

Пример выполнения задания К-5

Дано: схема механизма в заданном положении (рис. 5.7). $\varphi = 30^\circ$;
 $OA = 30 \text{ см}$; $AB = 70 \text{ см}$; $BC = 35 \text{ см}$; $CD = 40 \text{ см}$; $l = 90 \text{ см}$; $\omega_0 = \pi/6 \text{ с}^{-1}$.

Определить:

1. скорости точек A , B , C , D механизма и угловые скорости всех его звеньев при помощи мгновенных центров скоростей;
2. скорости этих же точек методом проекций на прямую, соединяющую точки;
3. ускорения точек A , B , C , а также угловое ускорение звена AB (аналитическим способом).

Решение: Построим механизм в выбранном масштабе $m_e = 1:10$ (рис.5.7).

При исследовании кинематики плоского механизма будем рассматривать последовательно движение каждого звена механизма, начиная с ведущего звена, угловая скорость которого задана.

1. Определение скоростей точек и угловых скоростей звеньев механизма с помощью мгновенных центров скоростей.

а) Звено OA совершает вращательное движение вокруг неподвижного центра O . Определим скорость точки A кривошипа, которая одновременно принадлежит следующему звену AB . Величина скорости точки A определяется по формуле

$$V_A = \omega_{OA} \cdot OA = \frac{\pi}{3} \cdot 30 \approx 16 \quad \text{см/с.}$$

Вектор скорости \vec{V}_A перпендикулярен прямой OA и направлен в сторону вращения кривошипа, указанную дуговой стрелкой ω_0 (рис.5.7).

б) Звено AB совершает плоскопараллельное (плоское) движение. Выше найдена скорость точки A этого звена и известна линия действия (направления) скорости точки B (\vec{V}_B - вдоль прямой OB). Мгновенный центр скоростей звена AB (точка C_{VI}) находится на пересечении перпендикуляров, восстановленных в точках A и B к направлениям их скоростей (\vec{V}_A и \vec{V}_B). Точка C принадлежит звену AB . Соединим точку C с мгновенным центром скоростей C_{VI} . Вектор скорости точки C (\vec{V}_C) направлен перпендикулярно к прямой CC_{VI} .

Для звена CD мгновенный центр скоростей определяем аналогично. Известна линия действия скорости точки C (\vec{V}_C) и линия действия (направления) скорости в точке D (по вертикали). Восстанавливаем перпендикуляр в точке D к вертикали до пересечения с прямой CC_{VI} в точке C_{V2} . Точка C_{V2} и есть мгновенный центр скоростей звена CD .

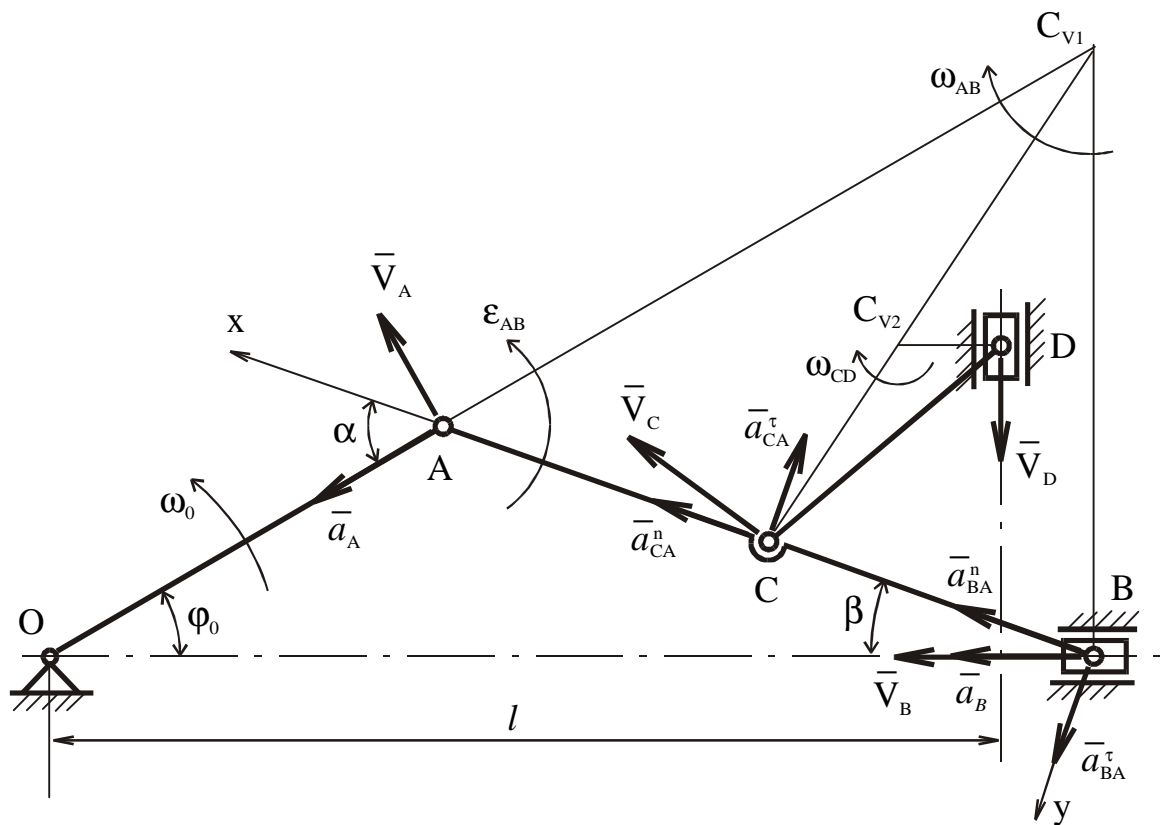


Рис. 5.7

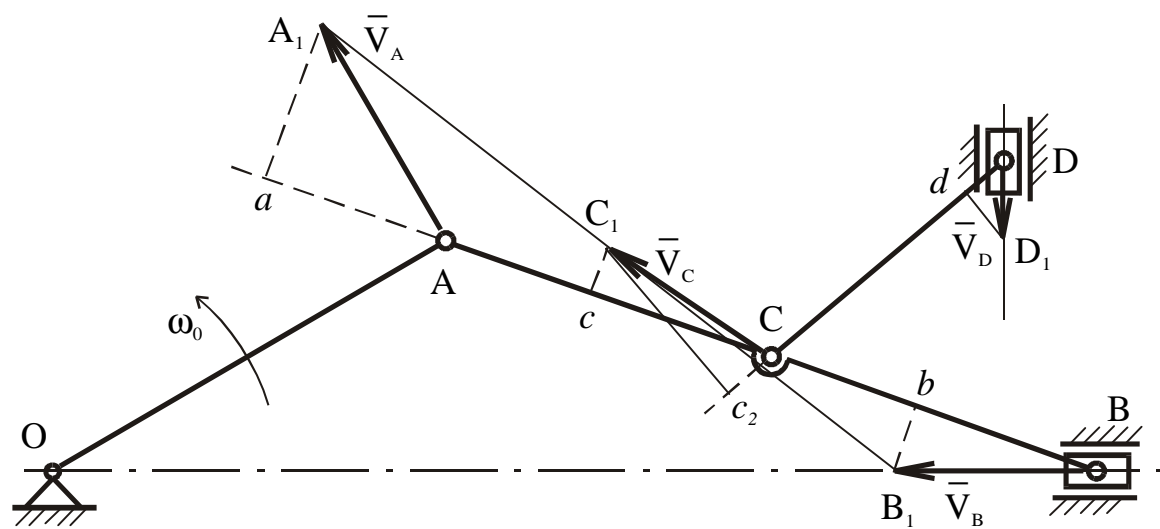


Рис. 5.8

Измеряем расстояния от точек A , B , C и D до соответствующих мгновенных центров скоростей

$$|AC_{V1}| = 8 \text{ см}, \quad |BC_{V1}| = 6 \text{ см}, \quad |CC_{V1}| = 6,1 \text{ см}.$$

$$|CC_{V2}| = 3 \text{ см}, \quad |DC_{V2}| = 1,4 \text{ см}.$$

Учитывая масштаб m_e , получаем

$$AC_{V1} = 80 \text{ см}, \quad BC_{V1} = 60 \text{ см}, \quad CC_{V1} = 61 \text{ см},$$

$$CC_{V2} = 30 \text{ см}, \quad DC_{V2} = 74 \text{ см}.$$

Скорости точек плоской фигуры пропорциональны расстояниям до мгновенных центров скоростей. Для звена AB имеем

$$\frac{V_A}{AC_{V1}} = \frac{V_B}{BC_{V1}} = \frac{V_C}{CC_{V1}} .$$

Отсюда находим

$$V_B = V_A \frac{BC_{V1}}{AC_{V1}} = 12 \text{ см/с}, \quad V_C = V_A \frac{CC_{V1}}{AC_{V1}} = 12,2 \text{ см/с}.$$

Аналогично для звена CD получим

$$\frac{V_C}{CC_{V2}} = \frac{V_D}{DC_{V2}} , \quad V_D = V_C \frac{DC_{V2}}{CC_{V2}} = 5,6 \text{ см/с}.$$

в) Определим величины угловых скоростей звеньев механизма. Скорость любой точки звена равна произведению угловой скорости этого звена на расстояние от точки до мгновенного центра скоростей

$$V_A = \omega_{AB} \cdot AC_{V1} , \quad V_B = \omega_{AB} \cdot BC_{V1} , \quad V_C = \omega_{AB} \cdot CC_{V1} , \\ V_C = \omega_{CD} \cdot CC_{V2} , \quad V_D = \omega_{CD} \cdot DC_{V2} .$$

Отсюда

$$\omega_{AB} = \frac{V_A}{AC_{V1}} = \frac{16}{80} = 0,2 \text{ см/с}, \\ \omega_{CD} = \frac{V_C}{CC_{V2}} = \frac{12,2}{30} \approx 0,41 \text{ см/с}.$$

Из рис.5.7. следует, что вращения звеньев AB и CD вокруг мгновенных центров скоростей происходят по часовой стрелке.

2. Определение скоростей этих же точек методом проекций на прямую, соединяющую точки.

Для определения скоростей точек методом проекций вновь строим механизм в заданном масштабе ($m_e = 1:10$) (рис.5.8). С помощью теоремы о проекциях скоростей двух точек плоской фигуры на прямую, их соединяющую, и теоремы о геометрическом месте концов векторов скоростей точек прямой, определяем скорости точек B , C и D .

На рис.5.8 находим проекцию вектора скорости \vec{V}_A , который построен в масштабе ($m_v=1:4$), на прямую AB . Откладываем от точки B отрезок $Aa = Bb$ вдоль прямой AB . Восстанавливаем в точке b перпендикуляр к прямой AB до пересечения с прямой OB , по которой направлен вектор скорости в точке B (\vec{V}_B). Соединяем концы векторов скоростей точек A и B прямой A_1B_1 . От точки C вдоль прямой AB откладываем отрезок $Cc = Aa$ и восстанавливаем из точки c перпендикуляр до пересечения с прямой A_1B_1 в точке C_1 . Отрезок CC_1 определяет вектор скорости \vec{V}_C в точке C .

Скорость точки D определяем аналогично. Находим проекцию скорости \vec{V}_C на прямую CD . Откладываем от точки D отрезок $Dd = Cc_2$. Восстанавливаем перпендикуляр из точки d до пересечения в точке D_1 с вертикалью, по которой направлен вектор скорости в точке D (\vec{V}_D). Отрезок

DD_I изображает вектор скорости \vec{V}_D .

Измеряя длины отрезков BB_I , CC_I , и DD_I , и учитывая масштаб скорости m_v , найдем величины скоростей в точках B , C и D

$$V_B = 12 \text{ см/с}, \quad V_C = 12,2 \text{ см/с}, \quad V_D = 5,6 \text{ см/с}.$$

3. Определение ускорений точек A , B и C , а также углового ускорения ϵ_{AB} звена AB .

Так как кривошип OA вращается равномерно, ускорение точки A направлено к центру O и равно

$$a_A = \omega_{OA}^2 \cdot OA = 8,215 \text{ см/с}^2.$$

Для определения ускорения точки B звена AB воспользуемся теоремой об ускорениях точек плоской фигуры. Считая точку A полюсом, запишем

$$\vec{a}_B = \vec{a}_A + \vec{a}_{BA}^n + \vec{a}_{BA}^\tau. \quad (1)$$

Нормальное ускорение точки B во вращательном движении вокруг полюса A направлено от точки B к точке A вдоль AB и равно

$$a_{BA}^n = \omega_{AB}^2 \cdot AB = 2,8 \text{ см/с}^2.$$

Что касается ускорений \vec{a}_B точки B и \vec{a}_{BA}^τ , то известны только линии действия этих векторов: \vec{a}_B - по прямой OB вдоль направляющих ползуна, \vec{a}_{BA}^τ - перпендикулярно AB . Зададимся произвольно их направлениями по указанным линиям (рис.5.7). Эти ускорения определим из уравнений проекций векторного равенства (1) на оси координат. Знак в ответе показывает, соответствует ли истинное направление вектора расчетному. Выбрав направления осей x и y как показано на рис.5.7, получим

$$\begin{aligned} a_B \cdot \cos \beta &= a_A \cdot \cos \alpha + a_{BA}^n, \\ a_B \cdot \sin \beta &= a_A \cdot \sin \alpha + a_{BA}^\tau. \end{aligned} \quad (2)$$

Углы α и β измеряем на рис.5.7 с помощью транспортира. Из уравнений (2) получим

$$\begin{aligned} a_B &= \frac{a_A \cdot \cos \alpha + a_{BA}^n}{\cos \beta} = 9 \text{ см/с}^2, \\ a_{BA}^\tau &= a_B \cdot \sin \beta - a_A \cdot \sin \alpha = -4,15 \text{ см/с}^2. \end{aligned} \quad (3)$$

Поскольку a_{BA}^τ отрицательно, следовательно, направление вектора \vec{a}_{BA}^τ противоположно выбранному на рис.5.7.

Угловое ускорение шатуна AB с учетом того, что здесь a_{BA}^τ - алгебраическая величина, определяется по формуле

$$|\epsilon_{AB}| = \frac{|a_{BA}^\tau|}{AB} = 0,06 \text{ с}^{-1}. \quad (4)$$

Направление ускорения \vec{a}_{BA}^τ относительно полюса A определяет направление углового ускорения ϵ_{AB} , которое показано на рис 5.7 дуговой стрелкой.

Для определения ускорения точки C примем за полюс точку A и в

соответствии с теоремой об ускорениях точек плоской фигуры запишем равенство

$$\vec{a}_C = \vec{a}_A + \vec{a}_{CA}^n + \vec{a}_{CA}^\tau . \quad (5)$$

Направление вектора ускорения \vec{a}_C точки C заранее неизвестно.

Нормальное и тангенциальное ускорения точки C во вращательном движении вокруг полюса A

$$a_{CA}^n = \omega_{AB}^2 \cdot AC = 1,4 \text{ см/с}^2 ,$$

$$a_{CA}^\tau = \varepsilon_{AB} \cdot AC = 2,1 \text{ см/с}^2 .$$

Вектор \vec{a}_{CA}^τ перпендикулярен вектору \vec{a}_{CA}^n и направлен соответственно угловому ускорению ε_{AB} .

Ускорение точки C находим способом проекций

$$a_{Cx} = a_A \cdot \cos \alpha + a_{CA}^n = 7,5 \text{ см/с}^2 ,$$

$$a_{Cy} = a_A \cdot \sin \alpha - a_{CA}^\tau = 3,39 \text{ см/с}^2 .$$

Найдем величину вектора ускорения точки C по формуле

$$a_C = \sqrt{a_{Cx}^2 + a_{Cy}^2} = 8,22 \text{ см/с}^2 .$$