$$i_2 = C\frac{\quad}{dt} = 20e \quad \sin 255t, \text{ A};$$

$$i_3 = i_1 - i_2 = 11{,}43 + 8{,}68e^{-167t}\sin(255t - 121{,}07^\circ), \text{ A}.$$

Часть 2.

Во второй части индивидуального задания определяются зависимости токов и напряжений в период протекания переходного процесса, использованием операторного метода. Во второй части необходимо:

2.1. Для заданного варианта рассчитать операторным методом переходной процесс. Найти законы изменения токов во всех ветвях схемы и напряжений на емкости или индуктивности; построить графические зависимости искомых величин в функции времени.

2.2. Данные варианта взять из таблицы 2, условия коммутации определяются преподавателем. К заданной электрической цепи приложено синусоидальное напряжение u. Начальную фазу входного напряжения $u = U_m \sin(314t + \psi)$ определяется, исходя из значения напряжения на емкости или тока на индуктивности в момент коммутации (t=0).

2.3. Условия коммутации.

А. Коммутация происходит в момент перехода тока в индуктивности (на рис. 19…21) через нуль.

Б. Коммутация происходит в момент перехода тока в индуктивности (на рис. 22…24) или напряжения на емкости (на рис.19…21) через максимум.

Таблица 2. Данные к задаче. 2

Схема	Номер варианта	U, R	R_1, Ом	R_2, Ом	R_L, R_C, Ом	L, Г	C, мкФ
19	1	130	65	40	9	0,26	180
20	2	140	65	35	8	0,25	170
21	3	150	65	30	7	0,24	160
22	4	160	60	25	6	0,23	150
23	5	170	60	20	5	0,22	155
24	6	180	55	25	6	0,21	165
19	7	190	55	30	7	0,2	175
20	8	200	50	35	8	0,19	185
21	9	210	50	40	9	0,18	195
22	10	220	45	45	10	0,17	205
23	11	230	45	15	11	0,16	215
24	12	240	35	20	12	0,15	225
19	13	250	35	25	13	0,1	235
20	14	260	40	30	14	0,11	245
21	15	270	40	35	15	0,12	255
22	16	280	30	40	16	0,13	265
23	17	290	30	45	17	0,14	275
24	18	300	65	20	18	0,24	155
	19	290	65	25	19	0,23	165
	20	280	65	30	20	0,22	175
	21	270	70	55	21	0,21	200
	22	260	70	40	22	0,2	185
	23	250	70	45	22	0,27	195
	24	240	70	50	21	0,26	190
	25	230	60	60	20	0,2	180
	26	220	60	65	19	0,25	170
	27	210	55	60	18	0,24	120
	28	200	55	55	17	0,23	130
	29	190	45	45	16	0,22	160
	30	180	45	25	15	0.21	140

2.2. Преимуществом классического метода является его наглядность: при расчете цепи ясно виден характер изменения всех токов и напряжений. Недостаток же его – необходимость решения как системы дифференциальных уравнений для определения всех токов и напряжений цепи, так и системы алгебраических уравнений для определения постоянных интегрирования.

Этого недостатка лишен операторный метод, основанный на замене функции времени (оригинала) функцией некой комплексной переменной p с помощью преобразования Лапласа: $F(p) \doteq \int\limits_0^\infty f(t)_e{}^{-pt}dt$

Преобразование Лапласа может быть записано более кратко: $f(t) \doteq F(P)$ ($\doteq$ знак изображения)

Подставляя сюда вместо *f(t)* значение интересующих нас функций, можем получить их изображение:

Оригинал	$i(t)$	$U_a = i(t)R$	$U_L = L\dfrac{di}{dt}$	$U_C = \dfrac{1}{c}\int i_C dt$	E	$Ee^{j\omega t}$
Изображения	$I(P)$	$I(p)R$	$LpI_L(p) - Li_L(0)$	$\dfrac{I_C(P)}{C_P} + \dfrac{U_C(O)}{P}$	$\dfrac{E}{P}$	$\dfrac{E}{P - j\omega}$

Здесь $I_L(0)$ и $U_c(0)$ – соответственно ток в катушке и напряжение на конденсаторе к моменту коммутации. Таким образом, операторный метод позволяет учесть начальные условия автоматически. Поэтому отпадает надобность в решении системы алгебраических уравнений для определения постоянных интегрирования.

Серьезным преимуществом операторного метода является то, что он позволяет рассчитывать цепь, находящегося в переходном режиме, как цепь переменного тока, работающую в установленном режиме.

2.3. Порядок анализа переходных процессов операторным методом.

2.3.1. Для докоммутационного режима вычисляются значения искомых параметров (начальные условия).

2.3.2. Вычерчивается электрическая схема для послекоммутационного режима.

2.3.3. Составляется эквивалентная операторная схема замещения. При этом если в цепи не нулевые начальные условия, то в операторной схеме замещения увеличивается число источников питания за счет источников внутренних ЭДС, то есть $Li(0)$ и $\dfrac{U_C(0)}{p}$.

2.3.4. Выбирается метод анализа (контурных токов, узловых потенциалов и т.п.) и составляются соответствующие уравнения в оперативной форме.

2.3.5. Искомый параметр, ток или напряжение выражаются в виде рациональной дроби

$$F(p) = \frac{N(p)}{M(p)}$$

При этом в уравнении $N(p)$ не должно быть свободного коэффициента p. Путем преобразований он всегда может быть исключен из получившегося характеристического уравнения.

2.3.6. Знаменатель дроби $M(p)$ приравнивается к нулю, и определяются корни p_n. Для каждого из корней p_n определяются значения $N(p_n)$

2.3.7. От знаменателя дроби $M(p)$ берется первая производная $M^{/}(p)$, и вычисляются ее значения для всех корней характеристического уравнения.

2.3.8. В зависимости от характера корней выбирается соответствующая формула разложения и, подставив в неё найденные значения $N(p)$ и $M^{/}(p)$, определяется оригинал искомого параметра переходного процесса в функции времени.

Оригинал определяется по формуле разложения

$$f(t) = \sum \frac{N(p_n)}{M^{/}(p_n)} e^{p_n t},$$

где $M^{/}(p_n)$ - первая производная знаменателя. Число слагаемых равно числу корней p уравнения $M(p_n) = 0$.

Высшая степень числителя $N(p)$ должна быть меньше или равна высшей степени $M(p)$.

Если э.д.с. источника питания электрической цепи изменяется по синусоидальному закону и ее изображение взято как $E(p) = \dfrac{E_m}{p - j\omega}$, то в $N(p)$ все внутренние э.д.с. должны быть умножены на j, а оригинал определяться по формуле

$$f(t) = I_{magene}\left[\sum_{n=p}^{n} \frac{N(p)}{M^{/}(p_n)} e^{p_n t}\right].$$

Если среди корней p_n есть комплексносопряженные корни, то формула разложения принимает вид:

$$f(t) = 2R_{ed}\left[\frac{N(p)}{M^{/}(p)} e^{pt}\right]$$

При наличии кратных корней:

$$f(t) = \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{m_k - 1} \cdot \left[\frac{d^{(m_k - 1)}}{dp^{(m_k - 1)}} \cdot \frac{N(p)e^{pt}}{M(p)\dfrac{1}{(p - p_k)^{mk}}}\right]_{p = p_k}$$

2.3.9. При составлении операторной схемы замещения

Изображение достаточно сложное, $u = U_m \cos\psi \dfrac{\omega}{p^2 + \omega^2} + U_m \sin\varphi \dfrac{p}{p^2 + \omega^2}$, поэтому целесообразно использовать комплексную форму записи мгновенного значения напряжения: $\dot{u} = \dot{U}_m e^{j\omega t}$, где $\dot{U}_m = U_m e^{j\psi}$.

Его изображение по Лапласу:

$$u(t) = \dot{U}\frac{1}{p - j\omega} = U(p)$$

2.3.10. Расчет переходного процесса можно значительно упростить, если операторным методом находить только свободную составляющую тока. При этом расчитывают цепь, в которой отсутствуют внешние источники, но существуют ненулевые начальные условия для свободных составляющих тока в индуктивности и напряжения на конденсаторах, т.е. внутренние ЭДС:

$$Li_{Lcb}(0) \text{ и } \frac{U_{C_{cb}}(0)}{p}$$

В общем случае эти составляющие могут быть определены из условия для свободных составляющих тока в индуктивности $i_L(0) = i_{Lnp}(0) + i_{Lcb}(0)$ и напряжения на конденсаторе $u_C(0) = u_{Cnp}(0) + u_{Ccb}(0)$. В этих формулах $i_L(0)$ и $u_C(0)$ - ток и напряжение действительно существующие к моменту коммутации: $i_{Lnp}(0)$ и $u_{Cnp}(0)$ - значении установившегося (принужденного) режима в цепи после коммутации при $t=0$.

2.4. Пример расчета 3.

Схема электрической цепи дана на рис. 25. Исходные данные задачи представлены в табл. 6. Коммутация происходит в момент, когда ток в индуктивности проходит через максимум.

Таблица 6

U, В	R_1, Ом	R_2, Ом	L, мГн
220	5	5	10

Решение.

Определим начальную фазу напряжения на входе, для этого рассчитаем ток в индуктивности до коммутации.

Входное сопротивление цепи

$$Z'_{BX} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} + j\omega L = 2{,}5 + j3{,}14 \cdot 0{,}01 = 4e^{j51°35'}, \text{ Ом.}$$

Комплекс амплитудного значения тока в индуктивности

$$\dot{I}_m = \frac{U_m}{Z'_{BX}} = \frac{\sqrt{2} \cdot 220 e^{j\Psi}}{4e^{j51°35'}} = 77{,}5 e^{j(\Psi - 51°35')}, \text{ А.}$$

Закон изменения мгновенных значений тока до коммутации:

$$i = 77{,}5 \sin(314t + \psi - 51°35'), \text{ А.}$$

В момент коммутации при $t=0$ по условию задачи $i_L(0) = I_m = 77{,}5A$, значит, $\sin(\psi - 51°35') = 1$;
$(\psi - 51°35') = 90°$ и $\psi = 141°35'$; $i_L = i = 77{,}5\sin(314t + 90°)$.

Рассчитываем ток в цепи в новом установившемся режиме. Входное сопротивление цепи

$$Z'_{BX} = R_1 + j\omega L = 5 + j314 \cdot 0{,}01 = 5{,}9 e^{j32°10'}, \text{ Ом.}$$

Комплекс амплитудного значения тока

$$I_m = \frac{U_m}{Z'_{BX}} = \frac{\sqrt{2} \cdot 220 e^{j141°35'}}{5{,}9 e^{j32°10'}} = 52{,}6 e^{j109°25'}, \text{ А.}$$

Мгновенное значение тока в новом установившемся режиме (принужденная составляющая)

$$i_{np} = 52{,}6 \sin(314t + 109°25').$$

Значение принужденной составляющей в момент коммутации

$$i_{np}(0) = 49{,}5, \text{ А.}$$

Составим операторную схему замещения для свободных составляющих (рис. 26). Значение свободной составляющей в момент коммутации

$$i_{св}(0) = i(0) - i_{пр}(0) = 77{,}5 - 49{,}5 = 28{,}0 \text{ А}.$$

Операторное изображение свободной составляющей тока в индуктивности

$$I_{CB}(p) = \frac{Li_{св}(0)}{R_1 + pL} = \frac{i_{св}(0)}{\frac{R_1}{L} + p} = \frac{28}{500 + p}.$$

По известному изображению найдем свободную составляющую тока: $i_{св}(t) = 28e^{-500t}$.

Общее выражение переходного тока

$$i(t) = i_{пр} + i_{св} = 52{,}6\sin(314t + 109°25') + 28e^{-500t}, \text{ А}.$$

Напряжение на индуктивности в переходном процессе

$$u_L(t) = L\frac{di}{dt} = 165\sin(314t - 160°35') - 140e^{-500t}, \text{ В}.$$

Напряжение на активном сопротивлении

$$u_R(t) = R_1 i(t) = 263{,}5\sin(314t + 109°25') + 140e^{-500t}, \text{ В}.$$

Для построения графиков необходимо знать законы изменения напряжений на индуктивности и активных сопротивлениях до коммутации:

$$\dot U_{mL} = \omega L \dot I_m e^{j(\psi_1 + 90°)}, \qquad \dot U_{m2} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}\dot I_m,$$

отсюда

$$u_L = 243\sin(314t + 180°), \text{ В}.$$

$$u_R = 194\sin(314t + 90°), \text{ В}.$$

2.5. Пример расчета 4.

Определить закон изменения напряжения на конденсаторе (рис. 27), если $u = 100\sqrt{2}\sin(314t - 45^\circ)$, $R_1 = R_2 = 10$ Ом, C=319 мкФ.

Решение.

Расчет докоммутационного установившегося режима:

$$i(t) = \frac{U_m}{\sqrt{R_1^{\,2} + (\frac{1}{\omega c})^2}}\sin(314t - 45^\circ - \varphi) = 10\sin 314t, \text{ A},$$

$$\varphi = arctg\frac{x}{R_1} = arctg(-\frac{1}{\omega R_1 C}) = -45^\circ;$$

где

$$u_C = \frac{1}{\omega C} I_m \sin(314t - 90^\circ) = 100\sin(314t - 90^\circ), \text{ B},$$

$u_C(0) = -100$, B.

Тогда согласно законам коммутации,

$u_C(0-) = u_C(0_+) = -100$,B.

Операторная схема для комплексных изображений токов и напряжений показана на рис. 28.

Изображение приложенного напряжения:

$$U(p) = \frac{U_m}{p - j\omega} = \frac{100\sqrt{2}e^{-j45^\circ}}{p - j314}.$$

По методу узловых потенциалов

$$(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + pC)\varphi_1(p) = j\frac{1}{p}u_C(0)pC + \frac{1}{R_1}U(p),$$

$$\varphi_1(p) = U_c(p) = \frac{\frac{1}{R_1}U(p) + jCu_c(0)}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + pC},$$

$$\dot{U}_C(p) = \frac{-j10 - j3{,}19 \cdot 10^{-2}\,p}{(3{,}19 \cdot 10^{-1}\,p + 0{,}2)(p - j3{,}14)} = \frac{F_1(p)}{F_2(p)}.$$

Для нахождения комплекса мгновенного значения напряжения на конденсаторе используем теорему разложения. Определим корни полинома знаменателя

$$F_2(p) = 0: \ (3{,}19 \cdot 10^{-4}\,p + 0{,}2)(p - j314) = 0;$$

$$p_1 = j314; \qquad p_2 = -\frac{0{,}2}{3{,}19 \cdot 10^{-4}} = -628.$$

Производная знаменателя

$$F_2^{\,1}(p) = 3{,}19 \cdot 10^{-4}(p - j3{,}14) + 3{,}19 \cdot 10^{-4}\,p + 0{,}2.$$

Используя теорему разложения, определяем комплекс мгновенного значения напряжения на конденсаторе:

$$\dot{u}_c(t) = \sum_{k=1}^{2} \frac{F_1(p_k)}{F_2^{\,/}(p_k)} e^{p_k t} = \frac{-j10 - j3{,}19 \cdot 10^{-2}\,j314}{j3{,}19 \cdot 10^{-4} \cdot 314 + 0{,}2} e^{j314t} + \frac{-j10 - j3{,}19 \cdot 10^{-2}(-628)}{3{,}19 \cdot 10^{-4}(-628 - j314)} e^{-628t} = \frac{-j10 + 10}{0{,}2 - j0{,}1} e^{j314t} +$$

$$+ \frac{-j10 + j20}{0{,}2 - j0{,}1} e^{-628t} = \frac{10(1 - j)(0{,}2 - j0{,}1)}{0{,}04 + 0{,}01} e^{j314t} + \frac{j10(-0{,}2 + j0{,}1)}{0{,}04 + 0{,}01} e^{-628t} = \frac{1 - j3}{0{,}05} e^{j314t} + \frac{-1 - j2}{0{,}05} e^{-628t} =$$

$$= 63{,}2 e^{j(314t - 71{,}5^\circ)} - (20 + j40) e^{-628t}, B.$$

Мгновенное значение напряжения на конденсаторе:

$$u_C(t) = \mathrm{Im}\left[\dot{u}_C(t)\right] = 63{,}2 \sin(314t - 71{,}5^\circ) - 40e^{-628t}.$$

Итак, искомое напряжение на конденсаторе:

$$u_C(t) = 63{,}2 \sin(314t - 71{,}5^\circ) - 40e^{-628t}, \quad \text{В}.$$

Расчетные схемы (рис. 1-28)

Часть 3.

В третьей части индивидуального задания необходимо произвести расчет переходного процесса применением интеграла Дюамеля.

3.1. Для заданных параметров (табл. 3) схемы (рис. 29, 30) и изменения напряжения источника произвольной формы определить изменение параметров переходного процесса с помощью интеграла Дюамеля.

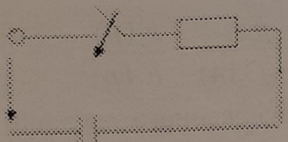


Рис.29

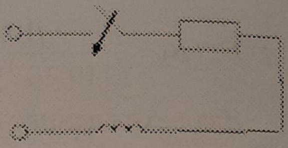


Рис. 30

Таблица 3. Данные к задаче 3.

Схем	№ вари-анта	f, Гц	U_m, В	R, Ом	C, мкФ	L, Гн
29	1	50	100	100	5	0,1
30	2	60	200	200	10	0,2
29	3	50	150	300	15	0,3
30	4	100	300	400	20	0,4
29	5	60	200	500	25	0,5
30	6	100	100	500	30	0,6
29	7	50	300	100	5	0,1
30	8	50	400	200	10	0,2
29	9	60	500	300	15	0,3
30	10	100	100	400	20	0,4
29	11	50	200	400	25	0,5
30	12	60	300	300	30	0,6
29	13	50	200	200	40	0,2
30	14	60	100	100	50	0,3
29	15	50	500	500	60	0,8
30	16	50	400	400	70	0,9
29	17	60	300	300	50	1
30	18	60	200	200	10	1,2
	19	100	100	100	2	1,4
	20	50	50	50	3	0,1
	21	60	600	600	40	1,5
	22	100	700	700	50	0,2
	23	50	800	800	100	0,4
	24	60	400	400	80	0,5

26	100	100	100	10	0,7
27	60	300	300	20	1
28	50	400	400	25	0,9
29	60	500	500	30	0,8
30	100	600	600	35	0,1

3.2. Анализ переходных процессов в электрических цепях с источниками напряжения произвольной формы изменения.

В электрических цепях с источниками электрической энергии, напряжение которых изменяется во времени по произвольному закону, анализ переходных процессов выполняется с применением интеграла Дюамеля. Суть метода заключается в замене реальной кривой изменения напряжения U(t) ступенчатой с интервалами ΔX (рис.3.1). И ток переходного процесса $i(t)$ рассматривается как сумма токов, возникающих под действием серии скачкообразных изменений напряжений ΔU, следующих через промежуток времени Δx в интервале от t=0 до t.

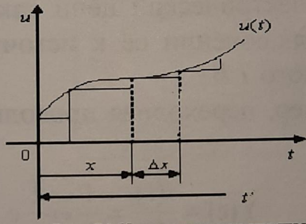


Рис. 31 К анализу переходного процесса в электрических цепях с источниками напряжения произвольной формы изменения.

Подставив скачок напряжения как $\Delta U = \frac{\Delta u}{\Delta x}\Delta X = \frac{du}{dx}\Delta X = U'(x)\Delta X$ и приняв для $t=0$ $\Delta U = U_0$, выражение тока переходного процесса запишется $i(t) = u(0)Y(t)$, где $Y(t)$-переходная проводимость, численно равная току при $\Delta U = 1B$.

В момент времени $t' = x + \Delta x$ (3.1) возникает скачок напряжения ΔU, вызывающий переходный процесс с током $i(t') = u'(x)\Delta x \mathrm{Y}(t')$, где $t' = t - (x + \Delta x)$ - время, соответствующее моменту скачкообразного изменения напряжения.

Тогда ток переходного процесса запишется как сумма токов, вызванных отдельными скачками напряжения

$$i(t) = u(0)\mathrm{Y}(t) + \sum_{0}^{\infty} u'(x)\mathrm{Y}(t - x - \Delta x)\Delta x$$

При уменьшении интервалов Δx до бесконечно малых величин ступенчатая кривая, приблизится до исходной $U(t)$, и выражение переходного тока примет вид

$$i(t) = u(0)\mathrm{Y}(t) + \int_{x=0}^{x=t} u'(x)\mathrm{Y}(t - X)dx, \qquad (3.2)$$

где $u'(x) = (\frac{du}{dt})_{t=o}$

3.3. Анализ выполняется в следующей последовательности.

3.3.1. Определяется переходная проводимость для анализируемой электрической цепи как ток переходного процесса при подключении её к источнику постоянного напряжения, равного *1 В*.

Так, например, переходная проводимость для тока в контуре (R,L)

$i = i_{np} + i_{cb}$

$$\mathrm{Y}(t) = \frac{i(t)}{U} = \frac{1}{R} - \frac{1}{R}e^{-\frac{R}{L}t}$$

$i_{np} = \frac{U}{R} = \frac{1}{R}$

$i_{cb} = Ae^{pt}$

$U_c = U - iR =$

Переходная функция $a(t)$

$$u_C(t) = U \cdot a(t)$$

$0 = \frac{U}{R} + A$ $\quad A = -\frac{U}{R} = -\frac{1}{R}$

$= U - R\frac{U}{R}e^{-\frac{t}{RC}}$

для напряжения u_C в контуре (R,C)

$i = \frac{U}{R} - \frac{U}{R}e^{-\frac{R}{L}t} =$

$$h \quad a(t) = \frac{u_C(t)}{U} = 1 - e^{-\frac{t}{RC}}$$

$= \frac{1}{R} - \frac{1}{R}e^{-\frac{R}{L}t}$

В общем случае переходная проводимость (функ-

$u_c = U(1 - e^{-\frac{t}{RC}})$

$Z_{вх} = R + j\omega L = 0$

$p = -\frac{R}{L}$

ция), согласно теореме разложения,

$$Y(t) = \frac{1}{U}\sum_{k=1}^{n}\frac{M(P_n)}{N'(P_k)}e^{P_k t} = \sum_{k=1}^{n} A_k e^{P_k t}$$

3.3.2. Определяется $Y(t-x)$ путем замены в $Y(t)$ t на $(t\text{-}x)$.

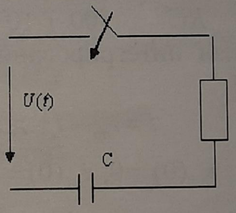
3.3.3. Вычисляется первая производная

$$u'(x) = \left[\frac{du}{dt}u(t)\right]_{t=x}$$

3.3.4. Найденные значения подставляются в формулу (3.2) и получается выражение тока переходного процесса.

Пример 5.

Определить характер изменения тока (рис.3.2) переходного процесса i(t) при подключении цепи (рис. 3.2.а) к источнику с импульсным изменением напряжения (рис. 3.2.б). Параметры цепи: U_{max}=100 *В*, *R*=500 *Ом*, *C*=*1 мкФ*, *f*= *50 Гц*.



а)

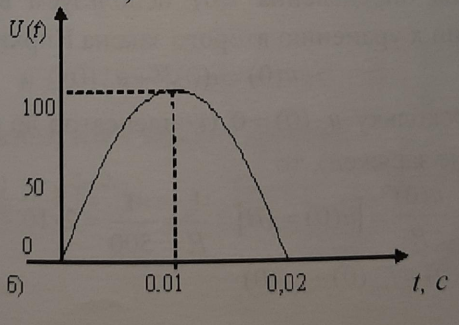


Рис. 3.2. К примеру, анализа переходного процесса с помощью интеграла Дюамеля: а) электрическая схема; б) кривая изменения напряжения источника питания.

Порядок анализа:

1. Определяется переходная проводимость.
2. Рассчитывается ток переходного процесса в цепи при ее подключении к $u(t) = U = 1B$. $i = i_{пр} + i_{св}$.
3. В установившемся режиме постоянный ток через конденсатор не проходит, $i_{пр} = 0$
4. Определяем свободный ток $i_{св} = \sum_{k=1}^{\infty} A_k e^{p_k t}$.
5. Характеристическое уравнение составляется по входному сопротивлению $Z_{вх} = R + \frac{1}{j\omega c}$, приравнивая его к нулю.

$$0 = R + \frac{1}{Cp}$$

Корень характеристического уравнения один ($k=1$) и его значение $p = -\frac{1}{RC} = -\frac{1}{500 \cdot 1 \cdot 10^{-6}} = -2000c^{-1}$

6. Постоянная интегрирования определяется из начальных условий

$$i = i_{пр} + i_{св} \text{ для } t=0$$

$$i_{пр}(0) = 0; \; i_{св}(0) = Ae^{p \cdot o} = A;$$

7. Для определения $i(0)$ используем второй закон коммутации к уранению второго закона Кирхгофа

$$u(0) = i(0)R + u_C(0)$$

8. Поскольку $u_C(0) = 0$ (конденсатор до включения в цепь был не заряжен), то

$$i(0) = \frac{u(0)}{R} = [u(0) = 1B] = \frac{1}{R} = \frac{1}{500} = 2 \cdot 10^{-3} A.$$

9. $i(0) = i_{пр}(0) + i_{св}(0)$

$2\cdot 10^{-3} = O + A$ откуда $A = 2\cdot 10^{-3}$

10. Свободная составляющая $i_{св} \cdot Ae^{pt} = 2\cdot 10^{-3} e^{-2000\,t}$

11. Ток $i(t) = i_{св} = 2\cdot 10^{-3} e^{-2000\,t}$

12. Следовательно переходная проводимость

$\mathrm{Y}(t) = i(t) = 2\cdot 10^{-3} e^{-2000\,t}$

13. Определяется $\mathrm{Y}(t-x) = 2\cdot 10^{-3} e^{-2000(t-x)}$

14. Определяется

$$u'(x) = \frac{d}{dt}\left|U_m \sin \omega t\right|_{t=x} = \frac{d}{dt}\left[100 \sin 314t\right]_{t=x} = 100\cdot 314\cos 314x$$

15. Определяется ток $i(t)$ по формуле

$$i(t) = u(0)\mathrm{Y}(t) + \int_0^t u'(x)\mathrm{Y}(t-x)dt = 0\cdot 2\cdot 10^{-3} e^{-2000t} + \int_0^t 314\cdot 10^2 \cos 314x \cdot 2\cdot 10^{-3} e^{-2000(t-x)} dx =$$

$$= 62{,}8\int_0^t \cos 314x e^{-2000(t-x)} dx = 62{,}8\int_0^t \cos 314x \cdot e^{-2000t} e^{2000x} dx = 62{,}8 e^{-2000t} \int_0^t \cos 314x e^{2000x} dx =$$

$$= \left[\int_0^t e^{ax} \cos bx dx = \frac{a\cos bx + b\sin bx}{a^2+b^2} e^{ax}\right] = 62{,}8 e^{-2000t} \frac{2000\cos 314x + 314\sin 314x}{(2000)^2 + (314)^2} c^{2000x}\Big|_0^t =$$

$$= 3{,}1\cdot 10^2 e^{-2000t}\left[(2000\cos 314t + 314\sin 314t)e^{2000t}\right] = 3{,}1\cdot 10^2 (2000\cos 314t + 314\sin 314t - 2000e^{-200t})$$

Пример 6.

Найти ток в цепи, состоящей из последовательно соединенных R и L; цепь включается на напряжение, возрастающее по линейному закону $u(t) = U_0 t$

Решение

Переходная проводимость

$$\mathrm{Y}(t) = \frac{1}{R} - \frac{1}{R} e^{-\frac{R}{L}t}.$$

Далее

$$u(0) = 0; \qquad u'(t) = U_0 = u'(x); \qquad g(t-x) = \frac{1}{R} - \frac{1}{R} e^{-\frac{R}{L}(t-X)}$$

Таким образом, ток в момент времени t

$$i(t) = 0 + \int_0^t U_0 \left(\frac{1}{R} - \frac{1}{R} e^{-\frac{R}{L}t} e^{\frac{R}{L}x}\right) dx = \frac{U_0}{R}t - \frac{U_0}{R} e^{-\frac{R}{L}t} \int_0^t e^{\frac{R}{L}x} dx = \frac{U_0}{R}\left(t - \frac{L}{R} + \frac{L}{R} e^{-\frac{R}{L}t}\right).$$