Содержание работы включает в себя решение трех основных частей. Первая – решение задачи классическим методом, вторая – операторным, третья – решение задачи специальным методом использования интеграла Дюамеля.

Часть I.

В объем первой части индивидуального задания входит расчет предлагаемой электрической цепи классическим методом. При расчете руководствоваться следующими рекомендациями:

1.2.1. Для заданного варианта вычерчивается расчетная схема докоммутационного режима с указанием её параметров (табл. 1) и выбранных положительных направлений мгновенных значений токов и напряжений.

1.2.2. Рассчитывается установившийся докоммутационный режим электрической цепи, и определяются значения токов в индуктивности $i_L(0)$ и напряжения на конденсаторе $U_C(0)$ непосредственно перед коммутацией.

1.2.3. Необходимо обратить внимание, на то, что во всех схемах действует постоянная ЭДС, а в схемах на рис.2, 8, 10, 11, кроме того, имеется напряжение на ёмкости до коммутации

$$U_C(0) = \frac{1}{2}E.$$

1.3. Последовательность анализа переходных процессов классическим методом.

1.3.1.Составляется схема для послекоммутационного режима и рассчитывается принуждённый режим с помощью методов расчёта цепей постоянного тока.

1.3.2. С помощью законов Кирхгофа составляется система уравнений для мгновенных значений токов и напряжений после коммутации. Так как $U_L = L\frac{di}{dt}$ и

$U_C = \frac{1}{C}\int idt$, то в общем случае должна получиться система неоднородных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами.

1.3.3. Решается система уравнений относительно одной из искомых величин (рекомендуем сначала находить ток в индуктивности или напряжение на ёмкости). Составляется характеристическое уравнение и находятся его корни. Характеристическое уравнение можно получить также либо путём алгебраизации дифференциальных уравнений, либо по входному сопротивлению.

1.3.4. В зависимости от характера и числа корней характеристического уравнения записывается выражение свободной составляющей искомого параметра. Если корни действительные и различные, то свободную составляющую тока (или напряжения) ищем в виде [1]:

$$i_{св} = A_1 e^{p_1 t} + A_2 e^{p_2 t},$$

а при действительных и равных корнях в виде:

$$i_{св} = \left(A_1 + A_2 t\right) e^{pt}.$$

В случае комплексно-сопряжённых корней выражение для $i_{св}$ должно иметь вид:

$$i_{св} = A e^{pt} \sin(w_0 t + v).$$

1.3.5. Искомый параметр записывается как сумма принуждённой и свободной составляющих. Если свободная составляющая состоит из n слагаемых $(n>1)$, то следует взять производные по времени до $(n\text{-}1)$ порядка включительно.

1.3.6. Полученные n уравнений переписываются вторично, заменяя левые части уравнения начальными значениями искомых параметров, а в правых частях приравнивая $t=0$.

1.3.7. Из этих уравнений определяются n постоянных интегрирования A_n.

1.3.8. Найденные значения постоянных интегрирования и корней характеристического уравнения подставляются в выражение свободной составляющей.

1.3.9. Суммируя значения принужденной и свободной составляющих, получается выражение искомого параметра в функции времени.

1.3.10. Определяется все остальные токи во всех ветвях схемы и напряжения на индуктивности и ёмкости с помощью законов Кирхгофа.

1.3.11. Строятся графические зависимости искомых величин в функции времени на интервале от $t = 0$ до $t = \frac{3}{|P_{min}|}$, где $|P_{min}|$ - меньший по модулю корень характеристического уравнения.

Таблица 1.Данные значений параметров для задания расчета классическим методом.

Схема	Номер варианта	Данные к заданию 1				
		E, B	R₁, Ом	R₂, Ом	L, мГ	C, мкФ
1	1	200	8	25	500	400
2	2	220	20	30	100	200
3	3	120	20	15	500	150
4	4	100	50	20	100	1200
5	5	180	50	10	50	100
6	6	160	25	10	30	200
7	7	380	40	20	300	100
8	8	380	50	30	70	500
9	9	200	20	30	100	1000
10	10	120	50	20	50	1200
11	11	120	12	60	500	500
12	12	100	6	40	600	400
13	13	80	10	60	400	300

14	120	5	30	600	300
15	100	10	50	400	400
16	100	8	40	500	500
17	220	15	10	40	1100
18	380	40	30	100	1500
19	200	30	15	50	800
20	100	10	5	280	400
21	120	12	8	300	400
22	120	15	10	30	800
23	140	15	10	350	200
24	160	15	18	150	200
25	180	10	40	200	300
26	200	50	25	70	500
27	220	30	15	700	90
28	240	20	20	100	300
29	260	10	40	250	300
30	280	30	5	50	100

1.4.1. Пример расчета № 1.

Схема электрической цепи показана на рис. 16. Исходные данные к задаче представлены в табл.2.

Таблица 2.

E, В	R, Ом	L, Гн	C, мкФ
50	100	0,1	1

Определить i_1, i_2, i_3, u_c, u_L.

Начальные условия. Так как источник E до коммутации отключен от рассматриваемой цепи, то в ней имеют место нулевые начальные условия: $i_1(0)=0, U_C(0)=0$.

Принужденные составляющие токов и напряжений после коммутации

$$i_{1пр}=i_{3пр}=\frac{E}{R},\ u_{спр}=E,\ i_{2пр}=0.$$

Система уравнений по законам Кирхгофа:

$$\begin{cases} i_1 + i_2 + i_3 = 0 & (1) \\ L\dfrac{di_1}{dt} + u_c = E & (2) \\ -u_c + i_3 R = 0 & (3) \end{cases}$$

Решаем систему уравнений относительно напряжения на емкости, учитывая, что

$$i_2 = C\frac{du_c}{dt} + \frac{u_c}{R} \qquad (4)$$

Из выражения (3) следует, что

$$i_3 = \frac{u_c}{R} \qquad (5)$$

Выражения (4) и (5) подставим в (1):

$$i_1 = C\frac{du_c}{dt} + 2\frac{u_c}{R} \qquad (6)$$

Выражение (6) дифференцируем и подставляем в (2): получаем неоднородное дифференциальное уравнение.

$$\frac{d^2u_c}{dt^2} + \frac{1}{RC}\cdot\frac{du_c}{dt} + \frac{1}{\mathrm{LC}} = \mathrm{E}$$

Характеристическое уравнение:

$$p^2 + \frac{1}{RC}p + \frac{1}{LC} = 0$$

$$p_{1,2} = -\frac{1}{2RC} \pm \sqrt{\frac{1}{4R^2C^2} - \frac{1}{LC}}.$$

Решение искомого выражения:

$$u_C = u_{Cпр} + u_{Cсв} = E + A_1e^{p_1t} + A_2e^{p_2t} \qquad (7$$

$$i_2 = C\frac{du_C}{dt} = C(\,p_1A_1e^{p_1t} + p_2A_2e^{p_2t}\,) \qquad (8$$

Выражение (7, 8) для момента времени t=0:

$$0 = E + A_1 + A_2$$

$$0 = p_1A_1 + p_2A_2$$

Отсюда

$$A_1 = \frac{Ep_1}{p_1 - p_2}, \quad A_2 = -\frac{Ep_1}{p_1 - p_2}.$$

Определив постоянные интегрирования A_1 и A_2, записываем искомые величины напряжения u_C и ток i_2. Напряжения и токи в остальных ветвях рассчитываем, исходя из уравнений Кирхгофа по следующим выражениям:

$$i_3 = \frac{u_C}{R} = \frac{1}{R}\left(E + A_1 e^{p_1 t} + A_2 e^{p_2 t}\right);$$

$$i_1 = i_2 + i_3 = C(\,p_1 A_1 e^{p_1 t} + p_2 A_2 e^{p_2 t}\,) + \frac{1}{R}(\,E + A_1 e^{p_1 t} + A_2 e^{p_2 t}\,); \quad (9)$$

$$u_L = L\frac{di_1}{dt} = LC(\,p_1^2 A_1 e^{p_1 t} + p_2^2 A_2 e^{p_2 t}\,) + \frac{1}{R}(\,p_1 A_1 e^{p_1 t} + p_2 A_2 e^{p_2 t}\,). \quad (10)$$

(11)

1.4.2. Пример расчета № 2.

Схема электрической цепи показана на рис. 18. Исходные данные к задаче представлены в табл. 4.

Таблица 4

E, В	R_1, Ом	R_2, Ом	R_3, Ом	L, мГн	C, мкФ
80	2	13	5	10	1500

Определить i_1, i_2, i_3, u_C, u_L.

Расчет схемы до коммутации:

$$i_1(0) = \frac{E}{R_1 + R_2 + R_3} = \frac{80}{2+13+5} = 4A;$$

$$u_C(0) = i_1(0)R_3 = 4\cdot 5 = 20B.$$

Расчет схемы после коммутации:

$$i_{1пр} = i_{3пр} = \frac{E}{R_1 + R_3} = \frac{80}{2+5} = 11{,}43A; \quad i_{2пр} = 0$$

$$u_{c\cdot пр} = i_{3пр}R_3 = 11{,}43\cdot 5 = 57{,}15B.$$

Система дифференциальных уравнений составленных по законам Кирхгофа для схемы после коммутации имеет вид:

$$\left.\begin{aligned} & i_1 - i_2 - i_3 \\ & R_3 i_3 - \frac{1}{C}\int i_2 dt = 0 \\ & R_1 i_1 + L\frac{di_1}{dt} + i_3 R_3 = E \end{aligned}\right\} \qquad (12)$$

Система уравнений (12) для свободных составляющих переписывается в виде:

$$\left.\begin{aligned} & i_{1CB} - i_{2CB} - i_{3CB} = 0 \\ & R_3 i_{3CB} - \frac{1}{C}\int i_{2CB} dt = 0 \\ & R_1 i_{1CB} + L\frac{di_{1CB}}{dt} + i_{3CB} R_3 = 0 \end{aligned}\right\} \qquad (13)$$

Производим алгебраизацию системы (13):

$$\left.\begin{aligned} & i_{1CB} - i_{2CB} - i_{3CB} = 0 \\ & R_3 i_{3CB} - \frac{1}{Cp} i_{2CB} = 0 \\ & R_1 i_{1CB} + Lp i_{1CB} + i_{3CB} R_3 = 0 \end{aligned}\right\} \qquad (14)$$

Определитель системы (14) $\Delta(p) = 0$.

$$\Delta(p) = \begin{vmatrix} 1 & -1 & -1 \\ 0 & -\dfrac{1}{Cp} & R_3 \\ R_1 + Lp & 0 & R_3 \end{vmatrix}$$

$$\Delta(p) = \frac{R_3 CLp^2 + (R_1 R_3 C + L)p + R_1 + R_3}{Cp}$$

Отсюда получаем характеристическое уравнение, приравнивая числитель к нулю:

$$R_3 CLp^2 + (R_1 R_3 C + L)p + R_1 + R_3 = 0.$$

После подстановки числовых данных и преобразований получаем

$$p^2 + 333{,}3p + 93{,}0 \cdot 10^3 = 0,$$
$$p_{1,2} = -167 \pm j255 = -\alpha \pm j\omega$$

Так как корни характеристического уравнения комплексные и сопряженные, то выражение для нахождения искомой величины, например для первого тока, будет иметь вид

$$i_1 = i_{1пр} + i_{1св} = i_{1пр} + Ae^{-\alpha t}\sin(\omega t + \psi) \qquad (15)$$

Выражение (15) дифференцируем:

$$\frac{di_1}{dt} = -A\alpha e^{-\alpha t}\sin(\omega t + \psi) + A\omega e^{-\alpha t}\cos(\omega t + \psi) \qquad (16)$$

При $t = 0$ выражение (15, 16) примут следующий вид:

$$\left.\begin{aligned} & i_1(0) = i_{1пр} + A\sin\psi, \\ & \frac{di_1}{dt}\Big|_{t=0} = -A\alpha\sin\psi + A\omega\cos\psi \end{aligned}\right\} \qquad (17)$$

Для того чтобы найти $\frac{di_1}{dt}\Big|_{t=0}$, систему уравнений (12) запишем при $t=0$. Из второго уравнения системы (12) следует, что

$$i_3(0) = \frac{u_c(0)}{R_3} = \frac{20}{5} = 4A = i_1(0)$$

Следовательно, $i_2(0) = 0$. Из третьего уравнения системы (12):

$$\frac{di_1}{dt}\Big|_{t=0} = \frac{E - R_1 i_1(0) - R_3 i_3(0)}{L} = \frac{80 - 2\cdot 4 - 5\cdot 4}{10\cdot 10^{-3}} = 5200\, A/c$$

Значение $\frac{di_1}{dt}\Big|_{t=0}$ подставим в (17) и определим постоянные интегрирования A и Ψ:

$$4 = 11{,}43 + A\sin\psi,$$
$$5200 = -A167\sin\psi + A255\cos\psi$$

Отсюда $A = 17{,}21$, $\psi = -25{,}6^\circ$.

Окончательное решение для первого тока:

$$i_1 = 11{,}43 + 17{,}21e^{-167t}\sin(255t - 25{,}6^\circ),\ A.$$

Остальные переходные величины определяем по уравнениям Кирхгофа (12):

$$u_c = E - i_1R_1 - L\frac{di_1}{dt} = 57{,}15 - 44{,}02e^{167t}\sin 255t + 57{,}55^\circ),\ \text{В},$$

$$u_L = L\frac{di_1}{dt} = 52{,}45e^{-167t}\sin(255t + 97{,}62^\circ),\ \text{В};$$

$$i_2 = C\frac{du_c}{dt} = 20e^{-167t}\sin 255t,\ \text{А};$$

$$i_3 = i_1 - i_2 = 11{,}43 + 8{,}68e^{-167t}\sin(255t - 121{,}07^\circ),\ \text{А}.$$

Часть 2.

Во второй части индивидуального задания определяются зависимости токов и напряжений в период протекания переходного процесса, использованием операторного метода. Во второй части необходимо:

2.1. Для заданного варианта рассчитать операторным методом переходной процесс. Найти законы изменения токов во всех ветвях схемы и напряжений на емкости или индуктивности; построить графические зависимости искомых величин в функции времени.

2.2. Данные варианта взять из таблицы 2, условия коммутации определяются преподавателем. К заданной электрической цепи приложено синусоидальное напряжение u. Начальную фазу входного напряжения $u = U_m\sin(314t + \psi)$ определяется, исходя из значения напряжения на емкости или тока на индуктивности в момент коммутации (t=0).

2.3. Условия коммутации.

А. Коммутация происходит в момент перехода тока в индуктивности (на рис. 19…21) через нуль.

Б. Коммутация происходит в момент перехода тока в индуктивности (на рис. 22…24) или напряжения на емкости (на рис.19…21) через максимум.

Таблица 2. Данные к задаче. 2

Схема	Номер варианта	U, В	R_1, Ом	R_3, Ом	R_L, R_C, Ом	L, Г	C, мкФ
19	1	130	65	40	9	0,26	180
20	2	140	65	35	8	0,25	170
21	3	150	65	30	7	0,24	160
22	4	160	60	25	6	0,23	150
23	5	170	60	20	5	0,22	155
24	6	180	55	25	6	0,21	165
19	7	190	55	30	7	0,2	175
20	8	200	50	35	8	0,19	185
21	9	210	50	40	9	0,18	195
22	10	220	45	45	10	0,17	205
23	11	230	45	15	11	0,16	215
24	12	240	35	20	12	0,15	225
19	13	250	35	25	13	0,1	235
20	14	260	40	30	14	0,11	245
21	15	270	40	35	15	0,12	255
22	16	280	30	40	16	0,13	265
23	17	290	30	45	17	0,14	275
24	18	300	65	20	18	0,24	155
	19	290	65	25	19	0,23	165
	20	280	65	30	20	0,22	175
	21	270	70	55	21	0,21	200
	22	260	70	40	22	0,2	185
	23	250	70	45	22	0,27	195
	24	240	70	50	21	0,26	190
	25	230	60	60	20	0,2	180
	26	220	60	65	19	0,25	170
	27	210	55	60	18	0,24	120
	28	200	55	55	17	0,23	130
	29	190	45	45	16	0,22	160
	30	180	45	25	15	0.21	140

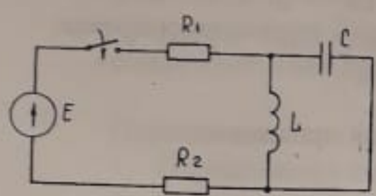

Рис. 1.

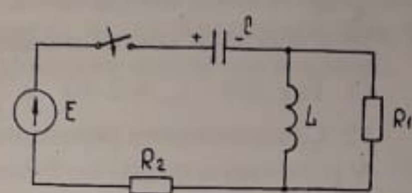

Рис. 2.

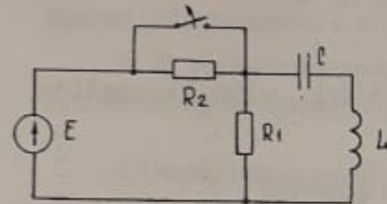

Рис. 3.

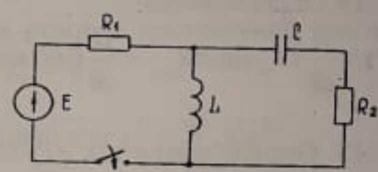

Рис. 4.

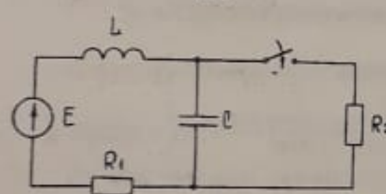

Рис. 5.

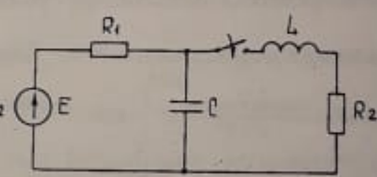

Рис. 6.

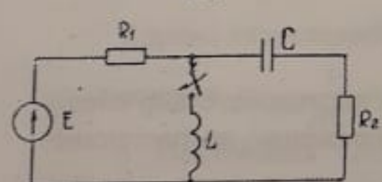

Рис. 7.

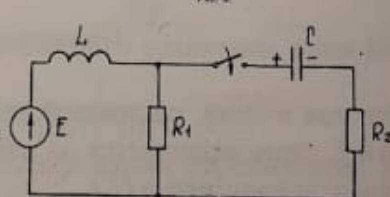

Рис. 8.

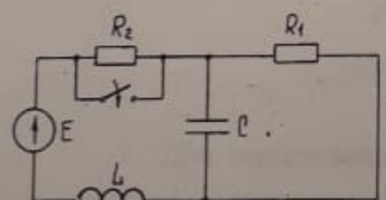

Рис. 9.

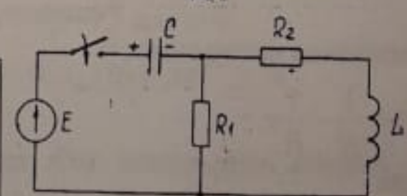

Рис. 10.

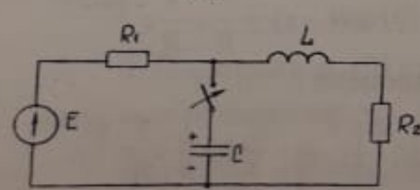

Рис. 11.

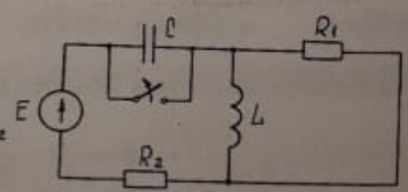

Рис. 12.

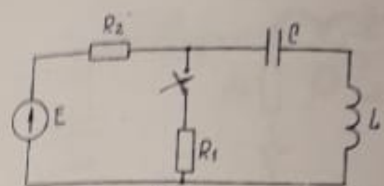

Рис. 13.

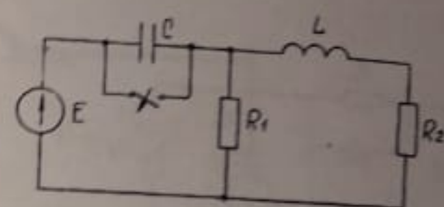

Рис. 14.

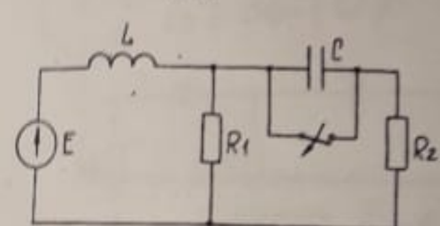

Рис. 15.

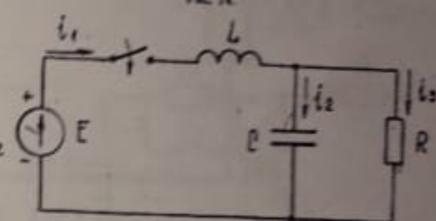

Рис. 16.

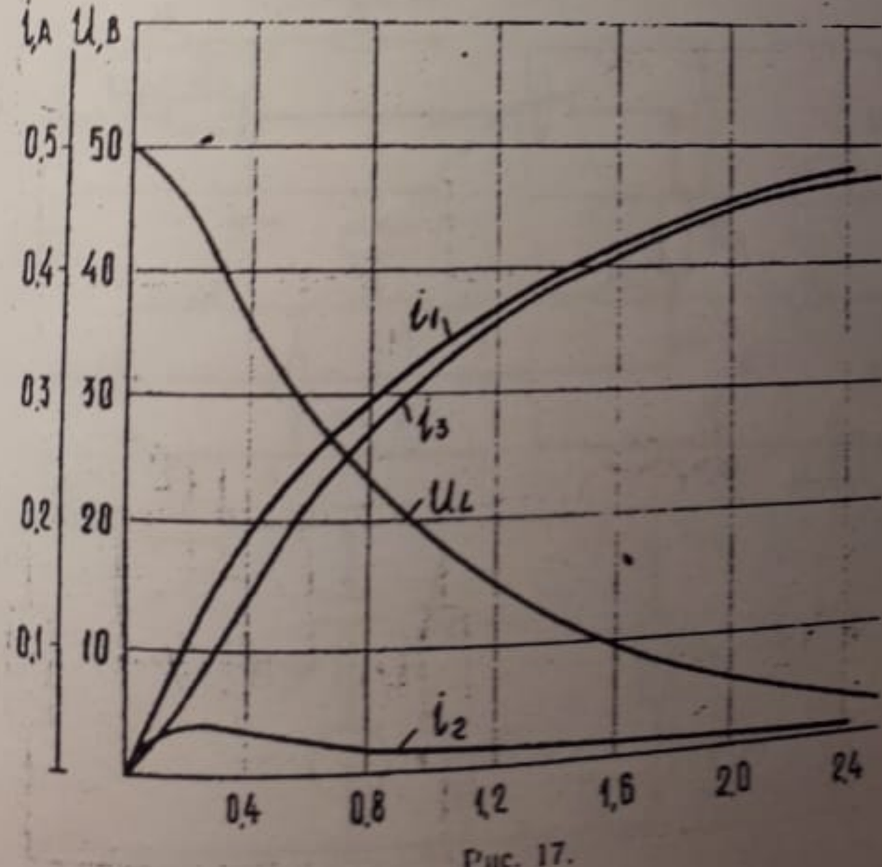

Рис. 17.