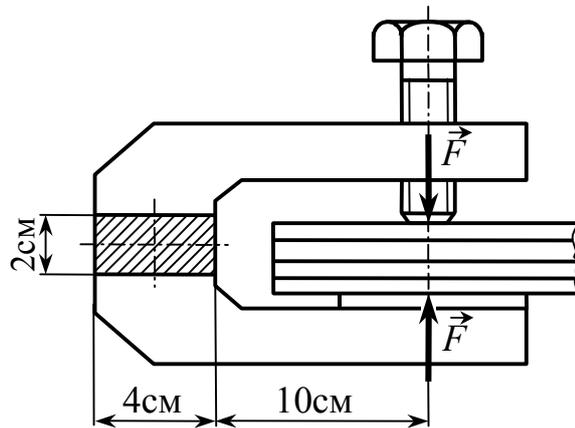
Ответ: $\sigma_{\max} = 167$ МПа.

9.35. Стальной болт М36 (наружный диаметр резьбы 36 мм, внутренний – 30 мм) с костыльной головкой прижимает фланец A к корпусу B с усилием $F = 20$ кН, приложенным с заданным эксцентриситетом $e = 2,2$ см. Определить наибольшие растягивающие напряжения в болте. Во сколько раз изменятся эти напряжения, если $e = 0$?



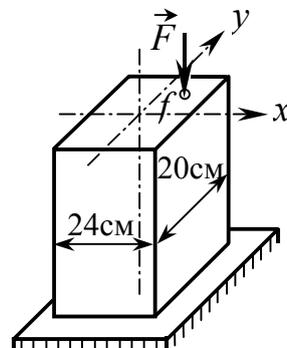
Ответ: $\sigma_{\max} = 194$ МПа; уменьшатся в 6,9 раза.

9.36. Стальная трубка сжимает пакет металлических полос силами F . Какую наибольшую силу F можно принять для трубки по условию ее прочности, если допускаемое напряжение материала $[\sigma] = 240$ МПа.



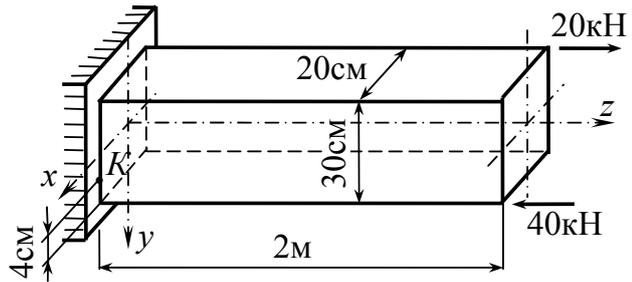
Ответ: $[F] = 10$ кН.

9.37. Определить наибольшее и наименьшее нормальные напряжения и построить эпюру нормальных напряжений, если $F = 600$ кН, $x_f = 6$ см, $y_f = 5$ см. Собственный вес не учитывать.



Ответ: $\sigma_{\max} = 25$ МПа, $\sigma_{\min} = -50$ МПа.

9.38. Для консольного бруса прямоугольного поперечного сечения определить нормальное напряжение в точке K и построить эпюру нормальных напряжений для заделки.

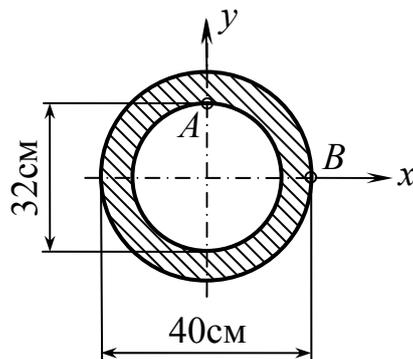


Ответ: $\sigma_K = -5,5 \text{ МПа}$;

$\sigma_{\max} = 5,7 \text{ МПа}$;

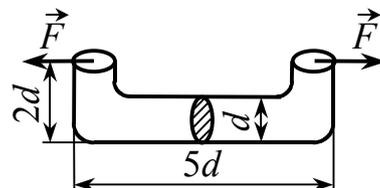
$\sigma_{\min} = -6,3 \text{ МПа}$.

9.39. Короткая чугунная колонна кольцевого сечения жестко заделана нижним концом. На свободном конце она нагружена продольными сжимающими силами в точке A $F_A = 800 \text{ кН}$ и в точке B $F_B = 400 \text{ кН}$. Определить наибольшее сжимающее напряжение и построить эпюру нормальных напряжений для поперечного сечения колонны.



Ответ: $\sigma_{\min} = -67 \text{ МПа}$.

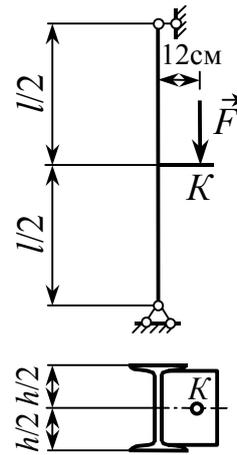
9.40. Определить наибольшее нормальное напряжение и положение нейтральной оси в опасном сечении ломаного стержня, если $\sigma_{\min} = -55 \text{ МПа}$.



Ответ: $\sigma_{\max} = 65 \text{ МПа}$; $a = -d/24$.

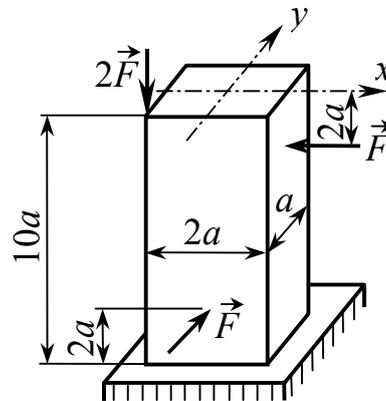
9.41. На короткую стойку двутаврового сечения, шарнирно закрепленную по концам, через кронштейн передается нагрузка $F = 65$ кН. Определить необходимый номер двутавра при допуске напряжении $[\sigma] = 160$ МПа.

Ответ: № 22.



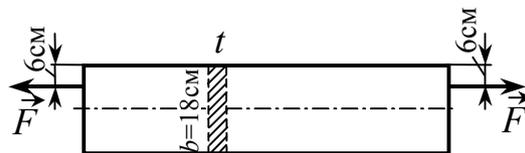
9.42. Определить наибольшее нормальное напряжение σ_{\max} и положение нейтральной оси в опасном сечении, если $\sigma_{\min} = -95$ МПа. Собственный вес не учитывать.

Ответ: $\sigma_{\max} = 85$ МПа,
 $a_o = a/15, b_o = -a/6$.



9.43. Найти необходимую толщину полосы, если $F = 90$ кН, $[\sigma] = 100$ МПа.

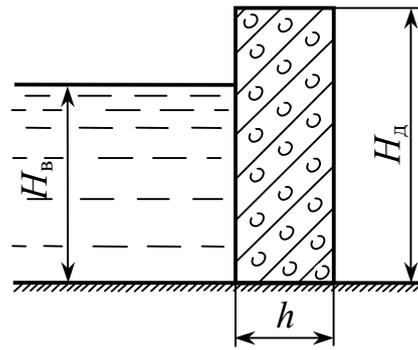
Ответ: $t = 1$ см.



9.44. Круглая цилиндрическая башня, имеющая высоту h , внутренний диаметр d_1 и наружный d_2 , слегка отклоняется от вертикали. Полагая, что на башню действует только ее собственный вес, определить максимальный угол φ отклонения от вертикали, при котором в башне нигде не возникают растягивающие напряжения. Выполнить количественную оценку, приняв $h = 5$ м, $d_1 = 1$ м, $d_2 = 1,2$ м.

Ответ: $\varphi_{\max} = (d_1^2 + d_2^2)/(4hd_2) = 0,1$ рад.

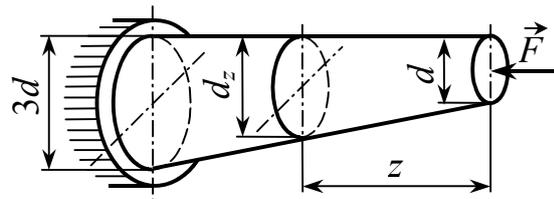
9.45. Бетонная дамба высотой $H_d = 1,6$ м, постоянной толщиной $h = 0,4$ м опирается на прочное основание и служит для удержания воды.



Найти максимальное и минимальное напряжения в основании дамбы, когда уровень воды достигает ее верхнего края. При каком максимальном уровне воды в бетоне не возникают растягивающие напряжения? Принять $\gamma_\sigma = 25$ кН/м³.

Ответ: $\sigma_{\max} = 216$ кПа; $\sigma_{\min} = -296$ кПа; $H_B = 0,86$ м.

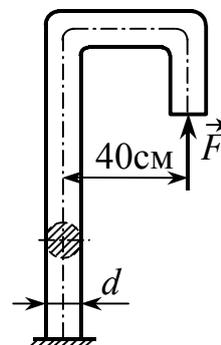
9.46. Определить наибольшее и наименьшее нормальные напряжения в брусе переменного сечения, если $F = 314$ кН, $d = 10$ см.



Ответ: $\sigma_{\max} = 10$ МПа ($d_z = 2d$),

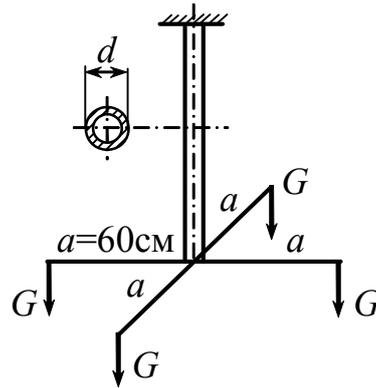
$\sigma_{\min} = -46,3$ МПа ($d_z = 1,2d$).

9.47. Определить диаметр круглой чугунной колонны, нагруженной силой $F = 16$ кН, если допустимое напряжение на растяжение для чугуна равно $[\sigma_p] = 35$ МПа.



Ответ: $d = 125$ мм.

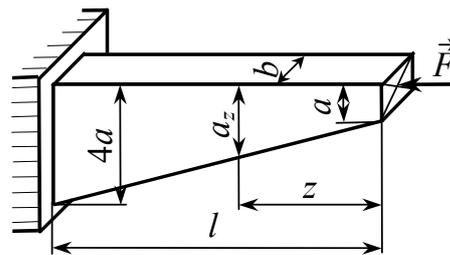
9.48. К горизонтально расположенной крестовине, жестко скрепленной со стальной трубой диаметром $d = 50$ мм и толщиной $t = 2$ мм, симметрично подвешены четыре одинаковых груза $G = 1$ кН.



Определить наибольшее напряжение в трубе при четырех грузах, а также в том случае, когда один из грузов снят.

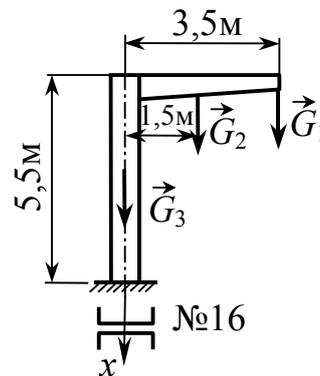
Ответ: $\sigma_{\max_1} = 13,2$ МПа; $\sigma_{\max_2} = 182,3$ МПа.

9.49. Определить наибольшее и наименьшее нормальные напряжения в брусе переменного сечения, если $F = 600$ кН, $a = 5$ см, $b = 10$ см.



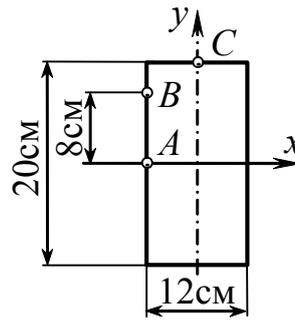
Ответ: $\sigma_{\max} = 40$ МПа ($a_z = 3a$),
 $\sigma_{\min} = -160$ МПа ($a_z = 1,5a$).

9.50. Столб, служащий для подвески одиночного трамвайного провода, состоит из двух швеллеров № 16. Определить напряжения в основании столба, учитывая вес провода $G_1 = 400$ Н, вес консоли $G_2 = 600$ Н и собственный вес столба G_3 .



Ответ: $\sigma_{\max} = 11,6$ МПа; $\sigma_{\min} = -13$ МПа.

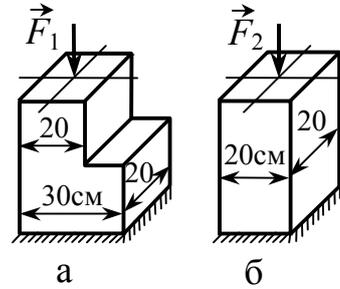
9.51. Стойка прямоугольного сечения подвергается действию продольной сжимающей силы F . Зная напряжения $\sigma_A = 0$, $\sigma_B = 2,4$ МПа, $\sigma_C = 0,5$ МПа,



определить величину силы F и координаты точки ее приложения, а также величину наибольшего сжимающего напряжения.

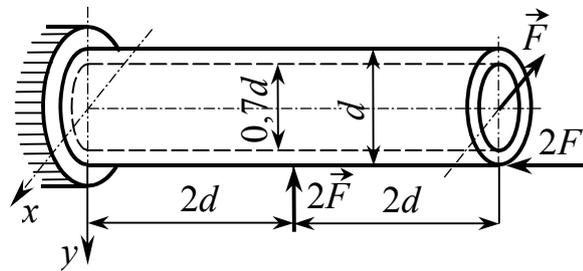
Ответ: $F = 60$ кН; $x_f = 2$ см; $y_f = -4$ см; $\sigma_{\min} = -8$ МПа.

9.52. Какова грузоподъемность F_1 стойки а, если для стойки б, изготовленной из того же материала, она равна $F_2 = 400$ кН?



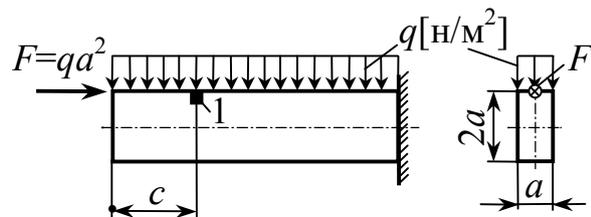
Ответ: $F_1 = 300$ кН.

9.53. Определить величину наибольшей безопасности нагрузки F , если $d = 10$ см, $[\sigma_p] = 100$ МПа, $[\sigma_c] = 150$ МПа. Собственный вес не учитывать.



Ответ: $[F] = 16$ кН.

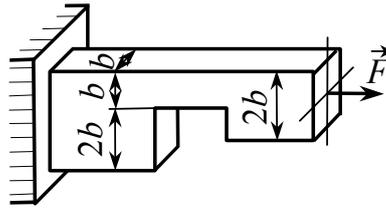
9.54. На каком расстоянии c расположен элемент 1, испытывающий чистый сдвиг, если $a = 4$ см?



Ответ: $c = 8$ см.

9.55. Определить необходимые размеры поперечного сечения бруса, если $F = 64 \text{ кН}$, $[\sigma] = 160 \text{ МПа}$.

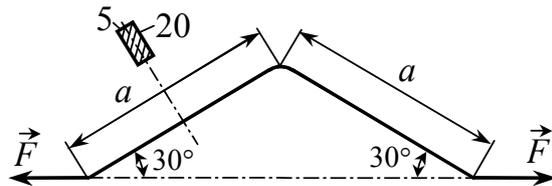
Ответ: $b = 4 \text{ см}$.



9.56. Определить величину наибольшей безопасной нагрузки F для стержня прямоугольного сечения $5 \times 20 \text{ мм}$, если $a = 16 \text{ см}$, $[\sigma] = 160 \text{ МПа}$.

5×20 мм, если $a = 16 \text{ см}$, $[\sigma] = 160 \text{ МПа}$.

Ответ: $[F] = 640 \text{ Н}$.



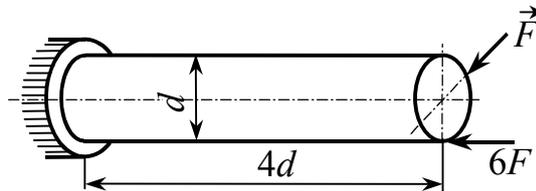
9.57. Определить необходимые размеры поперечного сечения бруса, если $F = 64 \text{ кН}$, $[\sigma_p] = 30 \text{ МПа}$, $[\sigma_c] = 120 \text{ МПа}$.

Ответ: $b = 8 \text{ см}$.

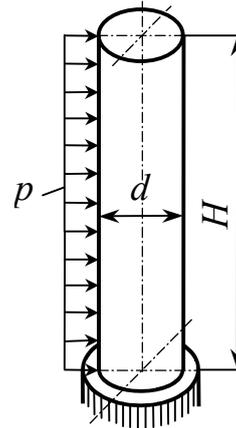


9.58. Определить величину наибольшей безопасности нагрузки F , если $[\sigma] = 150 \text{ МПа}$, $d = 4 \text{ см}$.

Ответ: $[F] = 4 \text{ кН}$.

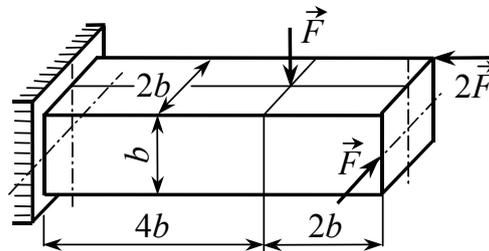


9.59. Круглая стойка высотой $H = 50$ м испытывает действие собственного веса ($\gamma = 25$ кН/м³) и боковое давление ветра $p = 900$ Па, распределенное равномерно по ее диаметральному сечению. Определить диаметр стойки из условия отсутствия в ней растягивающих напряжений.



Ответ: $d = 3$ м.

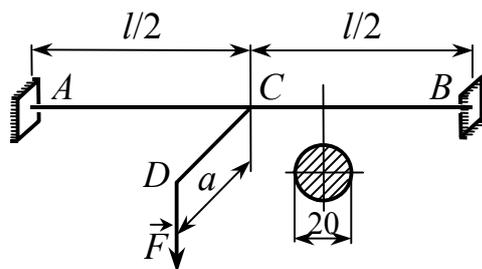
9.60. Определить величину наибольшей безопасной нагрузки F , если $[\sigma_p] = 10$ МПа, $[\sigma_c] = 12$ МПа, $b = 10$ см.



Ответ: $[F] = 5$ кН (из условия прочности на растяжение).

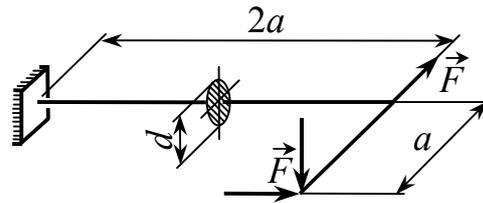
Изгиб с кручением

9.61. Оба конца стального стержня AB круглого сечения ($d = 2$ см) жестко зашпелены. Посередине пролета $l = 160$ см к нему прикреплена стальная поперечина CD такого же сечения длиной $a = 30$ см; на свободном конце ее приложена сила $F = 400$ Н. Определить расчетные напряжения в стержнях по III гипотезе прочности и найти перемещение точки D в направлении силы F .



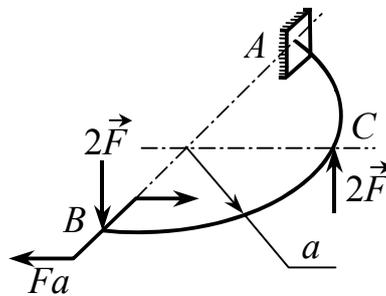
Ответ: $\sigma_{AB} = 127,3$ МПа; $\sigma_{CD} = 152,8$ МПа; $v_D = 16,9$ мм.

9.62. Кронштейн выполнен из круглого стержня диаметром $d = 80$ мм. Найти наибольшее эквивалентное напряжение по III гипотезе прочности, если $F = 4$ кН, $a = 0,5$ м.



Ответ: $\sigma_{\text{экв III}} = 149$ МПа.

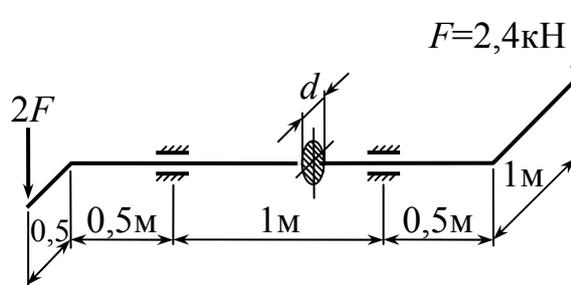
9.63. Круглый стержень диаметром $d = 10$ см изогнут в виде полукольца средним радиусом $a = 65$ см и зашпелен в сечении A. Определить



величину наибольшей безопасной нагрузки F по III гипотезе прочности при $[\sigma] = 160$ МПа.

Ответ: $[F] = 8$ кН.

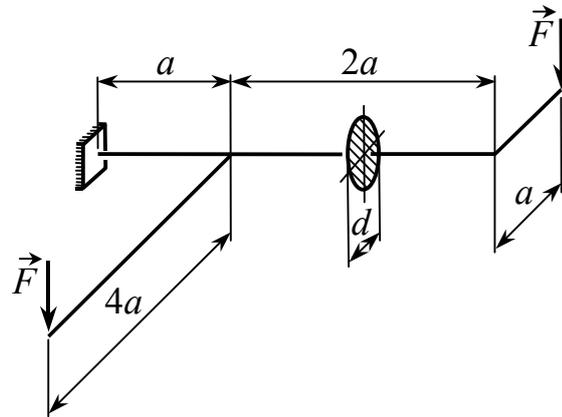
9.64. Определить размеры поперечного сечения ломаного стержня из расчета по III гипотезе прочности, если $[\sigma] = 160$ МПа.



Ответ: $d = 60$ мм.

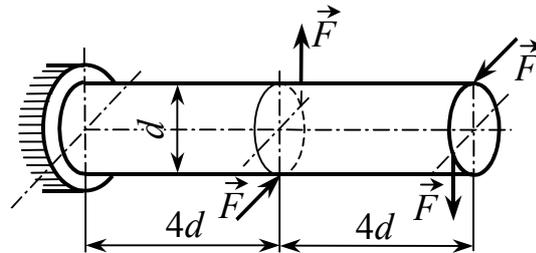
9.65. Определить безопасную нагрузку из расчета по третьей гипотезе прочности, если $[\sigma] = 160$ МПа, $a = 39$ см, $d = 10$ см.

Ответ: $[F] = 8$ кН.



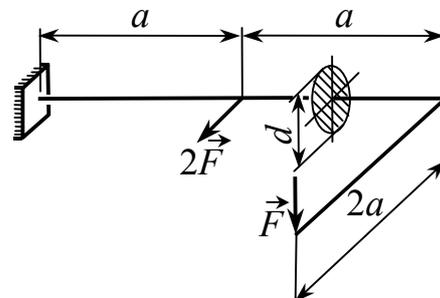
9.66. Пользуясь третьей гипотезой прочности, определить величину наибольшей безопасной нагрузки F , если $[\sigma] = 170$ МПа, $d = 85$ мм.

Ответ: $[F] = 20$ кН.



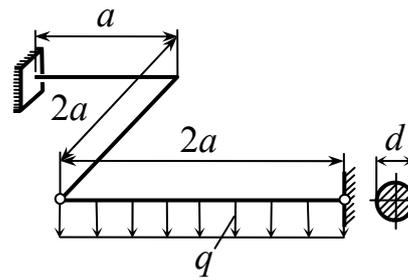
9.67. Пользуясь третьей гипотезой прочности, определить требуемый диаметр круглого ломаного стержня, если $a = 25$ см, $[\sigma] = 80$ МПа, $F = 2$ кН.

Ответ: $d = 60$ мм.

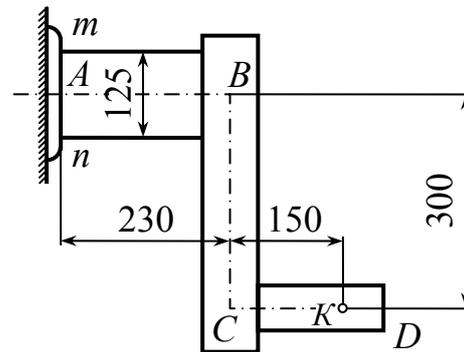


9.68. Для ломаного стержня круглого сечения диаметром $d = 20$ мм определить безопасную нагрузку из расчета по III гипотезе прочности, если $a = 20$ см, $[\sigma] = 160$ МПа.

Ответ: $[q] = 1,4$ кН/м.



9.69. Стальной коленчатый стержень $ABCD$, имеющий на участке AB круглое сечение диаметром 125 мм, нагружен в точке K силой $F = 20$ кН, перпендикулярной к плоскости чертежа. Пренебрегая касательными напряжениями от поперечной силы, определить в наиболее опасной точке сечения mn главные напряжения и эквивалентные напряжения по III и IV гипотезам прочности.



ми напряжениями от поперечной силы, определить в наиболее опасной точке сечения mn главные напряжения и эквивалентные напряжения по III и IV гипотезам прочности.

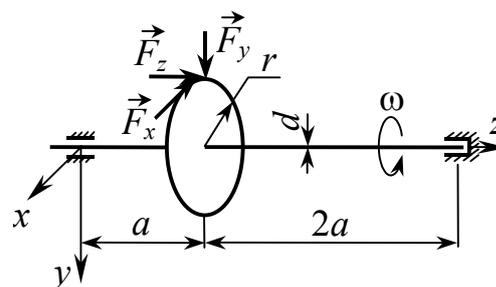
Ответ: $\sigma_1 = 45$ МПа; $\sigma_3 = -5,5$ МПа; $\sigma_{\text{экв III}} = 50,5$ МПа;

$\sigma_{\text{экв IV}} = 48$ МПа.

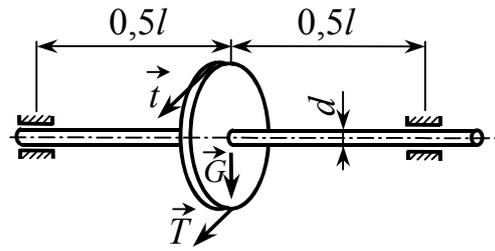
9.70. Вал конического прямозубого колеса диаметром $d = 50$ мм вращается с угловой скоростью $\omega = 50$ рад/с. На колесо действуют три силы:

$F_x = F$, $F_y = 0,30F$, $F_z = 0,15F$. Пользуясь III гипотезой прочности, определить максимальную передаваемую мощность, если $[\sigma] = 80$ МПа, $r = a = 60$ мм.

Ответ: $[P] = 40$ кВт.

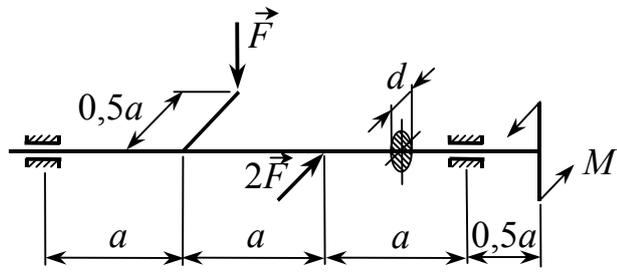


9.71. Посередине стального вала насажен шкив ременной передачи весом $G = 4$ кН. Натяжения горизонтально расположенных ветвей ремня равны $T = 4$ кН и $t = 2$ кН. Вал вращается с угловой скоростью $\omega = 16,7$ рад/с и передает мощность 14,7 кВт. Определить диаметр вала, используя III гипотезу прочности, если $l = 2$ м, $[\sigma] = 60$ МПа.



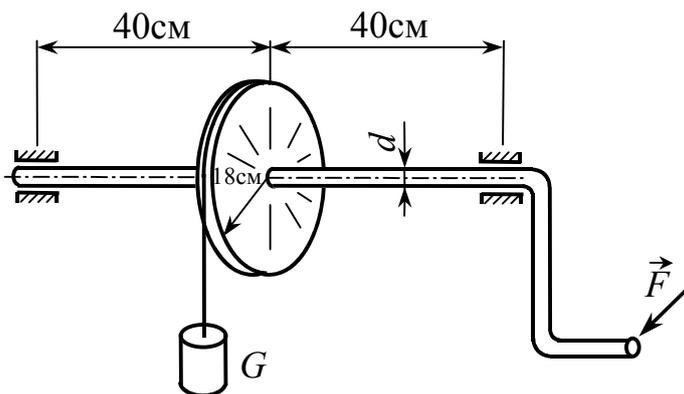
Ответ: $d = 86$ мм.

9.72. Определить размеры поперечного сечения ломаного стержня из расчета по третьей гипотезе прочности, если $F = 4,2$ кН, $[\sigma] = 150$ МПа, $a = 30$ см.



Ответ: $d = 50$ мм.

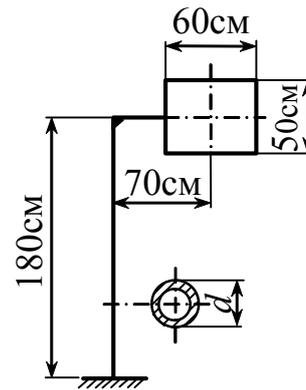
9.73. Из условия прочности по гипотезе наибольших касательных напряжений определить наибольшую допускаемую величину груза G , которую можно поднять при помощи ворота.



Вал ворота круглого поперечного сечения диаметром $d = 30$ мм. Допускаемое напряжение для материала вала $[\sigma] = 80$ МПа.

Ответ: $[G] = 790$ Н.

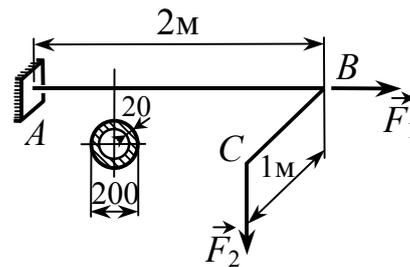
9.74. Дорожный знак укреплен на круглой трубчатой стойке с наружным диаметром $d = 80$ мм. Используя третью гипотезу прочности, определить необходимую толщину стенки стойки при



допускаемом напряжении $[\sigma] = 80$ МПа, если наибольшая ветровая нагрузка на знак равна $p = 1,5$ кПа.

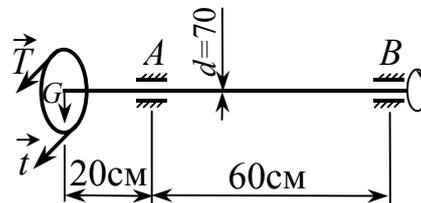
Ответ: $t = 2,4$ мм.

9.75. Пользуясь IV гипотезой прочности, проверить прочность стержня AB кольцевого сечения, если $F_1 = 250$ кН, $F_2 = 30$ кН, $[\sigma] = 160$ МПа.



Ответ: $\sigma_{\text{экв IV}} = 162$ МПа.

9.76. Вал диаметром 70 мм несет шкив ременной передачи весом $G = 5$ кН. Определить расчетное напряжение в вале по III гипотезе прочности, если натяжения ветвей равны $T = 10$ кН и $t = 5$ кН, а диаметр шкива $D = 80$ см.

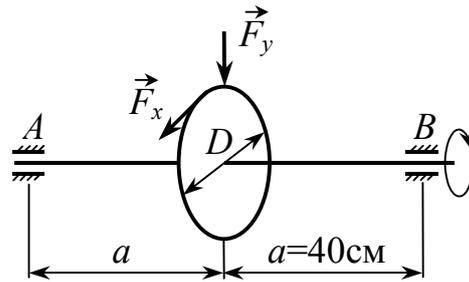


в вале по III гипотезе прочности, если натяжения ветвей равны $T = 10$ кН и $t = 5$ кН, а диаметр шкива $D = 80$ см.

Ответ: $\sigma_{\text{экв III}} = 111$ МПа.

9.77. В зацеплении на зубчатое колесо действуют окружная сила $F_x = 2,5$ кН и радиальная $F_y = 0,8$ кН. Определить диаметр вала по III гипотезе прочности, если $[\sigma] = 80$ МПа, $D = 40$ см.

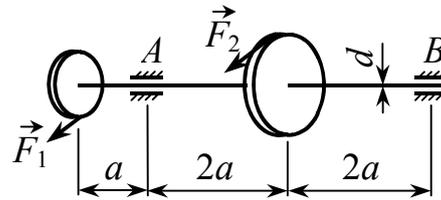
Ответ: $d = 45$ мм.



9.78. Промежуточный вал редуктора передает мощность $P = 10$ кВт при угловой скорости $\omega = 10$ рад/с.

Определить диаметр вала по III гипотезе прочности, если $F_1 = 4$ кН, $F_2 = 2$ кН, $[\sigma] = 80$ МПа, $a = 0,2$ м.

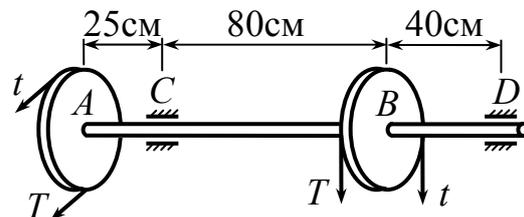
Ответ: $d = 55$ мм.



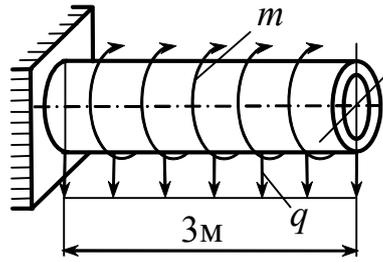
9.79. Вал передает мощность $P = 7$ кВт при угловой скорости $\omega = 10$ рад/с. Обе ветви ремня на шкиве A горизонтальны, а на шкиве B вертикальны. Исходя из III гипотезы прочности, определить необходимый диаметр вала, если $t = 1,5$ кН, $[\sigma] = 80$ МПа, диаметры шкивов одинаковы и равны $D = 60$ см.

Определить необходимый диаметр вала, если $t = 1,5$ кН, $[\sigma] = 80$ МПа, диаметры шкивов одинаковы и равны $D = 60$ см.

Ответ: $d = 60$ мм.

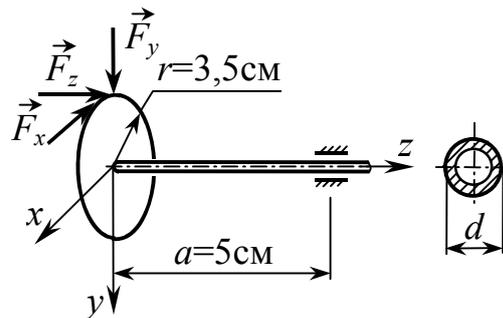


9.80. Дюралюминиевая трубка с наружным диаметром 80 мм и толщиной стенки 5 мм скручивается равномерно распределенными по ее длине моментами интенсивностью $m = 300 \text{ Н}\cdot\text{м/м}$ и изгибается равномерно распределенной нагрузкой интенсивностью $q = 200 \text{ Н/м}$. Определить в опасном сечении трубки расчетное напряжение по III гипотезе прочности, а также найти наибольший прогиб и угол закручивания трубки, если $E = 70 \text{ ГПа}$, $G = 27 \text{ ГПа}$.



Ответ: $\sigma_{\text{ЭКВ III}} = 61 \text{ МПа}$; $f = 3,48 \text{ см}$; $\varphi = 30 \text{ мрад}$.

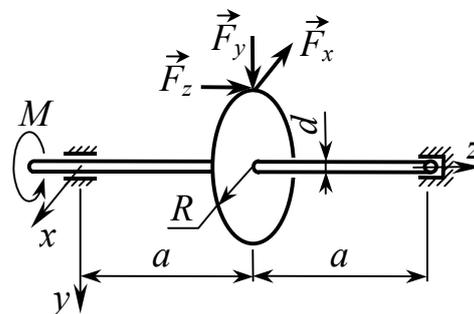
9.81. На консольную часть трубчатого вала редуктора насажена коническая шестерня, на которую действуют три силы: $F_x = 1,8 \text{ кН}$; $F_y = 0,6 \text{ кН}$; $F_z = 0,3 \text{ кН}$.



Определить наружный диаметр вала, исходя из III гипотезы прочности, если $[\sigma] = 100 \text{ МПа}$, $\alpha = d_g/d_n = 0,8$.

Ответ: $d = 27 \text{ мм}$.

9.82. На косозубое колесо, насаженное на вал, передающий мощность $P = 32 \text{ кВт}$ при угловой скорости $\omega = 50 \text{ рад/с}$, действуют три силы: $F_x = F$, $F_y = 0,38F$; $F_z = 0,20F$.



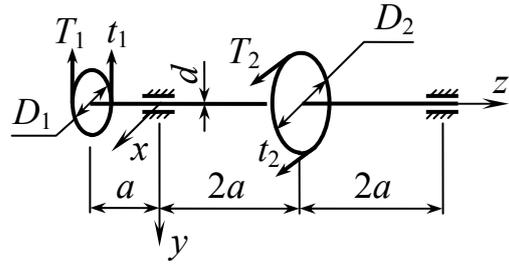
Пользуясь III гипотезой прочности, определить требуемый диаметр вала, если $[\sigma] = 50 \text{ МПа}$, $d = 120 \text{ мм}$, $R = 160 \text{ мм}$.

Ответ: $d = 52 \text{ мм}$.

9.83. С каким запасом прочности работает трансмиссионный вал диаметром $d = 60$ мм, изготовленный из стали с пределом текучести

$\sigma_T = 270$ МПа, если $T_1 = 6$ кН, $t_1 = 3$ кН, $D_1 = 400$ мм, $T_2 = 4$ кН, $t_2 = 2$ кН, $D_2 = 600$ мм, $a = 20$ см. Воспользоваться III гипотезой прочности.

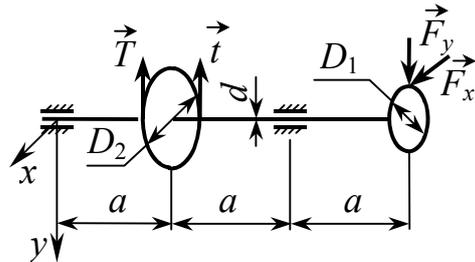
Ответ: $n_T = 3$.



9.84. Пользуясь III гипотезой прочности, определить требуемый диаметр вала, если $T = 6$ кН, $t = 3$ кН, $F_x = 4,5$ кН; $F_y = 1,65$ кН;

$D_1 = 400$ мм, $D_2 = 600$ мм, $a = 20$ см, $[\sigma] = 70$ МПа.

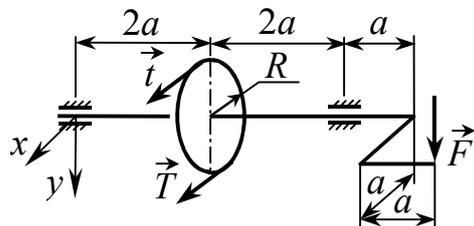
Ответ: $d = 60$ мм.



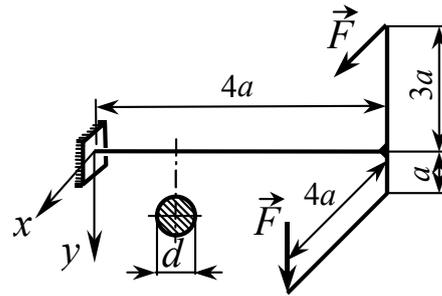
9.85. Для трубчатого вала ($d_H = 100$ мм, $\alpha = d_B / d_H = 0,8$) определить величину наибольшей безопасной на-

грузки F из расчета по III гипотезе прочности, если $R = a = 50$ см, $[\sigma] = 160$ МПа.

Ответ: $[F] = 5,6$ кН.

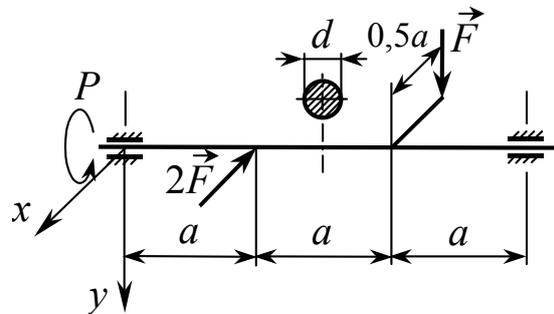


9.86. Пользуясь III гипотезой прочности, проверить прочность ломаного стержня круглого сечения диаметром $d = 100$ мм, если $F = 2$ кН, $a = 0,5$ м; $[\sigma] = 180$ МПа.



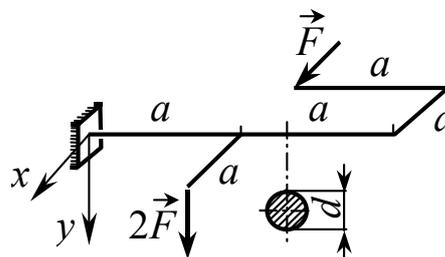
Ответ: $\sigma_{\text{экв III}} = 183$ МПа.

9.87. Пользуясь III гипотезой прочности, определить расчетное напряжение в круглом вале диаметром $d = 60$ мм, передающем мощность $P = 48$ кВт при угловой скорости, равной $\omega = 40$ рад/с.



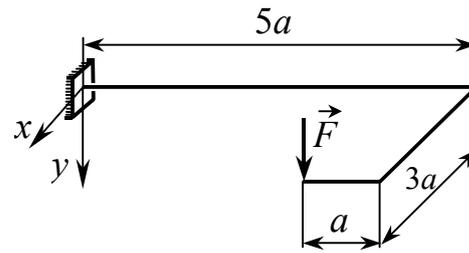
Ответ: $\sigma_{\text{экв III}} = 165$ МПа.

9.88. Для ломаного стержня круглого сечения диаметром 80 мм определить величину наибольшей безопасной нагрузки F , если $a = 1$ м, $[\sigma] = 150$ МПа. Воспользоваться III гипотезой прочности.



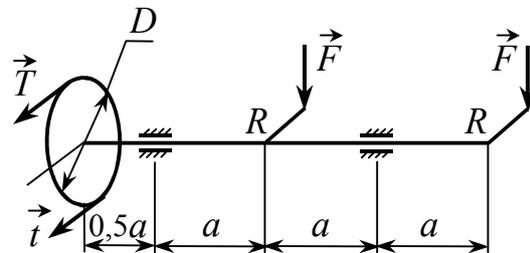
Ответ: $[F] = 2,5$ кН.

9.89. Пользуясь III гипотезой прочности, определить расчетное напряжение в ломаном стержне кольцевого сечения ($d_H = 100$ мм, $\alpha = d_B / d_H = 0,8$), если $F = 4$ кН, $a = 0,5$ м.



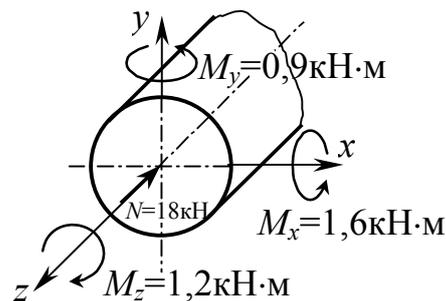
Ответ: $\sigma_{\text{ЭКВ III}} = 172$ МПа.

9.90. Определить требуемый диаметр круглого вала из расчета по III гипотезе прочности, если $F = 2$ кН, $R = 25$ см, $D = 4R$, $a = 1$ м, $[\sigma] = 100$ МПа.



Ответ: $d = 85$ мм.

9.91. В опасном сечении вала действуют указанные на рисунке внутренние силовые факторы. Определить диаметр вала по III гипотезе прочности и указать положение



опасной точки, если допускаемое напряжение $[\sigma] = 120$ МПа.

Ответ: $d = 58$ мм, $x = 14,2$ мм; $y = -25,3$ мм.

9.92. Тонкостенная стальная трубка с наружным диаметром $d = 10$ мм и толщиной $t = 0,5$ мм нагружена одновременно внутренним гидростатическим давлением $p = 15$ МПа, продольной растягивающей силой $F = 1$ кН и крутящим моментом $M_k = 3$ Н·м. Определить расчетное напряжение в трубке, пользуясь III гипотезой прочности.

Ответ: $\sigma_{\text{экв III}} = 178$ МПа.

9.93. Полый стальной вал ($d_b / d_n = 0,6$) подвергается в опасном сечении действию изгибающего $M_{\text{и}} = 90$ кН·м и крутящего $M_k = 120$ кН·м моментов. Используя III гипотезу прочности, определить наружный и внутренний диаметры вала при допуске напряжении $[\sigma] = 120$ МПа.

Ответ: $d_n = 245$ мм; $d_b = 147$ мм.

9.94. Текстолитовая трубка с наружным диаметром $d_n = 50$ мм и толщиной $t = 5$ мм подвергается действию крутящего $M_k = 120$ Н·м и изгибающего $M_{\text{и}} = 60$ Н·м моментов. Определить запас прочности трубки, исходя из IV гипотезы прочности, если предел прочности текстолита $\sigma_{\text{пч}} = 100$ МПа.

Ответ: $n_{\text{пч}} = 6$.

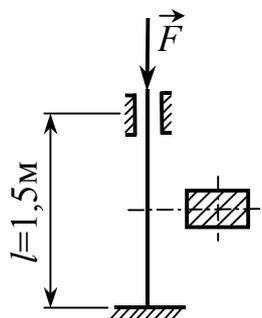
10. УСТОЙЧИВОСТЬ СЖАТЫХ СТЕРЖНЕЙ

10.1. Определить минимальную величину сжимающей силы, при которой шарнирно опертая по концам стальная труба с наружным диаметром $d_n = 100$ мм, внутренним $d_b = 90$ мм и длиной $l = 4$ м потеряет устойчивость. Чему равны при этом напряжения в трубе?

Ответ: $F_{кр} = 208$ кН, $\sigma_{кр} = 140$ МПа.

10.2. Проверить устойчивость стальной стойки прямоугольного поперечного сечения 20×40 мм, если $F = 30$ кН, $[n_y] = 3$.

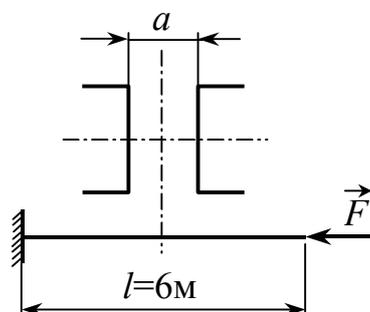
Ответ: $n_y = 3,12$.



10.3. С каким запасом устойчивости работает поперечная рулевая тяга автомобиля, имеющая трубчатое сечение с наружным диаметром $d_n = 28$ мм и внутренним $d_b = 20$ мм, если сжимающая сила равна $F = 9,35$ кН; ее длина $l = 1,25$ м, материал – Ст 3? В одной плоскости концы тяги шарнирно закреплены, а в перпендикулярной к ней плоскости – жестко заделаны.

Ответ: $n_y = 3$.

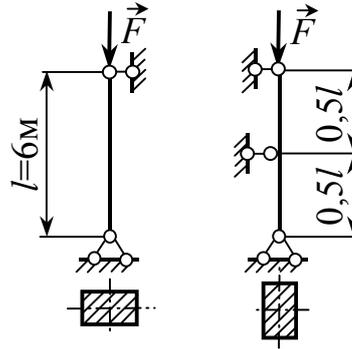
10.4. Сечение стержня составлено из двух швеллеров № 30, расставленных так, что центральные моменты инерции относительно главных осей одинаковы. Определить



наибольшую величину допускаемой нагрузки и наименьшую необходимую величину расстояния a , если $[n_y] = 2$.

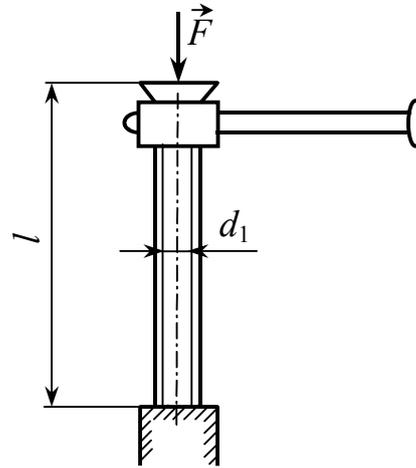
Ответ: $[F_y] = 796 \text{ кН}$, $a_{\min} = 18,23 \text{ см}$.

10.5. Определить величины допускаемой сжимающей силы и допускаемого напряжения для деревянной стойки прямоугольного сечения $12 \times 20 \text{ см}$, если $E = 10 \text{ ГПа}$, $\sigma_{\text{пц}} = 20 \text{ МПа}$, $[n_y] = 3,0$.



Ответ: $[F_y] = 73,4 \text{ кН}$; $[\sigma_y] = 3,06 \text{ МПа}$.

10.6. Определить коэффициент запаса устойчивости винта домкрата грузоподъемностью 100 кН , изготовленного из стали Ст5. Внутренний диаметр винта $d_1 = 51 \text{ мм}$. Максимальная высота подъема 500 мм . Указание. При $\sigma_{\text{кр}}$ больше $\sigma_{\text{пц}}$ применять формулу $\sigma_{\text{кр}} = (464 - 3,62\lambda) \text{ МПа}$.



При $\sigma_{\text{кр}}$ больше $\sigma_{\text{пц}}$ применять формулу $\sigma_{\text{кр}} = (464 - 3,62\lambda) \text{ МПа}$.

Ответ: $n_y = 3,68$.

10.7. Стальной стержень прямоугольного сечения $25 \times 50 \text{ мм}$ и длиной $l = 1,2 \text{ м}$, шарнирно опертый по концам, подвергается центральному сжатию силой F . Определить допускаемую нагрузку при заданных размерах сечения, а также предельный размер сечения $b_{\text{пред}}$, до которого расчет на устойчивость при заданной длине можно вести по формуле Эйлера, если $E = 200 \text{ ГПа}$, $\sigma_{\text{пц}} = 200 \text{ МПа}$, $[n_y] = 2$.

Ответ: $[F_y] = 44,6 \text{ кН}$; $b_{\text{пред}} = 41,8 \text{ мм}$.

10.8. Концы сжатого стержня в одной плоскости зашце­м­ле­ны, а в перпендикулярной к ней плоскости шарнирно оперты. Определить размеры прямоугольного сечения стержня, равноустойчивого в указанных плоскостях, если $[n_y] = 2$, $E = 200$ ГПа, $\sigma_{\text{пц}} = 200$ МПа, $l = 3,2$ м; $F = 10$ кН.

Ответ: 20×40 мм.

10.9. Концы шатуна двигателя в плоскости движения за­кре­п­ле­ны шарнирно, а в перпендикулярной к ней плоскости зашце­м­ле­ны. Расчетное сжимающее усилие, возникающее при максимальном давлении газов равно 175 кН, длина шатуна $l = 1$ м. Определить из расчета на устойчивость размеры сече­ния шатуна в двух случаях: а) сечение сплошное круглое диа­метром d ; б) сечение трубчатое с отношением $\alpha = d_{\text{в}} / d_{\text{н}} = 0,65$. Найти также отношение весов для сплошного и трубчатого стержней. Дано: $E = 200$ ГПа, $\sigma_{\text{пц}} = 500$ МПа, $[n_y] = 3,5$.

Ответ: $d = 50$ мм; $d_{\text{н}} = 52,5$ мм; $G_{\text{а}} / G_{\text{б}} = 1,57$.

10.10. Шарнирно опертый стержень круглого сечения сжимается силой $F = 50$ кН. Длина стержня $l = 1$ м, материал – дюраль, $\rho_{\text{д}} = 2,7$ т/м³, $E_{\text{д}} = 70$ ГПа, запас устойчивости равен 2. Установить также, во сколько раз увеличится масса стержня, если заменить дюраль на сталь, сохранив прежнюю длину и за­пас устойчивости, принимая $\rho_{\text{ст}} = 7,85$ т/м³, $E_{\text{ст}} = 200$ ГПа.

Ответ: $m_{\text{д}} = 3,63$ кг; $m_{\text{ст}} / m_{\text{д}} = 1,72$.

10.11. Шарнирно опертый стержень двутаврового сечения № 14 сжимается силой $F = 500$ кН. Вычислить и сравнить коэффициенты запаса прочности $n_{пч}$ и устойчивости n_y , если $E = 200$ ГПа, $\sigma_{пч} = 1100$ МПа, $\sigma_{пц} = 750$ МПа, $l = 1$ м.

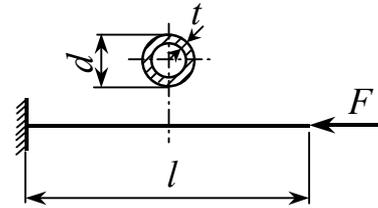
Ответ: $n_{пч} = 3,83$; $n_y = 1,65$.

10.12. Критическая нагрузка на стержень большой гибкости квадратного поперечного сечения с шарнирно опертыми концами равна 200 кН. Во сколько раз увеличится критическая нагрузка при увеличении площади поперечного сечения в 2 раза, если $E = 200$ ГПа, $\sigma_{пц} = 750$ МПа, $l = 0,4$ м?

Указание. При $\sigma_{кр}$ больше $\sigma_{пц}$ применять формулу $\sigma_{кр} = (1100 - 6,65\lambda)$ МПа.

Ответ: 3,5 раза.

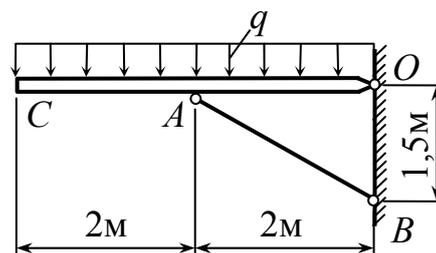
10.13. Дюралевая труба сжимается силой $F = 7,6$ кН. Определить диаметр d трубы, если отношение $d/t = 25$,



$E = 70$ ГПа, $l = 108$ см, $\sigma_{пц} = 270$ МПа, $[n_y] = 2$.

Ответ: $d = 30$ мм.

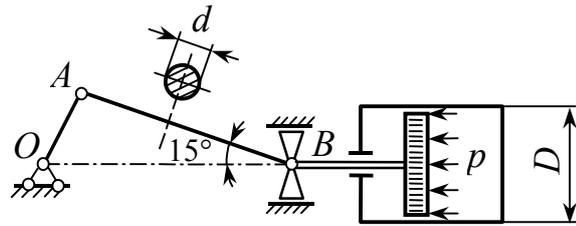
10.14. Подкос AB изготовлен из круглого деревянного бруса диаметром $d = 25$ см. Определить запас устойчивости подкоса, если $\sigma_{пц} = 28$ МПа,



$E = 10$ ГПа, $q = 60$ кН/м. Указание. При $\sigma_{кр} > \sigma_{пц}$ применять формулу $\sigma_{кр} = (40 - 0,203\lambda)$ МПа.

Ответ: $n_y = 3,9$.

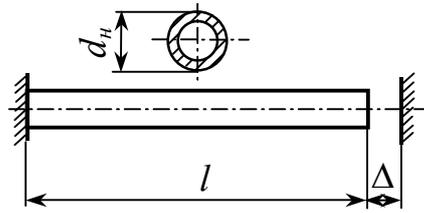
10.15. Считая указанное на рисунке положение наиболее опасным, определить диаметр круглого сечения шатуна, если $p = 0,55$ МПа; $D = 0,5$ м; $l = 1,5$ м;



$E = 200$ ГПа, $\sigma_{\text{пц}} = 200$ МПа, $[n_y] = 5$.

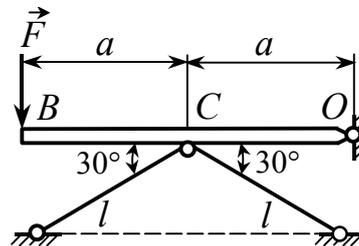
Ответ: $d = 60$ мм.

10.16. Стальной стержень трубчатого сечения ($d_{\text{н}} = 100$ мм, $\alpha = d_{\text{в}} / d_{\text{н}} = 0,5$) подвергается нагреву. При каком повышении температуры он потеряет устойчивость, если $l = 5,6$ м; $\Delta = 1,5$ мм; $\alpha_t = 12,5 \cdot 10^{-6}$; $\sigma_{\text{пц}} = 200$ МПа?



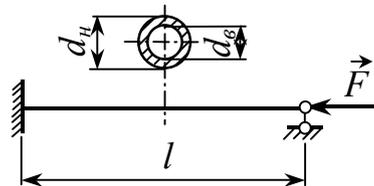
Ответ: $\Delta t = 100,4$ °С.

10.17. Жесткий брус OB поддерживается двумя стальными подкосами квадратного сечения 10×10 см. При какой длине l подкосов система потеряет устойчивость в упругой стадии работы материала, если $F = 329$ кН?



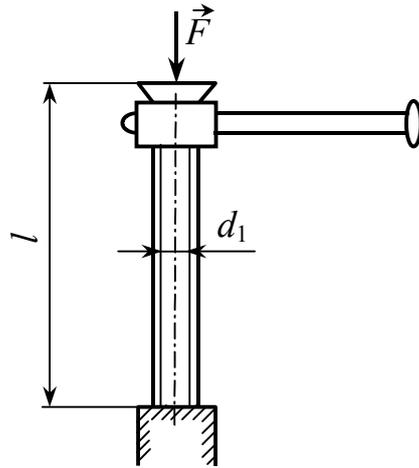
Ответ: $l = 5$ м.

10.18. Трубчатый стержень ($d_{\text{в}} = 100$ мм, $d_{\text{н}} = 120$ мм) длиной $l = 7$ м изготовлен из стали Ст3. Определить допускаемое значение сжимающей силы F , если $[n_y] = 3$.



Ответ: $[F_y] = 144,4$ кН.

10.19. Определить внутренний диаметр d домкрата из расчета на устойчивость при коэффициенте запаса $[n_y] = 3,5$ и $F = 100$ кН. Верхний конец считать перемещающимся свободно, а влиянием нарезки пренебречь.



Дано: $E = 200$ ГПа, $\sigma_{\text{пц}} = 240$ МПа, $l = 80$ см.

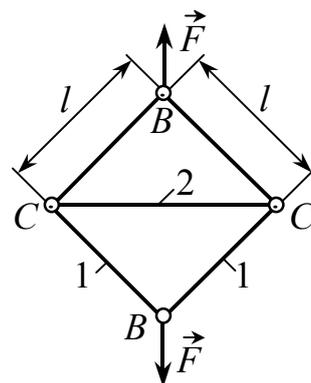
Ответ: $d = 55$ мм.

10.20. Стальной стержень прямоугольного сечения 10×18 см и длиной $l = 4$ м закреплен таким образом, что в плоскости наименьшей жесткости оба его конца жестко защемлены, а в плоскости наибольшей жесткости шарнирно оперты. Определить допускаемое значение силы F , если $[n_y] = 2,5$; $\sigma_{\text{пц}} = 200$ МПа.

Указание. При $\sigma_{\text{кр}} > \sigma_{\text{пц}}$ применять формулу $\sigma_{\text{кр}} = (310 - 1,14\lambda)$ МПа.

Ответ: $[F_y] = 1600$ кН.

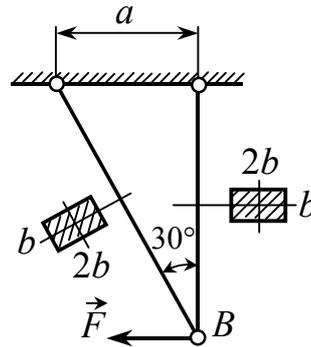
10.21. Упругая система выполнена из круглых стальных стержней диаметром $d = 4$ мм. Чему равна ее грузоподъемность, если $l = 100$ мм, $[n_y] = 2$, материал – Ст3? Во сколько раз увеличится несущая



способность конструкции, если направление сил F изменить на прямо противоположное?

Ответ: $F = 620$ Н, увеличится в $2\sqrt{2}$ раза.

10.22. Определить допустимое значение силы F для кронштейна, выполненного из легированной стали, для которой $\sigma_{\text{пц}} = 540$ МПа, $\sigma_{\text{т}} = 600$ МПа. При расчете принять: для растянутого стержня $[n] = 2,5$; для сжатого стержня $[n_{\text{y}}] = 2$. Дано: $a = 100$ мм, $b = 10$ мм.



Ответ: $[F] = 20,6$ кН.

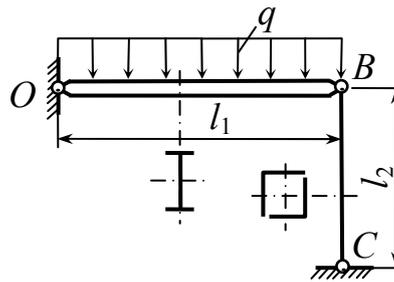
10.23. Требуется изготовить стержень из дюралю или хромансиля (сталь 30ХГСА), чтобы он выдержал сжимающую силу $F = 400$ кН и имел минимальный вес. Стержень должен иметь квадратное сечение и длину $l = 0,5$ м. Концы стержня жестко заземлены. Для стали: $E = 200$ ГПа, $\sigma_{\text{пц}} = 750$ МПа, $\sigma_{\text{пч}} = 1100$ МПа, $\rho = 7850$ кг/м³; для дюралю – $E = 70$ ГПа, $\sigma_{\text{пц}} = 200$ МПа, $\sigma_{\text{пч}} = 400$ МПа, $\rho = 2700$ кг/м³.

Выбрать материал и найти размеры поперечного сечения стержня. Указание: при $\sigma_{\text{кр}} > \sigma_{\text{пц}}$ применять формулы (в МПа): для стали 30ХГСА $\sigma_{\text{кр}} = 1110 - 6,65\lambda$;

для дюралю $\sigma_{\text{кр}} = 400 - 3,33\lambda$.

Ответ: Дюралюминиевый стержень легче стального на 9,3% и для него $b = 35,4$ мм.

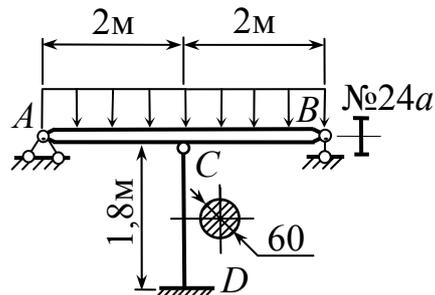
10.24. Двутавровая балка № 20 опирается в точке B на стойку из двух сваренных между собой равнополочных уголков $40 \times 40 \times 4$. Материал балки и стойки – сталь Ст3.



Полагая, что потеря устойчивости происходит в упругой стадии, установить, при какой длине стойки l_2 запас прочности балки n и запас устойчивости стойки n_y совпадают, если $q = 15 \text{ кН/м}$, $l_1 = 4 \text{ м}$, $\sigma_T = 240 \text{ МПа}$.

Ответ: $l_2 = 2,5 \text{ м}$.

10.25. Определить допустимое значение погонной нагрузки $[q]$ из условия устойчивости стальной стойки CD , если $[n_y] = 2$. Проверить прочность балки при найденном $[q]$, полагая $[\sigma] = 160 \text{ МПа}$.



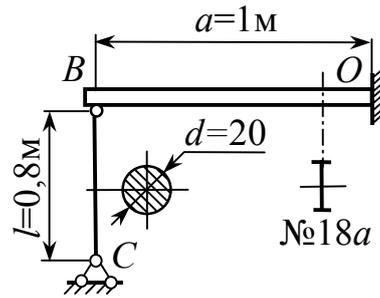
Указание. При определении усилия в стойке ее сжатием пренебречь.

Ответ: $[q] = 121 \text{ кН/м}$; $\sigma_{\max} = 191 \text{ МПа}$ ($\delta\sigma = 19,3\%$).

10.26. Решить предыдущую задачу при условии шарнирного закрепления нижнего конца стойки.

Ответ: $[q] = 77,5 \text{ кН/м}$; $\sigma_{\max} = 122,3 \text{ МПа}$.

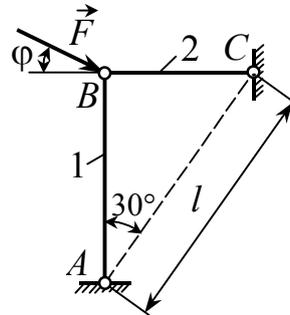
10.27. Определить из условия устойчивости стойки допустимое повышение ее температуры, если $E = 200$ ГПа, $\alpha = 12,5 \cdot 10^{-6}$,



$[n_y] = 3$. Во сколько раз изменится результат решения, если принять, что балка абсолютно жесткая?

Ответ: $\Delta t = 104,4$ °С; уменьшится в 10,15 раза.

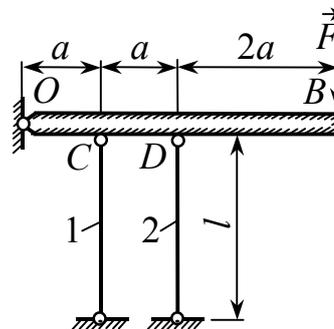
10.28. Кронштейн ABC составлен из двух стержней большой гибкости, имеющих одинаковое поперечное сечение и изготовленных из одного и того же материала. Опре-



делить такое значение угла φ , при котором нагрузка F будет максимальной, предположив, что конструкция выходит из строя при потере устойчивости составляющих ее элементов. Принять, что $0 < \varphi < \pi/2$.

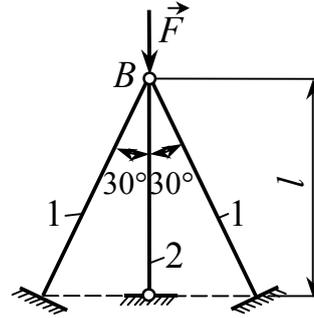
Ответ: $\varphi = \text{arctg}(1/3)$.

10.29. Массивный жесткий брус OB шарнирно закреплен на конце O и опирается в точках C и D на два стержня двутаврового сечения № 22а и длиной $l = 3$ м. При какой нагрузке F система выйдет из строя и разрушится?



Ответ: $F_{кр} = 235$ кН.

10.30. Конструкция составлена из трех круглых стержней диаметром $d = 20$ мм. Полагая, что конструкция выйдет из строя, когда ее элементы потеряют устойчи-



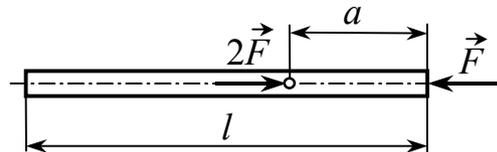
вость, определить критическое значение силы F , если $l = 1$ м, $E = 70$ ГПа, $\lambda_{\text{шц}} = 50$.

Ответ: $F_{\text{кр}} = 3,65\pi^2 EI/l^2 = 19,8$ кН.

11. ДИНАМИЧЕСКОЕ НАГРУЖЕНИЕ

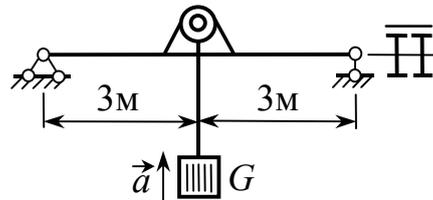
Учет сил инерции

11.1. При каком значении a изменение длины однородного стержня постоянного поперечного сечения и массой m равно нулю?



Ответ: $a = l/4$.

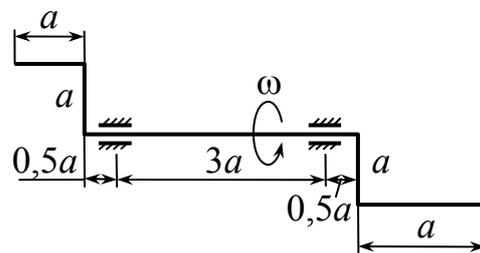
11.2. Лебедка массой $m = 510$ кг установлена на двух двутавровых балках № 24. Пренебрегая массой



балок, установить, с каким ускорением a происходит подъем груза весом 50 кН, если возникающие в балках наибольшие напряжения равны 168 МПа.

Ответ: $a = 4 \text{ м/с}^2$.

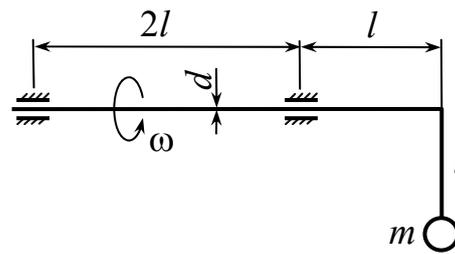
11.3. Круглый ломаный стальной стержень вращается с постоянной угловой скоростью $\omega = 100$ рад/с. Пренебрегая собственным весом стержня,



определить требуемый диаметр его поперечного сечения, если $a = 20$ см, $\rho = 7,85 \text{ т/м}^3$, $[\sigma] = 125 \text{ МПа}$.

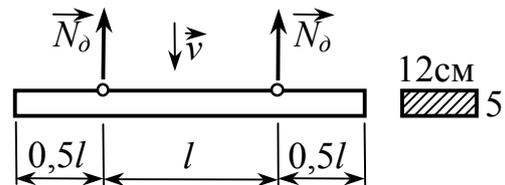
Ответ: $d = 50 \text{ мм}$.

11.4. Ломаный стержень круглого поперечного сечения диаметром $d = 60$ мм, несущий груз массой $m = 4$ кг, вращается с постоянной скоростью 40 рад/с. Определить наибольшее нормальное напряжение в стержне, если $l = 50$ см.



Ответ: $\sigma_d = 180$ МПа.

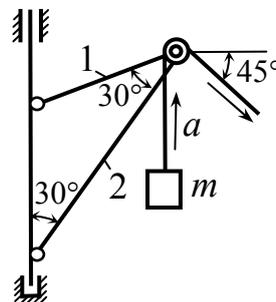
11.5. При спуске детали с постоянной скоростью $v_c = 6$ м/с произошло торможение, при котором в течение $0,5$ с



скорость равномерно уменьшилась до $v_1 = 1,1$ м/с. Найти наибольшие напряжения в детали, если $\rho = 5$ т/м³, $l = 6$ м.

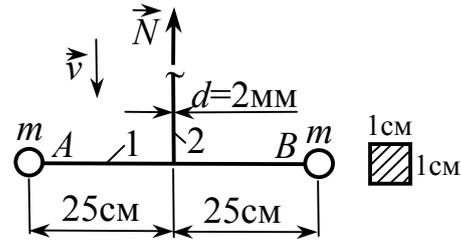
Ответ: $\sigma_d = 53$ МПа.

11.6. Определить напряжения в стержнях 1 и 2 опорной конструкции подъемного устройства, возникающие при подъеме груза массой $m = 3$ т с ускорением $9,8$ м/с², если $A_1 = 8$ см², $A_2 = 200$ см².



Ответ: $\sigma_{d_1} = 215,4$ МПа; $\sigma_{d_2} = 10,8$ МПа.

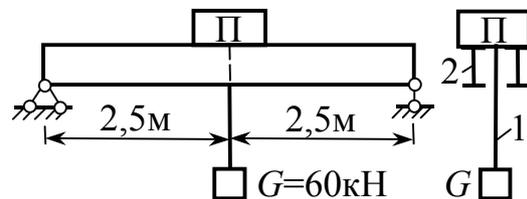
11.7. Стальной стержень AB квадратного сечения 1×1 см, несущий на концах A и B грузы массой 6 кг, опускается



на стальной проволоке с постоянной скоростью $2,4$ м/с. Определить прогибы концов стержня, наибольшее нормальное напряжение в нем, а также напряжение в проволоке, если скорость опускания в течение $0,5$ с равномерно уменьшится в 3 раза. Массой стержня AB пренебречь.

Ответ: $f = 2,4$ мм; $\sigma_1 = 117$ МПа; $\sigma_2 = 50$ МПа.

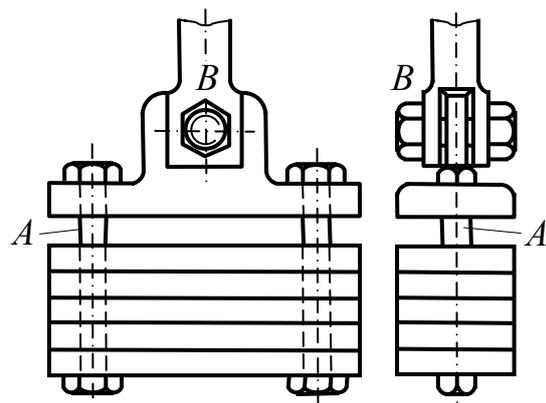
11.8. Подъемный механизм Π весом 20 кН, поднимающий с помощью каната груз 60 кН, установлен на



двух двутавровых балках № 30. Определить натяжение каната и величину наибольшего нормального напряжения в балках с учетом их собственного веса и веса подъемного механизма, если груз поднимается равноускоренно и в первую секунду проходит $2,5$ м.

Ответ: $N_1 = 90,6$ кН; $\sigma_2 = 164$ МПа.

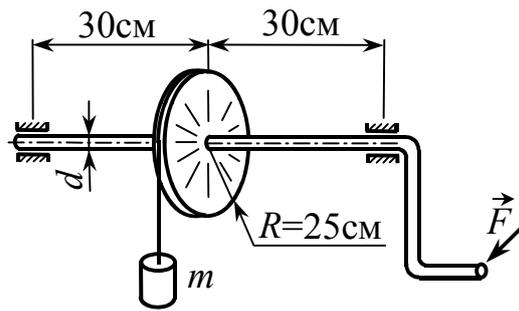
11.9. Противовес подъемника весит 42 кН. При торможении поднимающегося подъемника опускающийся противовес испытывает ускорение, равное $1,5$ м/с². Определить диаметр болтов



A и B противовеса, если для материала болтов $[\sigma] = 32$ МПа, $[\tau] = 20$ МПа. Число болтов: A – два, B – один.

Ответ: $d_A = 31$ мм; $d_B = 39,3$ мм.

11.10. Груз массой $m = 600$ кг равноускоренно поднимается на тросе сечением $A = 1 \text{ см}^2$. Определить наибольшее расчетное напряжение в тросе и в опасном сечении вала диаметром $d = 6$ см по III гипотезе прочности, если ускорение движения равно $0,8 \text{ м/с}^2$. Массу троса, вала и шкива при расчете не учитывать.

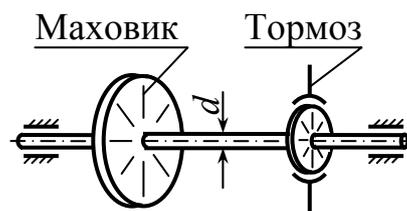


Ответ: $\sigma_{\text{тр}} = 64 \text{ МПа}$; $\sigma_{\text{в}} = 87 \text{ МПа}$.

11.11. Скорость вращения чугунного маховика за $0,1$ с равномерно изменилась с 300 до 290 об/мин. Масса обода маховика равна $1,2$ т, а радиус инерции 50 см. Определить величину крутящего момента и наибольшего касательного напряжения, возникшего вследствие этого изменения скорости в вале, на который насажен маховик, если диаметр вала равен 80 мм.

Ответ: $M_{\text{д}} = 3,14 \text{ кН}\cdot\text{м}$; $\tau_{\text{д}} = 31,3 \text{ МПа}$.

11.12. На вал диаметром 100 мм насажен маховик с моментом инерции $I_m = 500 \text{ кг}\cdot\text{м}^2$; скорость вращения



вала равна 300 об/мин. Внезапно начинает действовать тормоз, останавливающий маховик через 20 оборотов; вал с маховиком отключаются от двигателя до пуска в ход тормоза. Определить величину наибольшего касательного напряжения в вале. Трением в подшипниках пренебречь.

Ответ: $\tau_{\text{д}} = 10 \text{ МПа}$.

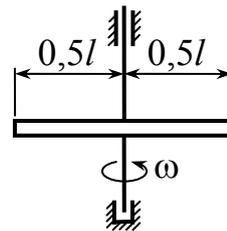
11.13. Тонкое стальное кольцо вращается вокруг центральной оси, перпендикулярной его плоскости. Проверить прочность кольца и определить наибольшую допустимую окружную скорость, если $R = 35$ см, $\rho = 7,85$ т/м³, $n = 3000$ об/мин, $[\sigma] = 100$ МПа.

Ответ: $\sigma_d = 95$ МПа; $v = 113$ м/с.

11.14. Два шара массой 5 кг, связанные нитью длиной 1 м и сечением $A = 0,1$ см², движутся со скоростью $v = 10$ м/с по горизонтальному столу в направлении, перпендикулярном к связывающей их нити (нить не провисает). Середина нити налетает на гвоздь. Чему равны сразу после этого напряжения в нити?

Ответ: $\sigma_d = 100$ МПа.

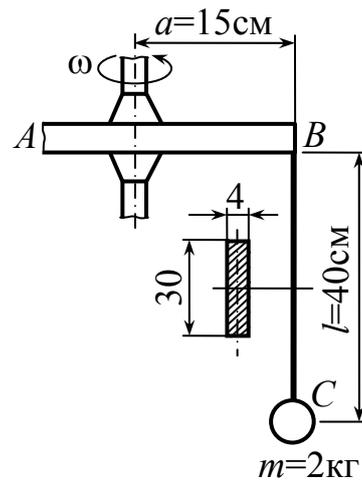
11.15. Определить наибольшие нормальные напряжения и радиальные перемещения концов стального



стержня постоянного сечения длиной $l = 4$ м, вращающегося вокруг вертикальной оси с постоянной угловой скоростью $\omega = 100$ рад/с.

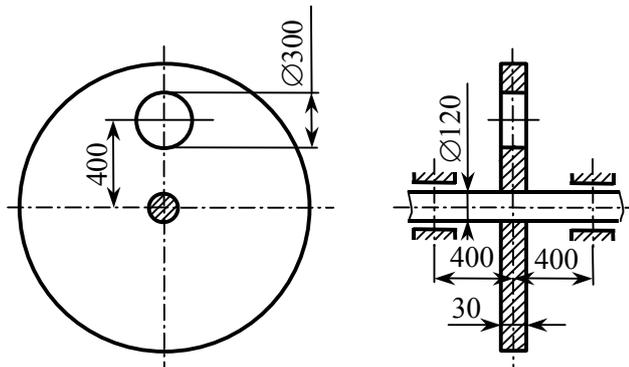
Ответ: $\sigma_d = 157$ МПа; $\delta_d = 0,105$ см.

11.16. Регулятор вращается с постоянной угловой скоростью вокруг вертикальной оси. Считая стержень AB абсолютно жестким, найти предельное число оборотов регулятора, а также соответствующее этому числу оборотов горизонтальное смещение груза, если $[\sigma] = 180$ МПа. Стержень BC считать невесомым.



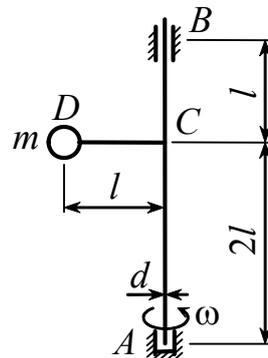
Ответ: $n = 104,6$ об/мин; $\delta_d = 2,4$ см.

11.17. Стальной диск, в котором сделано круглое отверстие, вращается с постоянной угловой скоростью $\omega = 40$ рад/с. Найти наибольшее нормальное напряжение в вале, вызванное наличием отверстия.



Ответ: $\sigma_d = 12,6$ МПа.

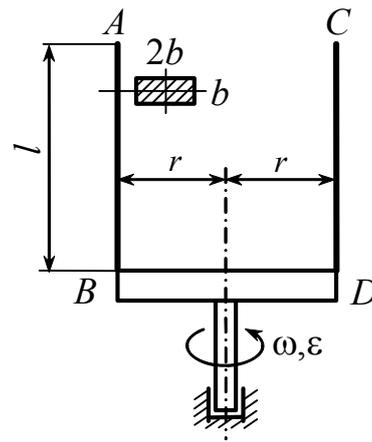
11.18. Круглые стержни AB и CD одинакового сечения жестко связаны между собой. Стержень AB вращается вокруг вертикальной оси, делая $n = 300$ об/мин. Определить наибольшие напряжения в стержнях, пренебрегая их собственным весом, если $m = 1$ кг, $l = 10$ см, $d = 1$ см.



наибольшие напряжения в стержнях, пренебрегая их собственным весом, если $m = 1$ кг, $l = 10$ см, $d = 1$ см.

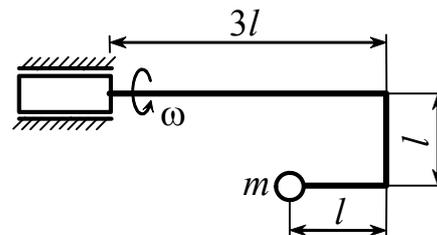
Ответ: $\sigma_{AB} = 70,4$ МПа; $\sigma_{CD} = 11,3$ МПа.

11.19. Стержни AB и CD прямоугольного сечения жестко заделаны в круглую массивную пластину BD , которая вращается в период пуска с постоянным угловым ускорением ε , достигая в конце этого периода заданной угловой скорости ω . Определить наибольшие напряжения в стержнях, если плотность материала равна ρ .



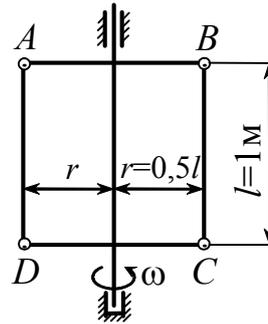
Ответ: $\sigma_{\text{д}} = \frac{3\rho r l^2}{2b} (\omega^2 + 2\varepsilon)$.

11.20. Стальной ломаный стержень круглого сечения диаметром $d = 1$ см несет на свободном конце груз массой $m = 1$ кг и вращается равномерно вокруг горизонтальной оси. Пренебрегая массой стержня, определить наибольшее допускаемое число оборотов из условия прочности стержня, если $[\sigma] = 160$ МПа, $l = 10$ см.



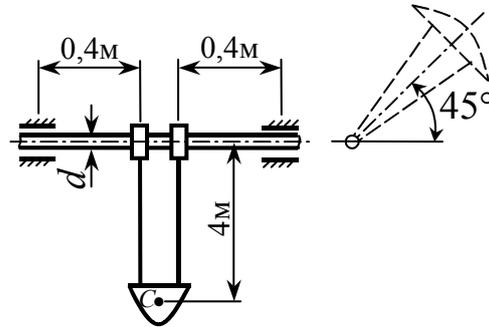
Ответ: $[n] = 250$ об/мин.

11.21. Рамка $ABCD$ вращается вокруг вертикальной оси со скоростью $n = 240$ об/мин. Все стержни рамки стальные, круглого сечения. Определить диаметр стержней AD и BC , если $[\sigma] = 100$ МПа.



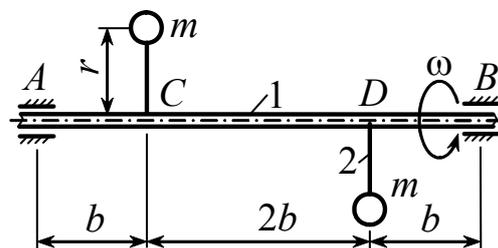
Ответ: $d = 25$ мм.

11.22. Люлька качелей, масса которой вместе с людьми равна $m = 300$ кг, подвешена к стальному валу. Масса люльки сосредоточена в точке C на расстоянии 4 м от оси вращения. Наибольший угол подъема люльки над горизонтом равен 45° . Определить необходимый диаметр вала, если $[\sigma] = 80$ МПа.



Ответ: $d = 70$ мм.

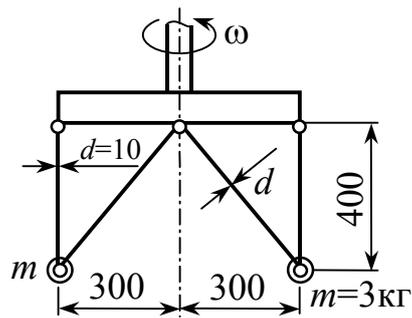
11.23. Определить наибольшие напряжения в круглых стержнях 1 и 2, пренебрегая их собственным весом, возникающие при равномерном вращении стержня AB с угловой скоростью $\omega = 20$ рад/с, если $m = 3$ кг, $d_1 = 2$ см, $d_2 = 1$ см, $b = 50$ см, $r = 40$ см.



Ответ: $\sigma_1 = 172$ МПа; $\sigma_2 = 126$ МПа.

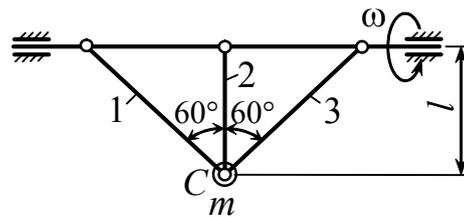
11.24. Определить угловую скорость вращения, при которой потеряют устойчивость сжатые стержни.

Ответ: $\Pi_{кр} = 679$ об/мин.



11.25. Стержни 1, 2 и 3, изготовленные из материала с модулем упругости E , имеют одинаковую площадь поперечного сечения A . Определить напряжения в стержнях при вращении системы с угловой скоростью ω . Массой стержней пренебречь.

Ответ: $\sigma_1 = \sigma_3 = m(g + \omega^2 l) / 5A$; $\sigma_2 = 4\sigma_1$.

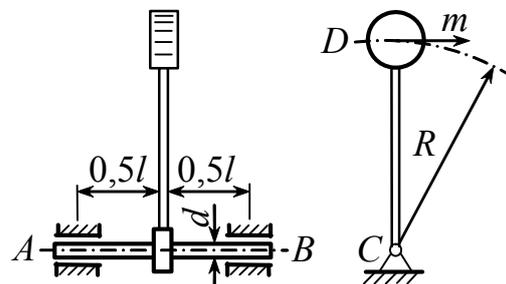


11.26. Кожаный ремень сечением $A = 8 \text{ см}^2$ перекинут через шкив диаметром 1 м и передает мощность 40 кВт. Шкив вращается с постоянной угловой скоростью 100 рад/с. Определить напряжения в ремне без учета и с учетом сил инерции, если $T/t = 2$, $\rho = 1 \text{ т/м}^3$, $E = 400 \text{ МПа}$.

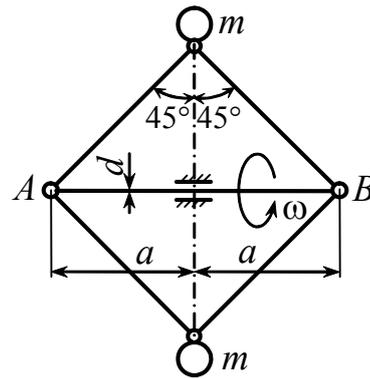
Ответ: а) без учета – 4 МПа; б) с учетом – 6,5 МПа.

11.27. Маятник CD , который может вращаться вокруг оси AB , ставится в верхнее положение, а затем свободно падает. Определить наибольшее нормальное напряжение в оси маятника, пренебрегая собственной массой стержня CD , если $m = 25 \text{ кг}$, $R = 75 \text{ см}$, $l = 25 \text{ см}$, $d = 2 \text{ см}$.

Ответ: $\sigma_d = 97,6 \text{ МПа}$.

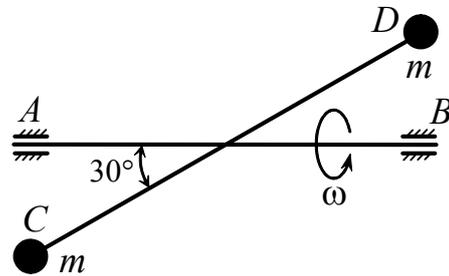


11.28. Пренебрегая силами тяжести и считая, что критические напряжения не превосходят предела пропорциональности материала, определить угловую скорость вращения оси, при которой нарушится устойчивость сжатого стержня AB , если $m = 2$ кг, $a = 50$ см, $d = 10$ мм.



Ответ: $\omega_{кр} = 88$ рад/с ($n_{кр} = 841$ об/мин).

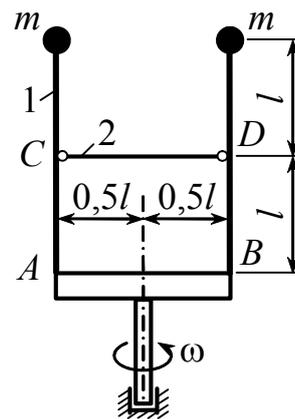
11.29. К круглому стержню AB диаметром d приварен посередине под углом 30° стержень CD квадратного сечения $b \times b$. Оба стержня длиной 1 м. Пренебрегая силами тяжести, определить требуемые размеры поперечных сечений стержней, если $\omega = 62$ рад/с, $m = 50$ кг, $\rho = 7,85$ т/м³, $[\sigma] = 100$ МПа.



Пренебрегая силами тяжести, определить требуемые размеры поперечных сечений стержней, если $\omega = 62$ рад/с, $m = 50$ кг, $\rho = 7,85$ т/м³, $[\sigma] = 100$ МПа.

Ответ: $d = 145$ мм, $b = 120$ мм.

11.30. Круглые стержни 1 диаметром $d_1 = 2$ см, расположенные вертикально, нижним концом заделаны в массивную квадратную плиту, а на верхнем, свободном конце несут грузы массой $m = 2$ кг. Стержни 1 соединены между собой круглым стержнем 2 диаметром $d_2 = 4$ мм. Материалы стержней одинаковы. Определить наибольшие напряжения в стержнях, пренебрегая их массой, если $l = 10$ см, $\omega = 100$ рад/с.

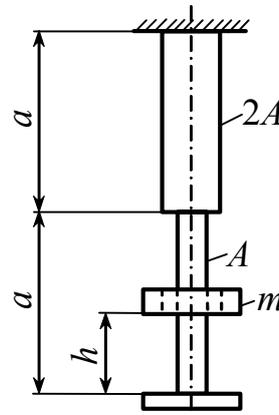


Определить наибольшие напряжения в стержнях, пренебрегая их массой, если $l = 10$ см, $\omega = 100$ рад/с.

Ответ: $\sigma_1 = 127$ МПа; $\sigma_2 = 182$ МПа.

Расчеты на удар

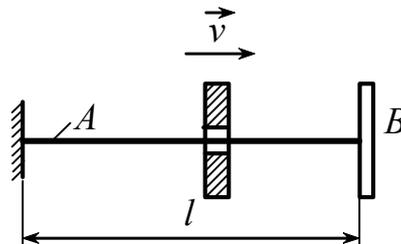
11.31. Определить величину наибольшего нормального напряжения в стальном ступенчатом стержне при ударе падающим грузом массой $m = 400$ кг, если $h = 12$ мм, $A = 2$ см², $a = 2$ м.



На сколько изменится это напряжение, если для смягчения удара на нижний выступ поместить пружину податливостью $\alpha = 0,675$ мкм/Н? Принять $g = 10$ м/с².

Ответ: $\sigma_{\max} = 200$ МПа, уменьшится в 2,5 раза.

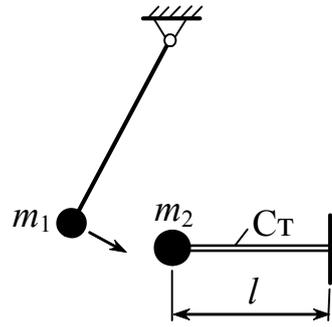
11.32. Вдоль горизонтально расположенного стержня длиной $l = 1$ м и сечением $A = 5$ см² движется груз, который, достигая



выступа B , вызывает продольный удар. Кинетическая энергия груза к моменту соударения равна $T = 32$ Нм. Найти напряжения в стержне при ударе в предположении, что он изготовлен из: а) стали ($E = 200$ ГПа); б) дерева ($E = 10$ ГПа); в) резины ($E = 10$ МПа).

Ответ: $\sigma_a = 160$ МПа; $\sigma_b = 36$ МПа; $\sigma_v = 1$ МПа.

11.33. Груз $m_1 = 40$ кг при движении вниз ударяется о груз $m_2 = 60$ кг, связанный с горизонтально расположенным стержнем длиной $l = 50$ см и сечением $A = 4$ см². К

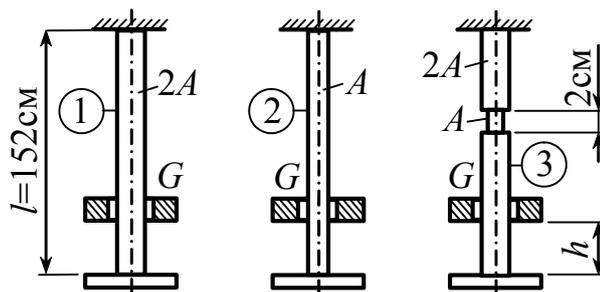


моменту соударения груз m_1 обладает кинетической энергией $T = 20$ Н·м. Определить наибольшее нормальное напряжение в стержне и его деформацию в двух вариантах: а) при отсутствии груза m_2 ; б) при наличии груза m_2 .

Ответ: а) $\sigma_a = 200$ МПа; $\delta_a = 0,5$ мм;

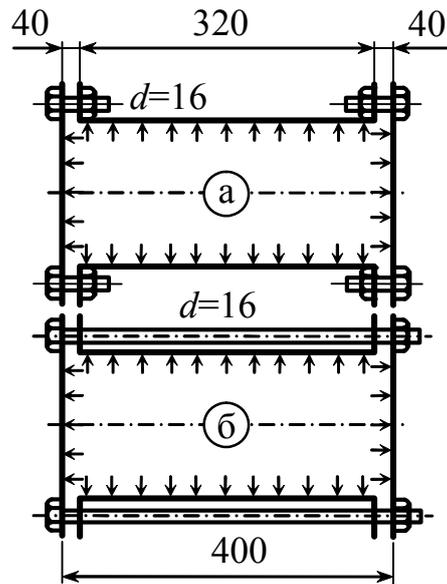
б) $\sigma_b = 127$ МПа; $\delta_b = 0,3$ мм.

11.34. Сравнить расчетные напряжения в трех стальных стержнях при ударе грузом $G = 10$ Н, падающим с одной и той же высоты $h = 10$ см, если $l = 152$ см, $A = 1$ см².



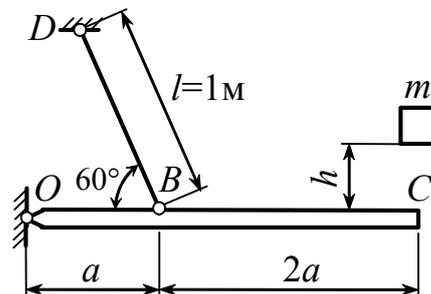
Ответ: $\sigma_1 = 36$ МПа; $\sigma_2 = 51$ МПа; $\sigma_3 = 72$ МПа.

11.35. Крышки цилиндра крепятся к фланцам с помощью стальных болтов. Вследствие резкого повышения давления внутри цилиндра болты воспринимают кинетическую энергию удара $T = 6 \text{ Н}\cdot\text{м}$. Определить необходимое количество болтов для каждого из двух вариантов крепления, полагая $[\sigma] = 50 \text{ МПа}$.



- Ответ: а) 120 шт;
 б) 12 шт на одну крышку.

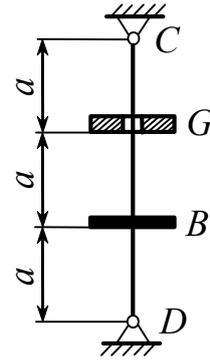
11.36. Определить наибольшую высоту падения груза массы $m = 10 \text{ кг}$ из условия прочности стержня BD , для которого $E = 200 \text{ ГПа}$, $[\sigma] = 160 \text{ МПа}$, $l = 1 \text{ м}$, $A = 2 \text{ см}^2$.



Брус OC считать абсолютно жестким.

- Ответ: $h = 12,8 \text{ см}$.

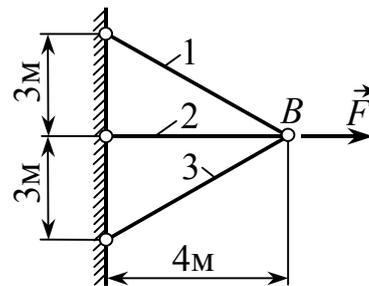
11.37. Груз $G = 300 \text{ Н}$, скользя вдоль стержня CD сечением $A = 20 \text{ см}^2$ и длиной $l = 1,5 \text{ м}$, падает на приваренный к нему жесткий диск B . Найти перемещение сечения



B , а также напряжения на участках BC и BD , вызванные ударом.

Ответ: $\delta_B = 0,5 \text{ мм}$; $\sigma_{BC} = 100 \text{ МПа}$; $\sigma_{BD} = 200 \text{ МПа}$.

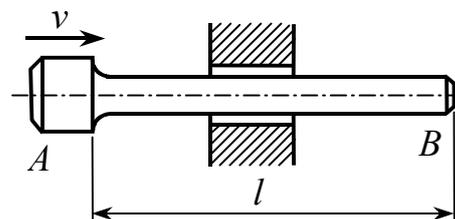
11.38. Кронштейн выполнен из 3 стальных стержней. При каком значении мгновенно приложенной силы F в одном из стержней возникнут напряжения, равные пределу пропорциональности



$\sigma_{\text{пц}} = 250 \text{ МПа}$, если $A_1 = A_3 = 62,5 \text{ см}^2$, $A_2 = 40 \text{ см}^2$?

Ответ: $F = 1,3 \text{ МН}$.

11.39. Стержень AB движется равномерно со скоростью $v = 10 \text{ м/с}$ и останавливается вследствие удара об



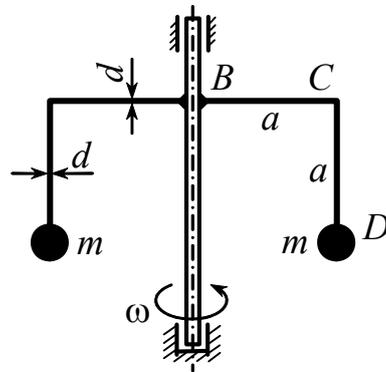
абсолютно жесткую опору. Определить наибольшее напряжение, а также изменение длины стержня в момент остановки, если $E = 70 \text{ ГПа}$, $\rho = 2,7 \text{ т/м}^3$, $l = 0,3 \text{ м}$.

Ответ: $\sigma_{\text{д}} = 238 \text{ МПа}$, $\Delta l_{\text{д}} = 0,51 \text{ мм}$.

11.40. На стальной вал диаметром $d = 100$ мм насажены два маховика с одинаковыми моментами инерции $I_m = 800 \text{ кг}\cdot\text{м}^2$. Расстояние между маховиками $l = 3$ м. Один маховик постоянно заклинен на валу, а другой, свободно вращающийся со скоростью 30 об/мин, посредством особого приспособления можно мгновенно сцепить с валом и таким образом привести в движение всю систему. Определить наибольшее касательное напряжение в валу в момент сцепления с ним второго маховика.

Ответ: $\tau_d = 164 \text{ МПа}$.

11.41. Определить наибольшее расчетное напряжение в стальном ломаном стержне $B CD$ при внезапной остановке вращения, если $m = 2$ кг, $a = 20$ см, $d = 2$ см, $\omega = 5 \text{ с}^{-1}$. Использовать III гипотезу прочности. Собственным весом стержней пренебречь.



Ответ: $\sigma_d = 163 \text{ МПа}$.

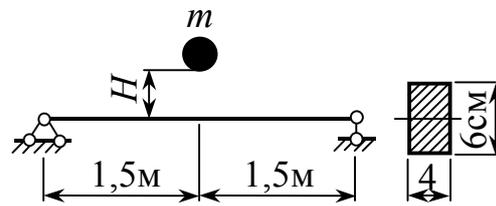
11.42. Модель стальной шарнирно опертой балки, изготовленная из той же стали в $1/3$ натуральной величины, была испытана на удар падающим посередине пролета грузом. Нагрузка и высота ее падения также были взяты в три раза меньшими, чем в действительной балке. Динамический коэффициент, определенный опытным путем (из сравнения статической и динамической деформаций модели балки), оказался равным 4. Определить величину динамического коэффициента в действительной балке, пренебрегая ее весом, составляющем 70% веса падающего груза.

Ответ: 6.

11.43. Шарнирно опертая по концам деревянная балка круглого сечения, длиной 4 м подвергается посередине пролета удару горизонтально движущимся телом, обладающим в момент удара кинетической энергией $T = 80 \text{ Н}\cdot\text{м}$. Определить диаметр балки из условия прочности и жесткости, если $[\sigma] = 10 \text{ МПа}$, $[f] = 1 \text{ см}$.

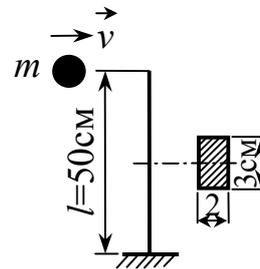
Ответ: $d = 26 \text{ см}$ (из условия жесткости).

11.44. Найти наибольшие нормальные и касательные напряжения для стальной балки без учета ее массы, если груз массой 40 кг падает с высоты $H = 4 \text{ см}$.



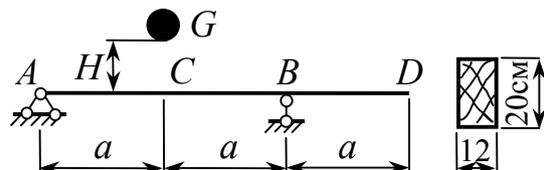
Ответ: $\sigma_d = 102 \text{ МПа}$; $\tau_d = 1 \text{ МПа}$.

11.45. Шарик массой 96 г, двигаясь горизонтально с некоторой скоростью v , ударяется о верхний конец стального стержня, который прогибается при этом на 1 см. Найти скорость движения шарика и наибольшее напряжение в стержне.



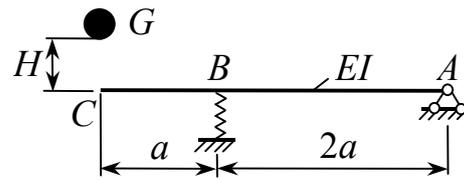
Ответ: $v = 10 \text{ м/с}$; $\sigma_d = 240 \text{ МПа}$.

11.46. Проверить прочность и жесткость деревянной балки, если $G = 480 \text{ Н}$, $a = 1 \text{ м}$, $H = 42 \text{ мм}$, $E = 10 \text{ ГПа}$, $[\sigma] = 10 \text{ МПа}$, $[f] = 5 \text{ мм}$.



Ответ: $\sigma_{\max} = 9 \text{ МПа}$; $f_{\max} = f_D = 4,5 \text{ мм}$.

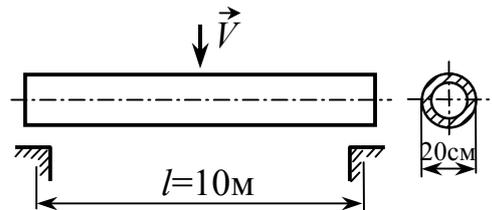
11.47. Пренебрегая массой балки и пружины, найти прогиб под грузом $G = 100$ Н при его падении с высоты



5 см, если жесткость пружины $c = 90$ кН/м, жесткость балки $EI = 10$ кН·м², $a = 1$ м.

Ответ: $\delta_c = 5$ см.

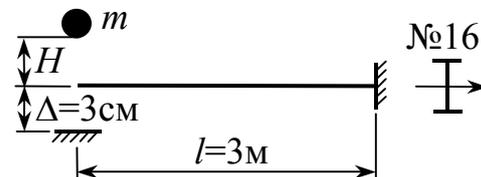
11.48. Стальная труба длиной 10 м, наружным диаметром $d_H = 20$ см ($\alpha = d_B/d_H = 0,9$) опускается одновременно



на две опоры. Найти скорость трубы к моменту удара, если наибольшее напряжение в трубе равно 160 МПа.

Ответ: $v = 1,7$ м/с.

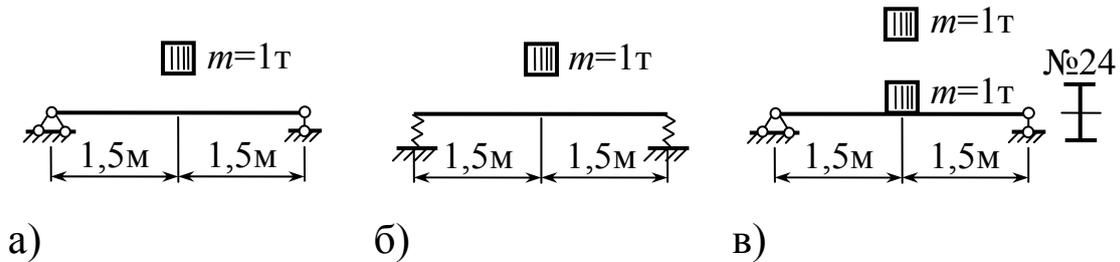
11.49. Определить высоту H падения груза массой 100 кг, при которой свободный конец консольной балки



двутаврового сечения №16 коснется неподвижной плоскости. Найти также наибольшее напряжение в балке.

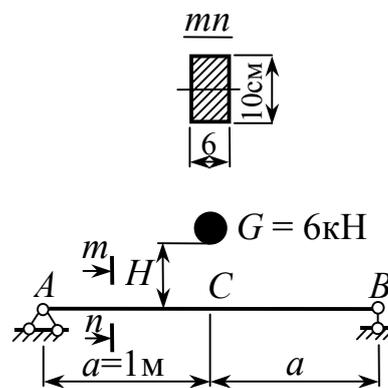
Ответ: $H = 6$ см; $\sigma_d = 162$ МПа.

11.50. Определить наибольшие нормальные напряжения и наибольший прогиб балки в 3 вариантах, если скорость груза к моменту удара равна 0,5 м/с, податливость пружин $\alpha = 0,4$ мкм/Н.



Ответ: а) $\sigma_a = 171$ МПа; $f_a = 5,4$ мм;
 б) $\sigma_b = 107$ МПа; $f_b = 3,4$ мм;
 в) $\sigma_b = 130$ МПа; $f_b = 4,1$ мм.

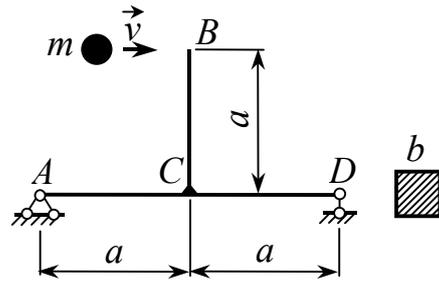
11.51. Стальная балка заданных размеров не обладает достаточной жесткостью при ударе. Для уменьшения динамического прогиба предлагается поместить в точке удара пружину. Определить



наибольшее напряжение и наибольший прогиб в балке без пружины и установить, какой жесткостью должна обладать пружина, чтобы обеспечить требуемую жесткость конструкции, если $[\sigma] = 200$ МПа, $[f] = 6$ мм, $h = 24$ мм.

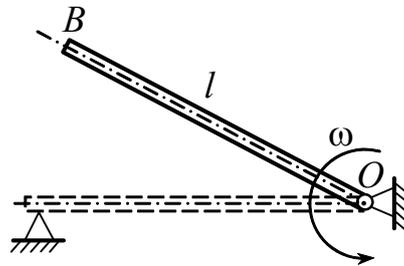
Ответ: $\sigma_d = 240$ МПа; $\delta_d = 8$ мм; $c = 6$ МН/м.

11.52. Стальной ломаный стержень квадратного сечения $b \times b$ подвергается удару в точке B грузом массой 2 кг, движущимся со скоростью 4 м/с. Подобрать сечение стержня, если $[\delta_B] = 1$ см, $a = 110$ см. При найденных размерах сечения определить наибольшее нормальное напряжение.



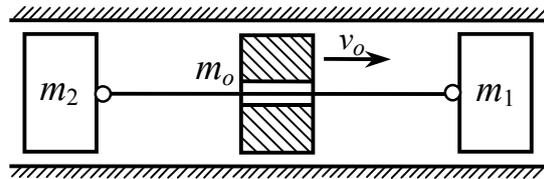
Ответ: $b = 6$ см; $\sigma_d = 99$ МПа.

11.53. Стальной стержень OB сечением 1×1 см и длиной $l = 20$ см вращается с постоянной угловой скоростью $\omega = 10$ с⁻¹ вокруг оси, проходящей через точку O . Определить наибольшие напряжения, возникающие в стержне при внезапной остановке сечения B , если $\rho = 7,8$ т/м³, $E = 200$ ГПа.



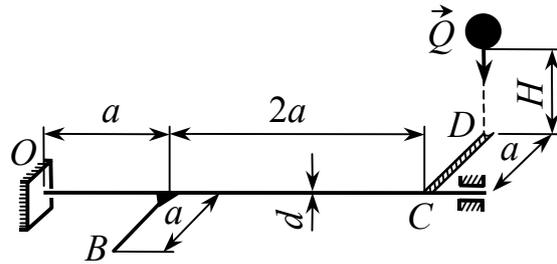
Ответ: $\sigma_d = 110$ МПа.

11.54. Две детали массой $m_1 = m_2 = 0,3$ кг, соединенные между собой упругим тросиком сечением $A = 2$ мм² и жесткостью $c = 2$ кН/см, подвергаются ударному воздействию массы $m_o = 0,3$ кг, движущейся с постоянной скоростью $v_o = 5$ м/с. Считая удар неупругим, определить наибольшее нормальное напряжение в тросике и его удлинение. Силы трения не учитывать.



Ответ: $\sigma_d = 250$ МПа, $\Delta l_d = 2,5$ мм.

11.55. Круглый ломаный стержень OBC подвергается удару грузом $Q = 200$ Н, падающим с высоты $H = 10$ см. Считая часть CD абсолютно жесткой, определить перемещение точки B , если $a = 50$ см, $d = 5$ см, $G = 80$ ГПа.

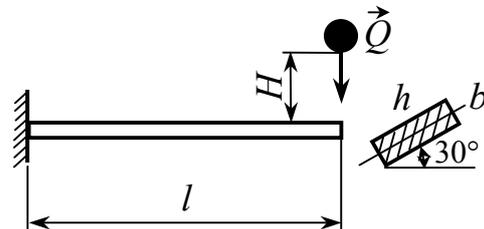


Ответ: $\delta_B = 6,4$ мм.

11.56. Груз массой $m_o = 530$ кг, падая с высоты $H = 1$ м на сосновую сваю диаметром 26 см, длиной $l = 10$ м и жесткостью $c = 60$ МН/м, погружает ее на величину $e = 1$ см. Определить наибольшие динамические напряжения в свае и запас прочности, полагая предел прочности сосны на сжатие равным 40 МПа. Плотность сосны принять равной $\rho = 600$ кг/м³.

Ответ: $\sigma_d = 5$ МПа, $n_{пч} = 8$.

11.57. На наклоненный к горизонту под углом 30° деревянный брус сечением 12×20 см и длиной $l = 3$ м



падает вертикально с высоты $H = 10$ см груз $Q = 160$ Н. Определить наибольшие напряжения в балке.

Ответ: $\sigma_d = 9$ МПа.

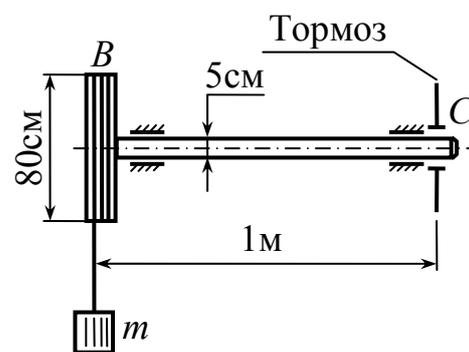
11.58. Определить наибольшее допустимое число оборотов вращающегося сплошного стального диска диаметром $D = 80$ см и толщиной $t = 8$ мм, насаженного на стальной вал диаметром $d = 60$ мм, так, чтобы при внезапном торможении вала в сечении, расположенном на расстоянии 1,6 м от диска, наибольшее касательное напряжение в вале не превышало 100 МПа.

Ответ: $n = 100$ об/мин.

11.59. На стальной стержень квадратного сечения 5×5 см с высоты $H = 10$ см падает груз массы $m = 10$ кг. Учитывая массу стержня, найти напряжение. Определить также, с какой высоты должен упасть груз, чтобы напряжение в стержне достигло предела пропорциональности $\sigma_{\text{пц}} = 200$ МПа, если $l = 1$ м, $\rho = 7,85$ т/м³, $E = 200$ ГПа.

Ответ: $\sigma_{\text{д}} = 30,8$ МПа; $H = 4,25$ м.

11.60. Груз массой $m = 50$ кг спускается с помощью стального троса, намотанного на шкив B , со скоростью $v_0 = 2$ м/с. Когда длина троса станет равной 17 м, происходит остановка вращения вала в

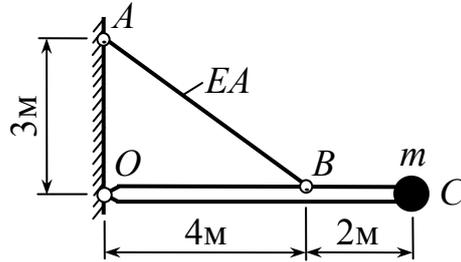


сечении C . Момент инерции шкива $I_m = 10$ кг·м², приведенный модуль упругости троса равен $E = 70$ ГПа, а его сечение $A = 0,2$ см². Пренебрегая массой шкива, троса и вала, определить наибольшие напряжения в тросе и в сечении вала.

Ответ: $\sigma_{\text{тр}} = 294$ МПа; $\tau_{\text{в}} = 96$ МПа.

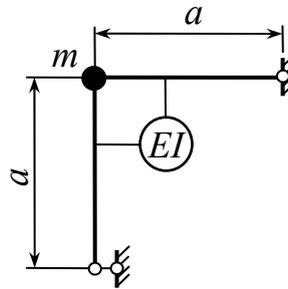
Колебания упругих систем

11.61. Определить круговую частоту ω собственных вертикальных колебаний груза массой 200 кг, пренебрегая массой стержня AB ($EA = 40 \text{ МН}$) и абсолютно жесткого бруса OC .



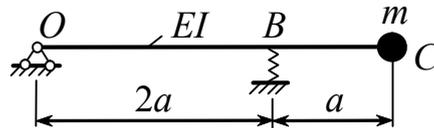
Ответ: $\omega = 80 \text{ с}^{-1}$.

11.62. Сосредоточенный груз, помещенный в узле рамы, совершает вертикальные колебания с частотой $\omega = 50 \text{ с}^{-1}$. Чему равна масса груза, если $EI = 9 \text{ МН}\cdot\text{м}^2$, $a = 3 \text{ м}$?



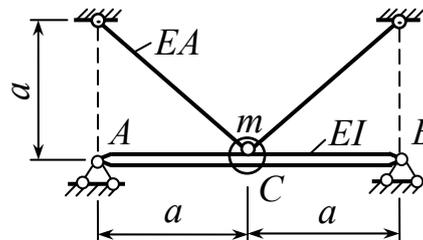
Ответ: $m = 200 \text{ кг}$.

11.63. Пренебрегая массой балки, определить период собственных колебаний груза массой $m = 200 \text{ кг}$, если жесткость пружины $c = 900 \text{ кН/м}$, жесткость балки $EI = 100 \text{ кН}\cdot\text{м}^2$, $a = 1 \text{ м}$.



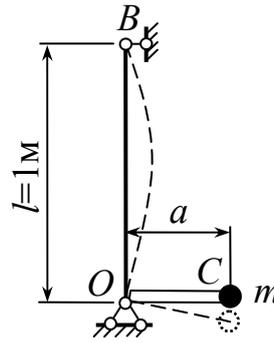
Ответ: $T = 0,314 \text{ с}$.

11.64. Определить период собственных колебаний системы с одной сосредоточенной массой $m = 100 \text{ кг}$, если $EA = 200 \text{ кН}$, $EI = 10 \text{ кН}\cdot\text{м}^2$, $a = 1 \text{ м}$. Массой балки и стержней пренебречь.



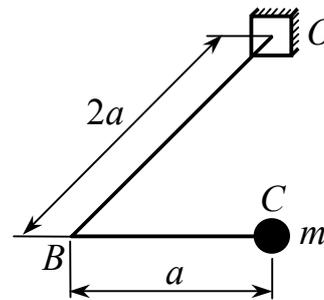
Ответ: $T = 0,14 \text{ с}$.

11.65. Определить размер a , если период вертикальных колебаний груза массой 30 кг оказался равным $T = 0,314$ с, а жесткость $EI = 1$ кН·м². Элемент OC ломаного стержня BOC является абсолютно жестким. Собственной массой системы пренебречь.



Ответ: $a = 50$ см.

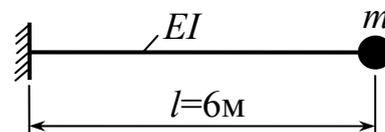
11.66. Определить период вертикальных колебаний груза $m = 5$ кг, помещенного на свободном конце круглого стального ломанного стержня диаметром $d = 2$ см, если $a = 20$ см. Массу стержня в расчете не учитывать.



диаметром $d = 2$ см, если $a = 20$ см. Массу стержня в расчете не учитывать.

Ответ: $T = 0,074$ с.

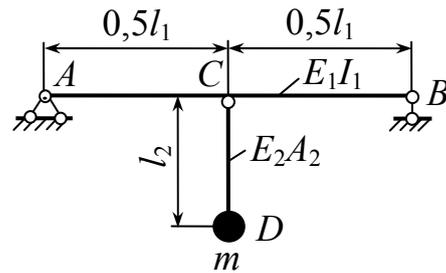
11.67. Пренебрегая массой балки жесткостью $EI = 90$ МН·м², найти частоту собственных колебаний консоли, несущей на свободном конце груз $m = 500$ кг. На сколько изменится частота колебаний балки, если концы ее шарнирно закрепить, а груз поместить посередине пролета?



Ответ: $\omega = 50$ с⁻¹; увеличится в 4 раза.

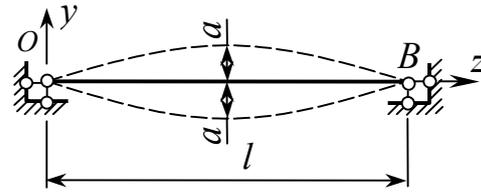
11.68. Пренебрегая массой системы, определить частоту колебаний груза массой $m = 140$ кг, если $E_1 I_1 = 250$ кН·м², $l_1 = 2$ м, $E_2 A_2 = 21$ МН, $l_2 = 1$ м.

Ответ: $\omega = 100$ с⁻¹.

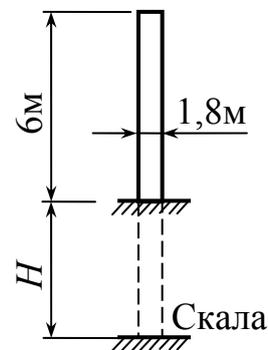


11.69. Стальная струна OB натянута между двумя жесткими опорами так, что напряжение в ней равно $\sigma_0 = 100$ МПа. Определить наибольшее допустимое значение амплитуды a колебаний струны, если $[\sigma] = 300$ МПа, $l = 1$ м, форма колебаний – полуволна синусоиды.

Ответ: $[a] = 20$ мм.



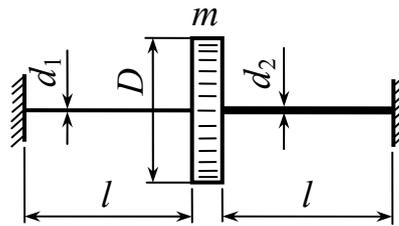
11.70. Каменный столб квадратного поперечного сечения $1,8 \times 1,8$ м опирается на скалу, залегающую на неизвестной глубине от поверхности земли. Плотность материала кладки равна $\rho = 2$ т/м³.



Опытным путем были определены: а) прогиб верхнего конца столба под действием горизонтальной силы $F = 60$ кН, оказавшейся равным $4,5$ мм; б) период собственных поперечных колебаний столба при снятии силы F , равный $0,218$ с. Считая столб заделанным в скалу и полагая, что насыпной грунт никакого влияния на работу столба не оказывает, определить глубину залегания скалы и модуль упругости материала.

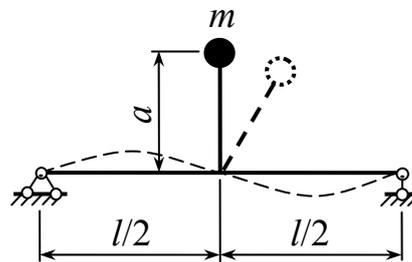
Ответ: $H = 4,5$ м; $E = 5,9$ ГПа.

11.71. Определить частоту и период угловых колебаний диска диаметром $D = 60$ см, массой $m = 80$ кг, если $d_1 = 6$ см, $d_2 = 8$ см, $l = 1$ м, $G = 80$ ГПа.



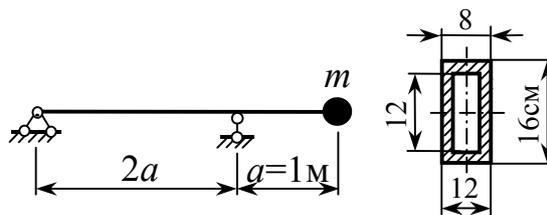
Ответ: $\omega = 343 \text{ с}^{-1}$; $T = 18,3 \text{ мс}$.

11.72. На каком расстоянии a нужно укрепить массу m , чтобы частоты собственных вертикальных и горизонтальных колебаний массы совпали? Сечения горизонтального и вертикального стержней одинаковы. Массой стержней пренебречь.



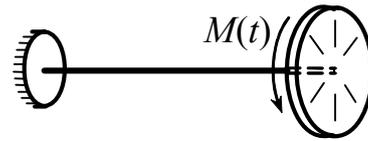
Ответ: $a = 0,33 l$.

11.73. Определить наибольшее значение возмущающей силы $F(t) = F_0 \sin 105t$, если в режиме установившихся вынужденных колебаний груза $m = 500$ кг наибольшее нормальное напряжение в стальной балке равно 116 МПа. Массу балки не учитывать.



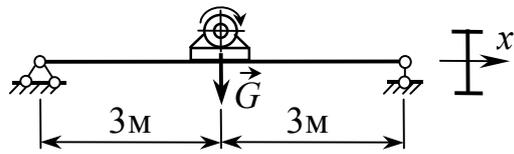
Ответ: $F_0 = 2,4 \text{ кН}$.

11.74. Найти наибольший угол закручивания вала жесткостью $c = 400$ Нм, несущего на свободном конце шкив ($I_m = 4$ кг·м²), на который действует переменный момент $M(t) = 40\sin 9,49t$. Массой вала пренебречь.



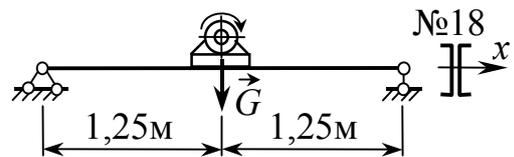
Ответ: $\varphi_d = 1$ рад.

11.75. Вычислить наибольшие нормальные напряжения и прогиб для двутавровой балки ($I_x = 1800$ см⁴, $W_x = 180$ см³) при работе установленного на ней электродвигателя весом $G = 5$ кН. Неполная уравновешенность вращающихся частей двигателя с частотой $n = 300$ об/мин приводит к дисбалансу массой $m_o = 6$ кг с эксцентриситетом $e = 15$ см. Массой балки и влиянием затухания пренебречь.



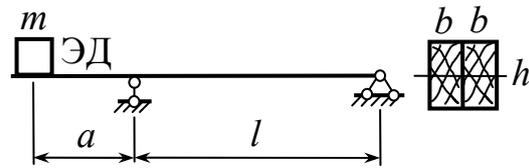
Ответ: $\sigma_d = 61$ МПа; $f_d = 9,1$ мм.

11.76. Электродвигатель весом $G = 6$ кН, закрепленный на двух швеллерах № 18, делает $n = 1500$ об/мин. Центробежная сила инерции, возникающая вследствие неуравновешенности ротора, равна $F_o = 1,5$ кН. Учитывая собственный вес балок и пренебрегая силами сопротивления, найти динамический коэффициент и наибольшие нормальные напряжения в балках.



Ответ: $k_d = 2,24$; $\sigma_d = 35$ МПа.

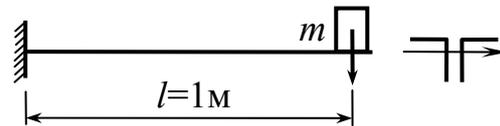
11.77. Двигатель, делающий 1400 об/мин, укреплен на двух одинаковых деревянных балках. Подобрать



сечение балок с отношением $h/b = 1,5$ так, чтобы частота собственных колебаний была на 30% больше частоты возмущающей силы, если $F_o = 400$ Н, $m = 160$ кг, $l = 1,4$ м, $a = 0,40$ м. Определить также наибольшее нормальное напряжение. Массой балок и силами сопротивления пренебречь.

Ответ: $b = 10$ см; $\sigma_d = 2,7$ МПа.

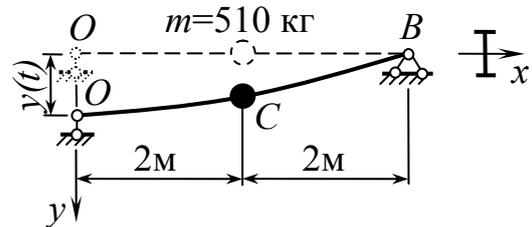
11.78. Двигатель массой $m = 900$ кг, укрепленный на конце консольной балки из



двух уголков $140 \times 140 \times 12$, делает $n = 800$ об/мин. При работе двигателя возникает центробежная сила инерции $F_o = 630$ Н. Пренебрегая массой балки, определить наибольшее нормальное напряжение, а также найти число оборотов двигателя, при котором возникает явление резонанса.

Ответ: $\sigma_d = 116$ МПа; $n_{кр} = 856$ об/мин.

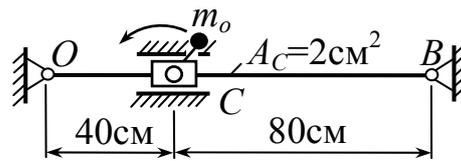
11.79. Найти амплитуду вынужденных колебаний и наибольшие нормальные напряжения в двутавровой балке ($I_x = 1970$ см⁴, $h = 20$ см),



если левая опора перемещается в вертикальном направлении по закону $y(t) = 12 \sin 38 t$ мм. Массой балки и влиянием затухания пренебречь.

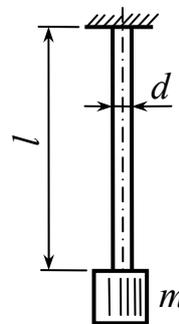
Ответ: $A = 2$ мм; $\sigma_d = 55,4$ МПа.

11.80. На оси мотора, закрепленного в сечении C стального стержня OB , расположен эксцентрик массой $m_o = 10$ кг на расстоянии $e = 5$ см. Зная амплитуду $A = 0,15$ мм вынужденных колебаний мотора массой $m = 86$ кг (включая массу эксцентрика), определить число оборотов мотора, пренебрегая массой стержня.



Ответ: $n = 2000$ об/мин.

11.81. К стальному стержню длины $l = 1$ м, диаметра $d = 2$ см прикреплен груз массы $m = 50$ кг. Найти частоту и период собственных вертикальных колебаний системы без учета и с учетом

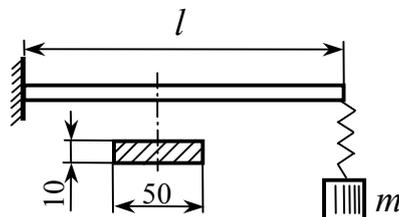


массы стержня, если $\rho = 7,85$ т/м³, $E = 200$ ГПа.

Ответ: $\omega_o = 1121$ рад/с, $T_o = 5,6$ мс;

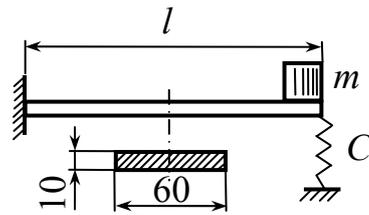
$\omega = 1112$ рад/с, $T = 5,65$ мс.

11.82. Определить частоту собственных колебаний системы, пренебрегая массой пружины и балки, если жесткость пружины $c = 5$ кН/м, $b = 5$ см, $h = 1$ см, $l = 50$ см, $m = 10$ кг, $E = 200$ ГПа.



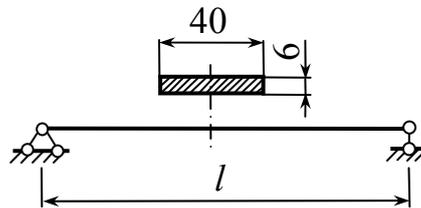
Ответ: $\omega = 20$ рад/с.

11.83. Определить частоту собственных колебаний груза массы $m = 0,4$ кг без учета массы упругой системы, если жесткость пружины равна $c = 1$ кН/м, $b = 6$ см, $h = 1$ см, $l = 1$ м, $E = 200$ ГПа.



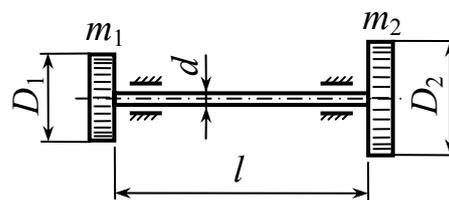
Ответ: $\omega = 100$ рад/с.

11.84. Определить приближенным методом первую собственную частоту колебаний балки постоянного сечения 6×40 мм и длиной $l = 2$ м, заменив распределенную массу балки приведенной, сосредоточенной посередине, приняв коэффициент приведения, равным 0,5 и полагая $E = 200$ ГПа, $\rho = 7,85$ т/м³. Сравнить с точным решением $\omega = \left(\pi^2 / l^2\right) \sqrt{EI / m}$.



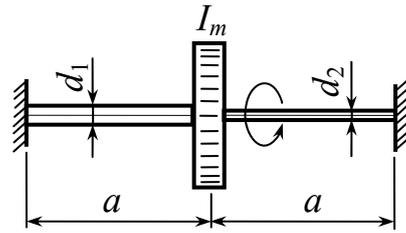
Ответ: точное значение $\omega = 21,57$ рад/с, приближенное $\tilde{\omega} = 21,41$ рад/с (погрешность 0,73%).

11.85. К концам вала круглого поперечного сечения диаметра $d = 5$ см и длины $l = 1,25$ м прикреплены два диска диаметров $D_1 = 20$ см и $D_2 = 30$ см. Определить частоту собственных угловых колебаний системы, пренебрегая массой вала и полагая $m_1 = 60$ кг, $m_2 = 100$ кг, $G = 80$ ГПа.



Ответ: $\omega = 455$ рад/с.

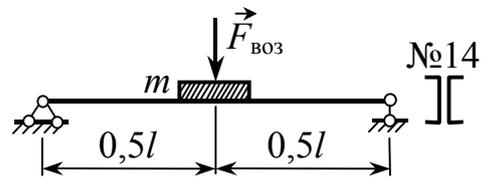
11.86. К валу переменного сечения прикреплен маховик, на который действует переменный момент $M_{\text{в03}} =$



$200\sin 20t$. Определить максимальные касательные напряжения в левой и правой частях вала, если $I_m = 4 \text{ кг}\cdot\text{м}^2$, $d_1 = 12 \text{ мм}$, $d_2 = 10 \text{ мм}$, $G = 80 \text{ ГПа}$. Массой вала пренебречь.

Ответ: $\tau_{\text{д1}} = 70,5 \text{ МПа}$; $\tau_{\text{д2}} = 59,7 \text{ МПа}$.

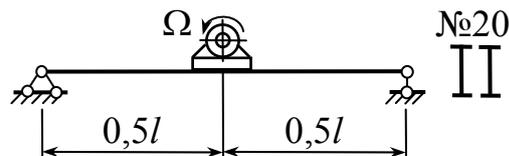
11.87. На двух балках посередине пролета установлен двигатель массы 1500 кг.



При работе двигателя возникает возмущающая сила $F_{\text{в03}} = 10\sin 45t \text{ кН}$. Определить амплитуду колебаний двигателя и максимальные напряжения в балках с учетом их массы, если $E = 200 \text{ ГПа}$, $l = 2,5 \text{ м}$.

Ответ: $\sigma_{\text{д}} = 157 \text{ МПа}$, $A = 3,35 \text{ мм}$.

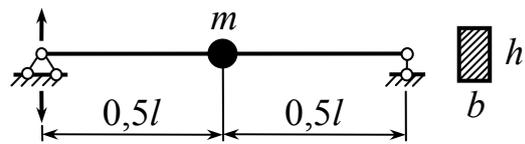
11.88. Двигатель массы $m = 500 \text{ кг}$ установлен посередине пролета на двух двутавровых балках № 20.



Ротор двигателя массы $m_o = 200 \text{ кг}$ имеет эксцентриситет $e = 2 \text{ мм}$. Определить, при какой частоте вращения ротора наступает резонанс и чему равно при этом максимальное нормальное напряжение, если коэффициент сопротивления $\alpha = 2,5 \text{ кН}\cdot\text{с/м}$; $l = 6 \text{ м}$. Учесть массу балок.

Ответ: $\sigma_{\text{д}} = 63,9 \text{ МПа}$, $n = 490 \text{ об/мин}$.

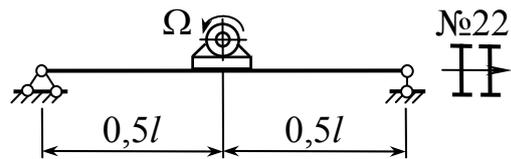
11.89. Определить наибольшие нормальные напряжения в стальной балке



прямоугольного сечения 6×10 см и длиной $l = 4$ м, несущей груз массы $m = 600$ кг, если левая опора совершает колебания в вертикальном направлении с частотой $\Omega = 32$ рад/с и амплитудой $a = 6$ мм. Массой балки пренебречь.

Ответ: $\sigma_d = 160,8$ МПа.

11.90. Двигатель массы $m = 500$ кг, установленный на двух двутавровых балках

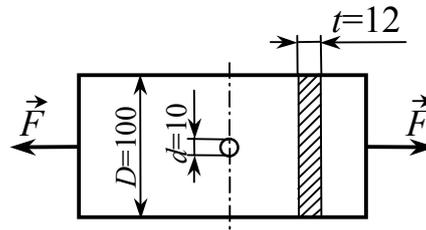


№22, создает при работе возмущающую периодическую силу, равную $F_{\text{воз}} = 1,6 \sin \Omega t$ кН. Исследовать характер колебаний после запуска двигателя, предполагая, что двигатель мгновенно приобретает частоту вращения $n = 600$ об/мин. Найти максимальное напряжение в балках в период неустановившегося режима, когда еще не затухли собственные колебания системы, и сравнить его с максимальным напряжением при установившемся режиме, если $l = 6$ м, $E = 200$ ГПа.

Ответ: $\tilde{\sigma}_d = 93,3$ МПа; $\bar{\sigma}_d = 55,9$ МПа.

12. ПЕРЕМЕННЫЕ НАПРЯЖЕНИЯ

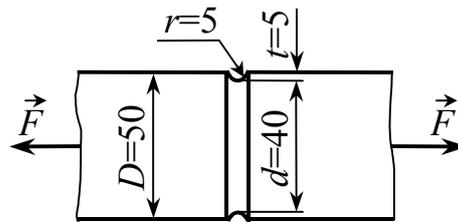
12.1. Для пластины сечением 12×100 мм с поперечным отверстием, изготовленной тонким точением, определить



наибольшее допустимое значение силы F , изменяющейся по пульсационному циклу, если $\sigma_{\text{пч}} = 400$ МПа, $\sigma_{-1\text{р}} = 150$ МПа, $\psi_{\sigma} = \nu_{\sigma} = 0,1$; $[n] = 2$.

Ответ: $[F] = 56$ кН.

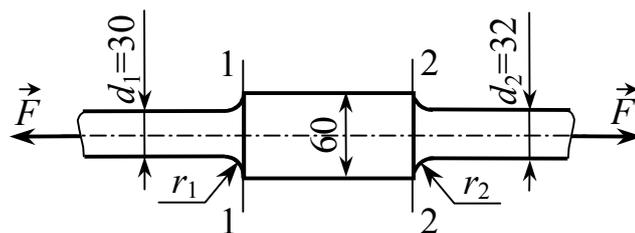
12.2. Деталь с грубо обработанной поверхностью, изготовленная из Ст45, имеет выточку радиуса $r = t = 5$ мм.



Определить запас прочности, если осевые растягивающие силы циклически изменяются от 50,3 кН до 125,7 кН.

Ответ: $n_{\sigma} = 2,4$.

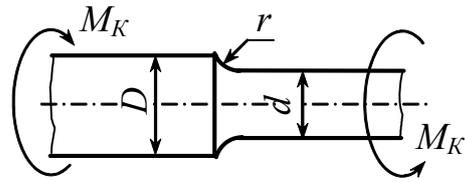
12.3. Ступенчатый стержень круглого сечения изготовлен из стали 20Х, для которой



$\sigma_{\text{пч}} = 800$ МПа, $\sigma_{-1\text{р}} = 240$ МПа, $\nu_{\sigma} = 0,1$. В галтелях $r_1/d_1 = 0,3$ и $r_2/d_2 = 0,1$. Поверхность тщательно полирована. Определить коэффициент запаса прочности, с которым работает стержень при переменной осевой силе, изменяющейся по симметричному циклу с $F_{\text{max}} = -F_{\text{min}} = 60$ кН.

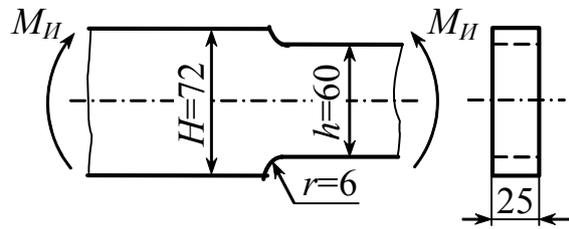
Ответ: $n = 1,58$.

12.4. Определить запас прочности ступенчатого вала с диаметрами $D = 60$ мм, $d = 50$ мм и радиусом галтели $r = 2$ мм. Крутящий момент изменяется в пределах от 1,2 кН·м до 4 кН·м. Вал подвергнут тонкой обточке. Характеристики материала: $\sigma_{\text{пч}} = 800$ МПа, $\tau_{\text{T}} = 280$ МПа, $\tau_{-1} = 220$ МПа, $\psi_{\text{T}} = 0,05$; $\nu_{\text{T}} = 0,16$.



Ответ: $n = 1,86$.

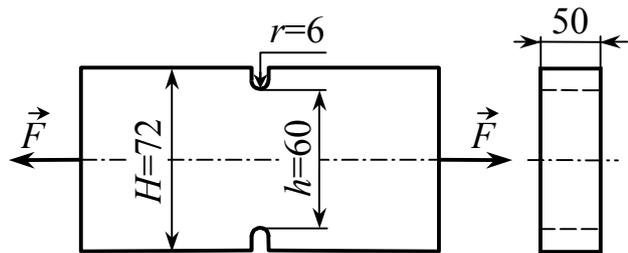
12.5. Деталь, изготовленная из стали 45, должна работать при знакопеременном изгибе с амплитудой $\sigma_a = 75$ МПа при коэффициенте запаса прочности $[n] = 2$. Каким должен быть коэффициент асимметрии цикла R_{σ} , если поверхность детали отшлифована и подвергнута упрочнению с $K_v = 1,19$?



Каким должен быть коэффициент асимметрии цикла R_{σ} , если поверхность детали отшлифована и подвергнута упрочнению с $K_v = 1,19$?

Ответ: $R_{\sigma} = 0,25$.

12.6. Деталь изготовлена из стали 35 и работает на переменное растяжение – сжатие при характеристике цикла $R_{\sigma} = -0,4$ с коэффициентом запаса прочности, равным $[n] = 1,6$. Поверхность детали тонко обточена и подвергнута упрочнению с $K_v = 1,32$. Определить наибольшее допускаемое значение максимального напряжения цикла.



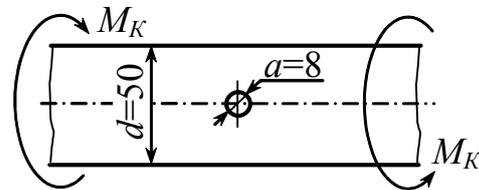
Определить наибольшее допускаемое значение максимального напряжения цикла.

Ответ: $[\sigma_{\text{max}}] = 74$ МПа.

12.7. С каким запасом прочности работает ступенчатый вал, нагруженный изгибающим моментом, изменяющимся по симметричному циклу, если $M_{\max} = 300 \text{ Н}\cdot\text{м}$, $D = 48 \text{ мм}$, $d = 40 \text{ мм}$, $r = 2 \text{ мм}$, $\sigma_{\text{пч}} = 500 \text{ МПа}$, $\sigma_{-1} = 200 \text{ МПа}$, $\nu_{\sigma} = 0,1$? Поверхность вала тонко обточена.

Ответ: $n_R = 2$.

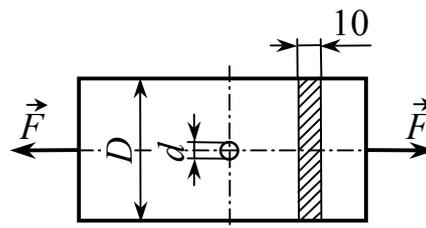
12.8. Стальной вал с тщательно полированной поверхностью, имеющий сквозное поперечное круглое отверстие, должен работать при пульсационном цикле с коэффициентом запаса $[n] = 1,8$. Определить допускаемое значение максимального крутящего момента, если $\sigma_{\text{пч}} = 1100 \text{ МПа}$,



$\psi_{\tau} = 0,13$, $K_v = 1,2$. Принять $W_k = W_p(1 - a / d)$.

Ответ: $[M_{\max}] = 3 \text{ кН}\cdot\text{м}$.

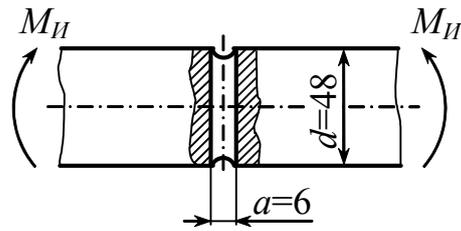
12.9. Найти запас прочности тонкообточенной пластины $10 \times 100 \text{ мм}$ с поперечным отверстием диаметром $d = 20 \text{ мм}$, если под действием



циклических осевых сил продольные деформации, определенные на достаточном удалении от концентратора напряжений, изменяются по пульсационному циклу с $\epsilon_{\max} = 2 \cdot 10^{-4}$.
Материал – сталь 35.

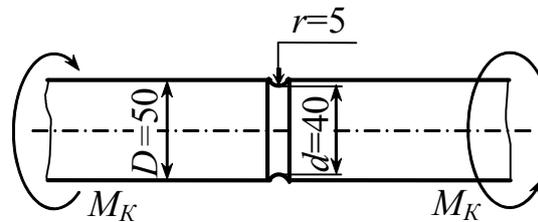
Ответ: $n = 3,12$.

12.10. Балка круглого поперечного сечения, ослабленная круглым поперечным отверстием, подвергается действию изгибающего момента, меняющегося от $-0,5M_{\max}$ до $+M_{\max}$. Поверхность балки отшлифована, материал – Ст20. Определить допускаемое значение максимального изгибающего момента, полагая $[n] = 1,8$; $K_v = 1,2$.



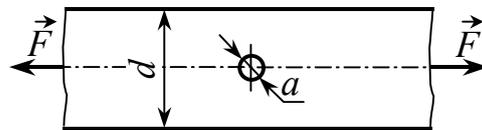
Ответ: $[M_{\max}] = 818 \text{ Н}\cdot\text{м}$.

12.11. Найти запас прочности шлифованного вала, изготовленного из стали 45 и нагруженного крутящим моментом, изменяющимся по пульсационному циклу, если максимальный относительный угол закручивания для его неослабленной части равен $\theta_{\max} = 20 \text{ мрад/м}$.



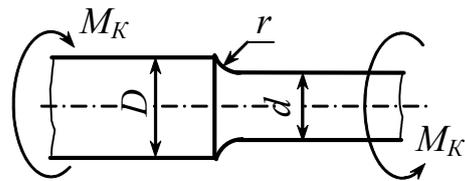
Ответ: $n = 2,2$.

12.12. Определить диаметр круглого стержня, ослабленного круглым отверстием и нагруженного осевой силой, изменяющейся по симметричному циклу, если $a / d = 0,1$, $F_{\max} = 100 \text{ кН}$, $[n] = 1,5$; $\sigma_{\text{пч}} = 650 \text{ МПа}$, $\sigma_{-1\text{р}} = 200 \text{ МПа}$, $K_{\sigma} / K_{d\sigma} = 2$; поверхность стержня грубо обточена.



Ответ: $d = 50 \text{ мм}$.

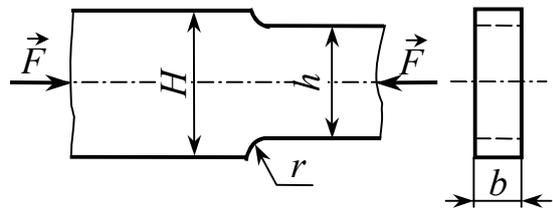
12.13. Определить поперечные размеры ступенчатого вала, нагруженного переменным крутящим моментом,



изменяющимся по пульсационному циклу, если $M_{\max} = 850 \text{ Н}\cdot\text{м}$, $D/d = 4/3$, $r/d = 0,1$; $[n] = 1,8$. Материал – сталь 40 ХН. Поверхность вала шлифована.

Ответ: $d = 30 \text{ мм}$.

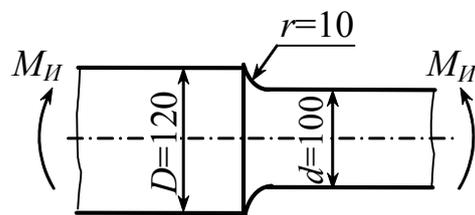
12.14. Стержень прямоугольного сечения с галтелью, изготовленный из стали 35, подвергается действию сжимающей нагрузки,



величина которой меняется от $0,15F_{\max}$ до F_{\max} . Определить наибольшую допускаемую величину F_{\max} , если $H = 45 \text{ мм}$, $h = 30 \text{ мм}$, $r = 6 \text{ мм}$, $b = 20 \text{ мм}$, $[n] = 1,7$. Поверхность детали грубо обточена.

Ответ: $[F_{\max}] = 68 \text{ кН}$.

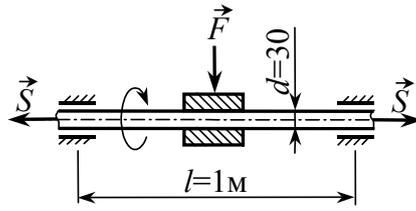
12.15. Определить запас прочности ступенчатого вала, работающего на изгиб по симметричному циклу с



$M_{\max} = 9,82 \text{ кН}\cdot\text{м}$, если $\sigma_{\text{пч}} = 650 \text{ МПа}$, $\sigma_{-1} = 300 \text{ МПа}$, $\nu_{\sigma} = 0,135$. Вал изготовлен тонкой обточкой.

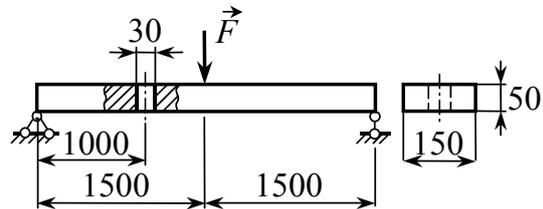
Ответ: $n_{\sigma} = 1,5$.

12.16. Вал с напрессованной втулкой нагружен постоянными силами $F = 900$ Н и $S = 20$ кН. Определить запас прочности вала при его вращении с постоянной угловой скоростью, если $\sigma_{\text{пч}} = 500$ МПа, $\sigma_{-1} = 280$ МПа. Давление напрессовки втулки $p_0 = 35$ МПа, обработка поверхности вала – тонкая обточка.



Ответ: $n_R = 1,2$.

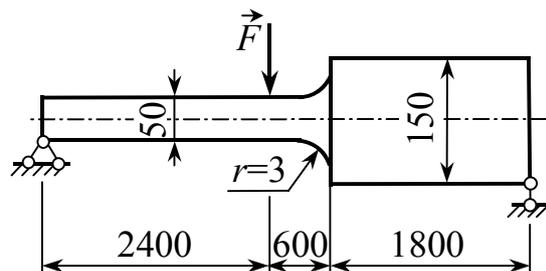
12.17. Стальная балка, ослабленная сквозным отверстием, нагружена статически приложенной силой F . Найти



допустимое значение силы F , обеспечив трехкратный запас по пределу текучести. Принимая найденное значение за F_{max} , установить, с каким запасом прочности будет работать балка при изменении F по пульсационному циклу, если поверхность балки тонко обточена, материал – Ст45.

Ответ: $[F] = 10$ кН, $n_R = 2$.

12.18. Круглый ступенчатый стержень изготовлен из стали 35. Поверхность его отшлифована и подвергнута наклепу с $K_v = 1,17$. Требуется:

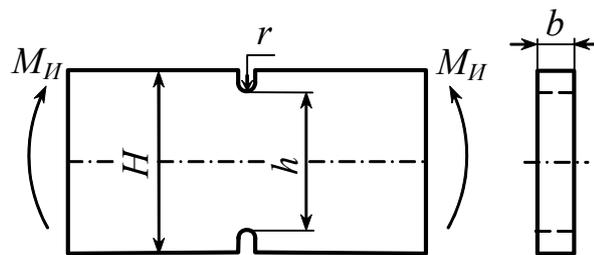


1) найти допустимое значение силы F при расчете на переменную нагрузку, изменяющуюся по симметричному циклу с запасом прочности $[n] = 1,5$;

2) считая найденную нагрузку статической, определить запас прочности по пределу текучести.

Ответ: $[F] = 1$ кН, $n_T = 3,28$.

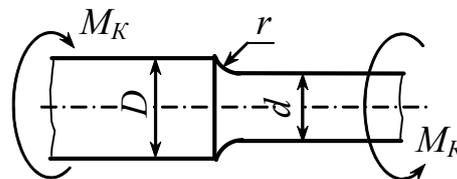
12.19. Балка прямоугольного сечения, ослабленная выточками, подвергается действию изгибающего момента, изменяющегося от $-0,5 M_{\max}$ до $+M_{\max}$. Балка изготовлена из стали 20



и подвергнута шлифованию. Определить допустимое значение максимального момента $[M_{\max}]$, если $H = 90$ мм, $h = 60$ мм, $r = 3$ мм, $b = 25$ мм, $[n] = 1,5$. На сколько изменится несущая способность балки, если увеличить радиус закругления до 6 мм, подвергнуть балку полированию и поверхностному наклепу путем обдужки дробью с $K_v = 1,25$?

Ответ: $[M_{\max}] = 823$ Н·м; увеличится на 57%.

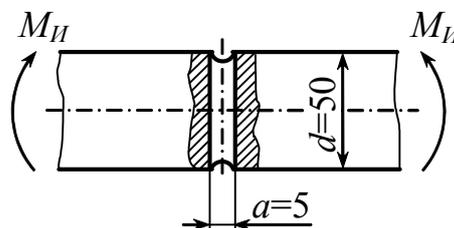
12.20. Определить допускаемое значение максимального крутящего момента, приложенного к ступенчатому валу, если $M_{\min} / M_{\max} = 0,25$; $D = 80$ мм, $d = 60$ мм, $r = 3$ мм, $[n] = 2$; Материал – сталь 60, поверхность шлифована.



3 мм, $[n] = 2$; Материал – сталь 60, поверхность шлифована.

Ответ: $[M_{\max}] = 5$ кН·м.

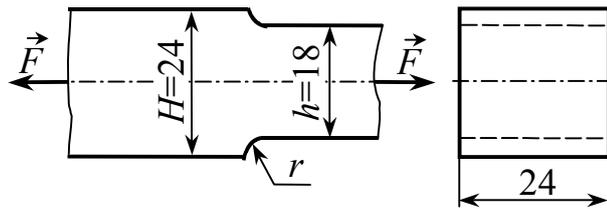
12.21. Балка круглого поперечного сечения, ослабленная круглым поперечным отверстием, подвергается действию изгибающего момента, меняющегося от 1 кН·м до 2,5 кН·м. Поверхность балки тонко обточена, материал – сталь 60. Определить запас прочности.



1 кН·м до 2,5 кН·м. Поверхность балки тонко обточена, материал – сталь 60. Определить запас прочности.

Ответ: $n_R = 1,75$.

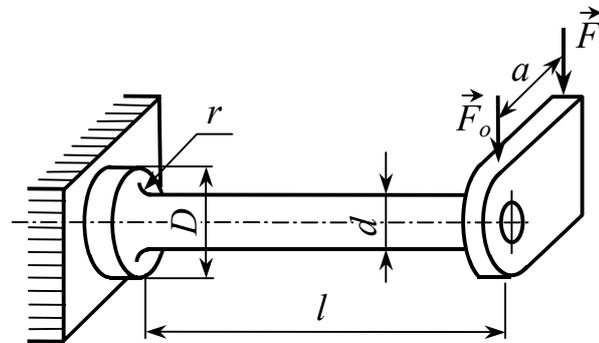
12.22. Стальной стержень подвергается действию переменной осевой силы, изменяю-



щейся по симметричному циклу с $F_{\max} = 15$ кН. Определить минимальный радиус переходного закругления r , если $\sigma_{\text{пч}} = 500$ МПа, $\sigma_{-1p} = 200$ МПа, $K_F = 0,91$; $\psi_\sigma = 0,1$; $\nu_\sigma = 0,1$; $[n] = 3$.

Ответ: $r = 3$ мм.

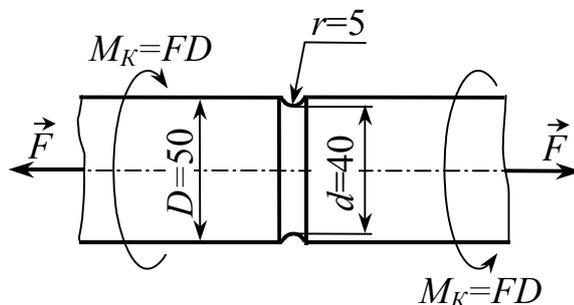
12.23. Проверить прочность детали, нагруженной постоянной силой $F_o = 2$ кН и переменной силой F , изменяющейся по симметричному циклу



с $F_{\max} = 1$ кН, если $D = 80$ мм, $d = 40$ мм, $r = 2$ мм, $l = 40$ см, $a = 10$ см, $[n] = 2$; материал детали – сталь 60. Поверхность детали грубо обточена.

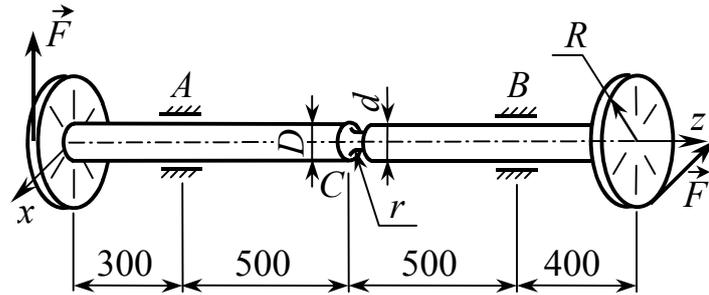
Ответ: $n = 2,17 > [n]$, т.е. прочность обеспечена.

12.24. Найти допускаемое значение амплитуды силы F , изменяющейся по симметричному циклу, для полированной детали, изготовленной из стали 35, полагая $[n] = 2$.



Ответ: $[F_d] = 10$ кН.

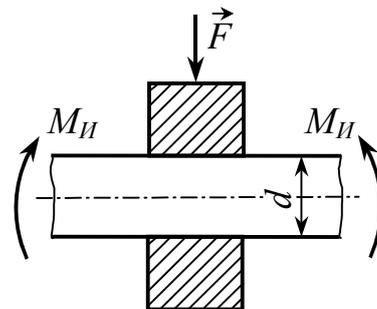
12.25. Определить запас прочности шлифовального вала с кольцевой выточкой, изготовленного



из стали 20. При установке на вал шкивов и внутренних колец подшипников в опорных сечениях давление посадки $p = 16$ МПа. Дано: $D = 50$ мм, $d = 40$ мм, $r = 5$ мм, $R = 50$ см, $F = 1$ кН.

Ответ: $n = n_B = 1,95$ ($n_C = 2,12$).

12.26. Определить запас прочности вала диаметром $d = 50$ мм, на который напрессована втулка, если изгибающий момент изменяется по симметричному циклу с



$M_{\max} = 750$ Н·м, поверхность вала полирована, $\sigma_{\text{пч}} = 800$ МПа, $\sigma_{-1} = 360$ МПа, давление напрессовки $p = 35$ МПа.

Ответ: $n = 1,49$.

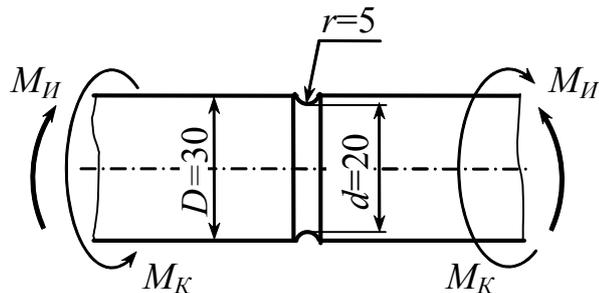
12.27. Стальной ступенчатый вал круглого сечения, диаметрами $D = 60$ мм, $d = 50$ мм и радиусом переходной галтели $r = 5$ мм подвергается действию переменного изгиба и кручения. С каким запасом прочности работает вал, если в опасном переходном сечении имеем: от изгиба $M_{\max} = 3$ кН·м, $M_{\min} = 1$ кН·м; от кручения $M_{k \max} = 3$ кН·м, $M_{k \min} = 1$ кН·м. Вал изготовлен из стали 12ХНЗА, его поверхность отшлифована и подвергнута упрочнению с $K_v = 1,3$.

Ответ: $n = 1,50$.

12.28. Определить запас прочности ступенчатого вала с диаметрами $D = 48$ мм, $d = 40$ мм, радиусом галтели $r = 2$ мм, испытывающего переменный изгиб с кручением. Нормальные напряжения изменяются от $\sigma_{\max} = 80$ МПа до $\sigma_{\min} = -80$ МПа, касательные – от $\tau_{\max} = 70$ МПа до $\tau_{\min} = 30$ МПа. Материал – легированная сталь, для которой $\sigma_{\text{пч}} = 800$ МПа, $\sigma_T = 650$ МПа, $\sigma_{-1} = 360$ МПа, $\tau_{-1} = 210$ МПа, $\psi_\sigma = 0,1$; $\psi_\tau = 0,05$; $\nu_\sigma = 0,1$; $\nu_\tau = 0,16$. Поверхность вала тонко обточена. Как изменится запас прочности, если поверхность вала подвергнуть полированию?

Ответ: $n_1 = 1,9$; $n_2 = 2,1$, т.е. увеличится на 10%.

12.29. Вращающийся вал с проточкой находится под действием постоянного изгибающего момента $M_{\text{и}} = 100$ Н·м и крутящего момента, изменяющегося от нуля до $M_{\text{к}} = 120$ Н·м. С каким запасом прочности работает вал, если $\sigma_{\text{пч}} = 700$ МПа, $\sigma_{-1} = 400$ МПа, $\tau_{-1} = 160$ МПа, $\nu_\sigma = 0,06$; $\nu_\tau = 0,105$; $\psi_\tau = 0,13$; поверхность вала отполирована и обдута дробью ($K_V = 1,3$)?



Ответ: $n_R = 2,12$.

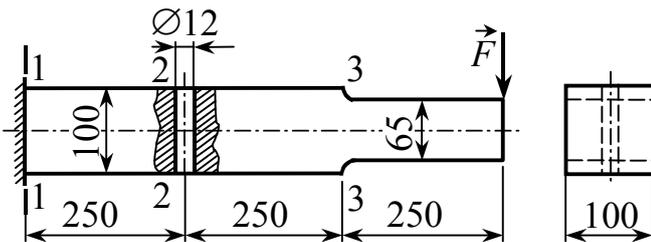
12.30. Деталь изготовлена из стали 45 и работает на переменное растяжение и кручение. Проверить прочность детали, если $K_\sigma / K_{d\sigma} = 2,4$; $K_F = K_V = 1$, $\sigma_{\max} = 100$ МПа, $\sigma_{\min} = 20$ МПа, $\tau_{\max} = 40$ МПа; $\tau_{\min} = -20$ МПа; $[n] = 1,5$.

Ответ: $n_R = 1,49$.

12.31. Ступенчатый вал с размерами $D = 60$ мм, $d = 50$ мм, $r / d = 0,05$ должен работать в пресной воде на знакопеременное кручение по симметричному циклу с коэффициентом запаса $[n] = 1,5$. Установить, какой вал обладает большей несущей способностью: из стали 5, для которой $\sigma_{\text{пч}} = 520$ МПа, $\tau_{-1} = 140$ МПа, $K_F = 0,61$, или из стали 40Х, для которой $\sigma_{\text{пч}} = 1000$ МПа, $\tau_{-1} = 220$ МПа, $K_F = 0,33$.

Ответ: Несущая способность валов одинакова.

12.32. Определить допустимое значение амплитуды силы F , изменяющейся по симметричному циклу, если



$K_1 = 1,4$; $K_2 = 2,1$; $K_3 = 1,9$; $\sigma_{-1} = 180$ МПа, $[n] = 2,5$.

Ответ: $[F_d] = 10$ кН.

13. РАСЧЕТ ТОНКОСТЕННЫХ СОСУДОВ

13.1. Давление воздуха в цилиндре амортизационной стойки шасси самолета в положении на стоянке равно $p = 20$ МПа. Диаметр цилиндра $d = 100$ мм, толщина стенки $t = 4$ мм. Определить главные напряжения в цилиндре на стоянке и после взлета, когда давление в амортизаторе уменьшится вдвое.

Ответ: $\sigma_1 = 250$ МПа, $\sigma_2 = 0$ (на стоянке);

$\sigma_1 = 125$ МПа, $\sigma_2 = 62,5$ МПа (после взлета).

13.2. Вода поступает в водяную турбину по трубопроводу, наружный диаметр которого у машинного здания равен 2 м, а толщина стенки $t = 25$ мм. Машинное здание расположено на 200 м ниже уровня озера, из которого забирается вода. Найти наибольшее напряжение в стенке трубопровода.

Ответ: $\sigma_{\max} = 80$ МПа.

13.3. Проверить прочность стенки цилиндрического котла диаметром 2,5 м, находящегося под рабочим давлением $p = 1$ МПа, если толщина стенки $t = 12$ мм, $[\sigma] = 100$ МПа. Применить IV гипотезу прочности.

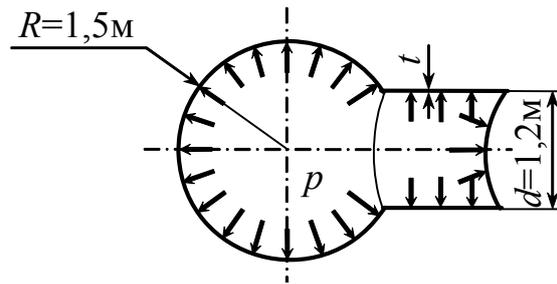
Ответ: $\sigma_{\text{ЭКВ IV}} = 90$ МПа.

13.4. Котел имеет диаметр цилиндрической части $d = 2$ м и находится под рабочим давлением $p = 1,6$ МПа. Подобрать толщину стенки котла при допуске напряжении $[\sigma] = 100$ МПа, используя III гипотезу прочности. Какая была бы необходимая толщина при использовании IV гипотезы прочности?

Ответ: $t_{\text{III}} = 16$ мм; $t_{\text{IV}} = 14$ мм.

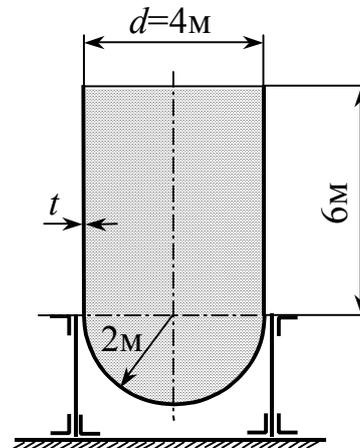
13.5. Сосуд подвергается давлению газа $p = 10$ МПа. Найти толщину его стенки, если $[\sigma] = 250$ МПа.

Ответ: $t = 30$ мм.



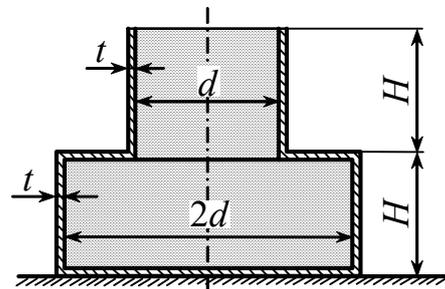
13.6. Вертикально стоящий цилиндрический резервуар с полусферическим дном доверху заполнен водой. Толщина боковых стенок и дна $t = 2$ мм. Определить наибольшие нормальные напряжения в цилиндрической и сферической частях конструкции.

Ответ: $\sigma_{ц} = 60$ МПа; $\sigma_{сф} = 40$ МПа.

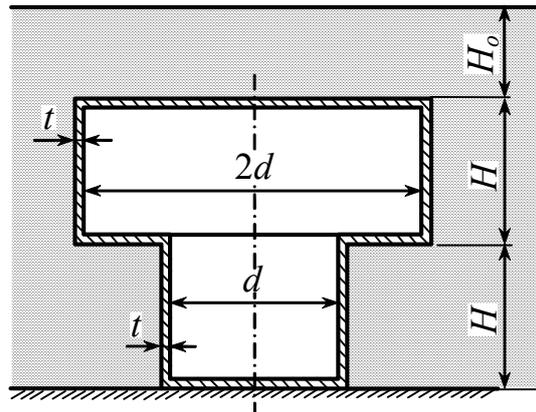


13.7. Сосуд заполнен жидкостью с удельным весом $\gamma = 10$ кН/м³. Полагая $d = 4$ м, $H = 5$ м, $t = 4$ мм, определить наибольшие меридианальные и кольцевые напряжения.

Ответ: $\sigma_m = 18,75$ МПа; $\sigma_t = 100$ МПа.



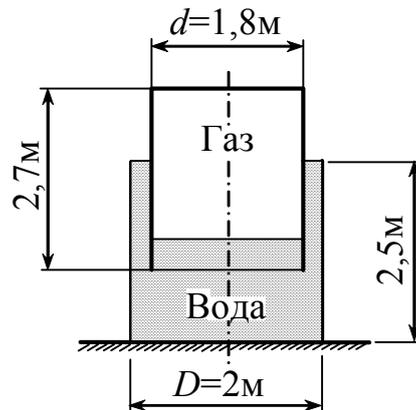
13.8. Сосуд, заполненный газом, находящимся в условиях атмосферного давления, помещен на дно водоема. Определить наибольшие меридианальные и кольцевые напряжения, полагая $H_0 = 4$ м, $H = 5$ м, $d = 4$ м, $t = 4$ мм.



Ответ: а) широкая часть - $\sigma_m = -20$ МПа, $\sigma_t = -90$ МПа;

б) узкая часть - $\sigma_m = 35$ МПа, $\sigma_t = -70$ МПа.

13.9. Небольшой газгольдер для светильного газа имеет толщину стенок $t = 5$ мм. Найти наибольшие напряжения в стенках верхнего и нижнего сосудов.



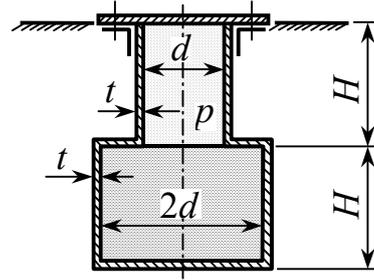
Ответ: $\sigma_B = 0,5$ МПа;

$\sigma_H = 5$ МПа.

13.10. Цилиндрический сосуд диаметром $d = 0,8$ м имеет стенку толщиной $t = 4$ мм. Определить величину допускаемого давления в сосуде, исходя из IV гипотезы прочности, если $[\sigma] = 130$ МПа.

Ответ: $[p] = 1,5$ МПа.

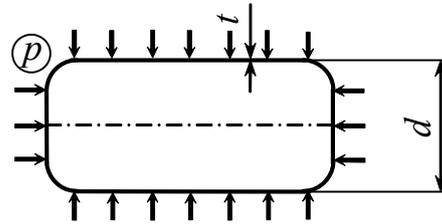
13.11. Сосуд заполнен газом под избыточным давлением $p = 100$ кПа и жидкостью с удельным весом $\gamma = 10$ кН/м³. Определить наибольшие меридианальные и кольцевые напряжения, полагая $d = 4$ м, $H = 5$ м, $t = 4$ мм.



Ответ: а) узкая часть - $\sigma_m = 75$ МПа, $\sigma_t = 50$ МПа;

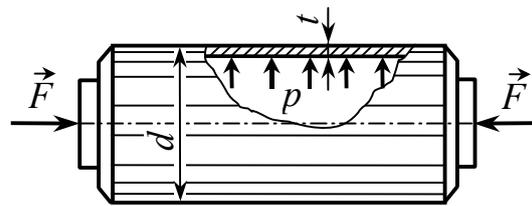
б) широкая часть - $\sigma_m = 75$ МПа, $\sigma_t = 150$ МПа.

13.12. Поплавок клапана испытательной машины представляет собой замкнутый цилиндр из алюминиевого сплава диаметром $d = 100$ мм. Поплавок подвергается всестороннему сжатию давлением $p = 23$ МПа. Определить толщину стенки поплавка, используя четвертую гипотезу прочности, если $[\sigma] = 200$ МПа.



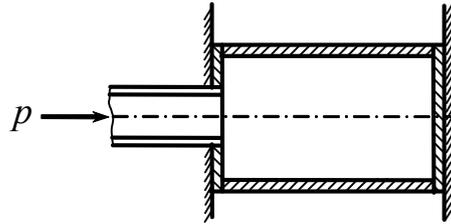
Ответ: $t = 5$ мм.

13.13. Чугунный цилиндрический сосуд диаметром $d = 20$ см имеет толщину стенки $t = 1$ см. Внутреннее давление в сосуде $p = 4$ МПа. Кроме того, сосуд сжат осевыми силами $F = 150$ кН. Проверить прочность сосуда по гипотезе Мора, если $[\sigma_p] = 40$ МПа, $[\sigma_c] = 120$ МПа.



Ответ: $\sigma_{\text{экв}M} = 41$ МПа (перенапряжение 2,5%, что допустимо).

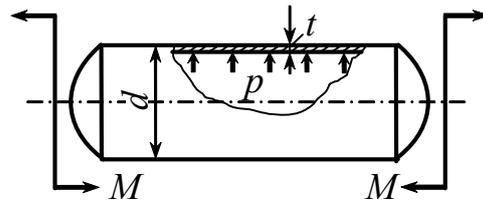
13.14. В тонкостенную медную трубку диаметром $d = 100$ мм и толщиной $t = 5$ мм, закрепленную между жестки-



ми неподвижными опорами при температуре $t_1 = 10^\circ\text{C}$, под давлением $p = 1$ МПа подается горячая вода ($t_2 = 70^\circ\text{C}$). Определить коэффициент запаса по пределу текучести, если $\sigma_{\text{Тр}} = 100$ МПа, $\sigma_{\text{Тс}} = 200$ МПа, $E = 100$ ГПа.

Ответ: $\sigma_z = -99$ МПа, $\sigma_t = 10$ МПа, $n_T = 2$.

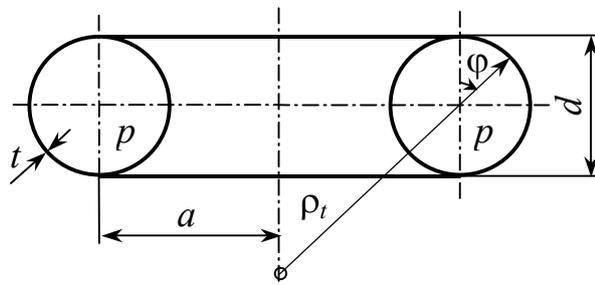
13.15. Цилиндрический сосуд находится под действием внутреннего давления газа $p = 1$ МПа. Исходя из III гипотезы прочности, определить величину максимально допустимого момента $[M]$, если $d = 50$ см, $t = 2,5$ мм, $[\sigma] = 150$ МПа.



тезы прочности, определить величину максимально допустимого момента $[M]$, если $d = 50$ см, $t = 2,5$ мм, $[\sigma] = 150$ МПа.

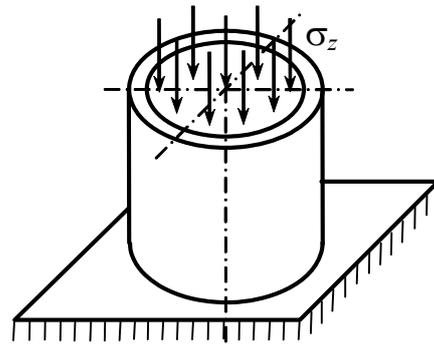
Ответ: $[M] = 49$ кН·м.

13.16. Определить наибольшие меридианальные и окружные напряжения в торообразном баллоне, если $p = 1,8$ МПа, $t = 3$ мм, $a = 0,5$ м; $d = 0,4$ м.



Ответ: $\sigma_m = 150 \text{ МПа}$; $\sigma_t = 60 \text{ МПа}$.

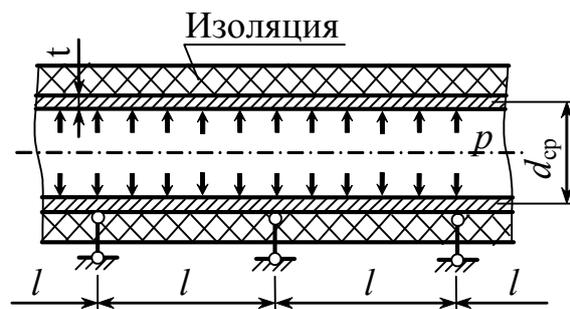
13.17. Латунная трубка средним диаметром $d_{\text{cp}} = 200 \text{ мм}$ и толщиной стенки $t = 1 \text{ мм}$ заполнена внутри резиной, которая сжимается в осевом направлении напряжением $\sigma_z = 1 \text{ МПа}$. Определить



изменение диаметра трубки и возникающие в ней напряжения, если $E_p = 10 \text{ МПа}$, $\nu_p = 0,45$; $E_{\text{л}} = 80 \text{ ГПа}$.

Ответ: $\Delta d = 0,2 \text{ мм}$; $\sigma_t = 80 \text{ МПа}$.

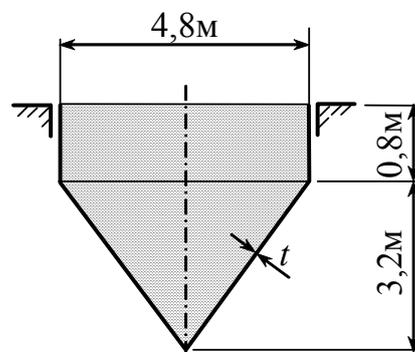
13.18. Паропровод среднего диаметра $d_{\text{cp}} = 200 \text{ мм}$ с толщиной стенки $t = 5 \text{ мм}$ лежит на ряде равноотстоящих опор. С каким запасом прочности работает паро-



провод, если давление пара $p = 5 \text{ МПа}$, погонный вес трубы с изоляцией $q = 2,5 \text{ кН/м}$; $l = 5 \text{ м}$; $\sigma_{\text{тр}} = \sigma_{\text{тс}} = 250 \text{ МПа}$? Воспользоваться III гипотезой прочности.

Ответ: $n_T = 2,5$.

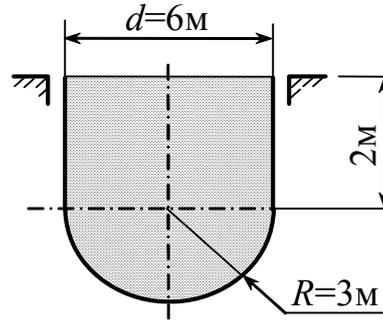
13.19. Цилиндрический сосуд с коническим дном заполнен жидкостью с удельным весом $\gamma = 7 \text{ кН/м}^3$. Толщина стенок постоянна и равна $t = 5 \text{ мм}$. Определить наи-



большие меридианальные и окружные напряжения.

Ответ: $\sigma_m = 4 \text{ МПа}$; $\sigma_t = 5,3 \text{ МПа}$.

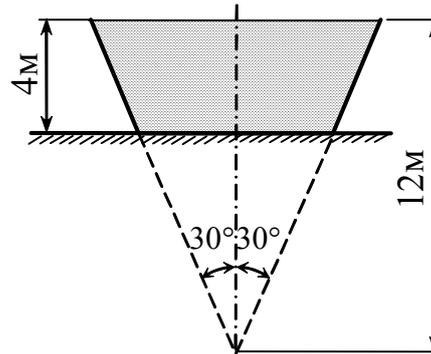
13.20. Цилиндрический сосуд с полусферическим дном заполнен жидкостью с удельным весом $\gamma = 10 \text{ кН/м}^3$. Толщина стенок постоянна и равна $t = 5 \text{ мм}$.



Определить наибольшее напряжение в стенке сосуда. Во сколько раз увеличится это напряжение, если длину цилиндрической части удвоить, сохранив неизменными все остальные размеры?

Ответ: $\sigma_{\max} = 15 \text{ МПа}$; увеличится в 1,6 раза.

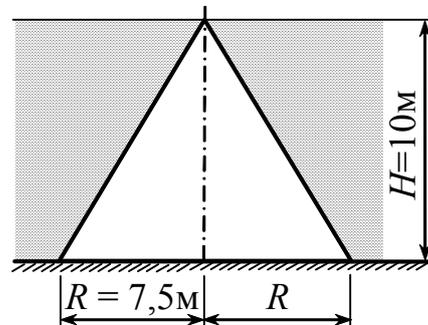
13.21. Для хранения нефти с удельным весом $\gamma = 9,5 \text{ кН/м}^3$ используется сосуд в виде усеченного конуса с толщиной стенки $t = 10 \text{ мм}$.



Определить наибольшие меридиональные и окружные напряжения в стенке сосуда.

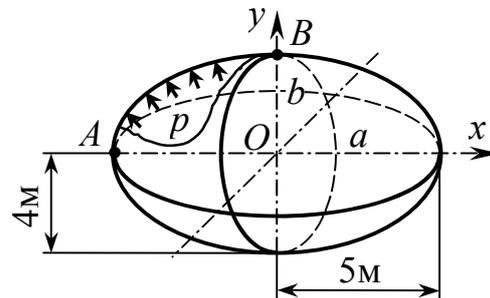
Ответ: $\sigma_m = -5,9 \text{ МПа}$; $\sigma_t = 20,3 \text{ МПа}$.

13.22. Тонкостенный конический колокол находится под слоем воды. Определить наибольшие меридиональные и окружные напряжения, если давление воздуха на поверхности $p_o = 100 \text{ кПа}$, под колоколом $p_1 = 200 \text{ кПа}$, толщина стенки $t = 10 \text{ мм}$.



Ответ: $\sigma_m = 17,6 \text{ МПа}$; $\sigma_t = 23,4 \text{ МПа}$.

13.23. Оболочка толщиной $t = 20 \text{ мм}$, имеющая форму эллипсоида вращения (Ox – ось вращения), нагружена внутренним давлением $p = 1 \text{ МПа}$. Найти напряжения

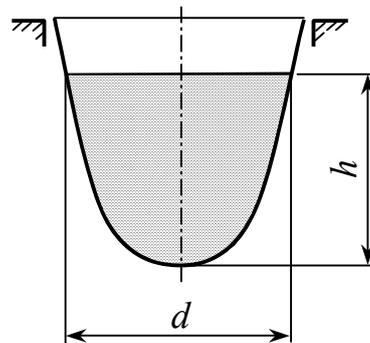


в продольном и поперечном сечениях.

Ответ: $\sigma_{m_A} = \sigma_{t_A} = 160 \text{ МПа}$; $\sigma_{m_B} = 100 \text{ МПа}$;

$\sigma_{t_B} = 136 \text{ МПа}$.

13.24. Пользуясь III гипотезой прочности, проверить прочность сосуда, имеющего форму параболоида вращения с толщиной стенки $t = 2 \text{ мм}$, если удельный вес жидкости



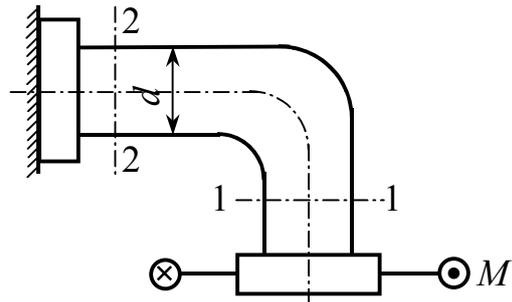
$\gamma = 10 \text{ кН/м}^3$, допускаемое напряжение $[\sigma] = 20 \text{ МПа}$, $d = h = 5 \text{ м}$. Прочность проверить на высоте верхнего уровня жидкости.

Ответ: $\sigma_{\text{ЭКВ III}} = 17 \text{ МПа} < [\sigma] = 20 \text{ МПа}$, т.е. прочность обеспечена.

13.25. Дюралюминиевая труба толщиной $t_d = 5 \text{ мм}$ и внутренним диаметром $d_{\text{вн}} = 100 \text{ мм}$ усилена плотно надетой на нее стальной рубашкой толщиной $t_{\text{ст}} = 2 \text{ мм}$. Найти предельное внутреннее давление для двухслойной трубы по пределу текучести и контактное давление между слоями в этот момент, полагая $E_{\text{ст}} = 200 \text{ ГПа}$, $\sigma_{\text{ст}} = 500 \text{ МПа}$, $E_d = 70 \text{ ГПа}$, $\sigma_{\text{тд}} = 250 \text{ МПа}$.

Ответ: $p_{np} = 33,4 \text{ МПа}$; $p_{к} = 17,5 \text{ МПа}$.

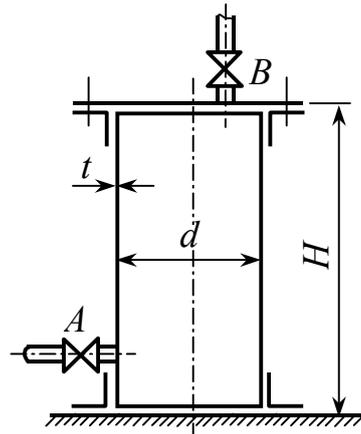
13.26. Участок стального трубопровода диаметром $d = 50 \text{ мм}$ с толщиной стенки $t = 1 \text{ мм}$ заполнен жидкостью под давлением $p = 4 \text{ МПа}$.



Нижний фланец нагружен парой сил с моментом $M = 150 \text{ Н}\cdot\text{м}$. Определить коэффициенты запаса по пределу текучести в сечениях 1 – 1 и 2 – 2, полагая $\sigma_{тр} = \sigma_{тс} = 250 \text{ МПа}$. Воспользоваться III гипотезой прочности.

Ответ: $n_{T_1} = 2,1$; $n_{T_2} = 2$.

13.27. Цилиндрический сосуд высотой $H = 15 \text{ м}$, диаметром $d = 1 \text{ м}$, толщиной стенки $t = 5 \text{ мм}$ заполняется доверху водой. При этом через кран B удаляется весь воздух и оба крана плотно закрываются. Пренебрегая соб-



ственным весом сосуда, построить эпюры σ_m и σ_t по высоте.

Ответ: $\sigma_m = -5 \text{ МПа}$ (постоянно по высоте);

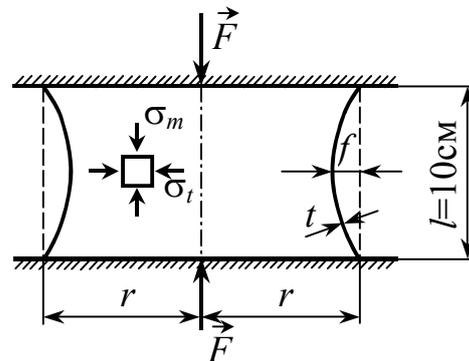
$\sigma_t = -10 \text{ МПа}$ (вверху), $\sigma_t = 5 \text{ МПа}$ (внизу).

13.28. Решить предыдущую задачу при условии, что сначала сосуд полностью заполняется водой, крышка и кран B плотно закрываются. Затем открывается кран A и уровень воды понижается на 5 м .

Ответ: $\sigma_m = -5 \text{ МПа}$ (постоянно по высоте);

$\sigma_t = 0$ МПа (на уровне дна сосуда), $\sigma_t = -10$ МПа (от уровня воды и выше).

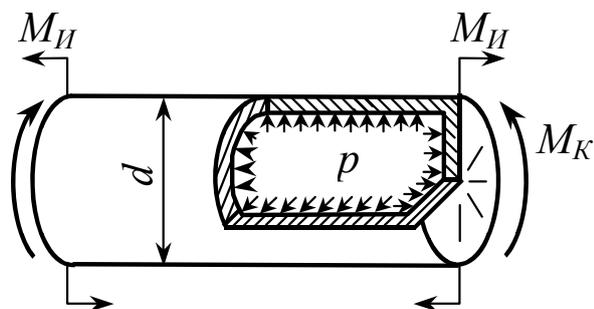
13.29. Цилиндрическая оболочка с толщиной стенки $t = 5$ мм сжимается силой $F = 31,4$ кН. Образующие оболочки из-за неточности изготовления получили малое



осесимметричное искривление. Пренебрегая влиянием этого искривления на меридиональные напряжения, вычислить σ_m и σ_t в середине высоты оболочки в предположении, что образующие искривлены по одной полуволне синусоиды, а $f = 0,01l$; $l = r$.

Ответ: $\sigma_m = -10$ МПа; $\sigma_t = -1$ МПа.

13.30. Цилиндрический баллон подвергается одновременному действию внутреннего давления $p = 6$ МПа, изгибающего момента $M_{II} = 2$ кН·м и кру-



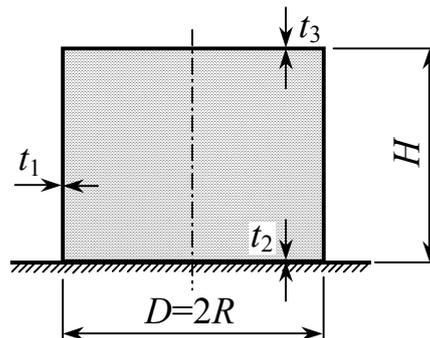
тящего момента $M_K = 5$ кН·м. Проверить прочность баллона по IV гипотезе прочности, если наружный диаметр $d = 10$ см, толщина стенки $t = 0,5$ см, $[\sigma] = 160$ МПа.

Ответ: $\sigma_{\text{экв IV}} = 148$ МПа.

13.31. Задача

В. Г. Шухова (1883 г.)

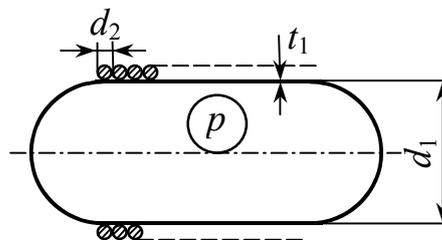
Вертикальный цилиндрический сосуд предназначен для хранения жидкости объема V и удельного веса γ . Сум-



марная толщина верхнего и нижнего оснований, назначаемая по конструктивным соображениям, равна $\Delta = t_2 + t_3$. Определить наивыгоднейшую высоту резервуара $H_{\text{опт}}$, при которой масса конструкции будет минимальна. Принимая высоту резервуара, равной $H_{\text{опт}}$, найти толщину стенки цилиндрической части, полагая $[\sigma] = 180$ МПа, $\Delta = 9$ мм, $\gamma = 10$ кН/м³, $V = 1000$ м³.

Ответ: $H_{\text{опт}} = 9$ м; $t_1 = 3$ мм.

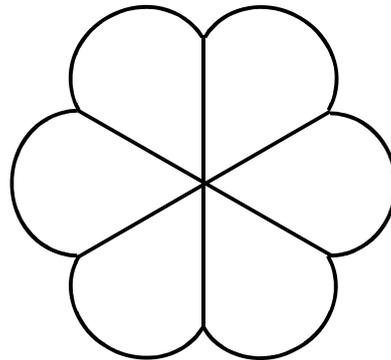
13.32. Тонкостенный цилиндрический сосуд со сферическими днищами подвергается изнутри давлению газа $p = 7$ МПа. Путем навивки



высокопрочной проволоки диаметром d_2 , уложенной виток к витку с начальным натяжением N_{02} , обеспечивается равнопрочность оболочки в окружном и меридиональном направлениях. Определить толщину оболочки t_1 , диаметр проволоки d_2 и начальное натяжение N_{02} , если $d_1 = 30$ см, $[\sigma_1] = 200$ МПа, $[\sigma_2] = 1250$ МПа, $E_1 = E_2 = 200$ ГПа.

Ответ: $t_1 = 2,625$ мм; $d_2 = 0,535$ мм; $N_{02} = 215$ Н.

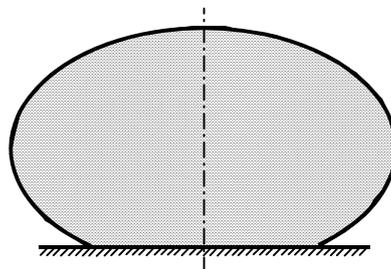
13.33. Среди прочих конструктивных элементов в авиационной и ракетной технике используются баллоны высокого давления. Обычно они имеют цилиндрическую или сферическую форму и для



них, как и для прочих конструктивных узлов, чрезвычайно важно соблюдать требования минимального веса.

Предлагается конструкция фасонного цилиндра, показанная на рисунке. Стенки баллона состоят из нескольких цилиндрических секций, связанных радиальными стенками. Поскольку цилиндрические секции имеют небольшой радиус, напряжения в них уменьшатся, и можно надеяться, что несмотря на увеличение веса за счет радиальных стенок, общий вес конструкции окажется меньшим, чем для обыкновенного цилиндра, имеющего тот же объем. Насколько оправданы эти надежды?

13.34. Определить форму меридиана тонкостенной оболочки равного сопротивления, содержащей жидкость удельного веса γ .



14. ТИПОВЫЕ РАСЧЕТЫ (варианты заданий с примерами выполнения)

14.1. ЦЕНТРАЛЬНОЕ РАСТЯЖЕНИЕ И СЖАТИЕ СТУПЕНЧАТЫХ СТЕРЖНЕЙ

Для ступенчатого стержня (рис. 14.1) при осевых нагрузках $F_1 = \alpha_1 qa$, $F_2 = \alpha_2 qa$ и q по табл. 14.1 требуется:

1. Вычертить в масштабе расчетную схему стержня.
2. Определить реактивную осевую силу в опорном сечении.
3. Определить продольные силы N_z , нормальные напряжения σ_z и перемещения в характерных точках и построить их эпюры.
4. Определить опасное сечение и подобрать необходимую площадь A стержня из условия прочности на растяжение или сжатие.

Принять: $a = 1$ м, $[\sigma_p] = 160$ МПа, $[\sigma_c] = 60$ МПа.

Таблица 14.1

Вариант	1	2	3	4	5	6	7	8
α_1	1	2	1	1	2	3	2	3
α_2	2	3	3	4	3	4	4	3
q , кН/м	100	200	300	400	500	600	400	800

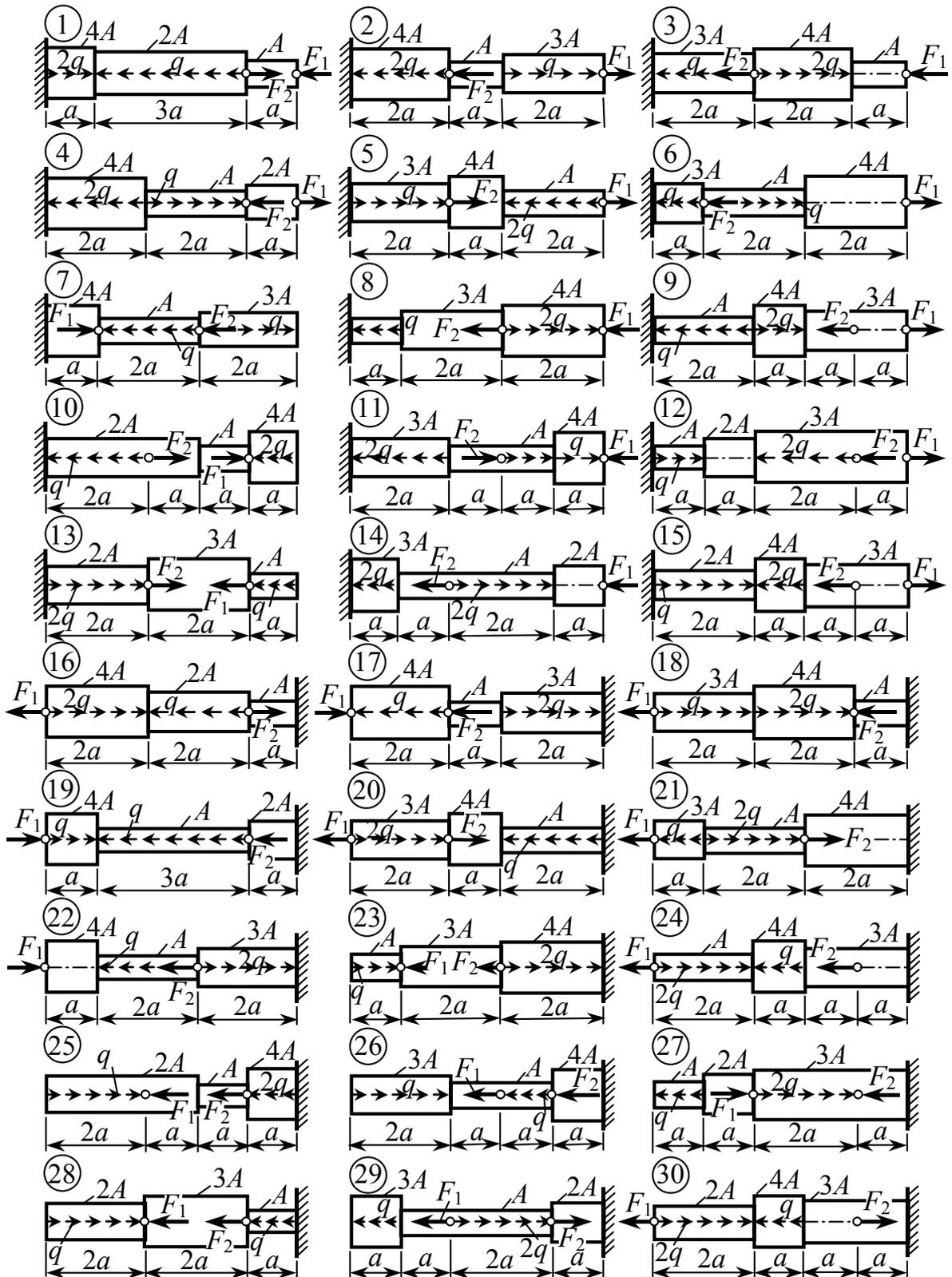


Рис. 14.1

Пример. Для заданного ступенчатого стержня (рис. 14.2,а) требуется:

1. Определить реактивную силу в опорном сечении и построить эпюры N_z , σ_z и w .

2. Подобрать необходимую площадь A из условия прочности на растяжение или сжатие, если: $q = 96$ кН/м, $a = 1$ м, $[\sigma_p] = 160$ МПа, $[\sigma_c] = 60$ МПа.

Решение. 1. Определение опорной реакции. Составляем уравнение равновесия в проекции на ось z : $\sum Z_i = 0$.

$$R_B - 2q \cdot 2a + 4qa + q \cdot 2a - 4qa = 0, \text{ откуда } R_B = 2qa.$$

2. Построение эпюр продольных сил, напряжений и перемещений.

Эпюра N_z . Строится по формуле $N_z = N_o \pm qz$. Знак «плюс» соответствует погонной нагрузке, вызывающей растяжение бруса (участок DE), а знак «минус» берется в случае сжатия (участок BC). В сечениях, где приложены сосредоточенные силы (сеч. D и E), на эпюре N_z имеют место скачки. Если сосредоточенная сила вызывает растяжение, то скачок вверх (сеч. D), в случае сжатия – скачок вниз (сеч. E). На участках BC и DE продольная сила изменяется по линейному закону ($q_z \neq 0$), а на участке CD продольная сила постоянна ($q_z = 0$). Вычисляя значения продольной силы в характерных точках

$$N_E = -4qa, \quad N_{DE} = N_E + q \cdot 2a = -2qa, \quad N_{DC} = N_{CD},$$

$$N_{DC} = N_{DE} + 4qa = 2qa, \quad N_B = N_{CD} - 2q \cdot 2a = -2qa,$$

строим эпюру N_z (рис. 14.2,б).

Эпюра σ_z . Напряжения в поперечных сечениях связаны с продольной силой соотношением $\sigma_z = N_z / A(z)$. Учитыв-

вая, что брус имеет ступенчато-переменное сечение, характер распределения нормальных напряжений по длине бруса остается таким же как для продольной силы. Однако в местах резкого изменения формы бруса (сеч. C и D) на эпюре σ_z , в отличие от N_z , возникают скачки, связанные с изменением площади поперечного сечения. Вычисляем напряжения в характерных точках

$$\sigma_B = \frac{N_B}{2A} = -\frac{2qa}{2A} = -\frac{qa}{A}, \quad \sigma_{CB} = \frac{N_{CB}}{2A} = \frac{2qa}{2A} = \frac{qa}{A},$$

$$\sigma_{CD} = \frac{N_{CD}}{A} = \frac{2qa}{A}, \quad \sigma_{DC} = \sigma_{CD},$$

$$\sigma_{DE} = \frac{N_{DE}}{4A} = -\frac{2qa}{4A} = -\frac{qa}{2A}, \quad \sigma_E = \frac{N_E}{4A} = -\frac{4qa}{4A} = -\frac{qa}{A}$$

и строим эпюру σ_z (рис. 14.2,в).

Эпюра w . Она строится по формуле

$$w(z) = w_o + \int_o^z \frac{N_z dz}{EA(z)} = w_o + \frac{1}{E} \int_o^z \sigma_z dz = w_o + \frac{\omega_\sigma}{E},$$

где w_o – перемещение в начале участка, ω_σ – площадь эпюры σ_z от начала участка до рассматриваемого сечения. Из этой формулы вытекает $dw/dz = \sigma_z/E$, т.е. в сечениях, где $\sigma_z = 0$, функция w принимает экстремальное значение. При отсутствии погонной нагрузки (уч. CD) напряжения постоянны, а перемещения изменяются по линейному закону. На участках с погонной нагрузкой напряжения изменяются по линейному закону, а перемещения – по квадратичному (уч. BC и DE).

Вычисляем перемещения в характерных точках $w_B = 0$,

$$w_{\max} = w_B + \frac{\omega_{\sigma}}{E} = \frac{1}{E} \left(-\frac{1}{2} \frac{qa}{A} \cdot a \right) = -\frac{qa^2}{2EA},$$

$$w_C = w_B + \frac{\omega_{\sigma}}{E} = 0, \quad w_D = w_C + \frac{\omega_{\sigma}}{E} = \frac{1}{E} \left(2 \frac{qa}{A} \cdot a \right) = 2 \frac{qa^2}{EA},$$

$$w_E = w_D + \frac{\omega_{\sigma}}{E} = 2 \frac{qa^2}{EA} + \frac{1}{E} \left[-\frac{(0,5+1)}{2} \cdot \frac{qa}{A} \cdot 2a \right] = \frac{qa^2}{2EA}$$

и строим эпюру w (рис. 14.2,г).

3. Подбор сечений.

Из условия прочности на растяжение

$$\sigma_{\max} \leq [\sigma_p], \quad 2 \frac{qa}{A} \leq [\sigma_p], \quad A_p \geq \frac{2qa}{[\sigma_p]} = \frac{2 \cdot 96 \cdot 10^3}{160 \cdot 10^6} = 12 \text{ см}^2.$$

Из условия прочности на сжатие

$$\sigma_{\min} \leq [\sigma_c], \quad \frac{qa}{A} \leq [\sigma_c], \quad A_c \geq \frac{qa}{[\sigma_c]} = \frac{96 \cdot 10^3}{60 \cdot 10^6} = 16 \text{ см}^2.$$

Окончательно принимаем большую из двух полученных величин $A = \max\{A_p, A_c\} = A_c = 16 \text{ см}^2$.

Исходя из найденной площади сечения, определим полное удлинение ступенчатого бруса

$$\Delta l = w_E = \frac{qa^2}{2EA} = \frac{96 \cdot 10^3 \cdot 1^2}{2 \cdot 200 \cdot 10^9 \cdot 16 \cdot 10^{-4}} = 0,15 \text{ мм}.$$

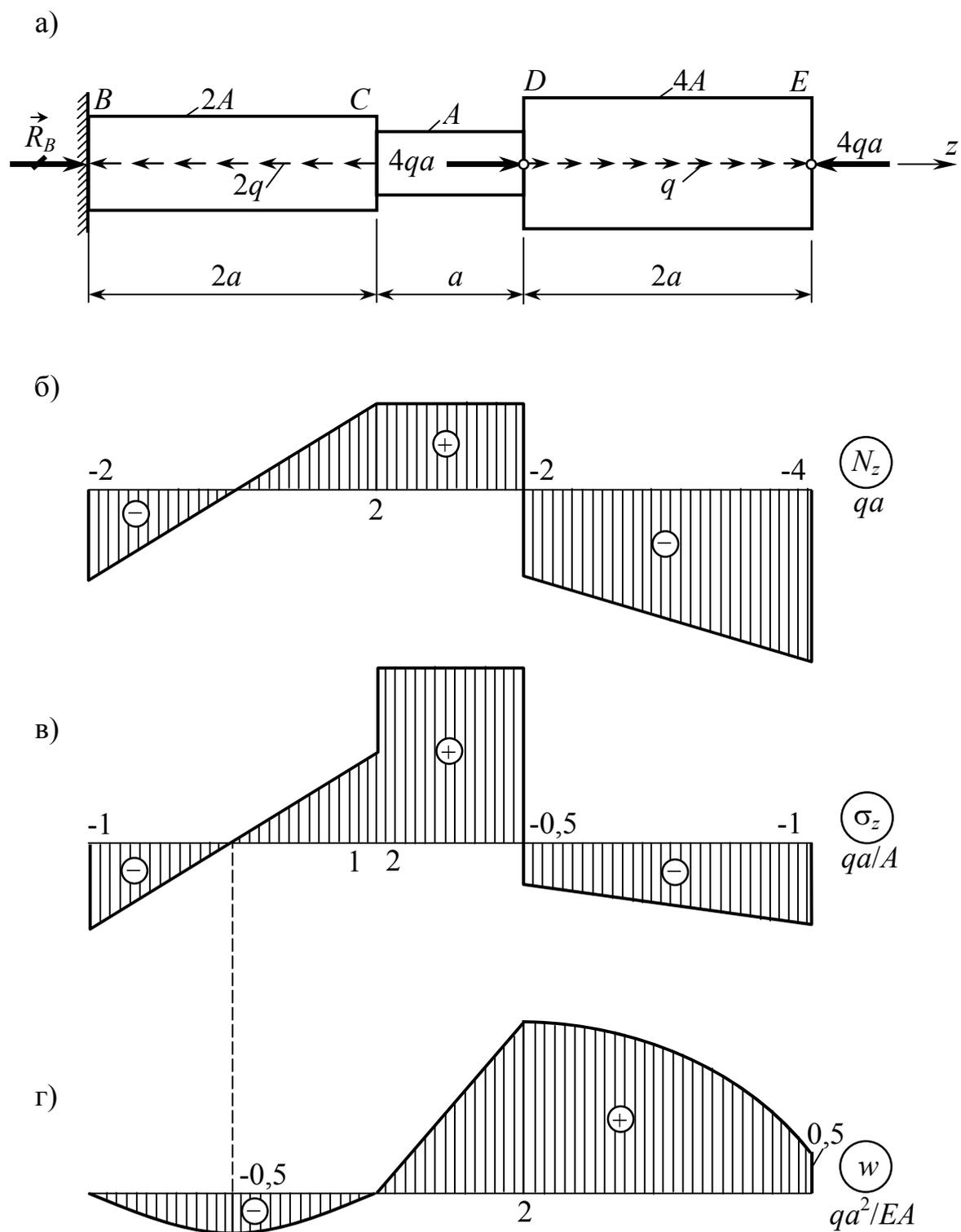


Рис. 14.2

14.2. СТАТИЧЕСКИ НЕОПРЕДЕЛИМЫЕ СТЕРЖНЕВЫЕ СИСТЕМЫ

Статически неопределимая стержневая система (рис. 14.3; 14.4) состоит из невесомой, абсолютно жесткой балки AB , поддерживаемой стальными стержнями 1 и 2, и нагружена сосредоточенной силой F . Величина силы F и соотношение площадей A_2 / A_1 указаны в табл. 14.2.

Для заданной схемы требуется:

1. Определить степень статической неопределимости.
2. Раскрыть статическую неопределимость и определить усилия, возникающие в стержнях 1 и 2.
3. Подобрать поперечное сечение стержней из двух равнобоких уголков по методу допускаемых напряжений, обеспечив заданное соотношение площадей A_2 / A_1 . Допускаемое напряжение на растяжение принять равным $[\sigma] = 160$ МПа.
4. При принятых размерах сечений стержней определить грузоподъемность конструкции по методу допускаемых нагрузок.
5. Определить в процентах дополнительный резерв грузоподъемности, получаемый при переходе от метода допускаемых напряжений к методу допускаемых нагрузок.

Примечание. Материал стержней одинаково работает на растяжение и сжатие, подчиняясь в процессе деформирования схематизированной диаграмме Прандтля.

Таблица 14.2

Вариант	1	2	3	4	5	6	7	8
F , кН	1000	600	800	400	700	500	900	600
A_2 / A_1	1,2	1,8	1,5	2,0	1,4	1,6	2,2	1,3

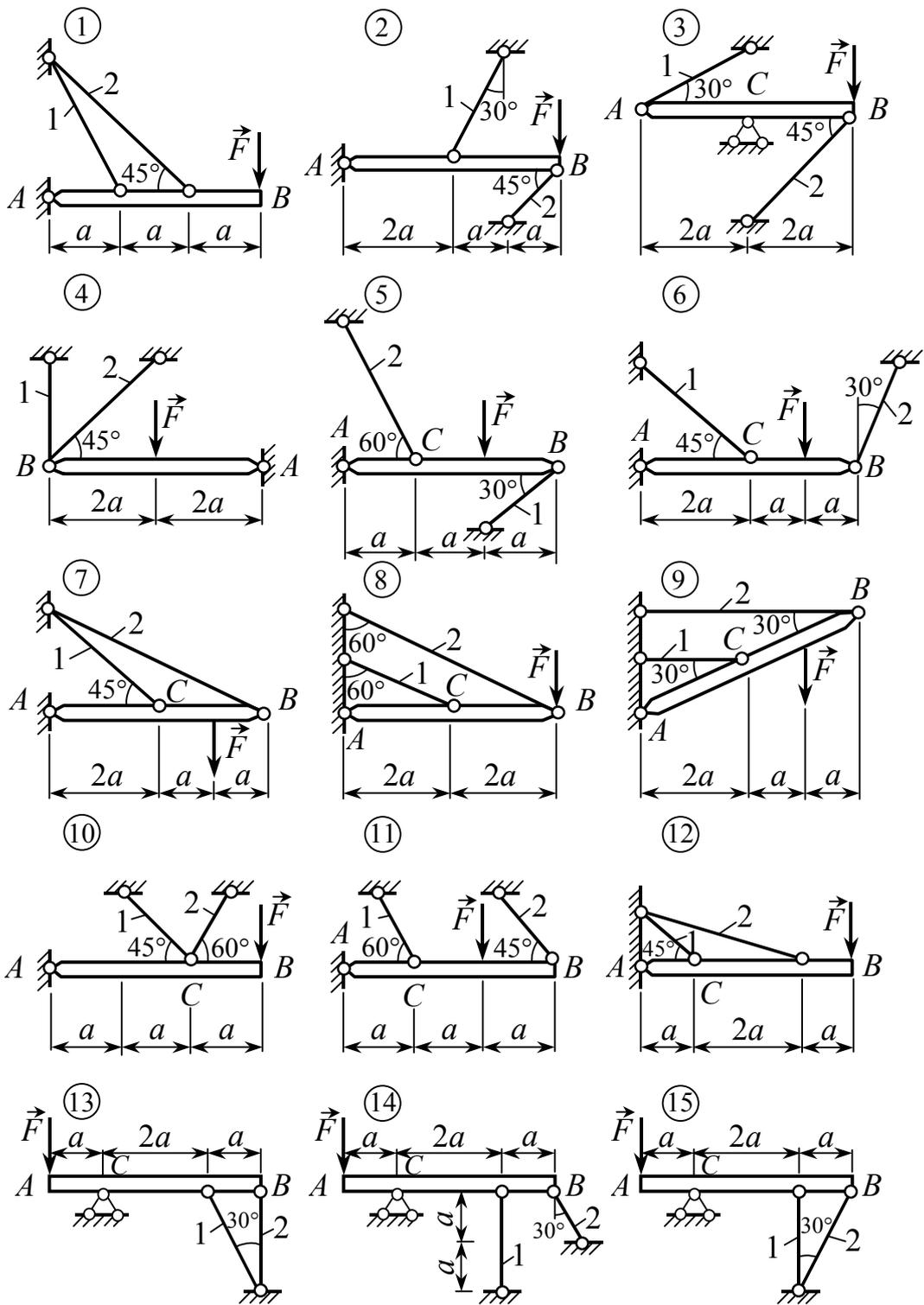


Рис. 14.3

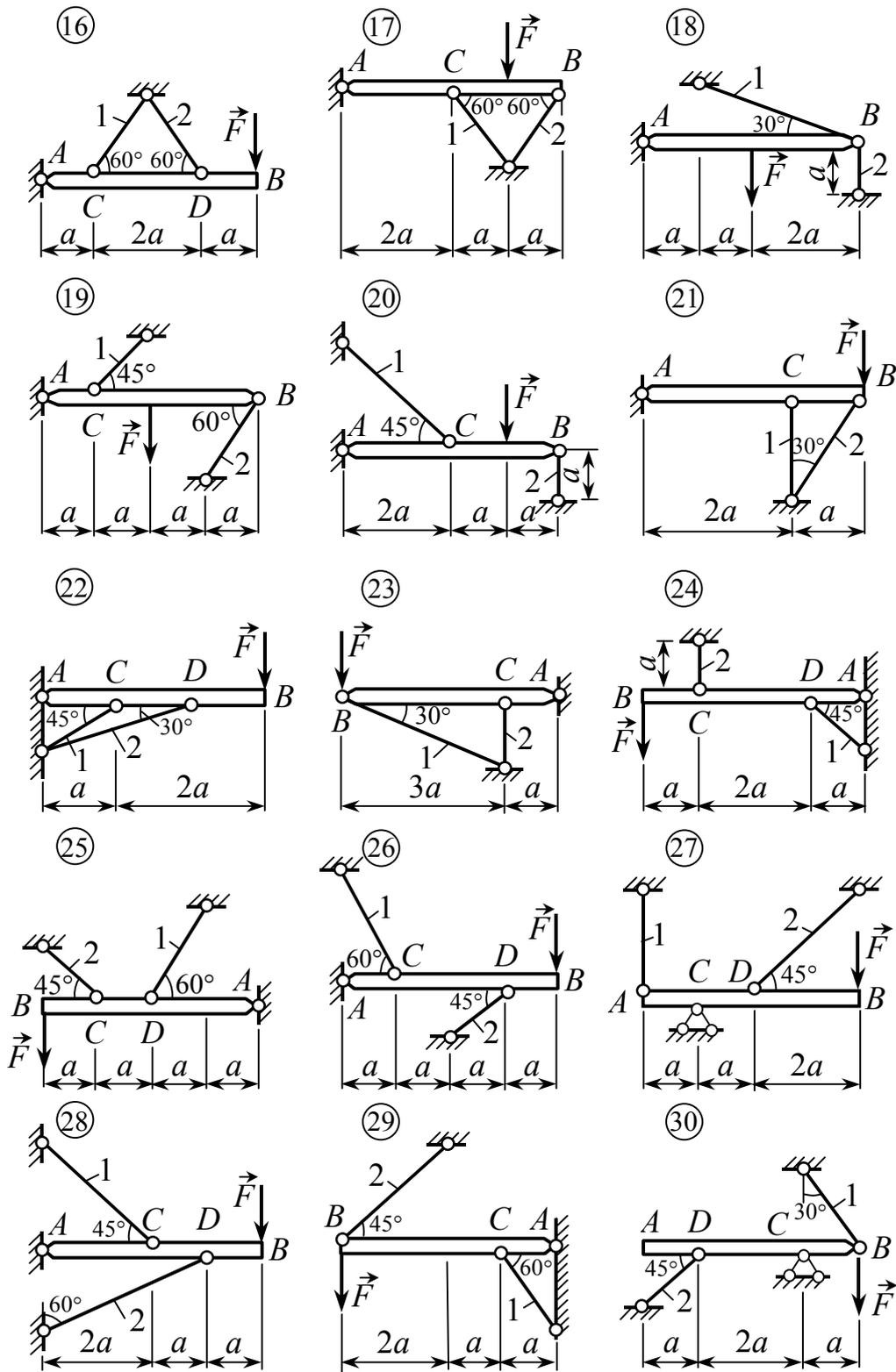


Рис. 14.4

Пример. Для заданной стержневой системы (рис. 14.5, а) требуется:

1. Определить усилия в стержнях и подобрать их сечения из двух равнобоких уголков по методу допускаемых напряжений, обеспечив заданное соотношение площадей $A_2 / A_1 = 4$. Допускаемое напряжение принять равным $[\sigma] = 160$ МПа.

2. При принятых размерах сечений стержней определить грузоподъемность конструкции по методу допускаемых нагрузок.

3. Оценить в процентах дополнительный резерв грузоподъемности, получаемый при переходе от метода допускаемых напряжений к методу допускаемых нагрузок. Принять $F = 3000$ кН.

Решение. 1. Определение усилий в стержнях. Данная система является однажды статически неопределимой (4 неизвестных при 3 уравнениях статики), поэтому в дополнение к уравнениям статики необходимо составить одно уравнение совместности деформаций.

Уравнение статики $\sum m_o = 0$,

$$N_1 \cdot 2a + N_2 \cos 45^\circ \cdot 2a = F \cdot a, \quad 2N_1 + N_2 \sqrt{2} = F. \quad (a)$$

Уравнение совместности деформаций. Из подобия треугольников AA_1A_2 и BB_1B_2 имеем: $\Delta l_2 / \Delta l_1 = AA_1 / BB_1 = 2a d\alpha / 2a \sqrt{2} d\alpha = 1 / \sqrt{2}$, откуда $\Delta l_1 = \Delta l_2 \sqrt{2}$. Заменяя по закону Гука деформации через усилия и подставляя в последнее уравнение, получим

$$\frac{N_1 \cdot 2a}{EA_1} = \frac{N_2 2\sqrt{2}a}{E(4A_1)} \cdot \sqrt{2}, \quad \text{откуда } N_2 = 2N_1. \quad (\text{б})$$

Решая совместно уравнения (а) и (б), находим усилия в стержнях $N_1 = F / 2(1 + \sqrt{2}) = 0,207F$; $N_2 = 2N_1 = 0,414F$.

2. Подбор сечений стержней. Следует заметить, что подобранные сечения должны одновременно удовлетворять и условию прочности, и заданному соотношению площадей. Чтобы удовлетворить обоим названным условиям, сопоставим между собой два варианта. По первому варианту сечение 1-го стержня подберем из условия прочности, а 2-го – исходя из заданного соотношения площадей, т.е.

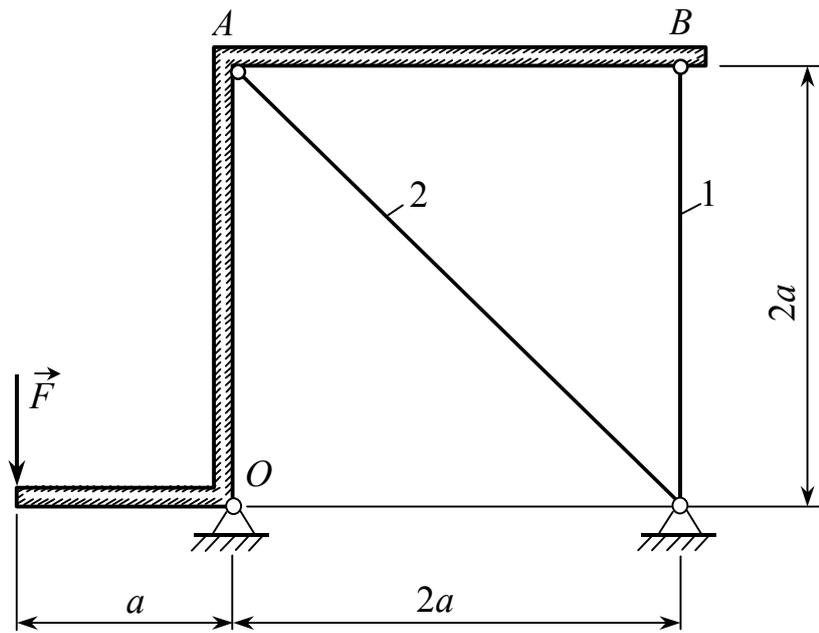
$$A_1 = \frac{N_1}{[\sigma]} = \frac{0,207 \cdot 3 \cdot 10^6}{160 \cdot 10^6} = 38,8 \text{ см}^2;$$

$$A_2 = 4A_1 = 4 \cdot 38,8 = 155,2 \text{ см}^2.$$

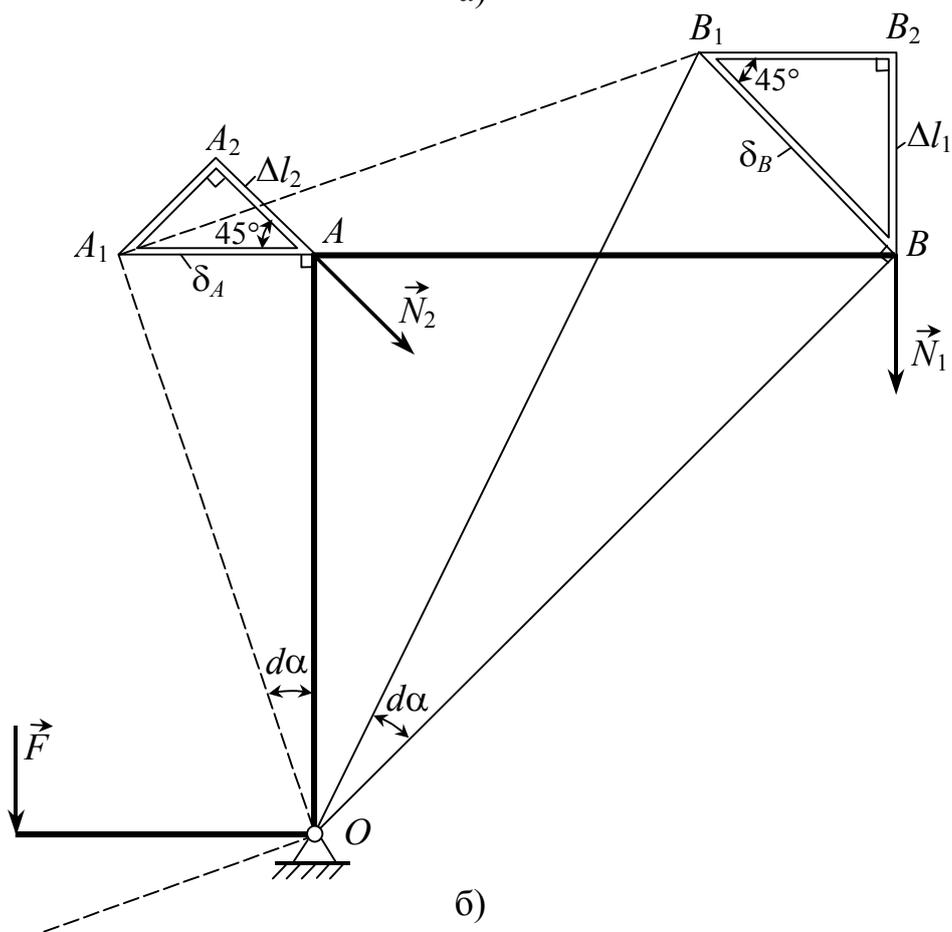
По второму варианту из условия прочности находится сечение 2-го стержня, а из заданного соотношения площадей – сечение 1-го

$$A_2 = \frac{N_2}{[\sigma]} = \frac{0,414 \cdot 3 \cdot 10^6}{160 \cdot 10^6} = 77,6 \text{ см}^2; \quad A_1 = \frac{A_2}{4} = 19,3 \text{ см}^2.$$

Окончательно принимаем *первый* вариант, так как он обеспечивает и прочность обеих стержней, и заданное соотношение площадей. По таблице сортамента для равнополочных уголков в соответствии с ГОСТ 8509-86 принимаем: для 1-го стержня – 2 уголка $125 \times 125 \times 8$ ($A_1 = 2 \cdot 19,7 = 39,4 \text{ см}^2$); для 2-го стержня – 2 уголка $250 \times 250 \times 16$ ($A_2 = 2 \cdot 78,4 = 156,8 \text{ см}^2$).



a)



б)

Рис. 14.5

3. Определение грузоподъемности конструкции по методу допускаемых нагрузок.

Составляем уравнение предельного равновесия

(рис. 14.6) $\sum m_o = 0,$

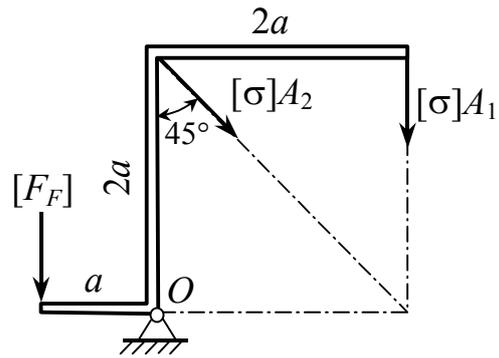


Рис. 14.6

$[F_F]a = [\sigma]A_1 \cdot 2a + [\sigma]A_2 \cdot 2a \cdot \cos 45^\circ,$ откуда $[F_F] = 2[\sigma](A_1 + A_2 \cdot \cos 45^\circ) = 2 \cdot 160 \cdot 10^6 (39,4 + 156,8 \cdot 0,707) \cdot 10^{-4} = 4808$ кН.

Следовательно, при переходе от метода допускаемых напряжений к методу допускаемых нагрузок можно повысить грузоподъемность конструкции в

$k = [F_F]/F = 4808/3000 = 1,6$ раза или на 60%.

14.3. КРУГЛЫЕ ВАЛЫ

Для стального вала при значениях момента M по табл. 14.3 (рис. 14.7), требуется:

1. Построить эпюру крутящего момента M_{κ} .
2. Определить требуемый диаметр вала из расчетов на прочность и жесткость, приняв допускаемое касательное напряжение $[\tau] = 50$ МПа и допускаемый относительный угол закручивания $[\theta] = 8$ мрад/м.

Диаметр вала считать по всей длине постоянным.

3. Вычертить в опасном сечении эпюру касательных напряжений τ .

4. Установить наиболее рациональную последовательность расположения плоскостей скручивающих пар, при которой требуемый диаметр вала будет наименьшим. Построить для этого случая эпюру крутящего момента и определить диаметр вала из расчетов на прочность и жесткость. Оценить в процентах экономию материала, достигаемую в этом случае, по сравнению с заданным вариантом расположения скручивающих моментов.

5. Построить эпюры углов закручивания для обоих вариантов, считая неподвижным левый конец вала.

Принять $G = 80$ ГПа, $a = 0,2$ м.

Указание. Длинновые размеры и диаметры деталей согласно ГОСТу 6636-86 должны соответствовать ряду предпочтительных чисел, например ряду 40а:

Таблица 14.3

Вариант	1	2	3	4	5	6	7	8
M , кН·м	2	1	3	5	4	3	2	4

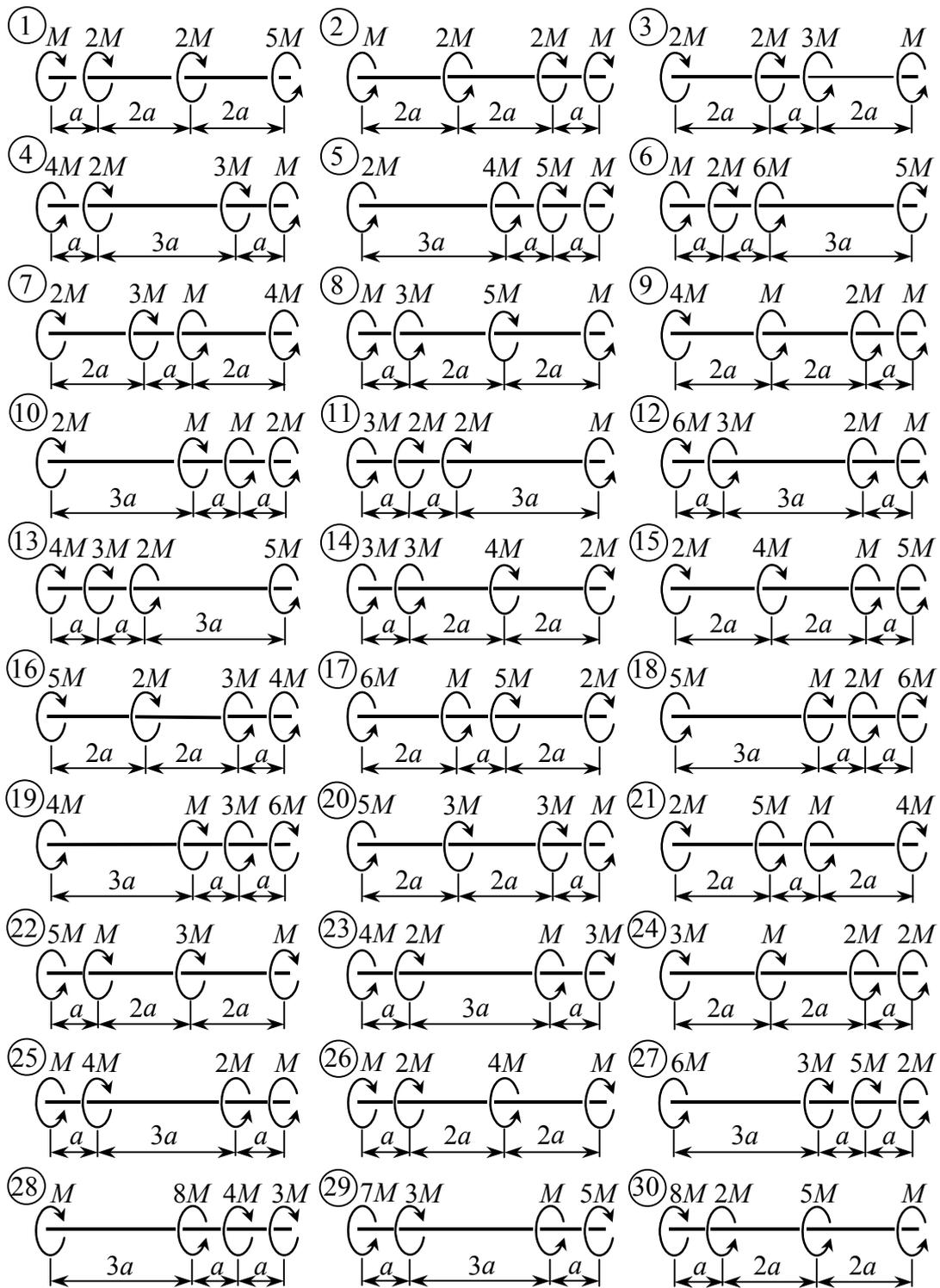


Рис. 14.7

Пример. Для заданного трансмиссионного вала (рис. 14.8, а) требуется:

1. Построить эпюру крутящего момента M_k и определить требуемый диаметр вала из расчетов на прочность и жесткость.

2. Установить наиболее рациональное расположение шкивов на валу и определить диаметр вала в этом случае. Оценить в процентах достигаемую в этом случае экономию материала по сравнению с заданным расположением шкивов.

3. Построить эпюры углов закручивания для обоих вариантов, считая неподвижным левый конец вала. Дано: $P_A = 90$ кВт, $P_B = 40$ кВт, $P_C = 30$ кВт, $P_D = 20$ кВт, $\omega = 25$ рад/с, $[\tau] = 30$ МПа, $a = 1$ м, $[\theta] = 4$ мрад/м, $G = 80$ ГПа.

Решение. 1. Определение диаметра вала. Как известно, мощность при вращательном движении определяется выражением $P = M \cdot \omega$. Следовательно, скручивающие моменты, приложенные к валу со стороны шкивов, равны

$$M_A = P_A/\omega = 90/25 = 3,6 \text{ кН}\cdot\text{м}; \quad M_B = P_B/\omega = 40/25 = 1,6 \text{ кН}\cdot\text{м}; \\ M_C = P_C/\omega = 30/25 = 1,2 \text{ кН}\cdot\text{м}; \quad M_D = P_D/\omega = 0,8 \text{ кН}\cdot\text{м}.$$

Расчетная схема вала и соответствующая ей эпюра M_k представлены на рис. 14.8, б и в. Как видим, при заданном расположении шкивов наибольший крутящий момент равен $M_{k_{\max}} = 3,6$ кН·м. Меняя местами шкивы, ищем такой вариант нагружения, при котором расчетный крутящий момент получается наименьшим. Это и будет рациональный вариант расположения шкивов. Соответствующая схема нагружения показана на рис. 14. 4, д. Под ней (рис. 14.8, е) приведена

эпюра крутящего момента. В этом случае расчетный момент $M_{\kappa \max} = 2$ кН·м значительно меньше, чем в первом варианте.

Из условий прочности и жесткости определяем искомый диаметр:

$$1 \text{ вариант } d_{\text{пч}} = \sqrt[3]{\frac{16M_{\kappa \max}}{\pi[\tau]}} = \sqrt[3]{\frac{16 \cdot 3,6 \cdot 10^3}{\pi \cdot 30 \cdot 10^6}} = 100 \text{ мм,}$$

$$d_{\text{ж}} = \sqrt[4]{\frac{32M_{\kappa \max}}{\pi G[\theta]}} = \sqrt[4]{\frac{32 \cdot 3,6 \cdot 10^3}{\pi \cdot 80 \cdot 10^9 \cdot 4 \cdot 10^{-3}}} = 104 \text{ мм.}$$

Следовательно, $d_1 = \max\{d_{\text{пч}}, d_{\text{ж}}\} = 104$ мм. Принимаем по ГОСТ 6636-86 $d_1 = 105$ мм. Жесткость поперечного сечения данного вала равна

$$GI_{p1} = G\pi d_1^4 / 32 = 80 \cdot 10^9 \cdot \pi \cdot 105^4 \cdot 10^{-12} / 32 = 0,95 \text{ МН} \cdot \text{м}^2.$$

$$2 \text{ вариант } d_{\text{пч}} = \sqrt[3]{\frac{16M_{\kappa \max}}{\pi[\tau]}} = \sqrt[3]{\frac{16 \cdot 2 \cdot 10^3}{\pi \cdot 30 \cdot 10^6}} = 67 \text{ мм,}$$

$$d_{\text{ж}} = \sqrt[4]{\frac{32M_{\kappa \max}}{\pi G[\theta]}} = \sqrt[4]{\frac{32 \cdot 2 \cdot 10^3}{\pi \cdot 80 \cdot 10^9 \cdot 4 \cdot 10^{-3}}} = 89 \text{ мм.}$$

Следовательно, $d_2 = \max\{d_{\text{пч}}, d_{\text{ж}}\} = 89$ мм. Принимаем по ГОСТ 6636-86 $d_2 = 90$ мм. Жесткость поперечного сечения данного вала будет

$$GI_{p2} = G\pi d_2^4 / 32 = 80 \cdot 10^9 \cdot \pi \cdot 90^4 \cdot 10^{-12} / 32 = 0,52 \text{ МН} \cdot \text{м}^2.$$

Требуемый диаметр вала по второму варианту получился меньше, чем по первому. Тем самым переход от заданного расположения шкивов к рациональному приводит к экономии материала, равной

$$\eta = \frac{A_1 - A_2}{A_1} \cdot 100\% = \frac{d_1^2 - d_2^2}{d_1^2} \cdot 100\% = \frac{105^2 - 90^2}{105^2} \cdot 100\% = 26,5\%$$

3. Построение эпюры углов закручивания φ . Угол поворота определяется по формуле

$$\varphi = \varphi_o + \int_o^z \frac{M_K dz}{GI_p} = \varphi_o + \frac{\omega_M}{GI_p},$$

где φ_o – угол поворота в начале участка, ω_M – площадь эпюры крутящего момента от начала участка до рассматриваемого сечения. Так как крутящий момент остается постоянным в пределах каждого участка, то согласно первой формуле угол φ меняется по линейному закону. Вычисляем углы поворота на границах участков

1 вариант $\varphi_o = \varphi_A = 0,$

$$\varphi_B = \varphi_A + \frac{\omega_M}{GI_{p1}} = \frac{M_{AB} \cdot a}{GI_{p1}} = \frac{3,6 \cdot 10^3 \cdot 1}{0,95 \cdot 10^6} = 3,8 \text{ мрад};$$

$$\varphi_C = \varphi_B + \frac{M_{BC} \cdot a}{GI_{p1}} = 3,8 + \frac{2 \cdot 10^3 \cdot 1}{0,95 \cdot 10^6} = 5,9 \text{ мрад};$$

$$\varphi_D = \varphi_C + \frac{M_{CD} \cdot a}{GI_{p1}} = 5,9 + \frac{0,8 \cdot 10^3 \cdot 1}{0,95 \cdot 10^6} = 6,7 \text{ мрад}.$$

2 вариант $\varphi_o = \varphi_B = 0,$

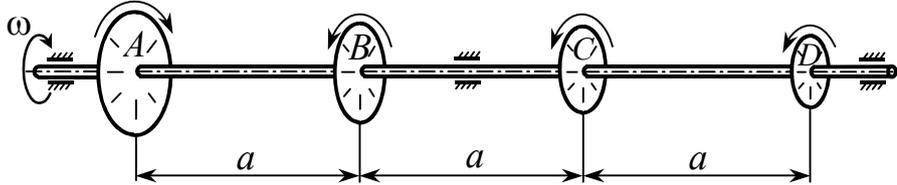
$$\varphi_A = \varphi_B + \frac{M_{BA} \cdot a}{GI_{p2}} = -\frac{1,6 \cdot 10^3 \cdot 1}{0,52 \cdot 10^6} = -3,1 \text{ мрад};$$

$$\varphi_C = \varphi_A + \frac{M_{AC} \cdot a}{GI_{p2}} = -3,1 + \frac{2 \cdot 10^3 \cdot 1}{0,52 \cdot 10^6} = 0,8 \text{ мрад};$$

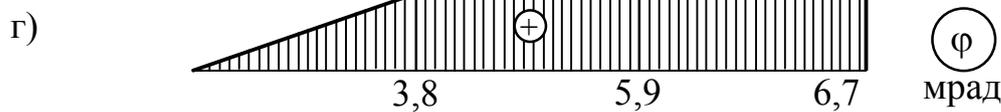
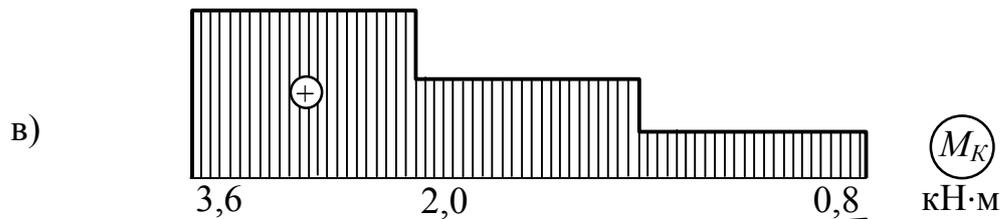
$$\varphi_D = \varphi_C + \frac{M_{CD} \cdot a}{GI_{p2}} = 0,8 + \frac{0,8 \cdot 10^3 \cdot 1}{0,52 \cdot 10^6} = 2,3 \text{ мрад}$$

и строим эпюры φ (рис. 14.8, г и ж).

а) $P_A=90 \text{ кВт}$ $P_B=40 \text{ кВт}$ $P_C=30 \text{ кВт}$ $P_D=20 \text{ кВт}$



1 вариант – заданное расположение скручивающих моментов



2 вариант – рациональное расположение скручивающих моментов

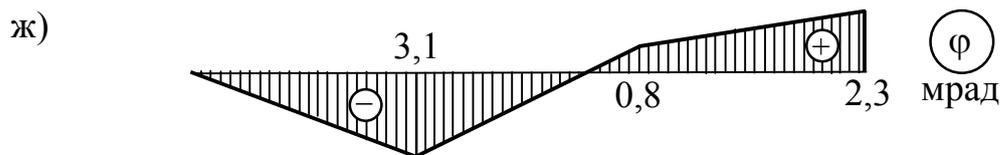
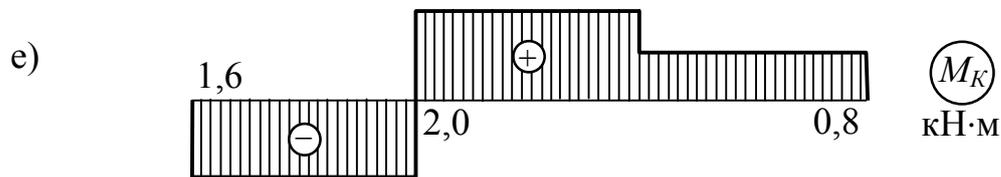


Рис. 14.8

14.4. РАСЧЕТ БАЛОК НА ПРОЧНОСТЬ И ЖЕСТКОСТЬ

Для заданных четырех схем балок (рис. 14.9, 14.10, 14.12, 14.15) с учетом данных табл. 14.4 требуется:

1. Спроектировать стальную балку (рис. 14.9) в 5 вариантах поперечного сечения: круглого, прямоугольного ($h/b = 2$), двутаврового, из двух швеллеров и двух неравнобоких уголков, приняв допускаемое напряжение $[\sigma] = 160$ МПа. Оценить экономичность всех пяти сечений и начертить их в одном масштабе. Для балки двутаврового профиля построить эпюры нормальных и касательных напряжений, а также исследовать аналитически и графически напряженное состояние в точке K (табл. 14.5) опорного сечения.

2. Согласно схеме нагружения (рис. 14.10), подобрать сечение балки (табл. 14.6, рис. 14.11), изготовленной из материала, неодинаково работающего на растяжение и сжатие, приняв: $[\sigma_p] = 30$ МПа, $[\sigma_c] = 80$ МПа – для нечетных номеров, $[\sigma_p] = 40$ МПа, $[\sigma_c] = 70$ МПа – для четных номеров.

3. Определить несущую способность стальной балки (рис. 14.12), поперечное сечение которой составлено из прокатных профилей (табл. 14.7, рис. 14.13, 14.14), приняв $[\sigma] = 160$ МПа.

4. Подобрать сечение балки (рис. 14.15), удовлетворяющее условиям прочности и жесткости. Допускаемое напряже-

ние материала определяется исходя из диаграммы растяжения, выдаваемой преподавателем. Исследование перемещений выполнить тремя методами:

- пользуясь методом начальных параметров, определить прогибы и углы поворота сечений балки с координатами $z = 0, a, 2a, 3a, 4a, 5a$; изобразить изогнутую ось балки и показать на ней найденные перемещения;

- определить прогибы в середине пролета и на концах консолей, а также углы поворота на опорах энергетическим методом.

- используя любой численный метод (МКР или МКЭ), определить перемещения в 25...30 точках с применением ЭВМ.

Таблица 14.4

Исходные данные для расчета

Вариант	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$F=K_Fqa$ K_F	3	2	4	1	3	2	4	3	2	1
$M=K_Mqa^2$ K_M	1	3	2	4	2	4	1	3	2	3
q , кН/м	12	20	16	18	14	15	10	22	20	12
a , м	1,0	0,8	1,2	1,0	1,2	1,2	1,0	0,8	1,0	1,5
$l/[f]$	500	600	800	1000	900	800	1000	600	800	500

Таблица 14.5

Номер схемы (рис. 14.9)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
u_K / h	0,1	0,2	0,2 5	0,3	0,4	-0,1	-0,2	-0,25	-0,3	-0,4

Таблица 14.6

Сечение балки (рис.14.11)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	1 3	1 4	1 5
Номер схемы (рис.14.10)	1 16	2 17	3 18	4 19	5 20	6 21	7 22	8 23	9 24	10 25	11 26	12 27	1 3	1 4	1 5
													8	9	0

Таблица 14.7

Вариант	Равнобокий уголок	Неравнобокий уголок	Стальной лист	Двутавр	Швеллер
1	80×80×8	80×50×6	200×8	20	16
2	90×90×9	100×63×10	200×10	22	18
3	100×100×10	110×70×8	250×8	24	20
4	100×100×12	125×80×10	250×10	27	22
5	100×100×16	140×90×10	300×10	30	24
6	125×125×10	160×100×10	300×12	36	27
7	140×140×10	180×110×10	400×10	40	30
8	160×160×10	250×160×20	500×10	50	36

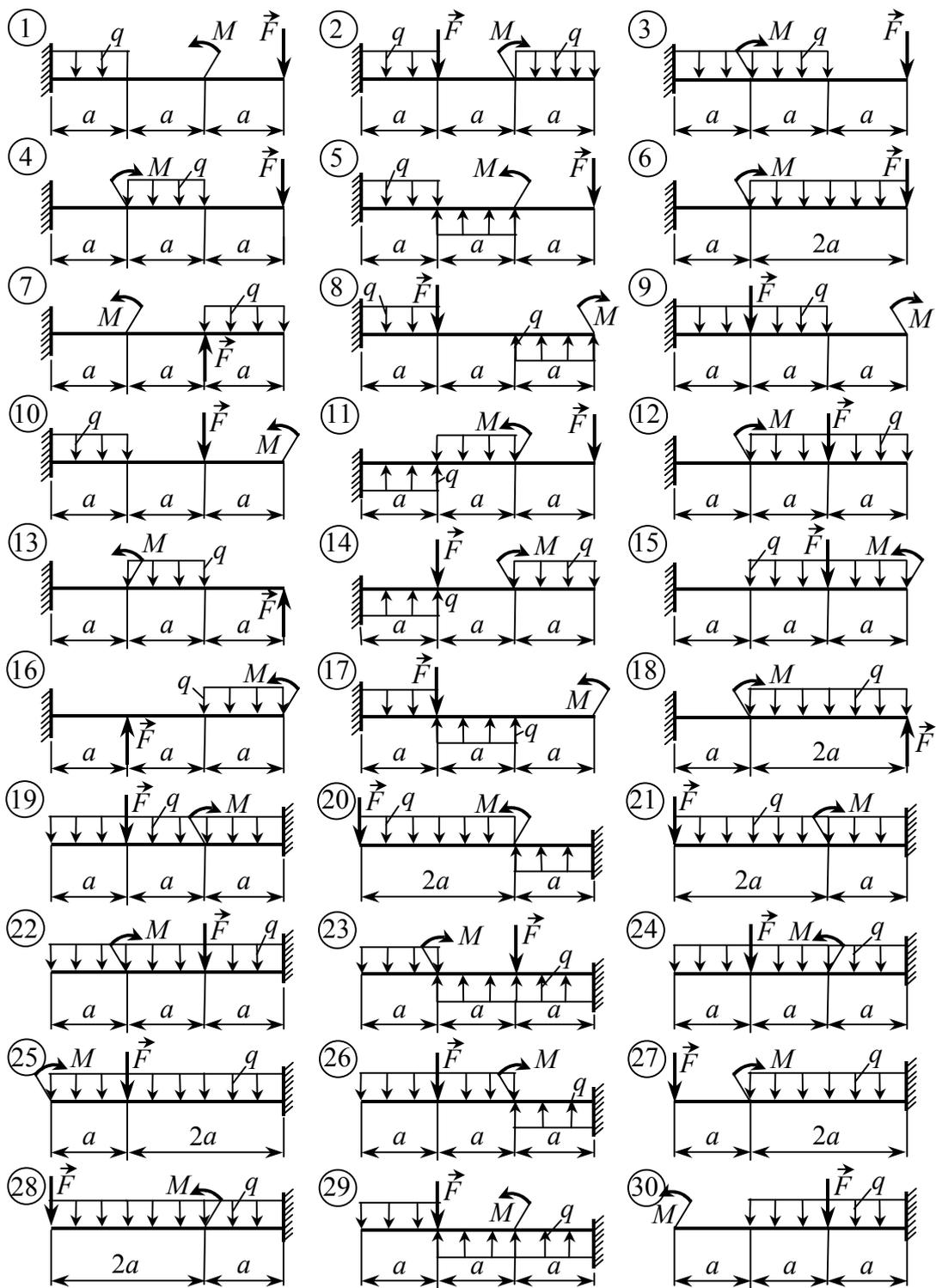


Рис. 14.9

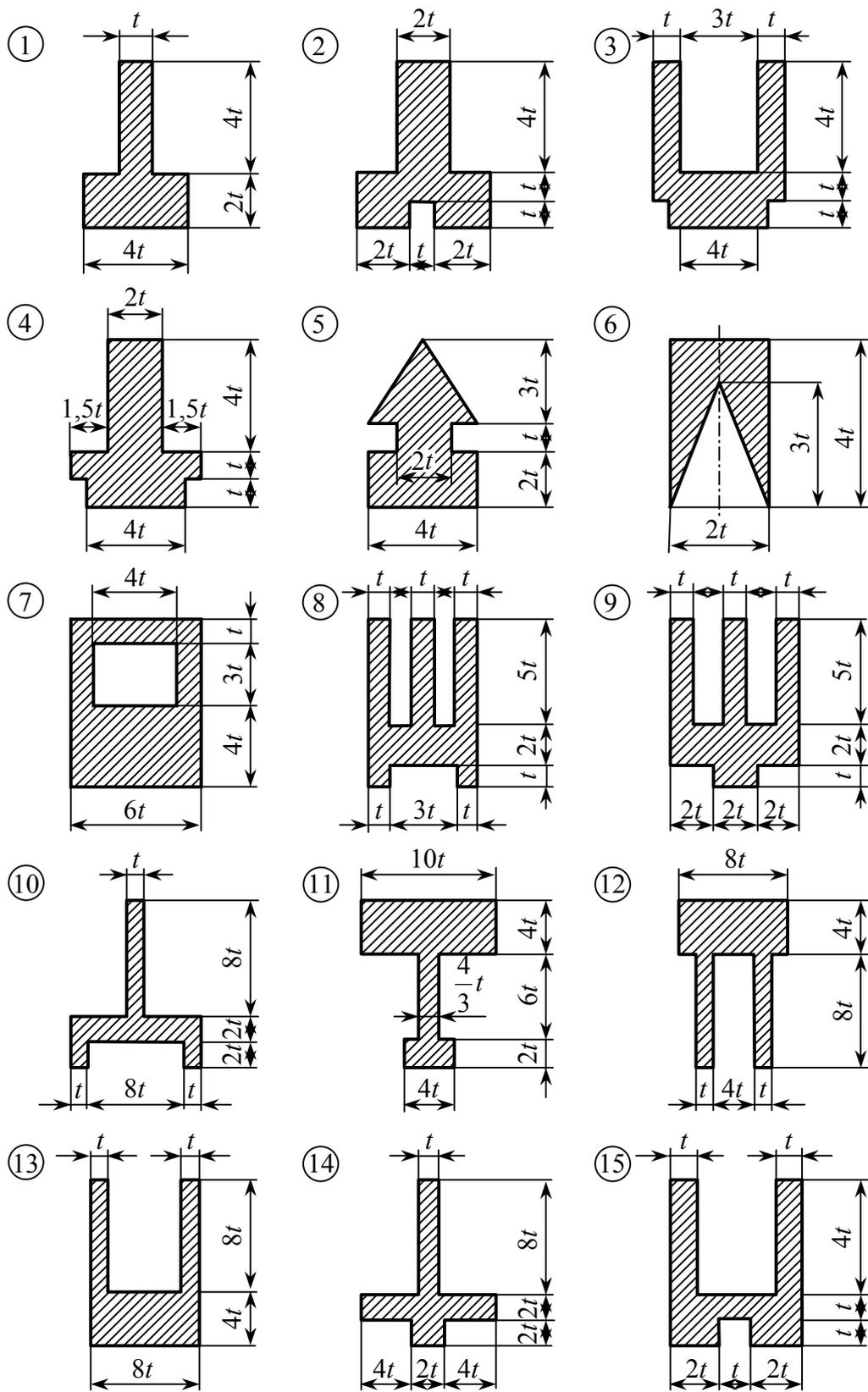


Рис. 14.11

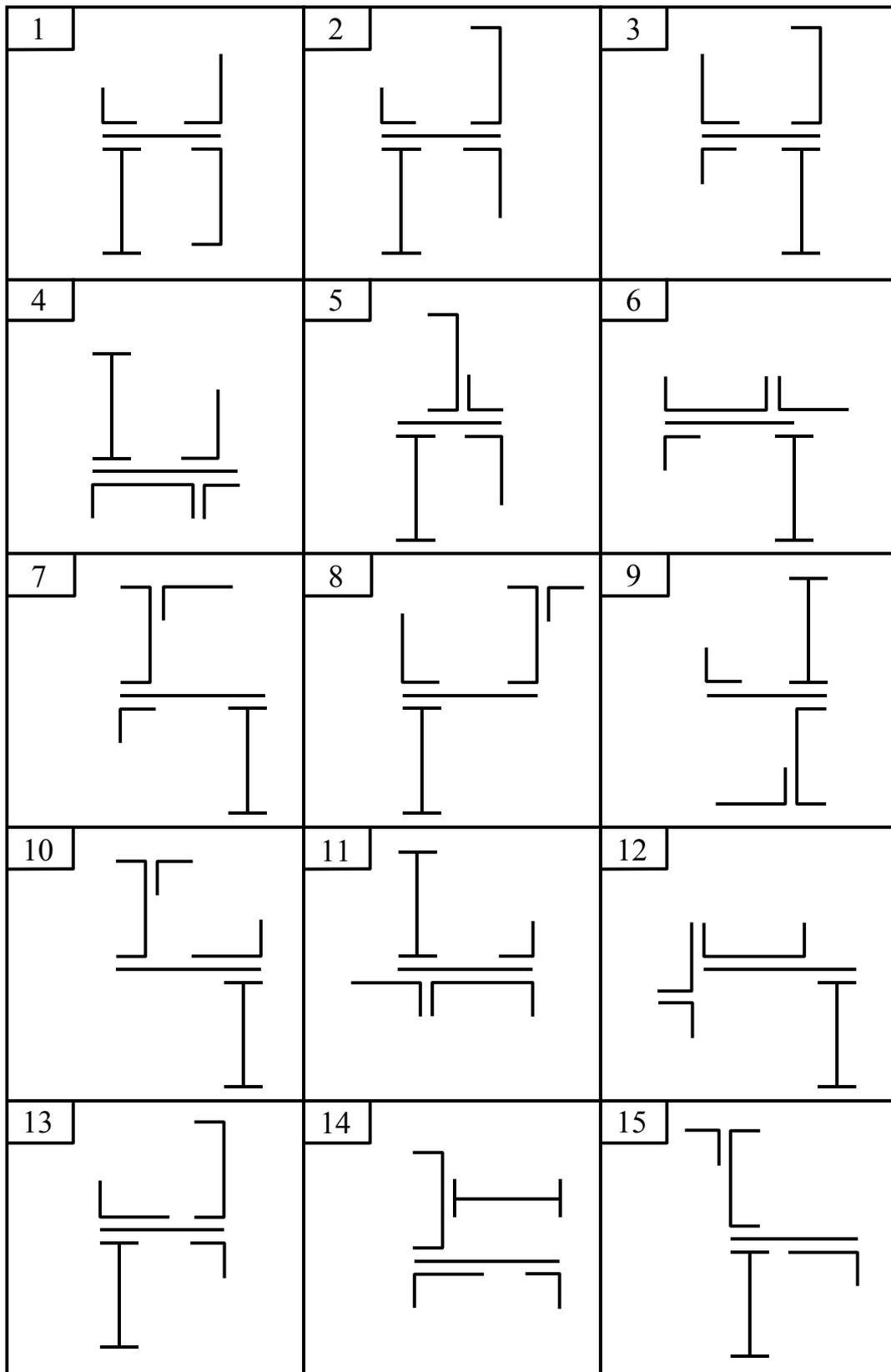


Рис. 14.13

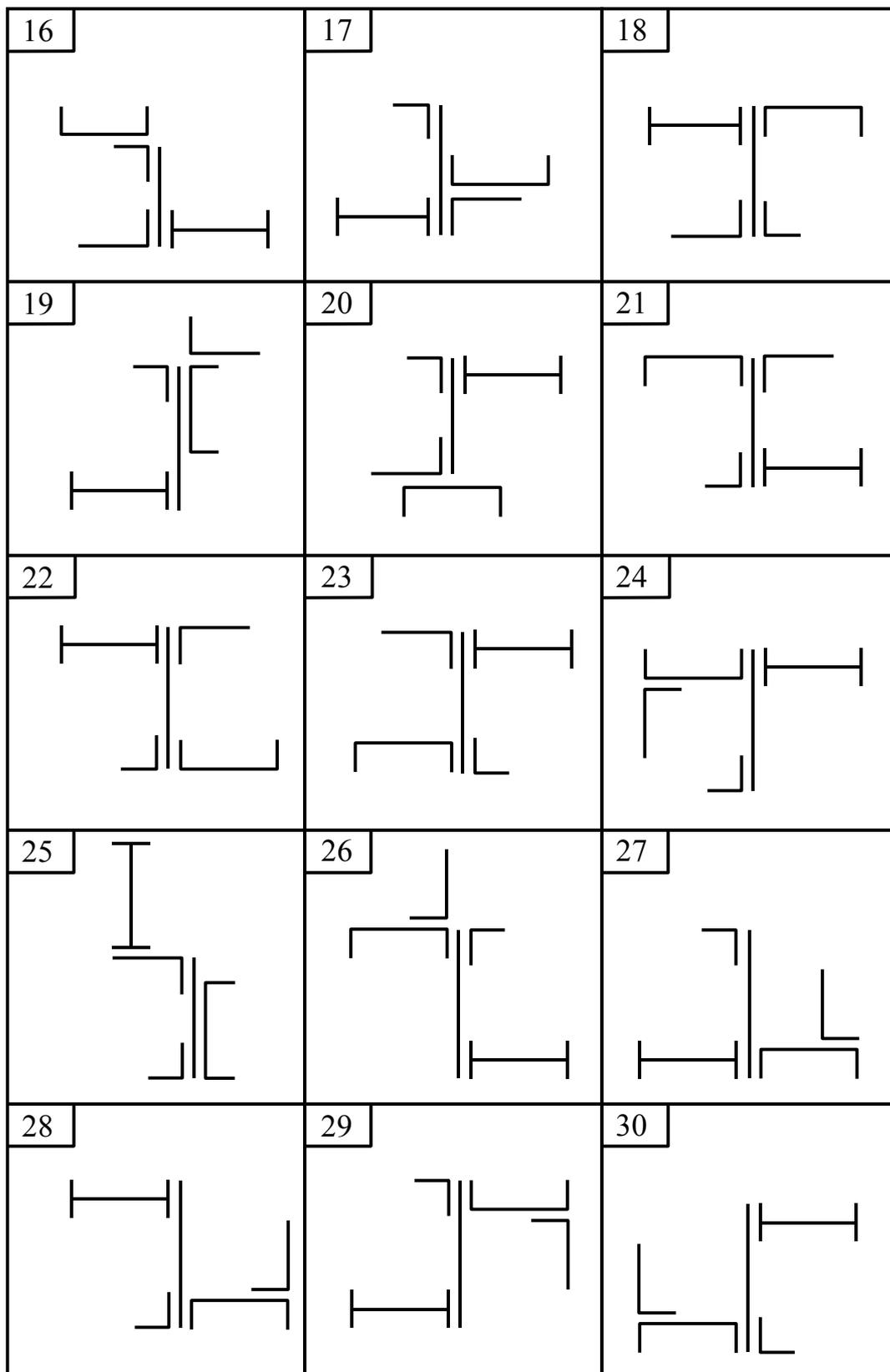


Рис. 14.14

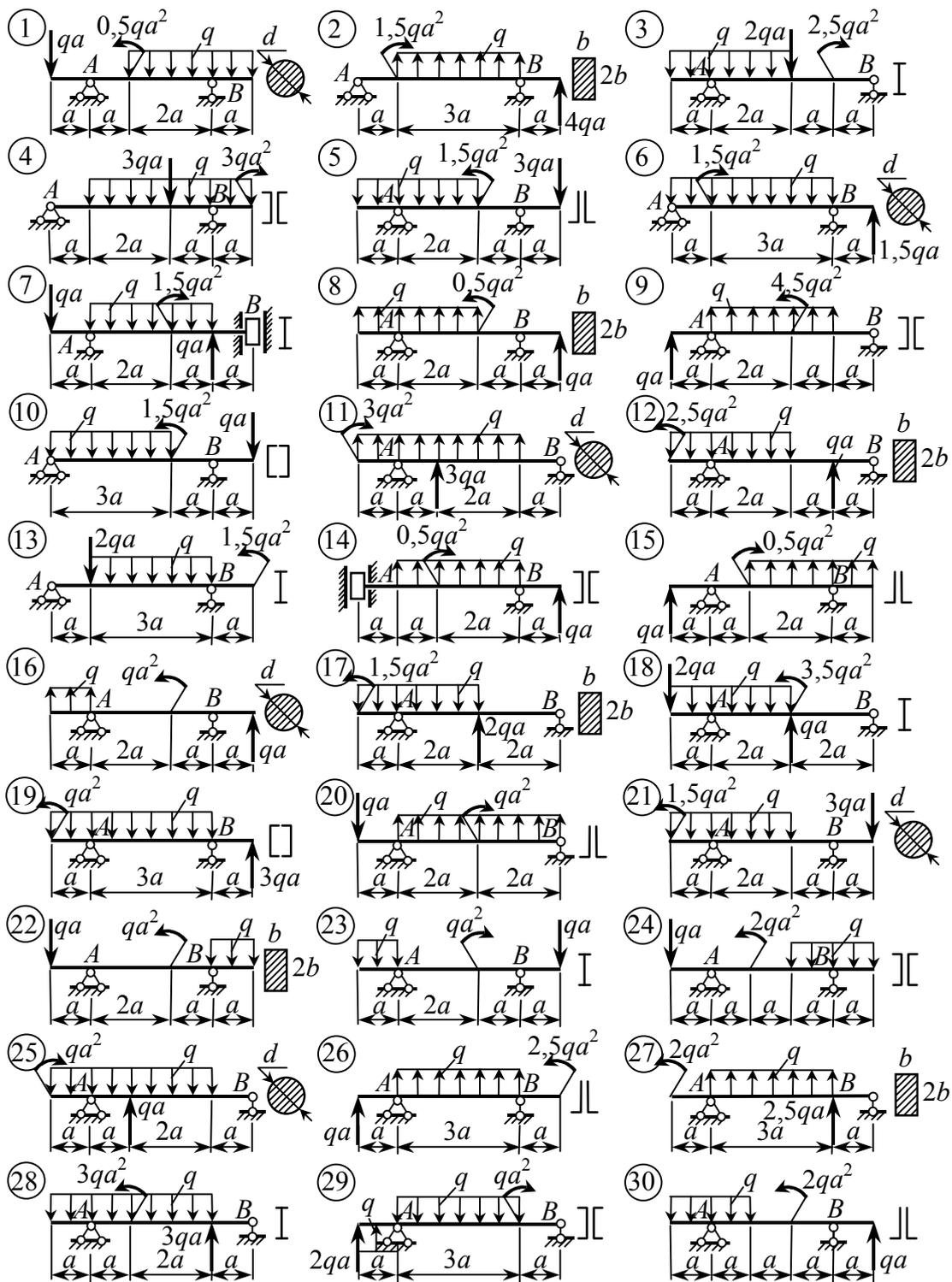


Рис. 14.15

Пример. Для заданных четырех схем балок, представленных на рис. 14.16 требуется:

1. Спроектировать стальную балку (рис. 14.16, п.1) в 5 вариантах поперечного сечения: круглого, прямоугольного ($h / b = 2$), двутаврового, из двух швеллеров и двух неравнобоких уголков, приняв допустимое напряжение $[\sigma] = 160$ МПа. Оценить экономичность всех пяти сечений и начертить их в одном масштабе. Для балки двутаврового профиля построить эпюры нормальных и касательных напряжений, а также исследовать аналитически и графически напряженное состояние в точке K опорного сечения.

2. Согласно схеме нагружения (рис. 14.16, п.2) подобрать сечение балки, изготовленной из материала, неодинаково работающего на растяжение и сжатие.

3. Определить несущую способность стальной балки (рис. 14.16, п.3), поперечное сечение которой составлено из прокатных профилей, приняв $[\sigma] = 160$ МПа.

4. Подобрать сечение балки (рис. 14.16, п.4), удовлетворяющее условиям прочности и жесткости. Материал балки и значение допустимого напряжения взять из экспериментальной части курсовой работы. Исследование перемещений выполнить тремя методами:

- пользуясь методом начальных параметров, определить прогибы и углы поворота сечений балки с координатами $z = 0, a, 2a, 3a, 4a, 5a$; изобразить изогнутую ось балки и показать на ней найденные перемещения;

- определить прогибы в середине пролета и на концах консолей, а также углы поворота на опорах энергетическим методом;

- используя любой численный метод (МКР или МКЭ), определить перемещения в 30 ... 50 точках с применением ЭВМ.

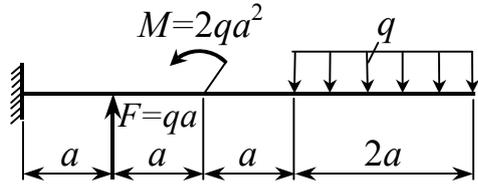
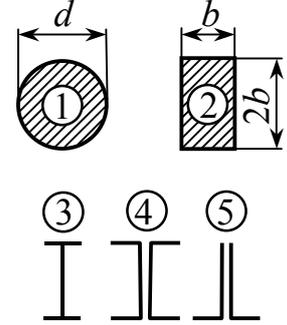
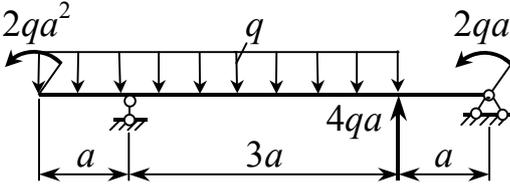
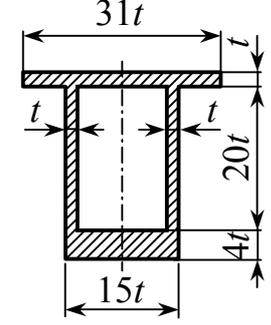
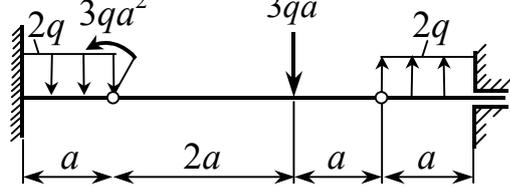
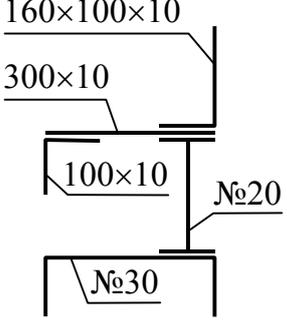
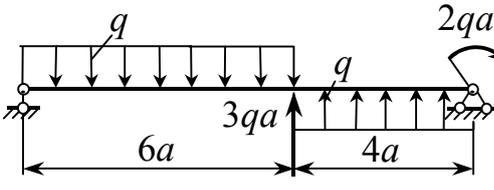
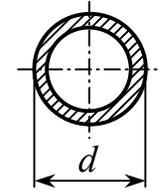
№ п/п	Схема балки	Поперечное сечение
1	 <p data-bbox="414 616 829 660">[σ]=160 МПа, $Y_K=0,1h$</p>	
2	 <p data-bbox="383 974 861 1019">[σ_p]=50 МПа, [σ_c]=120 МПа</p>	
3	 <p data-bbox="510 1332 766 1377">[σ]=160 МПа</p>	
4	 <p data-bbox="526 1691 718 1736">$l / [f]=1000$</p>	 <p data-bbox="1053 1691 1276 1736">$\alpha=d_s/d_n=0,84$</p>
Общие данные: $q = 18$ кН/м, $a = 0,8$ м		

Рис. 14.16

Решение

1. Проектирование стальной балки в пяти вариантах поперечного сечения

1.1. Построение эпюр Q_y и M_x . Опорные реакции

$$\sum Y_i = 0, \quad R_A + qa - 2qa = 0, \quad R_A = qa,$$

$$\sum m_A = 0, \quad M_A + qa^2 + 2qa^2 - q \cdot 2a \cdot 4a = 0, \quad M_A = 5qa^2.$$

Эпюра Q_y . Она строится по формуле $Q = Q_0 \pm qz$. В данном случае следует взять знак "минус", так как погонная нагрузка направлена вниз. Поперечная сила постоянна на участках AB , BC , CD ($q = 0$) и изображается наклонной прямой на участке DE ($q = \text{const}$). Вычисляем значения Q_y в характерных точках

$$Q_A = R_A = qa, \quad Q_{BC} = Q_A + qa = 2qa, \quad Q_{CD} = Q_{BC} = 2qa,$$

$$Q_E = Q_{CD} - q \cdot 2a = 0 \text{ и строим ее эпюру.}$$

Эпюра M_x . Она строится по формуле $M_x = M_0 + Q_0z - 0,5qz^2$. Изгибающий момент изменяется по квадратичному закону на участке DE ($q = \text{const}$) и по линейному закону – на всех остальных участках, где $q = 0$. По значениям момента в характерных точках

$$M_A = -5qa^2, \quad M_B = M_A + qa \cdot a = -4qa^2,$$

$$M_{CB} = M_B + 2qa \cdot a = -2qa^2, \quad M_{CD} = M_{CB} - 2qa^2 = -4qa^2,$$

$$M_D = M_{CD} + 2qa \cdot a = -2qa^2, \quad M_E = M_D + 0,5 \cdot 2qa \cdot 2a = 0$$

строим эпюру M_x . Расчетный изгибающий момент равен

$$M_{\text{рас}} = |M_A| = 5qa^2 = 5 \cdot 18 \cdot 0,8^2 = 57,6 \text{ кН}\cdot\text{м.}$$

1.2. *Подбор сечений.* Из условия прочности по нормальным напряжениям $\sigma_{\text{max}} = M_{\text{рас}} / W_x \leq [\sigma]$ определяем требуемый момент сопротивления поперечного сечения

$$W_x \geq M_{\text{рас}} / [\sigma] = 57,6 \cdot 10^3 / 160 \cdot 10^6 = 360 \text{ см}^3,$$

по которому подбираем конкретные сечения.

$$\text{Круг: } W_x = \pi d^3 / 32,$$

$$d \geq \sqrt[3]{32W_x / \pi} = \sqrt[3]{32 \cdot 360 / \pi} = 15,4 \text{ см.}$$

Принимаем по ГОСТ 6636-86 нормализованное значение

$$d_o = 160 \text{ мм, тогда } A_1 = \pi d_o^2 / 4 = \pi \cdot 16^2 / 4 = 201 \text{ см}^2.$$

$$\text{Прямоугольник } (h / b = 2): W_x = b \cdot (2b)^2 / 6 = 2b^3 / 3,$$

$$b \geq \sqrt[3]{3W_x / 2} = \sqrt[3]{3 \cdot 360 / 2} = 8,14 \text{ см.}$$

Ближайшее меньшее стандартное значение равно $b_o = 80 \text{ мм}$.

При этом балка будет работать с перенапряжением, равным

$$\delta\sigma = \left[(b^3 - b_o^3) / b_o^3 \right] \cdot 100\% = \left[(8,14^3 - 8^3) / 8^3 \right] \cdot 100\% = 5,5\%,$$

что недопустимо. Поэтому принимаем ближайший больший

размер $b_o = 85 \text{ мм}$, для которого $A_2 = 2b_o^2 = 2 \cdot 8,5^2 = 144,5 \text{ см}^2$.

Двутавр. По ГОСТ 8239-89 выбираем двутавр №27, для которого $W_{x_o} = 371 \text{ см}^3$, $A_3 = 40,2 \text{ см}^2$.

Два швеллера. По ГОСТ 8240-89 выбираем два швеллера №22, для которых $W_{x_o} = 2 \cdot 192 = 384 \text{ см}^3$, $A_4 = 2 \cdot 26,7 = 53,4 \text{ см}^2$.

Неравнобокие уголки. Они находятся подбором, так как в сортаменте не даны значения момента сопротивления. Используя формулу $W_x = 2I_x / y_{\text{наиб}} = 2I_x / (B - y_o)$, сделав несколько попыток, выбираем два уголка $250 \times 160 \times 12$, для которых $W_{x_o} = 2 \cdot 3147 / (25 - 7,97) = 369,6 \text{ см}^3$, $A_5 = 2 \cdot 48,3 = 96,6 \text{ см}^2$.

1.3. Оценка экономичности подобранных сечений. Масса балки определяется как произведение плотности материала на ее объем $m = \rho Al$, т.е. расход материала при прочих равных условиях зависит только от площади поперечного сечения A . Сравнивая массы балок

$$m_1 : m_2 : m_3 : m_4 : m_5 = \\ = A_1 : A_2 : A_3 : A_4 : A_5 = 1 : 0,72 : 0,2 : 0,27 : 0,48,$$

заключаем, что самым неэкономичным является круглое сечение. При замене круга другими формами (прямоугольник, двутавр, два швеллера, два уголка) достигается экономия, равная соответственно 28%, 80%, 73% и 52%.

1.4. Исследование напряжений в опорном сечении для балки двутаврового профиля №27, параметры которой по ГОСТ 8239-89 равны:

$$h = 27 \text{ см}, \quad b = 12,5 \text{ см}; \quad d = 0,6 \text{ см}; \quad t = 0,98 \text{ см}; \\ I_x = 5010 \text{ см}^4; \quad S_x = 210 \text{ см}^3.$$

Внутренние силовые факторы в опорном сечении A :

$$Q_A = qa = 18 \cdot 0,8 = 14,4 \text{ кН}; \\ M_A = -5qa^2 = -5 \cdot 18 \cdot 0,8^2 = -57,6 \text{ кН}\cdot\text{м}.$$

Эпюра σ . Нормальные напряжения в поперечном сечении изменяются по линейному закону $\sigma_z = (M_x / I_x)y$. Вычисляем напряжения в крайних точках

$$\sigma_{\max} = -\sigma_{\min} = M_x / W_x = 57,6 \cdot 10^3 / 371 \cdot 10^{-6} = 155 \text{ МПа}$$

и строим эпюру σ .

Эпюра τ . Она строится по формуле Журавского

$$\tau = QS_x^{\text{отс}} / (b I_x).$$

Находим значения τ в 4 характерных точках по высоте сечения (необходимые вычисления представлены в табл. 14.8) и строим эпюру касательных напряжений.

Таблица 14.8

№ точек	b_i , см	$S_{x_i}^{\text{отс}}$, см ³	$S_{x_i}^{\text{отс}} / b_i$	$\frac{\tau_i}{\tau_{\max}}$	τ_i , МПа	τ_{\max}
1, 1'	12,5	0	0	0	0	$\tau_{\max} = \frac{QS_x}{dI_x} =$ $= \frac{14,4 \cdot 10^3 \cdot 210 \cdot 10^{-6}}{0,6 \cdot 5010 \cdot 10^{-10}} =$ $= 10 \text{ МПа}$
2, 2'	12,5	159	12,7	0,04	0,4	
3, 3'	0,6	159	265,4	0,76	7,6	
4	0,6	210	350	1,0	10	

Определение главных напряжений в точке K ($y_k = 0,1h$):

- напряжения в поперечном сечении

$$\sigma_k = (M_A / I_x) y_k = (-57,6 \cdot 10^3 / 5010 \cdot 10^{-8}) \cdot 0,1 \cdot 27 \cdot 10^{-2} = -31 \text{ МПа},$$

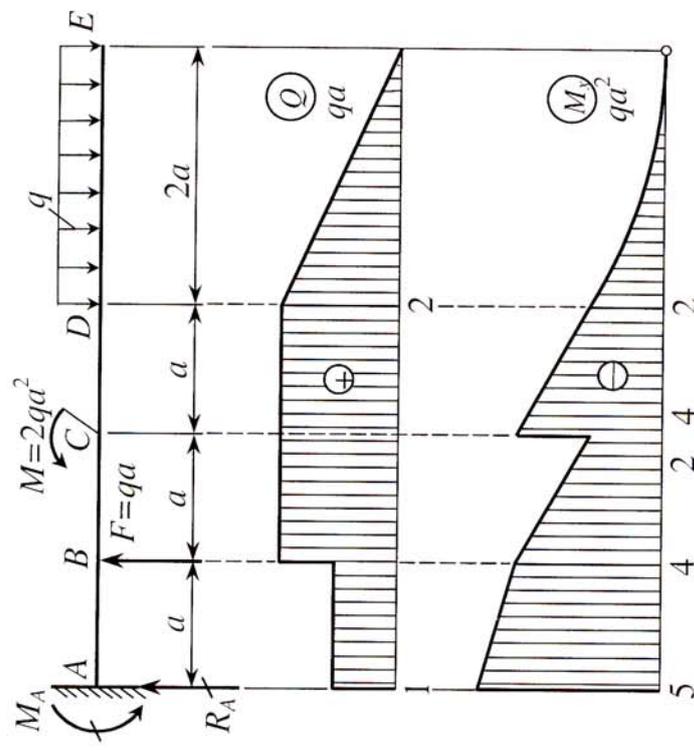
$$\tau_k = Q_A S_{x_k}^{\text{отс}} / (b_k I_x) = 14,4 \cdot 10^3 \cdot 207,8 \cdot 10^{-6} / (0,6 \cdot 10^{-2} \cdot 5010 \cdot 10^{-8}) =$$

$$= 9,9 \text{ МПа};$$

- величины главных напряжений

$$\sigma_{1,3} = 0,5 \left(\sigma_k \pm \sqrt{\sigma_k^2 + 4\tau_k^2} \right) = 0,5 \left(-31 \pm \sqrt{(-31)^2 + 4 \cdot 9,9^2} \right),$$

$$\sigma_1 = 2,9 \text{ МПа}; \quad \sigma_3 = -33,9 \text{ МПа};$$



№	1	2	3	4	5
Форма сечен.					
A, см ²	201	144,5	40,2	53,4	96,6
$A_1 : A_2 : A_3 : A_4 : A_5 = 1 : 0,72 : 0,2 : 0,27 : 0,48$					

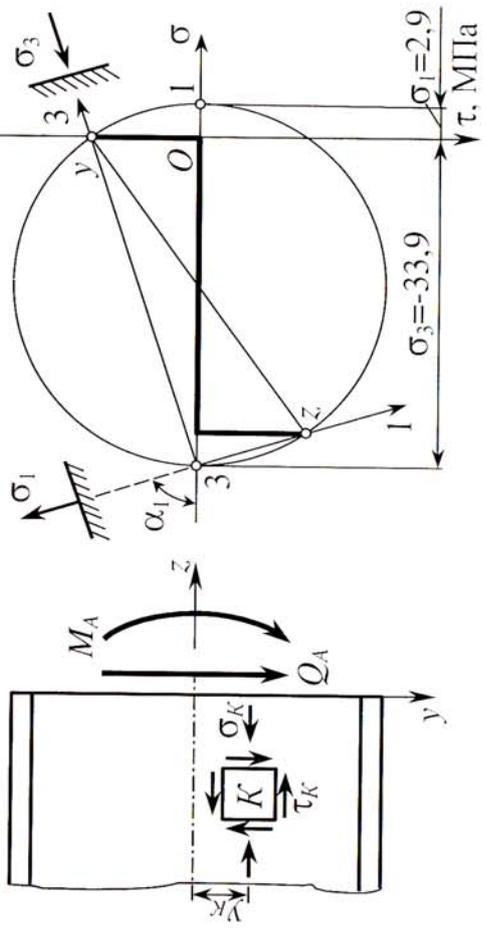
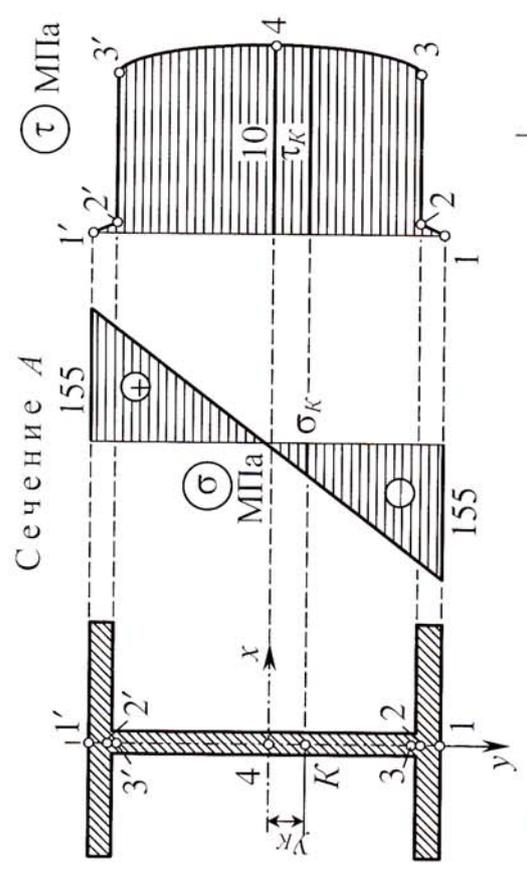


Рис. 14.17

- ориентация главных площадок

$$\operatorname{tg}\alpha_1 = (\sigma_1 - \sigma_k) / \tau_k = (2,9 + 31) / 9,9 = 3,42;$$

$$\alpha_1 = 73^\circ 43'.$$

Экстремальные касательные напряжения равны по величине

$$\tau_{\max} = \pm 0,5(\sigma_1 - \sigma_3) = \pm 0,5(2,9 + 33,9) = \pm 18,4 \text{ МПа}$$

min

и действуют на площадках, равнонаклоненных к осям 1 и 3. Графическое определение главных напряжений и положения главных площадок приведено на рис.14.17.

2. Проектирование балки, изготовленной из материала, неодинаково работающего на растяжение и сжатие (рис. 14.16, п.2).

2.1. Построение эпюр Q_y и M_x . Опорные реакции

$$\sum m_B = 0,$$

$$R_A \cdot 4a + 4qa \cdot a - 2qa^2 - 2qa^2 - q \cdot 4a \cdot 3a = 0,$$

$$R_A = 3qa,$$

$$\sum Y_i = 0,$$

$$R_A + 4qa - 2qa^2 - q \cdot 4a - R_B = 0,$$

$$R_B = 3qa.$$

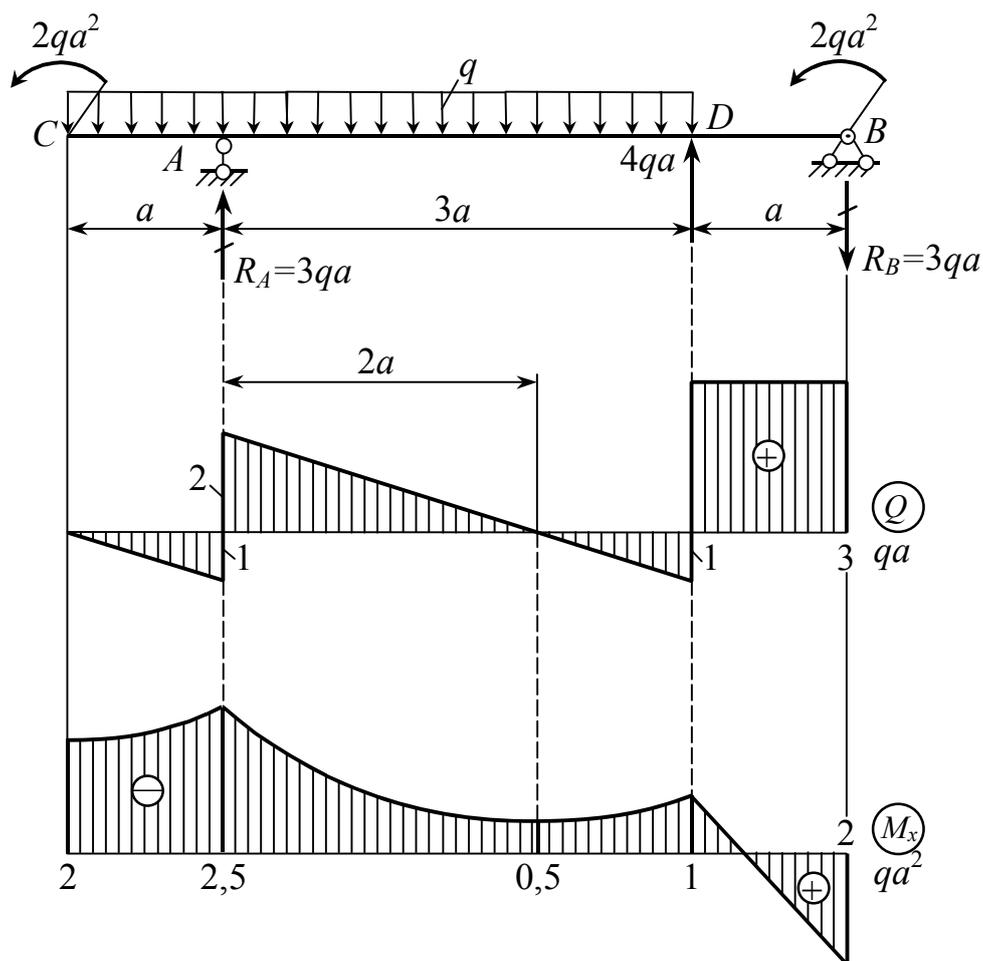


Рис. 14.18

Эпюра Q_y . Она строится по формуле $Q_y = Q_o \pm qz$. В данном случае берем знак «минус», так как погонная нагрузка направлена вниз. Находим значения поперечной силы в характерных точках

$$Q_C = 0, \quad Q_{AC} = Q_C - qa = -qa, \quad Q_{AD} = Q_{AC} + R_A = 2qa,$$

$$Q_{DA} = Q_{AD} - q \cdot 3a = -qa, \quad Q_{DB} = Q_{BD} = Q_{DA} + 4qa = 3qa$$

и строим ее эпюру (рис. 14.18).

Эпюра M_x . Она строится по формуле $M_x = M_o + Q_o z - 0,5qz^2$. Изгибающий момент изменяется по параболическому закону на участках CA и AD ($q = \text{const}$),

принимая экстремальные значения при $Q = 0$, т.е. в сечениях $z = 0$ и $z = 3a$, считая от левого конца балки. По значениям момента в характерных точках

$$M_C = -2qa^2, \quad M_A = M_C - 0,5qa \cdot a = -2,5qa^2;$$

$$M_{\max} = M(3a) = M_A + 0,5 \cdot 2qa \cdot 2a = -0,5qa^2;$$

$$M_D = M_{\max} - 0,5 \cdot qa \cdot a = -qa^2, \quad M_B = 2qa^2$$

строим эпюру M_x (рис. 14.18), согласно которой расчетный изгибающий момент равен

$$M_{\text{рас}} = |M_A| = 2,5qa^2 = 2,5 \cdot 18 \cdot 0,8^2 = 28,8 \text{ кН}\cdot\text{м}.$$

2.2. Геометрические характеристики сечения (рис. 14.19).

1) Положение центра тяжести.

Необходимые вычисления представлены в табл. 14.9.

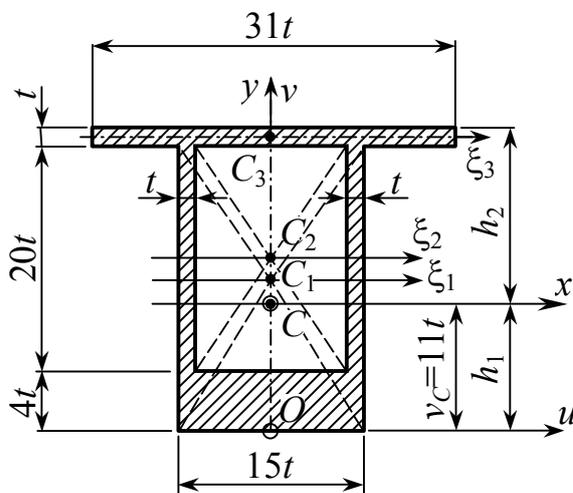


Рис. 14.19

Таблица 14.9

№ п/п	v_i	A_i	$v_i A_i$
1	$12t$	$360t^2$	$4320t^3$
2	$14t$	$-260t^2$	$-3640t^3$
3	$24,5t$	$31t^2$	$760t^3$
Σ		$131t^2$	$1440t^3$

$$v_C = \Sigma v_i A_i / \Sigma A_i = 1440t^3 / 131t^2 = 11t.$$

2) Момент инерции относительно главной центральной оси.

Предварительно определим моменты инерции для элементов сечения относительно собственных центральных

осей, а последующие вычисления выполним в табличной форме (табл. 14.10).

Таблица 14.10

№ ЭЛ-В	y_i	A_i	$I_x = \sum (I_{\xi_i} + y_i^2 A_i)$		$y_i = v_i - v_c$ $I_{\xi_1} = \frac{b_1 h_1^3}{12} = \frac{15t(24t)^3}{12} =$ $= 17280t^4;$
			I_{ξ_i}	$y_i^2 A_i$	
1	t	$360t^2$	$17280t^4$	$360t^4$	
2	$3t$	$-260t^2$	$-8666,7t^4$	$-2340t^4$	
3	$13,5t$	$31t^2$	$2,6t^4$	$5650t^4$	
Σ			$8616t^4$	$3670t^4$	$I_{\xi_3} = \frac{b_3 h_3^3}{12} = \frac{31t(t)^3}{12} = 2,6t^4$
			$12286t^4$		

3) Моменты сопротивления:

$$W_1 = I_x / h_1 = 12286t^4 / 11t = 1117t^3,$$

$$W_2 = I_x / h_2 = 12286t^4 / 14t = 878t^3.$$

Поскольку материал хуже работает на растяжение, то с точки зрения наиболее эффективного его использования профиль следует расположить так, чтобы более тонкий слой толщиной h_1 испытывал растяжение в опасном сечении A . В этом сечении растяжение возникает в верхней части балки, поэтому профиль следует расположить полкой вниз.

2.3. Подбор сечения балки.

Находим необходимые размеры:

- из условия прочности на растяжение $M_{\text{рас}} / W_1 \leq [\sigma_p]$,

$$t_p \geq \sqrt[3]{\frac{M_{\text{рас}}}{1117[\sigma_p]}} = \sqrt[3]{\frac{28,8 \cdot 10^3}{1117 \cdot 50 \cdot 10^6}} = 8 \text{ мм};$$

- из условия прочности на сжатие $M_{\text{рас}} / W_2 \leq [\sigma_c]$,

$$t_c \geq \sqrt[3]{\frac{M_{\text{рас}}}{878[\sigma_c]}} = \sqrt[3]{\frac{28,8 \cdot 10^3}{878 \cdot 120 \cdot 10^6}} = 6,5 \text{ мм};$$

Принимаем большее значение $t = \max\{t_p, t_c\} = t_p = 8 \text{ мм}$.

В опорном сечении B изгибающий момент меньше расчетного, но растяжение будет испытывать слой толщиной $h_2 > h_1$. Поэтому здесь следует проверить прочность балки на растяжение. Находим

$$\sigma_{\max_B} = \frac{M_B}{W_2} = \frac{2qa^2}{W_2} = \frac{2 \cdot 18 \cdot 0,8^2 \cdot 10^3}{878 \cdot 8^3 \cdot 10^{-9}} = 51,3 \text{ МПа}.$$

Перенапряжение составит 2,6%, что допустимо. Следовательно, прочность балки при найденных размерах будет обеспечена.

3. Оценка несущей способности балки составного сечения

3.1. Построение эпюр Q_y и M_x . Данная балка состоит из трех частей AB , BD и DE . Из условий равновесия средней части BD определим реакции в шарнирах B и D :

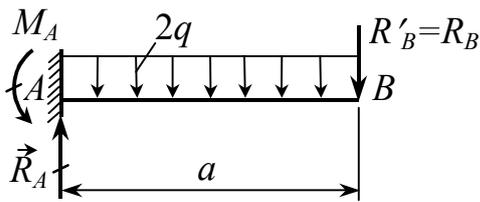
Балка BD

$$\sum m_D = 0, R_B \cdot 3a - 3qa^2 - 3qa \cdot a = 0,$$

$$R_B = 2qa;$$

$$\sum Y_i = 0, R_B + R_D = 3qa, R_D = qa.$$

Затем рассмотрим по отдельности части AB и DE :

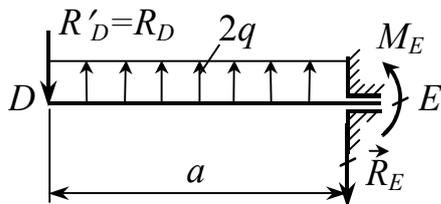


Балка AB

$$\sum m_A = 0, M_A - R'_B \cdot a - 2q \cdot a \cdot 0,5a = 0,$$

$$M_A = 3qa^2;$$

$$\sum Y_i = 0, R_A - 2q \cdot a - R'_B = 0, R_A = 4qa.$$



Балка DE

$$\sum m_E = 0, R'_D \cdot a - 2q \cdot a \cdot 0,5a + M_E = 0,$$

$$M_E = 0;$$

$$\sum Y_i = 0, R'_D + R_E = 2qa, R_E = qa.$$

Эпюра Q. Она строится по формуле $Q_y = Q_o \pm qz$. Знак “плюс” соответствует погонной нагрузке, направленной вверх, а “минус” – вниз. Вычисляем значения поперечной силы в характерных точках

$$Q_A = R_A = 4qa, \quad Q_B = Q_A - 2q \cdot a = 2qa, \quad Q_{CB} = Q_B = 2qa,$$

$$Q_{CD} = Q_{CB} - 3qa = -qa, \quad Q_D = Q_{CD} = -qa, \quad Q_E = Q_D + 2q \cdot a = qa$$

и строим эпюру Q (рис. 14.20).

Эпюра M_x . Она строится по формуле $M_x = M_o + Q_o z \pm 0,5qz^2$. На участках без погонной нагрузки изгибающий момент изменяется по линейному закону, а на участках с погонной нагрузкой – по закону квадратной параболы, обращенной выпуклостью в сторону q . Вычисляем значения изгибающего момента в характерных точках

$$M_A = -3qa^2, \quad M_{BA} = 0, \quad M_{BC} = M_{BA} - 3qa^2 = -3qa^2,$$

$$M_C = M_{BC} + 2qa \cdot 2a = qa^2, \quad M_D = 0,$$

$$M_{\max} = M_D - 0,5 \cdot qa \cdot 0,5a = -0,25qa^2, \quad M_E = 0$$

и строим эпюру M_x (рис. 14.20). Расчетный изгибающий момент равен

$$M_{\text{рас}} = |M_A| = 3qa^2.$$

3.2. Определение геометрических характеристик составного сечения. Из таблиц сортамента имеем:

- для швеллера № 30: $z_o = 2,52$ см, $A_1 = 40,5$ см²,
 $b = 10$ см, $I_{\xi_1} = 327$ см⁴, $I_{\eta_1} = 5810$ см⁴;
- для двутавра № 20: $b = 10$ см, $A_2 = 26,8$ см²,
 $I_{\xi_2} = 1840$ см⁴, $I_{\eta_2} = 115$ см⁴;
- для равнобокого уголка 100×100×10: $z_o = 2,83$ см,
 $A_3 = 19,2$ см², $I_{\xi_3} = I_{\eta_3} = 179$ см⁴, $I_{\xi_3\eta_3} = 105$ см⁴;
- для неравнобокого уголка 160×100×10:
 $x_o = 2,28$ см, $y_o = 5,23$ см, $A_5 = 25,3$ см²,
 $I_{\xi_5} = 667$ см⁴, $I_{\eta_5} = 204$ см⁴, $I_{\xi_5\eta_5} = 213$ см⁴.

Для стального листа 300×10 мм геометрические параметры находим непосредственно $A_4 = bh = 30 \cdot 1 = 30$ см², $I_{\xi_4\eta_4} = 0$,

$$I_{\xi_4} = bh^3/12 = 30 \cdot 1^3/12 = 2,5 \text{ см}^4,$$

$$I_{\eta_4} = hb^3/12 = 1 \cdot 30^3/12 = 2250 \text{ см}^4.$$

Совмещаем вспомогательные оси u и v с центральными осями швеллера и вычисляем координаты центра тяжести сечения в этих осях, используя данные табл. 14.11.

Таблица 14.11

Но- мер эл-та	Координаты, см		Пло- щадь $A, \text{ см}^2$	Статические моменты, см ³	
	u_i	v_i		$u_i A_i$	$v_i A_i$
1	0	0	40,5	0	0
2	10	12,52	26,8	268	335,5

Окончание табл. 14.11

3	-12,17	19,69	19,2	-233,7	378
4	0	23,02	30,0	0	690,6
5	12,72	28,75	25,3	321,8	727,4
Σ			141,8	356,1	2131,5

$$u_c = \sum u_i A_i / \sum A_i = 356,1 / 141,8 = 2,51 \text{ см};$$

$$v_c = \sum v_i A_i / \sum A_i = 2131,5 / 141,8 = 15,03 \text{ см}.$$

Моменты инерции сечения относительно центральных осей $x_c y_c$ находим табличным способом (табл. 14.12).

Таблица 14.12

№ п / п	Координаты центра тяжести, см		Пло- щадь A_i , см ²	Моменты инерции площадей, см ⁴					
				$I_x = \sum \left(\begin{matrix} I_{\xi_i} + \\ + y_i^2 A_i \end{matrix} \right)$		$I_y = \sum \left(\begin{matrix} I_{\eta_i} + \\ + x_i^2 A_i \end{matrix} \right)$		$I_{xy} = \sum \left(\begin{matrix} I_{\xi_i \eta_i} + \\ + x_i y_i A_i \end{matrix} \right)$	
	x_i	y_i		I_{ξ_i}	$y_i^2 A_i$	I_{η_i}	$x_i^2 A_i$	$I_{\xi_i \eta_i}$	$x_i y_i A_i$
1	-2,51	-15,03	40,5	327	9149	5810	255	0	1528
2	7,49	-2,51	26,8	1840	169	115	1503	0	-504
3	-14,68	4,66	19,2	179	417	179	4138	105	-1313
4	-2,51	7,99	30,0	2,5	1915	2250	189	0	-602
5	10,21	13,72	25,3	667	4762	204	2637	213	3544
Σ				3016	16412	8558	8722	318	2653
				19428		17280		2971	

Главные центральные моменты инерции

$$I_{\max} = 0,5 \left[(I_x + I_y) \pm \sqrt{(I_x - I_y)^2 + 4I_{xy}^2} \right] =$$

$$I_{\min}$$

$$= 0,5 \left[(19428 + 17280) \pm \sqrt{(19428 - 17280)^2 + 4 \cdot 2971^2} \right].$$

Отсюда $I_{\max} = I_{x_o} = I_1 = 21513 \text{ см}^4$, $I_{\min} = I_{y_o} = I_2 = 15195 \text{ см}^4$.

Ориентация максимальной главной оси
 $\text{tg}\alpha_{\max} = (I_x - I_{\max}) / I_{xy}$, $\text{tg}\alpha_{\max} = (19428 - 21513) / 2971 = -0,702$,
откуда $\alpha_{\max} = -35^\circ 04'$.

По чертежу (рис. 14.20) находим координаты наиболее удаленных от нейтральной оси точек:

- в плоскости наибольшей жесткости $y_o Cz$ (т. K_1):

$$y_{\text{наиб}} = 28,4 \text{ см},$$

- в плоскости наименьшей жесткости $x_o Cz$ (т. K_2):

$$x_{\text{наиб}} = 22,8 \text{ см}.$$

Следовательно, моменты сопротивления составного сечения в соответствующих плоскостях будут равны

$$W_{\max} = I_{x_o} / y_{\text{наиб}} = 21513 / 28,4 = 758 \text{ см}^3,$$

$$W_{\min} = I_{y_o} / x_{\text{наиб}} = 15195 / 22,8 = 666 \text{ см}^3.$$

3.3. Определение несущей способности. Из условия прочности по нормальным напряжениям имеем

$$M_{\text{рас}} / W \leq [\sigma] \quad \text{или} \quad 3qa^2 / W \leq [\sigma].$$

Отсюда находим допустимую нагрузку для балки:

- в плоскости наибольшей жесткости

$$[q_{\max}] = [\sigma] W_{x_o} / 3a^2 = 160 \cdot 10^6 \cdot 758 \cdot 10^{-6} / 3 \cdot 0,8^2 = 63 \text{ кН/м};$$

- в плоскости наименьшей жесткости

$$[q_{\min}] = [\sigma]W_{y_o} / 3a^2 = 160 \cdot 10^6 \cdot 666 \cdot 10^{-6} / 3 \cdot 0,8^2 = 56 \text{ кН/м.}$$

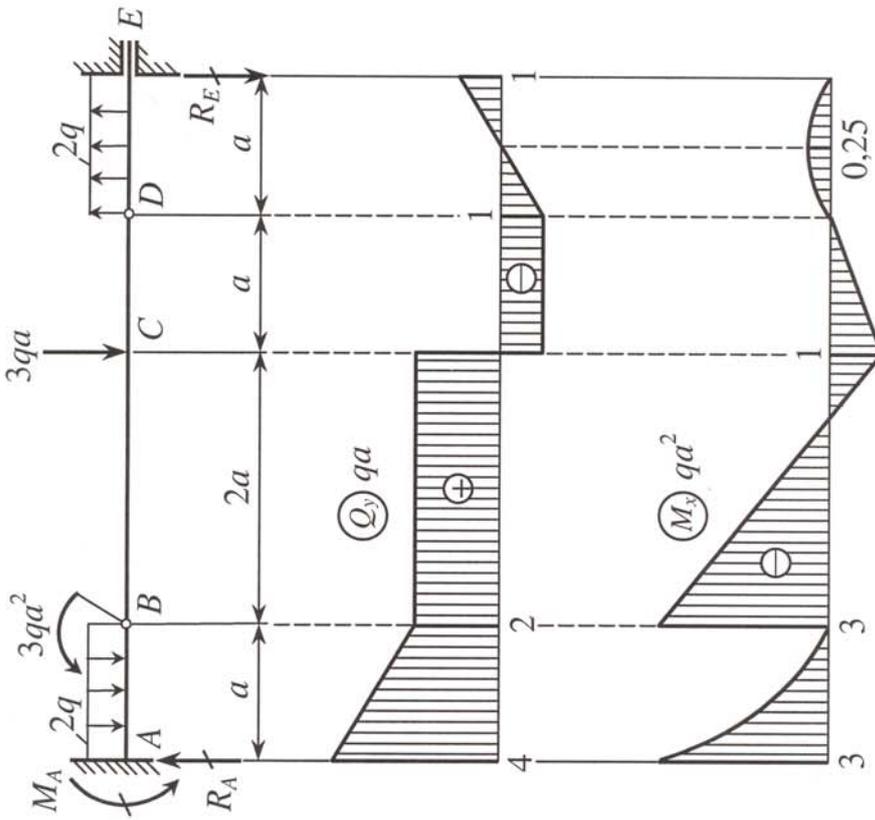
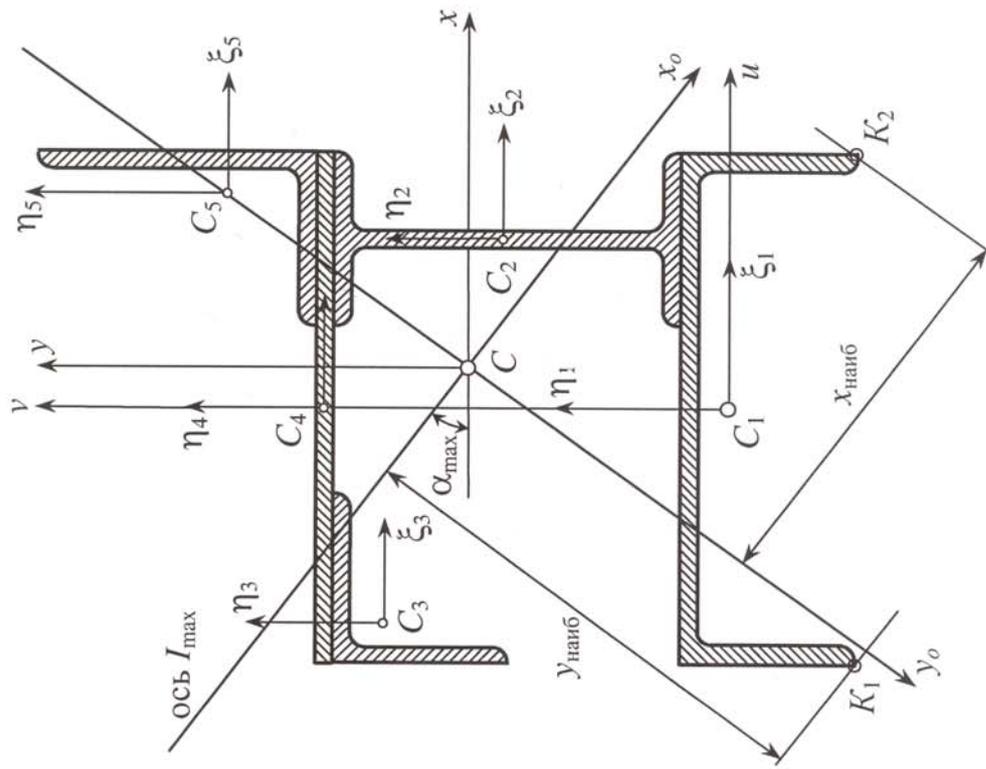


Рис. 14.20

4. Проектирование балки из заданного материала по условиям прочности и жесткости

4.1. Построение эпюр поперечной силы и изгибающего момента. Опорные реакции

$$\sum m_B = 0, \quad R_A \cdot 10a = q \cdot 6a \cdot 7a - 3qa \cdot 4a - q \cdot 4a \cdot 2a - 2qa^2, \quad R_A = 2qa;$$
$$\sum Y_i = 0, \quad R_A - q \cdot 6a + 3qa + q \cdot 4a - R_B = 0, \quad R_B = 3qa.$$

Эпюра Q_y . Поперечная сила изменяется на обоих участках по линейному закону и принимает в характерных точках следующие значения:

$$Q_A = R_A = 2qa, \quad Q_{CA} = Q_A - q \cdot 6a = -4qa,$$
$$Q_{CB} = Q_{CA} + 3qa = -qa, \quad Q_B = R_B = 3qa.$$

Эпюра M_x . Изгибающий момент изменяется по квадратичному закону, принимая экстремальные значения в сечениях $z = 2a$ и $z = 7a$. По значениям момента в характерных точках

$$M_A = 0, \quad M_B = -2qa^2, \quad M_{\max_1} = M(2a) = 0,5 \cdot 2qa \cdot 2a = 2qa^2,$$
$$M_C = R_A \cdot 6a - q \cdot 6a \cdot 3a = -6qa^2,$$
$$M_{\max_2} = M(7a) = M_C + \omega_Q = -6,5qa^2$$

строим эпюру M_x , из которой находим расчетный изгибающий момент (рис. 14.21)

$$M_{\text{рас}} = 6,5qa^2 = 6,5 \cdot 20 \cdot 1^2 = 130 \text{ кН}\cdot\text{м}.$$

4.2. Определение перемещений.

Для определения упругих перемещений в инженерной практике применяются как аналитические (точные и приближенные), так и графические методы. Из точных аналитических методов следует отметить метод начальных параметров и энергетический метод. К приближенным относятся метод конечных разностей (МКР) и метод конечных элементов

(МКЭ). Ниже определяются линейные и угловые перемещения сечений балки тремя из указанных выше методов.

4.2.1. Метод начальных параметров. Из граничных условий задачи имеем: $v_A = 0$, $v_B = 0$. Первое дает $v_o = 0$, а из второго находим θ_o :

$$v_B = v_o + \theta_o \cdot 10a + \frac{1}{EI_x} \left[\frac{R_A(10a)^3}{6} - \frac{3qa(4a)^3}{6} + \frac{q(10a)^4}{24} - \frac{2q(4a)^4}{24} \right] = 0,$$

откуда $\theta_o = -3qa^3/(EI_x)$.

А теперь находим искомые перемещения:

- сечение $z = 2a$

$$\theta(2a) = \theta_o + \frac{1}{EI_x} \left[-\frac{R_A(2a)^2}{2} + \frac{q(2a)^3}{6} \right] = \left(-3 - \frac{2 \cdot 2^2}{2} + \frac{2^3}{6} \right) \frac{qa^3}{EI_x} = -\frac{17qa^3}{3EI_x}$$

$$v(2a) = \theta_o \cdot 2a + \frac{1}{EI_x} \left[-\frac{R_A(2a)^3}{6} + \frac{q(2a)^4}{24} \right] = \left(-3 \cdot 2 - \frac{2 \cdot 2^3}{6} + \frac{2^4}{24} \right) \frac{qa^4}{EI_x} = -8 \frac{qa^4}{EI_x}$$

- сечение $z = 4a$

$$\theta(4a) = \theta_o + \frac{1}{EI_x} \left[-\frac{R_A(4a)^2}{2} + \frac{q(4a)^3}{6} \right] = \left(-3 - \frac{2 \cdot 4^2}{2} + \frac{4^3}{6} \right) \frac{qa^3}{EI_x} = -\frac{25qa^3}{3EI_x},$$

$$v(4a) = \theta_o \cdot 4a + \frac{1}{EI_x} \left[-\frac{R_A(4a)^3}{6} + \frac{q(4a)^4}{24} \right] = \left(-3 \cdot 4 - \frac{2 \cdot 4^3}{6} + \frac{4^4}{24} \right) \frac{qa^4}{EI_x} = -\frac{68qa^4}{3EI_x}$$

- сечение $z = 6a$

$$\theta(6a) = \theta_o + \frac{1}{EI_x} \left[-\frac{R_A(6a)^2}{2} + \frac{q(6a)^3}{6} \right] = \left(-3 - \frac{2 \cdot 6^2}{6} + \frac{6^3}{6} \right) \frac{qa^3}{EI_x} = -3 \frac{qa^3}{EI_x},$$

$$v(6a) = \theta_o \cdot 6a + \frac{1}{EI_x} \left[-\frac{R_A(6a)^3}{6} + \frac{q(6a)^4}{24} \right] = \left(-3 \cdot 6 - \frac{2 \cdot 6^3}{6} + \frac{6^4}{24} \right) \frac{qa^4}{EI_x} =$$

$$= -36 \frac{qa^4}{EI_x},$$

- сечение $z = 7a$

$$\theta(7a) = \theta_o + \frac{1}{EI_x} \left[-\frac{R_A(7a)^2}{2} - \frac{3qa(a)^2}{2} + \frac{q(7a)^3}{6} - \frac{2q(a)^3}{6} \right] = \frac{10qa^3}{3EI_x},$$

$$v(7a) = \theta_o \cdot 7a + \frac{1}{EI_x} \left[-\frac{R_A(7a)^3}{6} - \frac{3qa(a)^3}{6} + \frac{q(7a)^4}{24} - \frac{2q(a)^4}{24} \right] = -\frac{287qa^4}{8EI_x},$$

- сечение $z = 8a$

$$\theta(8a) = \theta_o + \frac{1}{EI_x} \left[-\frac{R_A(8a)^2}{2} - \frac{3qa(2a)^2}{2} + \frac{q(8a)^3}{6} - \frac{2q(2a)^3}{6} \right] = \frac{28qa^3}{3EI_x},$$

$$v(8a) = \theta_o \cdot 8a + \frac{1}{EI_x} \left[-\frac{R_A(8a)^3}{6} - \frac{3qa(2a)^3}{6} + \frac{q(8a)^4}{24} - \frac{2q(2a)^4}{24} \right] = -\frac{88qa^4}{3EI_x},$$

- сечение $z = 10a$

$$\theta_B = \theta(10a) = \theta_o + \frac{1}{EI_x} \left[-\frac{R_A(10a)^2}{2} - \frac{3qa(4a)^2}{2} + \frac{q(10a)^3}{6} - \frac{2q(4a)^3}{6} \right] = \frac{55qa^3}{3EI_x},$$

$$v_B = v(10a) = 0.$$

Результаты вычислений сведем в табл. 14.13 и построим упругую линию балки, показанную на рис. 14.21 пунктиром

Таблица 14.13

Перемещения	Сечение z						
	0	$2a$	$4a$	$6a$	$7a$	$8a$	$10a$
$\theta \times (qa^3/EI_x)^{-1}$	-3	-17/3	-25/3	-3	10/3	28/3	55/3
$v \times (qa^4/EI_x)^{-1}$	0	-8	-68/3	-36	-287/8	-88/3	0

Для расчета балки на жесткость необходимо знать максимальный прогиб, который имеет место в сечении, где угол поворота равен нулю. Последний описывается полиномом 3-й степени и в связи с этим нахождение максимального прогиба связано с громоздкими вычислениями. С другой стороны, судя по приведенной выше таблице, он имеет место в ин-

тервале (6а, 7а). В силу непрерывности функции прогибов v_{\max} мало отличается от прогиба сечения C . Следовательно, с небольшой погрешностью (не превышающей точности инженерных расчетов) можно принять

$$v_{\max} \cong v_C = 36qa^4/(EI_x).$$

4.2.2. Энергетический метод. Искомые перемещения находятся с помощью интегралов Мора

$$EI_x \Delta_K = \int_l M_F \bar{M} dz,$$

для вычисления которых в простых случаях можно пользоваться правилом Верещагина

$$\int_l M_F \bar{M} dz = \omega_F \cdot c,$$

а в более сложных случаях – формулой Симпсона

$$\int_l M_F \bar{M} dz = (l/6) (M_{\text{лев}} \bar{M}_{\text{лев}} + 4M_{\text{ср}} \bar{M}_{\text{ср}} + M_{\text{пр}} \bar{M}_{\text{пр}}).$$

При наличии на данном участке равномерно распределенной погонной нагрузки q величина момента посередине участка находится следующим образом

$$M_{\text{ср}} = (M_{\text{лев}} + M_{\text{пр}}) / 2 \pm ql^2 / 8.$$

Величины моментов $M_{\text{лев}}$ и $M_{\text{пр}}$ берутся со своими знаками. Знак “плюс” перед вторым слагаемым соответствует погонной нагрузке, направленной вниз, а “минус” – вверх.

Строим эпюры моментов от заданной нагрузки и от единичных воздействий, приложенных к балке в направлении искомых перемещений (рис. 14.20). Определяем моменты посередине участков

$$M_{\text{ср}AC} = (M_A + M_C) / 2 + q(6a)^2 / 8 = (0 - 6)qa^2 / 2 + 9qa^2 / 2 = 3qa^2 / 2,$$

$$M_{\text{ср}CB} = (M_C + M_B) / 2 - q(4a)^2 / 8 = (-6 - 2)qa^2 / 2 - 2qa^2 = -6qa^2.$$

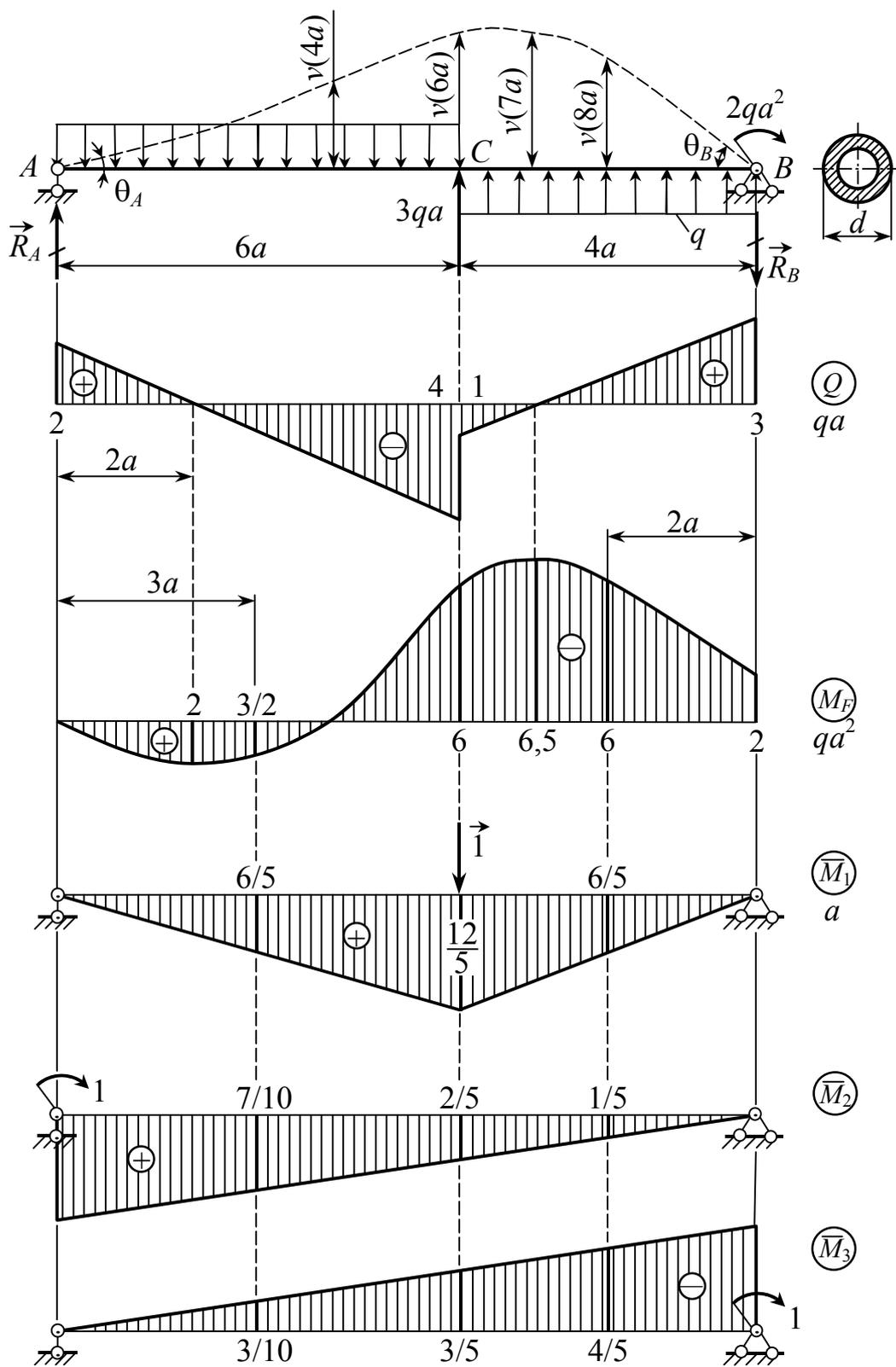


Рис. 14.21

Перемножая соответствующие эпюры, находим иско-
мые перемещения, увеличенные для удобства вычислений в
 EI раз:

$$EI_x v_C = \int_0^{10a} M_F \bar{M}_1 dz =$$

$$= \left[\frac{6}{6} \left(4 \cdot \frac{3}{2} \cdot \frac{6}{5} - 6 \cdot \frac{12}{5} \right) + \frac{4}{6} \left(-6 \cdot \frac{12}{5} - 4 \cdot 6 \cdot \frac{6}{5} \right) \right] qa^4 = -36qa^4,$$

$$EI_x \theta_A = \int_0^{10a} M_F \bar{M}_2 dz =$$

$$= \left[\frac{6}{6} \left(4 \cdot \frac{3}{2} \cdot \frac{7}{10} - 6 \cdot \frac{2}{5} \right) + \frac{4}{6} \left(-6 \cdot \frac{2}{5} - 4 \cdot 6 \cdot \frac{1}{5} \right) \right] qa^3 = -3qa^3,$$

$$EI_x \theta_B = \int_0^{10a} M_F \bar{M}_3 dz =$$

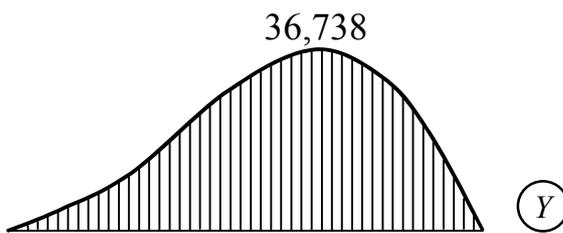
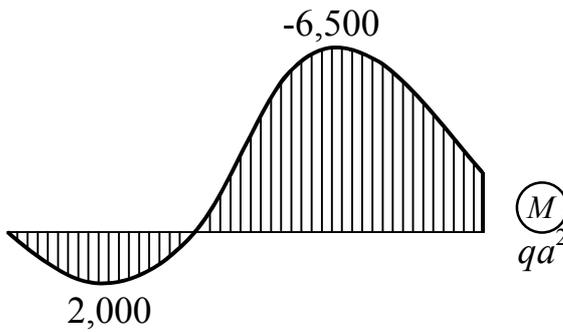
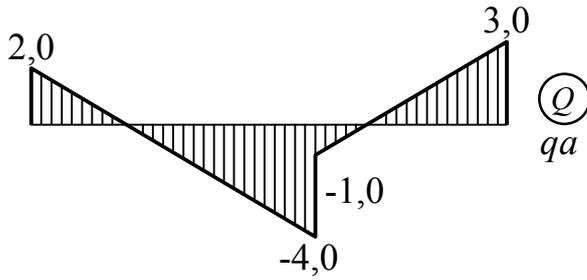
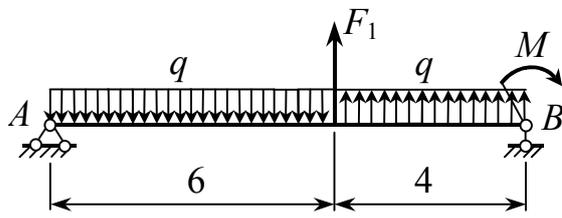
$$= \left[\frac{6}{6} \left(-4 \cdot \frac{3}{2} \cdot \frac{3}{10} + 6 \cdot \frac{3}{5} \right) + \frac{4}{6} \left(6 \cdot \frac{3}{5} - 4 \cdot 6 \cdot \frac{4}{5} + 1 \cdot 2 \right) \right] qa^3 = \frac{55}{3} qa^3.$$

Знак “минус” у перемещения указывает, что оно про-
тивоположно направлению соответствующего единичного
фактора: единичной силы для прогиба сечения C и единично-
го момента для угла поворота сечения A , т.е. прогиб v_C на-
правлен вверх, а сечение A поворачивается против часовой
стрелки. Знак “плюс” у угла поворота θ_B указывает, что сече-
ние B поворачивается в направлении единичного момента,
т.е. по часовой стрелке.

4.2.3. Расчет на ЭВМ методом конечных элементов. Ис-
ходные данные вводятся в безразмерной форме:

$$\zeta = z/a \quad (0 \leq \zeta \leq 10), \quad \bar{F} = F/qa, \quad \bar{M} = M/qa^2.$$

РАСЧЕТ НА ЭВМ
методом конечных элементов



Относительные
перемещения Y :

1	0,000	21	30,648
2	0,759	22	32,352
3	1,547	23	33,849
4	2,389	24	35,088
5	3,307	25	36,012
6	4,317	26	36,569
7	5,435	27	36,738
8	6,669	28	36,509
9	8,025	29	35,877
10	9,506	30	34,838
11	11,109	31	33,396
12	12,828	32	31,557
13	14,655	33	29,329
14	16,574	34	26,727
15	18,569	35	23,768
16	20,618	36	20,474
17	22,696	37	16,870
18	24,773	38	12,986
19	26,816	39	8,854
20	28,788	40	4,512
		41	0,000

Рис. 14.22

Результатом расчета являются относительные вертикальные перемещения (прогибы)

$$Y_i = v_i \left(qa^4 / EI_x \right)^{-1}.$$

Из рис. 14.22 следует, что наибольший прогиб имеет место в интервале $6 < \zeta < 7$ вблизи от сечения, где возникает наибольший изгибающий момент, и равен

$$v_{\max} = 36,738 \frac{qa^4}{EI_x}.$$

4.3. Подбор сечения балки по условиям прочности и жесткости.

Из условия прочности имеем

$$\sigma_{\max} = M_{\max} / W_x \leq [\sigma].$$

Отсюда, учитывая что

$$M_{\max} = 6,5qa^2, \quad W_x = \frac{\pi d^3}{32} (1 - \alpha^4),$$

находим наружный диаметр трубы, удовлетворяющий условию прочности

$$d_{\text{пч}} \geq 3 \sqrt{\frac{6,5 \cdot 32 qa^2}{\pi [\sigma] (1 - \alpha^4)}} = 3 \sqrt{\frac{6,5 \cdot 32 \cdot 18 \cdot 10^3 \cdot 0,8^2}{\pi \cdot 370 \cdot 10^6 (1 - 0,84^4)}} = 160 \text{ мм.}$$

Далее, согласно условию жесткости

$$v_{\max} = 36,738 \frac{qa^4}{EI_x} \leq [f],$$

откуда с учетом

$$I_x = \frac{\pi d^4}{64} (1 - \alpha^4), \quad [f] = l / 1000 = 8 / 1000 = 8 \text{ мм}$$

находим искомый диаметр, удовлетворяющий условию жесткости

$$d_{\text{ж}} \geq \sqrt[4]{\frac{64 \cdot 36,738 q a^4}{\pi (1 - \alpha^4) E [f]}} = \sqrt[4]{\frac{64 \cdot 36,738 \cdot 18 \cdot 10^3 \cdot 0,8^4}{\pi (1 - 0,84^4) \cdot 200 \cdot 10^9 \cdot 8 \cdot 10^{-3}}} = 305 \text{ мм.}$$

Из двух полученных значений принимаем большее, т.е.

$$d = \max \{d_{\text{пч}}, d_{\text{ж}}\} = d_{\text{ж}} = 305 \text{ мм.}$$

После округления до ближайшего стандартного значения по ГОСТ 6636 “Нормальные линейные размеры” окончательно получим

$$d_o = 310 \text{ мм.}$$

Найденное таким образом значение наружного диаметра трубчатого сечения обеспечит надежную работу балки, так как удовлетворяет одновременно и условию прочности, и условию жесткости.

14.5. СТАТИЧЕСКИ НЕОПРЕДЕЛИМЫЕ РАМЫ

Для заданной рамы постоянной жесткости (рис. 14.23 – 14.24) при значении погонной нагрузки q по табл. 14.14 требуется:

1. Вычертить схему в масштабе.
2. Определить степень статической неопределимости.
3. Выбрать рациональную основную и эквивалентную системы.

4. Составить канонические уравнения метода сил и определить неизвестные усилия.

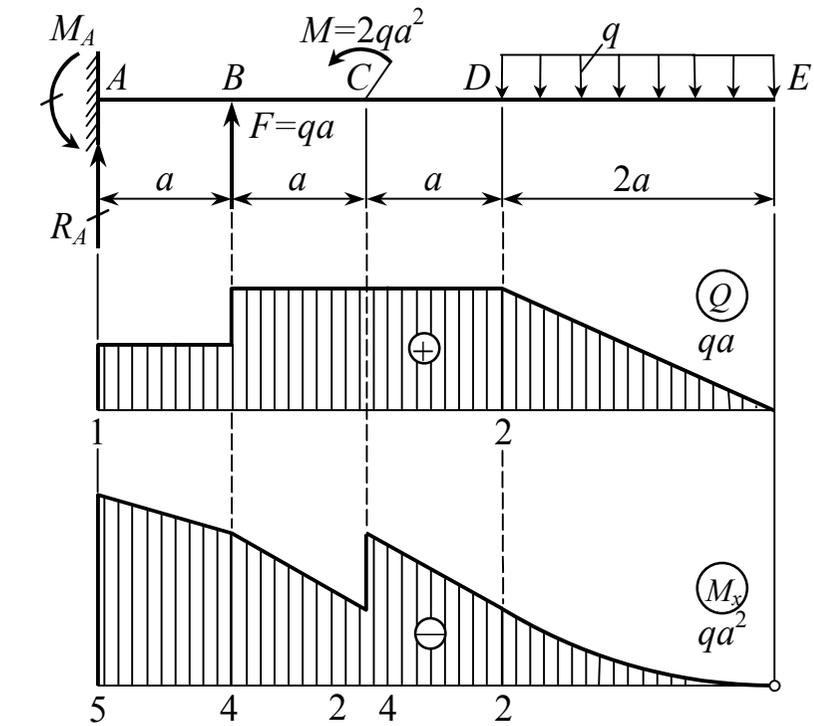
5. Построить эпюры изгибающих моментов, продольных и поперечных сил.

6. Выполнить статическую и кинематическую проверки.

Принять $a = 1$ м.

Таблица 14.14

Вариант	1	2	3	4	5	6	7	8	9
q , кН/м	10	20	30	40	50	15	25	35	45



№	1	2	3	4	5
Форма сечен.					
$A, \text{см}^2$	201	144,5	40,2	53,4	96,6
$A_1 : A_2 : A_3 : A_4 : A_5 = 1 : 0,72 : 0,2 : 0,27 : 0,48$					

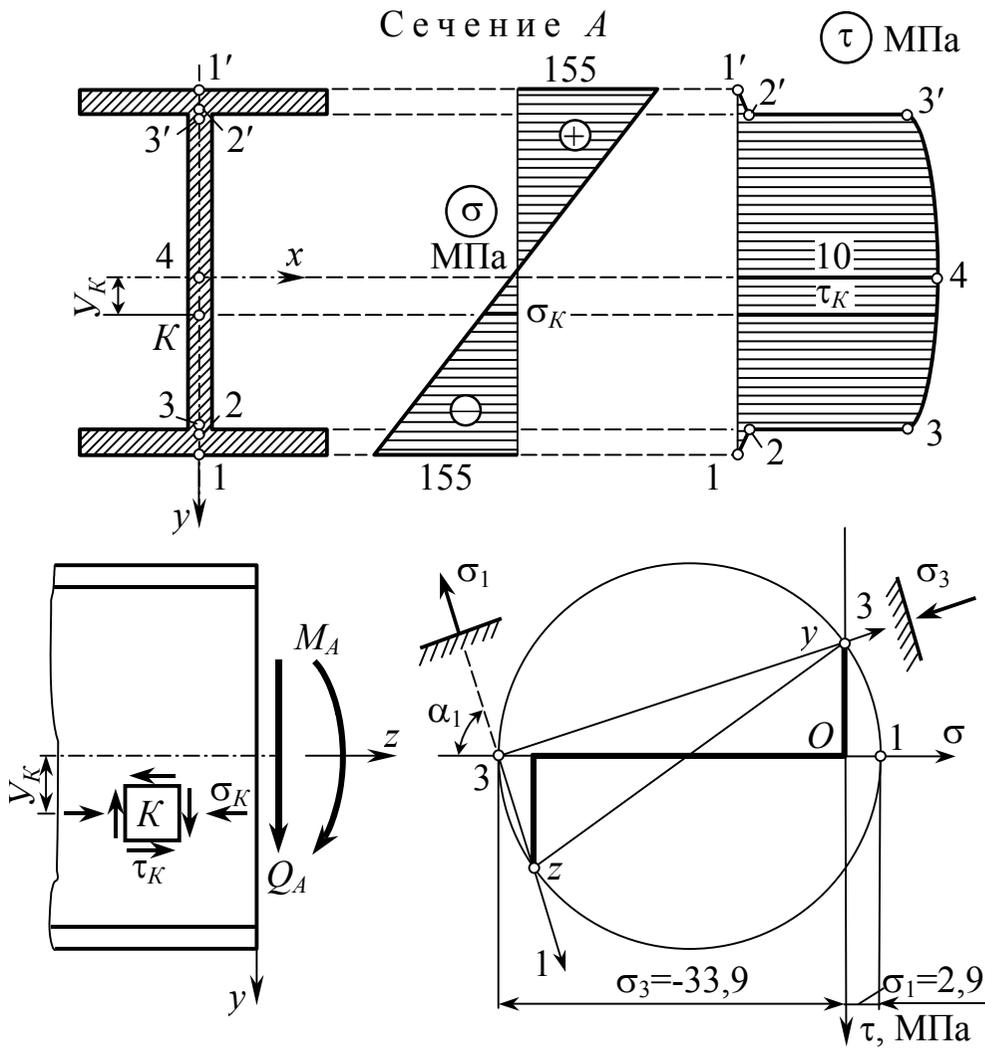


Рис. 14.17

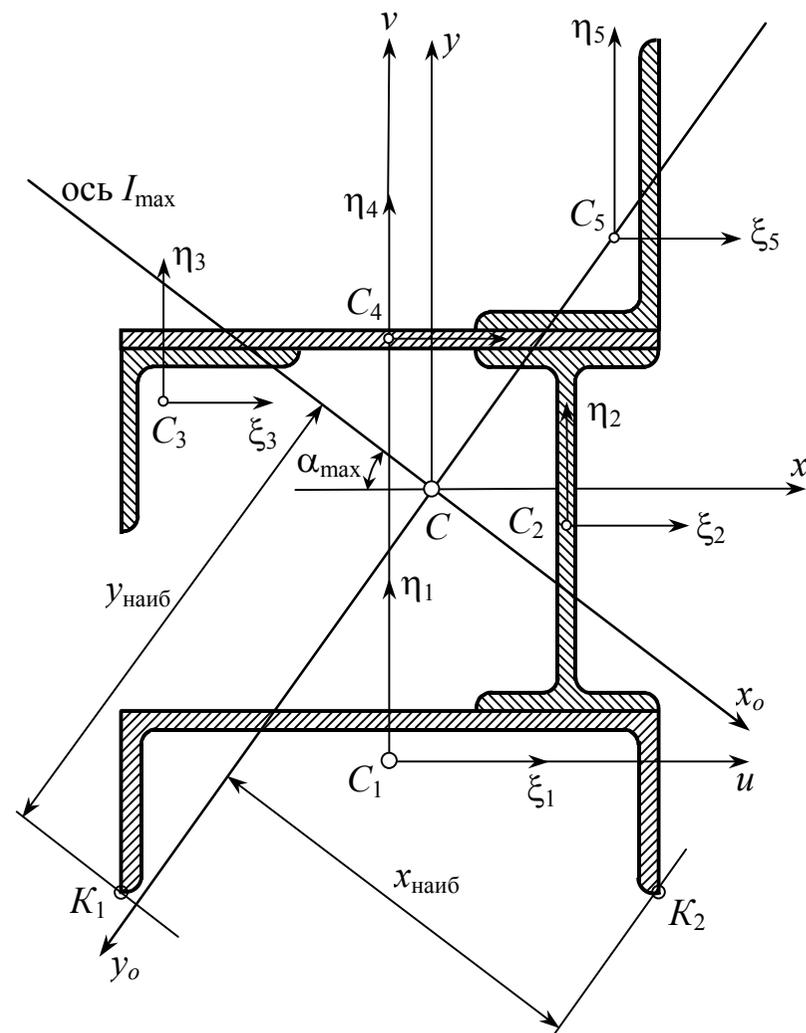
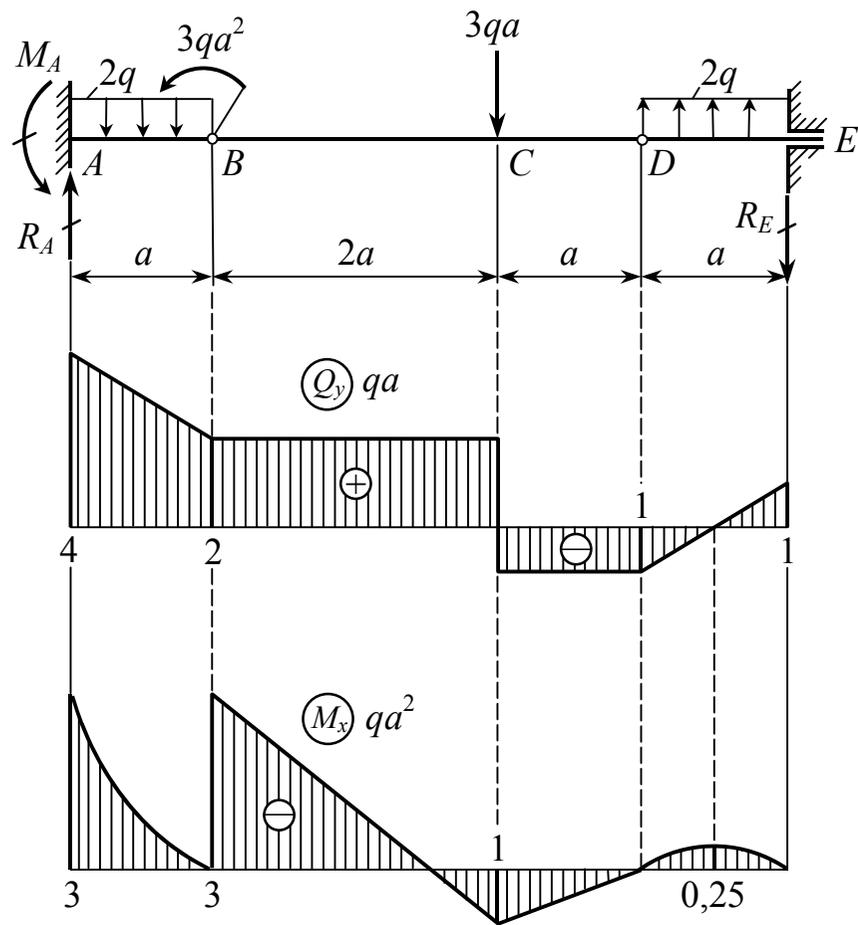


Рис. 14.20

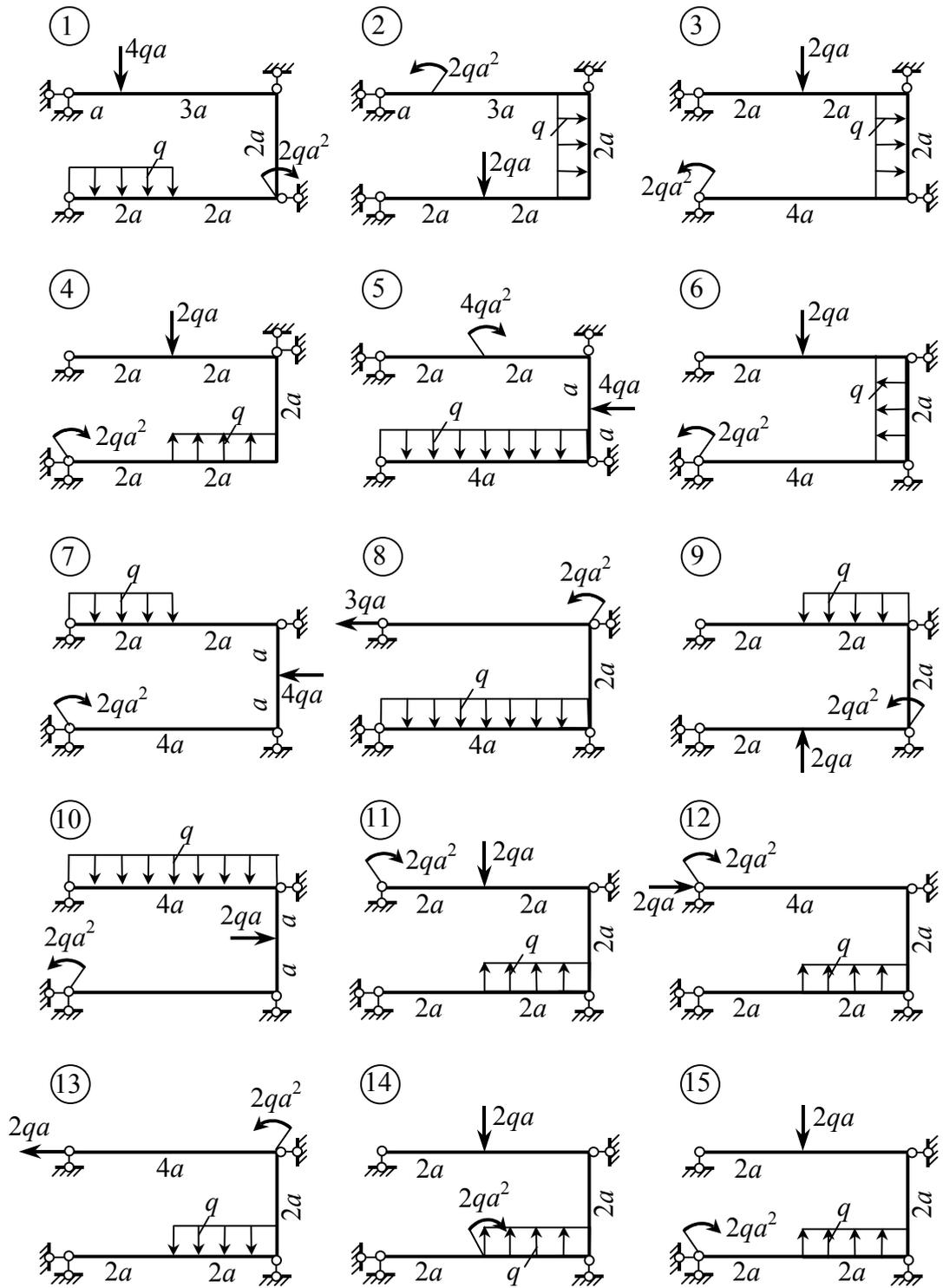


Рис. 14.23

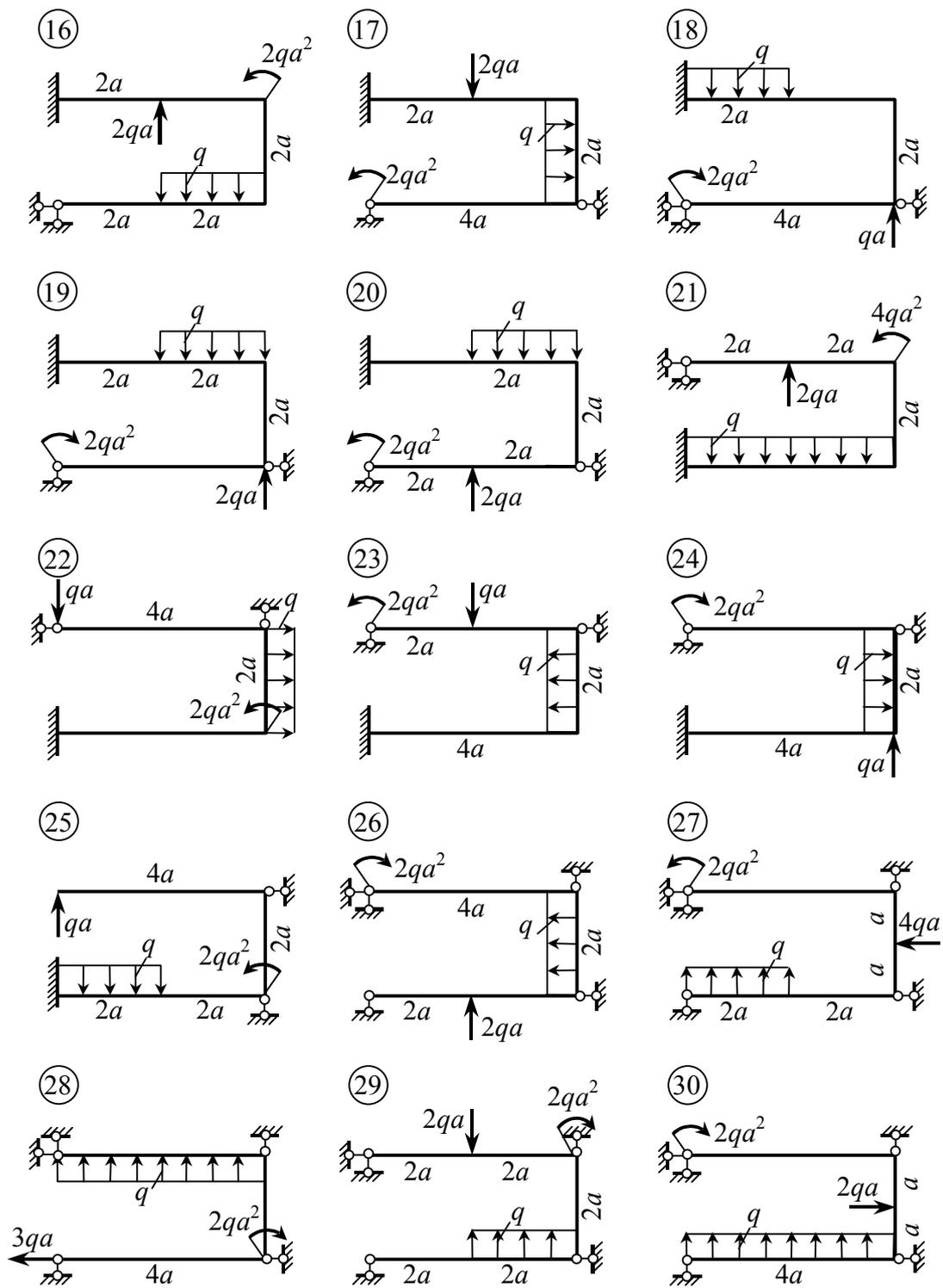


Рис. 14.24

Пример 1.1. Для заданной рамы постоянной жесткости (рис. 14.25) требуется:

1. Определить степень статической неопределенности.
2. Выбрать рациональную основную и эквивалентные системы.
3. Составить канонические уравнения метода сил и определить неизвестные усилия.
4. Построить эпюры изгибающих моментов, продольных и поперечных сил.
5. Выполнить статическую и кинематическую проверки.

Принять: $a = 1$ м, $q = 10$ кН/м.

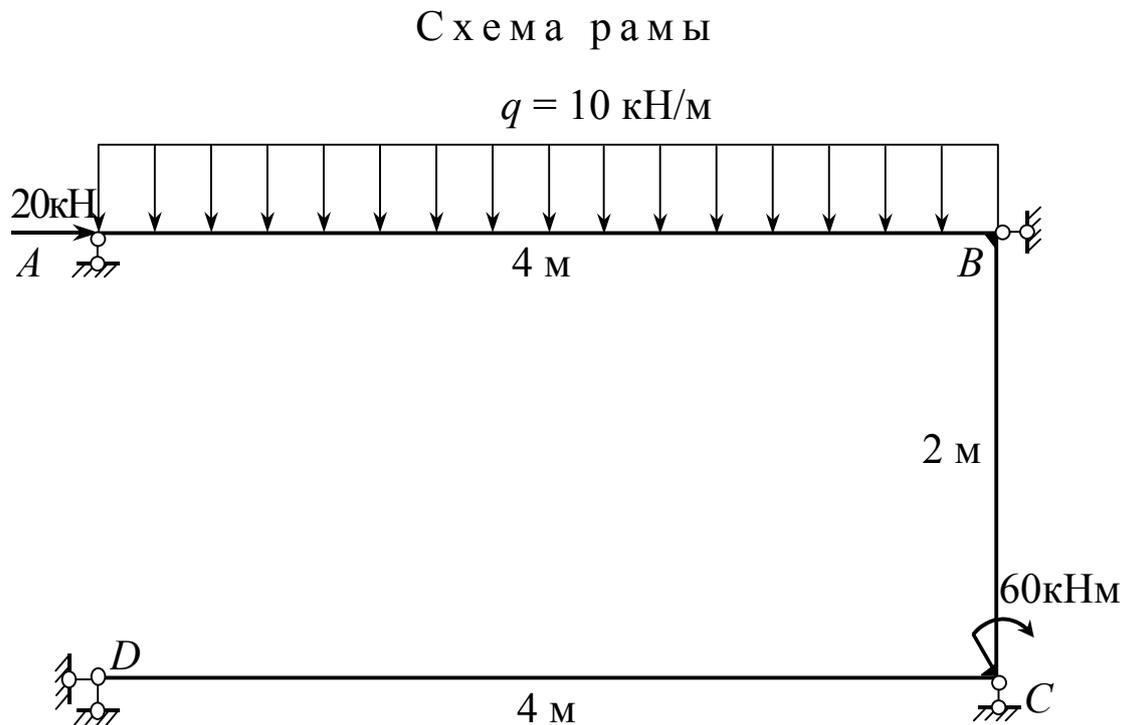


Рис. 14.25

Решение

1.1. Раскрытие статической неопределимости.

Данная система дважды статически неопределима (две дополнительные связи), поэтому канонические уравнения имеют вид:

$$\begin{cases} \delta_{11}X_1 + \delta_{12}X_2 + \Delta_{1F} = 0, \\ \delta_{21}X_1 + \delta_{22}X_2 + \Delta_{2F} = 0. \end{cases}$$

Коэффициенты при неизвестных, увеличенные в EI раз:

$$EI\delta_{11} = \int_S \bar{M}_1^2 dS = 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 4 \cdot \frac{2}{3} \cdot 4 + 4 \cdot 2 \cdot 4 = 224/3 \text{ м}^3,$$

$$EI\delta_{12} = \int_S \bar{M}_1 \cdot \bar{M}_2 dS = -\left(2 \cdot 4 \cdot 1 + \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 4 \cdot \frac{2}{3} \cdot 2\right) = -56/3 \text{ м}^3,$$

$$EI\delta_{22} = \int_S \bar{M}_2^2 dS = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 2 \cdot \frac{2}{3} \cdot 2 + \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 2 \cdot \frac{2}{3} \cdot 2 = 8 \text{ м}^3.$$

$$\text{Проверка: } EI\sum\delta_{ij} = EI(\delta_{11} + \delta_{22} + 2\delta_{12}) = \left(\frac{224}{3} + 8 - 2 \cdot \frac{56}{3}\right) = \frac{136}{3} \text{ м}^3,$$

$$\begin{aligned} EI\delta_{\sigma\sigma} &= \int_S \bar{M}_{\sigma}^2 dS = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 4 \cdot \frac{2}{3} \cdot 4 + \frac{1}{3}(2 \cdot 2 + 4 \cdot 3 \cdot 3 + 4 \cdot 4) + \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 2 \cdot \frac{2}{3} \cdot 2 = \\ &= \frac{136}{3} \text{ м}^3. \end{aligned}$$

Свободные члены, увеличенные в EI раз:

$$\begin{aligned} EI\Delta_{1F} &= \int_S \bar{M}_1 M_F dS = -\frac{2}{3}(4 \cdot 2 \cdot 20 + 80 \cdot 4) - 2 \cdot 4 \cdot 60 + \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 4 \cdot \frac{2}{3} \cdot 20 = \\ &= -\frac{2080}{3} \text{ кН} \cdot \text{м}^3, \end{aligned}$$

$$EI\Delta_{2F} = \int_S \bar{M}_2 M_F dS = \frac{1}{3}(4 \cdot 1 \cdot 60 + 2 \cdot 40) - \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 2 \cdot \frac{2}{3} \cdot 20 = \frac{160}{3} \text{ кН} \cdot \text{м}^3.$$

$$\text{Проверка: } EI\Delta_{iF} = EI(\Delta_{1F} + \Delta_{2F}) = -\frac{2080}{3} + \frac{160}{3} = -640 \text{ кН} \cdot \text{м}^3,$$

$$EI\Delta_{\sigma F} = \int_S \bar{M}_{\sigma} M_F dS = -\frac{2}{3}(4 \cdot 2 \cdot 20 + 4 \cdot 80) - \frac{1}{3}(4 \cdot 80 + 4 \cdot 3 \cdot 60 + 2 \cdot 40) + \\ + \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 2 \cdot \frac{2}{3} \cdot 20 = -320 - \frac{1120}{3} + \frac{160}{3} = -640 \text{ кН} \cdot \text{м}^3.$$

Итак, канонические уравнения имеют вид:

$$\begin{cases} \frac{224}{3}X_1 - \frac{56}{3}X_2 = \frac{2080}{3}, \\ -\frac{56}{3}X_1 + 8X_2 = -\frac{160}{3}, \end{cases} \quad \text{или} \quad \begin{cases} 28X_1 - 7X_2 = 260, \\ -7X_1 + 3X_2 = -20, \end{cases}$$

откуда $X_1 = 128/7 = 18,29$ кН; $X_2 = 36$ кН.

1.2. Определение опорных реакций (рис.)

$$\sum X_i = 0, \quad H_D + 20 - X_2 = 0, \quad H_D = X_2 - 20 = 16 \text{ кН},$$

$$\sum m_D = 0, \quad R_C \cdot 4 = 60 + 10 \cdot 4 \cdot 2 + 20 \cdot 2 - X_2 \cdot 2, \quad R_C = 27 \text{ кН},$$

$$\sum Y_i = 0, \quad -V_D + X_1 + R_C - 10 \cdot 4 = 0, \quad V_D = 5,29 \text{ кН}.$$

1.3. Построение эпюр внутренних силовых факторов.

Эюра Q. Строится по формуле $Q = Q_0 \pm qz$. Вычисляем значения Q в характерных точках

$$Q_A = X_1 = 18,29 \text{ кН}; \quad Q_{BA} = Q_A - q \cdot 4 = 18,29 - 10 \cdot 4 = 21,71 \text{ кН};$$

$$Q_{BC} = 20 - X_2 = 20 - 36 = -16 \text{ кН}; \quad Q_{DC} = Q_{DC} = -V_D = -5,29 \text{ кН}$$

и строим эпюру Q (рис. 14.26, л).

Эюра M. Она строится согласно выражению

$$M = M_1 X_1 + M_2 X_2 + M_F = M_1 + M_2 + M_F, \text{ где } M_1 = M_1 X_1, \quad M_2 = M_2 X_2.$$

В стержне АВ изгибающий момент изменяется по квадратичному закону, достигая наибольшего значения в сечении $z_C = X_1 / q$, равного $M_{\max} = X_1^2 / 2q = 16,72$ кН·м.

Эюра N. Все стержни рамы испытывают деформацию сжатия. Продольная сила в пределах каждого участка постоянна и принимает следующие значения:

$$N_{AB} = -F = -20 \text{ кН}; \quad N_{BC} = X_1 - q \cdot 4 = 18,29 - 40 = -21,71 \text{ кН};$$

$$N_{DC} = -H_D = -16 \text{ кН}.$$

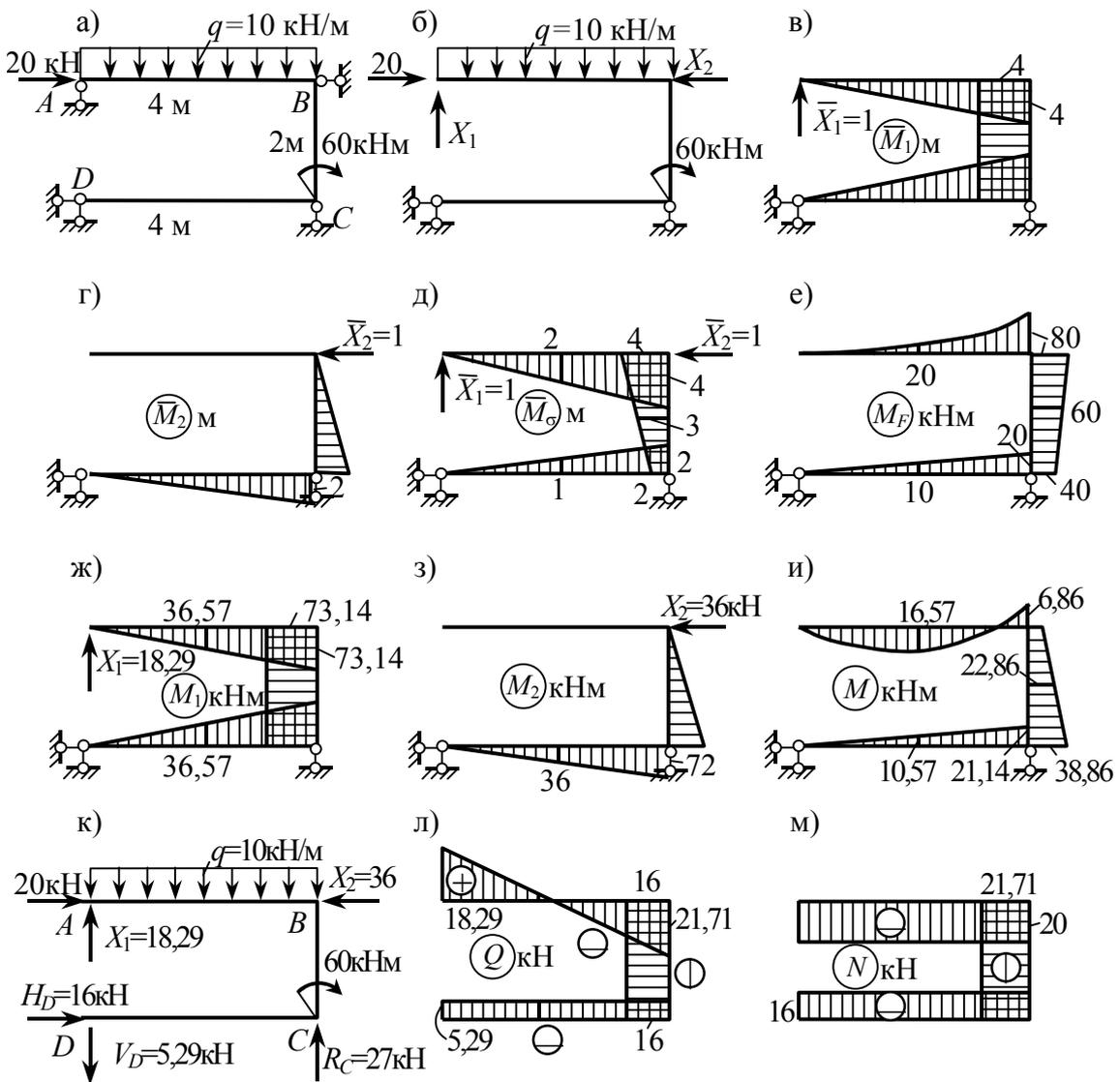
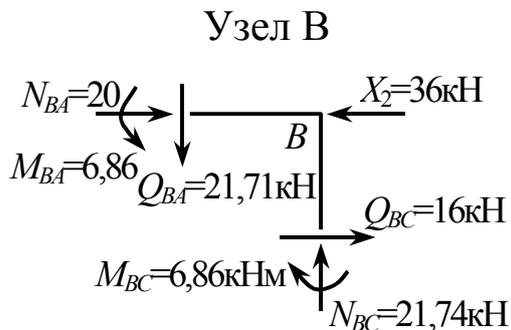


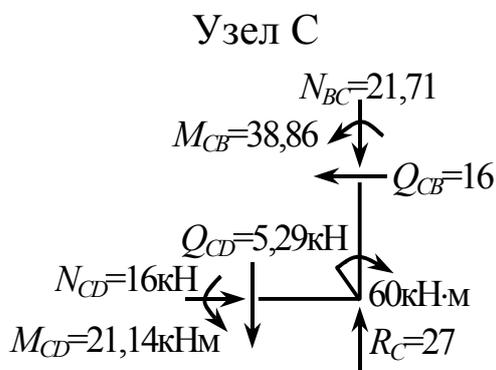
Рис. 14.26

1.4. Проверка решения.

1.4.1. Статическая проверка.



$$\begin{aligned} \sum X_i &= 0, N_{BA} + Q_{BC} - X_2 = \\ &= 20 + 16 - 36 = 0, 0 \equiv 0; \\ \sum Y_i &= 0, N_{BC} - Q_{BA} = \\ &= 21,71 - 21,71 = 0, 0 \equiv 0; \\ \sum m_B &= 0, M_{BA} - M_{BC} = \\ &= 6,86 - 6,86 = 0, 0 \equiv 0. \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} \sum X_i &= 0, N_{CD} - Q_{CB} = \\ &= 16 - 16 = 0, 0 \equiv 0; \\ \sum Y_i &= 0, R_C - Q_{CD} - N_{BC} = \\ &= 27 - 5,29 - 21,71 = 0, 0 \equiv 0; \\ \sum m_C &= 0, M_{CB} + M_{CD} - 60 = \\ &= 38,86 + 21,14 - 60 = 0, 0 \equiv 0. \end{aligned}$$

1.4.2. Кинематическая проверка. Она состоит в выполнении условия

$$EI\Delta_{\sigma} = \int_S \bar{M}_{\sigma} M dS = 0.$$

В нашем случае

$$\begin{aligned} EI\Delta_{\sigma} &= \frac{2}{3}(4 \cdot 2 \cdot 16,57 - 4 \cdot 6,86) - \frac{1}{3}(4 \cdot 6,86 + 4 \cdot 3 \cdot 22,86 + 2 \cdot 38,86) + \\ &+ \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 2 \cdot \frac{2}{3} \cdot 21,14 = 70,08 - 126,49 + 56,37 = 126,45 - 126,49 = -0,04. \end{aligned}$$

Погрешность составляет всего $\delta = \frac{0,04 \cdot 100}{126,45} = 0,03\%$, что существенно меньше допустимой величины, равной 1%.

14.6. ВНЕЦЕНТРЕННОЕ ПРОДОЛЬНОЕ НАГРУЖЕНИЕ

Для короткого стержня заданной формы поперечного сечения (табл. 14.15, рис. 14.27), нагруженного сжимающей силой F согласно табл. 14.16, требуется:

1. Найти координаты центра тяжести и положение главных осей инерции. Определить величины главных моментов и главных радиусов инерции.

2. Построить ядро сечения, определив координаты вершин аналитически. Провести силовую линию. Определить положение нулевой линии и координаты наиболее напряженных растянутых и сжатых точек.

3. Определить характерный размер сечения t , приняв:
а) $[\sigma_p] = 30$ МПа, $[\sigma_c] = 80$ МПа – для нечетных номеров;
б) $[\sigma_p] = 40$ МПа, $[\sigma_c] = 70$ МПа – для четных номеров.

Полученное значение округлить до ближайшей стандартной величины по ГОСТ 6636.

4. При принятых размерах сечения построить эпюру нормальных напряжений.

Таблица 14.15

№ п/п	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Сечение	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	1	2	1
Полюс	1	2	3	4	5	6	2	3	4	5	6	1	3	4	5
№ п/п	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
Сечение	4	5	6	7	8	9	10	11	12	1	4	5	8	9	11
Полюс	6	1	2	4	5	6	1	2	3	5	6	1	2	3	4

Таблица 14.16

Вариант	1	2	3	4	5	6	7	8	9
F , кН	50	200	800	100	400	600	150	300	900

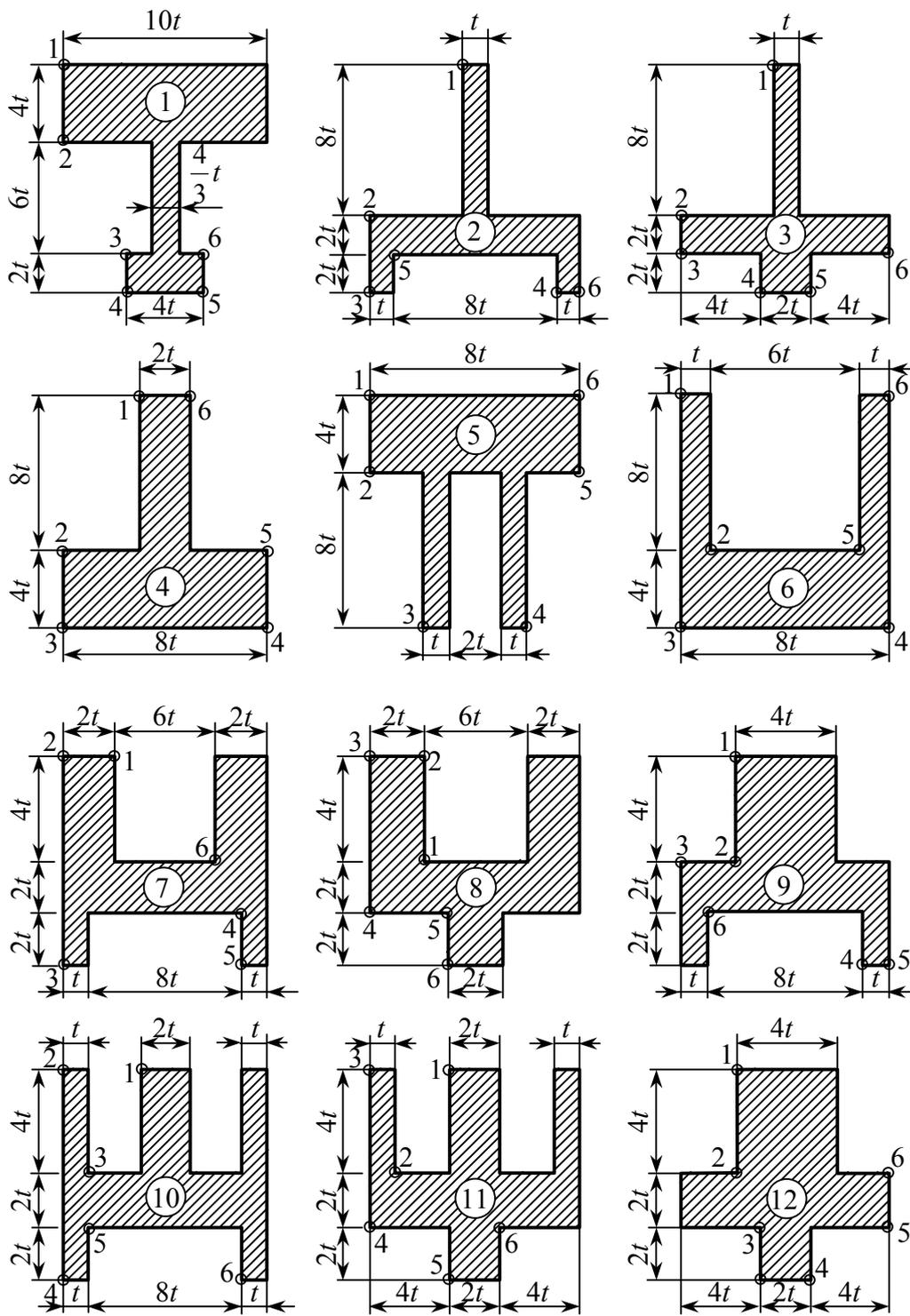


Рис. 14.27

Пример. Для короткого стержня заданного сечения (рис. 14.28), нагруженного внецентренно приложенной продольной силой $F = 200$ кН, требуется:

1. Построить ядро сечения.
2. Определить характерный размер сечения t , полагая $[\sigma_p] = 40$ МПа, $[\sigma_c] = 100$ МПа, и округлить его до ближайшей стандартной величины.
3. При принятых размерах сечения построить эпюру нормальных напряжений.

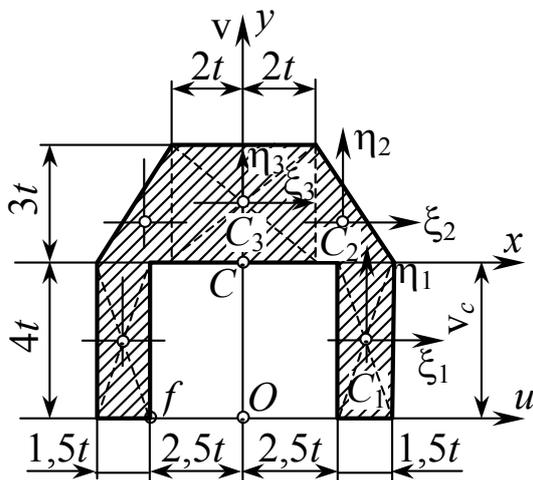


Рис. 14.28

Решение

1. Определение геометрических характеристик сечения.

а) Координаты центра тяжести

№ п/п	v_i	A_i	$v_i A_i$
1	$2t$	$12t^2$	$24t^3$
2	$5t$	$6t^2$	$30t^3$
3	$5,5t$	$12t^2$	$66t^3$
Σ		$30t^2$	$120t^3$

$$u_c = 0, \quad v_c = \frac{\sum_{i=1}^3 (v_i A_i)}{\sum_{i=1}^3 A_i} = 4t.$$

б) Моменты инерции относительно главных центральных осей x, y .

Предварительно вычисляем осевые моменты инерции отдельных частей относительно собственных центральных осей $\xi_i \eta_i$

$$I_{\xi_1} = 2 \cdot 1,5t \cdot (4t)^3 / 12 = 16t^4, \quad I_{\xi_2} = 2 \cdot 2t \cdot (3t)^3 / 36 = 3t^4,$$

$$I_{\xi_3} = 4t(3t)^3 / 12 = 9t^4;$$

$$I_{\eta_1} = 2 \cdot 4t \cdot (1,5t)^3 / 12 = 2,25t^4, \quad I_{\eta_2} = 2 \cdot 3t \cdot (2t)^3 / 36 = 1,33t^4,$$

$$I_{\eta_3} = 3t(4t)^3 / 12 = 16t^4$$

Остальные вычисления представим в табличной форме (табл. 14.17).

Таблица 14.17

№ п/п	x_i	y_i	A_i	$I_x = \sum (I_{\xi_i} + y_i^2 A_i)$			$I_y = \sum (I_{\eta_i} + x_i^2 A_i)$		
				I_{ξ_i}	$y_i^2 A_i$	I_{x_i}	I_{η_i}	$x_i^2 A_i$	I_{y_i}
1	$3,25t$	$-2t$	$12t^2$	$16t^4$	$48t^4$	$64t^4$	$2,25t^4$	$126,75t^4$	$129t^4$
2	$2,67t$	t	$6t^2$	$3t^4$	$6t^4$	$9t^4$	$1,33t^4$	$42,67t^4$	$44t^4$
3	0	$1,5t$	$12t^2$	$9t^4$	$27t^4$	$36t^4$	$16t^4$	0	$16t^4$
Σ			$30t^2$	$28t^4$	$81t^4$	$109t^4$	$19,58t^4$	$169,42t^4$	$189t^4$

в) Главные радиусы инерции

$$i_x^2 = I_x / A = 109t^4 / (30t^2) = 3,63t^2; \quad i_y^2 = I_y / A = 6,3t^2.$$

2. Построение ядра сечения. Для фигуры с прямолинейными сторонами ядро сечения представляет собой выпуклый многоугольник, координаты вершин которого определяются формулами:

$$x_{яi} = -i_y^2 / a_i, \quad y_{яi} = -i_x^2 / b_i.$$

Здесь a_i и b_i – отрезки, отсекаемые нейтральной линией на осях координат, при ее обкатывании вокруг контура сечения. Выполняя необходимые вычисления в табличной форме (табл. 14.18), получим ядро сечения, приведенное на рис. 14.29,а.

Таблица 14.18

Положение нейтральной линии	Отрезки, отсекаемые на осях		Координаты вершин ядра сечения	
	a_i	b_i	$x_{яi}$	$y_{яi}$
1-1	∞	$3t$	0	$-1,21t$
2-2 (2'-2')	$-4t (4t)$	$6t$	$1,575t (-1,575t)$	$-0,605t$
3-3 (3'-3')	$-4t (4t)$	∞	$1,575t (-1,575t)$	0
4-4	∞	$-4t$	0	$0,908t$

3. Определение размеров сечения.

Отрезки, отсекаемые нейтральной линией на осях координат

$$a_o = -i_y^2 / x_f = -6,3t^2 / (-2,5t) = 2,52t;$$

$$b_o = -i_x^2 / y_f = -3,63t^2 / (-4t) = 0,908t.$$

Проводим нейтральную линию nn и устанавливаем опасные точки. Это будут точки 1 и 2 как наиболее удаленные от нейтральной оси (рис. 14.29,б).

Из условия прочности на растяжение

$$\sigma_{\max} = -\frac{F}{A} \left(1 + \frac{y_f y_1}{i_x^2} + \frac{x_f x_1}{i_y^2} \right) \leq [\sigma_p],$$

$$\sigma_{\max} = -\frac{F}{30t^2} \left[1 + \frac{(-4t) \cdot 3t}{3,63t^2} + \frac{(-2,5t) \cdot 2t}{6,3t^2} \right] = 0,103 \frac{F}{t^2} \leq [\sigma_p],$$

откуда $t_p \geq \sqrt{\frac{0,103F}{[\sigma_p]}} = \sqrt{\frac{0,103 \cdot 200 \cdot 10^3}{40 \cdot 10^6}} = 22,7 \text{ мм.}$

Из условия прочности на сжатие

$$\sigma_{\min} = -\frac{F}{A} \left[1 + \frac{y_f y_2}{i_x^2} + \frac{x_f x_2}{i_y^2} \right] \leq [\sigma_c],$$

$$\sigma_{\min} = -\frac{F}{30t^2} \left[1 + \frac{(-4t)(-4t)}{3,63t^2} + \frac{(-2,5t)(-4t)}{6,3t^2} \right] = 0,233 \frac{F}{t^2} \leq [\sigma_c],$$

$$\text{откуда } t_c \geq \sqrt{\frac{0,233F}{[\sigma_c]}} = \sqrt{\frac{0,233 \cdot 200 \cdot 10^3}{100 \cdot 10^6}} = 21,6 \text{ мм.}$$

Следовательно, $t = \max\{t_p, t_c\} = t_p = 22,7$ мм. Принимаем по ГОСТ 6636 $t_0 = 24$ мм. Для ближайшего меньшего размера ($t_0 = 22$ мм) будет перенапряжение 6,5%, что недопустимо.

4. Построение эпюры нормальных напряжений. Исходя из принятых размеров сечения, находим напряжения в опасных точках

$$\sigma_{\max} = 0,103F / t_0^2 = 0,103 \cdot 200 \cdot 10^3 / (24^2 \cdot 10^{-6}) = 36,7 \text{ МПа};$$

$$\sigma_{\min} = -0,233F / t_0^2 = -0,233 \cdot 200 \cdot 10^3 / (24^2 \cdot 10^{-6}) = -82,9 \text{ МПа}$$

и строим эпюру σ (рис. 14.29,б).

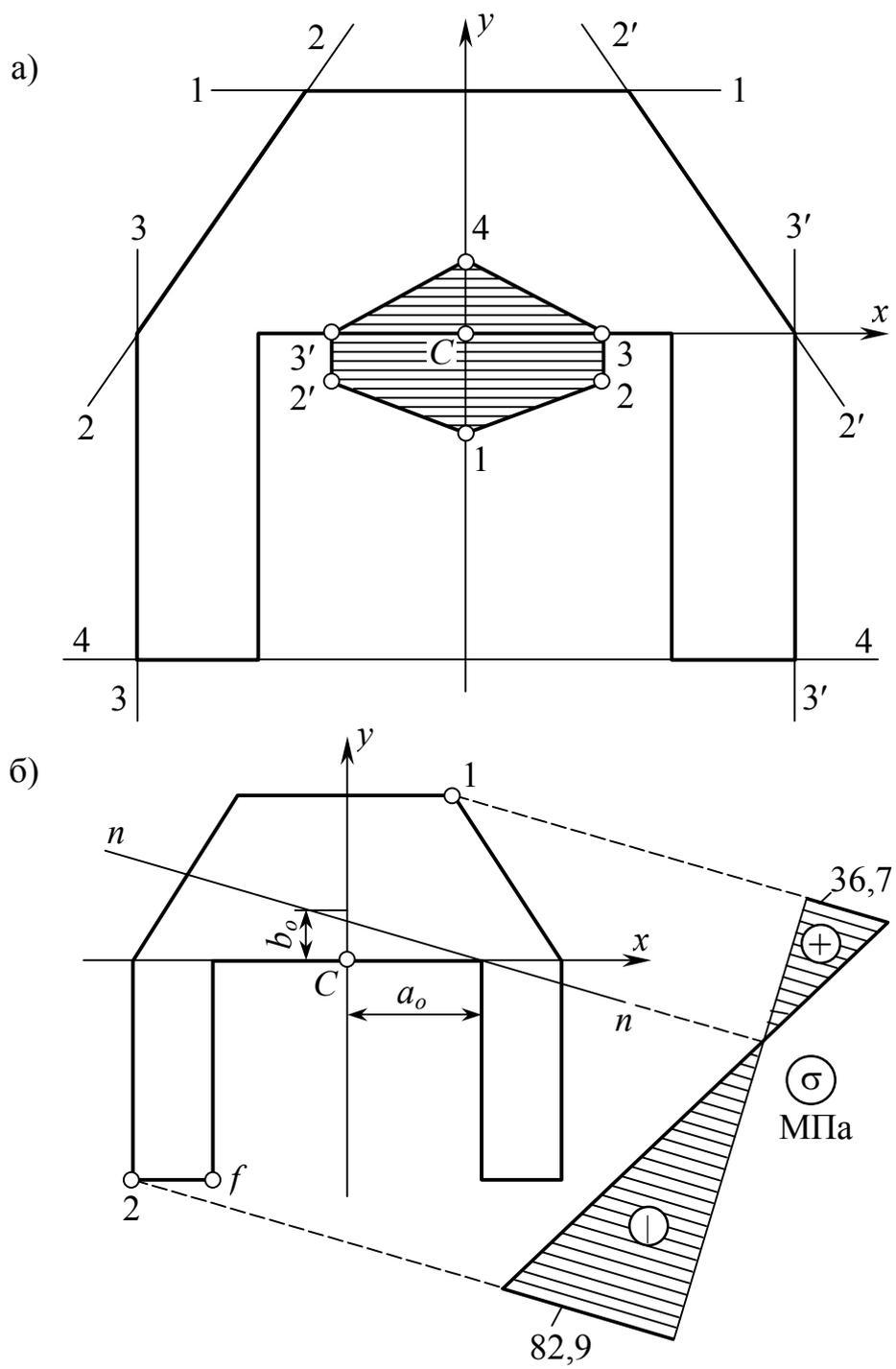


Рис. 14.29

14.7. ПРОСТРАНСТВЕННЫЕ РАМЫ

Для заданной рамы (рис. 14.30 – 14.31) при числовых значениях погонной нагрузки согласно табл. 14.19 требуется:

1. Построить эпюры внутренних силовых факторов.
2. Определить из расчета на прочность требуемые размеры поперечных сечений стержней, расположив их предварительно рациональным образом. Стержень AB имеет прямоугольное поперечное сечение с отношением сторон $h / b = m_1$, стержень BC – круглое, стержень CD – прямоугольное с отношением сторон $h / b = m_2$. Длина всех стержней одинакова и равна $a = 1$ м. Материал стержней – сталь СТЗ с допускаемым напряжением $[\sigma] = 160$ МПа. При расчете воспользоваться III гипотезой прочности.

Таблица 14.19

Схема	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	
Вариант $q, \text{кН/м}$	1	80	18	12	36	12	25	25	25	30	25	38	20	25	24	12
	2	640	144	96	288	96	200	200	200	240	200	304	160	200	192	96
	3	400	90	60	180	60	125	125	125	150	125	190	100	125	120	60
	4	240	54	36	108	72	50	100	150	120	50	250	120	100	144	48
	5	320	72	60	72	48	150	50	100	180	150	200	80	50	96	72
Схема	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	
Вариант $q, \text{кН/м}$	1	20	38	25	10	38	18	10	24	12	12	24	25	40	38	25
	2	160	304	200	80	304	144	80	192	96	96	192	200	320	304	200
	3	100	190	125	50	190	90	50	120	60	60	120	125	200	190	125
	4	140	250	100	20	220	36	60	48	36	48	96	150	240	150	150
	5	120	200	50	60	160	72	20	96	72	84	144	100	120	100	100

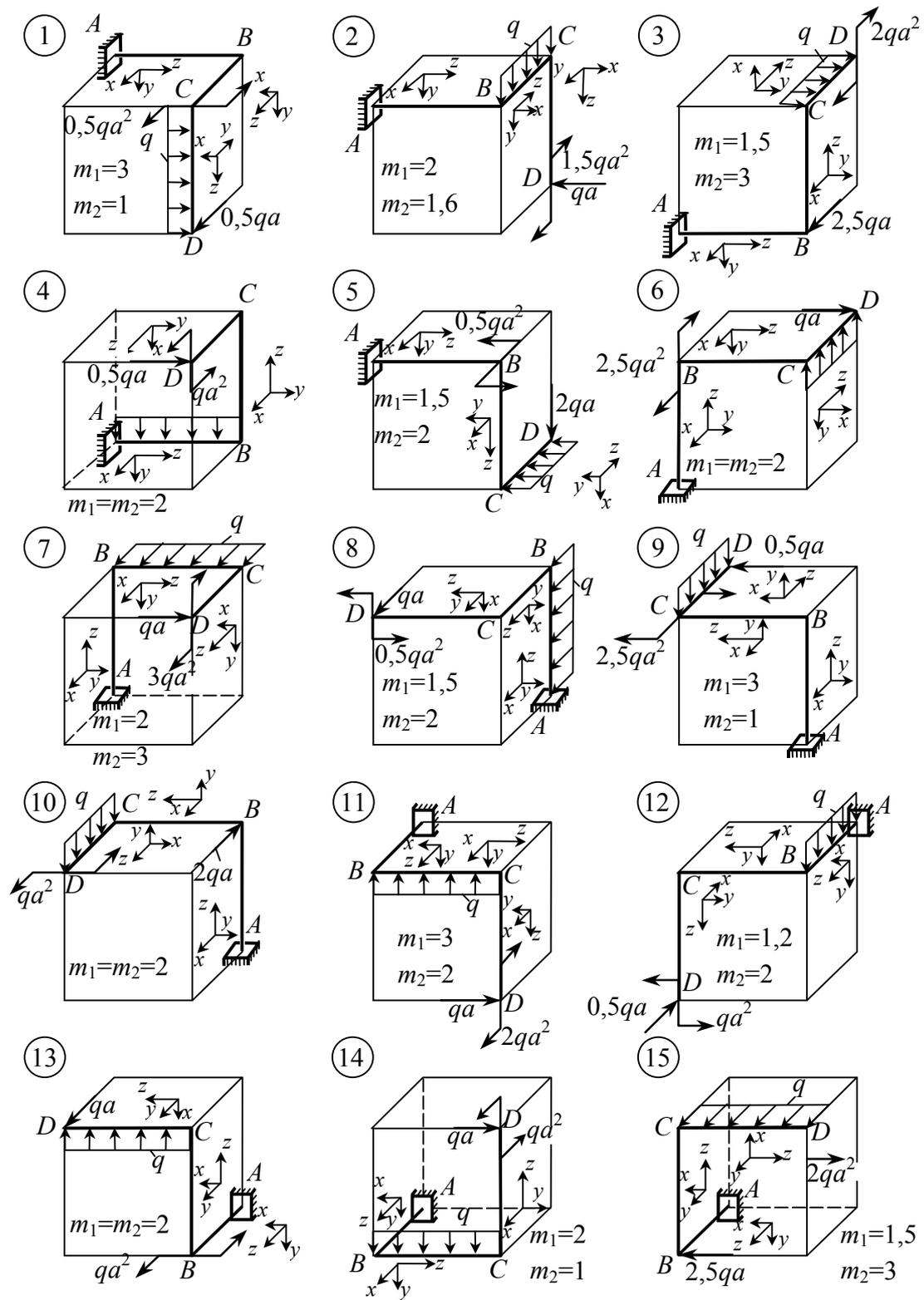


Рис. 14.30

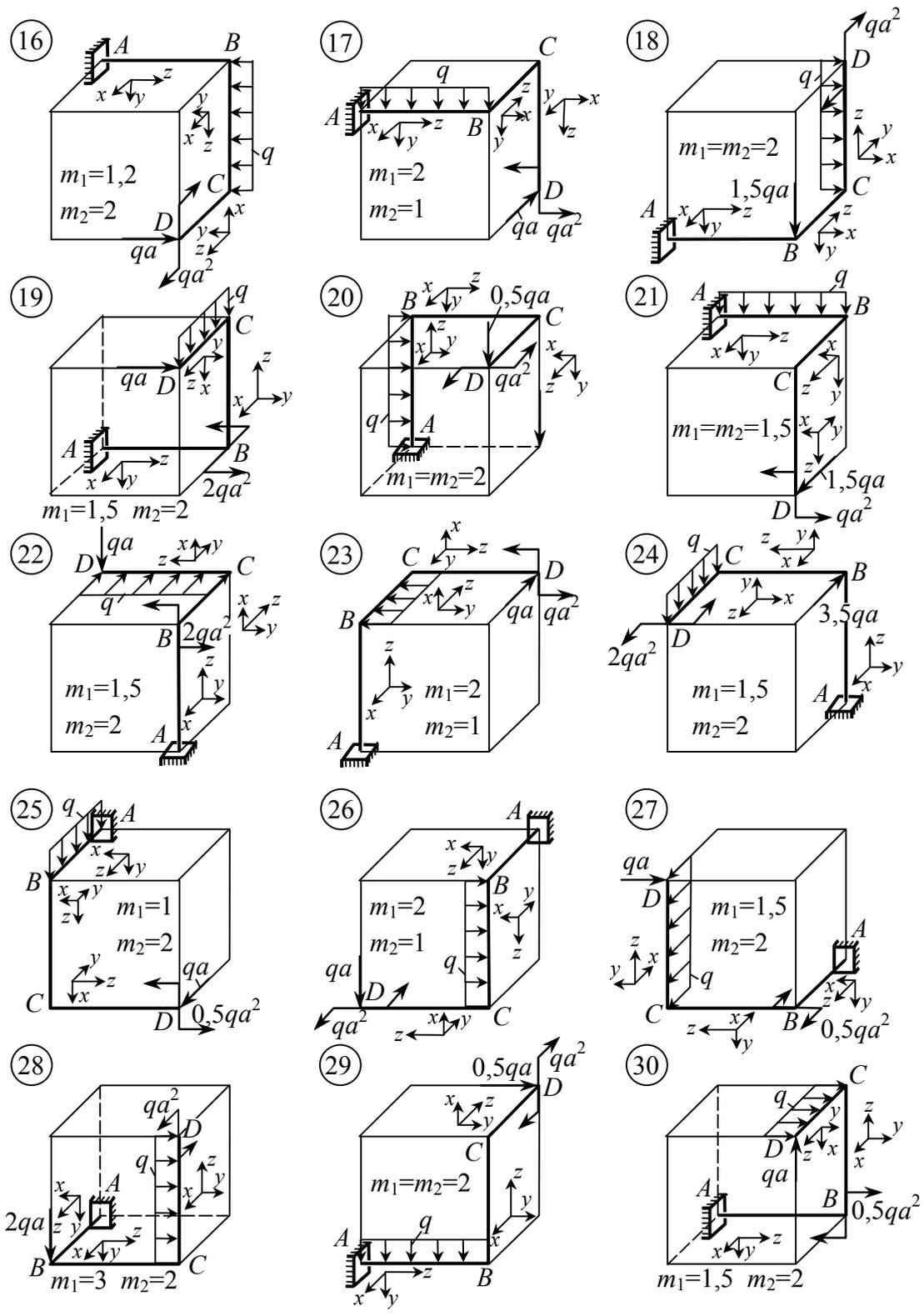


Рис. 14.31

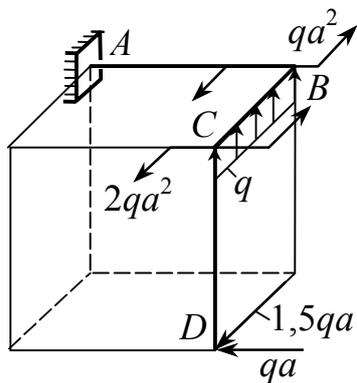


Рис. 14.32

Пример. Для заданной рамы (рис. 14.32) построить эпюры внутренних силовых факторов и определить из расчета на прочность требуемые размеры поперечных сечений стержней, расположив их предварительно рациональным образом. Стержни AB и CD имеют прямоугольное сечение с отношением сторон $h / b = 2$, а стержень BC – круглое. Длина всех стержней одинакова и равна $a = 1$ м. При расчете воспользоваться третьей гипотезой прочности. Принять $q = 23$ кН/м, $[\sigma] = 160$ МПа.

Решение. 1. Построение эпюр внутренних силовых факторов.

В общем случае пространственного действия сил на призматический стержень в его поперечных сечениях возникает шесть внутренних силовых факторов: два изгибающих момента (M_x и M_y), крутящий момент ($M_k = M_z$), две поперечные силы (Q_x и Q_y) и продольная сила N . Из перечисленных шести факторов определяющими являются первых три.

Каждая из эпюр в отдельности строится по известным правилам, исходя из значений внутренних усилий, вычисленных в характерных точках. Все шесть эпюр приведены на рис. 14.33. Из сопоставления построенных эпюр устанавливаем опасное сечение для каждого из стержней:

AB – сечение B , где $M_x = qa^2$, $M_y = 2qa^2$, $M_z = -2qa^2$;

$Q_x = 1,5qa$; $Q_y = -qa$; $N = -qa$;

BC – сечение C , где $M_x = 1,5qa^2$, $M_y = 2qa^2$, $M_z = -qa^2$;

$Q_x = qa$; $Q_y = 0$; $N = 1,5qa$;

CD – сечение C , где $M_x = 1,5qa^2$, $M_y = qa^2$.

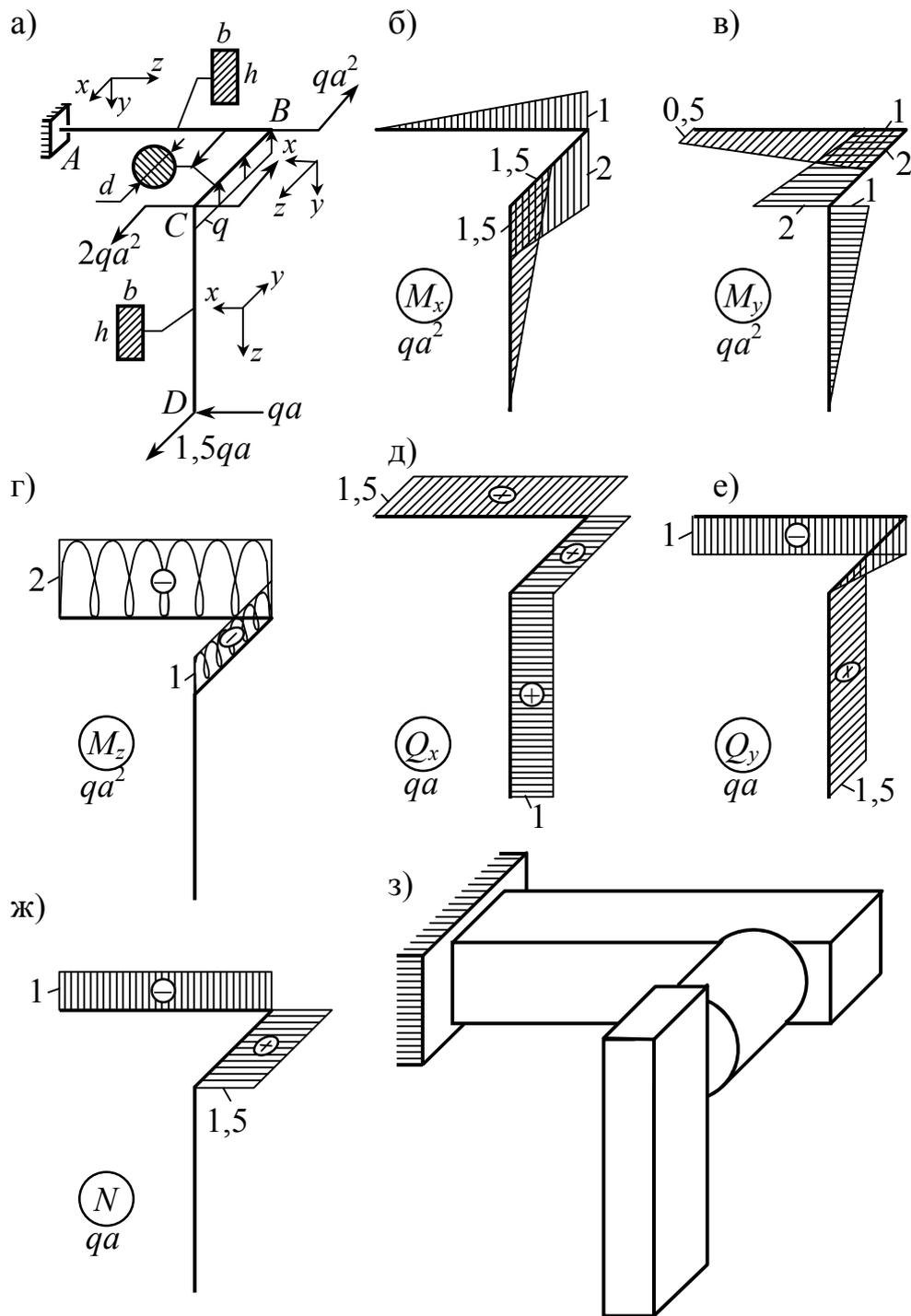
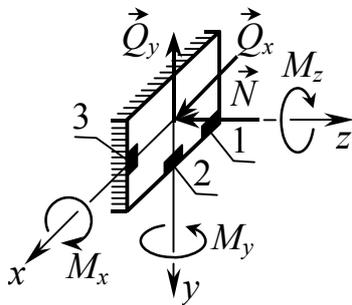


Рис. 14.33

2. Подбор сечений стержней.

Сечение В

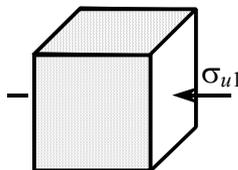
Стержень АВ



Он испытывает изгиб в двух плоскостях, кручение, сдвиг и сжатие. Так как $M_y > M_x$, то рациональным будет такое расположение сечения, при котором $W_y > W_x$, т.е. длинная сторона прямо угольника должна быть параллельна

оси x . Для установления опасной точки необходимо вычислить эквивалентные напряжения в трех точках контура сечения. Из них опасной будет та точка, в которой $\sigma_{\text{экв}}$ является наибольшим. Итак, рассмотрим последовательно три точки. При подборе сечений будем пренебрегать в первом приближении продольными и поперечными силами.

Точка 1. В этой точке возникает линейное напряженное состояние, поэтому

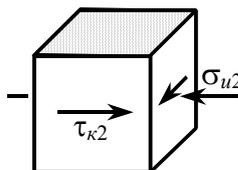


$$\sigma_{\text{экв}}^{(1)} = \frac{M_x}{W_x} + \frac{M_y}{W_y}.$$

Но $W_x = 2b \cdot (b)^2 / 6 = b^3 / 3$, $W_y = b \cdot (2b)^2 / 6 = 2b^3 / 3$.

Следовательно, $\sigma_{\text{экв}}^{(1)} = \frac{qa^2}{(b^3 / 3)} + \frac{2qa^2}{(2b^3 / 3)} = 6 \frac{qa^2}{b^3}$.

Точка 2. В этой точке возникает плоское напряженное состояние, поэтому



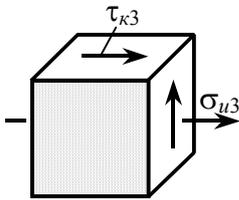
$$\sigma_{\text{экв}}^{(2)} = \sqrt{\sigma_{u2}^2 + 4\tau_{k2}^2}.$$

$$\text{Но } \sigma_{u2} = \frac{M_x}{W_x} = \frac{qa^2}{(b^3/3)} = 3 \frac{qa^2}{b^3},$$

$$\tau_{к2} = \frac{M_z}{W_k} = \frac{2qa^2}{0,493b^3} = 4,06 \frac{qa^2}{b^3}.$$

$$\text{Следовательно, } \sigma_{\text{эквIII}}^{(2)} = \frac{qa^2}{b^3} \sqrt{3^2 + 4 \cdot 4,06^2} = 8,66qa^2 / b^3.$$

Точка 3. В этой точке также имеет место плоское напряженное состояние, поэтому согласно III гипотезе прочности



$$\sigma_{\text{эквIII}}^{(3)} = \sqrt{\sigma_{u3}^2 + 4\tau_{к3}^2},$$

$$\sigma_{u3} = \frac{M_y}{W_y} = \frac{2qa^2}{(2b^3/3)} = 3 \frac{qa^2}{b^3},$$

$$\tau_{к3} = \gamma\tau_{к2} = 0,795\tau_{к2} = 3,23 \frac{qa^2}{b^3}.$$

$$\text{Следовательно, } \sigma_{\text{эквIII}}^{(3)} = \frac{qa^2}{b^3} \sqrt{3^2 + 4 \cdot 3,23^2} = 7,12qa^2 / b^3.$$

Так как $\sigma_{\text{эквIII}}^{(2)} > \sigma_{\text{эквIII}}^{(3)} > \sigma_{\text{эквIII}}^{(1)}$, то опасной является точка 2.

Записываем условие прочности для точки 2

$$\sigma_{\text{эквIII}}^{(2)} = 8,66qa^2 / b^3 \leq [\sigma].$$

Отсюда

$$b \geq \sqrt[3]{8,66qa^2 / [\sigma]} = \sqrt[3]{8,66 \cdot 23 \cdot 10^3 \cdot 1^2 / (160 \cdot 10^6)} = 107,5 \text{ мм.}$$

Принимаем по ГОСТ 6636 $b_o = 110$ мм. Следовательно, стержень AB должен иметь сечение 11×22 см.

Так как подбор сечения выполнен без учета продольной и поперечной сил, то необходимо проверить прочность стержня, принимая во внимание все внутренние силовые факторы, возникающие в опасном сечении. Рассмотрим опасную точку 2 и вычислим в ней нормальные, касательные и эквивалентное напряжения.

Нормальные напряжения:

- от изгиба $\sigma_M = \frac{M_x}{W_x} = 3 \frac{qa^2}{b^3} = \frac{3 \cdot 23 \cdot 10^3 \cdot 1^2}{11^3 \cdot 10^{-6}} = 51,84 \text{ МПа};$

- от продольной силы

$$\sigma_N = \frac{|N|}{A} = \frac{qa}{2b^2} = \frac{23 \cdot 10^3 \cdot 1}{2 \cdot 11^2 \cdot 10^{-4}} = 0,95 \text{ МПа};$$

- суммарные

$$\sigma = \sigma_M + \sigma_N = 51,84 + 0,95 = 52,79 \text{ МПа.}$$

Касательные напряжения:

- от кручения

$$\tau_K = 4,06 \frac{qa^2}{b^3} = \frac{4,06 \cdot 23 \cdot 10^3 \cdot 1^2}{11^3 \cdot 10^{-6}} = 70,2 \text{ МПа};$$

- от поперечной силы

$$\tau_x = \frac{3}{2} \cdot \frac{Q_x}{A} = \frac{3}{2} \cdot \frac{1,5qa}{2b^2} = \frac{3 \cdot 1,5 \cdot 23 \cdot 10^3 \cdot 1}{2 \cdot 2 \cdot 11^2 \cdot 10^{-4}} = 2,1 \text{ МПа};$$

- суммарные

$$\tau = \tau_K + \tau_x = 70,2 + 2,1 = 72,3 \text{ МПа.}$$

Эквивалентное напряжение

$$\sigma_{\text{эквIII}}^{(2)} = \sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2} = \sqrt{52,79^2 + 4 \cdot 72,3^2} = 153,9 \text{ МПа.}$$

Без учета продольной и поперечной сил

$$\tilde{\sigma}_{\text{эквIII}}^{(2)} = 8,66qa^2 / b^3 = 8,66 \cdot 23 \cdot 10^3 \cdot 1^2 / (11^3 \cdot 10^{-6}) = 149,6 \text{ МПа.}$$

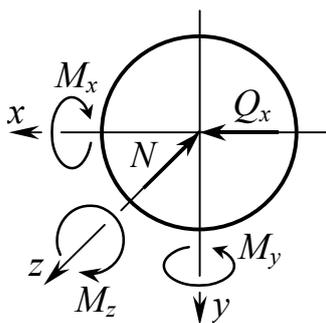
Как видим, расхождение между $\sigma_{\text{эквIII}}^{(2)}$ и $\tilde{\sigma}_{\text{эквIII}}^{(2)}$ не превышает 3%, т.е. лежит в пределах точности инженерного расчета. Поэтому на практике продольными и поперечными силами, как правило, пренебрегают.

Условие прочности стержня *AB* при принятых размерах поперечного сечения выполняется, так как

$$\sigma_{\text{эквIII}}^{(2)} = 153,9 < [\sigma] = 160 \text{ МПа.}$$

Сечение C

Стержень BC



Он испытывает изгиб в двух плоскостях, кручение, сдвиг и сжатие. Пренебрегая продольной и поперечной силами, условие прочности можно записать в виде $\sigma_{\text{эквIII}} = M_{\text{эквIII}} / W_x \leq [\sigma]$,

где $M_{\text{эквIII}}$ – эквивалентный момент по III гипотезе прочности, равный

$$M_{\text{эквIII}} = \sqrt{M_x^2 + M_y^2 + M_z^2} = qa^2 \sqrt{1,5^2 + 2^2 + (-1)^2} = 2,69qa^2.$$

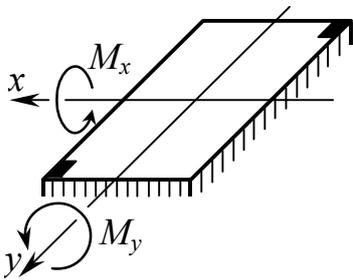
Следовательно, $2,69qa^2 / (0,1d^3) \leq [\sigma]$,

$$\text{откуда } d \geq \sqrt[3]{\frac{26,9qa^2}{[\sigma]}} = \sqrt[3]{\frac{26,9 \cdot 23 \cdot 10^3 \cdot 1^2}{160 \cdot 10^6}} = 157 \text{ мм.}$$

Принимаем по ГОСТ 6636 $d_o = 160$ мм.

Сечение С

Стержень CD



Он испытывает изгиб в двух плоскостях, т.е. кривой изгиб. Так как $M_x > M_y$, то сечение следует расположить длинной стороной вдоль оси y . В этом случае будет выполняться условие

$W_x > W_y$, т.е. большему изгибающему моменту будет соответствовать больший момент сопротивления

$$W_x = b(2b)^2 / 6 = 2b^3 / 3, \quad W_y = 2b(b)^2 / 6 = b^3 / 3.$$

Условие прочности

$$\sigma_{\max} = \frac{M_x}{W_x} + \frac{M_y}{W_y} = \frac{1,5qa^2}{(2b^3 / 3)} + \frac{qa^2}{(b^3 / 3)} = 5,25 \frac{qa^2}{b^3} \leq [\sigma].$$

$$\text{Отсюда } b \geq \sqrt[3]{\frac{5,25qa^2}{[\sigma]}} = \sqrt[3]{\frac{5,25 \cdot 23 \cdot 10^3 \cdot 1^2}{160 \cdot 10^6}} = 91 \text{ мм.}$$

Принимаем по ГОСТу $b_o = 90$ мм. Перенапряжение составляет 3,4%, что допустимо. Искомое сечение стержня будет 9×18 см.

14.8. РАСЧЕТ ЗАМКНУТОЙ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ОБОЛОЧКИ, РАБОТАЮЩЕЙ В УСЛОВИЯХ СЛОЖНОГО СОПРОТИВЛЕНИЯ

Используя энергетическую теорию прочности, определить коэффициент запаса по пределу текучести замкнутой цилиндрической оболочки (рис. 14.34), нагруженной внутренним давлением p , внецентренно приложенными силами F_1 (F_2), действующими вдоль оси, и крутящими моментами M_K . Значения нагрузок и параметры конструкции приведены в табл. 14.20. Длина оболочки больше двух ее диаметров.

Примечание. Положительным значениям внешних силовых факторов (табл. 14.20) соответствуют указанные на рис. 14.34 их направления, а отрицательным – прямо противоположные.

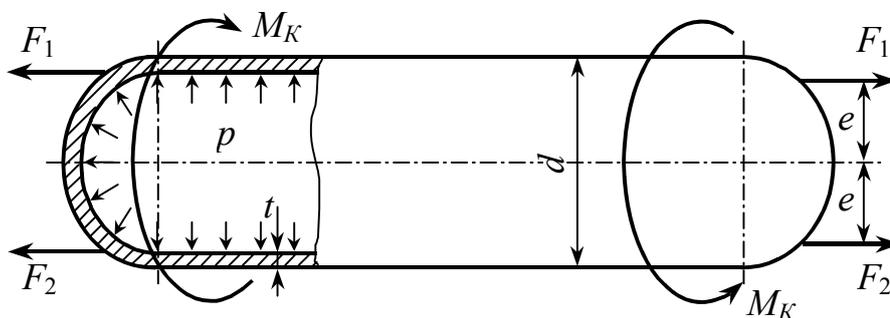


Рис. 14.34

Таблица 14.20

Вариант		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
F_1	кН	20	-	-30	-	26	-	-20	-	34	-
F_2		-	24	-	-28	-	22	-	-32	-	36
p , МПа		2,0	2,5	1,5	1,0	2,0	2,5	3,0	2,0	1,5	1,0
M_K , кН м		3,0	-3,5	4,0	-4,5	2,5	-2,4	3,2	-2,8	2,6	-2,0

Окончание табл. 14.20

Вариант	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
σ_m , МПа	250	300	350	400	250	350	400	300	250	350
d	120	140	150	160	180	200	180	150	120	100
t	3	4	3	4	4	5	3	5	4	2
e	45	55	60	65	75	90	80	70	50	40

Пример. Определить из расчета на прочность коэффициент запаса по пределу текучести для тонкостенной замкнутой цилиндрической оболочки (рис. 14.35), используя при этом энергетическую теорию прочности.

Дано: $p = 6$ МПа, $F = 40$ кН, $M_k = 5$ кН·м, $e = 50$ мм, $d = 100$ мм, $t = 5$ мм, $\sigma_T = 250$ МПа.

Решение. 1. Определение внутренних силовых факторов. Вычерчиваем в масштабе заданную схему оболочки (рис. 14.35,а) и, используя метод сечений, находим возникающие в ней внутренние силовые факторы. Для этого рассежем оболочку сечением, перпендикулярным к ее оси на две части, и рассмотрим равновесие одной из них (рис. 14.35,б). В результате получим:

- продольную силу N , равную

$$N = F + p\pi(d - 2t)^2/4 = 40 + 6 \cdot 10^3 \cdot \pi(0,1 - 0,01)^2/4 = 78 \text{ кН};$$

- изгибающий момент

$$M_{из} = Fe = 40 \cdot 0,05 = 2 \text{ кН·м};$$

- крутящий момент

$$M_k = 5 \text{ кН}\cdot\text{м}.$$

2. Исследование напряженного состояния и установление опасной точки.

Вычислим предварительно геометрические характеристики поперечного сечения оболочки:

- площадь

$$A = 0,25(\pi d^2)(1-\alpha^2) = 0,25\pi \cdot 10^2(1-0,9^2) = 14,9 \text{ см}^2;$$

- осевой момент сопротивления

$$W_x = (\pi d^3/32)(1-\alpha^4) = (\pi \cdot 10^3/32)(1-0,9^4) = 33,8 \text{ см}^3;$$

- полярный момент сопротивления

$$W_p = 2W_x = 2 \cdot 33,8 = 67,6 \text{ см}^3.$$

Из двух наиболее удаленных точек (1 и 2) опасной будет точка 1, где нормальные напряжения от продольной силы N и изгибающего момента $M_{и}$ складываются.

На гранях элемента, выделенного в окрестности опасной точки 1 (рис. 14.31,в), действуют следующие напряжения:

- нормальные σ_y , обусловленные внутренним давлением p $\sigma_y = pd/(2t) = 6 \cdot 10 \cdot 10^{-2}/(2 \cdot 0,5 \cdot 10^{-2}) = 60 \text{ МПа};$

- нормальные σ_z , вызванные продольной силой N и изгибающим моментом $M_{и}$

$$\sigma_z = \frac{N}{A} + \frac{M_u}{W_x} = \frac{78 \cdot 10^3}{14,9 \cdot 10^{-4}} + \frac{2 \cdot 10^3}{33,8 \cdot 10^{-6}} = 112 \text{ МПа};$$

- касательные τ , вызванные крутящим моментом M_k

$$\tau = M_k / W_p = 5 \cdot 10^3 / 67,6 \cdot 10^{-6} = 74 \text{ МПа}.$$

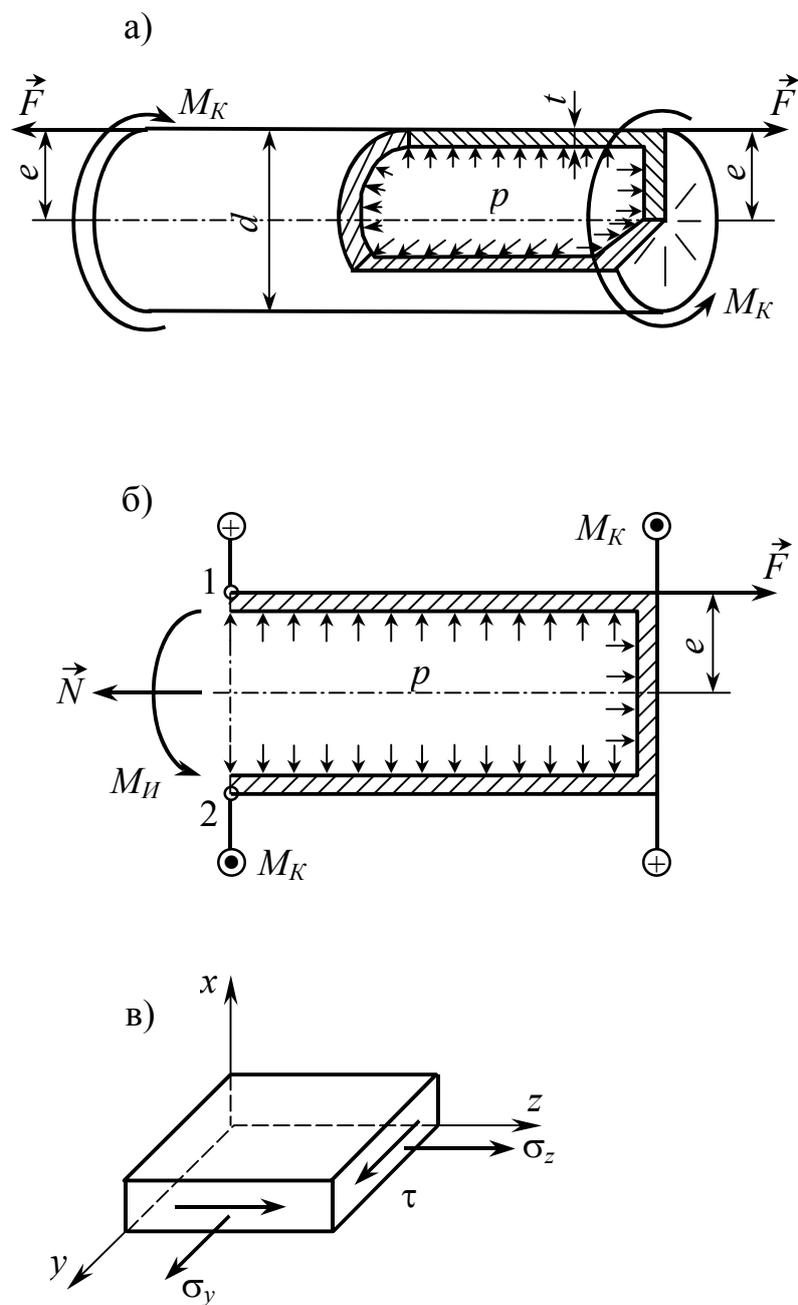


Рис. 14.35

По найденным величинам σ_y , σ_z и τ определяем величины главных напряжений

$$\sigma_{\frac{\max}{\min}} = 0,5 \left[(\sigma_y + \sigma_z) \pm \sqrt{(\sigma_y - \sigma_z)^2 + 4\tau^2} \right],$$

$$\begin{aligned} \sigma_{\frac{\max}{\min}} &= 0,5 \left[(60 + 112) \pm \sqrt{(60 - 112)^2 + 4 \cdot 74^2} \right] = \\ &= 0,5(172 \pm 156,9), \end{aligned}$$

$$\sigma_{\max} = 164,5 \text{ МПа}, \quad \sigma_{\min} = 7,6 \text{ МПа}.$$

Учитывая, что $\sigma_x = 0$, имеем следующие величины главных напряжений

$$\sigma_1 = 164,5 \text{ МПа}; \quad \sigma_2 = 7,6 \text{ МПа}; \quad \sigma_3 = 0.$$

3. Оценка прочности конструкции. Пользуясь энергетической теорией прочности, вычисляем эквивалентное напряжение

$$\sigma_{\text{эквIV}} = \left(\frac{1}{\sqrt{2}} \right) \sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2},$$

$$\begin{aligned} \sigma_{\text{эквIV}} &= \left(\frac{1}{\sqrt{2}} \right) \sqrt{(164,5 - 7,6)^2 + (7,6 - 0)^2 + (0 - 164,5)^2} = \\ &= 160,8 \text{ МПа}. \end{aligned}$$

Запас прочности конструкции по пределу текучести

$$n_T = \sigma_T / \sigma_{\text{эквIV}} = 250 / 160,8 = 1,55.$$

Как видим, запас вполне достаточный, поэтому прочность конструкции обеспечена.

14.9. УСТОЙЧИВОСТЬ СЖАТЫХ СТЕРЖНЕЙ

Для заданной стойки (табл. 14.23, 14.24) с учетом данных табл. 14.21, 14.22 требуется:

1. Определить из расчета на устойчивость требуемые размеры поперечного сечения и округлить их до ближайших стандартных значений.

2. При принятых размерах сечения определить коэффициент запаса устойчивости.

3. Составить программу и выполнить контрольный счет на ЭВМ.

Таблица 14.21

Значения коэффициентов a, b, c

№ п/п	Материал	$E,$ ГПа	[σ]	a	b	c	$\lambda_{\text{пш}}$
1	Сосна	10	10	40	0,203	-	60
2	Сталь СТ3	200	160	310	1,14	-	100
3	СТ5	200	180	464	3,26	-	100
4	15ХСНД (НЛ2)	200	240	589	3,82	-	100
5	Авиаль АВТ1	70	180	320	1,70	-	55
6	Дюралюминий Д16Т	70	200	380	2,19	-	50
7	СЧ15-32...СЧ21-40	120	100...160	776	12	0,053	80
8	СЧ24-44...СЧ28-48		180...200				

Таблица 14.22

Допускаемые напряжения для разных марок чугуна

Чугун	СЧ12-28	СЧ15-32	СЧ18-36	СЧ21-40	СЧ24-44	СЧ28-48
[σ], МПа	100	120	140	160	180	200

Таблица 14.23

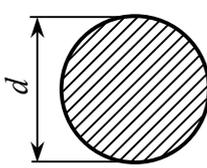
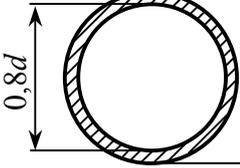
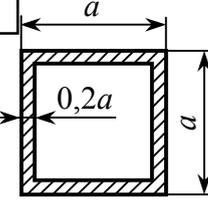
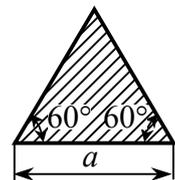
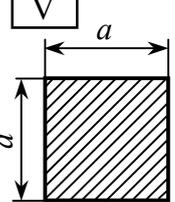
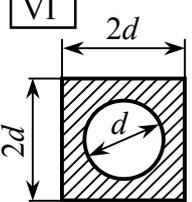
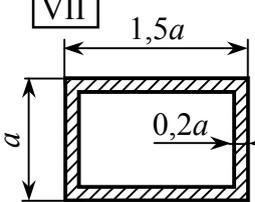
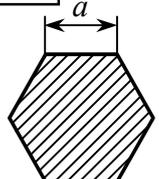
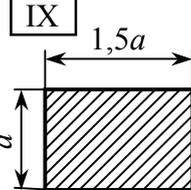
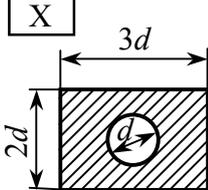
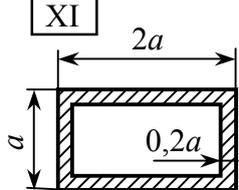
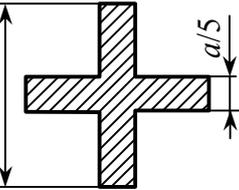
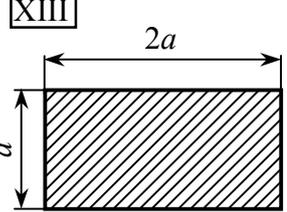
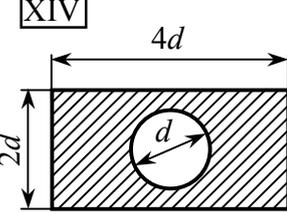
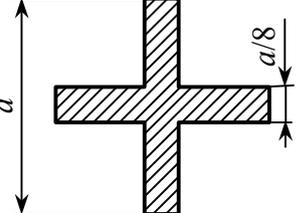
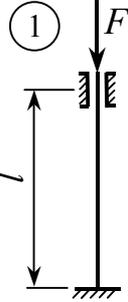
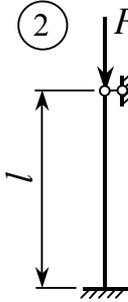
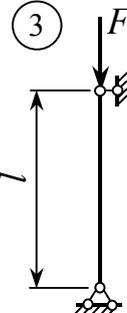
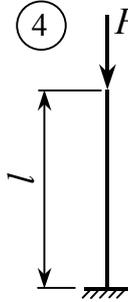
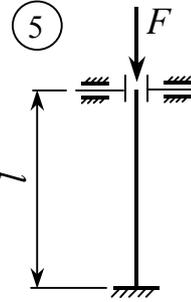
ФОРМА ПОПЕРЕЧНОГО СЕЧЕНИЯ СТЕРЖНЯ				
I 	II 	III 	IV 	
V 	VI 	VII 	VIII 	
IX 	X 	XI 	XII 	
XIII 	XIV 	XV 		
СПОСОБ ЗАКРЕПЛЕНИЯ КОНЦОВ СТЕРЖНЯ				
① 	② 	③ 	④ 	⑤ 

Таблица 14.24

№	Сеч.	Материал	В а р и а н т								
			1			2			3		
			Спос закр	F , кН	l , м	Спос закр	F , кН	l , м	Спос закр	F , кН	l , м
1	I	Сосна	1	360	6,0	2	400	5,2	3	360	3,0
2	II	СТ3	3	145	4,8	4	1730	6,0	2	150	6,8
3	III	Д16Т	1	2910	6,7	2	900	1,9	3	2900	3,3
4	IV	СЧ15-32	3	650	4,7	4	410	1,9	2	650	6,7
5	V	Сосна	1	720	8,7	2	460	5,0	3	720	4,3
6	VI	СТ5	3	2025	7,9	4	780	2,3	2	2020	11,2
7	VII	АВТ1	1	3830	6,4	2	950	2,3	3	3830	3,2
8	VIII	СЧ12-28	3	3400	10,0	4	4680	6,2	2	3400	14,2
9	IX	Сосна	1	480	5,8	2	690	5,0	3	480	2,9
10	X	НЛ2	3	4875	6,7	4	500	1,7	2	4870	9,6
11	XI	Д16Т	1	5825	5,8	2	23300	8,3	3	5820	2,9
12	XII	СЧ18-36	3	910	5,9	4	1230	3,5	2	910	8,4
13	XIII	Сосна	3	180	3,2	2	170	1,7	3	200	3,0
14	XIV	СТ3	3	665	3,4	4	2660	3,4	2	660	4,8
15	XV	СЧ18-36	1	2950	9,0	2	2400	5,8	3	2900	4,5
16	I	Сосна	3	300	5,6	4	250	4,0	2	300	8,0
17	II	СТ3	1	6450	12,8	2	1470	6,4	3	6450	6,4
18	III	АВТ1	3	7250	4,0	4	3170	6,7	2	7250	1,5
19	IV	СЧ21-40	1	890	3,1	2	3550	4,5	3	880	4,4
20	V	Сосна	3	210	7,5	4	250	4,0	2	210	10,7
21	VI	СТ5	1	3135	5,0	2	780	1,8	3	3130	2,5
22	VII	Д16Т	3	12230	8,5	4	6880	3,2	2	12200	12,2
23	VIII	СЧ24-44	1	5900	6,8	2	10650	6,5	3	6000	3,4
24	IX	Сосна	3	65	3,5	4	120	2,3	2	70	5,0
25	X	НЛ2	1	5035	7,8	2	2835	4,2	3	5040	3,9
26	XI	АВТ1	3	7670	6,6	4	850	1,1	2	7650	9,5
27	XII	СЧ28-48	1	6570	8,8	2	8300	7,0	3	6560	4,4
28	XIII	Сосна	1	445	3,7	4	140	1,4	2	450	5,2
29	XIV	СТ3	1	3120	5,8	2	8650	6,9	3	3120	2,9
30	XV	СЧ12-28	3	470	6,5	4	1060	4,8	2	480	9,2

Окончание табл. 14.24

№	Сеч.	Материал	В а р и а н т								
			4			5			6		
			Спос закр	F , кН	l , м	Спос закр	F , кН	l , м	Спос закр	F , кН	l , м
1	XV	СЧ15-32	1	2530	9,0	3	2060	4,0	5	2500	4,5
2	XIV	СТЗ	2	660	4,9	4	2650	3,4	1	2600	13,6
3	XIII	Сосна	1	180	6,4	3	170	1,2	5	180	3,2
4	XII	СЧ12-28	2	460	8,4	4	880	3,5	1	890	14,0
5	XI	АВТ1	1	5240	5,8	3	20970	5,8	5	5200	2,9
6	X	НЛ2	2	4870	9,6	4	500	1,7	1	500	6,8
7	IX	Сосна	1	480	5,8	3	690	3,5	5	480	2,9
8	VIII	СЧ18-36	2	4760	14,2	4	6550	6,2	1	6500	25,0
9	VII	Д16Т	1	4260	6,4	3	1060	1,6	5	4250	3,2
10	VI	СТ5	2	2020	11,3	4	780	2,3	1	780	9,2
11	V	Сосна	1	720	8,7	3	460	3,5	5	700	4,4
12	IV	СЧ21-40	2	860	6,7	4	550	1,9	1	540	7,6
13	III	АВТ1	1	2620	6,7	3	810	1,3	5	2600	3,4
14	II	СТЗ	2	150	6,8	4	1720	6,0	1	1700	24,0
15	I	Сосна	1	360	6,0	3	400	3,6	5	360	3,0
16	XV	СЧ24-44	2	850	9,2	4	1900	4,8	1	2000	19,0
17	XIV	СТЗ	1	3100	5,9	3	8650	4,8	5	3000	3,0
18	XIII	Сосна	2	450	2,6	4	140	1,4	1	150	5,6
19	XII	СЧ28-48	1	6570	8,8	3	8300	4,9	5	6500	4,4
20	XI	Д16Т	2	8520	9,4	4	950	1,1	1	950	4,4
21	X	НЛ2	1	5000	7,9	3	2840	2,9	5	5000	4,0
22	IX	Сосна	2	65	5,0	4	120	2,3	1	120	9,2
23	VIII	СЧ15-32	1	4000	6,8	3	7000	4,6	5	4000	3,4
24	VII	АВТ1	2	11000	12,1	4	6190	3,2	1	6200	12,8
25	VI	СТ5	1	3130	5,0	3	780	1,2	5	3100	2,5
26	V	Сосна	2	210	10,7	4	250	4,0	1	250	16,0
27	IV	СЧ12-28	1	550	3,1	3	2200	3,2	5	550	1,6
28	III	Д16Т	2	8060	5,7	4	3520	6,7	1	3500	26,8
29	II	СТЗ	1	6400	13,0	3	1470	4,5	5	6400	6,5
30	I	Сосна	2	300	8,0	4	250	4,0	1	250	16,0

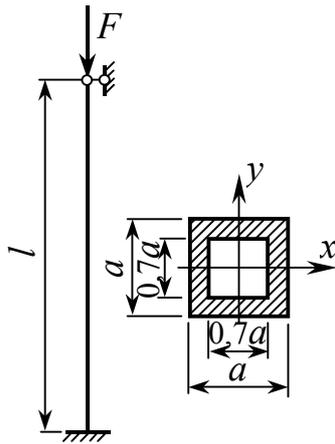


Рис. 14.36

Пример. Для трубчатой стойки с одним заделанным и другим шарнирно опертым концом требуется:

1. Подобрать размеры поперечного сечения и округлить их до ближайших стандартных значений.

2. При принятых размерах сечения определить коэффициент запаса устойчивости.

3. Составить программу и выполнить контрольный счет на ЭВМ.

Дано: $F = 800$ кН, $l = 4,8$ м; материал – чугун СЧ15-32; $[\sigma] = 120$ МПа; $E = 120$ ГПа; $\lambda_{\text{шц}} = 80$; $a = 776$ МПа; $b = 12$ МПа; $c = 0,053$ МПа.

Значения коэффициента продольного изгиба φ , увеличенные в 1000 раз, приведены в табл. 14.25.

Таблица 14.25

λ	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	110	120	130	140	150
φ	970	910	810	690	570	440	340	260	200	160	140	120	110	100	90

Решение. 1. Определение геометрических характеристик сечения.

Площадь $A = a^2 - (0,7a)^2 = 0,51a^2$.

Минимальный момент инерции

$$I_{\min} = a^4 / 12 - (0,7a)^4 / 12 = 0,0633a^4.$$

Минимальный радиус инерции

$$i_{\min} = \sqrt{I_{\min} / A} = \sqrt{0,0633a^4 / (0,51a^2)} = 0,352a.$$

Полученные характеристики можно записать в общем виде следующим образом

$$A = k_1 d^2; \quad I_{\min} = k_2 d^4; \quad i_{\min} = k_3 d.$$

Здесь $k_1 = 0,51$; $k_2 = 0,0633$; $k_3 = 0,352$; $d = a$ – характерный размер сечения.

2. Подбор поперечного сечения. Искомый характерный размер сечения находится из трансцендентного уравнения

$$F / A \leq \varphi[\sigma_c], \quad F / (k_1 a^2) \leq \varphi[\sigma_c],$$

которое решается методом последовательных приближений.

Первое приближение. Примем $\varphi_1 = 500$,

$$\text{тогда } a_1 = \sqrt{\frac{F}{k_1 \varphi_1 [\sigma_c]}} = \sqrt{\frac{800 \cdot 10^3}{0,51 \cdot 500 \cdot 10^{-3} \cdot 120 \cdot 10^6}} = 0,162 \text{ м.}$$

Гибкость стержня

$$\lambda = \mu l / i_{\min} = \mu l / (k_3 a_1) = 0,7 \cdot 4,8 / (0,352 \cdot 0,162) = 58,9.$$

По таблице $\varphi(\lambda)$, используя формулу линейной интерполяции

$$\varphi = \varphi_k + 0,1(\lambda - \lambda_k)(\varphi_{k+1} - \varphi_k),$$

$$\text{находим } \varphi'_1 = 570 + 0,1(58,9 - 50)(440 - 570) = 454.$$

Ввиду большой разницы между φ'_1 и φ_1 делаем *второе приближение*, принимая

$$\varphi_2 = 0,5(\varphi'_1 + \varphi_1) = 0,5(454 + 500) = 477.$$

Имеем:

$$a_2 = \sqrt{F / (k_1 \varphi_2 [\sigma_c])} = \sqrt{800 / (0,51 \cdot 477 \cdot 120)} = 0,166 \text{ м};$$

$$\lambda = \mu l / (k_3 \cdot a_2) = 0,7 \cdot 4,8 / (0,352 \cdot 0,166) = 57,5;$$

$$\varphi'_2 = 570 + 0,1(57,5 - 50)(440 - 570) = 473.$$

Расхождение $\Delta\varphi = |\varphi'_2 - \varphi_2| = 4 < \varepsilon = 10$, т.е. подбор закончен. Следовательно, характерный размер сечения должен быть не менее $a = 166$ мм. Принимаем по ГОСТ 6636: $a_o = 170$ мм.

3. Определение коэффициента запаса устойчивости.

Гибкость стержня при принятых размерах сечения

$$\lambda_o = \mu l / (k_3 a_o) = 0,7 \cdot 4,8 / (0,352 \cdot 0,17) = 56,15.$$

Поскольку $\lambda_o = 56,15 < \lambda_{\text{пц}} = 80$, то стержень обладает средней гибкостью и для определения критической силы следует воспользоваться эмпирической формулой

$$F_{\text{кр}} = A_o (a - b\lambda_o + c\lambda_o^2) = k_1 a_o^2 (a - b\lambda_o + c\lambda_o^2),$$

$$F_{\text{кр}} = 0,51 \cdot 0,17^2 (776 - 12 \cdot 56,15 + 0,053 \cdot 56,15^2) \cdot 10^6 = 3969 \text{ кН}.$$

Коэффициент запаса устойчивости

$$n_y = F_{\text{кр}} / F = 3969 / 800 = 4,96.$$

Для чугунных стержней коэффициент запаса устойчивости должен лежать в пределах $[n_y] = 4 \dots 7$.

4. Расчет на ЭВМ.

Предварительно вычисляются вручную геометрические характеристики поперечного сечения.

$$A = k_1 d^2, \quad I_{\min} = k_2 d^4, \quad i_{\min} = k_3 d.$$

Дальнейший расчет ведется на ЭВМ.

4.1. Порядок работы с программой.

После ввода программы производится ввод исходных данных в диалоговом режиме в следующей последовательности: модуль Юнга E (ГПа), сжимающая сила F (кН), длина стержня L (м), коэффициент приведения μ , зависящий от способа закрепления концов стержня, допустимое напряжение материала стержня на сжатие $[\sigma]$ (МПа), коэффициенты геометрических характеристик сечения: $k_1(A = k_1 d^2)$, $k_2(I_{\min} = k_2 d^4)$, $k_3(i_{\min} = k_3 d)$, коэффициенты A, B, C , входящие в формулу Тетмайера-Ясинского для определения критической силы. Далее, вводится номер материала, исходя из следующего соответствия: сосна – 1, сталь Ст3 – 2, сталь Ст5 – 3, сталь 15ХСНД (НЛ2) – 4, алюминиевый сплав АВТ1 – 5, дюралюминий Д16Т – 6, чугуны марок СЧ12-28, СЧ15-32, СЧ18-36, СЧ21-40 – 7, чугуны марок СЧ24-44, СЧ28-48 – 8.

После вычисления расчетного размера d сечения последний выводится на печать и с пульта вводится ближайшее стандартное (нормализованное) значение d_o согласно ряду по ГОСТ 6636: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 14, 15, 16, 18, 20, 21, 22, 24, 25, 26, 28, 30, 30, 32, 34, 36, 38, 40, 42, 45, 48, 50, 52, 55, 58, 60, 65, 70, 75, 80, 85, 90, 95, 100, 105, 110, 115, 120, 130, 140, 150, 160, 170, ... 1000 мм.

КУРСОВАЯ РАБОТА

по сопротивлению материалов

“РАСЧЕТ СЖАТОГО СТЕРЖНЯ НА УСТОЙЧИВОСТЬ”

Номер материала	
Сосна	1
Сталь СТ3	2
Сталь СМ5	3
Сталь НЛ2	4
Авиаль АВТ1	5
Дюралюминий Д16Т	6
Чугун СЧ15-32 ... 21-40	7
Чугун СЧ24-44	8

Исходные данные		
Материал		7
Модуль Юнга, ГПа	E	120
Сжимающая сила, кН	F	800
Длина стержня, м	L	4.8
Коэффициент приведения	μ	0.7
Допускаемые напряжения, МПа	$[\sigma]$	120
Коэффициенты геометрических характеристик сечения	k_1	0.51
	k_2	0.633
	k_3	0.352
Коэффициенты, входящие в формулу критической силы, МПа	A	776
	B	12
	C	0.053
Предельная гибкость	$\lambda_{\text{пц}}$	80
Результаты расчета		
Характерный размер сечения:		
- расчетный, мм	d	166.1321
- нормализованный, мм	d_o	170
Гибкость стержня	λ_0	56.1497
Коэффициент запаса устойчивости	n_y	4.9615

14.10. ПЛОСКИЕ КРИВЫЕ СТЕРЖНИ

Для плоской рамы (рис. 14.37, 14.38) в соответствии с данными табл. 14.26, 14.27 требуется:

1. Построить эпюры продольной силы, поперечной силы и изгибающего момента. Установить положение опасного сечения.

2. В опасном сечении определить положение нейтральной линии и построить эпюры нормальных напряжений от изгибающего момента, от продольной силы и суммарную, вычисляя величины напряжений не менее чем в 5 точках по высоте сечения.

3. Проверить прочность стержня, полагая $[\sigma] = 160$ МПа.

Примечание. При невыполнении условия прочности следует рассмотреть возможные пути обеспечения прочности конструкции, а именно: а) за счет выбора более прочного материала; б) за счет снижения величины нагрузки; в) за счет увеличения размеров поперечного сечения.

Таблица 14.26

Тип сечения														
I			II			III			IV			V		
Вар.	h, см	ρ , см	Вар.	h, см	ρ , см	Вар.	h, см	ρ , см	Вар.	h, см	ρ , см	Вар.	h, см	ρ , см
а	40	80	а	40	80	а	40	80	а	40	80	а	30	60
б	40	120	б	40	120	б	40	120	б	40	120	б	30	90
в	40	160	в	40	160	в	40	160	в	40	160	в	30	120
г	40	200	г	40	200	г	40	200	г	40	200	г	30	150

Таблица 14.27

№	Схема	Тип сечения	Интенсивность погонной нагрузки q , кН/м							
			В а р и а н т							
			1	2	3	4	5	6	7	8
1	1	Ia	610	620	630	640	650	660	700	600
2	2	IIa	510	520	530	540	550	560	600	500
3	3	IIIa	420	440	460	480	450	430	500	400
4	4	IVa	1500	1600	1800	2000	1700	1900	2100	1400
5	5	Va	520	540	560	580	530	510	600	500
6	6	Iб	350	450	500	550	300	400	600	250
7	7	IIб	400	550	650	600	500	450	700	350
8	8	IIIб	200	250	300	350	400	450	500	180
9	9	IVб	1300	1500	2000	2300	2500	3000	3500	1100
10	10	Vб	300	350	400	450	500	550	600	250
11	11	Iв	300	700	800	400	900	500	600	180
12	12	IIв	900	800	300	400	700	500	600	200
13	13	IIIв	100	150	200	250	300	350	400	60
14	14	IVв	460	500	600	700	800	900	1100	1200
15	15	Vв	200	300	400	500	600	700	800	100
16	16	Iг	200	400	300	500	800	700	600	120
17	17	IIг	800	700	600	400	500	300	200	130
18	18	IIIг	60	120	150	200	120	180	250	30
19	19	IVг	400	500	600	700	800	900	1000	300
20	20	Vг	100	200	300	400	500	600	850	80
21	21	Iб	600	550	500	450	400	350	300	200
22	22	IIб	750	700	650	600	500	400	300	250
23	23	IIIб	550	500	450	400	350	300	250	180
24	24	IVб	1000	1200	1400	1600	1800	2000	900	840
25	25	Vб	600	550	500	450	400	350	300	250
26	26	Iв	900	800	700	600	500	400	300	180
27	27	IIв	800	700	600	500	400	300	200	150
28	28	IIIв	500	450	400	350	300	100	200	70
29	29	IVв	1000	900	800	700	600	500	650	450
30	30	Vв	700	600	500	400	300	200	450	140

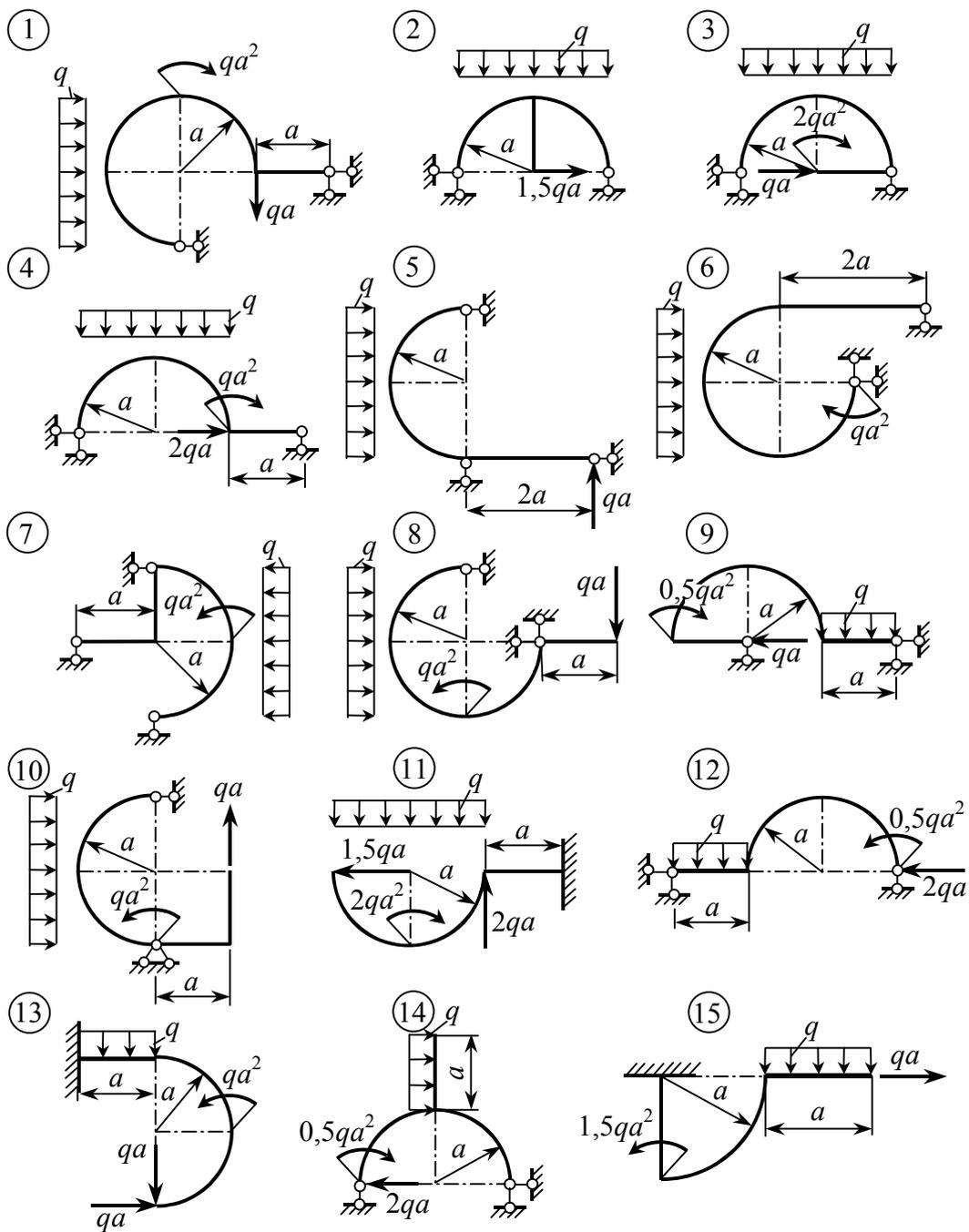


Рис. 14.37

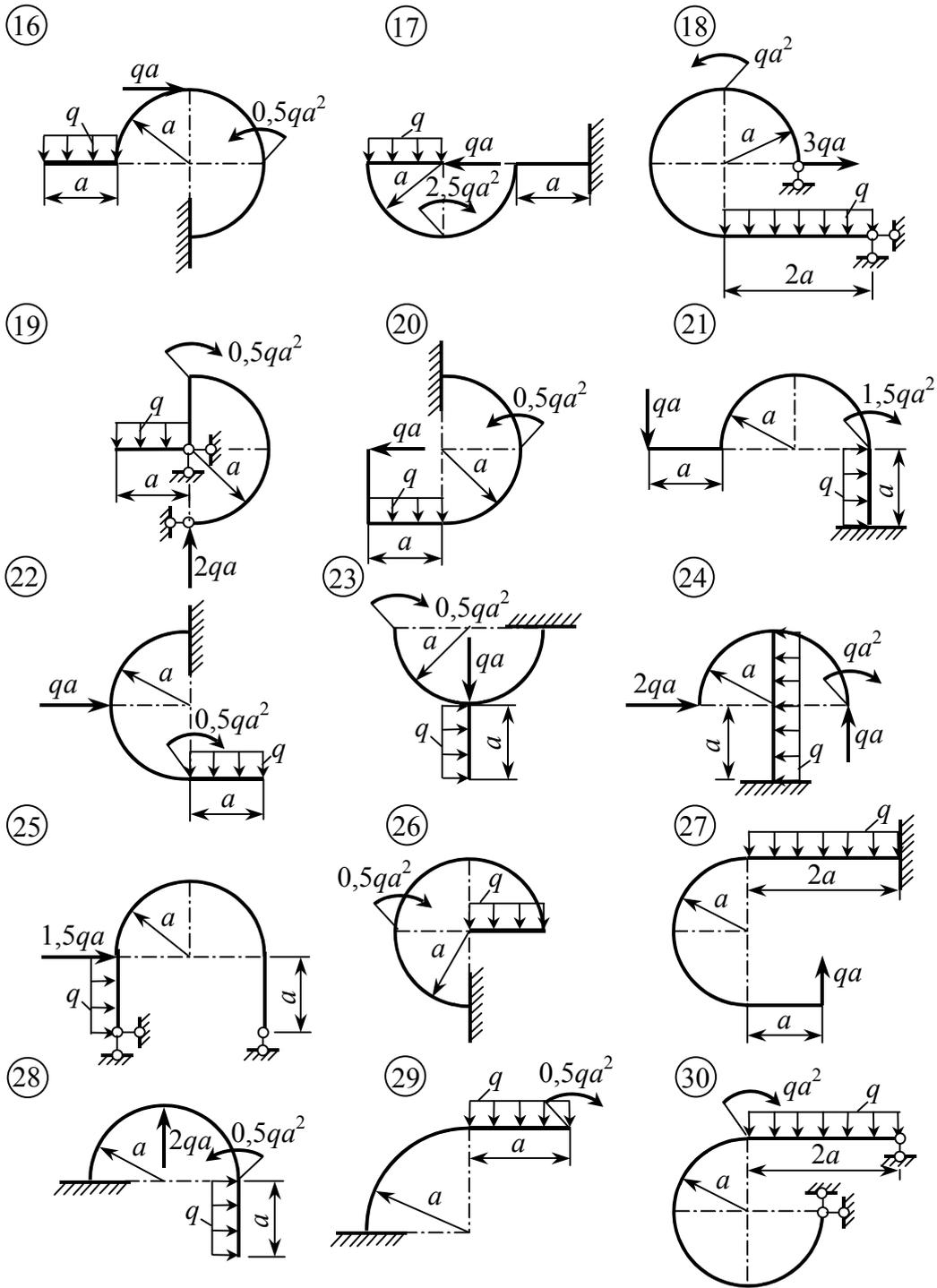


Рис. 14.38

Пример. Для плоской рамы с криволинейным участком, приведенной на рис. 14.39, требуется:

1. Построить эпюры продольной силы, поперечной силы и изгибающего момента. Установить опасное сечение.

2. Построить эпюру нормальных напряжений в опасном сечении и проверить прочность стержня.

Дано: $d = 50$ см, $\alpha = 0,5$; $a = 100$ см; $q = 250$ кН/м; $[\sigma] = 160$ МПа.

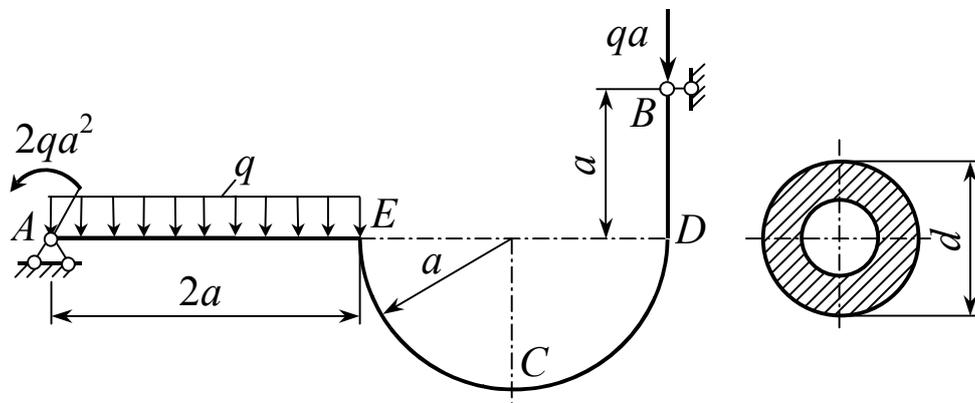


Рис. 14.39

Решение. 1. Построение эпюр внутренних силовых факторов.

Опорные реакции: $\sum V_i = 0$, $V_A = 2qa + qa = 3qa$;

$\sum m_A = 0$, $R_B \cdot a = q \cdot 2a \cdot a + qa \cdot 4a - 2qa^2$, $R_B = 4qa$;

$\sum H_i = 0$, $H_A = R_B = 4qa$.

На прямолинейных участках (AE и BD) эпюры строим по характерным точкам. Имеем:

Эпюра M : $M_A = -2qa^2$, $M_B = 0$, $M_D = R_B \cdot a = 4qa^2$,

$M_E = V_A \cdot 2a - 2qa^2 - q \cdot 2a \cdot a = 2qa^2$.

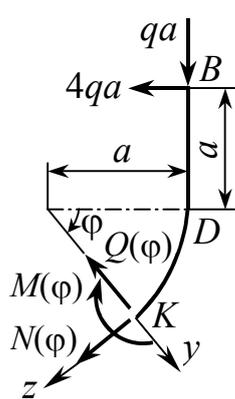
Эпюра Q : $Q_A = V_A = 3qa$, $Q_E = V_A - 2qa = qa$,

$Q_B = -R_B = -4qa$.

Эпюра N : $N_{AE} = -H_A = -4qa$, $N_{BD} = -qa$.

На криволинейном участке ECD вначале, пользуясь методом сечений, находим аналитические выражения $N(\varphi)$, $Q(\varphi)$ и $M(\varphi)$, исходя из которых затем определяем несколько значений внутренних усилий в пределах интервала изменения угла φ , и строим эпюры N , Q , M .

Рассмотрим равновесие отсеченной части BDK (рис. 14.40):



$$\sum Z_i = 0, \quad N(\varphi) = -qa(4\sin\varphi + \cos\varphi),$$

$$\sum Y_i = 0, \quad Q(\varphi) = qa(\sin\varphi - 4\cos\varphi),$$

$$\sum m_K = 0, \quad M(\varphi) = qa^2(3 + 4\sin\varphi + \cos\varphi).$$

Выполняя вычисления, приведенные в табл. 14.28, строим эпюры M , Q и N (рис. 14.41).

Из сопоставления построенных эпюр видно, что опасным является сечение C , где

$$M_C = 7qa^2 = 7 \cdot 250 = 1750 \text{ кН}\cdot\text{м}, \quad N_C = -4qa = -1000 \text{ кН}.$$

Таблица 14.28

Внутренние усилия	φ								
	0	30°	45°	60°	90°	120°	135°	150°	180°
$N(\varphi)/qa$	-1	-2,87	-3,54	-3,96	-4	-2,96	-2,12	-1,13	1
$Q(\varphi)/qa$	-4	-2,96	-2,12	-1,13	1	2,87	3,54	3,96	4
$M(\varphi)/qa^2$	4	5,87	6,54	6,96	7,0	5,96	5,12	4,13	2

2. Построение эпюры нормальных напряжений в опасном сечении.

Нормальные напряжения, возникающие в поперечном сечении стержня, определяются алгебраической суммой напряжений σ_N и σ_M , обусловленных действием соответственно продольной силы N и изгибающего момента M :

$$\sigma = \sigma_N + \sigma_M = \frac{N}{A} + \frac{M}{Ae} \left(1 - \frac{r_o}{r} \right). \quad (1)$$

Геометрические характеристики сечения:

$$A = (\pi/4)d^2(1 - \alpha^2) = (\pi/4) \cdot 50^2(1 - 0,5^2) = 1473 \text{ см}^2,$$

$$I_x = (\pi d^4/64)(1 - \alpha^4) = (\pi \cdot 50^4/64)(1 - 0,5^4) = 287621 \text{ см}^4,$$

$$W_x = (\pi d^3/32)(1 - \alpha^4) = (\pi \cdot 50^3/32)(1 - 0,5^4) = 11505 \text{ см}^3.$$

Смещение нейтральной оси по отношению к центру тяжести поперечного сечения вычисляем по приближенной формуле Н.Н. Давиденкова, учитывая что криволинейный участок рамы является стержнем средней кривизны ($h/\rho = d/a = 0,5$):

$$e \cong I_x/(\rho A) = d^2(1 + \alpha^2)/(16\rho) = 1,95 \text{ см.}$$

Радиус кривизны нейтрального слоя

$$r_o = \rho - e = 100 - 1,95 = 98,05 \text{ см.}$$

Пользуясь формулой (1), вычисляем значения напряжений в 5 точках по высоте сечения (табл. 14.29) и строим эпюры нормальных напряжений от изгибающего момента σ_M , от продольной силы σ_N и суммарную σ (рис. 14.41,д).

Таблица 14.29

№	Координата точки r_i , см	σ_M	σ_N	σ
		МПа		
0	98,05	0	- 6,8	- 6,8
1	75	- 187,2	- 6,8	- 194
2	125	131,4	- 6,8	124,6
3	87,5	- 73,5	- 6,8	- 80,3
4	112,5	78,3	- 6,8	71,5

3. Проверка прочности стержня. Условие прочности не выполняется, так как

$$\sigma_{\max} = \sigma_1 = 194 > [\sigma] = 160 \text{ МПа.}$$

Перенапряжение составляет 21,3%, что недопустимо. Для обеспечения достаточной прочности конструкции возможно несколько путей:

- выбор более прочного материала;
- уменьшение нагрузки;
- увеличение размеров поперечного сечения стержня.

Если следовать первому пути, то необходимо заменить материал конструкции более прочным, у которого $[\sigma] \geq \sigma_{\max}/1,05 = 185 \text{ МПа}$. При этом считается допустимым перенапряжение, не превышающее 5%.

Во втором случае следует уменьшить нагрузку в $\sigma_{\max}/[\sigma] = 194/160 = 1,21$ раза, т.е. наибольшая допустимая нагрузка на конструкцию равна

$$[q] = ([\sigma]/\sigma_{\max}) \cdot q = (160/194) \cdot 250 = 206 \text{ кН/м.}$$

При третьем подходе необходимо установить новые размеры поперечного сечения. Учитывая, что $\sigma_N \ll \sigma_M$, при подборе сечения будем исходить из формулы

$$\sigma_{M\max} = \frac{M}{Ae} \left(1 - \frac{r_o}{r_1} \right) \leq [\sigma],$$

которую представим в следующем виде $\sigma_{M\max} = \beta M / W_x = \beta \tilde{\sigma}_M$, где $\tilde{\sigma}_M$ – наибольшее напряжение изгиба в прямолинейном стержне; β – поправочный коэффициент, зависящий от размеров криволинейного стержня и учитывающий его кривизну. В первом приближении его можно

принять равным β_0 , вычисляемым при заданных размерах сечения, т.е.

$$\beta_0 = \sigma_{M\max} / \tilde{\sigma}_M.$$

Но $\sigma_{M\max} = 187,2$ МПа;

$$\tilde{\sigma}_M = M / W_x = 1750 \cdot 10^3 / 11505 \cdot 10^{-6} = 152,1 \text{ МПа},$$

поэтому $\beta_0 = 187,2 / 152,1 = 1,23$.

Итак, $\beta_0 M / W_x \leq [\sigma]$,

откуда $W_x = \beta_0 M / [\sigma] = 1,23 \cdot 1750 / (160 \cdot 10^6) = 13453 \text{ см}^3$.

Так как $W_x = (\pi d^3 / 32)(1 - \alpha^4)$, то

$$d = \sqrt[3]{32 W_x / [\pi(1 - \alpha^4)]} = \sqrt[3]{32 \cdot 13453 / [\pi(1 - 0,5^2)]} = 52,7 \text{ см}.$$

Принимаем по ГОСТу $d_0 = 53$ см. Вычисляем

$$A = (\pi d_0^2 / 4)(1 - \alpha^2) = (\pi 53^2 / 4)(1 - 0,5^2) = 1655 \text{ см}^2,$$

$$e \cong d_0^2(1 + \alpha^2) / (16\rho) = 53^2(1 + 0,5^2) / (16 \cdot 100) = 2,19 \text{ см},$$

$$r_0 = \rho - e = 100 - 2,19 = 97,81 \text{ см}$$

и находим наибольшее напряжение в стержне, возникающее во внутреннем волокне (т.1)

$$\sigma_{\text{рас}} = \left| \frac{N}{A} + \frac{M}{Ae} \left(1 - \frac{r_0}{r_1} \right) \right|,$$

$$\begin{aligned} \sigma_{\text{рас}} &= \frac{1000 \cdot 10^3}{1655 \cdot 10^{-4}} + \left| \frac{1750 \cdot 10^3}{1655 \cdot 2,19 \cdot 10^{-6}} \left(1 - \frac{97,81}{73,5} \right) \right| = 6 + 159,7 = \\ &= 165,7 \text{ МПа}. \end{aligned}$$

Перенапряжение составит $\delta\sigma = 3,6\%$, что допустимо. Таким образом, при найденном размере сечения $d_0 = 53$ см прочность конструкции будет обеспечена.

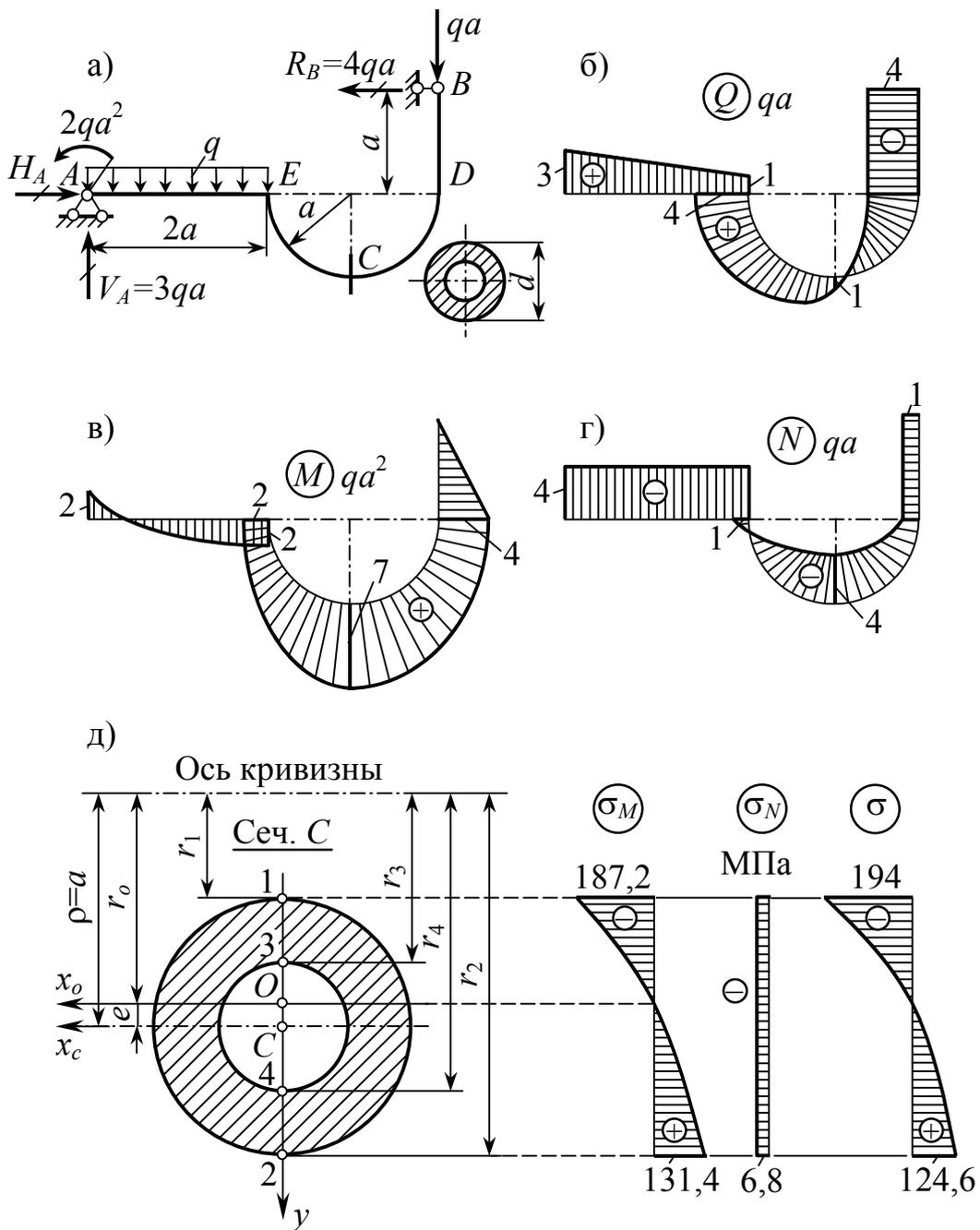


Рис. 14.41

Приложение 1

БАНК

**ДИАГРАММ РАСТЯЖЕНИЯ
КОНСТРУКЦИОННЫХ МАТЕРИАЛОВ**

Сталь 10
(нормализация)

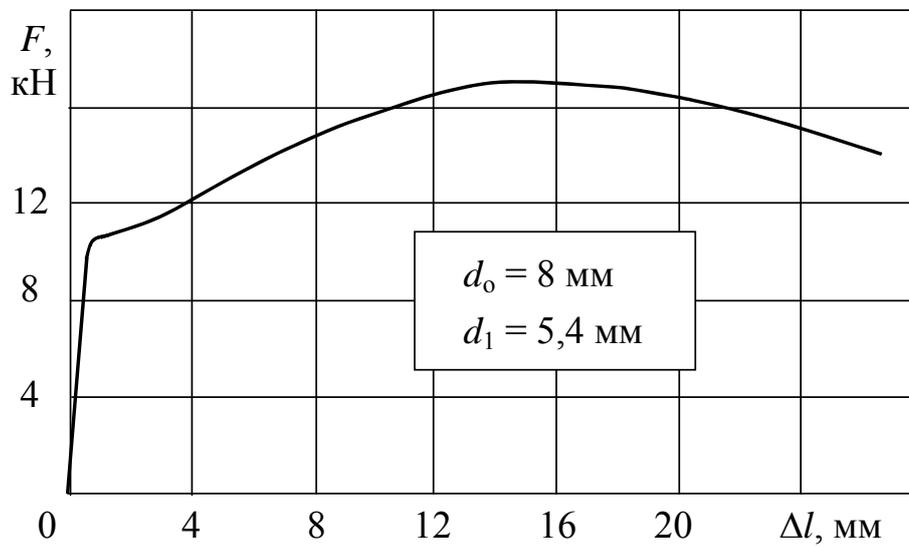


Рис. 1

Сталь 10
(цементация и закалка с охлаждением в воде)

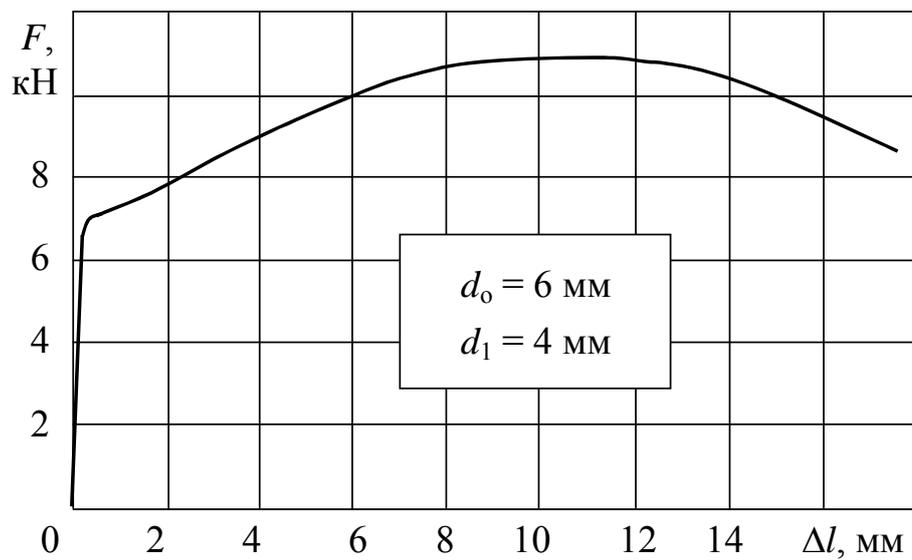


Рис. 2

Сталь 20
(нормализация)

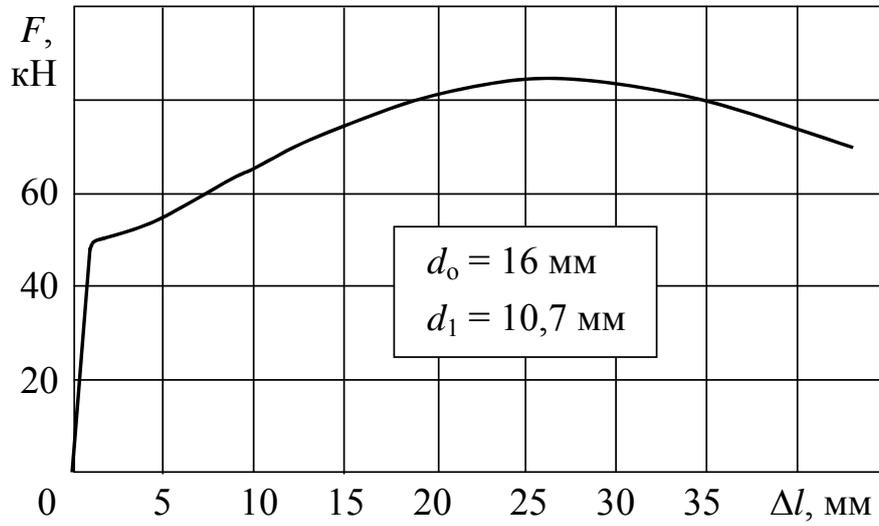


Рис. 3

Сталь 20
(цементация и закалка с охлаждением в воде)

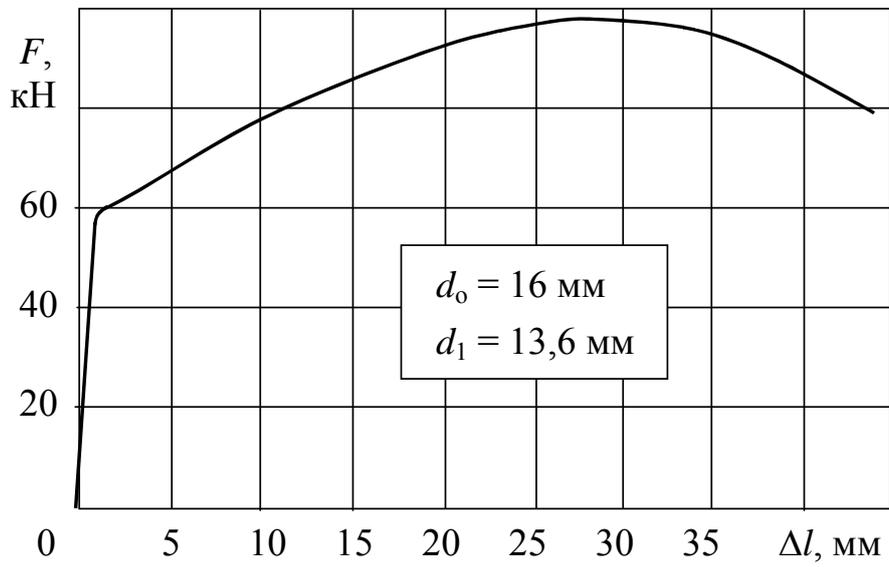


Рис. 4

Сталь 30
(нормализация)

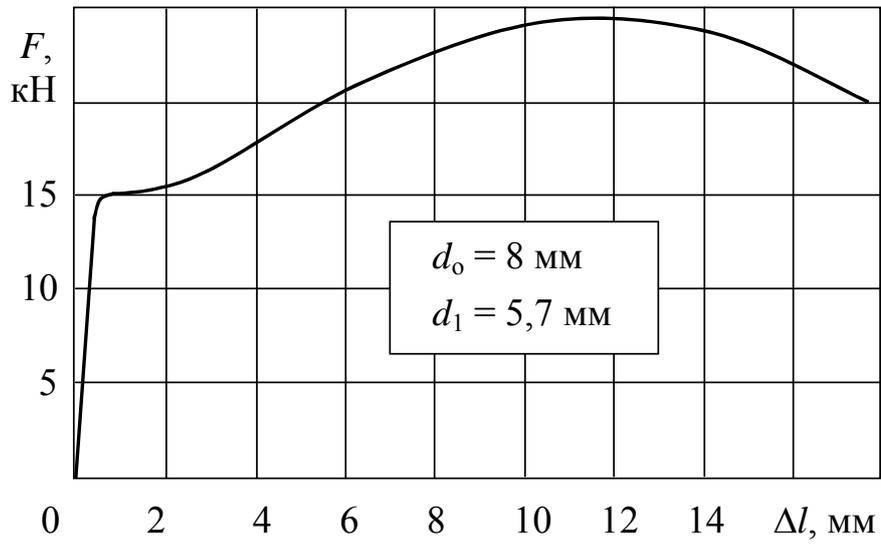


Рис. 5

Сталь 30
(улучшение)

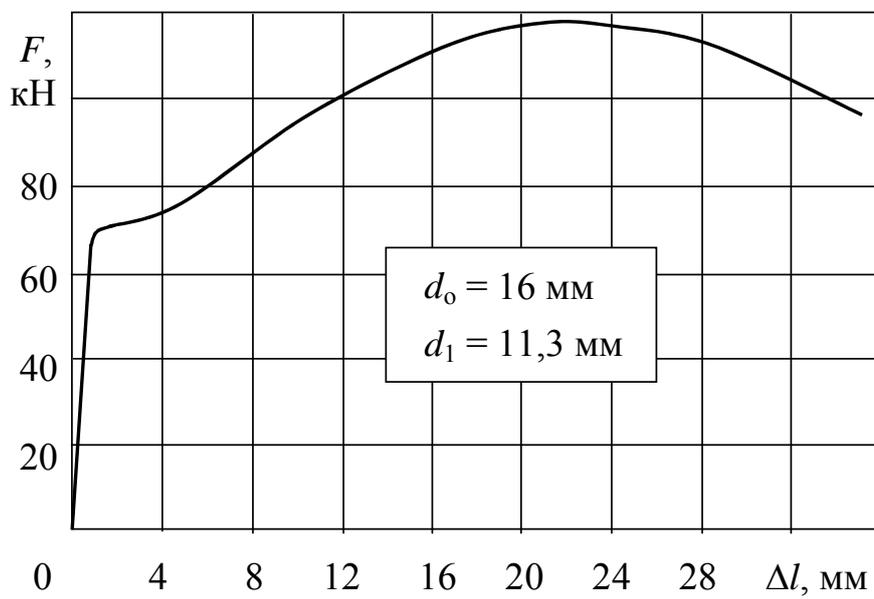


Рис. 6

Сталь 35
(нормализация)

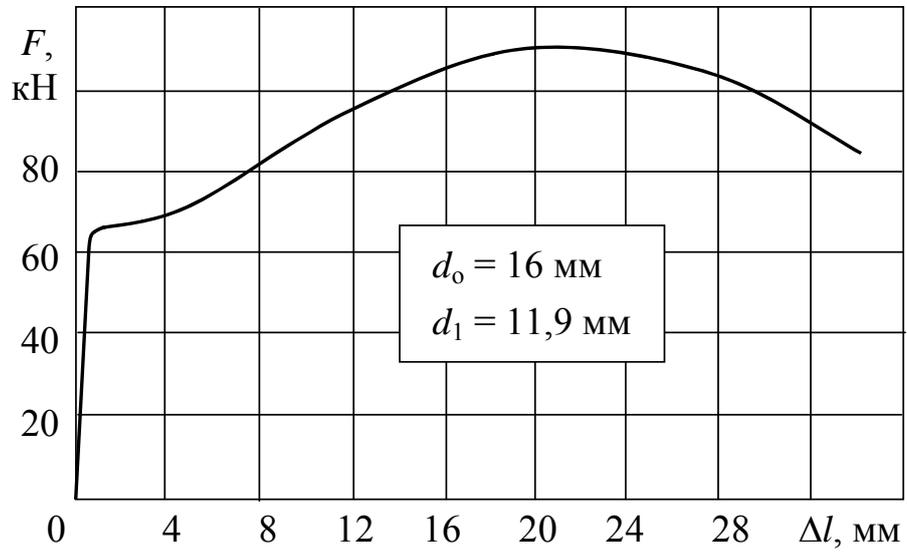


Рис. 7

Сталь 35
(закалка с охлаждением в воде)

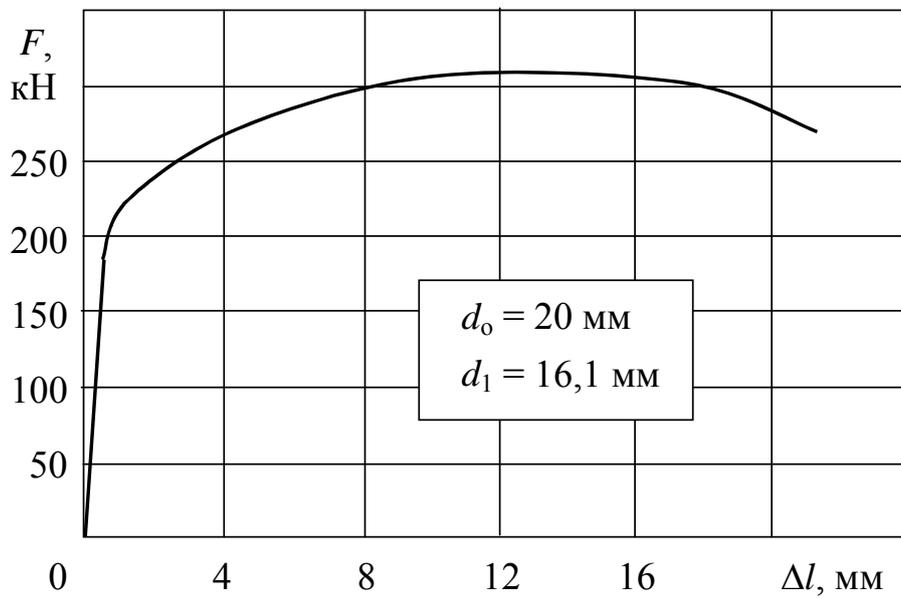


Рис. 8

Сталь 40
(нормализация)

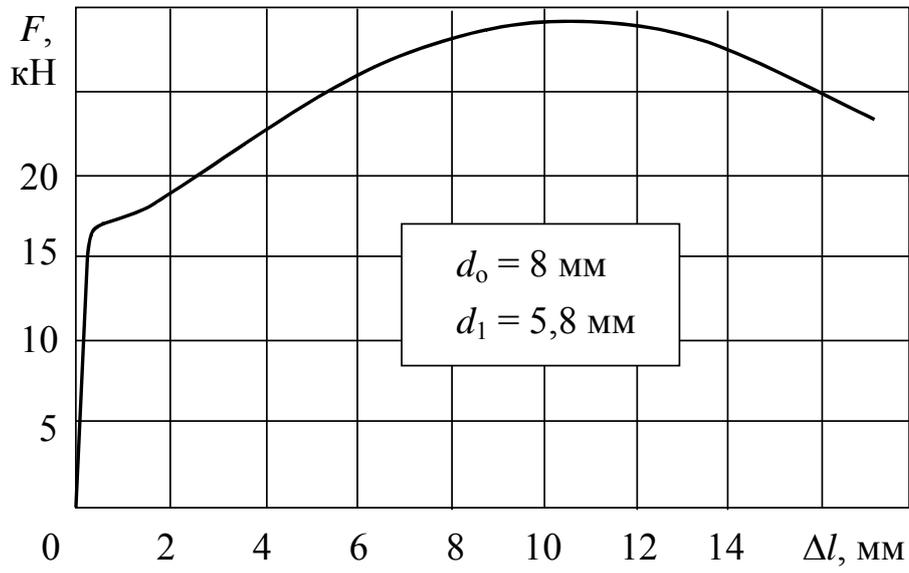


Рис. 9

Сталь 40
(улучшение)

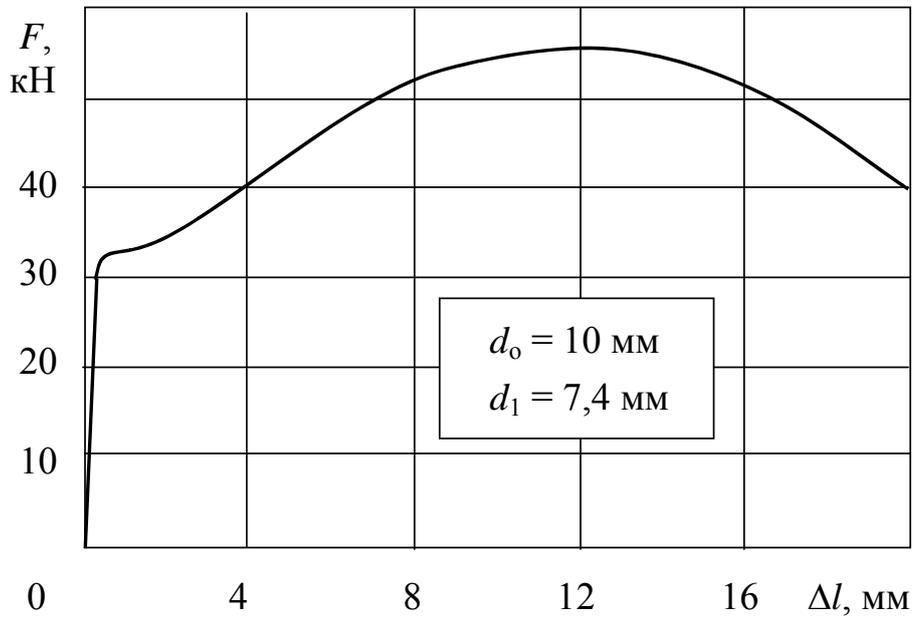


Рис. 10

Сталь 45
(закалка с нагревом т.в.ч.)

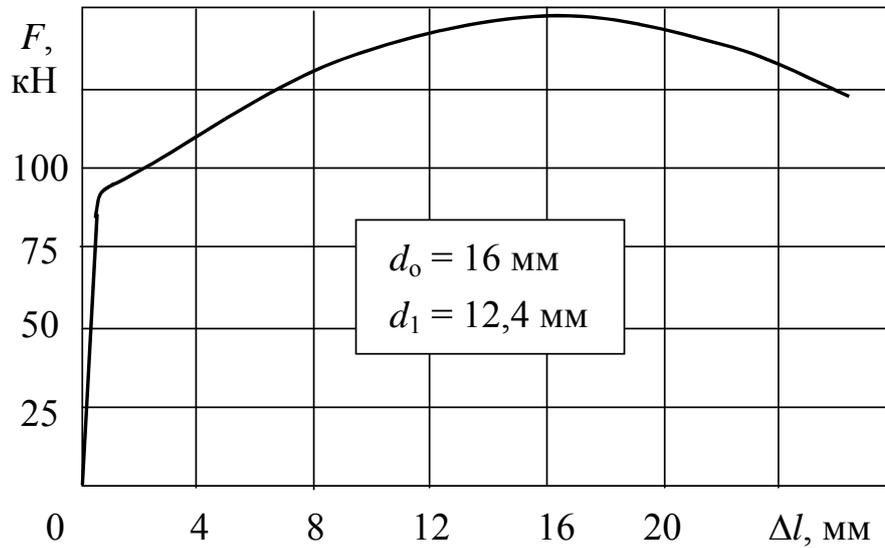


Рис. 11

Сталь 45
(закалка с охлаждением в масле)

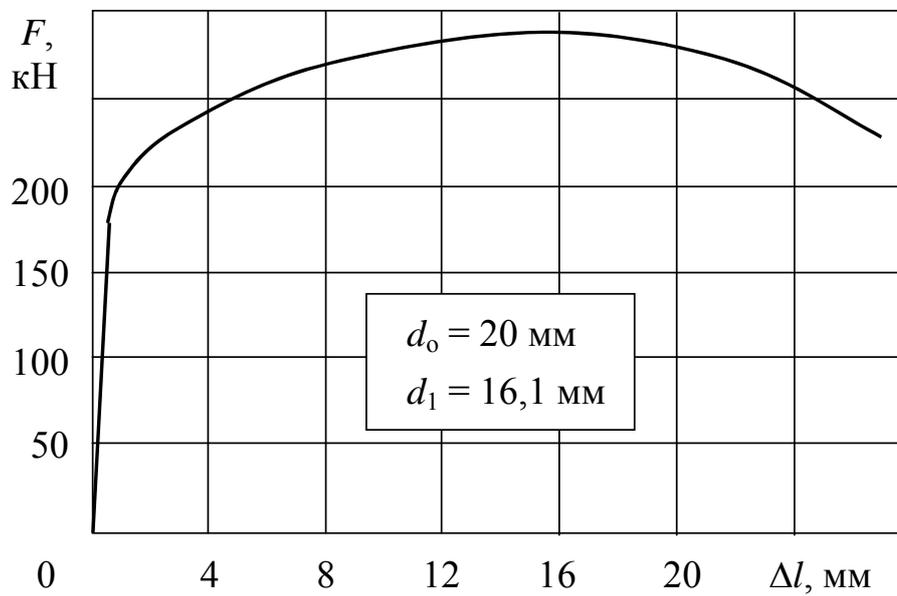


Рис. 12

Сталь 30Г
(нормализация)

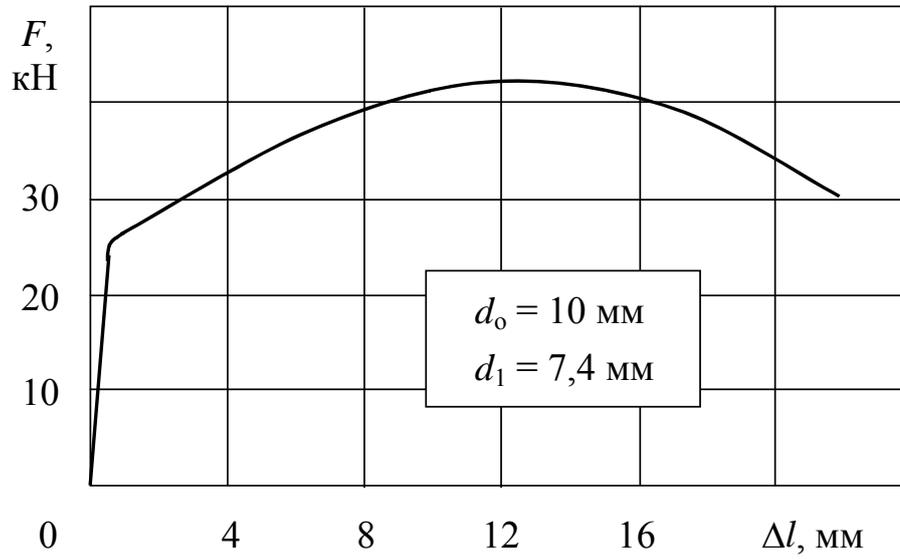


Рис. 13

Сталь 30Г
(закалка с охлаждением в масле)

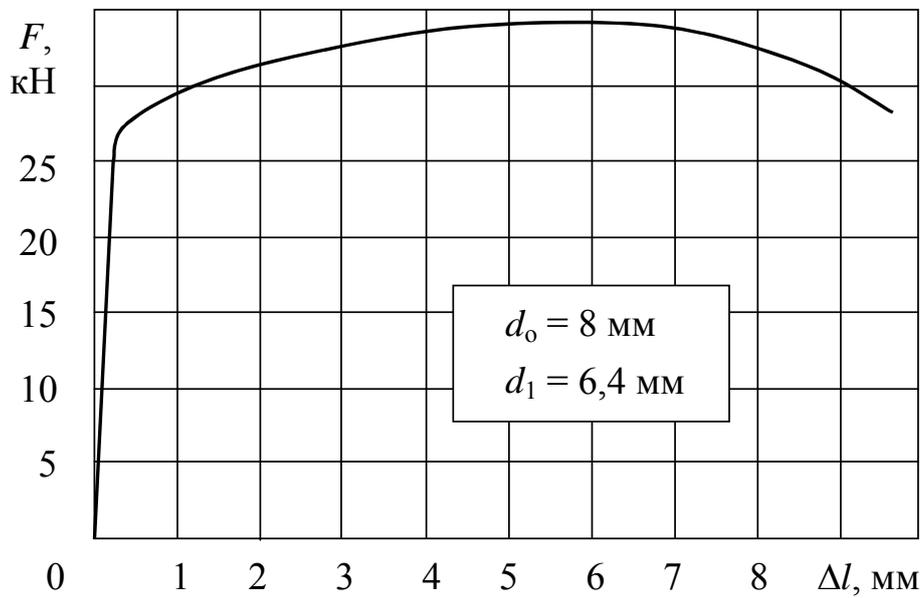


Рис. 14

Сталь 10Г2
(нормализация)

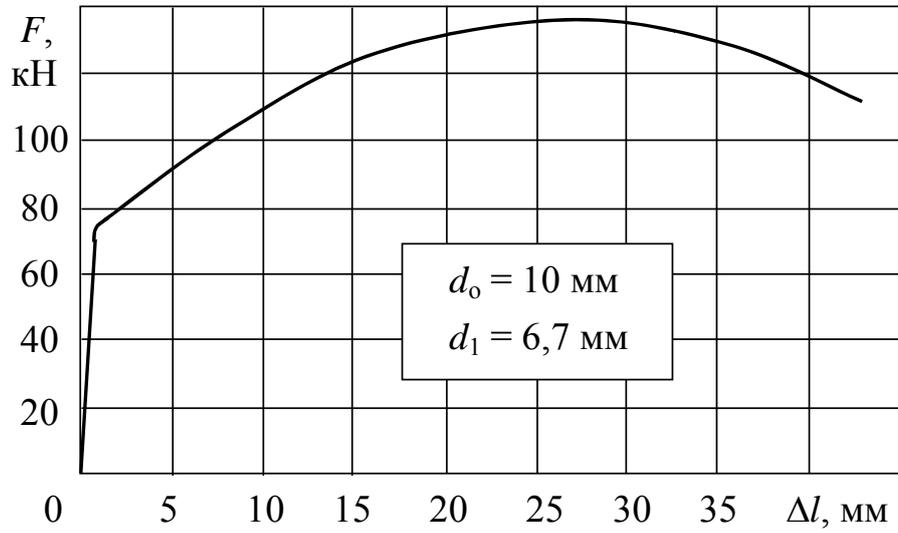


Рис. 15

Сталь 09Г2С

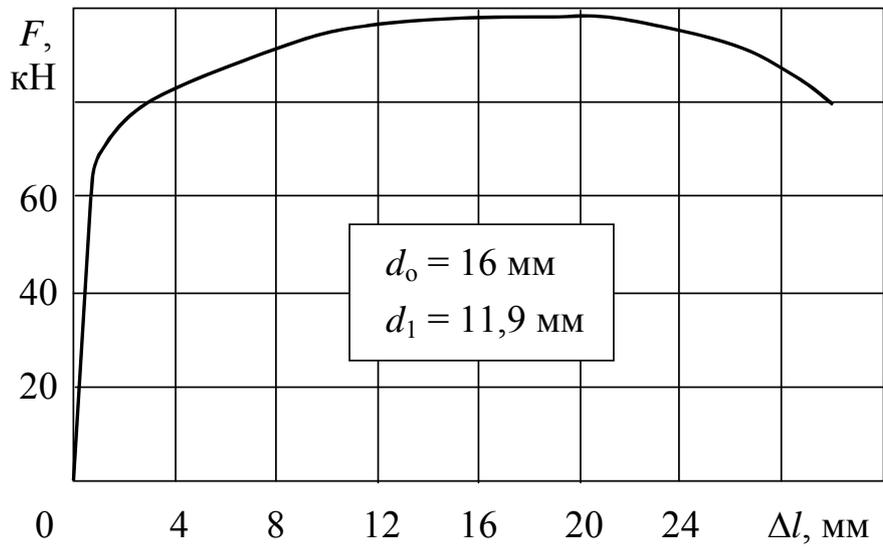


Рис. 16

Сталь 20Х
(отжиг)

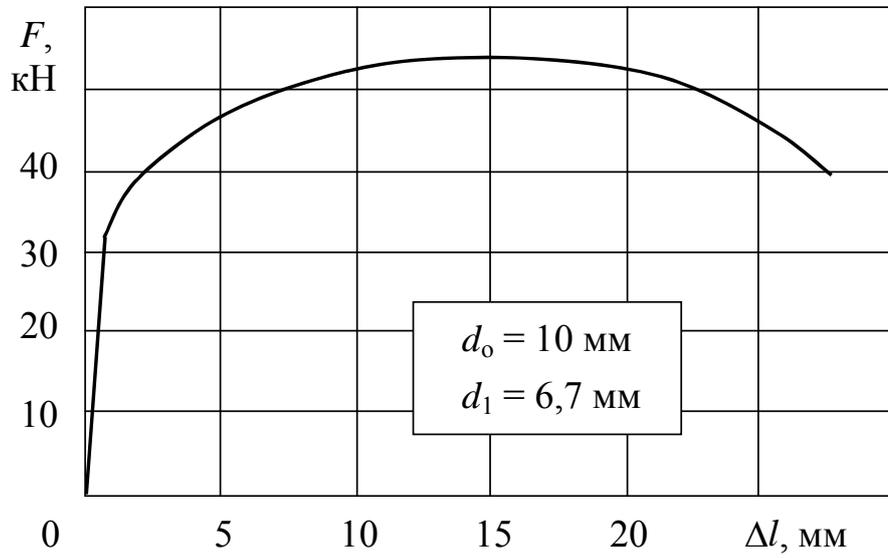


Рис. 17

Сталь 20Х
(закалка, отпуск 180°C)

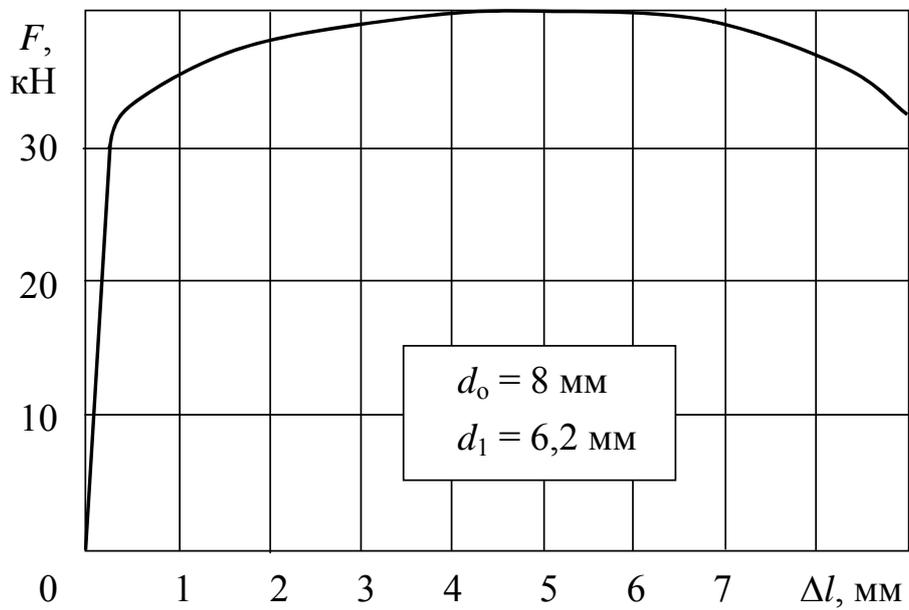


Рис. 18

Сталь 40Х
(улучшение)

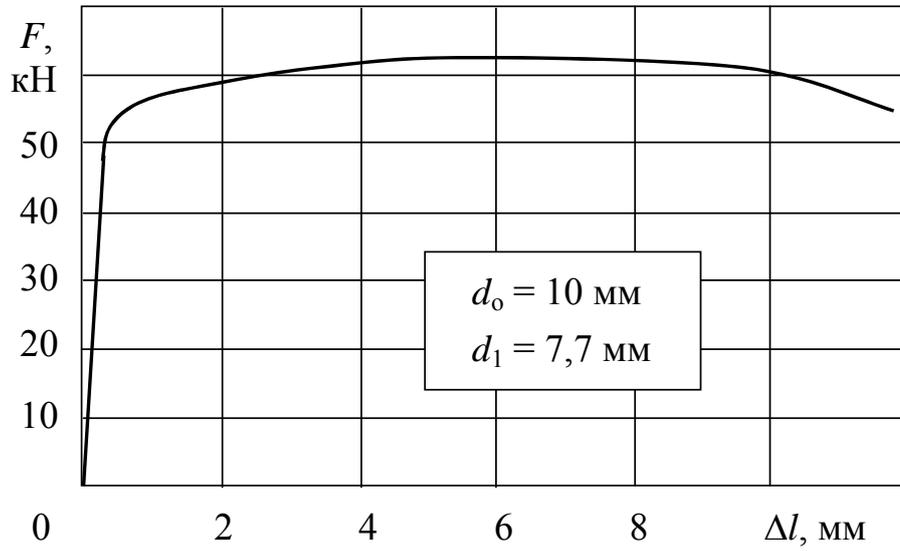


Рис. 19

Сталь 40Х
(закалка, отпуск 600°C)

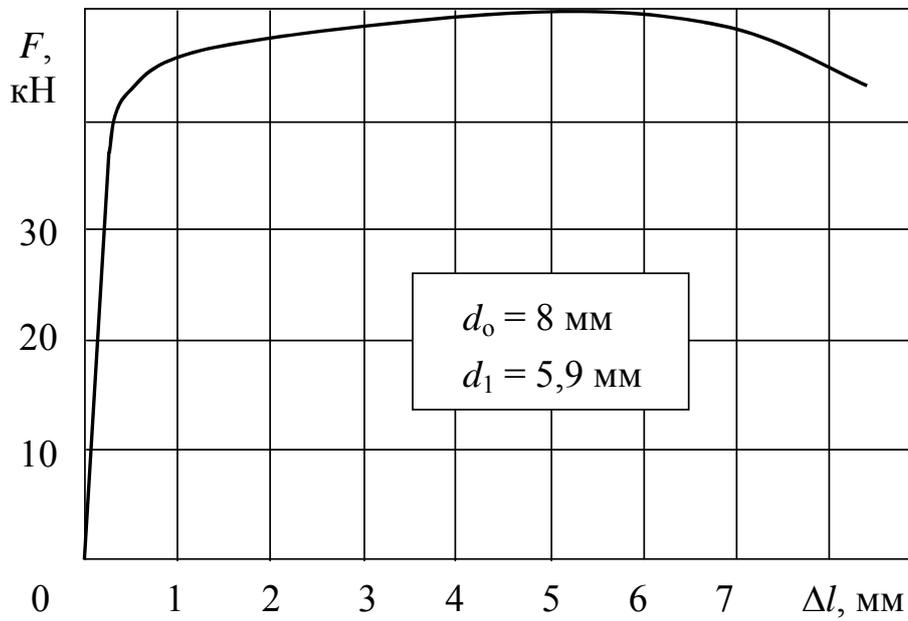


Рис. 20

Сталь 18ХГТ
(нормализация)

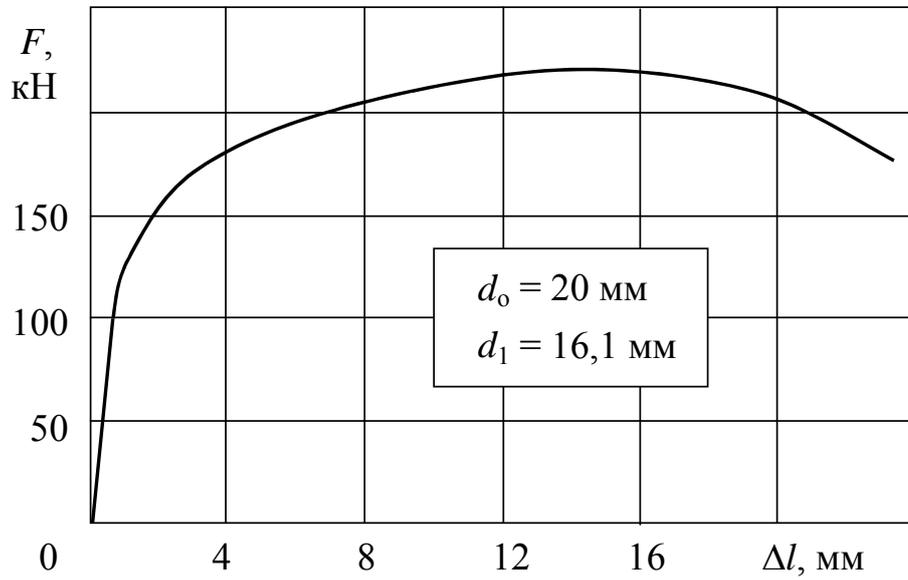


Рис. 21

Сталь 18ХГТ
(закалка, отпуск 200°С)

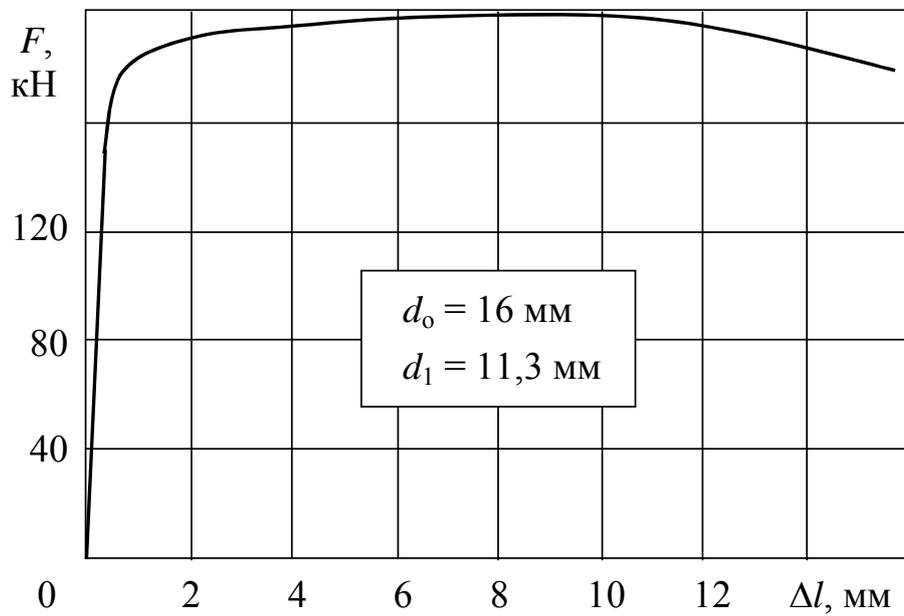


Рис. 22

Сталь 40ХН
(нормализация)

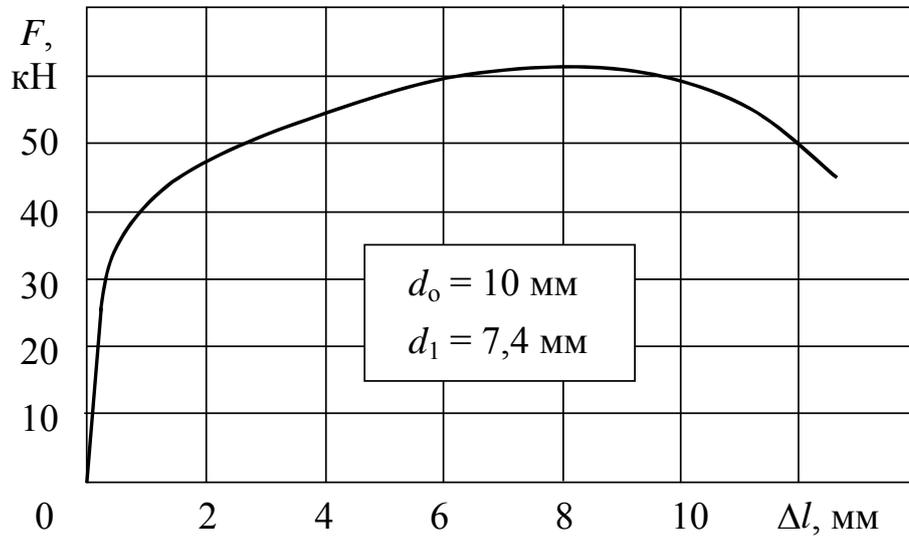


Рис. 23

Сталь 40ХН
(закалка, отпуск 550°C)

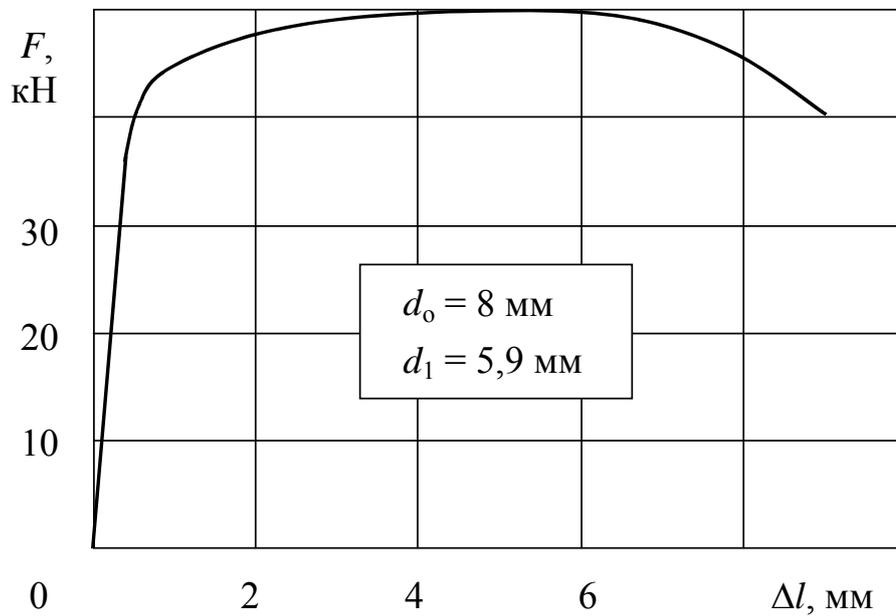


Рис. 24

Сталь 12ХН2
(закалка с охлаждением в масле)

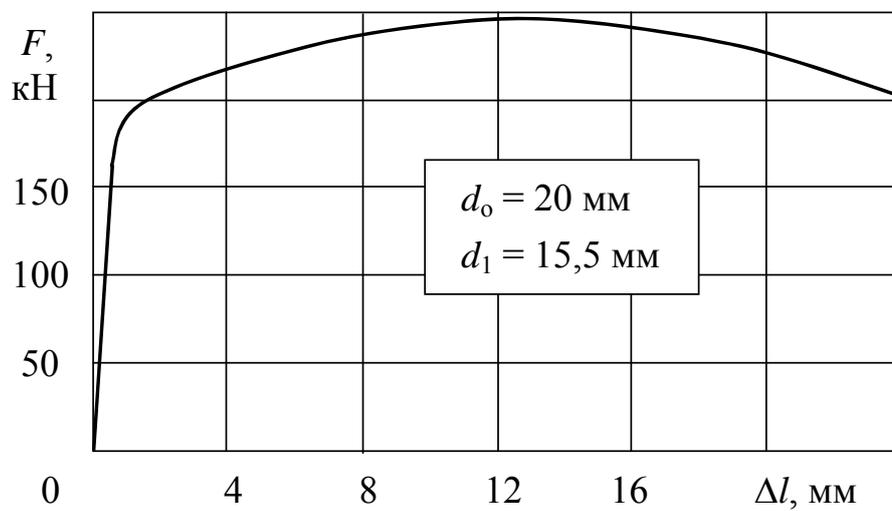


Рис. 25

Сталь 10ХН3А
(закалка, отпуск 180°C)

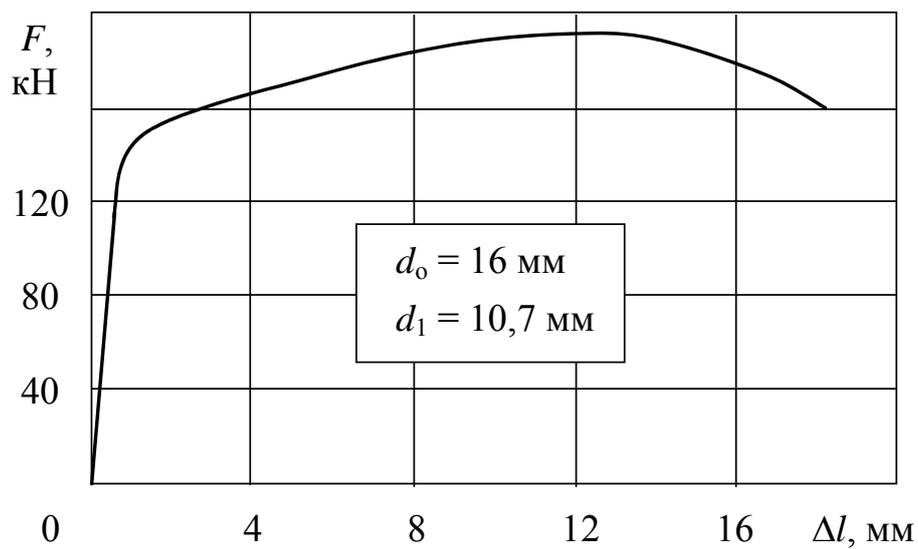


Рис. 26

Сталь 30ХГСА
(отжиг)

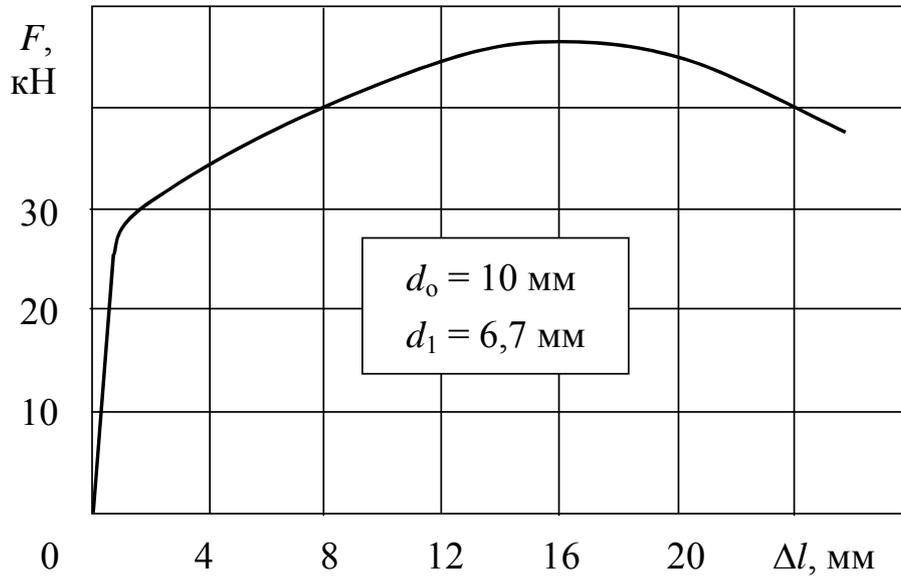


Рис. 27

Сталь 30ХГСА
(закалка, отпуск 540°C)

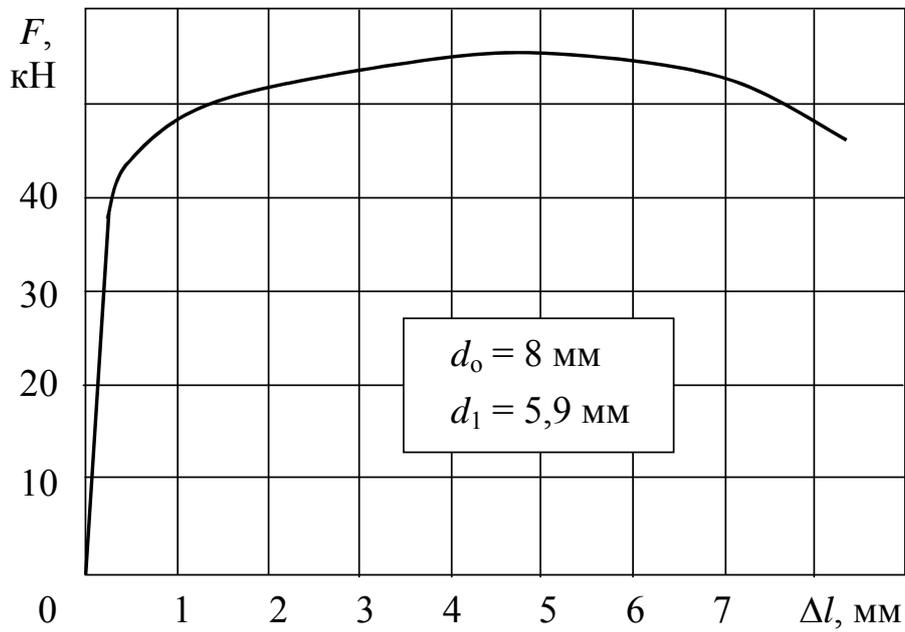


Рис. 28

Сталь 08X13

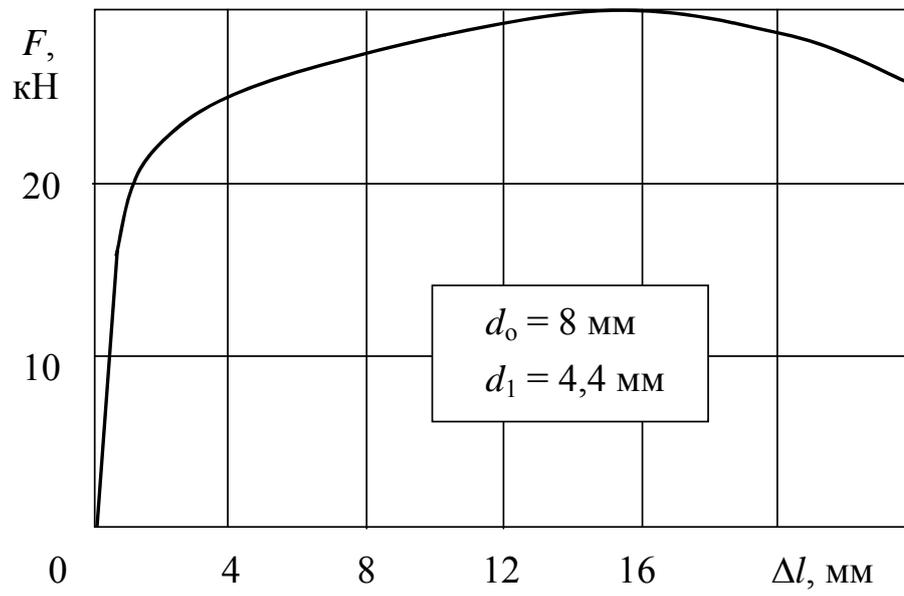


Рис. 29

Сталь 1X13

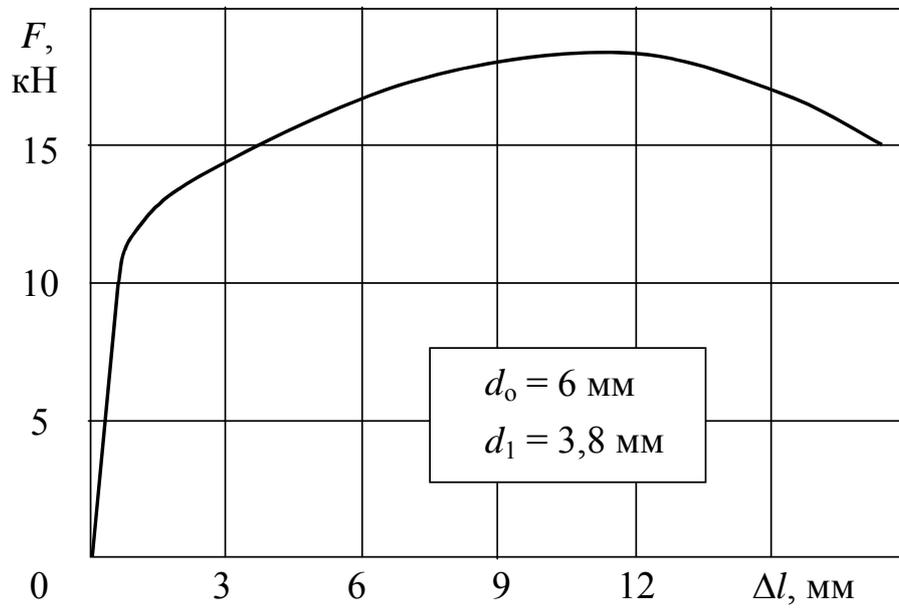


Рис. 30

Сталь X18

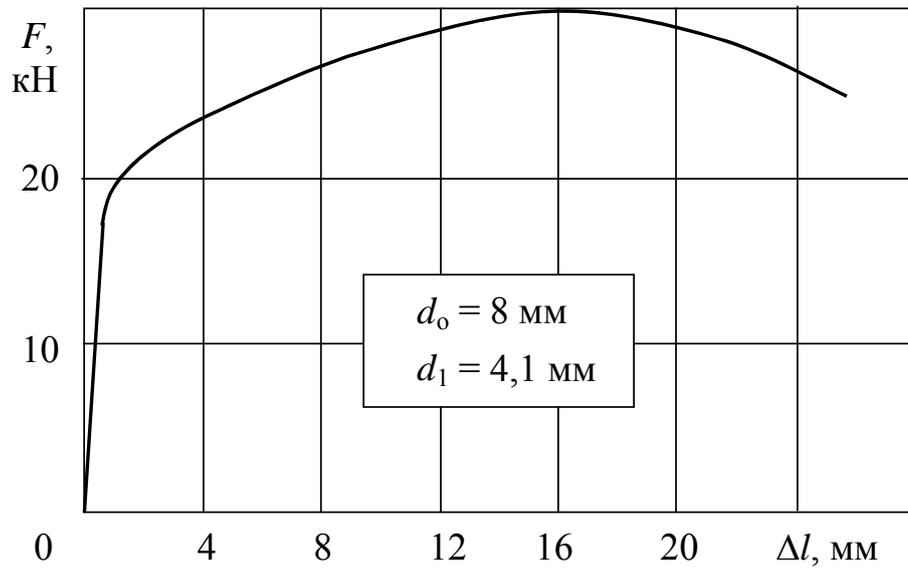


Рис. 31

Алюминиевый сплав АК4 (закалка, искусственное старение)

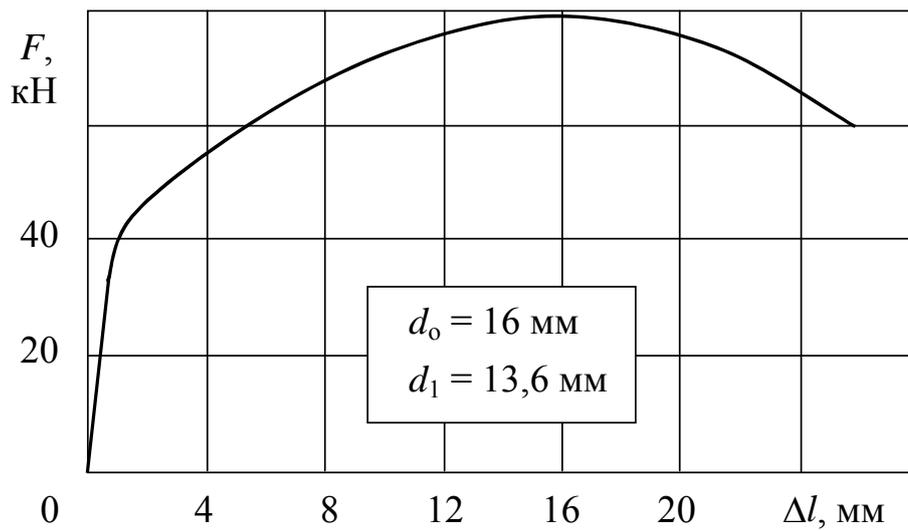


Рис. 32

Алюминиевый сплав АМг3

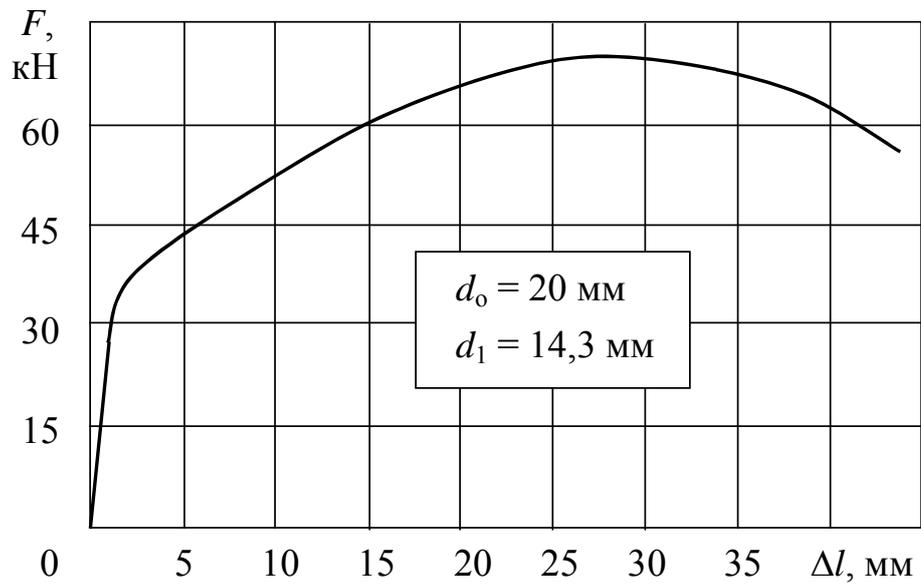


Рис. 33

Алюминиевый сплав АМгб

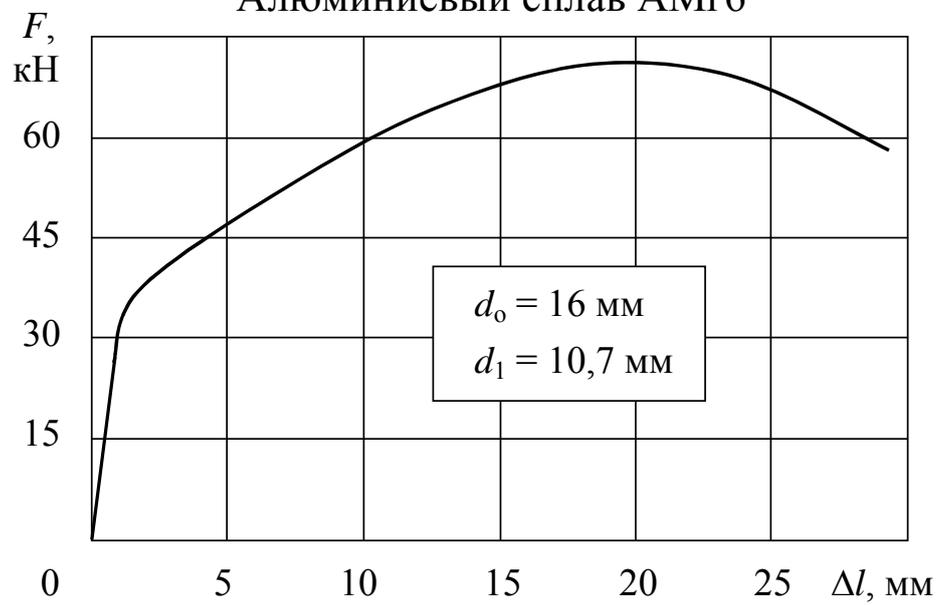


Рис. 34

Дюралюминий Д16
(закалка, естественное старение)

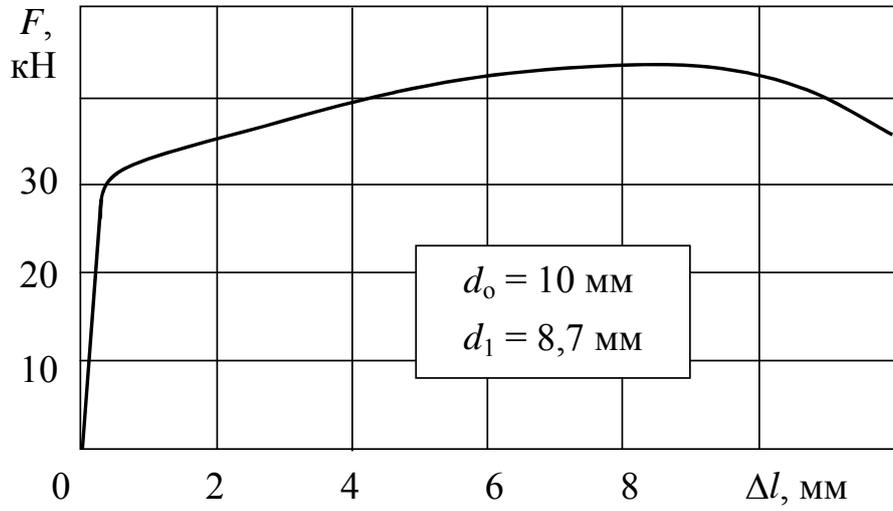


Рис. 35

Высокопрочный алюминиевый сплав В95
(закалка, искусственное старение)

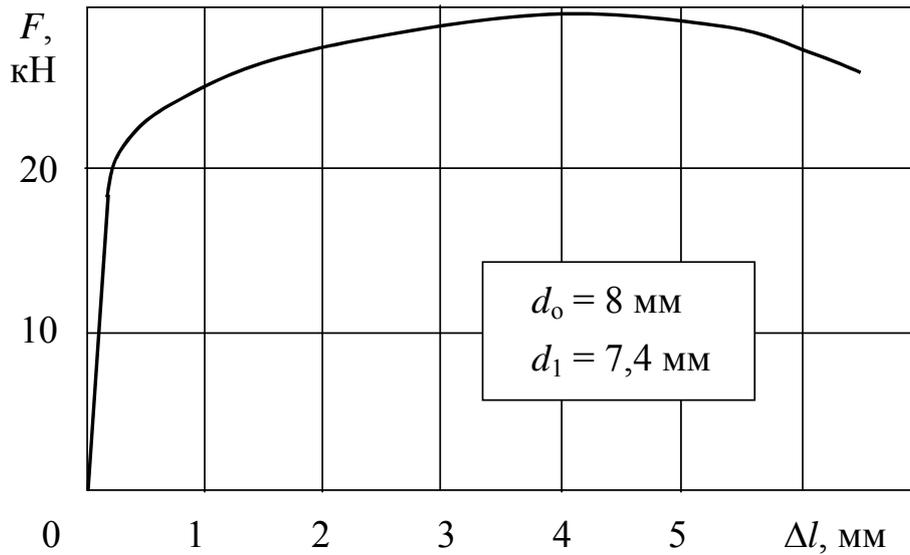


Рис. 36

Литейный магниевый сплав МЛ5
(гомогенизация и закалка на воздухе)

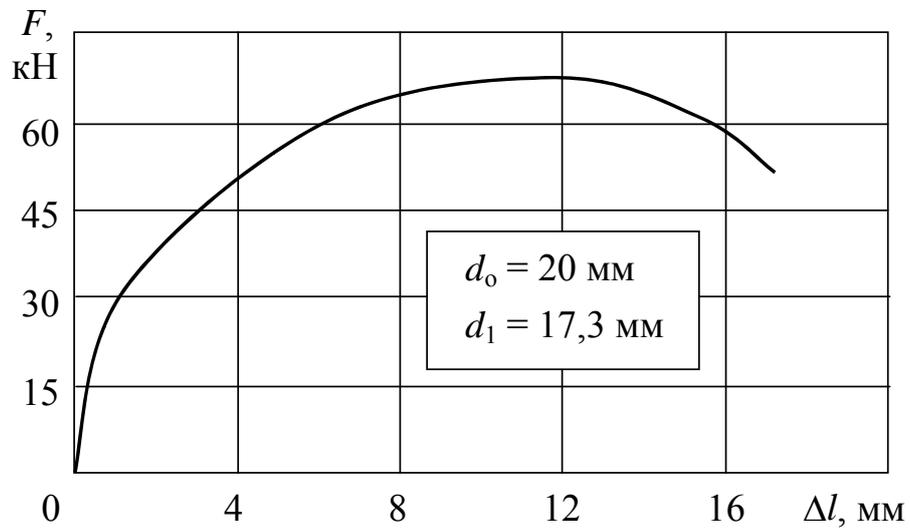


Рис. 37

Деформируемый магниевый сплав МА5
(закалка, искусственное старение)

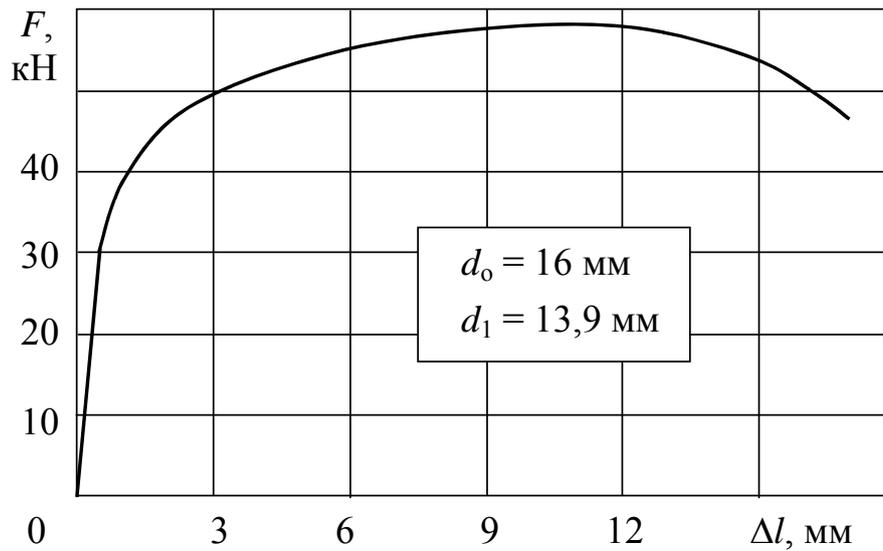


Рис. 38

Титановый сплав ВТ3-1
(закалка, старение)

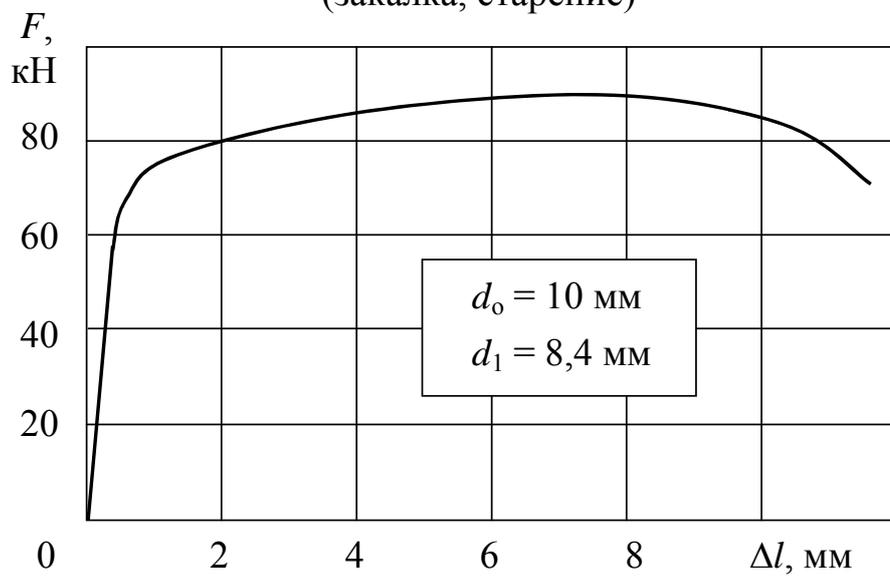


Рис. 39

Титановый сплав ВТ6
(закалка, старение)

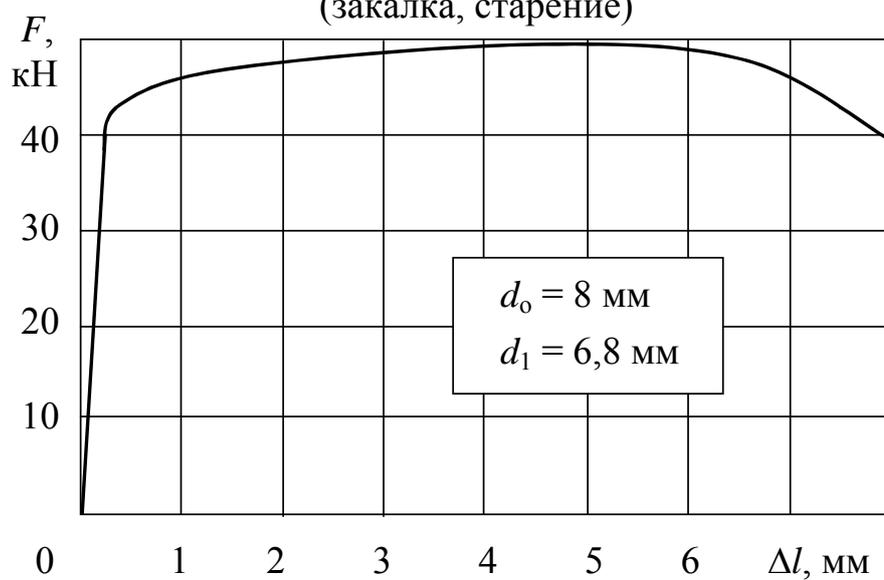


Рис. 40

Титановый сплав ВТ14
(закалка, старение)

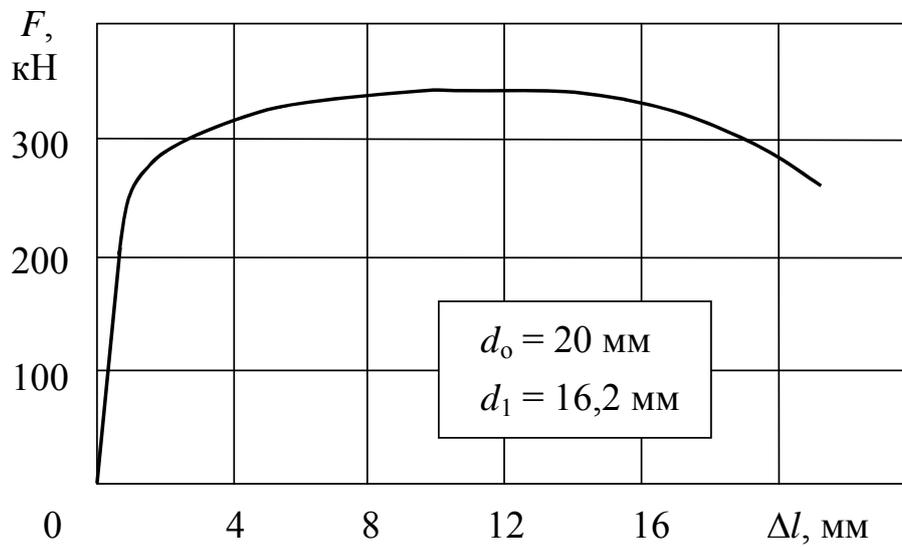


Рис. 41

Титановый сплав ВТ14
(изотермический отжиг)

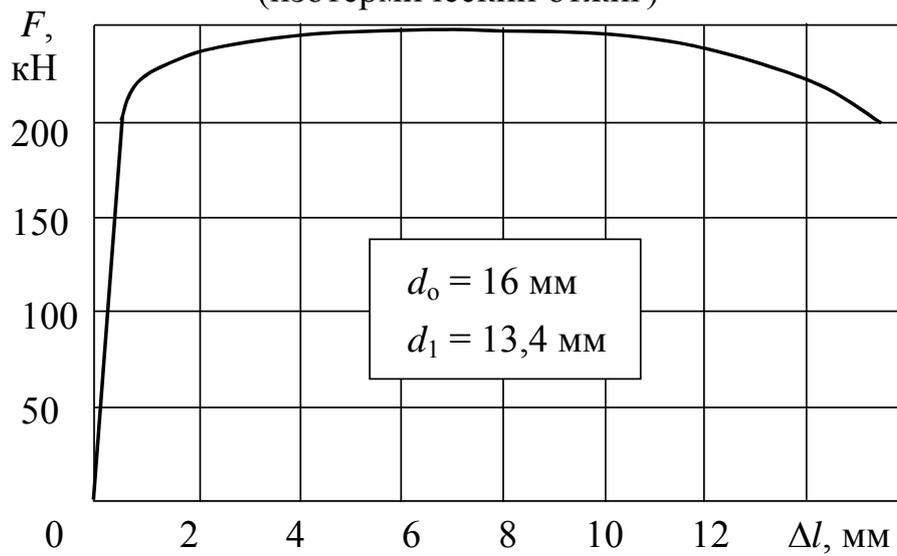
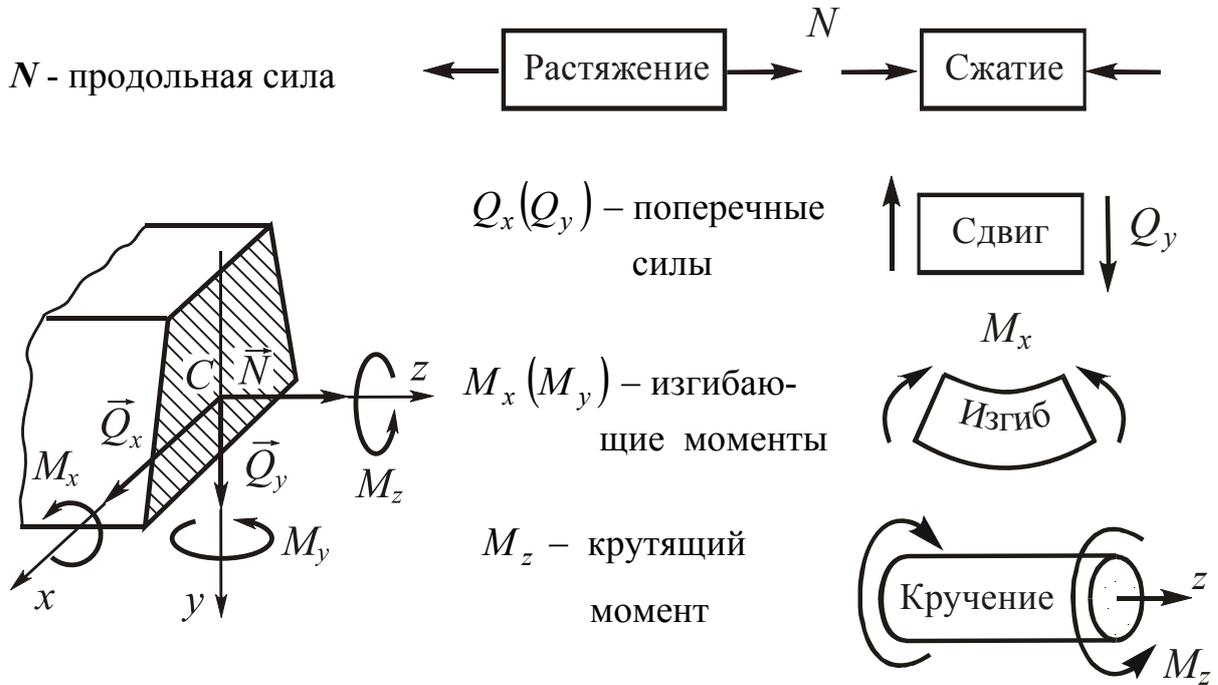


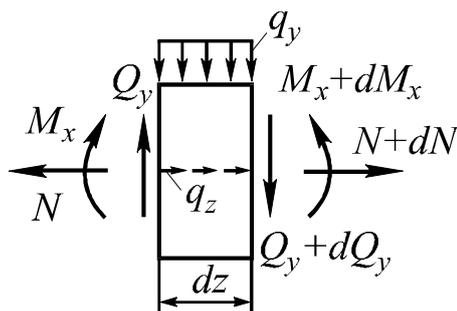
Рис. 42

ГЛАВНЕЙШИЕ ФОРМУЛЫ

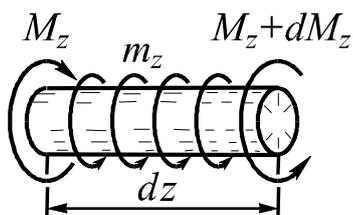
1. ВНУТРЕННИЕ СИЛОВЫЕ ФАКТОРЫ И ОСНОВНЫЕ ВИДЫ НАГРУЖЕНИЯ



Дифференциальные зависимости



$$\begin{aligned} \frac{dN}{dz} &= -q_z \\ \frac{dQ_y}{dz} &= -q_y \\ \frac{dM_x}{dz} &= Q_y \end{aligned}$$



$$\frac{dM_z}{dz} = -m_z$$

Интегральные зависимости

$$N = N_o - \int_0^z q_z dz, \quad Q_y = Q_o - \int_0^z q_y dz, \quad M_z = M_o - \int_0^z m_z dz,$$

$$M_x = M_o + \int_0^z Q_y dz = M_o + \omega_Q .$$

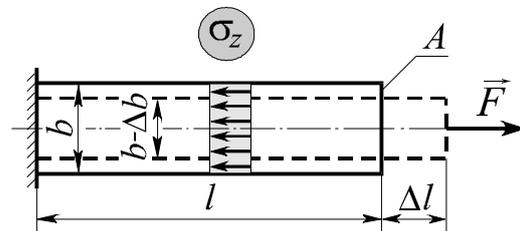
Частные случаи

$q_z(q_y) = \pm q, \quad m_z = \pm m$	$q_z(q_y) = 0, \quad m_z = 0$
$N = N_o \pm qz$	$N = N_o = \text{const}$
$Q_y = Q_o \pm qz$	$Q_y = Q_o = \text{const}$
$M_z = M_o \pm mz$	$M_z = M_o = \text{const}$
$M_x = M_o + Q_o z \pm 0,5 qz^2$	$M_x = M_o + Q_o z$

2. ЦЕНТРАЛЬНОЕ РАСТЯЖЕНИЕ И СЖАТИЕ ПРЯМОЛИНЕЙНОГО СТЕРЖНЯ

Распределение нормальных напряжений

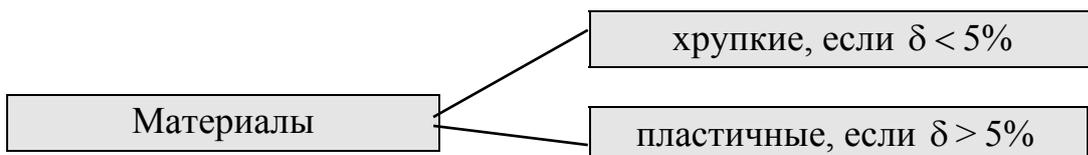
$$\sigma_z = N/A$$



Условие прочности $\sigma_{\max} \leq [\sigma]$.

Допускаемое напряжение $[\sigma] = \sigma_{\text{пред}} / [n]$

$$\sigma_{\text{пред}} = \begin{cases} \sigma_T (\sigma_{0,2}) - \text{для пластичных материалов,} \\ \sigma_{\text{ПЧ}} - \text{для хрупких материалов} \end{cases}$$



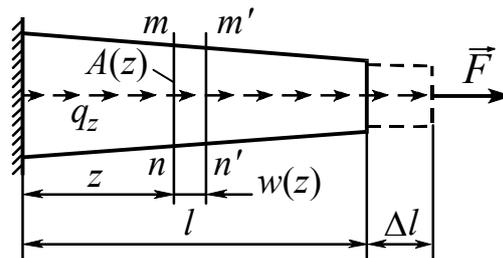
Нормативный коэффициент запаса прочности $[n]$ равен: для пластичных высокооднородных материалов (сталь, сплавы алюминия, титана, магния и меди) – 1,5...2,5; для чугуна – 4...6; для дерева – 8...10.

Ориентировочные значения допускаемых напряжений на растяжение, МПа: стали углеродистые – 140...250; стали легированные – 100...400; бронза – 60...120; латунь – 70...140; дюралюминий – 80...150; чугун – 30...80; сосна (вдоль волокон) – 10.

Относительные деформации :

- продольная $\varepsilon = \Delta l/l$,

- поперечная $\varepsilon' = \Delta b/b$.



Закон Пуассона $\varepsilon' = -\nu\varepsilon$.

Коэффициент Пуассона лежит в пределах $0 \leq \nu \leq 0,5$

(пробка $\nu = 0$; сталь $\nu = 0,3$; резина $\nu = 0,5$)

Закон Гука

$$\sigma = E\varepsilon$$

где E - модуль Юнга.

Материал	Дерево	Бетон	Дюраль	Медь	Титан	Чугун	Сталь	Алмаз
E , ГПа	10	20	70	100	100	120	200	1050

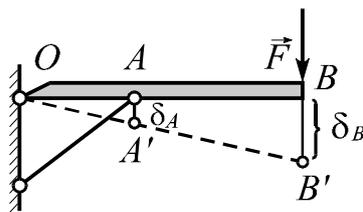
Удлинение стержня

$$\Delta l = \int_0^l \frac{N dz}{EA(z)}$$

В частном случае, когда

$N = F = \text{const}$ и $EA = \text{const}$,

$$\Delta l = \frac{Fl}{EA}$$



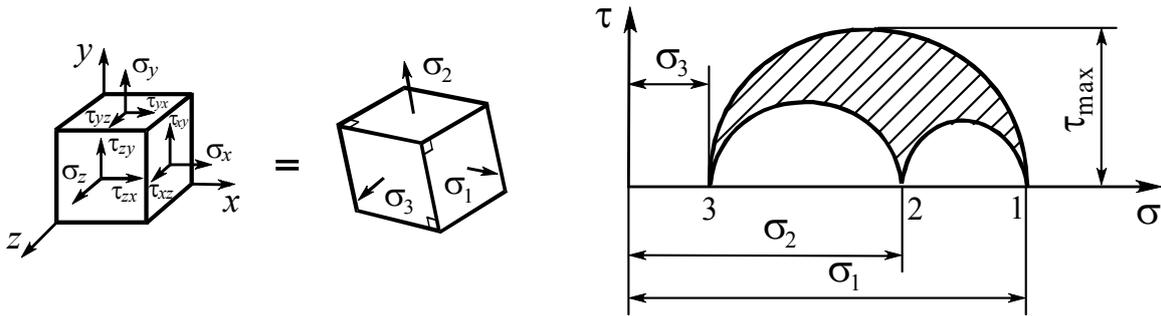
Условие жесткости

$$\delta \leq [\delta]$$

Потенциальная энергия упругой деформации

$$U = \int_0^l \frac{N^2 dz}{2EA}$$

3. ТЕОРИЯ НАПРЯЖЕННОГО СОСТОЯНИЯ



$$T_H = \begin{vmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_z \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \sigma_1 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_2 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_3 \end{vmatrix} \quad \begin{aligned} \sigma_1 &\geq \sigma_2 \geq \sigma_3 \\ \tau_{\max} &= 0,5(\sigma_1 - \sigma_3) \end{aligned}$$

Закон парности касательных напряжений

$$\tau_{xy} = \tau_{yx}, \quad \tau_{yz} = \tau_{zy}, \quad \tau_{zx} = \tau_{xz}.$$

Обобщенный закон Гука

$$\begin{cases} \varepsilon_x = [\sigma_x - \nu(\sigma_y + \sigma_z)] / E, & \gamma_{xy} = \tau_{xy} / G, \\ \varepsilon_y = [\sigma_y - \nu(\sigma_z + \sigma_x)] / E, & \gamma_{yz} = \tau_{yz} / G, \\ \varepsilon_z = [\sigma_z - \nu(\sigma_x + \sigma_y)] / E, & \gamma_{zx} = \tau_{zx} / G \end{cases} \quad \begin{aligned} &\text{Модуль сдвига} \\ G &= \frac{E}{2(1 + \nu)}. \end{aligned}$$

Относительное изменение объема: $\varepsilon_v = \varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z = \sigma / K$,

где $\sigma = (\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z) / 3$, $K = E / 3(1 - 2\nu)$ - модуль объемной упругости.

Удельная потенциальная энергия упругой деформации:

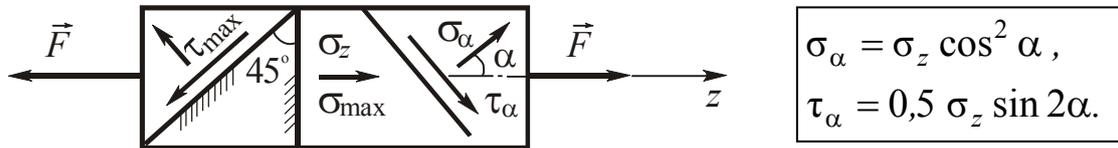
- полная $u = [\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - 2\nu(\sigma_1\sigma_2 + \sigma_2\sigma_3 + \sigma_3\sigma_1)] / (2E)$;

- изменения объема $u_{об} = \frac{\sigma^2}{2K}$;

- изменения формы $u_{ф} = [(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2] / (12G)$.

3.1. Линейное напряженное состояние

(два главных напряжения равны нулю)

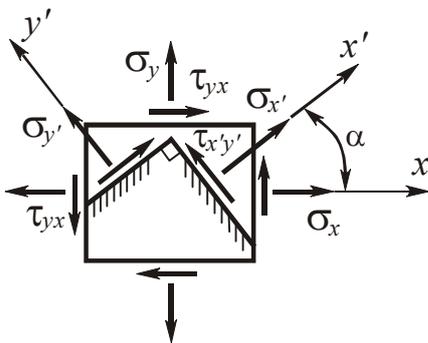


Наибольшее нормальное напряжение: $\sigma_{\max} = \sigma_{\alpha / \alpha=0} = \sigma_z$.

Наибольшее касательное напряжение: $\tau_{\max} = \tau_{\alpha / \alpha=45^\circ} = 0,5 \sigma_z$.

3.2. Плоское напряженное состояние

(одно из главных напряжений равно нулю)

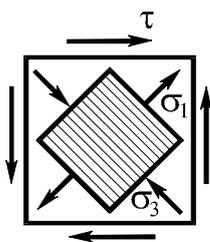


$$\begin{cases} \sigma_{x'} = \sigma_x \cos^2 \alpha + \sigma_y \sin^2 \alpha + \tau_{xy} \sin 2\alpha, \\ \tau_{x'y'} = -0,5(\sigma_x - \sigma_y) \sin 2\alpha + \tau_{xy} \cos 2\alpha, \end{cases}$$

$$\sigma_{\max} \quad \sigma_{\min} = 0,5[(\sigma_x + \sigma_y) \pm \sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4\tau_{xy}^2}],$$

$$\operatorname{tg} \alpha_{\max} \quad \alpha_{\min} = (\sigma_{\max} \quad \sigma_{\min} - \sigma_x) / \tau_{xy}.$$

Чистый сдвиг:

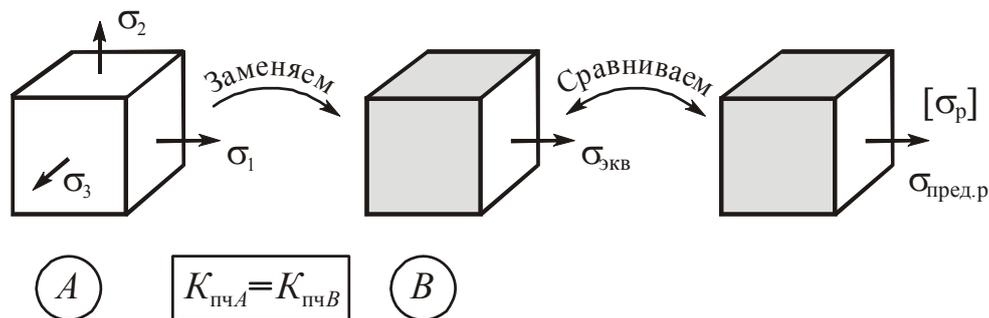


$$\sigma_x = \sigma_y = 0, \quad \tau_{xy} = \tau, \quad \sigma_{\max} \quad \sigma_{\min} = \pm \tau.$$

Главные напряжения

$$\sigma_1 = +\tau, \quad \sigma_2 = 0, \quad \sigma_3 = -\tau, \quad \alpha_1 = \pm 45^\circ.$$

4. ГИПОТЕЗЫ ПРОЧНОСТИ



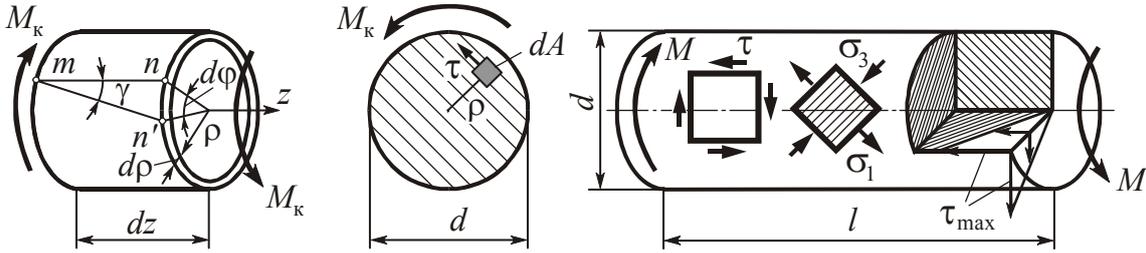
Они используются для оценки прочности конструкций в случае плоского и объемного напряженных состояний. Исходя из принятого критерия эквивалентности, лежащего в основе той или иной гипотезы прочности (см. таблицу, приведенную ниже), сложное напряженное состояние заменяют эквивалентным ему растяжением.

Условие прочности представляется в виде одного из следующих неравенств:

$$\sigma_{\text{эkv}} \leq [\sigma_p] = \sigma_{\text{пред.р}} / [n] \quad \text{или} \quad n = \sigma_{\text{пред.р}} / \sigma_{\text{эkv}} \geq [n].$$

Название гипотезы, автор	Критерий прочности	Эквивалентное напряжение $\sigma_{\text{эkv}}$	Область применения
Наибольших нормальных напряжений (Галилей, XVII в.)	σ_{max}	σ_1	Не рекомендуется
Наибольших линейных деформаций (Мариотт, 1682 г.)	ε_{max}	$\sigma_1 - \nu(\sigma_2 + \sigma_3)$	Не рекомендуется
Наибольших касательных напряжений (Кулон, 1773 г.)	τ_{max}	$\sigma_1 - \sigma_3$	Для пластичных материалов, у которых $\sigma_{\text{тр}} = \sigma_{\text{тс}}$
Энергии формоизменения (Губер, 1904 г.)	$u_{\text{ф}}$	$\frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2}$	
Гипотеза О. Мора (Мор, 1882 г.)	$\tau_n = f(\sigma_n)$	$\sigma_1 - m\sigma_3$ $m = \begin{cases} \sigma_{\text{тр}}/\sigma_{\text{тс}} - \text{пластичные материалы,} \\ \sigma_{\text{пчр}}/\sigma_{\text{пчс}} - \text{хрупкие материалы} \end{cases}$	Для пластичных и хрупких материалов

5. КРУЧЕНИЕ КРУГЛЫХ ВАЛОВ



Угол сдвига

$$\gamma = \rho d\varphi / dz.$$

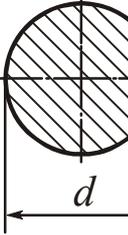
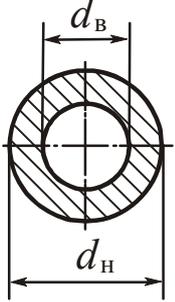
Распределение касательных напряжений

$$\tau = \frac{M_{\text{к}}}{I_p} \rho$$

Максимальное касательное напряжение

$$\tau_{\text{max}} = \frac{M_{\text{к}}}{W_p}$$

Геометрические характеристики:

Форма		
		$\alpha = d_{\text{в}} / d_{\text{н}}$
I_p	$\frac{\pi d^4}{32} \cong 0,1d^4$	$\frac{\pi d_{\text{н}}^4}{32} (1 - \alpha^4)$
W_p	$\frac{\pi d^3}{16} \cong 0,2d^3$	$\frac{\pi d_{\text{н}}^3}{16} (1 - \alpha^4)$

- *полярный момент инерции*
- *полярный момент сопротивления*

$$I_p = \int_A \rho^2 dA,$$

$$W_p = I_p / \rho_{\text{max}}.$$

Углы закручивания:

- *относительный*
- *абсолютный (при $M_{\text{к}} = M = \text{const}$)*

$$\theta = d\varphi / dz = M_{\text{к}} / (GI_p),$$

$$\varphi = M_{\text{к}} l / (GI_p).$$

Расчет валов сводится к одновременному удовлетворению двух условий:

- *прочности* $\tau_{\text{max}} = M_{\text{к max}} / W_p \leq [\tau]$, откуда $d_{\text{пч}} \geq \sqrt[3]{\frac{16M_{\text{к max}}}{\pi[\tau]}}$;
- *жесткости* $\theta_{\text{max}} = M_{\text{к max}} / (GI_p) \leq [\theta]$, откуда $d_{\text{ж}} \geq \sqrt[4]{\frac{32M_{\text{к max}}}{\pi G[\theta]}}$.

Допускаемые величины:

- касательное напряжение $[\tau] = \begin{cases} (0,55...0,60)[\sigma_p] & \text{- для стали;} \\ (1,0...1,2)[\sigma_p] & \text{- для чугуна;} \end{cases}$
- относительный угол закручивания $[\theta] = 3,5...17,5 \text{ мрад/м } (0,20...1,0 \text{ град/м}).$

Потенциальная энергия упругой деформации $U = \int_l M_k^2 dz / (2GI_p).$

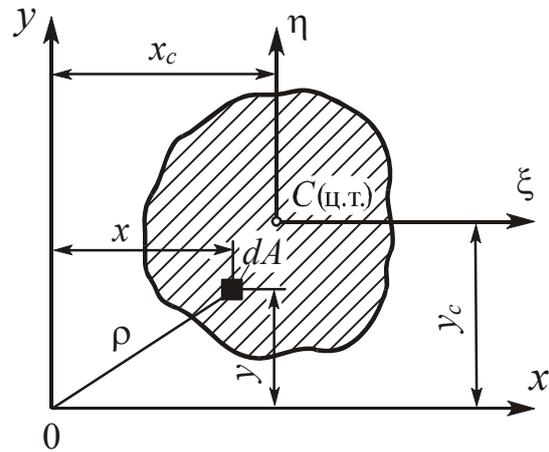
6. ГЕОМЕТРИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ПЛОСКИХ СЕЧЕНИЙ

Статические моменты

$$S_x = \int_A y dA, \quad S_y = \int_A x dA.$$

Координаты центра тяжести

$$x_c = S_y/A, \quad y_c = S_x/A.$$



Моменты инерции:

- осевые $I_x = \int_A y^2 dA, \quad I_y = \int_A x^2 dA;$

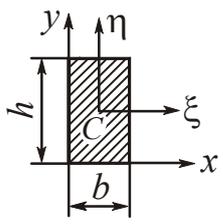
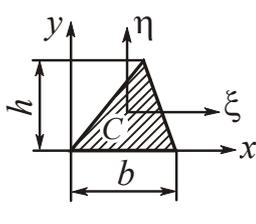
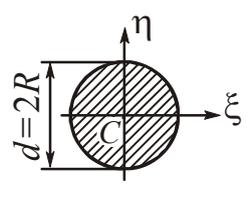
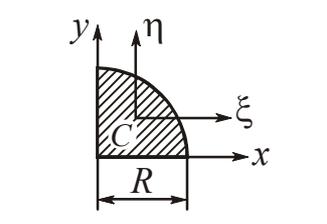
- центробежный $I_{xy} = \int_A xy dA;$

- полярный $I_p = \int_A \rho^2 dA = \int_A \rho^2 dA = \int_A (x^2 + y^2) dA = I_x + I_y.$

Радиусы инерции $i_x^2 = I_x/A, \quad i_y^2 = I_y/A.$

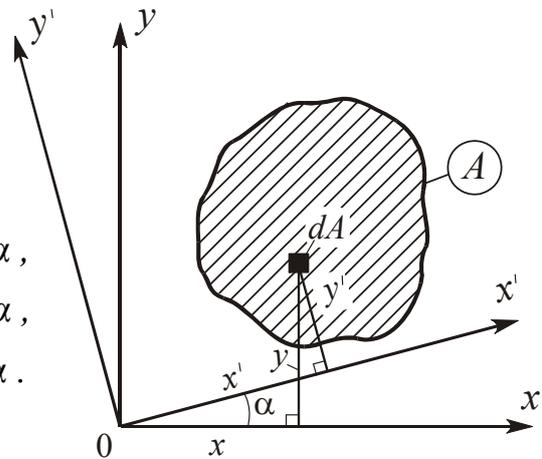
Преобразование моментов инерции при параллельном переносе осей (переход от центральных осей ξ, η к произвольным x, y):

$$I_x = I_\xi + y_c^2 A, \quad I_y = I_\eta + x_c^2 A, \quad I_{xy} = I_{\xi\eta} + x_c y_c A.$$

			
$x_c = 0,5b$	$y_c = h/3$	$\xi_c = \eta_c = 0$	$y_c = 4R/3\pi \approx 0,42R$
$I_{\xi} = bh^3/12$ $I_x = bh^3/3$	$I_{\xi} = bh^3/36$ $I_x = bh^3/12$	$I_{\xi} = I_{\eta} = \pi R^4/4$ $I_p = \pi R^4/2$	$I_{\xi} = I_{\eta} = 0,055R^4$ $I_x = I_y = \pi R^4/16$

Преобразование моментов инерции при повороте осей

$$\begin{cases} I_{x'} = I_x \cos^2 \alpha + I_y \sin^2 \alpha - I_{xy} \sin 2\alpha, \\ I_{y'} = I_x \sin^2 \alpha + I_y \cos^2 \alpha + I_{xy} \sin 2\alpha, \\ I_{x'y'} = 0,5(I_x - I_y) \sin 2\alpha + I_{xy} \cos 2\alpha. \end{cases}$$



Главные моменты инерции

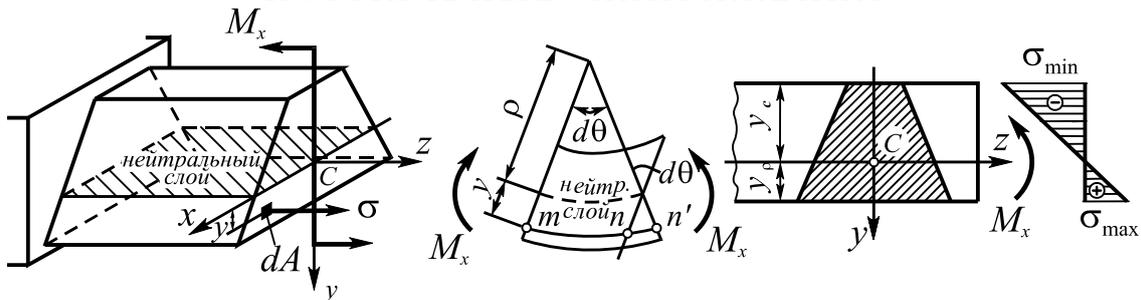
$$I_{\max}^{\min} = I_{1,2} = 0,5 \left[(I_x + I_y) \pm \sqrt{(I_x - I_y)^2 + 4I_{xy}^2} \right].$$

Положение главных осей

$$\operatorname{tg} \alpha_{\max}^{\min} = (I_x - I_{\max}^{\min}) / I_{xy}.$$

7. ПЛОСКИЙ ПРЯМОЙ ИЗГИБ

7.1. Определение напряжений и расчет на прочность НОРМАЛЬНЫЕ НАПРЯЖЕНИЯ



Кривизна оси балки

$$1/\rho = M_x / (EI_x)$$

**Распределение
нормальных
напряжений**

$$\sigma = \frac{E y}{\rho} = \frac{M_x}{I_x} y$$

Условия прочности :

- для хрупких материалов

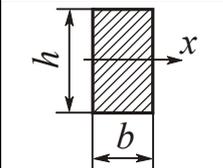
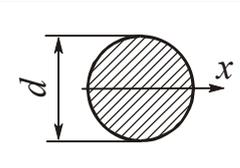
$$\begin{cases} \sigma_{\max} = (M_{\max} / I_x) y_p = M_{\max} / W_p \leq [\sigma_p], \\ \sigma_{\min} = (M_{\max} / I_x) y_c = M_{\max} / W_c \leq [\sigma_c], \end{cases}$$

где $W_p = I_x / y_p$ и $W_c = I_x / y_c$ – моменты сопротивления соответственно растянутых и сжатых волокон ;

- для пластичных материалов

$$\sigma_{\text{наиб}} = (M_{\max} / I_x) y_{\text{наиб}} = M_{\max} / W_x \leq [\sigma],$$

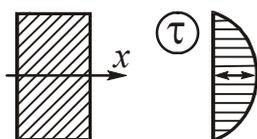
где $W_x = I_x / y_{\text{наиб}}$ – осевой момент сопротивления.

	$I_x = bh^3 / 12$ $W_x = bh^2 / 6$		$I_x = \pi d^4 / 64$ $W_x = \pi d^3 / 32$
---	------------------------------------	--	---

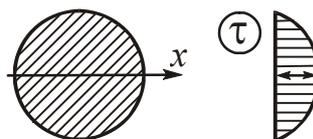
КАСАТЕЛЬНЫЕ НАПРЯЖЕНИЯ

Формула Журавского

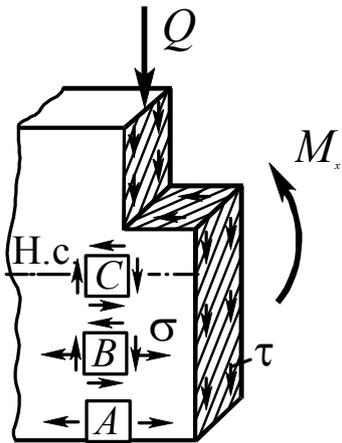
$$\tau = QS_x^{\text{отс}} / (bI_x)$$



$$\tau_{\max} = \frac{3 Q}{2 A}$$



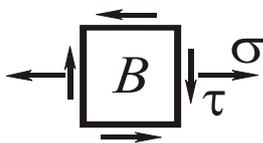
$$\tau_{\max} = \frac{4 Q}{3 A}$$



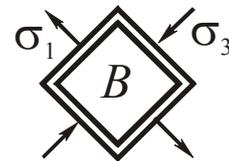
Условие прочности $\tau_{\max} = kQ / A \leq [\tau]$,

где k – коэффициент формы, равный:
 3/2 – для прямоугольника,
 4/3 – для круга.

ГЛАВНЫЕ НАПРЯЖЕНИЯ



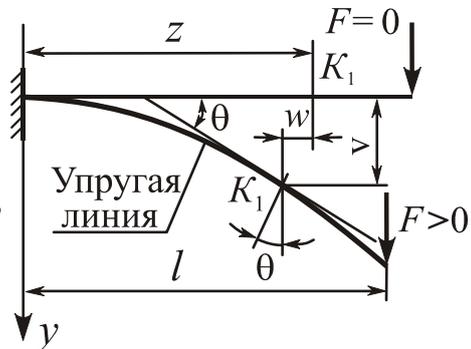
$$\sigma_{1,3} = 0,5[\sigma \pm \sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2}]$$



7.2. Определение перемещений и расчет на жесткость

Перемещения :

- *линейные* — прогиб v ,
 смещение $w \ll v$,
- *угловое* (угол поворота) $\theta = dv / dz$.

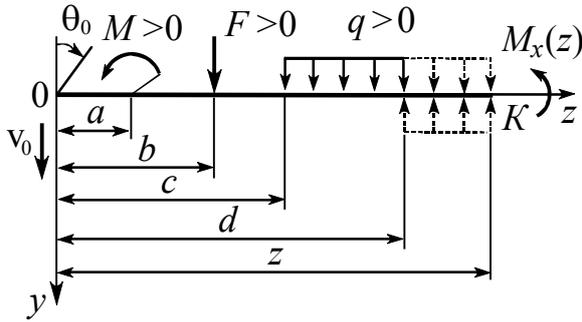


Основное дифференциальное уравнение упругой линии балки

$$v'' = \pm M_x / (EI_x)$$

	$v'' = + \frac{M_x}{EI_x}$		$v'' = - \frac{M_x}{EI_x}$
--	----------------------------	--	----------------------------

МЕТОД НАЧАЛЬНЫХ ПАРАМЕТРОВ



$$\Theta(z) = \Theta_0 - \frac{1}{EI_x} \int_0^z M_x dz,$$

$$v(z) = v_0 + \Theta_0 z - \frac{1}{EI_x} \int_0^z \left(\int_0^z M_x dz \right) dz,$$

$$\Theta(z) = \Theta_0 + \frac{1}{EI_x} \sum^{«Л»} \left[\frac{M(z-a)}{1!} + \frac{F(z-b)^2}{2!} + q \frac{(z-c)^3}{3!} - q \frac{(z-d)^3}{3!} \right],$$

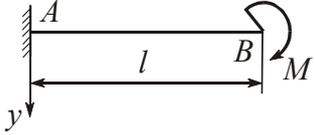
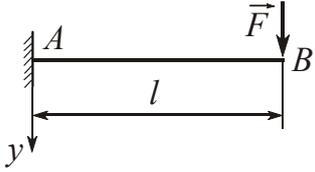
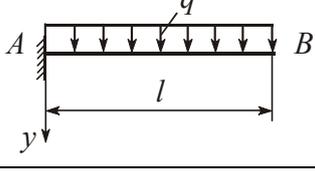
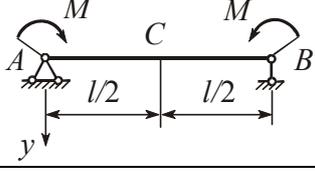
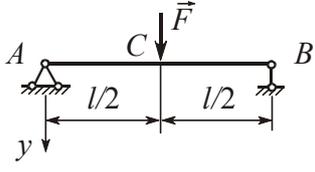
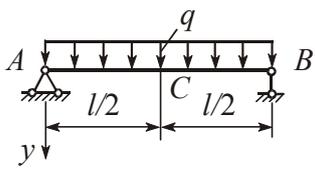
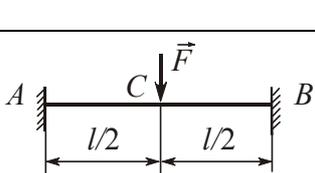
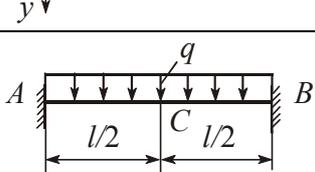
$$v(z) = v_0 + \Theta_0 z + \frac{1}{EI_x} \sum^{«Л»} \left[\frac{M(z-a)^2}{2!} + \frac{F(z-b)^3}{3!} + q \frac{(z-c)^4}{4!} - q \frac{(z-d)^4}{4!} \right].$$

Значок «Л» над символом суммы обозначает, что суммируются только те величины, которые относятся к части балки, расположенной *слева* от того сечения, где ищется перемещения.

ЭНЕРГЕТИЧЕСКИЙ МЕТОД

Интеграл Мора		Правило Верещагина	Формула Симпсона	
$EI_x V_K = \int_l M_F \bar{M} dz$		$I = \int_1 M_F \bar{M} dz = \omega_F c$	$I = \frac{l}{6} (M_{л} \bar{M}_{л} + 4M_{cp} \bar{M}_{cp} + M_{п} \bar{M}_{п})$	
Фи- гу- ра	Треугольник	Квадратная парабола		
Ω	$hl/2$	$hl/3$	$2hl/3$	$2hl/3$

8. СИЛОВЫЕ И ГЕОМЕТРИЧЕСКИЕ ПАРАМЕТРЫ НЕКОТОРЫХ БАЛОК

Схемы балок	Изгибающий момент	Прогиб	Угол поворота
	$M_x = M = \text{const}$	$V_B = \frac{Ml^2}{2EI}$	$\Theta_B = \frac{Ml}{EI}$
	$M_A = -Fl$	$V_B = \frac{Fl^3}{3EI}$	$\Theta_B = \frac{Fl^2}{2EI}$
	$M_A = -ql^2 / 2$	$V_B = \frac{ql^4}{8EI}$	$\Theta_B = \frac{ql^3}{6EI}$
	$M_x = M = \text{const}$	$V_C = \frac{Ml^2}{8EI}$	$\Theta_A = \frac{Ml}{2EI}$
	$M_C = Fl / 4$	$V_C = \frac{Fl^3}{48EI}$	$\Theta_A = \frac{Fl^2}{16EI}$
	$M_C = ql^2 / 8$	$V_C = \frac{5}{384} \frac{ql^4}{EI}$	$\Theta_C = 0,$ $\Theta_A = \frac{ql^3}{24EI}$
	$M_A = -Fl / 8$ $M_C = Fl / 8$	$V_C = \frac{Fl^3}{192EI}$	$\Theta_A = \Theta_C = 0$
	$M_A = -ql^2 / 12$ $M_C = ql^2 / 24$	$V_C = \frac{ql^4}{384EI}$	$\Theta_A = \Theta_C = 0$

9. СТАТИЧЕСКИ НЕОПРЕДЕЛИМЫЕ СИСТЕМЫ

Конструкцию, усилия в которой не могут быть определены только при помощи уравнений статики, называют статически неопределимой. С точки зрения расчета ее удобно рассматривать как некоторую статически определимую систему, именуемую в последующем основной системой, на которую наложены дополнительные связи.

Статически неопределимые системы (в отличие от статически определимых) обладают следующими особенностями:

- 1) распределение усилий в них зависит не только от внешних сил, но и от соотношения жесткостей отдельных элементов, а именно: чем больше жесткость элемента, тем больше усилие, на него приходится;
- 2) при смещении опор, неточном изготовлении элементов, колебаниях температуры возникают дополнительные усилия.

Одним из важнейших методов расчета статически неопределимых систем является метод сил, в котором за основные неизвестные принимают обобщенные реактивные силы в отброшенных дополнительных связях системы. Расчет ведется в такой последовательности:

1. Определяется степень статической неопределимости (по числу дополнительных связей).
2. Выбирается основная система, которая получается из заданной после удаления дополнительных связей. Действие отброшенных связей заменяется неизвестными силовыми факторами X_1, X_2, \dots, X_n .
3. Составляются канонические уравнения метода сил, математически выражающие условие эквивалентности основной и заданной систем:

$$\sum_{j=1}^n \delta_{ij} X_j + \Delta_{iF} = 0, \quad (i = 1, 2, \dots, n),$$

где

$$EI \delta_{ij} = \int_0^l \overline{M}_i \overline{M}_j dz, \quad EI \Delta_{iF} = \int_0^l \overline{M}_i M_F dz.$$

Из решения этих уравнений находят значения X_1, X_2, \dots, X_n .

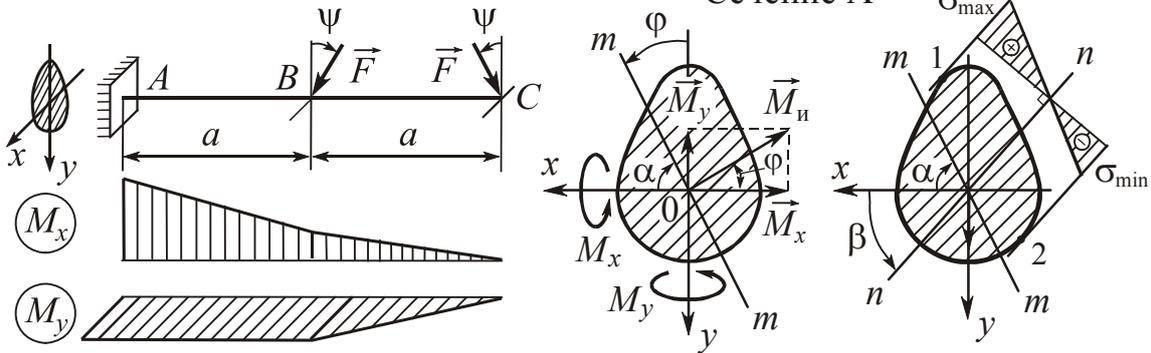
4. Строятся эпюры внутренних силовых факторов.

5. Выполняется проверка решения, включающая в себя статическую проверку (проверяется равновесие системы и ее отдельных частей) и кинематическую (проверяется отсутствие перемещений по направлению наложенных на систему связей).



10. СЛОЖНОЕ СОПРОТИВЛЕНИЕ

10.1. Косой изгиб



Уравнение силовой линии $y = k_1 x$, где $k_1 = \operatorname{tg} \alpha$.

Уравнение нейтральной линии $y_0 = k_2 x_0$, $k_2 = \operatorname{tg} \beta = -(I / k_1)(I_x / I_y)$.

Связь между угловыми коэффициентами

$$k_1 k_2 = -I_x / I_y$$

Распределение нормальных напряжений

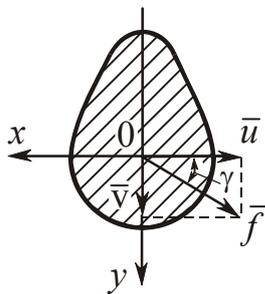
$$\sigma = \frac{M_x}{I_x} y + \frac{M_y}{I_y} x \quad \text{или} \quad \sigma = M_n \left(\frac{\cos \varphi}{I_x} y + \frac{\sin \varphi}{I_y} x \right)$$

Условия прочности:

- для балок произвольного сечения из хрупких материалов

$$\begin{cases} \sigma_{\max} = (M_x / I_x) y_1 + (M_y / I_y) x_1 \leq [\sigma_p], \\ \sigma_{\min} = (M_x / I_x) y_2 + (M_y / I_y) x_2 \leq [\sigma_c]; \end{cases}$$

- для балок прямоугольного сечения из пластичных материалов



$$\sigma_{\max} = M_x / W_x + M_y / W_y \leq [\sigma].$$

Полное перемещение $\vec{f} = \vec{u} + \vec{v}$,

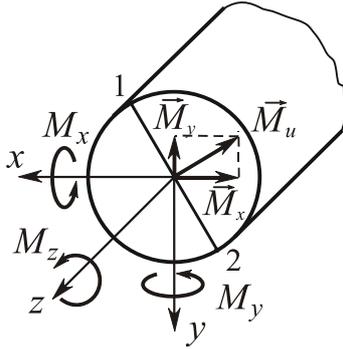
$$f = \sqrt{u^2 + v^2}, \operatorname{tg} \gamma = v / u.$$

Условие жесткости $f_{\max} \leq [f]$.

Примечание. При плоском косом изгибе $\vec{f} \perp nn$.

10.2. Изгиб с кручением

10.2.1. Стержень круглого сечения

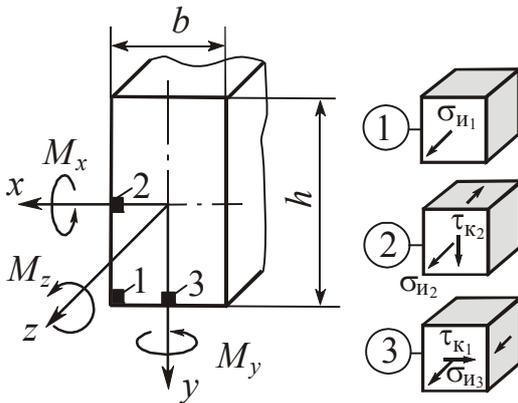


Условие прочности

$$\sigma_{\text{ЭКВ}} = M_{\text{ЭКВ}} / W_x \leq [\sigma]$$

$$M_{\text{ЭКВ}} = \begin{cases} \sqrt{M_x^2 + M_y^2 + M_z^2} & \text{— по III - й гипотезе прочности,} \\ \sqrt{M_x^2 + M_y^2 + 0,75M_z^2} & \text{— по IV - й гипотезе прочности.} \end{cases}$$

10.2.2. Стержень прямоугольного сечения



$$\sigma_{\text{ЭКВ}_1} = \sigma_{\text{И}_1} = M_x / W_x + M_y / W_y,$$

$$\sigma_{\text{ЭКВ}_2} = \sqrt{\sigma_{\text{И}_2}^2 + 4\tau_{\text{К}_2}^2},$$

$$\sigma_{u_2} = M_y / W_y, \quad \tau_{\text{К}_2} = M_z / (\beta b^3),$$

$$\sigma_{\text{ЭКВ}_3} = \sqrt{\sigma_{\text{И}_3}^2 + 4\tau_{\text{К}_3}^2},$$

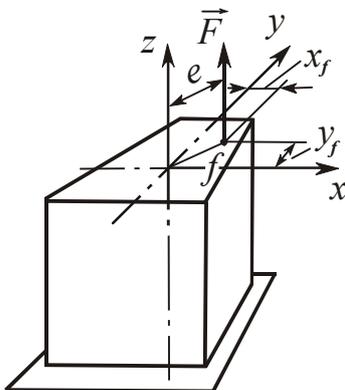
$$\sigma_{u_3} = M_x / W_x, \quad \tau_{\text{К}_3} = \gamma \tau_{\text{К}_2}.$$

Условие прочности

$$\max = \{\sigma_{\text{ЭКВ}_1}, \sigma_{\text{ЭКВ}_2}, \sigma_{\text{ЭКВ}_3}\} \leq [\sigma]$$

10.3. Внецентренное продольное нагружение

Распределение нормальных напряжений



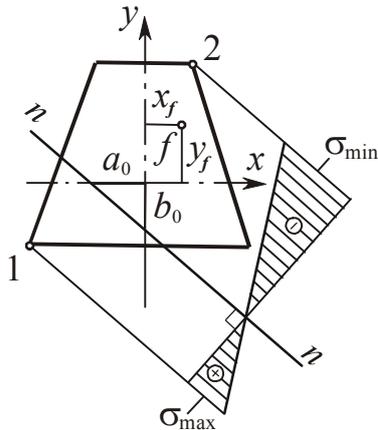
$$\sigma = \frac{N}{A} + \frac{M_x}{I_x} y + \frac{M_y}{I_y} x = \frac{F}{A} \left(1 + \frac{y_f y}{i_x^2} + \frac{x_f x}{i_y^2} \right).$$

Знак «плюс» соответствует растяжению,
«минус» – сжатию.

Отрезки, отсекаемые
нейтральной линией
на осях координат

$$\begin{cases} a_0 = -i_y^2 / x_f, \\ b_0 = -i_x^2 / y_f. \end{cases}$$

Внецентренное сжатие



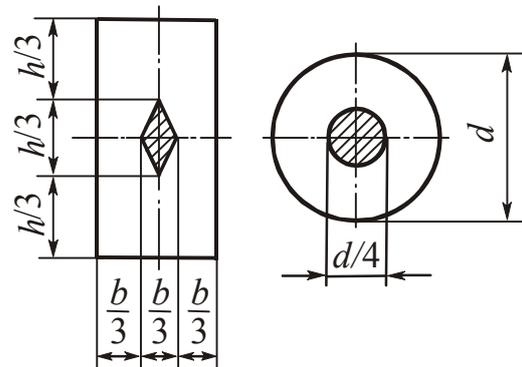
Условия прочности

$$\begin{cases} \sigma_{\max} = -\frac{F}{A} \left(1 + \frac{y_f y_1}{i_x^2} + \frac{x_f x_1}{i_y^2} \right) \leq [\sigma_p], \\ \sigma_{\min} = \left| -\frac{F}{A} \left(1 + \frac{y_f y_2}{i_x^2} + \frac{x_f x_2}{i_y^2} \right) \right| \leq [\sigma_c]. \end{cases}$$

Ядро сечения

Координаты
вершин

$$\begin{cases} x_{\text{я}} = -i_y^2 / a_0, \\ y_{\text{я}} = -i_x^2 / b_0. \end{cases}$$



11. УСТОЙЧИВОСТЬ ДЕФОРМИРУЕМЫХ СИСТЕМ

11.1. Продольный изгиб

Формула Эйлера

(стержни большой гибкости, для которых $\sigma_{\text{кр}} \leq \sigma_{\text{пц}}$)

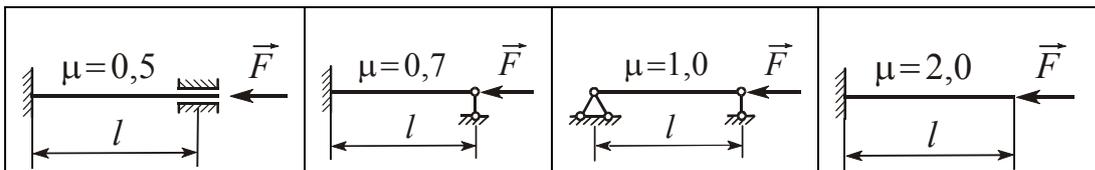
$$F_{\text{кр}} = \pi^2 EI_{\min} / (\mu l)^2 \quad \text{или} \quad \sigma_{\text{кр}} = \pi^2 E / \lambda^2.$$

Формула Тетмайера - Ясинского

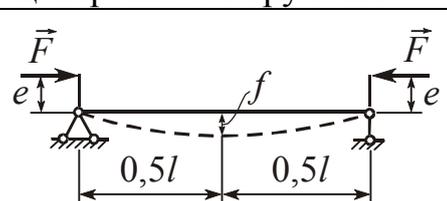
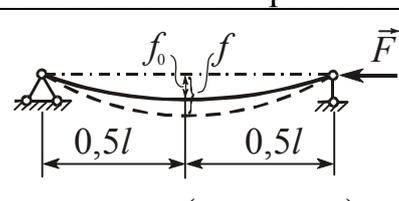
(стержни средней гибкости, для которых $\sigma_{\text{кр}} \geq \sigma_{\text{пц}}$)

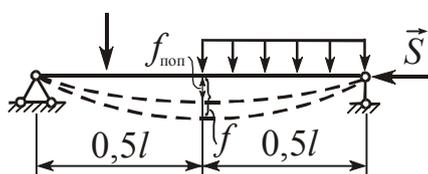
$$F_{\text{кр}} = A (a - b\lambda + c\lambda^2) \quad \text{или} \quad \sigma_{\text{кр}} = a - b\lambda + c\lambda^2.$$

Гибкость стержня $\lambda = \mu l / i$, где μ – коэффициент приведения.



Условие устойчивости $n_y = F_{кр} / F \geq [n_y]$ или $F / A \leq \varphi[\sigma_c]$.

Внецентренное нагружение	Учет начального искривления
 $f = (4e / \pi) / (F_{\text{Э}} / F - 1)$	 $f = f_0 / (1 - F / F_{\text{Э}})$
$F_{\text{Э}} = \pi^2 EI / l^2$ – эйлера критическая сила	



11.2. Продольно-поперечный изгиб

Максимальный прогиб

$$f = f_{\text{поп}} / (1 - S / S_{\text{Э}}).$$

Максимальное напряжение

$$\sigma_{\text{max}} = \frac{S}{A} + \frac{1}{W_x} \left(M_{\text{поп}} + \frac{Sf_{\text{поп}}}{1 - S / S_{\text{Э}}} \right), \quad S_{\text{Э}} = \frac{\pi^2 EI}{(\mu l)^2} \quad \text{– эйлера критическая сила.}$$

Условие прочности $\sigma_{\text{рас}} = \frac{S}{A} + \frac{1}{W_x} \left(M_{\text{поп}} + \frac{Sf_{\text{поп}}[n]}{1 - [n]S / S_{\text{Э}}} \right) \leq [\sigma].$

Условие жесткости $f \leq [f].$

11.3. Устойчивость труб

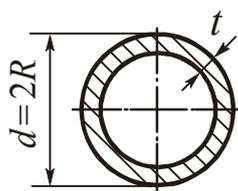
Критическая нагрузка

$$p_{кр} = Et^3 / [4(1 - \nu^2)R^3].$$

Для стальных труб ($E = 200 \text{ ГПа}, \nu = 0,3$)

$$p_{кр} = 55(20t / d)^3 \text{ МПа.}$$

Условие устойчивости $n_y = p_{кр} / p \geq [n_y]$

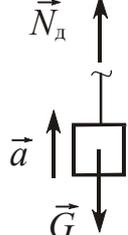
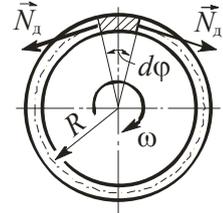


12. ДИНАМИЧЕСКОЕ НАГРУЖЕНИЕ

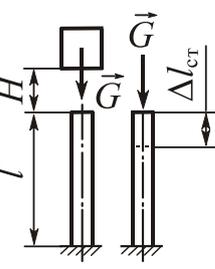
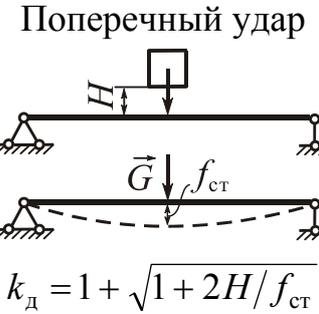
Общие зависимости

$$\sigma_d = k_d \sigma_{ст}, \quad \delta_d = k_d \delta_{ст}$$

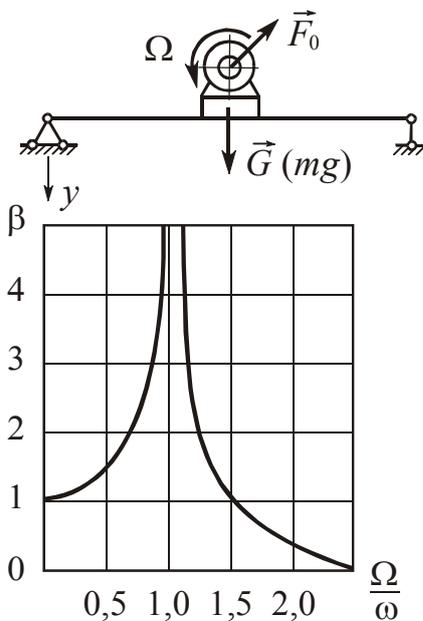
12.1. Учет сил инерции

	<p style="text-align: center;">Поступательное движение</p> $\sigma_d = k_d \sigma_{ст}$ $k_d = 1 + a/g,$ $\sigma_{ст} = G/A$	
	<p style="text-align: center;">Равномерно вращающееся тонкое кольцо</p> $\sigma_d = \rho \omega^2 R^2 = \rho v^2$	

12.2. Действие удара на конструкцию

	<p style="text-align: center;">Продольный удар</p> $\Delta l_{ст} = Gl/(EA)$ $k_d = 1 + \sqrt{1 + \frac{2H}{\Delta l_{ст}}}$	
	<p style="text-align: center;">Удар в канатах при заедании троса</p> $k_d = 1 + \frac{v_0}{g \Delta l_{ст}}$	
		<p style="text-align: center;">Поперечный удар</p> $k_d = 1 + \sqrt{1 + 2H/f_{ст}}$

12.3. Колебания упругих систем с одной степенью свободы



Уравнение колебаний упругой системы (неустановившееся движение)

$$y = \underbrace{a \sin(\omega t + \varphi)}_{\text{(собственные колебания)}} + \underbrace{A \sin \Omega t}_{\text{(вынужденные)}}$$

происходящих под действием возмущающей силы $F_{воз} = F_0 \sin \Omega t$, где F_0 - центробежная сила инерции неуравновешенных масс ротора.

Частота собственных колебаний упругой системы $\omega = \sqrt{c/m} = \sqrt{g/\delta_{ст}} = 1/\sqrt{m\delta_{11}}$.

Амплитуда вынужденных колебаний

$$A = (F_0/c)\beta,$$

$\beta = \left| 1/[1 - (\Omega/\omega)^2] \right|$ - коэффициент нарастания колебаний.

Динамический коэффициент $k_d = 1 + (F_0/G)\beta$.

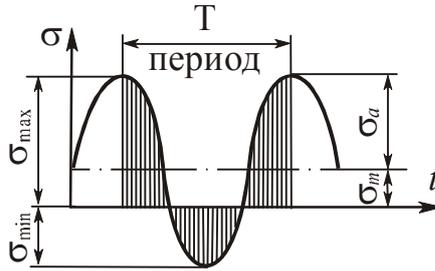
13. ПЕРЕМЕННЫЕ НАПРЯЖЕНИЯ

Параметры цикла:

$$\sigma_{\max}, R_{\sigma} = \sigma_{\min} / \sigma_{\max},$$

$$\sigma_m = (\sigma_{\max} + \sigma_{\min}) / 2,$$

$$\sigma_a = (\sigma_{\max} - \sigma_{\min}) / 2.$$



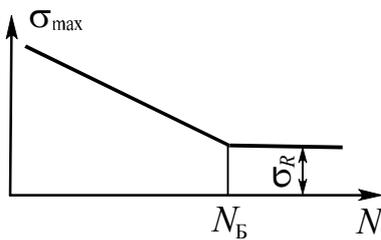
Характерные

циклы:

- симметричный



- пульсационный



Предел выносливости $\sigma_R(\tau_R)$ – наибольшее напряжение цикла, которое образец может выдержать, не разрушаясь, до базы испытания N_B , равной 10^7 циклов для стали и $(5...10)10^7$ для цветных металлов.

Эмпирические соотношения для $\sigma_R(\tau_R)$:

$$\sigma_{-1} \approx (0,25...0,5)\sigma_{\text{пч}}; \quad \sigma_{-1p} \approx 0,75\sigma_{-1}; \quad \tau_{-1} \approx (0,6...0,8)\sigma_{-1}.$$

Факторы, влияющие на величину предела выносливости :

1) абсолютные размеры поперечного сечения (масштабный фактор)

$$K_{d\sigma} = \sigma_{-1d} / \sigma_{-1};$$

2) концентрация напряжений $K_{\sigma} = \sigma_{-1} / \sigma_{-1K};$

3) качество обработки поверхности $K_F = \sigma_{-1F} / \sigma_{-1};$

4) поверхностное упрочнение $K_v = \sigma_{-1y} / \sigma_{-1};$

5) асимметрия цикла (коэффициенты чувствительности ψ_{σ} и ψ_{τ});

6) эксплуатационные факторы (коррозия, температура и др.).

Коэффициент снижения предела выносливости

$$K = \left(\frac{K_{\sigma}}{K_{d\sigma}} + \frac{1}{K_F} - 1 \right) / K_v.$$

$$\frac{K_{\sigma}}{K_{d\sigma}} = \frac{2\alpha_{\sigma}}{1 + (88,3\bar{G}/L)^{\psi_{\sigma}}}.$$

Запас прочности определяется:

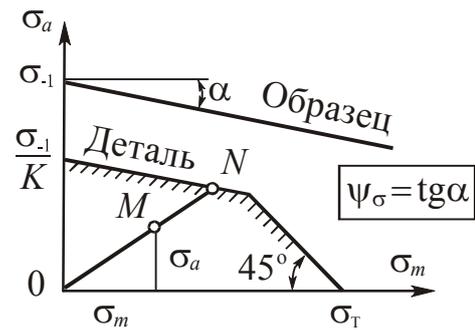
- по формуле Серенсена - Кинасошвили
(при простых видах деформации)

$$n_{\sigma} = ON / OM = \sigma_{-1} / (K\sigma_a + \psi_{\sigma}\sigma_m),$$

$$n_{\tau} = \tau_{-1} / (K\tau_a + \psi_{\tau}\tau_m);$$

- по формуле Гафа и Полларда
(при плоском напряженном состоянии)

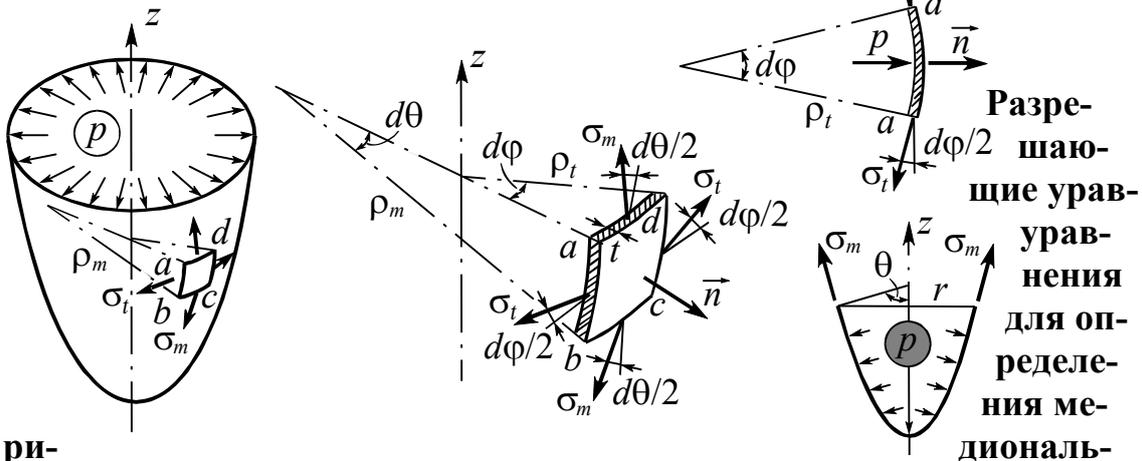
$$n_R = n_{\sigma}n_{\tau} / \sqrt{n_{\sigma}^2 + n_{\tau}^2}.$$



14. ТОНКОСТЕННЫЕ СОСУДЫ

Исходные допущения:

- сосуды имеют форму тела вращения без резких переходов и изломов с тонкой стенкой ($t/d \leq 1/20$);
- нагрузка является осесимметричной.



ри-
ного σ_m и окружного σ_t напряжений:

- уравнение Лапласа (получается из уравнения равновесия элемента $abcd$ в проекции на нормаль \vec{n})

$$\frac{\sigma_m}{\rho_m} + \frac{\sigma_t}{\rho_t} = \frac{p}{t},$$

- уравнение равновесия части сосуда, отсеченной нормальным коническим сечением, в проекции на ось сосуда z

$$\sigma_m 2\pi r t \sin \Theta = p \pi r^2.$$

Сферический сосуд

Цилиндрический сосуд

$\sigma_m = \sigma_t = pd / 4t$ $\sigma_r = 0$ $\sigma_{\text{ЭКВ III}} = pd / 4t$	$\sigma_m = pd / 4t$ $\sigma_r = 0$ $\sigma_t = pd / 2t$ $\sigma_{\text{ЭКВ III}} = pd / 2t$
--	--

Условие прочности

$$\sigma_{\text{ЭКВ}} \leq [\sigma].$$

15. ТОЛСТОСТЕННЫЕ ТРУБЫ

Допущение: нагрузка осесимметрична и постоянна вдоль оси.

Основные уравнения:

- уравнение равновесия

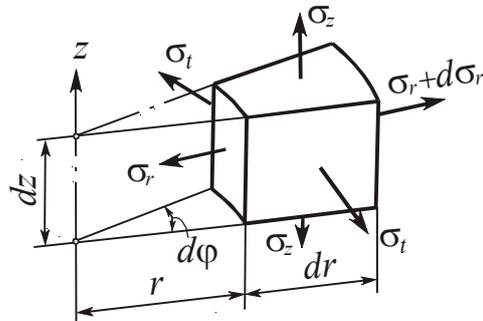
$$\frac{d}{dr}(\sigma_r r) - \sigma_t = 0,$$

- геометрические

$$\varepsilon_r = du / dr, \quad \varepsilon_t = u / r,$$

- физические (закон Гука)

$$\begin{cases} \varepsilon_r = [\sigma_r - \nu(\sigma_t + \sigma_z)] / E, \\ \varepsilon_t = [\sigma_t - \nu(\sigma_r + \sigma_z)] / E. \end{cases}$$

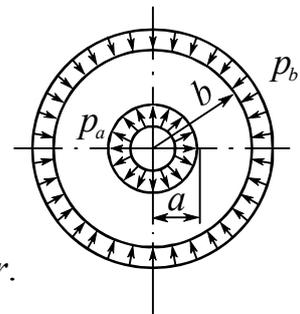


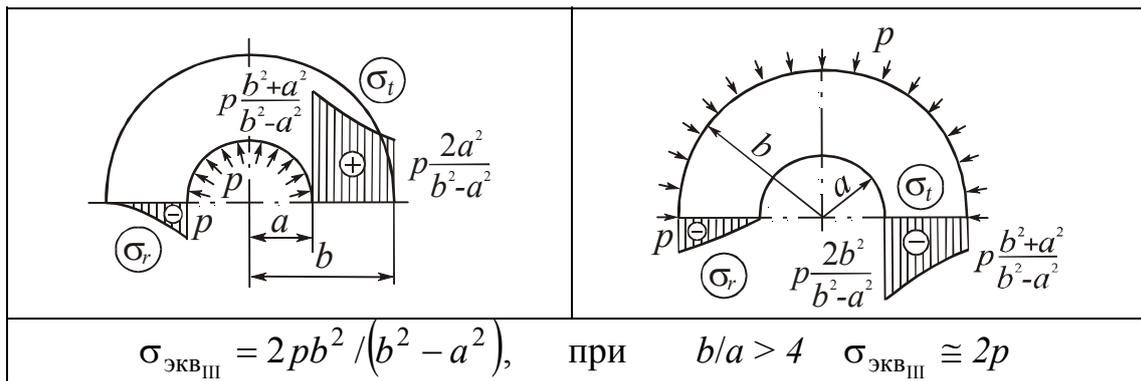
Разрешающие уравнения $\sigma_{r,t} = A \mp B / r^2$, где A и B – произвольные постоянные, определяемые из граничных условий задачи.

15.1. Труба, нагруженная внутренним и внешним давлением (задача Ламе)

$$\sigma_{r,t} = \frac{p_a a^2 - p_b b^2}{b^2 - a^2} \mp \frac{a^2 b^2}{r^2} \frac{p_a - p_b}{b^2 - a^2},$$

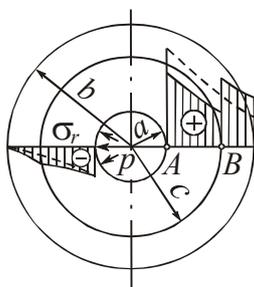
$$u = \frac{1-\nu}{E} \frac{p_a a^2 - p_b b^2}{b^2 - a^2} r + \frac{1+\nu}{E} \frac{a^2 b^2}{r} \frac{p_a - p_b}{b^2 - a^2} - \frac{\nu}{E} \sigma_z r.$$





15.2. Составные соединенные с натягом цилиндры

Контактное давление



$$p_k = \frac{E\Delta}{2c^3} \frac{(c^2 - a^2)(b^2 - c^2)}{b^2 - a^2}$$

Оптимальный натяг из условия равнопрочности цилиндров ($\sigma_{\text{экв}_A} = \sigma_{\text{экв}_B}$)

$$\Delta = \frac{2p}{E} \frac{cb^2(c^2 - a^2)}{b^2(c^2 - a^2) + c^2(b^2 - c^2)}$$

Условия Гадолина: $c = \sqrt{ab}$, $\sigma_{\text{экв}}^{\min} = pb / (b - a)$.

16. ПЛОСКИЕ КРИВЫЕ СТЕРЖНИ

Классификация стержней:

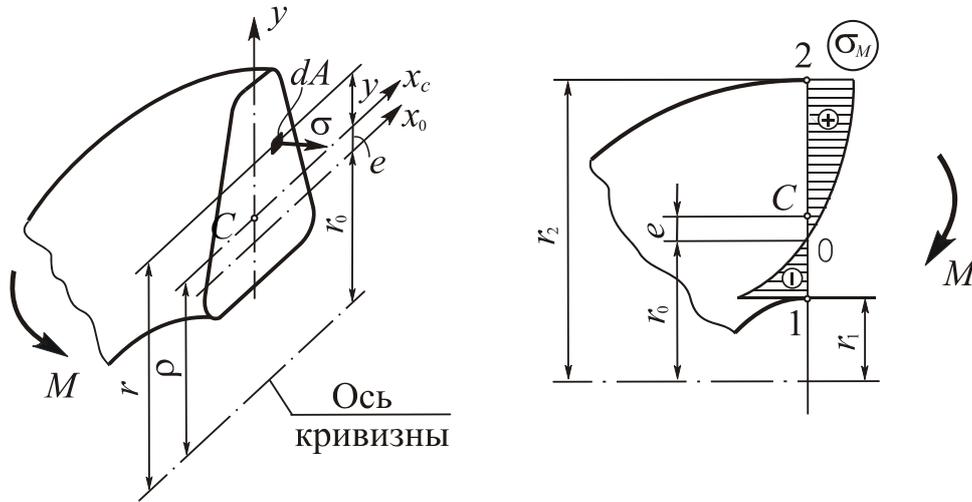
- малой кривизны $h/\rho < 1/5$;
- средней кривизны $1/5 \leq h/\rho \leq 1/2$;
- большой кривизны $h/\rho > 1/2$.



Правило знаков для внутренних силовых факторов:

- для N и Q такое же, как для прямых стержней;

– изгибающий момент считается положительным, если он увеличивает кривизну стержня (вызывает растяжение с выпуклой стороны).



Положение нейтральной линии

$$r_0 = A / \left(\int_A dA / r \right)$$

Приближенная формула Н.Н. Давиденкова (для стержней малой и средней кривизны)

$$e \cong I_{x_c} / (\rho A).$$

Закон распределения нормальных напряжений

$$\sigma = \sigma_N + \sigma_M = \frac{N}{A} + \frac{M}{Ae} \left(1 - \frac{r_0}{r} \right).$$

Условие прочности

$$\sigma_{\text{рас}} \leq [\sigma],$$

$$\sigma_{\text{рас}} = \max \left\{ \sigma_{\text{рас}1}, \sigma_{\text{рас}2} \right\} \quad \begin{cases} \sigma_{\text{рас}1} = \left| \sigma_N + \sigma_{M1} \right|, \\ \sigma_{\text{рас}2} = \left| \sigma_N + \sigma_{M2} \right|, \end{cases}$$

$$\sigma_{M1} = (M / Ae) (1 - r_0 / r_1), \quad \sigma_{M2} = (M / Ae) (1 - r_0 / r_2).$$

Примечание. Для сечений, симметричных относительно центральной оси x_C (прямоугольник, круг и т. п.), $\sigma_{\text{рас}1} > \sigma_{\text{рас}2}$, т. е. опасной является внутренняя точка (**т. 1**).

Приложение 3

СПРАВОЧНЫЕ ДААННЫЕ

1. НОРМАЛЬНЫЕ ЛИНЕЙНЫЕ РАЗМЕРЫ

в диапазоне от 1 до 250 мм
(по ГОСТ 6636-86)

Ra5: 1; 1,16; 2,5; 4; 6; 10; 16; 25; 40; 60; 100; 160; 250.

Ra10: 1; 1,2; 1,6; 2; 2,5; 3; 4; 5; 6; 8; 10; 12; 16; 20; 25; 32; 40; 50; 60; 80; 100; 120; 160; 200; 250.

Ra20: 1; 1,1; 1,2; 1,4; 1,6; 1,8; 2; 2,2; 2,5; 2,8; 3; 3,6; 4; 4,5; 5; 5,5; 6; 7; 8; 9; 10; 11; 12; 14; 16; 18; 20; 22; 25; 28; 32; 36; 40; 45; 50; 55; 60; 70; 80; 90; 100; 110; 120; 140; 160; 180; 200; 220; 250.

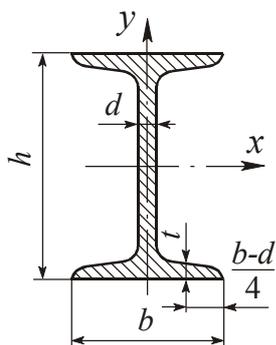
Ra40: 1; 1,05; 1,1; 1,15; 1,2; 1,3; 1,4; 1,5; 1,6; 1,7; 1,8; 1,9; 2; 2,1; 2,2; 2,4; 2,5; 2,6; 2,8; 3; 3,2; 3,4; 3,6; 3,8; 4; 4,2; 4,5; 4,8; 5; 5,2; 5,5; 6; 6,3; 6,5; 7; 7,5; 8; 8,5; 9; 9,5; 10; 10,5; 11; 11,5; 12; 13; 14; 15; 16; 17; 18; 19; 20; 21; 21; 22; 24; 25; 26; 28; 30; 32; 34; 36; 38; 40; 42; 45; 48; 50; 52; 55; 55; 60; 63; 65; 70; 75; 80; 85; 90; 95; 100; 105; 110; 115; 120; 130; 140; 150; 160; 170; 180; 190; 200; 210; 220; 230; 240; 250.

2. КРАТНЫЕ И ДОЛЬНЫЕ ЕДИНИЦЫ СИСТЕМЫ СИ

Приставка	Обозначение	Множитель	Приставка	Обозначение	Множитель
Тера	Т	10^{12}	Деци	д	10^{-1}
Гига	Г	10^9	Сант	с	10^{-2}
Мега	М	10^6	Милли	м	10^{-3}
Кило	к	10^3	Микро	мк	10^{-6}
Гекто	Г	10^2	Нано	н	10^{-9}

3. СОРТАМЕНТ ПРОКАТНОЙ СТАЛИ

Таблица 3.1



Двутавры стальные горячекатаные (по ГОСТ 8239-89)

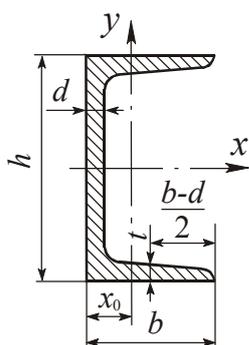
A – площадь поперечного сечения;
 I – момент инерции;
 i – радиус инерции;
 t – масса одного погонного метра.

W – момент сопротивления;
 S – статический момент полусечения;

№	h , мм	b , мм	d , мм	t , мм	A , см ²	m , кг	I_x , см ⁴	W_x , см ³	i_x , см	S_x , см ³	I_y , см ⁴	W_y , см ³	i_y , см
10	100	55	4,5	7,2	12,0	9,46	198	39,7	4,06	23,0	17,9	6,49	1,22
12	120	64	4,8	7,3	14,7	11,50	350	58,4	4,88	33,7	27,9	8,72	1,38
14	140	73	4,9	7,5	17,4	13,70	572	81,7	5,73	46,8	41,9	11,50	1,55
16	160	81	5,0	7,8	20,2	15,90	873	109,0	6,57	62,3	58,6	14,50	1,70
18	180	90	5,1	8,1	23,4	18,40	1290	143,0	7,42	81,4	82,6	18,40	1,88
18a	180	100	5,1	8,3	25,4	19,90	1430	159,0	7,51	89,8	114,0	22,80	2,12
20	200	100	5,2	8,4	26,8	21,00	1840	184,0	8,28	104,0	115,0	23,10	2,07
20a	200	110	5,2	8,6	28,9	22,70	2030	203,0	8,37	114,0	155,0	28,20	2,32
22	220	110	5,4	8,7	30,6	24,00	2550	232,0	9,13	131,0	157,0	28,60	2,27
22a	220	120	5,4	8,9	32,8	25,80	2790	254,0	9,22	143,0	206,0	34,30	2,50
24	240	115	5,6	9,5	34,8	27,30	3460	289,0	9,97	163,0	198,0	34,50	2,37
24a	240	125	5,6	9,8	37,5	29,40	3800	317,0	10,10	178,0	260,0	41,60	2,63
27	270	125	6,0	9,8	40,2	31,50	5010	371,0	11,20	210,0	260,0	41,50	2,54
27a	270	135	6,0	10,2	43,2	33,90	5500	407,0	11,30	229,0	337,0	50,00	2,80
30	300	135	6,5	10,2	46,5	36,50	7080	472,0	12,30	268,0	337,0	49,90	2,69
30a	300	145	6,5	10,7	49,5	39,20	7780	518,0	12,50	292,0	436,0	60,10	2,95
33	330	140	7,0	11,2	53,8	42,20	9840	597,0	13,50	339,0	419,0	59,90	2,79
36	360	145	7,5	12,3	61,9	48,60	13380	743,0	14,70	423,0	516,0	71,10	2,89
40	400	155	8,3	13,0	72,6	57,00	19062	953,0	16,20	545,0	667,0	86,10	3,03
45	450	160	9,0	14,2	84,7	66,50	27696	1231,0	18,10	708,0	808,0	101,00	3,09
50	500	170	10,0	15,2	100,0	78,50	39727	1589,0	19,90	919,0	1043,0	123,00	3,23
55	550	180	11,0	16,5	118,0	92,60	55962	2035,0	21,80	1181,0	1356,0	151,00	3,39
60	600	190	12,0	17,8	138,0	108,0	76806	2560,0	23,60	1491,0	1725,0	182,00	3,54

Таблица 3.2

Швеллеры стальные горячекатаные (по ГОСТ 8240-89)

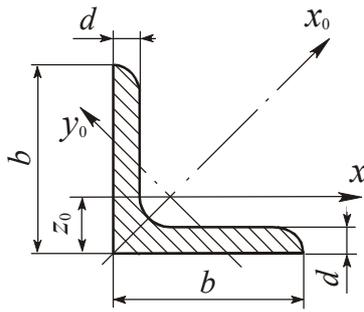


A – площадь поперечного сечения;
 I – момент инерции;
 i – радиус инерции;
 W – момент сопротивления;
 S – статический момент полусечения;
 t – масса одного погонного метра.

№	h , мм	b , мм	d , мм	t , мм	A , см ²	m , кг	I_x , см ⁴	W_x , см ³	i_x , см	S_x , см ³	I_y , см ⁴	W_y , см ³	i_y , см	z_0 , см
5	50	32	4,4	7,0	6,16	4,84	22,8	9,10	1,92	5,59	5,61	2,75	0,945	1,16
6,5	65	36	4,4	7,2	7,51	5,90	48,6	15,0	2,54	9,00	8,70	3,68	1,08	1,24
8	80	40	4,5	7,4	8,98	7,05	89,4	22,4	3,16	13,3	12,8	4,75	1,19	1,31
10	100	46	4,5	7,6	10,9	8,59	174	34,8	3,99	20,4	20,4	6,46	1,37	1,44
12	120	52	4,8	7,8	13,3	10,4	304	50,6	4,78	29,6	31,2	8,52	1,53	1,54
14	140	58	4,9	8,1	15,6	12,3	491	70,2	5,60	40,8	45,4	11,0	1,70	1,67
14a	140	62	4,9	8,7	17,0	13,3	545	77,8	5,66	45,1	57,5	13,3	1,84	1,87
16	160	64	5,0	8,4	18,1	14,2	747	93,4	6,42	54,1	63,3	13,8	1,87	1,80
16a	160	68	5,0	9,0	19,5	15,3	823	103	6,49	59,4	78,8	16,4	2,01	2,00
18	180	70	5,1	8,7	20,7	16,3	1090	121	7,24	69,8	86,0	17,0	2,04	1,94
18a	180	74	5,1	9,3	22,3	17,4	1190	132	7,32	76,1	105	20,0	2,18	2,13
20	200	76	5,2	9,0	23,4	18,4	1520	152	8,07	87,8	113	20,5	2,20	2,07
20a	200	80	5,2	9,7	25,2	19,8	1670	167	8,15	95,9	139	21,2	2,35	2,28
22	220	82	5,4	9,5	26,7	21,0	2110	192	8,89	110	151	25,1	2,37	2,21
22a	220	87	5,4	10,2	28,8	22,6	2330	212	8,90	121	187	30,0	2,55	2,46
24	240	90	5,6	10,0	30,6	24,0	2900	242	9,73	139	208	31,6	2,60	2,42
24a	240	95	5,6	10,7	32,9	25,8	3180	265	9,84	151	245	37,2	2,78	2,67
27	270	95	6,0	10,5	35,2	27,7	4160	308	10,9	178	262	37,3	2,73	2,47
30	300	100	6,5	11,0	40,5	31,8	5810	387	12,0	224	327	43,6	2,84	2,52
33	330	105	7,0	11,7	46,5	36,5	7980	484	13,1	281	410	51,8	2,97	2,59
36	360	110	7,5	12,6	53,4	41,9	10200	601	14,2	350	513	61,7	3,10	2,68
40	400	115	8,0	13,5	61,5	48,3	15220	761	15,7	444	642	73,4	3,23	2,75

Таблица 3.3

Уголки стальные горячекатаные равнополочные (по ГОСТ 8509-86)



A – площадь поперечного сечения;

I – момент инерции; i – радиус инерции;

m – масса одного погонного метра.

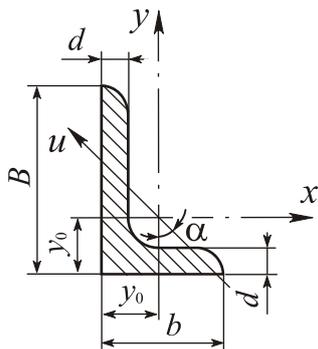
№	b , мм	d , мм	A , см ²	m , кг	I_x , см ⁴	i_x , см	$I_{x_0 \max}$, см ⁴	$i_{x_0 \min}$, см ⁴	$I_{y_0 \min}$, см ⁴	$i_{y_0 \min}$, см ⁴	z_0 , см
4	40	3	2,35	1,85	3,55	1,23	5,63	1,55	1,47	0,79	1,09
		4	3,08	2,42	4,58	1,22	7,26	1,53	1,90	0,78	1,13
		5	3,79	2,97	5,53	1,20	8,75	1,54	2,30	0,79	1,17
4,5	45	3	2,65	2,08	5,13	1,39	8,13	1,75	2,12	0,89	1,21
		4	3,48	2,73	6,63	1,38	10,5	1,74	2,74	0,89	1,26
		5	4,29	3,37	8,03	1,37	12,7	1,72	3,33	0,88	1,30
5	50	3	2,96	2,32	7,11	1,55	11,3	1,95	2,95	1,00	1,33
		4	3,89	3,05	9,21	1,54	14,6	1,94	3,80	0,99	1,38
		5	4,80	3,77	11,2	1,53	17,8	1,92	4,63	0,98	1,42
5,6	56	4	4,38	3,44	13,1	1,73	20,8	2,18	5,41	1,11	1,52
		5	5,41	4,25	16,0	1,72	25,4	2,16	6,59	1,10	1,57
6,3	63	4	4,96	3,90	18,9	1,95	29,9	2,45	7,81	1,25	1,69
		5	6,13	4,81	23,1	1,94	36,6	2,44	9,52	1,25	1,74
		6	7,28	5,72	27,1	1,93	42,9	2,43	11,2	1,24	1,78
7	70	4,5	6,20	4,87	29,0	2,16	46,0	2,72	12,0	1,39	1,88
		5	6,86	5,38	31,9	2,16	50,7	2,72	13,2	1,39	1,90
		6	8,15	6,39	37,6	2,15	59,6	2,71	15,5	1,38	1,94
		7	9,42	7,93	43,0	2,14	68,2	2,69	17,8	1,37	1,99
		8	10,7	8,37	48,2	2,13	76,4	2,68	20,0	1,49	2,02
7,5	75	5	7,39	5,80	39,5	2,31	62,6	2,91	16,4	1,49	2,02
		6	8,78	6,89	46,6	2,30	73,9	2,90	19,3	1,48	2,06
		7	10,1	7,96	53,3	2,29	84,6	2,89	22,1	1,48	2,10
		8	11,5	9,02	59,8	2,28	94,9	2,87	24,8	1,47	2,15
		9	12,8	10,1	66,1	2,27	105	2,86	27,5	1,46	2,18
8	80	5,5	8,63	6,78	52,7	2,47	83,6	3,11	21,8	1,59	2,17
		6	9,38	7,36	57,0	2,47	90,4	3,11	23,5	1,58	2,19
		7	10,8	8,51	65,3	2,45	104	3,09	27,0	1,58	2,23
		8	12,3	9,65	73,4	2,44	116	3,08	30,3	1,57	2,27
9	90	6	10,6	8,33	82,1	2,78	130	3,50	34,0	1,79	2,43
		7	12,3	9,64	94,3	2,77	150	3,49	38,9	1,78	2,47
		8	13,9	10,9	106	2,76	168	3,48	43,8	1,77	2,51
		9	15,6	12,2	118	2,75	186	3,46	48,6	1,77	2,55

Окончание табл. 3.3

№	b , мм	d , мм	A , см ²	m , кг	I_x , см ⁴	i_x , см	$I_{x0 \max}$, см ⁴	$i_{x0 \min}$, см ⁴	$I_{y0 \min}$, см ⁴	$i_{y0 \min}$, см ⁴	z_0 , см
10	100	6,5	12,8	10,1	122	3,09	193	3,88	50,7	1,99	2,68
		7	13,8	10,8	131	3,08	207	3,88	54,3	1,98	2,71
		8	15,6	12,2	147	3,07	233	3,87	60,9	1,98	2,75
		10	19,2	15,1	179	3,05	284	3,84	74,1	1,96	2,83
		12	22,8	17,9	209	3,03	331	3,81	86,9	1,95	2,91
		14	26,3	20,6	237	3,00	375	3,78	99,3	1,94	2,99
		16	29,7	23,3	264	2,98	416	3,74	112	1,94	3,06
11	110	7	15,2	11,9	176	3,40	279	4,29	72,7	2,19	2,96
		8	17,2	13,5	198	3,39	315	4,28	81,8	2,18	3,00
12,5	125	8	19,7	15,5	294	3,87	486	4,87	122	2,49	3,36
		9	22,0	17,3	327	3,86	520	4,86	135	2,48	3,40
		10	24,3	19,1	360	3,85	571	4,84	149	2,47	3,45
		12	28,9	22,7	422	3,82	670	4,82	174	2,46	3,53
		14	33,4	26,2	482	3,80	764	4,78	200	2,45	3,61
		16	37,8	29,6	539	3,78	853	4,75	224	2,44	3,68
14	140	9	24,7	19,4	466	4,34	739	5,47	192	2,79	3,78
		10	27,3	21,5	512	4,33	814	5,46	211	2,78	3,82
		12	32,5	25,5	602	4,31	957	5,43	248	2,76	3,90
16	160	10	31,4	24,7	774	4,96	1229	6,25	319	3,19	4,30
		11	34,4	27,0	844	4,95	1341	6,24	348	3,18	4,35
		12	37,4	29,4	913	4,94	1450	6,23	376	3,17	4,39
		14	43,3	34,0	1046	4,92	1662	6,20	431	3,16	4,47
		16	49,1	38,5	1175	4,89	1866	6,17	485	3,14	4,55
		18	54,8	43,0	1299	4,87	2061	6,13	537	3,13	4,63
		24	60,4	47,4	1419	4,85	2248	6,10	589	3,12	4,70
18	180	11	38,8	30,5	1216	5,60	1933	7,06	500	3,59	4,85
		12	42,2	33,1	1317	5,59	2093	7,04	540	3,58	4,89
20	200	12	47,1	37,0	1823	6,22	2896	7,84	749	3,99	5,73
		13	50,9	39,9	1961	6,21	3116	7,83	805	3,98	5,42
		14	54,6	42,8	2097	6,20	3333	7,81	761	3,97	5,46
		16	62,0	48,7	2363	6,17	3755	7,78	970	3,96	5,54
		20	76,5	60,1	2871	6,12	4560	7,72	1182	3,93	5,70
		25	94,3	74,0	3466	6,06	5494	7,63	1438	3,91	5,89
		30	111,5	87,6	4020	6,00	6351	7,55	1688	3,89	6,07
22	220	14	60,4	47,4	2814	6,83	4470	8,60	1159	4,38	5,93
		16	68,6	53,8	3175	6,81	5045	8,58	1306	4,36	6,02
24	240	16	78,4	61,5	4717	7,76	7492	9,78	1942	4,98	6,75
		18	87,7	68,9	5247	7,73	8337	9,75	2158	4,96	6,83
		20	97,0	76,1	5765	7,71	9160	9,72	2370	4,94	6,91
25	250	22	106,1	83,3	6270	7,69	9961	9,69	2579	4,93	7,00
		25	119,7	94,0	7006	7,65	1112	9,54	2887	4,91	7,11
		28	133,1	104,5	7717	7,61	1224	9,59	3190	4,89	7,23
		30	142,0	11,4	8177	7,59	1296	9,56	3389	4,89	7,31

Таблица 3.4

Уголки стальные горячекатаные неравнополочные (по ГОСТ 8510-86)



A – площадь поперечного сечения;

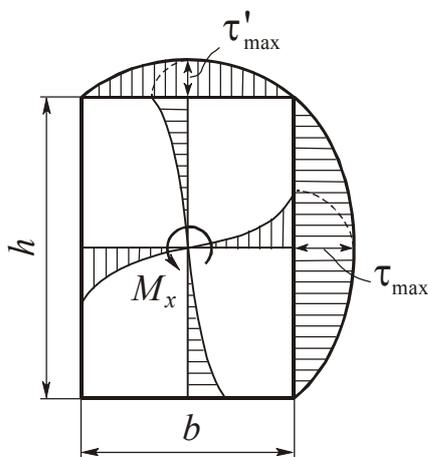
I – момент инерции;

i – радиус инерции; α – угол наклона главной оси

№	B, мм	b, мм	d, мм	A, см ²	m, кг	I_x , см ⁴	i_x , см	I_y , см ⁴	i_y , см	y_0 , см	x_0 , см	I_u min, см ⁴	i_u min, см	tg α
7,5 / 5	75	50	5	6,11	7,79	34,8	2,30	12,5	1,43	2,39	1,17	7,24	1,09	0,436
			6	7,25	5,69	40,9	2,38	14,6	1,42	2,44	1,21	8,48	1,08	0,435
			8	9,47	7,43	52,4	2,35	18,3	1,40	2,52	1,29	10,9	1,07	0,430
9 / 5,6	90	56	5	7,86	6,17	65,3	2,88	19,7	1,58	2,92	1,26	11,8	1,22	0,384
			6	8,54	6,70	70,6	2,88	21,2	1,58	2,95	1,28	12,7	1,22	0,384
			8	11,18	8,77	90,9	2,85	27,1	1,56	3,04	1,36	16,3	1,21	0,380
10 / 6,3	100	63	6	9,59	7,53	98,3	3,2	30,6	1,79	3,23	1,42	18,2	1,38	0,393
			7	11,1	8,70	113,0	3,19	35,0	1,78	3,28	1,46	20,8	1,37	0,392
			8	12,6	9,87	127,0	3,18	39,2	1,77	3,32	1,50	23,4	1,36	0,392
			10	15,5	12,1	154,0	3,15	47,1	1,75	3,40	1,58	28,3	1,35	0,387
11 / 7	110	70	6	11,4	8,98	112,0	3,53	45,6	2,00	3,55	1,58	26,9	1,53	0,402
			8	13,9	10,9	172,0	3,51	54,6	1,98	3,61	1,64	32,3	1,52	0,400
12,5 / 8	125	80	7	14,1	11,0	227,0	4,01	73,7	2,29	4,01	1,80	43,4	1,76	0,407
			8	16,0	12,5	256,0	4,00	83,0	2,28	4,05	1,84	48,8	1,75	0,406
			10	19,7	15,5	312,0	3,98	100,0	2,26	4,14	1,92	59,3	1,74	0,404
			12	23,4	18,3	365,0	3,95	117,0	2,24	4,22	2,00	69,5	1,72	0,400
14 / 9	140	90	8	18	14,1	364,0	4,49	120,0	2,58	4,49	2,03	70,3	1,98	0,411
			10	22,2	17,5	444,0	4,70	146,0	2,56	4,58	2,12	85,5	1,96	0,409
16 / 10	160	100	9	22,9	18,0	606,0	5,15	186,0	2,85	5,19	2,23	110	2,20	0,391
			10	25,3	19,8	667,0	5,13	204,0	2,84	5,23	2,28	121	2,19	0,390
			12	30,0	23,6	784,0	5,11	239,0	2,82	5,32	2,36	142	2,18	0,388
			14	34,7	27,3	897,0	5,00	272,0	2,80	5,40	2,43	162	2,16	0,385
18 / 11	180	110	10	28,3	22,2	952	5,80	276,0	3,12	5,88	2,44	165	2,42	0,375
			12	33,7	26,4	1123	5,77	324,0	3,10	5,97	2,52	194	2,52	0,374
20 / 12,5	200	125	11	34,9	27,4	1449	6,45	446,0	3,58	6,50	2,79	264	2,75	0,392
			12	37,9	29,7	1568	6,43	482,0	3,57	6,54	2,83	286	2,74	0,392
			14	43,9	34,4	1801	6,41	551,0	3,54	6,62	2,91	327	2,73	0,390
			16	49,8	39,1	2026	6,38	617,0	3,52	6,71	2,99	367	2,72	0,388
25 / 16	250	160	12	48,3	37,9	3147	8,07	1032	4,62	7,97	3,53	604	3,54	0,410
			16	63,6	49,9	4091	8,02	1333	4,58	8,14	3,69	781	3,50	0,408
			18	71,1	55,8	4545	7,99	1475	4,56	8,23	3,77	806	3,49	0,407
			20	78,5	61,7	4987	7,97	1613	4,53	8,31	3,85	949	3,48	0,405

4. ОСНОВНЫЕ РАСЧЕТНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ НАИБОЛЕЕ УПОТРЕБИТЕЛЬНЫХ МАТЕРИАЛОВ

Материал	Модули упругости, ГПа		Температурный коэффициент, $\alpha_t \cdot 10^6$	Коэффициент Пуассона ν	Плотность, ρ , кг / м ³
	E	G			
Сталь	200	80	12,5	0,3	7850
Чугун	120	45	10,0	0,25	7200
Медь	100	40	16,5	0,32	8500
Титан	100	40	8,5	0,3	4500
Алюминий и дюраль	70	27	26,0	0,3	2700
Бетон	20	–	0,1	0,16	2500
Дерево (сосна)	10	–	–	–	550



5. ДАННЫЕ ПО РАСЧЕТУ НА КРУЧЕНИЕ СТЕРЖНЕЙ ПРЯМОУГОЛЬНОГО СЕЧЕНИЯ

Момент инерции $I_k = \alpha b^4$

Момент сопротивления $W_k = \beta b^3$

Наибольшие касательные напряжения, возникающие посередине:

– длинных сторон $\tau_{\max} = M_k / W_k$;

– коротких сторон $\tau'_{\max} = \gamma \tau_{\max}$.

Значения коэффициентов α , β , γ зависят от отношения $m = h/b$ и приведены в следующей таблице.

m	1,0	1,5	2,0	3,0	4,0	6,0	10,0
α	0,140	0,294	0,457	0,790	1,123	1,789	3,123
β	0,208	0,346	0,493	0,801	1,128	1,789	3,123
γ	1,000	0,859	0,795	0,753	0,745	0,743	0,742

6. ПРОЧНОСТЬ НА РАЗРЫВ РАЗЛИЧНЫХ ТВЕРДЫХ ТЕЛ

МАТЕРИАЛ	Предел прочности $\sigma_{\text{пчр}}$, МПа
МЕТАЛЛЫ	
Стали: – малоуглеродистая – специально для сосудов высокого давления – рояльная проволока	400 2500 3000
Чугуны: – серый – специальный	100-400 300-600
Алюминиевые сплавы	100-600
Магниевые сплавы	100-300
Латунь	200-700
Бронза	100-800
Титановые сплавы	600-1500
НЕМЕТАЛЛЫ	
Мышечная ткань	0,1
Цемент и бетон	4
Обычный кирпич	5,5
Дерево (сухое) – вдоль волокон – поперек волокон	100 3,5
Кость	110
Обыкновенное стекло	35-175
Человеческий волос	190
Паутина	240
Хорошая керамика	35-350
Шелк, хлопковое волокно	350
Льняное полотно	700
Нейлоновая ткань	1050
Пластики, армированные стекловолокном или углеволокном	350-1050
Искусственно выращенные кристаллы: – усы железа – графитовые нити	13000 24000

7. МЕХАНИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ КОНСТРУКЦИОННЫХ МАТЕРИАЛОВ

МАТЕРИАЛ	Напряжения, МПа				δ , %
	$\sigma_{Пч}$	σ_T	σ_{-1}	τ_{-1}	
1. КОНСТРУКЦИОННЫЕ СТАЛИ					
1.1. Углеродистые стали					
20	420	250	170	100	25
30	480	280	200	110	21
35	540	320	220	130	20
40	580	340	230	140	19
45	610	360	250	150	16
50	640	380	270	160	14
60	690	410	310	180	12
1.2. Легированные стали					
20X (40X), отжиг	700	400	310	170	25
20X (40X), закалка	950	700	390	220	9
12ХН3А, закалка	1000	800	400	240	9
40X (40ХН), закалка, отпуск 600° С	1050	600	420	250	15
12Х2МВ8ФБ (ЭИ503)	1100	940	500	270	10
40ХНМА, закалка, отпуск 560° С	1150	950	520	280	9
18ХГТ (18ХГМ), закалка	1200	1100	460	230	6
40X (40ХН), закалка, отпуск 500° С	1300	1000	580	320	10
18Х2Н4МА (18ХНВА), закалка	1600	720	600	360	8
3ОХГСН, изотермическая закалка 330°С	1700	1500	700	400	8
3ОХГСА, закалка					
2. АЛЮМИНИЕВЫЕ СПЛАВЫ					
АК4, закалка, искусственное старение ..	400	200	130	80	15
Д16Т, закалка, естественное старение. . .	500	340	140	120	8
В95, закалка, искусственное старение. . .	650	550	260	160	7
3. ТИТАНОВЫЕ СПЛАВЫ (термообработанные)					
BT3-1	950	850	480	300	18
BT6	1050	950	500	310	14
BT8	1200	1100	600	360	12
BT14	1400	1200	700	420	10

8. УДЕЛЬНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ПРОЧНОСТИ КОНСТРУКЦИОННЫХ МАТЕРИАЛОВ

Материал		Удель- ный вес	Модуль упруго- сти	Предел текучести	Предел прочности	Удельная прочность
		γ	E	$\sigma_{0,2}$	$\sigma_{пч}$	$\sigma_{пч} / \gamma$
		кН/м ³	ГПа	МПа		кМ
Стали	углеродистые	78,5	200	210-480	350-800	10
	легированные			800-1450	1000-1800	23
	сверхпрочные			2250-3150	2500-3500	45
Чугуны	Серые	72	80	150-250	200-350	5
	высокопроч- ные	74	150	320-560	450-800	11
Алюми- ниевые сплавы	литые	28	70	130-175	180-250	9
	деформи- руемые			280-420	400-600	21,5
Маг- ниевые сплавы	литые	18	45	80-130	120-200	11
	деформи- руемые			160-200	250-300	16,5
Конструкционные бронзы		88	110	320-480	400-600	7
Титановые сплавы		45	110	700-1350	800-1500	33
Конструкцион- ные пластики	дельта- древесина	14	50	–	150-200 (вдоль слоев)	13
	стекло- волокниты	16	50	–	250-300	37
	СВАМ	19	60	–	400-700 (вдоль волокон)	37
Ситаллы		30	150	450-720	500-800	27

9. МЕХАНИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА И ДОПУСКАЕМЫЕ НАПРЯЖЕНИЯ КОНСТРУКЦИОННЫХ СТАЛЕЙ

Таблица 9.1

Качественные углеродистые стали

Марка стали ГОСТ 1050-74	Термо-обработка*	Предел прочности при растяжении $\sigma_{пч}$	Предел текучести σ_T	Предел выносливости при			Допускаемые напряжения**, МПа при													
				растяжении σ_{-1p}	изгибе σ_{-1}	кручении τ_{-1}	растяжении [σ_p]			изгибе [$\sigma_{из}$]			кручении [$\tau_{кр}$]			срезе [$\tau_{ср}$]			смятии [$\sigma_{см}$]	
							I	II	III	I	II	III	I	II	III	I	II	III	I	II
							МПа						I	II	III	I	II	III	I	II
8	Н	330	200	120	150	90	110	80	60	130	95	75	80	60	45	60	45	35	165	120
10	Н	340	210	125	155	95	110	80	60	145	100	75	80	60	45	65	45	35	165	120
	Ц-В59	400	250	145	180	110	130	90	70	155	115	90	100	65	55	70	50	40	195	135
15	Н	380	230	135	170	100	125	85	65	150	110	85	95	65	50	75	50	40	185	125
	Ц-В59	450	250	160	200	120	145	50	80	175	125	100	110	80	60	85	60	45	210	75
20	Н	420	250	150	190	115	140	115	95	170	120	95	105	70	55	85	60	45	210	175
	Ц-В58	500	300	180	225	135	165	115	90	200	140	110	125	75	55	100	60	45	240	175
25	Н	460	280	170	210	125	150	110	85	180	130	105	110	80	60	90	65	50	220	165
	У	550	350	200	250	150	180	130	100	210	160	125	135	95	75	110	80	60	270	195
30	Н	500	300	180	225	135	165	115	90	200	140	110	125	90	70	100	65	55	240	175
	У	600	350	215	270	160	200	140	105	240	175	135	150	105	80	120	85	65	300	210
35	Н	540	320	190	240	145	180	125	95	210	155	120	135	90	70	110	75	55	270	190
	У	650	380	230	290	175	210	150	115	260	185	145	160	110	85	130	90	70	520	220
	В35	1000	650	360	450	270	330	230	180	400	290	220	250	165	135	200	140	110	500	350
40	Н	580	340	210	260	155	190	130	105	230	165	130	140	100	75	115	80	60	280	200
	У	700	400	250	315	190	230	160	125	270	200	155	170	120	95	140	100	80	340	240
	В35	1000	650	360	450	270	340	230	180	400	290	220	250	175	135	200	140	110	500	350
45	Н	610	360	220	275	165	200	140	110	240	175	135	150	105	80	125	85	65	300	210
	У	750	450	270	340	190	240	170	135	290	215	170	185	130	100	145	105	80	360	260
	М35	900	650	325	405	270	300	210	160	360	260	200	230	165	120	185	125	95	450	310
	В42	900-1200	700	325	405	245	300	210	160	360	260	200	230	160	120	185	125	95	450	310
	В48	1200	950	430	540	325	400	280	210	480	340	270	300	210	160	240	170	130	600	420
ТВЧ56	750	450	270	340	205	240	170	135	290	210	170	185	130	100	145	105	80	360	260	
50	Н	640	380	230	290	175	210	140	115	250	185	145	160	110	85	125	85	65	310	220
	У	900	700	325	405	245	300	210	160	360	260	200	230	180	120	185	125	95	450	310
20Г	Н	460	280	165	205	125	150	100	80	180	130	100	110	80	60	90	65	50	220	160
	В	570	420	205	255	150	195	130	100	230	165	125	145	100	75	115	80	60	290	190
30Г	Н	550	320	200	250	150	180	130	100	210	160	125	135	95	75	110	80	60	270	190
	В	680	560	245	305	180	230	160	120	270	195	150	170	120	90	140	100	75	340	240

Окончание табл. 9.1

Марка стали ГОСТ 1050-74	Термо-обработка*	Предел прочности при растяжении $\sigma_{пч}$	Предел текучести σ_T	Предел выносливости при			Допускаемые напряжения**, МПа при													
				растяжении σ_{-1p}	изгибе σ_{-1}	кручении τ_{-1}	растяжении [σ_p]			изгибе [$\sigma_{из}$]			кручении [$\tau_{кр}$]			срезе [$\tau_{ср}$]			смятии [$\sigma_{см}$]	
							I	II	III	I	II	III	I	II	III	I	II	III	I	II
40Г	Н	600	360	220	270	160	200	140	110	240	175	135	150	105	80	120	85	65	300	210
	В45	840	590	350	380	230	280	190	150	330	240	190	210	150	115	170	120	95	420	290
50Г	Н	660	400	235	295	175	210	150	115	260	185	145	160	110	75	130	90	70	320	220
	В	820	560	300	370	220	270	190	150	330	250	185	250	155	110	165	105	75	410	290
65Г	Н	750	440	270	340	200	240	175	135	290	210	170	185	130	100	145	105	80	360	260
	У	900	700	325	405	245	300	210	160	360	260	200	230	160	120	185	125	95	450	310
	М45	1500	125	530	670	400	500	350	260	600	430	330	380	260	200	300	210	160	760	520

* - Условные обозначения термической обработки в табл. 1 и 2:

0 – отжиг;

Н – нормализация;

У – улучшение;

Ц – цементация;

ТВЧ – закалка с нагревом токами высокой частоты;

В – закалка с охлаждением в воде;

М – закалка с охлаждением в масле;

НВ – твердость по Бринелю.

Число после М, В, Н или ТВЧ – среднее значение твердости по НРС.

** – Римскими цифрами обозначен вид нагрузки:

I – статическая;

II – переменная, действующая от нуля до максимума и от максимума до нуля (пульсационная);

III – знакопеременная.

Таблица 9.2

Легированные стали

Мар- ка стали ГОСТ 1050- 74	Тер- мо- обра- ботка*	Пре- дел проч- ности при рас- тяже- нии $\sigma_{ПЧ}$	Пре- дел те- ку- чес- ти σ_T	Предел вы- носливости при			Допускаемые напряжения**, МПа при													
				рас- тяже- нии σ_{-1p}	из- гибе σ_{-1}	кру- че- нии τ_{-1}	растяжении			изгибе			кручении			срезе			смятии	
							$[\sigma_p]$			$[\sigma_{из}]$			$[\tau_{кр}]$			$[\tau_{ср}]$			$[\sigma_{см}]$	
							МПа	И	II	III	И	II	III	И	II	III	И	II	III	И
10Г2	Н	430	250	175	220	125	140	110	90	170	135	110	105	75	60	85	65	50	210	165
09Г2С	—	500	350	190	240	140	170	120	95	200	150	120	125	90	70	100	70	55	250	180
10ХСД	—	540	400	215	270	155	185	140	110	220	160	135	140	100	80	110	80	65	280	210
20Х	Н	600	300	210	260	150	190	135	105	230	165	130	140	100	75	115	85	60	280	200
	У	700	500	280	350	200	240	175	140	290	220	175	180	130	100	145	105	80	360	260
	М59	850	630	340	420	240	290	210	170	350	145	210	220	155	120	175	125	95	430	320
40Х	Н	630	330	250	310	180	200	355	125	240	190	155	150	115	90	120	95	75	300	230
	У	800	650	320	400	230	270	200	160	320	250	200	200	150	115	160	115	90	400	300
	М39	1100	900	440	550	320	380	280	220	450	340	280	280	200	160	230	165	130	560	420
	М48	1300	1100	520	650	380	440	330	260	530	410	320	330	240	190	270	195	150	670	490
45Х	Н	650	350	260	320	185	210	160	130	250	195	160	155	115	90	125	95	75	310	240
	У	950	750	380	470	270	320	240	190	380	290	230	240	175	135	190	135	105	480	360
	М48	1400	1200	560	700	400	480	350	280	570	430	350	360	260	200	290	200	160	720	520
50Х	Н	650	350	260	325	185	210	160	130	250	200	160	160	120	90	125	90	70	310	240
	М48	1500	1300	600	750	430	500	370	300	600	460	370	370	270	210	300	220	170	750	550
35Г2	Н	630	370	250	315	180	200	155	125	240	190	160	150	115	90	120	95	75	330	230
	В,НВ249	800	650	320	400	230	270	200	160	320	250	200	200	145	115	160	115	90	400	300
40Г2	Н	670	390	270	335	195	220	170	135	260	210	170	165	120	95	130	95	75	330	250
	М,НВ331	1120	950	540	660	380	380	310	270	460	380	330	290	230	190	230	180	150	580	460
45Г2	Н	700	410	280	350	200	230	175	140	270	210	175	175	125	100	140	100	80	340	260
	М,НВ295	850	700	340	425	245	290	210	170	350	145	210	220	155	120	175	125	95	440	330
33ХС	Н	600	300	210	260	150	190	135	105	230	165	130	140	100	75	115	65	65	280	200
	М	900	700	360	450	260	300	220	180	360	280	220	230	165	130	180	135	105	450	330
38ХС	У	950	750	370	470	280	320	230	185	390	290	230	240	175	140	190	140	110	480	350
18ХГТ	Н	700	430	280	350	200	230	175	140	270	210	175	175	125	100	140	100	80	340	260
	Ц-М59	1000	800	400	500	290	330	250	200	400	310	250	250	185	145	200	145	115	490	380

Окончание табл. 9.2

Марка стали ГОСТ 1050-74	Термо-обработка*	Предел прочности при растяжении $\sigma_{ПЧ}$	Предел текучести σ_T	Предел выносливости при			Допускаемые напряжения**, МПа при													
				растяжении σ_{-1p}	изгибе σ_{-1}	кручении τ_{-1}	растяжении [σ_p]			изгибе [$\sigma_{из}$]			кручении [$\tau_{кр}$]			срезе [$\tau_{ср}$]			смятии [$\sigma_{см}$]	
							I	II	III	I	II	III	I	II	III	I	II	III	I	II
30ХГТ	M43	1250	1050	500	620	360	430	310	250	510	390	310	320	230	180	260	185	140	640	460
	Ц-M59	1100	800	440	550	320	370	270	220	440	340	270	280	200	160	220	160	125	550	410
20ХГНР	M40	1300	1200	520	650	375	450	330	260	540	410	320	340	230	170	270	180	135	680	500
	M50	1450	1400	580	725	420	500	360	290	600	450	360	380	270	210	300	215	170	750	540
40ФХА	M30	900	750	360	450	260	320	230	180	380	280	220	240	170	130	190	135	105	480	340
	M50	1600	3130	640	800	480	550	410	320	660	500	400	410	310	240	330	240	195	820	610
30ХМ	M	950	750	380	475	230	320	240	190	390	300	240	240	155	115	190	125	90	480	360
35ХМ	M,HB270	1000	850	400	500	290	340	250	200	410	310	250	260	185	145	200	130	950	520	380
	M	1600	140	640	800	480	550	410	320	660	500	400	420	310	240	330	250	200	820	610
40ХН	H	780	460	310	390	225	260	195	160	310	240	195	190	140	110	155	115	90	390	290
	M43	1200	100	480	600	345	410	310	240	490	370	300	310	220	170	250	175	135	620	460
12ХН2	M	800	600	320	400	230	270	200	160	320	250	200	200	145	115	160	115	90	400	300
	Ц-M59	800	600	320	400	230	270	200	160	320	250	200	200	145	115	160	115	90	400	300
12ХН3А	У	950	700	380	470	270	320	240	190	380	280	230	240	175	140	190	140	110	480	300
	ТВ459	1000	850	400	500	300	340	260	200	410	310	250	250	190	150	200	150	120	510	380
20Х2Н4А	ТВ459	680	450	270	340	200	230	170	135	270	210	170	170	125	100	140	100	80	340	260
	Ц-M59	1100	850	440	550	320	370	270	220	440	340	270	210	200	160	220	160	125	550	410
	M	1300	1100	520	650	375	440	330	260	530	400	320	330	240	190	260	190	150	660	500
20ХГСА	M	800	650	320	400	230	270	200	160	330	250	200	200	145	115	160	115	90	410	300
30ХГС	О	600	360	240	300	170	200	150	120	240	185	150	150	110	85	120	90	70	300	220
30ХГСА	У	1100	850	440	550	320	370	270	220	440	340	270	210	200	160	220	160	125	550	410
	M46	1500	300	600	750	430	510	380	300	620	470	380	390	270	210	310	220	170	760	570
38Х210	M	800	700	320	400	230	280	200	160	330	250	200	200	150	115	170	120	95	410	300
	M	900	750	360	450	260	310	240	190	370	290	240	230	170	135	185	140	110	460	360
50ХФА	M	1300	100	520	650	340	440	330	260	540	400	320	340	220	170	260	180	135	660	500
	M46	1500	300	600	750	360	520	380	300	620	470	380	390	240	180	310	200	145	770	570
60С2	M,HB269	1300	1200	520	650	340	440	330	260	540	400	320	340	220	170	260	180	135	670	550
60С2А	M,HB269	1600	1600	640	800	465	550	400	320	660	500	400	410	300	230	330	240	185	820	600
ШХ15	О	600	3800	240	300	180	200	150	120	240	180	150	150	110	90	120	90	75	300	220
	M62	2200	1700	460	660	330	740	350	230	890	480	330	550	250	165	440	200	130	100	520

** Римскими цифрами обозначен вид нагрузки, см. таблицу 9.1.

10. ДАННЫЕ К РАСЧЕТАМ НА УСТОЙЧИВОСТЬ

Таблица 10.1

Коэффициенты продольного изгиба φ (увеличенные в 1000 раз)

Материалы	Гибкость λ														
	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	110	120	130	140	150
АМг	973	945	917	870	770	685	603	530	465	415	365	327	296	265	235
АМг6	973	946	890	770	640	542	458	387	322	280	243	213	183	162	148
АВТ1	996	992	900	780	660	557	463	387	312	252	210	175	150	129	113
Д16Т	999	998	835	700	568	455	353	269	212	172	142	119	101	87	76
Ст2, 3, 4	990	970	950	920	890	860	810	750	690	600	520	450	400	360	320
Ст5	980	950	930	900	840	800	740	660	590	500	430	380	320	280	270
НЛ-2 15ХСНД	980	950	930	900	830	780	710	630	540	450	390	330	290	260	230
СЧ12, 15 СЧ18, 21	970	910	810	690	570	440	340	260	200	160	–	–	–	–	–
СЧ24, 28	950	870	750	600	430	320	230	180	140	120	–	–	–	–	–
Сосна	990	970	930	870	800	710	610	490	380	310	250	220	180	160	140

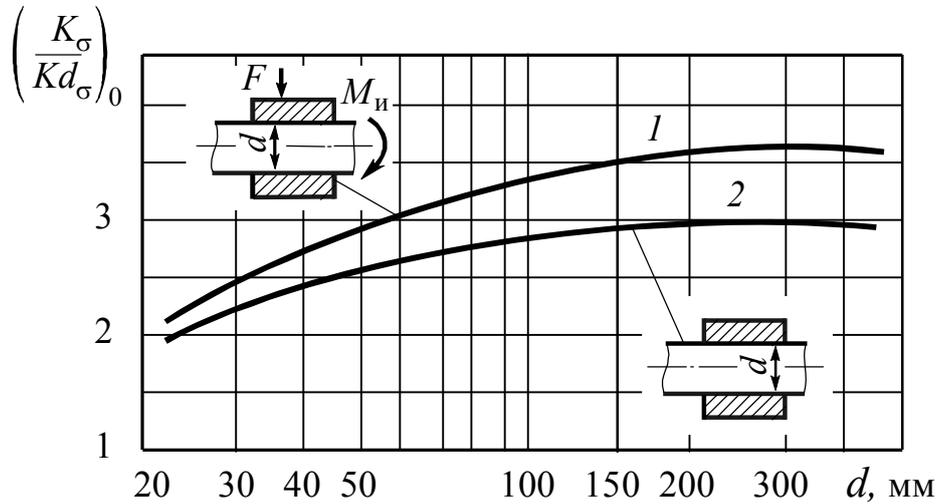
Таблица 10.2

Значения коэффициентов, входящих в эмпирическую формулу Тетмайера – Ясинского для критической силы, и пределы применимости этой формулы

№ п/п	Материал	E , ГПа	a	b	c	$\lambda_{\text{пц}}$ (λ_1)	$\lambda_{\text{пред}}$ (λ_2)
			МПа				
1	Сосна	10	40	0,203	–	60	–
2	Сталь СтЗ	200	310	1,14	–	100	61
3	Ст5, сталь 30	200	464	3,26	–	90	60
4	15ХСНД (НЛ2)	200	589	3,82	–	100	60
5	Авиаль АВТ1	70	320	1,70	–	55	22
6	Дюралюминий Д16Т	70	380	2,19	–	50	20
7	Чугун	120	776	12	0,053	80	–

11. ДАННЫЕ К РАСЧЕТУ ХАРАКТЕРИСТИК СОПРОТИВЛЕНИЯ УСТАЛОСТИ

Валы с напрессованными деталями при изгибе



Для случая, когда $\sigma_{пч} = 500$ МПа, давление $p \geq 30$ МПа:

1 – через напрессованную деталь передается сила или момент;

2 – через напрессованную деталь не передается усилие

Поправочный коэффициент ξ'
на предел прочности $\sigma_{пч}$

Поправочный коэффициент ξ''
на давление напресовки p

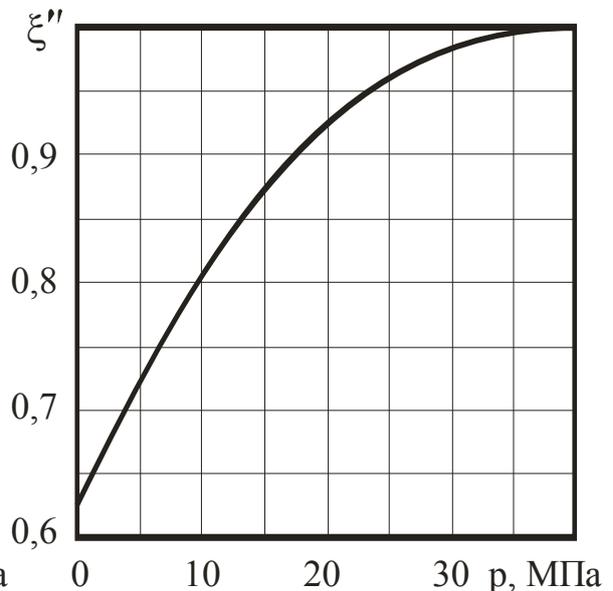
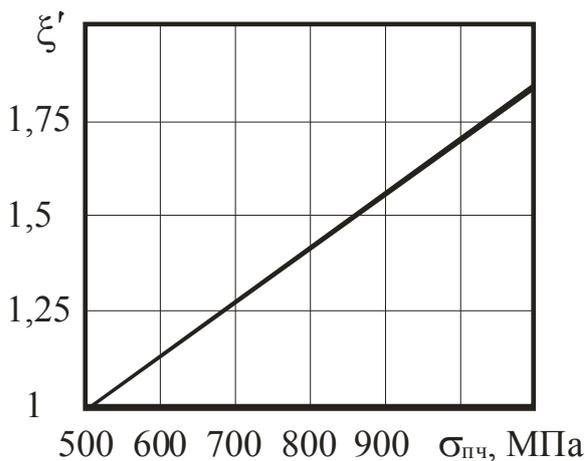


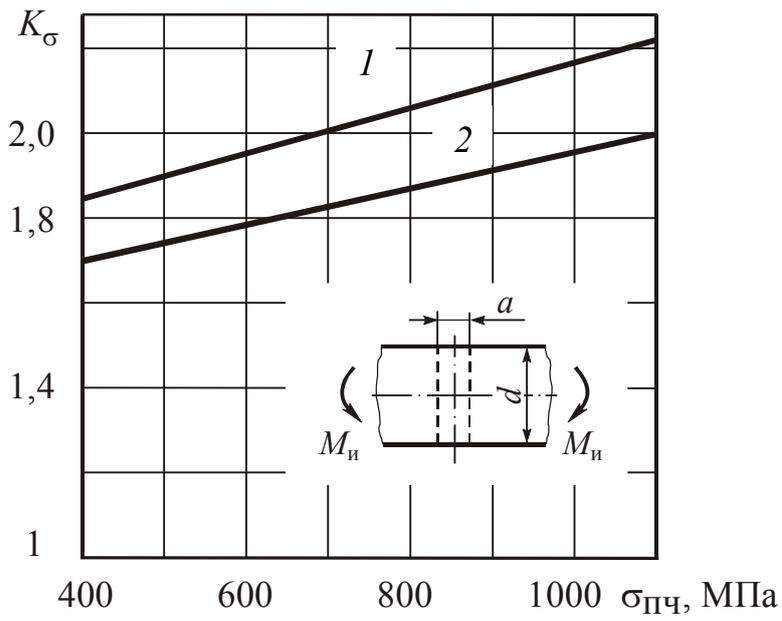
Рис. 11.1

Таблица 11.1

**Линейная протяженность очага концентрации
и относительный градиент напряжений**

Деталь	L, мм	Вид деформации		
		изгиб	растяжение и сжатие	кручение $\bar{G}_\tau, \text{мм}^{-1}$
		$\bar{G}, \text{мм}^{-1}$		
	2b	$H/h \geq 1,5$		—
		$2/r + 2/h$	$2/r$	
		$H/h < 1,5$		
		$\frac{2(1+\varphi)}{r} + \frac{2}{h}$	$\frac{2(1+\varphi)}{r}$	
	πd	$D/d \geq 1,5$		$\frac{1}{r} + \frac{2}{d}$
		$2/r + d$	$2/r$	
		$D/d < 1,5$		
		$\frac{2(1+\varphi)}{r} + \frac{2}{d}$	$\frac{2(1+\varphi)}{r}$	
	2b	$H/h \geq 1,5$		—
		$2,3/r + 2/h$	$2,3/r$	
		$H/h < 1,5$		
		$\frac{2,3(1+\varphi)}{r} + \frac{2}{h}$	$\frac{2,3(1+\varphi)}{r}$	
	πd	$D/d \geq 1,5$		$\frac{1,15}{r} + \frac{2}{d}$
		$2,3/r + 2/d$	$2,3/r$	
		$D/d < 1,5$		
		$\frac{2,3(1+\varphi)}{r} + \frac{2}{d}$	$\frac{2,3(1+\varphi)}{r}$	
	2b	—		—
		$\frac{2,3}{r}$		

Примечание. Для случаев, указанных в таблице $\varphi = \frac{1}{2 + 4\sqrt{t/r}}$, где $t = \frac{H-h}{2}$ или $t = \frac{D-d}{2}$

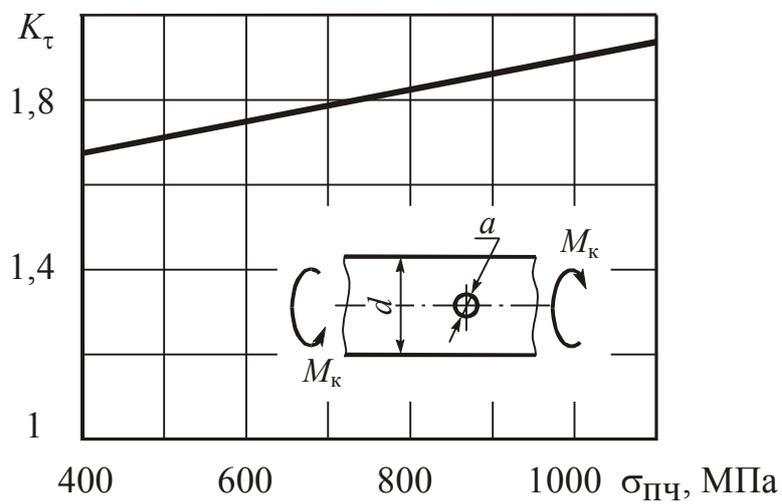


$$1 - a/d = 0,05 - 0,10$$

$$2 - a/d = 0,15 - 0,25$$

$$\sigma_H = \frac{M_{и}}{W_{нетто}}$$

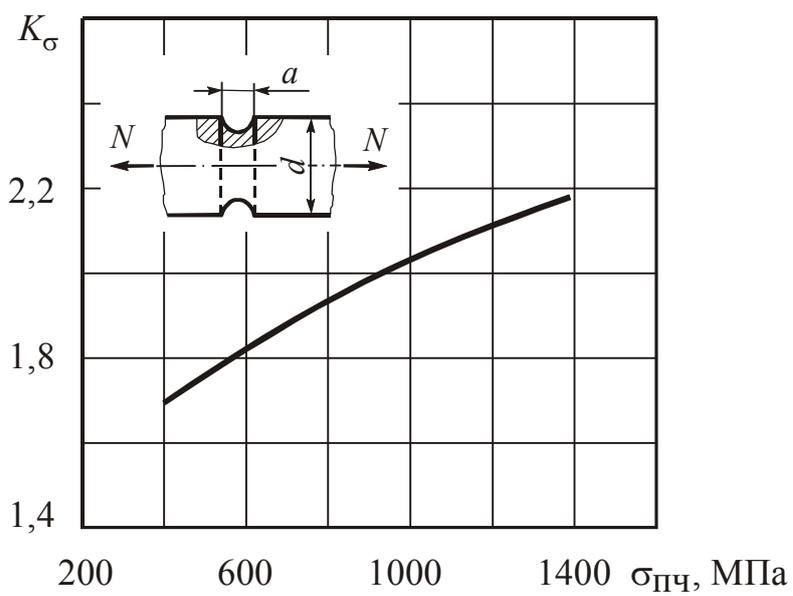
при $d = 30 - 50$ мм



$$a/d = 0,15 - 0,25$$

$$\tau_H = \frac{M_к}{W_{нетто}}$$

при $d = 30 - 50$ мм

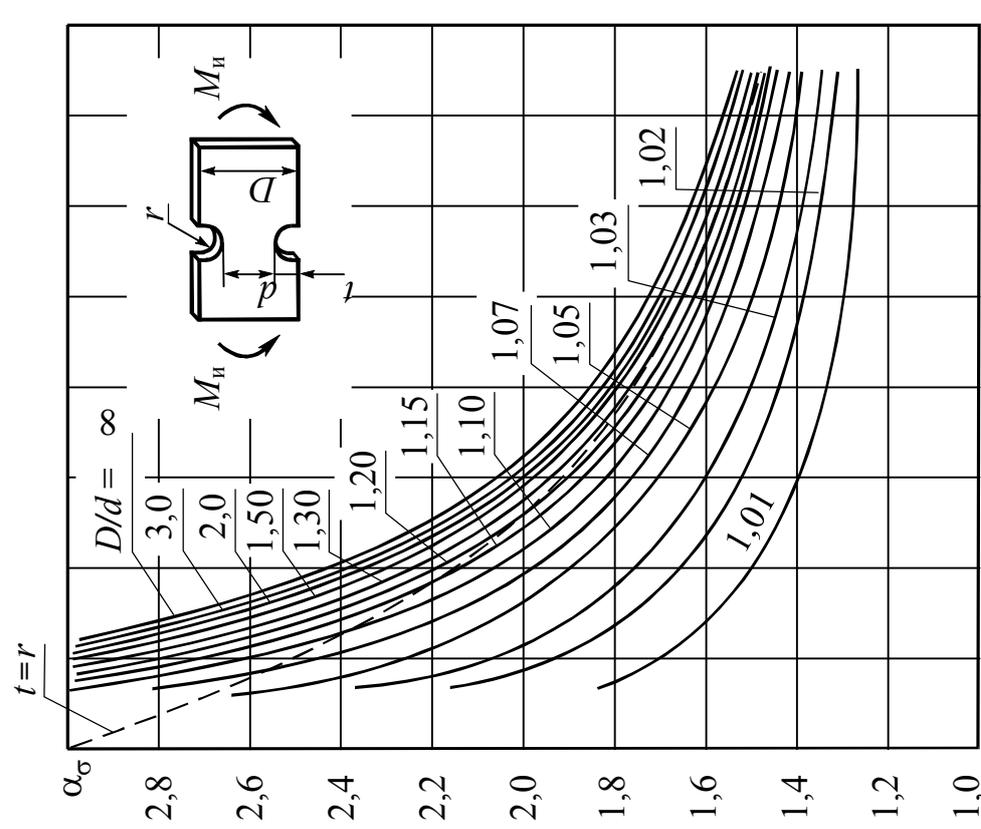
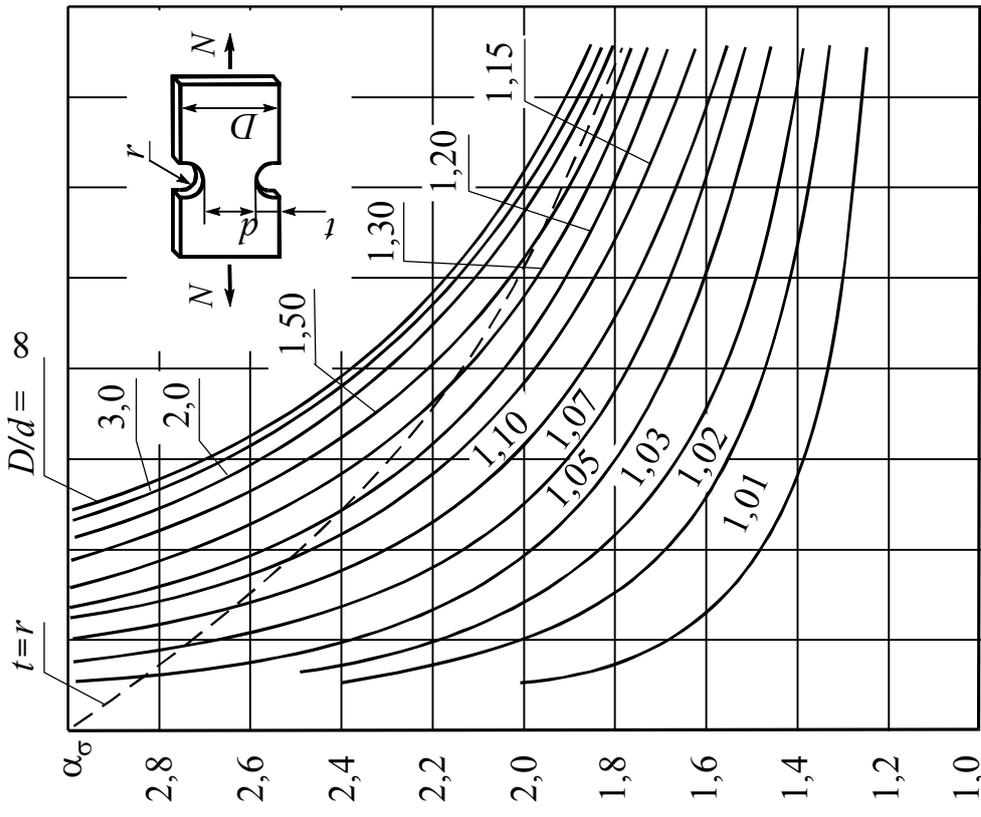


$$a/d = 0,20 - 0,45$$

$$\sigma_H = \frac{N}{\frac{\pi d^2}{4} - ad}$$

$d = 15$ мм

Рис. 11.2



0 0,04 0,08 0,12 0,16 0,20 0,24 0,28 r/d 0 0,04 0,08 0,12 0,16 0,20 0,24 0,28 d/D

Пунктирная линия $t = r$ полуокружность $r/d = 0,02$ 0,30

Рис. 11.3

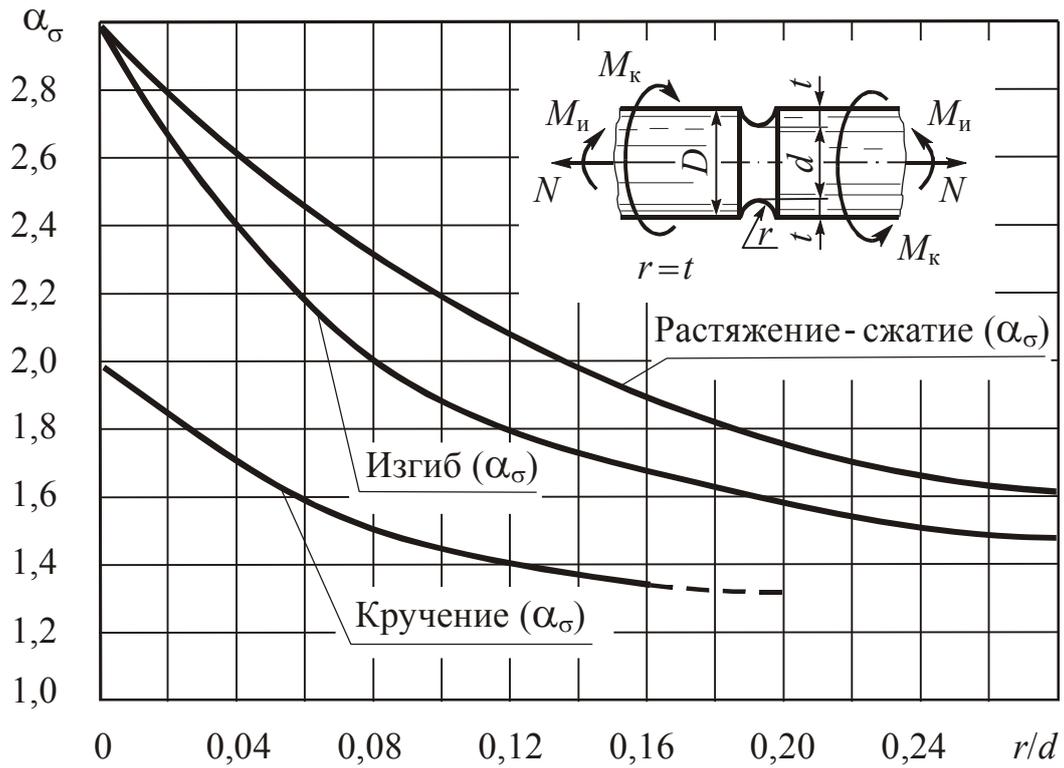


Рис. 11.4

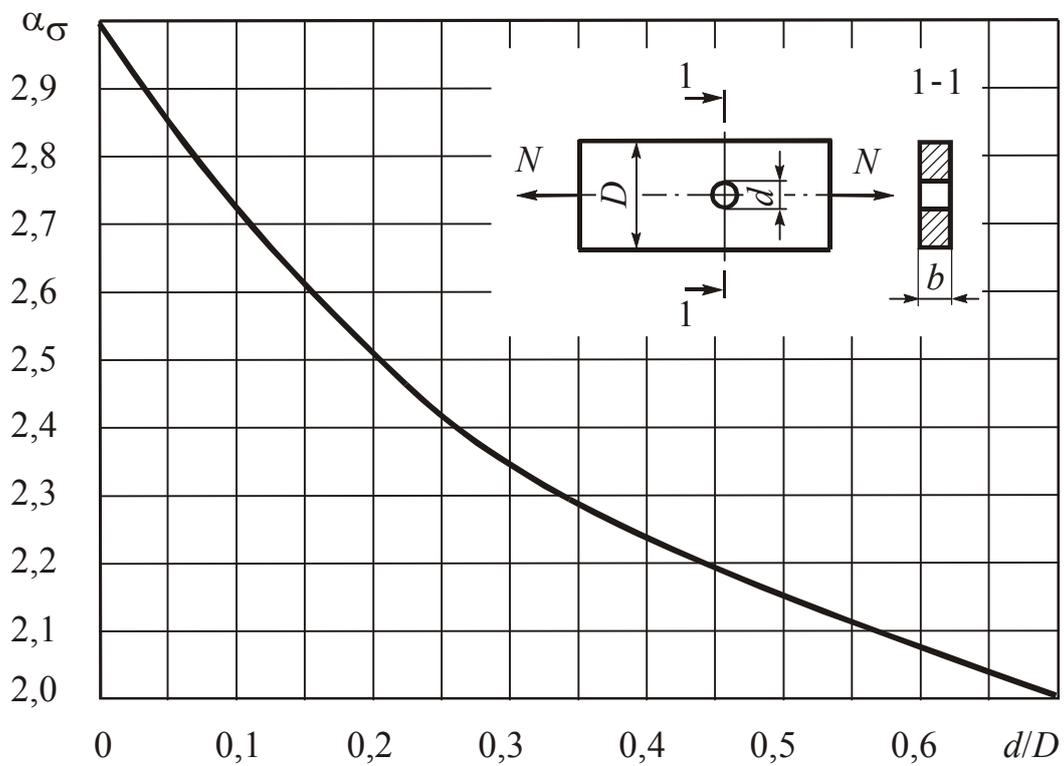


Рис. 11.5

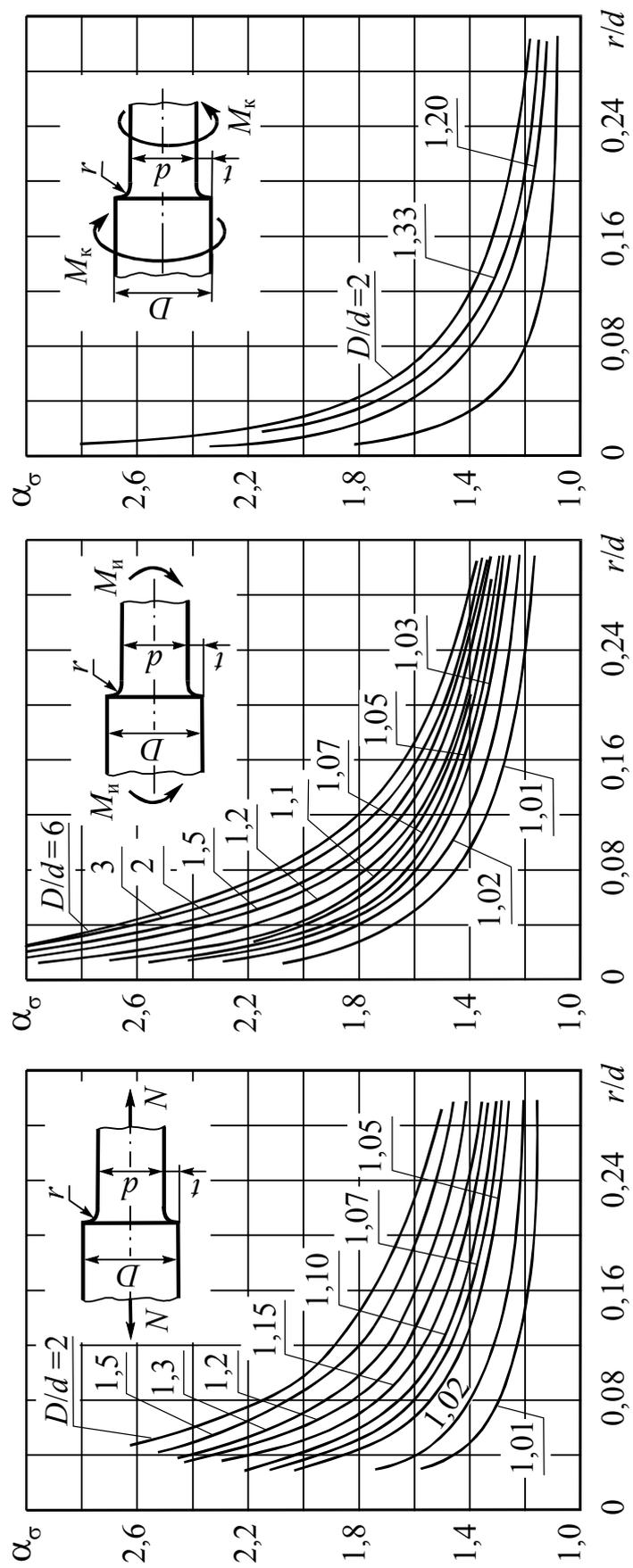


Рис. 11.6

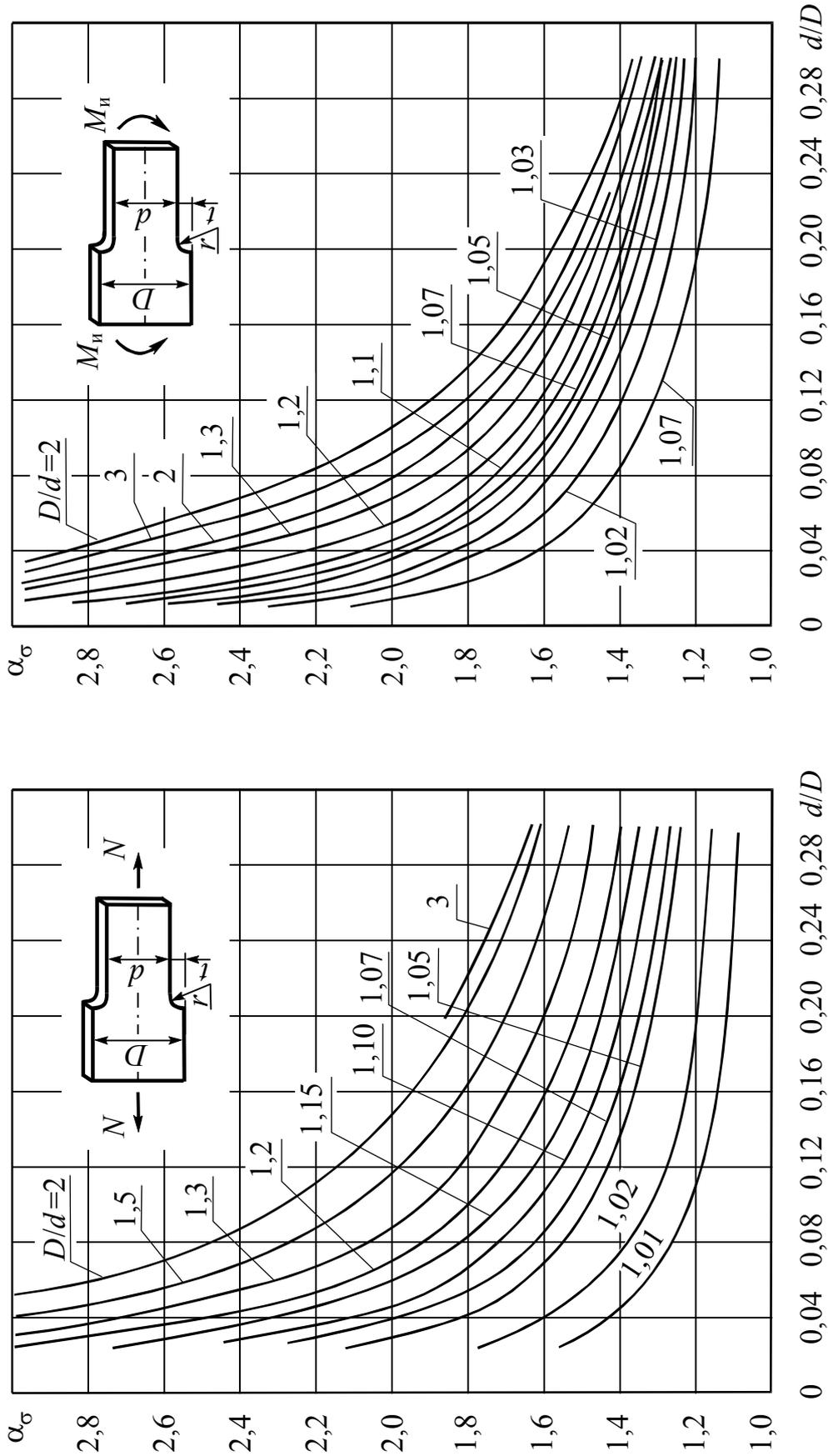


Рис. 11.7

ЛИТЕРАТУРА

1. Биргер И.А., Мавлютов Р.Р. Сопротивление материалов: Учебное пособие для машиностроительных и авиационных вузов.-М.: Наука, 1986. – 560 с.
2. ГОСТ 25.504-82. Расчеты и испытания на прочность. Методы расчета характеристик сопротивления усталости. – Введ. 18.05.82.
3. Ицкович Г.М. Сборник задач по сопротивлению материалов.-Л.: Судостроение, 1972. – 232 с.
4. Миролюбов И.Н. и др. Пособие к решению задач по сопротивлению материалов. – М.: Высшая школа, 1967. – 483 с.
5. Предметные олимпиады. Организация и задачи. – Горький: ГПИ им. А.А. Жданова, 1986. – 104 с.
6. Сборник задач по сопротивлению материалов: Учебное пособие для вузов /Под ред. А.В. Александрова.-М.: Стройиздат, 1977. – 335 с.
7. Сборник задач по сопротивлению материалов /Под ред. А.В. Вольмира. – М.: Наука, 1984. – 408 с.
8. Тимошенко С.П., Гере Д.Ж. Механика материалов. - М.: Мир, 1976. – 630 с.
9. Феодосьев В.И. Избранные задачи и вопросы по сопротивлению материалов. – М.: Наука, 1973. – 400 с.
10. Феодосьев В.И. Сопротивление материалов: Учебник для вузов – 9-е изд., перераб. – М.: Наука, 1986. – 512 с.

ОГЛАВЛЕНИЕ

ПРЕДИСЛОВИЕ	3
1. ЭПЮРЫ ВНУТРЕННИХ СИЛОВЫХ ФАКТОРОВ	8
Эпюры продольной силы	8
Эпюры крутящего момента	9
Эпюры поперечной силы и изгибающего момента ...	10
2. ЦЕНТРАЛЬНОЕ РАСТЯЖЕНИЕ И СЖАТИЕ ПРЯМОЛИНЕЙНОГО СТЕРЖНЯ	17
Статически определимые системы	17
Статически неопределимые системы	27
3. ТЕОРИЯ НАПРЯЖЕННОГО СОСТОЯНИЯ	40
4. КРУЧЕНИЕ КРУГЛЫХ ВАЛОВ	52
5. ГЕОМЕТРИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ПЛОСКИХ СЕЧЕНИЙ	62
6. НАПРЯЖЕНИЯ ПРИ ИЗГИБЕ	72
7. ПЕРЕМЕЩЕНИЯ ПРИ ИЗГИБЕ	88
8. СТАТИЧЕСКИ НЕОПРЕДЕЛИМЫЕ СИСТЕМЫ ..	103
9. СЛОЖНОЕ СОПРОТИВЛЕНИЕ	113
Косой изгиб	113
Внецентренное продольное нагружение	122
Изгиб с кручением	131
10. УСТОЙЧИВОСТЬ СЖАТЫХ СТЕРЖНЕЙ	143
11. ДИНАМИЧЕСКОЕ НАГРУЖЕНИЕ	153

Учет сил инерции	153
Расчеты на удар	163
Колебания упругих систем	174
12. ПЕРЕМЕННЫЕ НАПРЯЖЕНИЯ	184
13. РАСЧЕТ ТОНКОСТЕННЫХ СОСУДОВ.....	195
14. ТИПОВЫЕ РАСЧЕТЫ (варианты заданий с примерами выполнения)	207
14.1. Центральное растяжение и сжатие ступенчатых стержней	207
14.2. Статически неопределимые стержневые системы	213
14.3. Круглые валы	220
14.4. Расчет балок на прочность и жесткость	226
14.5. Статически неопределимые рамы	262
14.6. Внецентренное продольное нагружение	270
14.7. Пространственные рамы	277
14.8. Расчет замкнутой цилиндрической оболочки, работающей в условиях сложного сопротивления	287
14.9. Устойчивость сжатых стержней	292
14.10. Плоские кривые стержни	301
ПРИЛОЖЕНИЕ 1: Банк диаграмм растяжения конструкционных материалов	311
ПРИЛОЖЕНИЕ 2: Главнейшие формулы	333
ПРИЛОЖЕНИЕ 3: Справочные данные	358
ЛИТЕРАТУРА	381

ГАФАРОВ Радик Хайдарович

Сборник задач
по сопротивлению
материалов

Серия «Изучаем науку о прочности»

Учебное издание

Оригинал-макет подготовила
Хутько М.А.

Редактор Соколова О.А.

Подписано к печати 20.06.2005 Формат 60×84 1/16

Бумага офсетная. Гарнитура Таймс.

Усл. печ. л. 22,32. Усл. кр.-отт.22,32. Уч. – изд. л. 23,9.

Тираж 500 экз. Заказ № 2.0126.05

ГОУВПО Уфимский государственный авиационный
технический университет

Отпечатано с предоставленных оригинал-макетов
методом ризографии на ГУП РБ “Уфимский полиграфкомбинат”
450001, Уфа, пр. Октября, 2