

ЗАДАЧИ ДЛЯ КОНТРОЛЬНЫХ ЗАДАНИЙ

Контрольная работа № 1

Тема: Аналитическая геометрия, векторная алгебра, элементы линейной алгебры

1-20. Даны вершины $A(x_1; y_1)$, $B(x_2; y_2)$, $C(x_3; y_3)$ треугольника. Найти:
1) длину стороны AB ; 2) внутренний угол A в радианах с точностью до 0,001;
3) уравнение высоты, проведенной через вершину C ; 4) уравнение медианы, проведенной через вершину C ; 5) точка пересечения высот треугольника; 6) длину высоты, опущенной из вершины C ; 7) систему линейных неравенств, определяющих треугольник ABC . Сделать чертеж.

1. $A(1;1)$	$B(7;4)$	$C(4;5)$
2. $A(1;1)$	$B(-5;4)$	$C(-2;5)$
3. $A(-1;1)$	$B(5;4)$	$C(2;5)$
4. $A(-1;1)$	$B(-7;4)$	$C(-4;5)$
5. $A(1;-1)$	$B(7;2)$	$C(4;5)$
6. $A(1;-1)$	$B(-5;2)$	$C(-2;3)$
7. $A(-1;-1)$	$B(5;2)$	$C(2;3)$
8. $A(-1;-1)$	$B(-7;2)$	$C(-4;3)$
9. $A(0;1)$	$B(6;4)$	$C(3;5)$
10. $A(1;0)$	$B(7;3)$	$C(4;4)$.
11. $A(2,2)$	$B(-3,6)$	$C(0,7)$
12. $A(4,4)$	$B(10,7)$	$C(7,8)$
13. $A(3,2)$	$B(9,5)$	$C(6,6)$
14. $A(2,0)$	$B(-4,3)$	$C(-1,4)$
15. $A(-2,-2)$	$B(-8,1)$	$C(-5,2)$
16. $A(0,-2)$	$B(-6,1)$	$C(-3,2)$
17. $A(0,2)$	$B(6,5)$	$C(3,6)$
18. $A(2,3)$	$B(8,6)$	$C(5,7)$
19. $A(-3,-3)$	$B(3,-1)$	$C(-1,0)$
20. $A(-3,-5)$	$B(3,-2)$	$C(0,1)$

В задачах **21-25** составить уравнение геометрического места точек, равноудаленных от данной точки $A(x,y)$ и данной прямой $y=b$. Полученное уравнение привести к простейшему виду и затем построить кривую.

21. $A(2,5)$	$y = 1$	24. $A(3,-4)$	$y = 2$
22. $A(-4,3)$	$y = -1$	25. $A(-2,-3)$	$y = -1$
23. $A(1,-1)$	$y = 1$		

В задачах **26-30** составить уравнение геометрического места точек, отношение расстояний которых до данной точки $A(x,y)$ и данной прямой $x=a$ равно числу k . Полученное уравнение привести к простейшему виду и затем построить кривую.

26. $A(6,0)$ $x=1,5$; $k=2$
 27. $A(3,0)$ $x=4/3$; $k=1,5$
 28. $A(10,0)$ $x=2,5$; $k=2$
 29. $A(2,0)$ $x=4,5$; $k=2/3$
 30. $A(3,0)$ $x=12$; $k=0,5$

31. Составить уравнение линии, для каждой точки которой расстояние до точки $F(-1;-2)$ равно расстоянию от прямой $x = -3$. Сделать чертеж.

32. Составить уравнение линии, для каждой точки которой отношение расстояний до точки $F(7;0)$ и прямой $x=1$ равно $\sqrt{7}$. Сделать чертеж.

33. Составить уравнение линии, для каждой точки которой отношение расстояний до точки $F(2,0)$ и прямой $x=3$ равно $\frac{\sqrt{6}}{3}$. Сделать чертеж.

34. Составить уравнение линии, для каждой точки которой расстояние до точки $F(3,3)$ равно расстоянию от прямой $y=4$. Сделать чертеж.

35. Составить уравнение линии, для каждой точки которой отношение расстояний до точки $F(2,0)$ и прямой $x=2$ равно 2. Сделать чертеж.

36. Составить уравнение линии, для каждой точки которой отношение расстояний до точки $F(-1,0)$ и прямой $x = -9$ равно $\frac{1}{3}$. Сделать чертеж.

37. Составить уравнение линии, для каждой точки которой отношений расстояние ее до точки $F(-3,2)$ равно расстоянию от прямой $x=2$. Сделать чертеж.

38. Составить уравнение линии, для каждой точки которой отношение расстояний до точки $F(3,0)$ и прямой $x=2$ равно $\sqrt{\frac{6}{2}}$. Сделать чертеж.

39. Составить уравнение линии, для каждой точки которой отношение расстояний до точки $F(-4,5;0)$ и прямой $x = -8$ равно 0,75. Сделать чертеж.

40. Составить уравнение линии, для каждой точки которой расстояние ее до точки $F(1,0)$ равно расстоянию от прямой $y=3$. Сделать чертеж.

Задачи 41-60. Дано уравнение $f(x;y;z)=0$. Требуется: 1) доказать, что оно является уравнением сферы; 2) найти координаты центра и радиус сферы; 3) составить уравнение плоскости, проходящей через центр сферы и ось O_z ; 4) составить уравнение прямой, проходящей через центр сферы и начало координат.

41. $f(x;y;z)=x^2+y^2+z^2-4x+2y-6z-6$.

42. $f(x;y;z)=x^2+y^2+z^2-3x+4y+5z+2$.

43. $f(x;y;z)=x^2+y^2+z^2+8x-3y-5z+10$.

44. $f(x;y;z)=x^2+y^2+z^2+5x-3y+6x+9$.

45. $f(x;y;z)=x^2+y^2+z^2-7x+2y-2z-1$.

46. $f(x;y;z)=x^2+y^2+z^2-2x-8y+3z-2$.

47. $f(x;y;z)=x^2+y^2+z^2+4x-3y+z-8$.

48. $f(x;y;z)=x^2+y^2+z^2+5x+4y-2z-6$.
49. $f(x;y;z)=x^2+y^2+z^2+3y-3x-2z+2$.
50. $f(x;y;z)=x^2+y^2+z^2+6x-3y+z+7$.
51. $f(x;y;z)=x^2+y^2+z^2-6x+4y-6z-6$.
52. $f(x;y;z)=x^2+y^2+z^2-5x+4y+6z+2$.
53. $f(x;y;z)=x^2+y^2+z^2+6x-3y-5z+10$.
54. $f(x;y;z)=x^2+y^2+z^2+5x-4y+8x+9$.
55. $f(x;y;z)=x^2+y^2+z^2-4x+2y-4z-1$.
56. $f(x;y;z)=x^2+y^2+z^2-2x-6y+3z-2$.
57. $f(x;y;z)=x^2+y^2+z^2+4x-8y+z-8$.
58. $f(x;y;z)=x^2+y^2+z^2+5x+10y-2z-6$.
59. $f(x;y;z)=x^2+y^2+z^2+4y-6x-4z+2$.
60. $f(x;y;z)=x^2+y^2+z^2+6x-4y+4z+7$.

61-70. Даны векторы **a, b, c, d, e**. Показать, что векторы **a, b, c, d** образуют базис четырехмерного пространства, и найти координаты вектора **e** в этом базисе.

61. $a(2,0,8,5), b(-10,3,0,2), c(-3,5,-1,-6), d(-1,-7,9,0), e(33,-4,23,3)$
62. $a(1,4,0,3), b(-5,1,-2,5), c(-3,1,-3,0), d(2,-7,1,-4), e(-28,21,-14,35)$
63. $a(3,7,9,0), b(-3,0,7,0), c(2,-3,-5,-4), d(1,-2,0,7), e(-10,-8,25,-1)$
64. $a(-1,3,5,0), b(5,-1,-3,2), c(-2,9,-2,9), d(8,0,1,0), e(9,-17,14,-26)$
65. $a(5,1,-7,2), b(2,-3,-1,-9), c(-7,-1,1,-2), d(3,4,-5,-6), e(59,20,-38,-53)$
66. $a(9,7,1,0), b(8,-1,-1,3), c(0,5,5,5), d(0,0,4,7), e(79,67,29,33)$
67. $a(2,9,0,0), b(-4,-7,-1,1), c(1,-2,5,-3), d(3,4,0,-5), e(41,93,11,-19)$
68. $a(1,9,0,-3), b(-3,-2,0,2), c(-5,-6,-8,-5), d(-7,0,1,-1), e(-55,0,-18,-27)$
69. $a(-1,5,2,0), b(-3,3,-7,8), c(5,-2,0,4), d(2,-4,0,-1), e(22,-33,12,-17)$
70. $a(8,5,9,1), b(1,-3,-6,-3), c(3,-1,5,2), d(0,2,-1,4), e(-17,-13,-36,-6)$

В задачах **71-80** написать разложение вектора **x** по векторам **p,q,r**.

- | | | | |
|---------------------|----------------|---------------|---------------|
| 71. $x=(-2, 4, 7),$ | $p=(0, 1, 2),$ | $q=(1,0,1),$ | $r=(-1,2,4).$ |
| 72. $x=(6,12,-1),$ | $p=(1,3,0),$ | $q=(2,-1,1),$ | $r=(0,-1,2).$ |
| 73. $x=(1,-4,4),$ | $p=(2,1,-1),$ | $q=(0,3,2),$ | $r=(1,-1,1).$ |
| 74. $x=(-9,5,5),$ | $p=(4,1,1),$ | $q=(2,0,-3),$ | $r=(-1,2,1).$ |
| 75. $x=(-5,-5,5),$ | $p=(-2,0,1),$ | $q=(1,3,-1),$ | $r=(0,4,1).$ |
| 76. $x=(13,2,7),$ | $p=(5,1,0),$ | $q=(2,-1,3),$ | $r=(1,0,-1).$ |
| 77. $x=(-19,-1,7),$ | $p=(0,1,1),$ | $q=(-2,0,1),$ | $r=(3,1,0).$ |
| 78. $x=(3,-3,4),$ | $p=(1,0,2),$ | $q=(0,1,1),$ | $r=(2,-1,4).$ |
| 79. $x=(3,3,-1),$ | $p=(3,1,0),$ | $q=(-1,2,1),$ | $r=(-1,0,2).$ |
| 80. $x=(-1,7,-4),$ | $p=(-1,2,1),$ | $q=(2,0,3),$ | $r=(1,1,-1).$ |

Задачи 81-100. Найти матрицу, обратную данной:

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix}$$

Проверить результат, вычислив произведение данной матрицы с полученной.

$$81. A = \begin{pmatrix} 6 & 7 & 3 \\ 3 & 1 & 0 \\ 2 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

$$82. A = \begin{pmatrix} 9 & 9 & 5 \\ 4 & -1 & -2 \\ 14 & 13 & 7 \end{pmatrix}$$

$$83. A = \begin{pmatrix} -2 & 3 & 4 \\ 3 & -1 & -3 \\ -1 & 2 & 2 \end{pmatrix}$$

$$84. A = \begin{pmatrix} 3 & 3 & 1 \\ 7 & 6 & 2 \\ 7 & 9 & 2 \end{pmatrix}$$

$$85. A = \begin{pmatrix} 9 & 7 & 3 \\ 14 & 9 & 4 \\ 0 & 3 & 2 \end{pmatrix}$$

$$86. A = \begin{pmatrix} 6 & 5 & 2 \\ 11 & 9 & 2 \\ 4 & 5 & 2 \end{pmatrix}$$

$$87. A = \begin{pmatrix} 12 & 6 & 1 \\ 19 & 16 & 7 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$88. A = \begin{pmatrix} 4 & 3 & 2 \\ 4 & 5 & 2 \\ 3 & 2 & 3 \end{pmatrix}$$

$$89. A = \begin{pmatrix} 6 & 9 & 4 \\ -1 & -1 & 1 \\ 10 & 16 & 7 \end{pmatrix}$$

$$90. A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 3 & 4 & 3 \\ 9 & 8 & 5 \end{pmatrix}$$

$$91. A = \begin{pmatrix} -1 & -2 & 3 \\ 1 & -2 & 1 \\ 1 & 3 & -4 \end{pmatrix}$$

$$92. A = \begin{pmatrix} -2 & 1 & 1 \\ -2 & -1 & 3 \\ 3 & 1 & -4 \end{pmatrix}$$

$$93. A = \begin{pmatrix} -4 & 3 & 1 \\ 1 & -2 & 1 \\ 3 & -2 & -1 \end{pmatrix}$$

$$94. A = \begin{pmatrix} -1 & 3 & -2 \\ 1 & -4 & 3 \\ 1 & 1 & -2 \end{pmatrix}$$

$$95. A = \begin{pmatrix} -3 & -2 & 1 \\ -2 & -3 & -1 \\ 4 & 3 & -1 \end{pmatrix}$$

$$96. A = \begin{pmatrix} -3 & -2 & -1 \\ -2 & -3 & 1 \\ 3 & 4 & -1 \end{pmatrix}$$

$$97. A = \begin{pmatrix} -1 & 3 & 4 \\ -1 & -3 & -2 \\ 1 & -2 & -3 \end{pmatrix}$$

$$98. A = \begin{pmatrix} -1 & 4 & 3 \\ 1 & -3 & -2 \\ -1 & -2 & -3 \end{pmatrix}$$

$$99. A = \begin{pmatrix} -3 & 1 & -2 \\ 4 & -1 & 3 \\ -2 & -1 & 3 \end{pmatrix}$$

$$100. A = \begin{pmatrix} -4 & 1 & 3 \\ 3 & -1 & -2 \\ 1 & 1 & -2 \end{pmatrix}$$