

# ТЕОРИЯ МЕХАНИЗМОВ И МАШИН

Учебная программа дисциплины

Учебное пособие

Лабораторный практикум

➤ **Практикум**

Методические указания по самостоятельной работе

**Банк тестовых заданий в системе UniTest**



УДК 621.01  
ББК 34.41  
ТЗЗ

Авторы:

**П. Н. Сильченко, М. А. Мерко, М. В. Меснянкин, А. В. Колотов, Е. В. Беляков**

Электронный учебно-методический комплекс по дисциплине «Теория механизмов и машин» подготовлен в рамках реализации в 2007 г. программы развития ФГОУ ВПО «Сибирский федеральный университет» на 2007–2010 гг. по разделу «Модернизация образовательного процесса».

Рецензенты:

Красноярский краевой фонд науки;

Экспертная комиссия СФУ по подготовке учебно-методических комплексов дисциплин

**ТЗЗ** Теория механизмов и машин. Версия 1.0 [Электронный ресурс]: практикум / П. Н. Сильченко, М. А. Мерко, М. В. Меснянкин и др. – Электрон. дан. (2 Мб). – Красноярск : ИПК СФУ, 2008. – (Теория механизмов и машин : УМКД № 363-2007 / рук. творч. коллектива П. Н. Сильченко). – 1 электрон. опт. диск (DVD). – Систем. требования : *Intel Pentium* (или аналогичный процессор других производителей) 1 ГГц ; 512 Мб оперативной памяти ; 2 Мб свободного дискового пространства ; привод *DVD* ; операционная система *Microsoft Windows 2000 SP 4 / XP SP 2 / Vista* (32 бит) ; *Adobe Reader 7.0* (или аналогичный продукт для чтения файлов формата *pdf*).

ISBN 978-5-7638-1283-1 (комплекса)

ISBN 978-5-7638-1476-7 (практикума)

Номер гос. регистрации в ФГУП НТЦ «Информрегистр» 0320802726 от 20.12.2008 г. (комплекса)

Настоящее издание является частью электронного учебно-методического комплекса по дисциплине «Теория механизмов и машин», включающего учебную программу, учебное пособие, лабораторный практикум, методические указания по самостоятельной работе, контрольно-измерительные материалы «Теория механизмов и машин. Банк тестовых заданий», наглядное пособие «Теория механизмов и машин. Презентационные материалы».

Изложены алгоритмы и последовательность решения задач графоаналитическими методами по основным разделам дисциплины. Рассмотрены примеры решения практических задач с использованием общепринятых методов теории механизмов и машин для типовых рычажных механизмов.

Предназначен для студентов направления подготовки бакалавров 190100.62 «Наземные транспортно-технологические комплексы», 190200.62 «Эксплуатация транспортно-технологических машин и комплексов» укрупненной группы 190000 «Транспортная техника и технологии».

© Сибирский федеральный университет, 2008

Рекомендовано к изданию

Инновационно-методическим управлением СФУ

Редактор Л. Х. Бочкарева

Разработка и оформление электронного образовательного ресурса: Центр технологий электронного обучения информационно-аналитического департамента СФУ; лаборатория по разработке мультимедийных электронных образовательных ресурсов при КрЦНИТ

Содержимое ресурса охраняется законом об авторском праве. Несанкционированное копирование и использование данного продукта запрещается. Встречающиеся названия программного обеспечения, изделий, устройств или систем могут являться зарегистрированными товарными знаками тех или иных фирм.

Подп. к использованию 01.09.2008

Объем 2 Мб

Красноярск: СФУ, 660041, Красноярск, пр. Свободный, 79

## Оглавление

<b>Введение .....</b>	<b>4</b>
<b>1. Структурный анализ рычажных механизмов....</b>	<b>5</b>
<b>2. Метрический синтез плоских рычажных механизмов .....</b>	<b>25</b>
<b>3. Кинематический анализ плоских рычажных механизмов .....</b>	<b>41</b>
<b>4. Силовой анализ плоских рычажных механизмов .....</b>	<b>71</b>
<b>5. Динамический анализ плоских рычажных механизмов .....</b>	<b>110</b>
<b>Библиографический список .....</b>	<b>132</b>

## ВВЕДЕНИЕ

Дисциплина «Теория механизмов и машин» (ТММ) предполагает изучение основных методов и алгоритмов анализа и синтеза механизмов и машин, а также систем, разработанных на их базе.

Организация учебного процесса по очной форме предполагает выделение на проведение аудиторных занятий более 50 % от объема часов, предусмотренных государственным образовательным стандартом для изучения дисциплины ТММ. Целью аудиторных занятий является ознакомление и консультирование по наиболее сложным темам дисциплины, а также выявление уровня освоения материала дисциплины каждым студентом с последующей итоговой аттестацией. Основные положения и терминология дисциплины «Теория механизмов и машин» освещаются на лекционных занятиях, а практическое освоение, проработка полученных знаний осуществляется на практических занятиях и при выполнении лабораторных работ.

До 50 % объема часов выделяется для работы студентов, направленной на самостоятельное освоение необходимого материала дисциплины ТММ и выполнение требуемых видов работ. К видам самостоятельной работы относятся: проработка тем лекционного материала, выполнение и подготовка к защите расчетно-графических заданий (РГЗ) и курсового проекта (КП). Особое внимание при реализации самостоятельной работы сосредотачивается на выполнении РГЗ и КП по дисциплине «Теория механизмов и машин».

Расчетно-графические задания и курсовой проект способствуют закреплению, углублению и обобщению теоретических знаний, развивают творческую инициативу и самостоятельность, повышают интерес к изучению дисциплины, прививают навыки научно-исследовательской работы. РГЗ выполняются применительно ко всем видам анализа и метрическому синтезу плоских рычажных механизмов, курсовой проект посвящен теме «Анализ и синтез механизмов технической системы».

Разделы расчетно-графических заданий и курсового проекта охватывают анализ и синтез рычажных, зубчатых и кулачковых механизмов являющихся составляющими более сложной технической системы. Выполненные расчетно-графические задания и курсовой проект студенты лично защищают преподавателю. По результатам самостоятельной работы студенты сдают итоговый контроль – зачет или экзамен согласно модулю обучения.

Данное учебное пособие предназначено для выработки у студентов всех форм обучения умений и навыков решения задач анализа и синтеза основных видов механизмов, изучаемых в дисциплине «Теория механизмов и машин», оказания консультативной помощи при выполнении расчетно-графических заданий, лабораторных работ, основных разделов курсового проекта, при оформлении отчетов и пояснительных записок, а также подготовке к их защите и сдаче зачета и(или) экзамена.

# 1. СТРУКТУРНЫЙ АНАЛИЗ РЫЧАЖНЫХ МЕХАНИЗМОВ

**Задача 1.1.** Выполнить структурный анализ кривошипно-ползунного механизма (рис. 1.1, а).

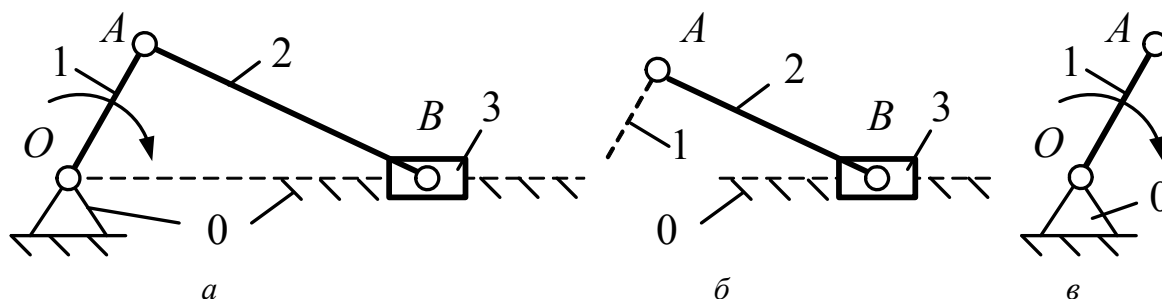


Рис. 1.1. Схема кривошипно-ползунного механизма и ее элементы

**Решение.** Схема кривошипно-ползунного механизма представляет собой замкнутую кинематическую цепь, следовательно, данный механизм является плоским механизмом. В этом случае структурный анализ кривошипно-ползунного механизма сводится к решению двух задач:

- 1) определению подвижности механизма;
- 2) определению состава структуры.

Рассмотрим каждую задачу в отдельности.

Подвижность кривошипно-ползунного механизма определяется по структурной формуле Чебышева:

$$W = 3 \cdot n - 2 \cdot p_5 - p_4,$$

где  $p_4$ ,  $p_5$  – количество кинематических пар четвертого и пятого классов,  $n$  – количество подвижных звеньев кинематической цепи.

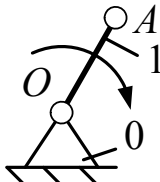
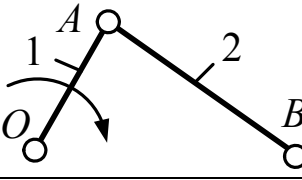
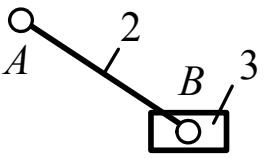
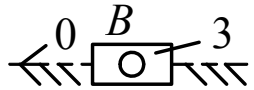
Структурная схема рассматриваемого механизма состоит из четырех звеньев (рис. 1.1, а):

- 1 – звено  $OA$  – кривошип,
- 2 – звено  $AB$  – шатун,
- 3 – звено  $B$  – ползун,
- 0 – стойка.

При этом звенья 1 – 3 являются подвижными звеньями, а стойка 0 представлена в структурной схеме шарнирно-неподвижной опорой и направляющей ползуна 3 и является неподвижным звеном. Следовательно,  $n = 3$ .

Для определения значений коэффициентов  $p_4$  и  $p_5$  выявим все кинематические пары, входящие в состав схемы механизма. Результаты анализа заносим в табл. 1.1.

Таблица 1.1

№ п/п	Номера звеньев / название	Схема	Класс / подвижность	Вид контакта / замыкание
1	0 – 1 / вращательная		5/1	Поверхность (нижняя) / геометрическое
2	1 – 2 / вращательная		5/1	Поверхность (нижняя) / геометрическое
3	2 – 3 / вращательная		5/1	Поверхность (нижняя) / геометрическое
4	3 – 0 / поступательная		5/1	Поверхность (нижняя) / геометрическое

Из анализа данных [табл. 1.1](#) следует, что исследуемая схема кривошипно-ползунного механизма представляет собой замкнутую кинематическую цепь, звенья которой образуют между собой четыре пары пятого класса. Следовательно,  $p_5 = 4$ , а  $p_4 = 0$ .

Подставив найденные значения коэффициентов в структурную формулу Чебышева, получим

$$W = 3 \cdot 3 - 2 \cdot 4 - 0 = 9 - 8 = 1.$$

Результат означает, что для однозначного определения взаимного расположения звеньев кривошипно-ползунного механизма достаточно одной обобщенной координаты  $\varphi_1$ .

Состав структуры кривошипно-ползунного механизма исследуем согласно принципу построения механизмов по Ассуру.

Начиная с выходного звена – ползуна 3, разбиваем рассматриваемую схему кривошипно-ползунного механизма на группы звеньев. При этом руководствуемся следующим правилом: если выделенная группа звеньев обладает совместно нулевой подвижностью, то эта группа звеньев является структурной группой.

Группа звеньев 3 – 2 представлена на [рис. 1.1, б](#). Данная группа звеньев состоит из двух подвижных звеньев: шатуна 2 и ползуна 3 и трех кинематических пар пятого класса: 1 – 2, 2 – 3 – вращательных пар и 3 – 0 – поступательной пары. Тогда коэффициенты формулы Чебышева принимают следующие значения:  $n = 2$ ;  $p_5 = 3$ ,  $p_4 = 0$ .

Подставив выявленные значения коэффициентов в структурную формулу Чебышева, получим

$$W = 3 \cdot 2 - 2 \cdot 3 - 0 = 6 - 6 = 0.$$

Следовательно, группа звеньев 3 – 2 является структурной группой 2-го класса 2-го порядка 2-го вида, структурная формула которой имеет вид ВВП.

Группа звеньев 0 – 1 представлена на [рис. 1.1, в](#). Данная группа звеньев состоит из подвижного звена – кривошипа 1 и стойки 0, образующих одну кинематическую пару пятого класса; 0 – 1 – вращательная пара, тогда  $n = 1$ ,  $p_5 = 1$ , а  $p_4 = 0$ .

Подставив выявленные значения коэффициентов в структурную формулу Чебышева, получим

$$W = 3 \cdot 1 - 2 \cdot 1 - 0 = 3 - 2 = 1.$$

Следовательно, группа звеньев 0 – 1 не является структурной группой, а представляет собой первичный механизм.

Из проведенного структурного анализа следует, что структура кривошипно-ползунного механизма состоит из первичного механизма с подвижностью, равной 1, и одной структурной группы 2-го класса 2-го порядка 2-го вида ([рис. 1.2](#)).

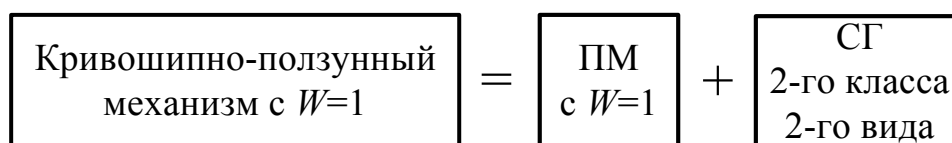


Рис. 1.2. Состав структуры кривошипно-ползунного механизма

**В ы в о д.** Полученный результат показывает, что кривошипно-ползунный механизм является механизмом второго класса и независимо от числа структурных групп его подвижность определяется подвижностью первичного механизма, что соответствует результату первой задачи структурного анализа данного механизма.

**Задача 1.2.** Выполнить структурный анализ шарнирного механизма ([рис. 1.3, а](#)).

**Р е ш е н и е.** Схема шарнирного механизма представляет собой замкнутую кинематическую цепь, следовательно, данный механизм является плоским механизмом. В этом случае задачи исследования будут аналогичны предшествующему анализу кривошипно-ползунного механизма.

Подвижность шарнирного механизма определяется по структурной формуле Чебышева.

Структурная схема рассматриваемого механизма состоит из четырех звеньев ([рис. 1.3, а](#)):

- 1 – звено  $OA$  – кривошип,
- 2 – звено  $AB$  – шатун,
- 3 – звено  $BC$  – коромысло,
- 0 – стойка.



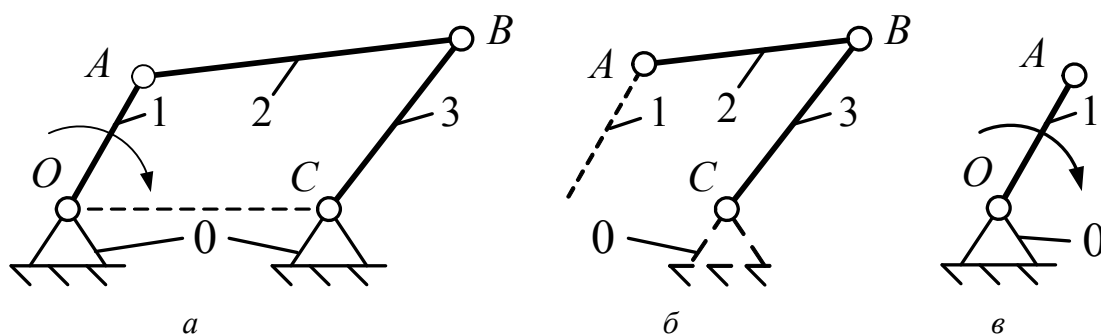


Рис. 1.3. Схема шарнирного механизма и ее элементы

При этом звенья 1 – 3 являются подвижными звеньями, а стойка 0 является неподвижным звеном и в составе структурной схемы представлена двумя шарнирно-неподвижными опорами с центрами шарниров в точках  $O$  и  $C$ . Следовательно,  $n = 3$ .

Для определения значений коэффициентов  $p_4$  и  $p_5$  выявим все кинематические пары, входящие в состав схемы шарнирного механизма. Результаты анализа заносим в [табл. 1.2](#).

Из анализа данных [табл. 1.2](#) следует, что исследуемая схема шарнирного механизма представляет собой замкнутую кинематическую цепь, звенья которой образуют между собой четыре пары пятого класса. Следовательно,  $p_5 = 4$ , а  $p_4 = 0$ .

Подставив найденные значения коэффициентов в структурную формулу Чебышева, получим

$$W = 3 \cdot 3 - 2 \cdot 4 - 0 = 9 - 8 = 1.$$

Результат означает, что для однозначного определения взаимного расположения звеньев шарнирного механизма достаточно одной обобщенной координаты  $\varphi_1$ .

Состав структуры шарнирного механизма исследуем согласно принципу построения механизмов по Ассуру.

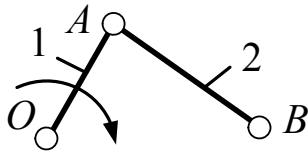
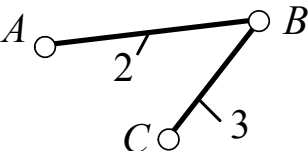
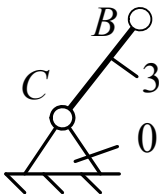
Начиная с выходного звена – коромысло 3, разбиваем рассматриваемую схему шарнирного механизма на группы звеньев. При этом руководствуемся следующим правилом: если выделенная группа звеньев обладает совместно нулевой подвижностью, то эта группа звеньев является структурной группой.

Таблица 1.2

№ п/п	Номера звеньев / название	Схема	Класс / подвижность	Вид контакта / замыкание
1	0 – 1 / вращательная		5/1	Поверхность (нижняя) / геометрическое



Продолжение таблицы 1.2

№ п/п	Номера звеньев / название	Схема	Класс / под- вижность	Вид контакта / замы- кание
2	1 – 2 / вращательная		5/1	Поверхность (низ- шая) / геометриче- ское
3	2 – 3 / вращательная		5/1	Поверхность (низ- шая) / геометриче- ское
4	3 – 0 / вращательная		5/1	Поверхность (низ- шая) / геометриче- ское

Группа звеньев 3 – 2 представлена на [рис. 1.3, б](#). Данная группа звеньев состоит из двух подвижных звеньев: шатуна 2 и коромысла 3 и трех вращательных кинематических пар пятого класса: 1 – 2, 2 – 3, 3 – 0, тогда  $n = 2$ ;  $p_5 = 3$ , а  $p_4 = 0$ .

Подставив выявленные значения коэффициентов в структурную формулу Чебышева, получим

$$W = 3 \cdot 2 - 2 \cdot 3 - 0 = 15 - 15 = 0.$$

Следовательно, группа звеньев 3 – 2 является структурной группой 2-го класса 2-го порядка 1-го вида структурная формула, которой имеет вид ВВВ.

Группа звеньев 0 – 1 показана на [рис. 1.3, в](#). Данная группа звеньев состоит из подвижного звена – кривошипа 1 и стойки 0, образующих между собой одну вращательную кинематическую пару: 0 – 1, тогда  $n = 1$ ;  $p_5 = 1$ , а  $p_4 = 0$ .

Подставив выявленные значения коэффициентов в структурную формулу Чебышева, получим

$$W = 3 \cdot 1 - 2 \cdot 1 - 0 = 3 - 2 = 1.$$

Следовательно, группа звеньев 0 – 1 не является структурной группой, а представляет собой первичный механизм.

Из проведенного структурного анализа следует, что структура шарнирного механизма состоит из первичного механизма с подвижностью, равной 1, и одной структурной группы 2-го класса 2-го порядка 1-го вида ([рис. 1.4](#)).

$$\boxed{\begin{array}{c} \text{Шарнирный} \\ \text{механизм с } W=1 \end{array}} = \boxed{\begin{array}{c} \text{ПМ} \\ \text{с } W=1 \end{array}} + \boxed{\begin{array}{c} \text{СГ} \\ \text{2-го класса} \\ \text{1-го вида} \end{array}}$$

Рис. 1.4. Состав структуры шарнирного механизма

**В ы в о д.** Полученный результат показывает, что шарнирный механизм является механизмом второго класса и независимо от числа структурных групп его подвижность определяется подвижностью первичного механизма, что соответствует результату первой задачи структурного анализа данного механизма.

**Задача 1.3.** Выполнить структурный анализ кулисного механизма (рис. 1.5, а).

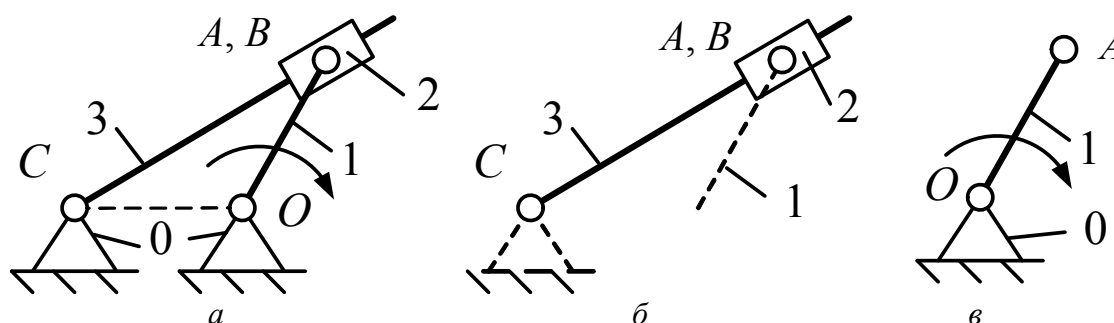


Рис. 1.5. Схема кулисного механизма и ее элементы

**Р е ш е н и е.** Схема кулисного механизма представляет собой замкнутую кинематическую цепь, следовательно, данный механизм является плоским механизмом. В этом случае задачи исследования будут аналогичны предшествующим анализам предшествующих механизмов.

Подвижность кулисного четырехзвенного механизма определяется по структурной формуле Чебышева.

Структурная схема рассматриваемого механизма состоит из четырех звеньев (рис. 1.5, а):

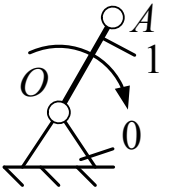
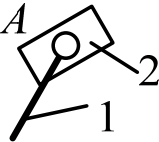
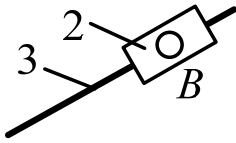
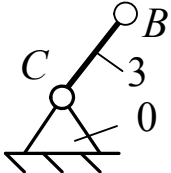
- 1 – звено  $OA$  – кривошип,
- 2 – звено  $A$  – ползун,
- 3 – звено  $BC$  – коромысло (кулиса),
- 0 – стойка.

При этом звенья 1 – 3 являются подвижными звеньями, а стойка 0 является неподвижным звеном и в составе структурной схемы представлена двумя шарнирно-неподвижными опорами с центрами шарниров в точках  $O$  и  $C$ . Следовательно,  $n = 3$ .

Для определения значений коэффициентов  $p_4$  и  $p_5$  выявим все кинематические пары, входящие в состав схемы кулисного механизма. Результаты исследования заносим в табл. 1.3.

Из анализа данных [табл. 1.3](#) следует, что исследуемая схема кулисного механизма представляет собой замкнутую кинематическую цепь, звенья которой образуют между собой четыре пары пятого класса. Следовательно,  $p_5 = 4$ , а  $p_4 = 0$ .

Таблица 1.3

№ п/п	Номера звеньев / название	Схема	Класс / подвижность	Вид контакта / замыкание
1	0 – 1 / вращательная		5/1	Поверхность (низшая) / геометрическое
2	1 – 2 / вращательная		5/1	Поверхность (низшая) / геометрическое
3	2 – 3 / поступательная		5/1	Поверхность (низшая) / геометрическое
4	3 – 0 / вращательная		5/1	Поверхность (низшая) / геометрическое

Подставив найденные значения коэффициентов в структурную формулу Чебышева, получим

$$W = 3 \cdot 3 - 2 \cdot 4 - 0 = 9 - 8 = 1.$$

Результат означает, что для однозначного определения взаимного расположения звеньев кулисного механизма достаточно одной обобщенной координаты  $\varphi_1$ .

Структурный состав кулисного механизма определяется согласно принципу построения механизмов по Ассуру.

Начиная с выходного звена – коромысла (кулисы) 3, разбиваем рассматриваемую схему кулисного механизма на группы звеньев. При этом руководствуемся следующим правилом: если выделенная группа звеньев обладает совместно нулевой подвижностью, то эта группа звеньев является структурной группой.

Группа звеньев 3 – 2 показана на [рис. 1.5, б](#). Данная группа звеньев состоит из двух подвижных звеньев: ползуна 2 и коромысла (кулисы) 3, двух вращательных кинематических пар пятого класса: 1 – 2, 3 – 0 и одной поступательной кинематической пары пятого класса – 2 – 3, тогда  $n = 2$ ,  $p_5 = 3$ , а  $p_4 = 0$ .

Подставив выявленные значения коэффициентов в структурную формулу Чебышева, получим

$$W = 3 \cdot 2 - 2 \cdot 3 - 0 = 15 - 15 = 0.$$

Следовательно, группа звеньев 3 – 2 является структурной группой 2-го класса 2-го порядка 3-го вида структурная формула, которой имеет вид ВПВ.

Группа звеньев 0 – 1 представлена на [рис. 1.5, в](#). Данная группа звеньев состоит из подвижного звена – кривошипа 1 и стойки 0, образующих между собой одну вращательную кинематическую пару, – 0 – 1, тогда  $n = 1$ ,  $p_5 = 1$ , а  $p_4 = 0$ .

Подставив выявленные значения коэффициентов в структурную формулу Чебышева, получим

$$W = 3 \cdot 1 - 2 \cdot 1 - 0 = 3 - 2 = 1.$$

Следовательно, группа звеньев 0 – 1 не является структурной группой Ассура, а представляет собой первичный механизм.

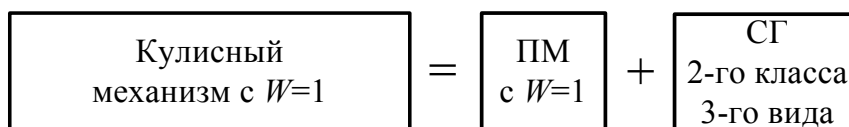


Рис. 1.6. Состав структуры кулисного механизма

Из проведенного структурного анализа следует, что структура кулисного механизма состоит из первичного механизма с подвижностью, равной 1, и одной структурной группы 2-го класса 2-го порядка 3-го вида ([рис. 1.6](#)).

**В ы в о д.** Полученный результат показывает, что кулисный механизм является механизмом второго класса и независимо от числа структурных групп его подвижность определяется подвижностью первичного механизма, что соответствует результату первой задачи структурного анализа данного механизма.

**Задача 1.4.** Для механизма качающегося транспортера ([рис. 1.7](#)) выполнить структурный анализ.

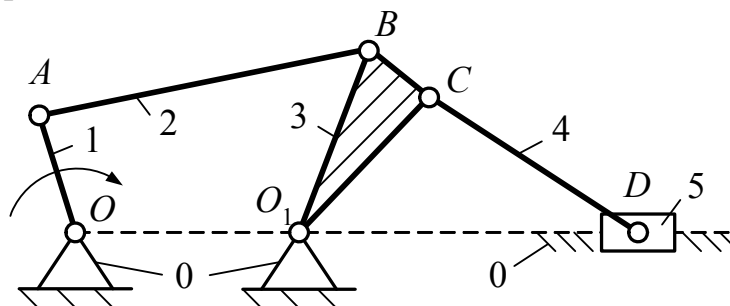


Рис. 1.7. Схема механизма качающегося транспортера

**Решение.** Схема механизма качающегося транспортера представляет собой замкнутую кинематическую цепь, следовательно, данный механизм является плоским механизмом. В этом случае задачи исследования будут аналогичны структурным анализам предшествующих механизмов.

Подвижность механизма качающегося транспортера определяется по структурной формуле Чебышева.

Для определения величины коэффициента  $n$  проанализируем структурную схему механизма качающегося транспортера (рис. 1.7). Структурная схема механизма состоит из шести звеньев:

- |                |             |
|----------------|-------------|
| 1 – кривошип,  | 4 – шатун,  |
| 2 – шатун,     | 5 – ползун, |
| 3 – коромысло, | 0 – стойка. |

При этом звенья 1–5 являются подвижными звеньями, а стойка 0 – неподвижным звеном, которая представлена в составе структурной схемы двумя шарнирно-неподвижными опорами и направляющей ползуна 5. Следовательно,  $n = 5$ .

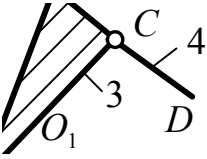
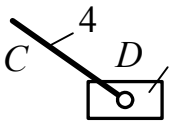
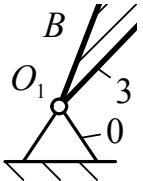
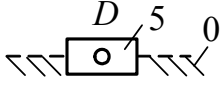
Для определения значений коэффициентов  $p_4$  и  $p_5$  найдем все кинематические пары, входящие в состав рассматриваемой кинематической цепи. Результаты исследования заносим в табл. 1.4.

Из анализа данных табл. 1.4 следует, что звенья механизма качающегося транспортера составляют замкнутую кинематическую цепь и образуют семь пар пятого класса. Следовательно,  $p_5 = 7$ , а  $p_4 = 0$ .

Таблица 1.4

№ п/п	Номера звеньев / название	Схема	Класс / подвижность	Вид контакта / замыкание
1	0 – 1 / вращательная		5/1	Поверхность (нижняя) / геометрическое
2	1 – 2 / вращательная		5/1	Поверхность (нижняя) / геометрическое
3	2 – 3 / вращательная		5/1	Поверхность (нижняя) / геометрическое

Продолжение таблицы 1.4

№ п/п	Номера звеньев / название	Схема	Класс / подвижность	Вид контакта / замыкание
4	3 – 4/ вращательная		5/1	Поверхность (нижняя) / геометрическое
5	4 – 5/ вращательная		5/1	Поверхность (нижняя) / геометрическое
6	3 – 0/ вращательная		5/1	Поверхность (нижняя) / геометрическое
7	5 – 0/ поступательная		5/1	Поверхность (нижняя) / геометрическое

Подставив найденные значения коэффициентов  $n$ ,  $p_4$  и  $p_5$  в формулу Чебышева, получим

$$W = 3 \cdot 5 - 2 \cdot 7 - 0 = 15 - 14 = 1.$$

Результат говорит, что для однозначного описания положений звеньев механизма качающегося транспортера на плоскости необходима одна обобщенная координата  $\varphi_1$ .

2) Структурный состав синусного четырехзвенного механизма определяется согласно принципу построения механизмов по Ассур.

Структурная группа звеньев 4 – 5 показана на [рис. 1.8, а](#). Данная группа состоит из двух подвижных звеньев: шатуна 4 и ползуна 5; двух проводков: коромысла 3 и направляющей (стойка) 0 и трех кинематических пар пятого класса: вращательных пар 4 – 5 и 3 – 4; поступательной пары 5 – 0. Тогда  $n=2$ ,  $p_5=3$ , а  $p_4=0$ .

Подставив выявленные значения коэффициентов в формулу Чебышева, получим

$$W = 3 \cdot 2 - 2 \cdot 3 - 0 = 15 - 15 = 0.$$

Следовательно, группа звеньев 4–5 является структурной группой 2-го класса 2-го порядка 2-го вида структурной формулы, которая имеет вид ВВП.

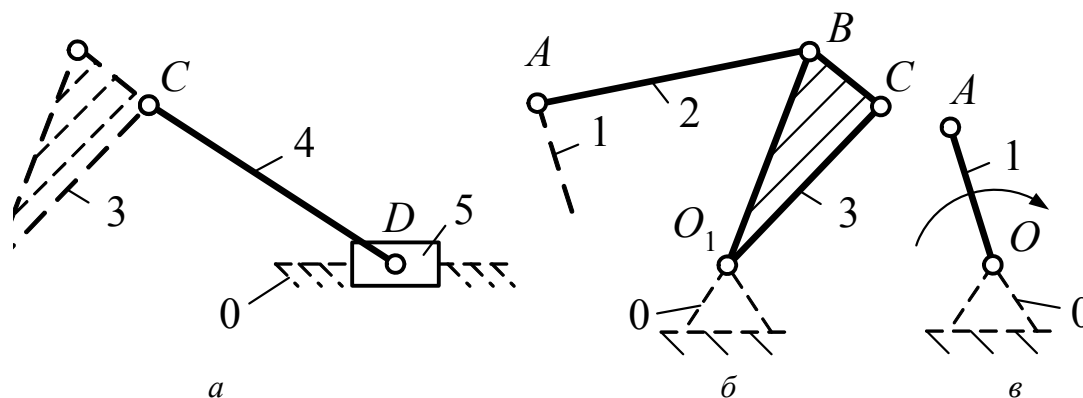


Рис. 1.8. Составляющие структуры механизма качающегося транспортера

Вторая группа звеньев 2 – 3 (рис. 1.8, б). Данная группа состоит из двух подвижных звеньев: шатуна 2 и коромысла 3; двух поводков: кривошипа 1 и стойки 0; трех кинематических пар пятого класса: вращательных пар: 2 – 3, 1 – 2, 3 – 0. Тогда  $n=2$ ,  $p_5=3$ , а  $p_4=0$ .

Подставив выявленные значения коэффициентов в формулу Чебышева, получим

$$W = 3 \cdot 2 - 2 \cdot 3 - 0 = 6 - 6 = 0.$$

Следовательно, группа звеньев 2 – 3 является структурной группой 2-го класса 2-го порядка 1-го вида структурной формулы, которая имеет вид ВВВ.

Третья группа звеньев 0 – 1 представлена на рис. 1.8, в. Данная группа состоит из подвижного звена кривошипа 1, стойки 0 и вращательной пары пятого класса 0 – 1. Тогда  $n=1$ ,  $p_5=1$ , а  $p_4=0$ .

Подставив найденные значения коэффициентов в формулу Чебышева, получим

$$W = 3 \cdot 1 - 2 \cdot 1 - 0 = 3 - 2 = 1.$$

Следовательно, группа звеньев 0 – 1 не является структурной группой, а представляет собой первичный механизм, подвижность которого равна 1.

Из проведенного анализа следует, что механизм качающегося транспортера имеет следующий структурный состав: первичный механизм с подвижностью, равной 1, и две структурные группы 2-го класса 2-го порядка 1-го и 2-го видов (рис. 1.9).

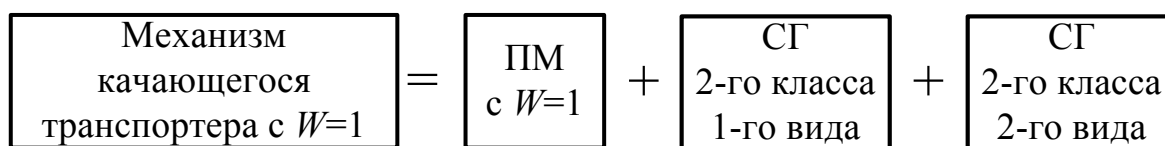


Рис. 1.9. Состав структуры механизма качающегося транспортера



**В ы в о д.** Полученный результат показывает, что механизм качающегося транспортера является механизмом второго класса и независимо от числа структурных групп его подвижность определяется подвижностью первичного механизма, что соответствует результату первой задачи структурного анализа данного механизма.

**Задача 1.5.** Выполнить структурный анализ плоского рычажного механизма (рис. 1.10).

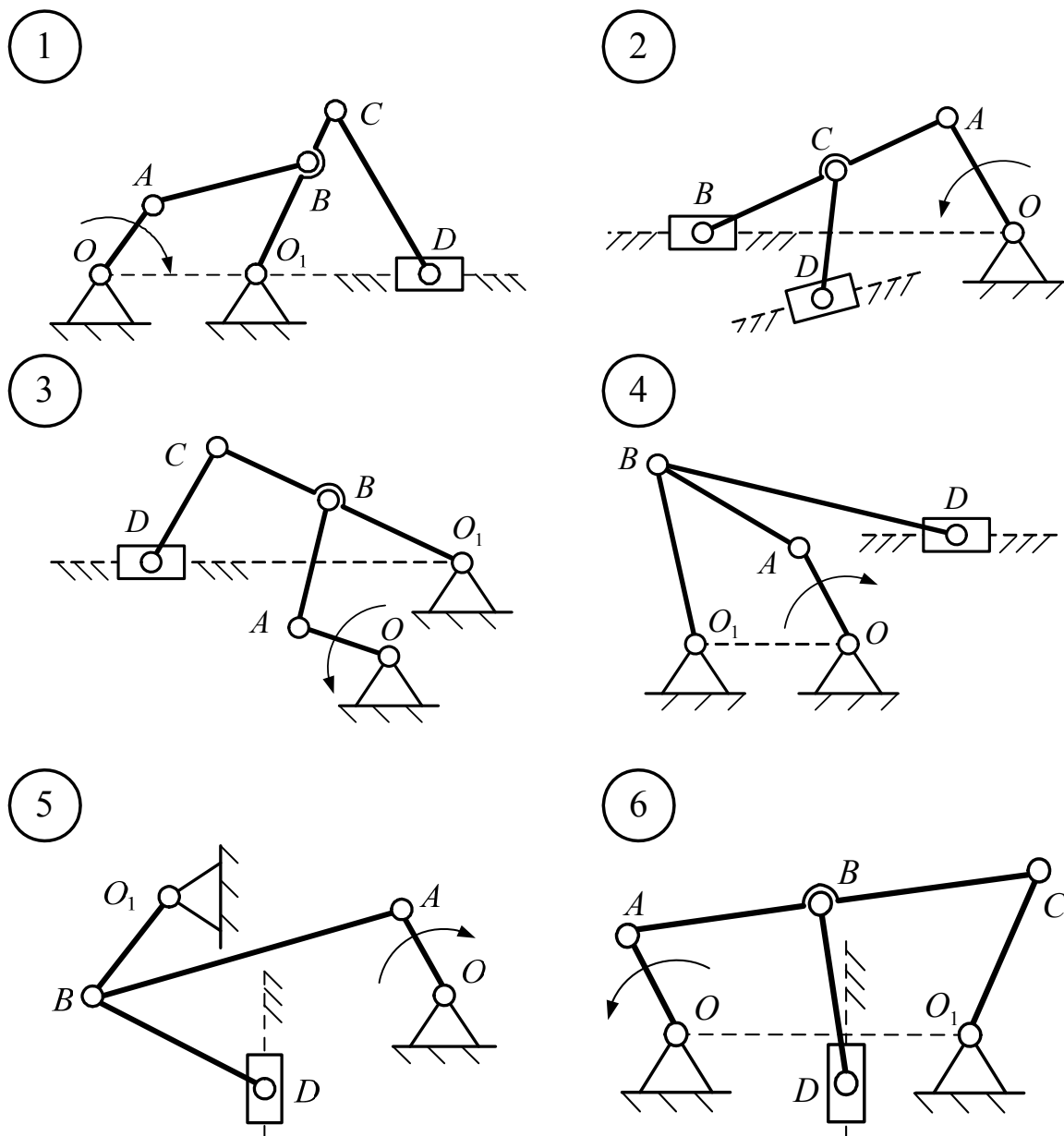
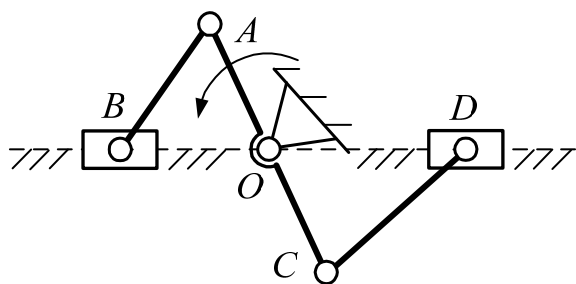
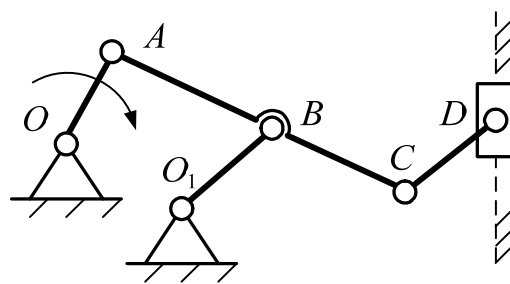


Рис. 1.10. Структурные схемы плоских рычажных механизмов. Схемы 1, 6

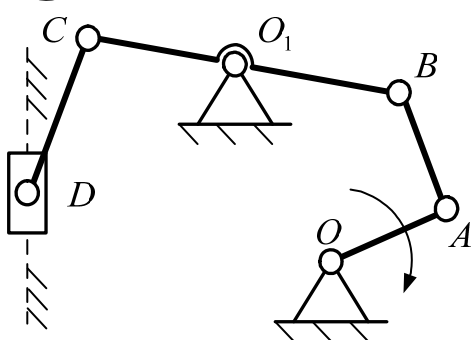
7



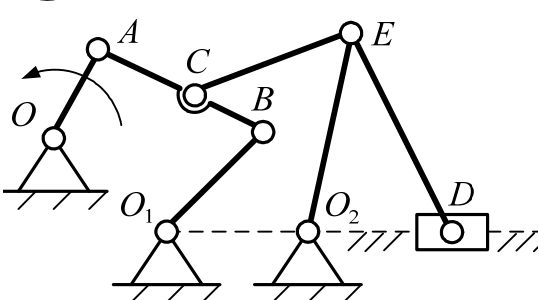
8



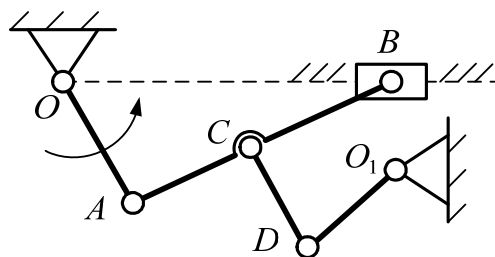
9



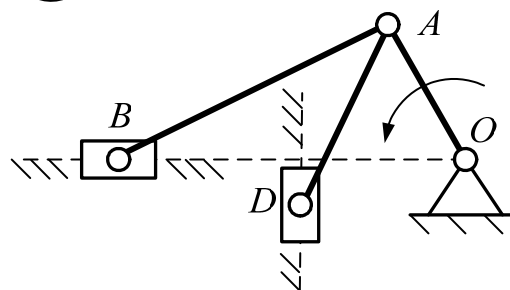
10



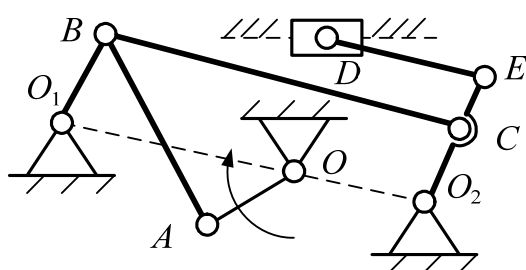
11



12



13



14

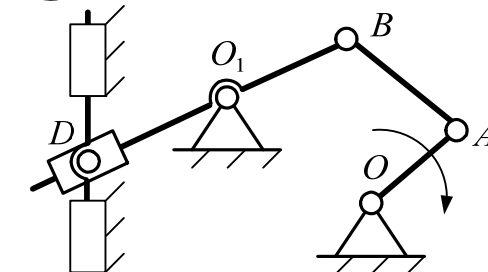


Рис. 1.10. Продолжение. Схемы 7–14

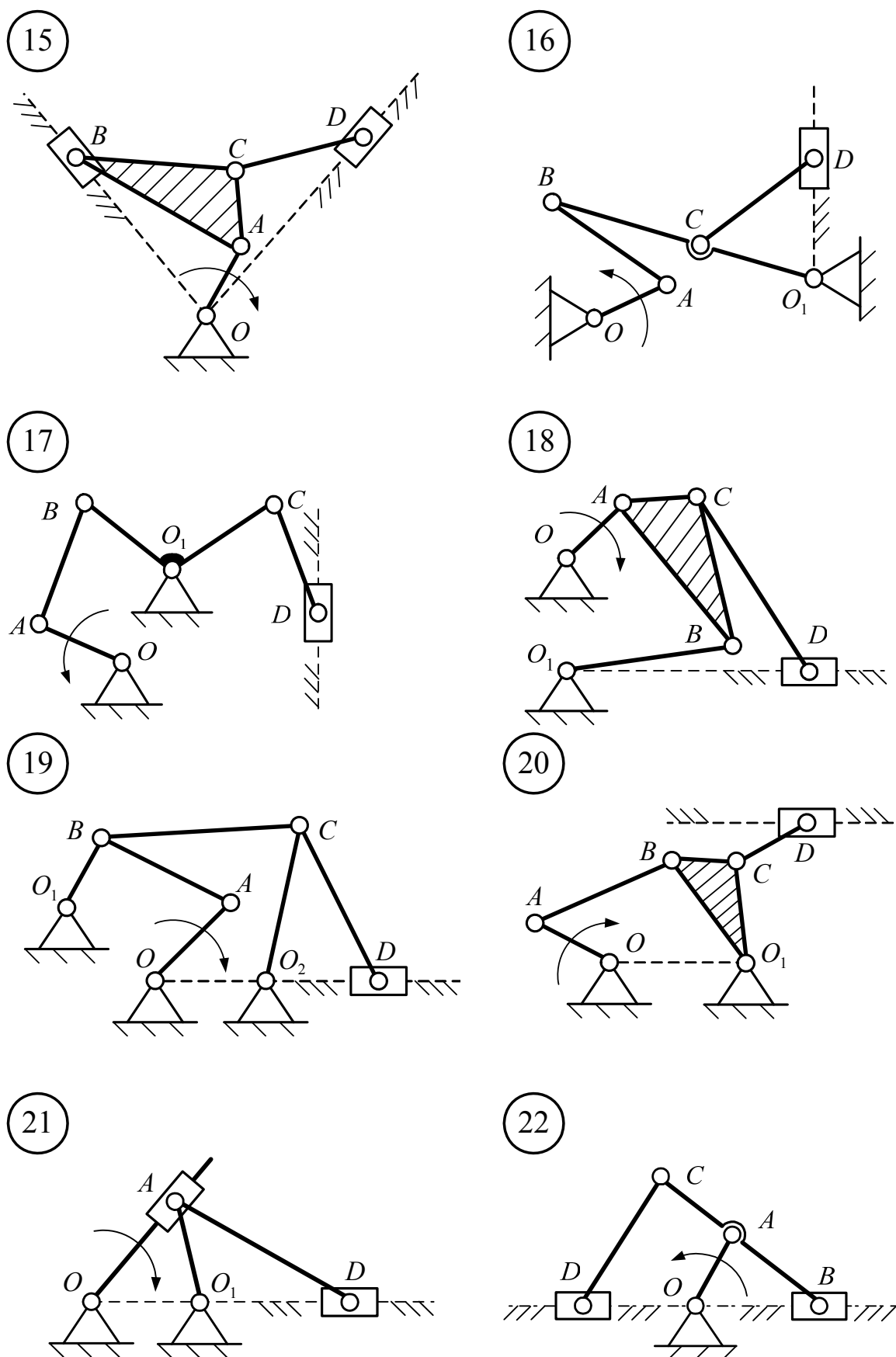


Рис. 1.10. Продолжение. Схемы 15–22

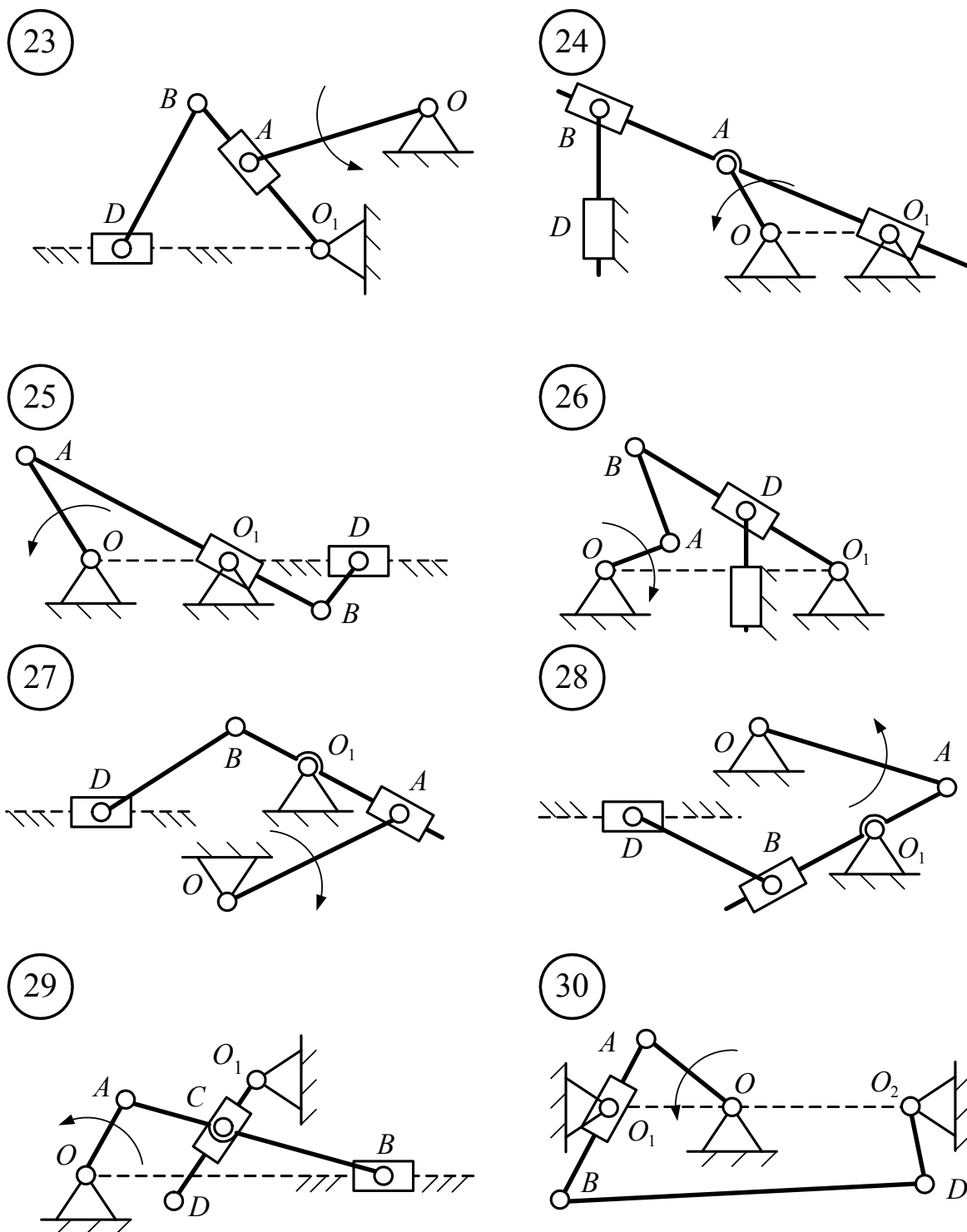


Рис. 1.10. Окончание. Схемы 23–30

**Задача 1.6.** Определить подвижность и маневренность механизма манипулятора промышленного робота (рис. 1.11).

**Решение.** 1) Проанализируем схему механизма (рис. 1.11), выходное звено 5 которого со стойкой 0 не образует кинематических пар, следовательно, схема рассматриваемого механизма является незамкнутой кинематической цепью, подвижность которой определяется по формуле Сомова–Малышева.

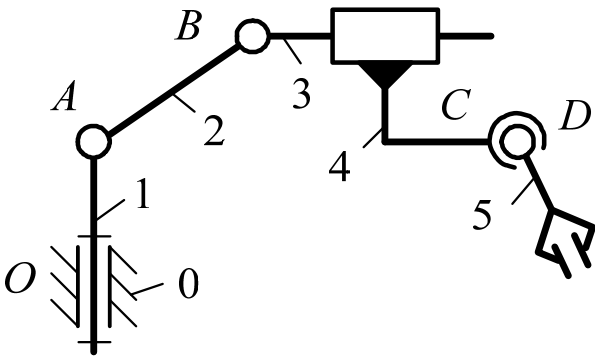
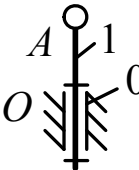
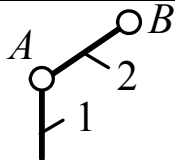
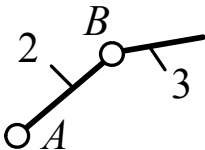
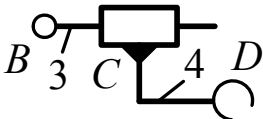
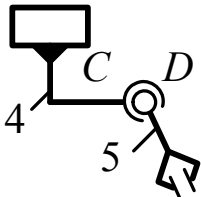


Рис. 1.11. Схема механизма манипулятора промышленного робота

Схема механизма промышленного манипулятора ([рис. 1.11](#)) состоит из одного неподвижного звена – стойки 0 и подвижных звеньев 1, 2, 3, 4, 5. Следовательно, число подвижных звеньев равно пяти, т. е.  $n=5$ .

Для определения значений коэффициентов  $p_1$ ,  $p_2$ ,  $p_3$ ,  $p_4$  и  $p_5$  выявим все кинематические пары, входящие в состав схемы механизма промышленного манипулятора. Результаты исследования заносим в табл. 1.5.

Таблица 1.5

№ п/п	Номера звеньев / название	Схема	Класс / под- вижность	Вид контакта / за- мыкание
1	0 – 1 / вращательная		5/1	Поверхность (низ- шая) / геометриче- ское
2	1 – 2 / вращательная		5/1	поверхность (низ- шая) / геометриче- ское
3	2 – 3 / вращательная		5/1	Поверхность (низ- шая) / геометриче- ское
4	3 – 4 / поступательная		5/1	Поверхность (низ- шая) / геометриче- ское
5	4 – 5 / сферическая		3/3	Поверхность (низ- шая) / геометриче- ское

Из анализа данных [табл. 1.5](#) следует, что исследуемая схема механизма манипулятора промышленного робота представляет собой разомкнутую кинематическую цепь, звенья которой образуют между собой четыре пары пятого класса: 0 – 1, 1 – 2, 2 – 3, 3 – 4 и одну сферическую пару третьего класса – 4 – 5. Следовательно,  $p_5=4$ ,  $p_4=0$ ,  $p_3=1$ ,  $p_2=0$ ,  $p_1=0$ .

Подставив найденные значения коэффициентов в структурную формулу Сомова–Малышева, получим

$$W = 6 \cdot 5 - 5 \cdot 4 - 4 \cdot 0 - 3 \cdot 1 - 2 \cdot 0 - 0 = 30 - 20 - 3 = 7.$$

Результат свидетельствует о том, что для однозначного описания положений звеньев механизма манипулятора промышленного робота в пространстве необходимо семь обобщенных координат.

**2) Маневренность** – это подвижность пространственного механизма при неподвижном звене 5. Маневренность обозначают  $m$  и определяют по формуле Сомова–Малышева.

Для определения маневренности необходимо остановить (запретить перемещаться) выходное звено 5. Следовательно, число подвижных звеньев становится равным четырем, т. е.  $n = 4$ . Значения всех остальных коэффициентов не изменяются, т. е.  $p_5 = 4$ ,  $p_4 = 0$ ,  $p_3 = 1$ ,  $p_2 = 0$ ,  $p_1 = 0$ .

Подставив найденные значения коэффициентов в выражение для маневренности, получим

$$m = 6 \cdot 4 - 5 \cdot 4 - 4 \cdot 0 - 3 \cdot 1 - 2 \cdot 0 - 0 = 24 - 20 - 3 = 1.$$

Результат говорит о том, что для однозначного определения положений звеньев механизма манипулятора промышленного робота, имеющего замкнутую кинематическую цепь, достаточно одной обобщенной координаты.

Проверим полученное значение

$$m = W - 6 = 7 - 6 = 1.$$

**В ы в о д.** Расчет по обоим выражениям дает одинаковое значение маневренности, которое удовлетворяет условию работоспособности пространственного рычажного механизма, гласящему, что маневренность должна быть больше либо равна единице.

**Задача 1.7.** Определить подвижность и маневренность механизма манипулятора промышленного робота ([рис. 1.12](#)).

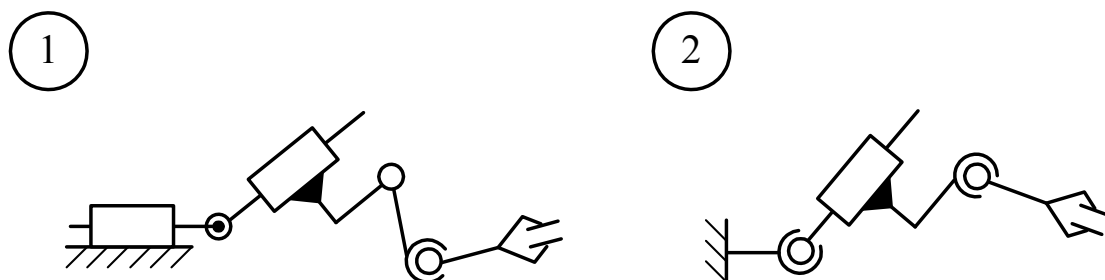
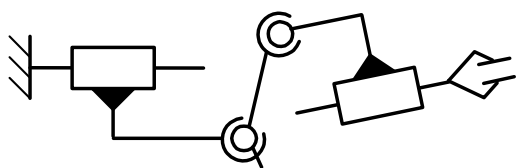
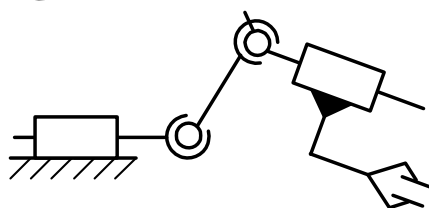


Рис. 1.12. Схемы пространственных рычажных механизмов. Схемы 1–2

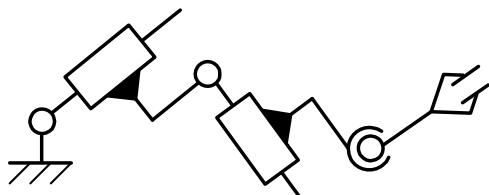
3



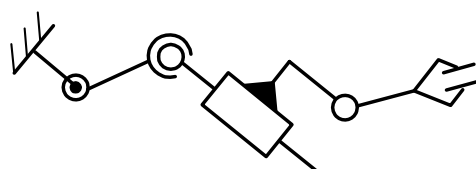
4



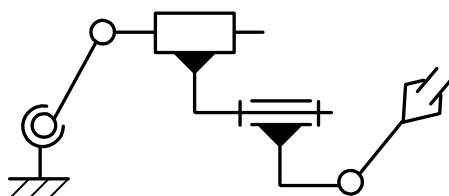
5



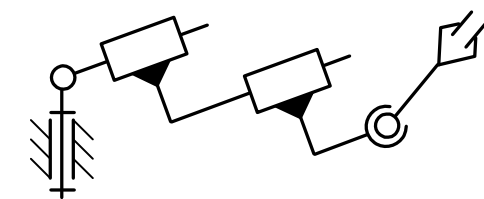
6



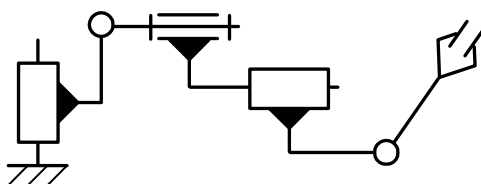
7



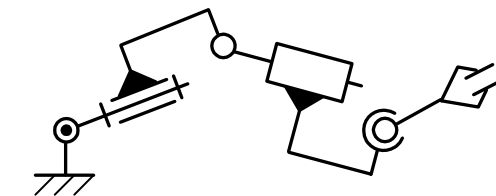
8



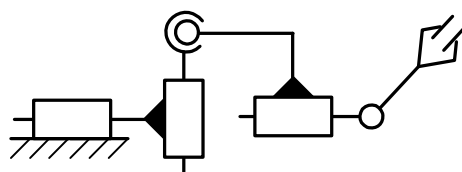
9



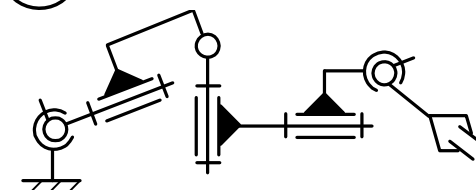
10



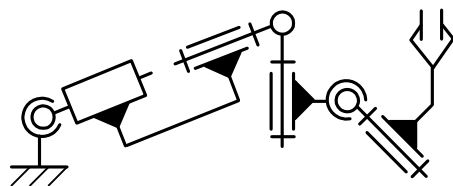
11



12



13



14

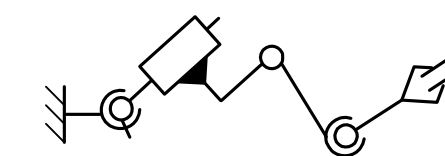


Рис. 1.12. Продолжение. Схемы 3–14



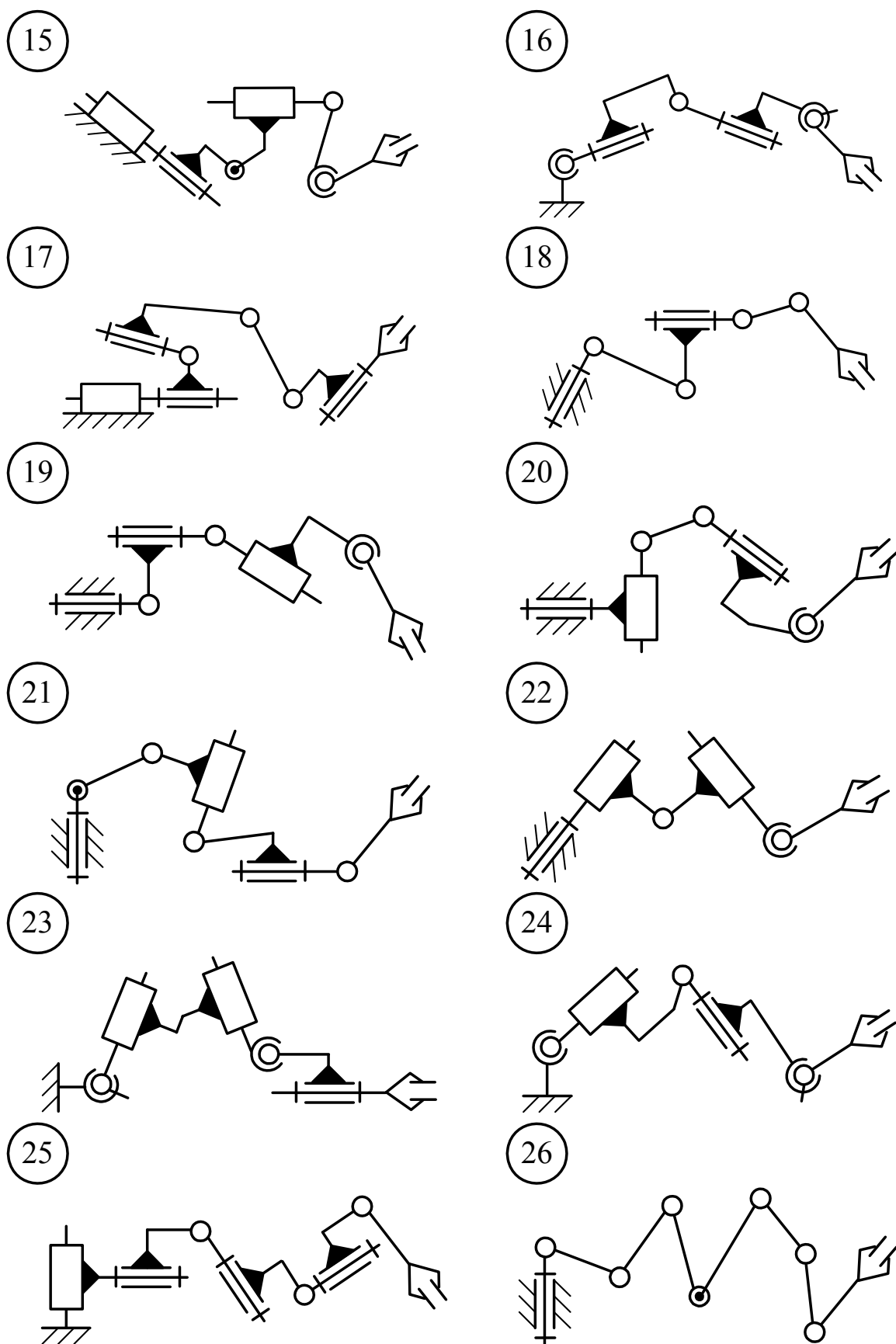


Рис. 1.12. Продолжение. Схемы 15–26

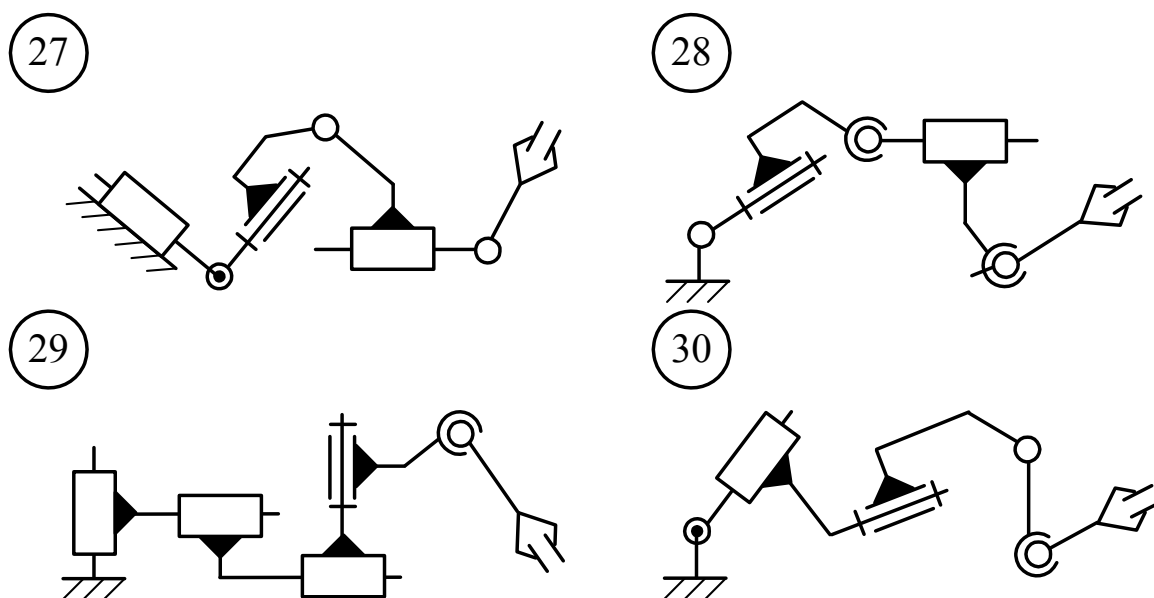


Рис. 1.12. Окончание. Схемы 27–30

## 2. МЕТРИЧЕСКИЙ СИНТЕЗ ПЛОСКИХ РЫЧАЖНЫХ МЕХАНИЗМОВ

**Задача 2.1.** Известны длины кривошипа  $l_{OA} = 0,20$  м, шатуна  $l_{AB} = 0,40$  м и параметра  $a = 0,47$  м. Требуется по заданным геометрическим параметрам выполнить метрический синтез кинематической схемы кривошипно-ползунного механизма (рис. 2.1).

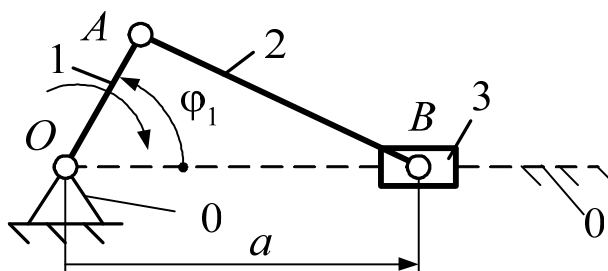


Рис. 2.1. Схема кривошипно-ползунного механизма

**Решение.** Приняв  $|OA| = 20$  мм, определим масштабный коэффициент длин, м/мм:

$$\mu_l = \frac{l_{OA}}{|OA|} = \frac{0,20}{20} = 0,01.$$

Переводим все остальные геометрические параметры в выбранный масштабный коэффициент длин, мм:

$$|AB| = \frac{l_{AB}}{\mu_l} = \frac{0,40}{0,01} = 40,$$
$$|a| = \frac{a}{\mu_l} = \frac{0,47}{0,01} = 47.$$

По полученным величинам в выбранном масштабном коэффициенте длин выполняем метрический синтез кинематической схемы кривошипно-ползунного механизма в следующей последовательности:

1) В произвольном месте выбираем точку  $O$ , характеризующую положение стойки кривошипно-ползунного механизма (рис. 2.2, а).

2) Откладываем параметр  $|a| = 47$  мм, определяющий положение точки  $B$  относительно стойки  $O$  в масштабном коэффициенте длин (рис. 2.2, а).

3) Из точки  $O$  проводим дугу радиусом  $R_1$ , равным величине отрезка  $|OA|$ , взятой в миллиметрах, т. е.  $R_1 = 20$  мм (рис. 2.2, б).

4) Из точки  $B$  проводим дугу радиусом  $R_2$ , равным величине отрезка  $|AB|$ , взятой в миллиметрах, т. е.  $R_2 = 40 \text{ мм}$ . В результате пересечения дуги радиусом  $R_2$  с дугой радиусом  $R_1$  определим положение точки  $A$  (рис. 2.2, в).

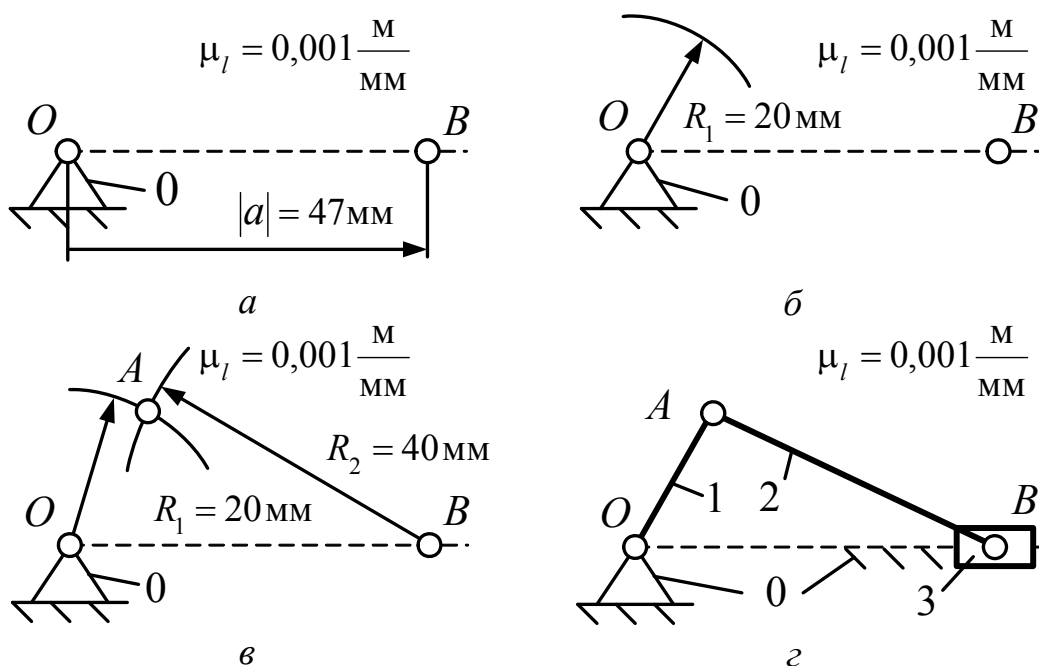


Рис. 2.2. Метрический синтез кривошипно-ползунного механизма при заданном параметре  $a$

5) Соединив точку  $A$  с точками  $O$  и  $B$ , получим кинематическую схему кривошипно-ползунного механизма, построенную в выбранном масштабном коэффициенте длин (рис. 2.2, г).

**Задача 2.2.** Известны длины кривошипа  $l_{OA} = 0,20 \text{ м}$ , шатуна  $l_{AB} = 0,40 \text{ м}$  и обобщенная координата кривошипа  $\varphi_1 = 60^\circ$ . Требуется по заданным геометрическим параметрам выполнить метрический синтез кинематической схемы кривошипно-ползунного механизма (рис. 2.1).

**Решение.** Приняв  $|OA| = 20 \text{ мм}$ , определим масштабный коэффициент длин, м/мм:

$$\mu_l = \frac{l_{OA}}{|OA|} = \frac{0,20}{20} = 0,01.$$

Переводим все остальные геометрические параметры в выбранный масштабный коэффициент длин, мм

$$|AB| = \frac{l_{AB}}{\mu_l} = \frac{0,40}{0,01} = 40.$$

По полученным величинам в выбранном масштабном коэффициенте длин выполняем метрический синтез кинематической схемы кривошипно-ползунного механизма в следующей последовательности.

1) В произвольном месте выбираем точку  $O$ , характеризующую положение стойки кривошипно-ползунного механизма. Из точки  $O$  под углом  $\varphi_1 = 60^\circ$  проводим луч  $OA$  (рис. 2.3, а).

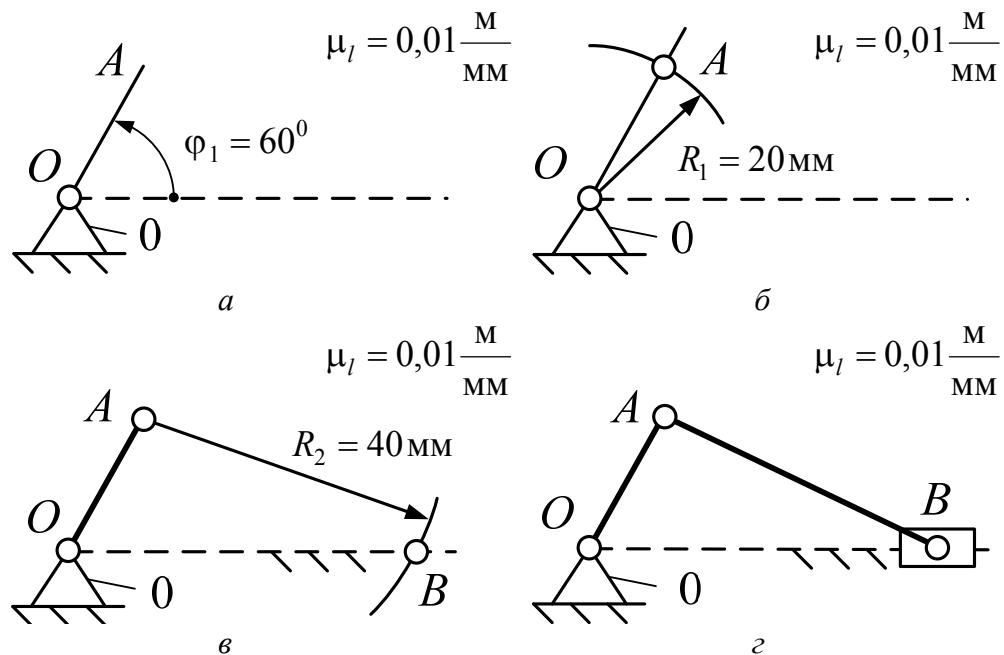


Рис. 2.3. Метрический синтез кривошипно-ползунного механизма при заданном  $\varphi_1$

2) Из точки  $O$  проводим дугу радиусом  $R_1$ , равным величине отрезка  $|OA|$ , взятой в миллиметрах, т. е.  $R_1 = 20 \text{ мм}$ . В результате пересечения дуги радиусом  $R_1$  с лучом  $OA$  определим положение точки  $A$  (рис. 2.3, б).

3) Из точки  $A$  проводим дугу радиусом  $R_2$ , равным величине отрезка  $|AB|$ , взятой в миллиметрах, т. е.  $R_2 = 40 \text{ мм}$ . В результате пересечения дуги радиусом  $R_2$  с прямой  $OB$  определим положение точки  $B$  (рис. 2.3, в).

4) Соединив точку  $A$  с точкой  $B$  и добавив вокруг этой точки схематическое изображение ползуна, получим кинематическую схему кривошипно-ползунного механизма, построенную в масштабном коэффициенте длин (рис. 2.3, г).

**Задача 2.3.** Известны длины кривошипа  $l_{OA} = 0,20 \text{ м}$ , шатуна  $l_{AB} = 0,40 \text{ м}$ , коромысла  $l_{BC} = 0,26 \text{ мм}$ , величина параметра  $a = 0,47 \text{ м}$  и обобщенная координата кривошипа  $\varphi_1 = 60^\circ$ . Требуется по заданным геометрическим параметрам выполнить метрический синтез кинематической схемы шарнирного механизма (рис. 2.4).

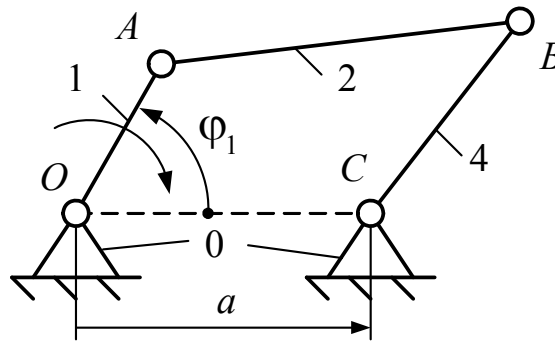


Рис. 2.4. Схема шарнирного механизма

**Решение.** Приняв  $|OA| = 20$  мм, определим масштабный коэффициент длин, м/мм:

$$\mu_l = \frac{l_{OA}}{|OA|} = \frac{0,20}{20} = 0,01.$$

Переводим все остальные геометрические параметры в выбранный масштабный коэффициент длин, мм:

$$|AB| = \frac{l_{AB}}{\mu_l} = \frac{0,40}{0,01} = 40,$$

$$|BC| = \frac{l_{BC}}{\mu_l} = \frac{0,26}{0,01} = 26,$$

$$|a| = \frac{a}{\mu_l} = \frac{0,47}{0,01} = 47.$$

По полученным величинам в выбранном масштабном коэффициенте длин выполняем метрический синтез кинематической схемы шарнирного механизма в следующей последовательности.

1) В произвольном месте выбираем точку  $O$ , характеризующую положение стойки (рис. 2.5, а).

2) Откладываем параметр  $|a| = 47$  мм, определяющий положение шарнирно-неподвижной опоры с центром шарнира в точке  $C$  относительно стойки  $O$  (рис. 2.5, а).

3) Через точку  $O$  под углом  $\varphi_1 = 60^\circ$  проводим луч  $OA$  (рис. 2.5, б).

4) Из точки  $O$  проводим дугу радиусом  $R_1$ , равным величине отрезка  $|OA|$ , взятой в миллиметрах, т. е.  $R_1 = 20$  мм. В результате пересечения дуги радиусом  $R_1$  и луча  $OA$  найдем положение точки  $A$  (рис. 2.5, б).

5) Из точки  $A$  проводим дугу радиусом  $R_2$ , равным величине отрезка  $|AB|$ , взятой в миллиметрах, а из точки  $C$  проводим дугу радиусом  $R_3$ , равным величине отрезка  $|BC|$ , взятой в миллиметрах, т. е.  $R_2 = 40$  мм и

$R_3 = 26 \text{ мм}$ . В результате пересечения дуги радиусом  $R_2$  с дугой радиусом  $R_3$  определим положение точки  $B$  (рис. 2.5, в).

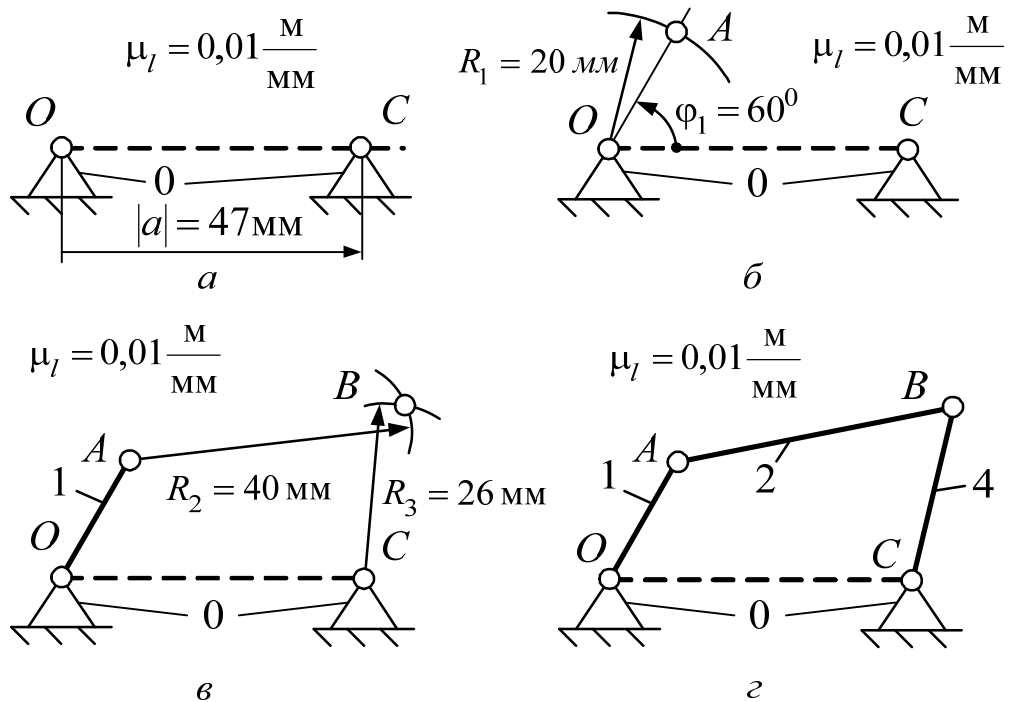


Рис. 2.5. Метрический синтез шарнирного механизма

б) Соединив точку  $B$  с точками  $A$  и  $C$ , получим кинематическую схему шарнирного механизма, построенную в масштабном коэффициенте длин (рис. 2.5, г).

**Задача 2.4.** Известны длины кривошипа  $l_{OA} = 0,20 \text{ м}$ , коромысла  $l_{BC} = 0,35 \text{ м}$ , параметра  $a = 0,32 \text{ м}$ . Требуется по заданным геометрическим параметрам выполнить метрический синтез кинематической схемы кулисно-го механизма (рис. 2.6).

**Решение.** Приняв  $|OA| = 20 \text{ мм}$ , определим масштабный коэффициент длин, м/мм:

$$\mu_l = \frac{l_{OA}}{|OA|} = \frac{0,20}{20} = 0,01.$$

Переводим все остальные геометрические параметры в выбранный масштабный коэффициент длин, мм:

$$|BC| = \frac{l_{BC}}{\mu_l} = \frac{0,35}{0,01} = 35,$$

$$|a| = \frac{a}{\mu_l} = \frac{0,32}{0,01} = 32.$$



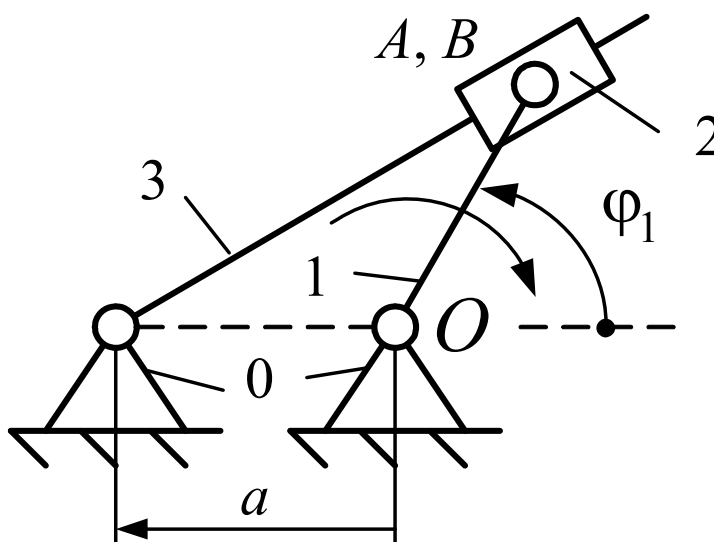


Рис. 2.6. Схема кулисного механизма

По полученным величинам в выбранном масштабном коэффициенте длин выполняем метрический синтез кинематической схемы кулисного механизма в следующей последовательности.

1) В произвольном месте выбираем точку  $O$ , характеризующую положение шарнирно-неподвижной опоры. Через точку  $O$  проводим прямую  $OC$  (рис. 2.7, а).

2) От точки  $O$  откладываем параметр  $|a| = 32$  мм, определяющий положение шарнирно-неподвижной опоры с центром в точке  $C$  в выбранном масштабном коэффициенте длин (рис. 2.7, а).

3) Из точки  $O$  проводим дугу радиусом  $R_1$ , равным величине отрезка  $|OA|$ , взятой в миллиметрах, т. е.  $R_1 = 20$  мм (рис. 2.7, б).

4) Из точки  $C$  проводим дугу радиусом  $R_3$ , равным величине отрезка  $|BC|$ , взятой в миллиметрах, т. е.  $R_3 = 35$  мм. В результате пересечения дуги радиусом  $R_3$  с дугой радиусом  $R_1$  определим положение точек  $A$  и  $B$  (рис. 2.7, в).

5) Соединив точки  $A$  и  $B$  с точками  $O$  и  $C$  соответственно, получим звенья 3 и 1 (рис. 2.7, г).

6) Добавив условное обозначение ползуна 2, получим кинематическую схему кулисного механизма, построенную в масштабном коэффициенте длин (рис. 2.7, з).

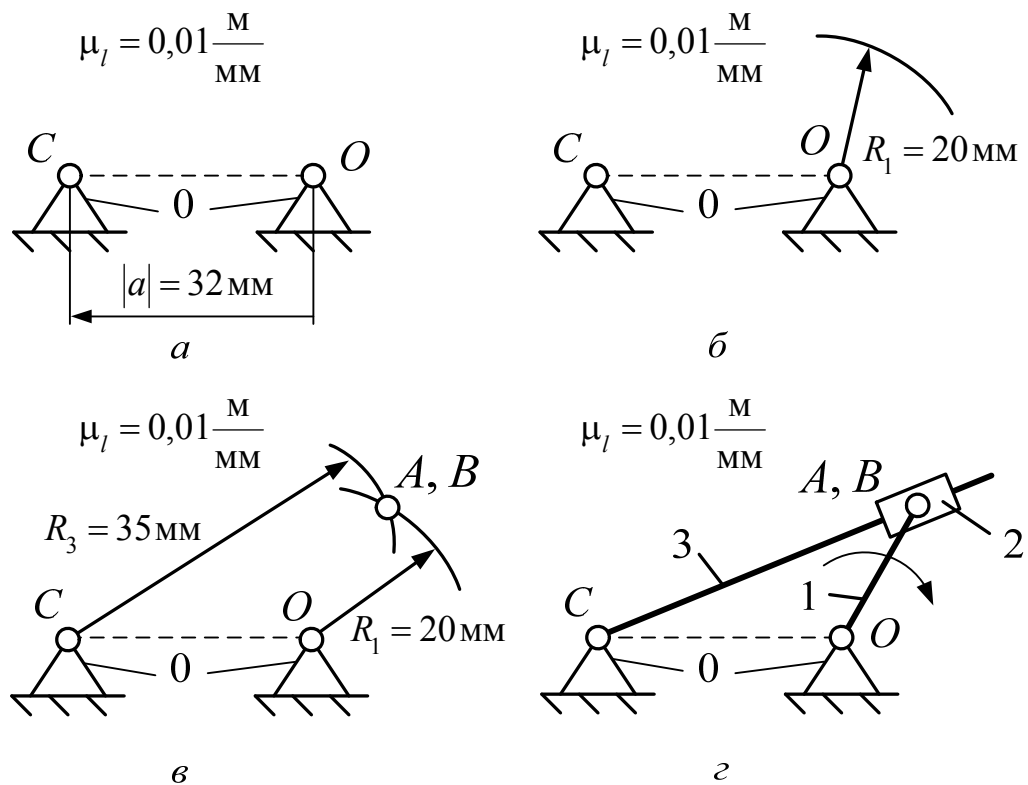


Рис. 2.7. Метрический синтез кулисного механизма при заданном параметре  $a$

**Задача 2.5.** Известны длины кривошипа  $l_{OA} = 0,20$  м, коромысла  $l_{BC} = 0,35$  м и обобщенная координата кривошипа  $\varphi_1 = 60^\circ$ . Требуется по заданным геометрическим параметрам выполнить метрический синтез кинематической схемы кулисного механизма (рис. 2.6).

**Решение.** Приняв  $|OA| = 20$  мм, определим масштабный коэффициент длин, м/мм:

$$\mu_l = \frac{l_{OA}}{|OA|} = \frac{0,20}{20} = 0,01.$$

Переводим все остальные геометрические параметры в выбранный масштабный коэффициент длин, мм:

$$|BC| = \frac{l_{BC}}{\mu_l} = \frac{0,35}{0,01} = 35.$$

По полученным величинам в выбранном масштабном коэффициенте длин выполняем метрический синтез кинематической схемы кулисного механизма в следующей последовательности.

1) В произвольном месте выбираем точку  $O$ , характеризующую положение шарнирно-неподвижной опоры. Через точку  $O$  проводим прямую  $OC$  (рис. 2.8, а).

2) Через точку  $O$  под углом  $\varphi_1 = 60^\circ$  проводим луч  $OA$  (рис. 2.8, б).

3) На полученном луче  $OA$  от точки  $O$  проводим дугу радиусом  $R_1$ , равным величине отрезка  $|OA|$ , взятой в миллиметрах, т. е.  $R_1 = 20\text{ мм}$ . В результате пересечения дуги радиусом  $R_1$  и луча  $OA$  найдем положение точек  $A$  и  $B$  (рис. 2.8, б).

4) Соединив точки  $A$  и  $O$ , получим звено 1 (рис. 2.8, в).

5) Из точки  $A$  проводим дугу радиусом  $R_3$ , равным величине отрезка  $|BC|$ , взятой в миллиметрах, т. е.  $R_3 = 35\text{ мм}$ . В результате пересечения дуги радиусом  $R_3$  с прямой  $OC$  определим положение точки  $C$  (рис. 2.8, в).

6) Соединив точку  $B$  с точкой  $C$ , получим звено 3 (рис. 2.8, г).

7) Добавив вокруг точки  $A$  изображение ползуна 2, получим кинематическую схему кулисного механизма, построенную в масштабном коэффициенте длин (рис. 2.8, г).

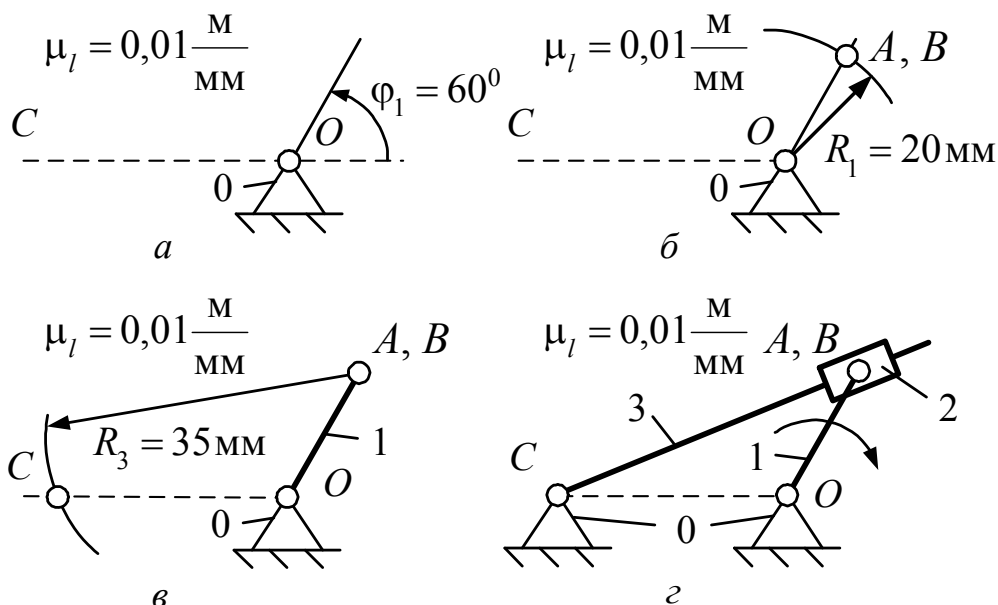


Рис. 2.8. Метрический синтез кулисного механизма при заданном значении  $\varphi_1$

**Задача 2.6.** Известны длины кривошипа  $l_{OA} = 0,15\text{ м}$ , шатунов  $l_{AB} = 0,37\text{ м}$  и  $l_{CD} = 0,26\text{ м}$ , коромысла  $l_{BO1} = l_{CO1} = 0,20\text{ м}$  и  $l_{BC} = 0,08\text{ м}$ , параметра  $a = 0,25\text{ м}$  и обобщенная координата кривошипа  $\varphi_1 = 110^\circ$ . Требуется по заданным геометрическим параметрам выполнить метрический синтез механизма качающегося транспортера (рис. 1.7).

**Решение.** Приняв  $|OA| = 15\text{ мм}$ , определим масштабный коэффициент длин, м/мм:

$$\mu_l = \frac{l_{OA}}{|OA|} = \frac{0,15}{15} = 0,01.$$

Переводим все остальные геометрические параметры в выбранный масштабный коэффициент длин, мм:

$$|AB| = \frac{l_{AB}}{\mu_l} = \frac{0,37}{0,01} = 37,$$

$$|BO_1| = \frac{l_{BO1}}{\mu_l} = \frac{0,20}{0,01} = 20,$$

$$|BC| = \frac{l_{BC}}{\mu_l} = \frac{0,08}{0,01} = 8,$$

$$|CO_1| = \frac{l_{CO1}}{\mu_l} = \frac{0,20}{0,01} = 20,$$

$$|CD| = \frac{l_{CD}}{\mu_l} = \frac{0,26}{0,01} = 26,$$

$$|a| = \frac{a}{\mu_l} = \frac{0,25}{0,01} = 25.$$

По полученным величинам в выбранном масштабном коэффициенте выполняем метрический синтез механизма качающегося транспортера.

1) В произвольном месте выбираем точку  $O$ , характеризующую положение шарнирно-неподвижной опоры с центром шарнира в этой точке (рис. 2.9, а).

2) Откладываем параметр  $|a| = 25$  мм, определяющий положение шарнирно-неподвижной опоры с центром шарнира в точке  $O_1$  относительно точки  $O$  (рис. 2.9, а).

3) Через точку  $O$  под углом  $\varphi_1 = 110^\circ$  проводим луч  $OA$  (рис. 2.9, а).

4) Из точки  $O$  проводим дугу радиусом  $R_1$ , равным величине отрезка  $|OA|$ , взятой в миллиметрах, т. е.  $R_1 = 15$  мм. В результате пересечения дуги радиусом  $R_1$  и луча  $OA$  найдем положение точки  $A$  (рис. 2.9, а).

5) Из точки  $A$  проводим дугу радиусом  $R_2$ , равным величине отрезка  $|AB|$ , взятой в миллиметрах, а из точки  $O_1$  проводим дугу радиусом  $R_3$ , равным величине отрезка  $|O_1B|$ , взятой в миллиметрах, т. е.  $R_2 = 37$  мм и  $R_3 = 20$  мм. В результате пересечения дуги радиусом  $R_2$  с дугой радиусом  $R_3$  определим положение точки  $B$  (рис. 2.9, б).

6) Соединив точку  $B$  с точками  $A$  и  $O_1$ , получим кинематическую схему шарнирного механизма, построенную в масштабном коэффициенте длин, являющуюся прототипом для механизма качающегося транспортера (рис. 2.9, в).

7) Из точки  $O_1$  проводим дугу радиусом  $R_4$ , равным величине отрезка  $|O_1C|$ , взятой в миллиметрах, а из точки  $B$  проводим дугу радиусом  $R_5$ , равным величине отрезка  $|BC|$ , взятой в миллиметрах, т. е.  $R_4 = 20$  мм и

$R_5 = 8 \text{ мм}$ . В результате пересечения дуг радиусами  $R_4$  и  $R_5$  определим положение точки  $C$  (рис. 2.9, в).

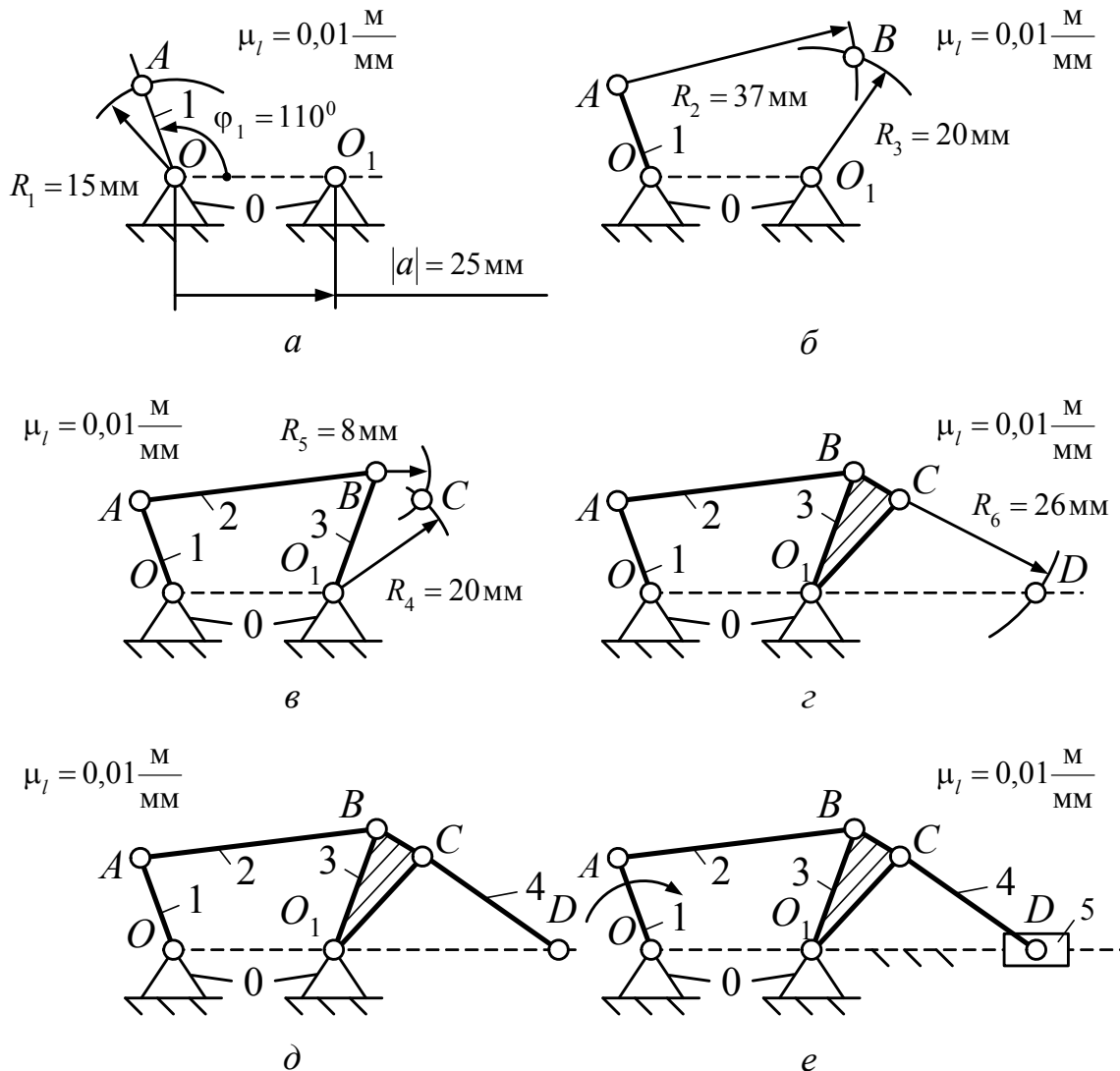


Рис. 2.9. Метрический синтез механизма качающегося транспортера

8) Соединив точку  $C$  с точками  $B$  и  $O_1$ , окончательно построим коромысло 3 (рис. 2.9, в).

9) Из точки  $C$  проводим дугу радиусом  $R_6$ , равным величине отрезка  $|BD|$ , взятой в миллиметрах,  $R_6 = 26 \text{ мм}$ . В результате пересечения дуги радиусом  $R_6$  с прямой  $OO_1$  определим положение точки  $D$  (рис. 2.9, г).

10) Соединив точки  $C$  и  $D$ , найдем положение шатуна 4 (рис. 2.9, д).

11) Добавив вокруг точки  $D$  схематическое изображение ползуна, получим кинематическую схему механизма, построенную в масштабном коэффициенте длин (рис. 2.9, е).

**Задача 2.7.** По заданным геометрическим параметрам построить кинематическую схему кривошипно-ползунного механизма. Данные взять: для

## 2. МЕТРИЧЕСКИЙ СИНТЕЗ ПЛОСКИХ РЫЧАЖНЫХ МЕХАНИЗМОВ

рис. 2.10 в табл. 2.1; для рис. 2.11 в табл. 2.2; для рис. 2.12 в табл. 2.3; для рис. 2.13 в табл. 2.4; для рис. 2.14 в табл. 2.5; для рис. 2.15 в табл. 2.6.

Таблица 2.1

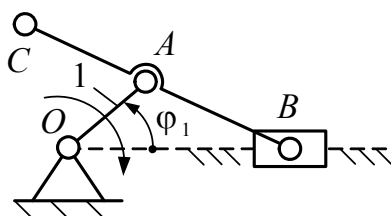


Рис. 2.10

Вариант	1	2	3	4	5
$l_{OA}, \text{ м}$	0,10	0,20	0,40	0,50	0,30
$l_{AB}, \text{ м}$	0,55	0,85	0,90	1,05	0,70
$l_{AC}, \text{ м}$	0,30	0,15	0,45	0,60	0,35
$\varphi_1, ^\circ$	30	100	200	280	45

Таблица 2.2

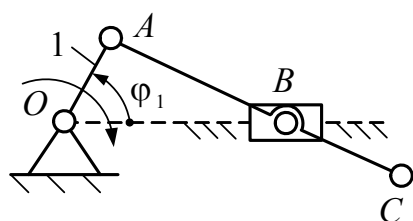


Рис. 2.11

Вариант	1	2	3	4	5
$l_{OA}, \text{ м}$	0,15	0,60	0,70	0,35	0,40
$l_{AB}, \text{ м}$	0,70	1,20	1,50	0,80	0,90
$l_{BC}, \text{ м}$	0,35	0,35	0,55	0,45	0,45
$\varphi_1, ^\circ$	15	120	210	290	250

Таблица 2.3

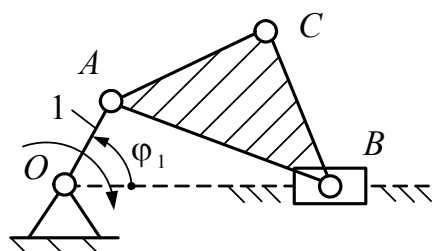


Рис. 2.12

Вариант	1	2	3	4	5
$l_{OA}, \text{ м}$	0,15	0,60	0,70	0,30	0,45
$l_{AB}, \text{ м}$	0,70	1,20	1,50	0,80	0,90
$l_{BC}, \text{ м}$	0,50	0,80	0,80	0,60	0,70
$l_{AC}, \text{ м}$	0,35	0,75	1,10	0,60	0,65
$\varphi_1, ^\circ$	15	120	210	290	60

Таблица 2.4

Вариант	1	2	3	4	5
$l_{OA}, \text{ м}$	0,50	0,90	1,10	1,20	0,25
$l_{AB}, \text{ м}$	0,80	1,30	2,00	1,80	0,80
$l_{AK}, \text{ м}$	0,30	0,30	0,40	0,70	0,30
$l_{CK}, \text{ м}$	0,45	0,35	0,28	0,38	0,50
$\varphi_1, ^\circ$	70	160	240	330	300

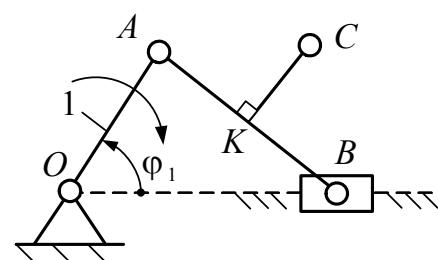


Рис. 2.13

Таблица 2.5

Вариант	1	2	3	4	5
$l_{OA}, \text{ м}$	0,35	0,50	0,80	0,90	0,15
$l_{AB}, \text{ м}$	0,90	1,00	1,40	1,80	0,75
$l_{OC}, \text{ м}$	0,45	0,70	0,50	0,50	0,30
$l_{AC}, \text{ м}$	0,60	0,70	0,60	0,50	0,30
$\varphi_1, ^\circ$	60	140	250	320	30

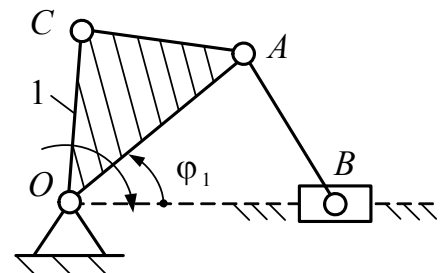


Рис. 2.14

Таблица 2.6

Вариант	1	2	3	4	5
$l_{OA}, \text{ м}$	0,40	0,60	0,80	0,50	0,25
$l_{AB}, \text{ м}$	0,90	1,30	1,50	1,25	0,65
$l_{AC}, \text{ м}$	0,35	0,25	0,45	0,35	0,15
$\varphi_1, ^\circ$	40	110	220	310	150

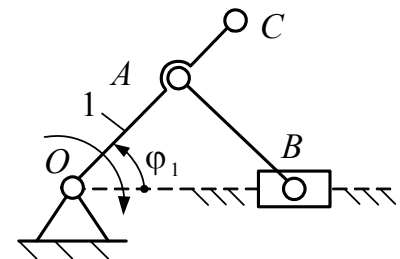


Рис. 2.15

**Задача 2.8.** По заданным геометрическим параметрам построить кинематическую схему шарнирного четырехзвенного механизма. Данные взять: для [рис. 2.16 в табл. 2.7](#); для [рис. 2.17 в табл. 2.8](#); для [рис. 2.18 в табл. 2.9](#); для [рис. 2.19 в табл. 2.10](#); для [рис. 2.20 в табл. 2.11](#); для [рис. 2.21 в табл. 2.12](#).

Таблица 2.7

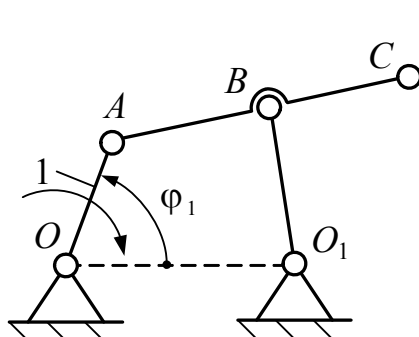


Рис. 2.16

Вариант	1	2	3	4	5
$l_{OA}, \text{ м}$	0,10	0,30	0,50	0,70	0,40
$l_{AB}, \text{ м}$	0,60	0,55	0,80	1,20	0,95
$l_{BO_1}, \text{ м}$	0,30	0,50	0,55	0,90	0,80
$l_{OO_1}, \text{ м}$	0,60	0,80	1,20	1,60	1,00
$l_{AC}, \text{ м}$	0,85	0,90	1,00	1,60	1,40
$\varphi_1, ^\circ$	40	60	45	70	200

Таблица 2.8

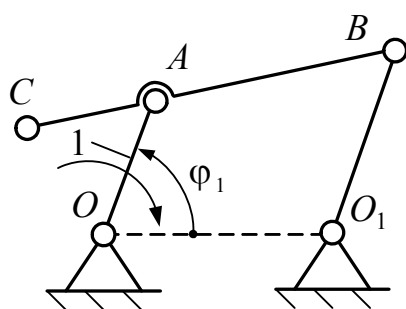


Рис. 2.17

Вариант	1	2	3	4	5
$l_{OA}, \text{ м}$	0,30	0,40	0,60	0,70	0,25
$l_{AB}, \text{ м}$	0,90	0,90	0,8	1,1	0,60
$l_{BO_1}, \text{ м}$	0,50	0,35	0,45	0,50	0,50
$l_{OO_1}, \text{ м}$	0,80	0,90	1,10	0,95	0,85
$l_{AC}, \text{ м}$	0,40	0,30	0,35	0,45	0,30
$\varphi_1, ^\circ$	65	95	240	120	300

Таблица 2.9

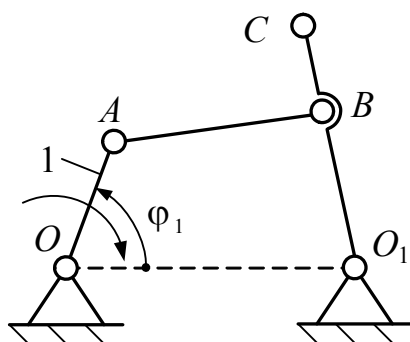


Рис. 2.18

Вариант	1	2	3	4	5
$l_{OA}, \text{ м}$	0,35	0,59	0,45	0,79	0,25
$l_{AB}, \text{ м}$	0,85	0,75	0,65	0,95	0,80
$l_{BO_1}, \text{ м}$	0,35	0,36	0,70	0,50	0,60
$l_{OO_1}, \text{ м}$	0,85	0,75	0,70	0,50	0,60
$l_{BC}, \text{ м}$	0,35	0,20	0,40	0,30	0,20
$\varphi_1, ^\circ$	100	150	30	45	290

Таблица 2.10

Вариант	1	2	3	4	5
$l_{OA}, \text{ м}$	0,60	0,50	0,80	0,30	0,45
$l_{AB}, \text{ м}$	1,30	1,15	1,60	0,60	0,80
$l_{BO_1}, \text{ м}$	0,75	0,70	0,95	0,55	0,55
$l_{OO_1}, \text{ м}$	1,40	1,30	1,55	0,85	0,75
$l_{CO_1}, \text{ м}$	1,00	0,90	1,30	0,85	0,50
$l_{BC}, \text{ м}$	1,10	0,85	0,75	0,90	0,50
$\varphi_1, ^\circ$	50	100	140	80	250

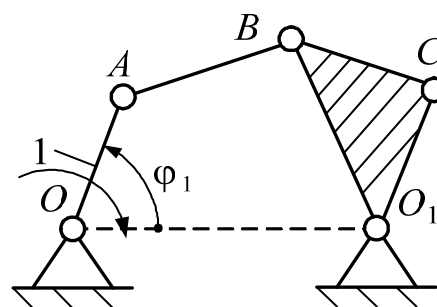


Рис. 2.19



Таблица 2.11

Вариант	1	2	3	4	5
$l_{OA}, \text{ м}$	0,40	0,30	0,70	0,5	0,35
$l_{AB}, \text{ м}$	0,85	0,80	1,10	0,90	0,65
$l_{BO_1}, \text{ м}$	0,55	0,60	0,80	0,70	0,75
$l_{OO_1}, \text{ м}$	0,75	0,95	1,30	1,10	0,55
$l_{AC}, \text{ м}$	0,60	0,70	0,55	0,65	0,55
$l_{BC}, \text{ м}$	0,60	0,50	0,85	0,80	0,55
$\varphi_1, ^\circ$	160	130	75	60	260

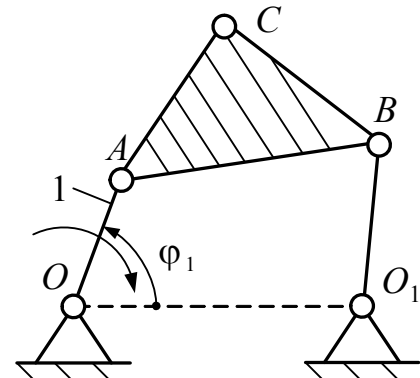


Рис. 2.20

Таблица 2.12

Вариант	1	2	3	4	5
$l_{OA}, \text{ м}$	0,30	0,25	0,45	0,20	0,15
$l_{AB}, \text{ м}$	0,80	0,50	0,75	0,55	0,55
$l_{BO_1}, \text{ м}$	0,40	0,40	0,60	0,40	0,30
$l_{OO_1}, \text{ м}$	0,80	0,40	0,55	0,30	0,35
$l_{BC}, \text{ м}$	0,70	0,80	0,90	0,60	0,60
$\varphi_1, ^\circ$	60	120	200	90	300

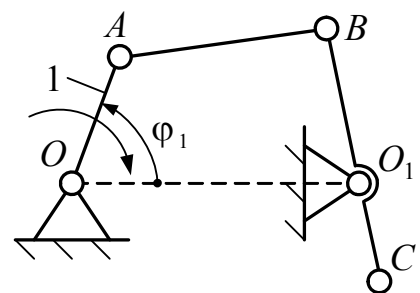


Рис. 2.21

**Задача 2.9.** По заданным геометрическим параметрам построить кинематическую схему плоского рычажного механизма. Данные взять: для [рис. 2.22](#) в табл. 2.13; для [рис. 2.23](#) в табл. 2.14; для [рис. 2.24](#) в табл. 2.15; для [рис. 2.25](#) в табл. 2.16; для [рис. 2.26](#) в табл. 2.17; для [рис. 2.27](#) в табл. 2.18.

Таблица 2.13

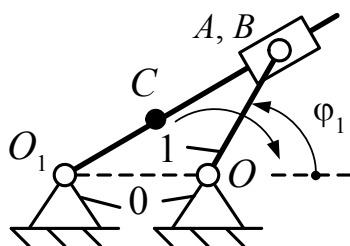


Рис. 2.22

Вариант	1	2	3	4	5
$l_{OA}, \text{ м}$	0,30	0,60	0,40	0,50	0,30
$l_{BO_1}, \text{ м}$	0,57	0,61	0,30	0,85	0,56
$l_{CO_1}, \text{ м}$	0,30	0,25	0,50	0,40	0,80
$\varphi_1, ^\circ$	35	110	220	280	300

Таблица 2.14

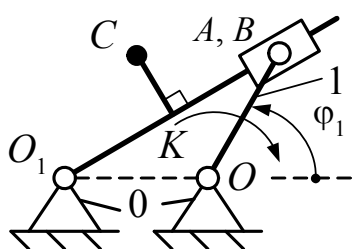


Рис. 2.23

Вариант	1	2	3	4	5
$l_{OA}, \text{ м}$	0,35	0,65	0,45	0,55	0,38
$l_{BO_1}, \text{ м}$	0,66	0,60	0,50	0,83	0,63
$l_{KO_1}, \text{ м}$	0,30	0,25	0,80	0,40	0,85
$l_{CK}, \text{ м}$	0,30	0,20	0,30	0,25	0,15
$\varphi_1, ^\circ$	56	133	238	295	309

Таблица 2.15

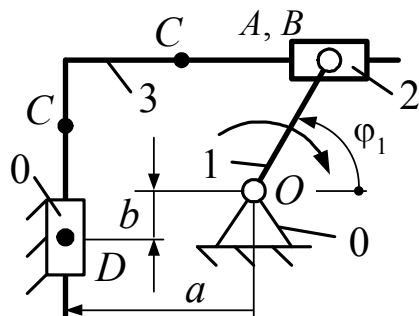


Рис. 2.24

Вариант	1	2	3	4	5
$l_{OA}, \text{ м}$	0,62	0,45	0,32	0,38	0,76
$a, \text{ м}$	0,66	0,55	0,60	0,52	0,43
$b, \text{ м}$	0,10	0,15	0,40	0,67	0,85
$l_{BC}, \text{ м}$	0,20	0,0	0,48	0,0	0,50
$l_{CD}, \text{ м}$	0,0	0,22	0,0	0,45	0,0
$\varphi_1, ^\circ$	25	140	210	300	330

Таблица 2.16

Вариант	1	2	3	4	5
$l_{OA}, \text{ м}$	0,68	0,42	0,44	0,30	0,45
$a, \text{ м}$	0,45	0,75	0,40	0,85	0,58
$l_{BK}, \text{ м}$	1,20	0,30	0,90	0,50	0,97
$l_{CK}, \text{ м}$	0,15	0,25	0,08	0,10	0,22
$\varphi_1, ^\circ$	42	145	52	135	60

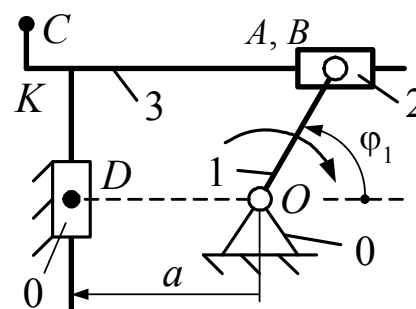


Рис. 2.25

Таблица 2.17

Вариант	1	2	3	4	5
$l_{OA}, \text{ м}$	0,68	0,42	0,52	0,30	0,25
$b, \text{ м}$	0,20	0,15	0,25	0,15	0,12
$l_{BK}, \text{ м}$	0,25	0,80	0,30	0,63	0,72
$l_{CK}, \text{ м}$	0,15	0,20	0,08	0,10	0,22
$\varphi_1, ^\circ$	28	115	54	142	70

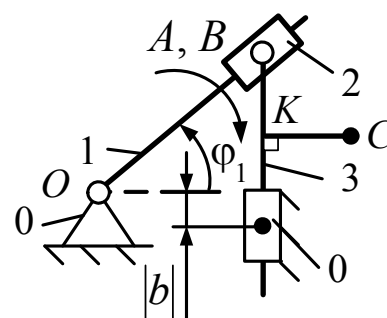


Рис. 2.26

Таблица 2.18

Вариант	1	2	3	4	5
$l_{OA}, \text{ м}$	0,68	0,42	0,74	0,83	0,98
$b, \text{ м}$	0,10	0,05	0,20	0,28	0,17
$l_{BK}, \text{ м}$	0,58	0,70	0,15	0,68	0,17
$l_{CK}, \text{ м}$	0,15	0,25	0,15	0,10	0,22
$\varphi_1, ^\circ$	33	155	58	136	60

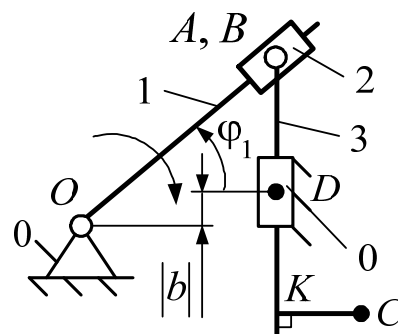


Рис. 2.27

### 3. КИНЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ПЛОСКИХ РЫЧАЖНЫХ МЕХАНИЗМОВ

**Задача 3.1.** Известно, что длины звеньев кривошипно-ползунного механизма, соответственно, равны  $l_{OA} = 0,24$  м;  $l_{AB} = 0,34$  м;  $l_{AC} = 0,10$  м;  $l_{OB} = 0,5$  м, обобщенная координата кривошипа  $\varphi_1 = 36^\circ$ . Число оборотов кривошипа  $n_1 = 956$  мин<sup>-1</sup>. Выполнить кинематический анализ кривошипно-ползунного механизма (рис. 3.1, а) графоаналитическим методом.

**Решение.** 1) Построим по заданным геометрическим параметрам кинематическую схему кривошипно-ползунного механизма в масштабном коэффициенте длин  $\mu_l = 0,01$  м/мм (рис. 3.1, а).

2) Угловую скорость кривошипа, с<sup>-1</sup>, вычислим по формуле

$$\omega_1 = \frac{\pi \cdot n_1}{30} = \frac{3,14 \cdot 956}{30} = 100.$$

Полученный результат свидетельствует о том, что кривошип вращается с постоянной угловой скоростью.

Проанализируем полученную кинематическую схему кривошипно-ползунного механизма: точка  $O$  является неподвижной точкой, следовательно, значение скорости этой точки равно нулю, т. е.  $V_O = 0$ .

Вектор скорости точки  $A$  представляет собой геометрическую сумму вектора скорости точки  $O$  и скорости относительного вращательного движения точки  $A$  вокруг точки  $O$ :

$$\vec{V}_A = \vec{V}_O + \vec{V}_{AO}^{\perp OA}. \quad (3.1)$$

Первое слагаемое в уравнении (3.1) имеет значение, равное нулю, следовательно, вектор  $\vec{V}_O$  является точечным вектором, который на плане скоростей изображает точка, совпадающая с полюсом этого плана. При этом линия действия вектора  $\vec{V}_{AO}$  является перпендикуляром к оси кривошипа 1, а направление действия совпадает с направлением его вращения (рис. 3.1, б).

Следовательно, скорость относительного вращательного движения точки  $A$  вокруг неподвижной точки  $O$

$$V_{AO} = \omega_1 \cdot l_{OA}, \quad (3.2)$$

где  $\omega_1$ ,  $l_{OA}$  – угловая скорость и длина кривошипа 1.

Подставив заданные значения в выражение (3.2), получим, м/с,

$$V_{AO} = 100 \cdot 0,24 = 24. \quad (3.3)$$

Вектор скорости точки  $B$ , принадлежащей шатуну 2, представляет собой геометрическую сумму вектора скорости точки  $A$  и вектора скорости относительного вращательного движения точки  $B$  вокруг точки  $A$ :

$$\vec{V}_B = \vec{V}_A + \vec{V}_{BA}^{\perp AB} \quad (3.4)$$

Первое слагаемое в уравнении (3.4) описано выше представленным уравнением (3.1). Линия действия вектора относительной скорости  $\vec{V}_{BA}$  в уравнении (3.4) является перпендикуляром к оси шатуна 2 (рис. 3.1, а), а на плане скоростей он направлен к точке  $b$ , т. к. буква  $B$  стоит первой в индексе при векторе этой скорости.

В то же время точка  $B$  принадлежит и ползуну 3. Ползун 3 может совершать только возвратно-поступательное движение параллельно прямой  $OB$  (рис. 3.1, б). Следовательно, линия действия вектора скорости точки  $B$ , принадлежащей ползуну 3, всегда параллельна прямой  $OB$ :

$$\vec{V}_B // OB. \quad (3.5)$$

Совместное решение выражений (3.4) и (3.5) позволит определить направление и линию действия вектора скорости точки  $B$ .

Масштабный коэффициент плана скоростей

$$\mu_V = \frac{V_{AO}}{|pa|},$$

где  $|pa|$  – произвольный отрезок, изображающий на плане скоростей вектор скорости относительного вращательного движения точки  $A$  вокруг точки  $O$ .

Приняв  $|pa| = 48 \text{ мм}$ , с учетом формулы (3.3) получим, м/с · мм,

$$\mu_V = \frac{24}{48} = 0,5.$$

Разрешив графически векторные уравнения (3.1), (3.4), (3.5), построим план скоростей (рис. 3.1, б).

Отрезок, изображающий вектор скорости точки  $C$  в составе плана скоростей, найдем, воспользовавшись теоремой подобия:

$$\frac{l_{AB}}{l_{AC}} = \frac{|ab|}{|ac|},$$

откуда

$$|ac| = |ab| \cdot \frac{l_{AC}}{l_{AB}}, \quad (3.6)$$

где  $|ab|$ ,  $|ac|$  – отрезки, изображающие на плане скоростей векторы скоростей  $\vec{V}_{BA}$  и  $\vec{V}_{CA}$  соответственно.

Замерив на плане скоростей длину отрезка  $|ab| = 42 \text{ мм}$  и подставив найденное значение в выражение (3.6), получим, мм,

$$|ac| = |ab| \cdot \frac{l_{AC}}{l_{AB}} = 42 \cdot \frac{0,10}{0,34} = 12.$$

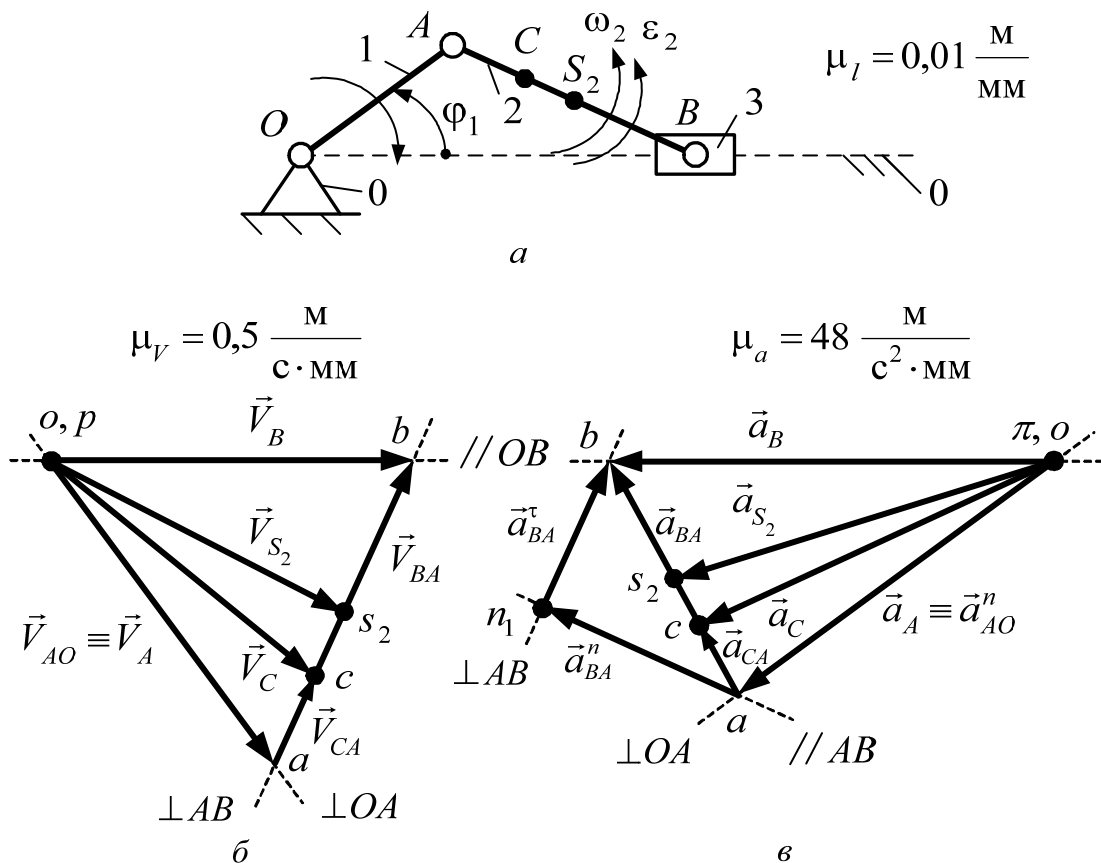


Рис. 3.1. Кинематический анализ кривошипно-ползунного механизма

Отложив отрезок  $|ac|$  на плане скоростей (рис. 3.1, б), найдем положение точки  $c$ . Соединив точки  $c$  и  $p$  на плане скоростей, найдем вектор скорости точки  $C$ . Замерив на плане скоростей длины отрезков  $|pb|$ ,  $|ab|$  и  $|pc|$ , получим, мм,

$$\begin{aligned} |pb| &= 46,5, \\ |ab| &= 42, \\ |pc| &= 43. \end{aligned}$$

Используя найденные величины отрезков  $|pb|$ ,  $|ab|$  и  $|pc|$ , определим значения соответствующих скоростей.

Скорость точки  $B$ , м/с,

$$V_B = |pb| \cdot \mu_V = 46,5 \cdot 0,5 = 23,25.$$

Скорость относительного вращательного движения точки  $B$  вокруг точки  $A$ , м/с,

$$V_{BA} = |ab| \cdot \mu_V = 42 \cdot 0,5 = 21,0. \quad (3.7)$$

Скорость точки  $C$ , м/с,

$$V_C = |pc| \cdot \mu_V = 43 \cdot 0,5 = 21,5.$$

Угловая скорость шатуна 2 с учетом формулы (3.7),  $\text{с}^{-1}$ ,

$$\omega_2 = \frac{V_{BA}}{l_{BA}} = \frac{21}{0,34} = 61,76.$$

Направление угловой скорости шатуна 2 укажет вектор скорости  $\vec{V}_{BA}$ , взятый с плана скоростей (рис. 3.1, б) и мысленно перенесенный в точку  $B$  на кинематической схеме (рис. 3.1, а). При этом условно разрывается связь звеньев 2 и 3, а точка  $A$  условно закрепляется. В этом случае шатун 2 под действием вектора скорости  $\vec{V}_{BA}$  будет вращаться в направлении, противоположном действию часовой стрелки. Данное направление движения и есть направление действия угловой скорости  $\omega_2$ . Ползун 3 совершает только поступательные движения, следовательно, угловая скорость этого звена равна нулю, т. е.  $\omega_3 = 0$ .

**Примечание.** Считая центр масс шатуна 2, лежащим на середине этого звена, найдем скорость центра масс шатуна,  $\text{м/с}$ :

$$V_{S_2} = |ps_2| \cdot \mu_V = 42 \cdot 0,5 = 21.$$

3) Для построения плана ускорений составим векторные уравнения.

Вектор ускорения точки  $A$  представляет собой геометрическую сумму вектора ускорения точки  $O$ , вектора нормального ускорения и вектора тангенциального ускорения относительного вращательного движения точки  $A$  вокруг точки  $O$ :

$$\vec{a}_A = \vec{a}_O + \underbrace{\vec{a}_{AO}^n}_{\parallel AO} + \underbrace{\vec{a}_{AO}^\tau}_{\perp AO}. \quad (3.8)$$

Первое слагаемое в уравнении (3.8) имеет значение, равное нулю, т. е.  $a_O = 0$ , следовательно, вектор  $\vec{a}_O$  является точечным вектором, который на плане ускорений изображает точка, совпадающая с полюсом этого плана.

Значит, нормальное (центростремительное) ускорение,  $\text{м/с}^2$ ,

$$a_{AO}^n = \omega_1^2 \cdot l_{OA} = 100^2 \cdot 0,24 = 2400. \quad (3.9)$$

Линия действия вектора нормального (центростремительного) ускорения  $\vec{a}_{AO}^n$  в уравнении (3.8) параллельна оси кривошипа 1 и направлен этот вектор на схеме механизма от точки  $A$  к точке  $O$  (рис. 3.1, а), т. к. буква  $A$  стоит первой в индексе при векторе этого ускорения, а на плане ускорений этот вектор направлен от полюса плана  $\pi$  к точке  $a$  (рис. 3.1, в).

Значение тангенциального (вращательного) ускорения  $\vec{a}_{AO}^\tau$  в уравнении (3.8) равно нулю, т. к. по условию задачи угловая скорость кривошипа 1 является постоянной величиной, следовательно, вектор  $\vec{a}_{AO}^\tau$  является точеч-

ным вектором, который на плане ускорений изображает точка, совпадающая с вершиной вектора  $\vec{a}_{AO}^n$  (рис. 3.1, в).

Вектор ускорения точки  $B$ , принадлежащей шатуну 2, представляет собой геометрическую сумму вектора ускорения точки  $A$ , вектора нормального ускорения и вектора тангенциального ускорения относительного вращательного движения точки  $B$  вокруг точки  $A$ :

$$\vec{a}_B = \vec{a}_A + \underbrace{\vec{a}_{BA}^n}_{// AB} + \underbrace{\vec{a}_{BA}^\tau}_{\perp AB}. \quad (3.10)$$

Первое слагаемое в уравнении (3.10) описано представленным выше уравнением (3.8). Линия действия вектора нормального (центростремительного) ускорения  $\vec{a}_{BA}^n$  в уравнении (3.10) параллельна оси шатуна 2 и направлен этот вектор на схеме механизма от точки  $B$  к точке  $A$  (рис. 3.1, а), т. к. буква  $B$  стоит первой в индексе при векторе этого ускорения, а на плане ускорений линия действия этого вектора проходит через точку  $a$  и направлен этот вектор от точки  $a$  к точке  $n_1$  (рис. 3.1, в).

Следовательно, нормальное (центростремительное) ускорение с учетом формулы (3.7),  $\text{м/с}^2$ ,

$$a_{BA}^n = \frac{V_{BA}^2}{l_{BA}} = \frac{21,0^2}{0,34} = 1297,01. \quad (3.11)$$

Линия действия вектора тангенциального (вращательного) ускорения  $\vec{a}_{BA}^\tau$  в уравнении (3.10) является перпендикуляром к оси шатуна 2 (рис. 3.1, а), а на плане ускорений линия действия этого вектора проходит через точку  $n_1$  и направлен этот вектор от точки  $n_1$  к точке  $b$  (рис. 3.1, в).

В то же время точка  $B$  принадлежит и ползуну 3. Ползун 3 совершает только прямолинейное возвратно-поступательное движение вдоль направляющей (прямая  $OB$ ), следовательно, линия действия вектора ускорения точки  $B$  проходит параллельно прямой  $OB$ :

$$\vec{a}_B // OB. \quad (3.12)$$

Масштабный коэффициент плана ускорений

$$\mu_a = \frac{a_{AO}^n}{|\pi a|},$$

где  $|\pi a|$  – произвольный отрезок, изображающий на плане ускорений вектор нормального ускорения относительного вращательного движения точки  $A$  вокруг точки  $O$ .

Приняв  $|\pi a| = 50$  мм, с учетом формулы (3.9) получим,  $\text{м/с}^2 \cdot \text{мм}$ ,

$$\mu_a = \frac{2400}{50} = 48.$$



Разрешив графически векторные уравнения (3.8), (3.10), (3.12), построим план ускорений (рис. 3.1, в).

Длина отрезка, изображающего в составе плана вектор нормального ускорения  $\vec{a}_{BA}^n$  с учетом формулы (3.11), мм,

$$|an| = \frac{a_{BA}^n}{\mu_a} = \frac{1297,01}{48} = 27.$$

Длину отрезка, изображающего на плане ускорений вектор ускорения точки  $C$ , найдем, воспользовавшись теоремой подобия. Замерив на плане ускорений длину отрезка  $|ab| = 34$  мм и подставив найденное значение в выражение (3.6), получим, мм,

$$|ac| = |ab| \cdot \frac{l_{AC}}{l_{AB}} = 34 \cdot \frac{0,10}{0,34} = 10.$$

Отложив отрезок  $|ac|$  на плане ускорений (рис. 3.1, в), найдем положение точки  $c$  на плане ускорений. Соединив точки  $c$  и  $\pi$  на плане ускорений найдем вектор ускорения точки  $C$ . Замерив на плане ускорений длины соответствующих отрезков, определим значения ускорений, м/с<sup>2</sup>:

$$\begin{aligned} a_B &= |\pi b| \cdot \mu_a = 57 \cdot 48 = 2736, \\ a_{BA}^\tau &= |n_1 b| \cdot \mu_a = 20,5 \cdot 48 = 984, \\ a_{BA} &= |ab| \cdot \mu_a = 34 \cdot 48 = 1632, \\ a_C &= |\pi c| \cdot \mu_a = 50 \cdot 48 = 2400. \end{aligned}$$

Из проведенного анализа известно, что кривошип 1 вращается с постоянной угловой скоростью и значение вектора тангенциального (касательного) ускорения равен нулю, следовательно, угловое ускорение данного звена также равно нулю, с<sup>-2</sup>:

$$\varepsilon_1 = \frac{a_{AO}^\tau}{l_{AO}} = \frac{0}{0,24} = 0.$$

Угловое ускорение шатуна 2, с<sup>-2</sup>,

$$\varepsilon_2 = \frac{a_{BA}^\tau}{l_{AB}} = \frac{984}{0,34} = 2894,12.$$

Направление углового ускорения указывает вектор тангенциального ускорения  $\vec{a}_{Ai}^\tau$ , перенесенный с плана ускорений (рис. 3.1, в) в точку  $B$ , принадлежащую шатуну 2 на схеме механизма (рис. 3.1, а). При этом разрывается связь между шатуном 2 и ползуном 3 (шарнир  $B$ ), а к точке  $A$  прикладывается шарнирно-неподвижная опора. В этом случае точка  $A$  становится условно неподвижной, а точка  $B$  совместно с шатуном 2 под действием вектора

$\vec{a}_{AO}^{\tau}$  получает возможность совершать вращательное движение вокруг условно неподвижной точки  $A$  в направлении действия этого вектора ([рис. 3.1, а](#)).

Полученное направление вращательного движения шатуна 2 и является направлением действия углового ускорения данного звена. Угловое ускорение ползуна 3 равно нулю, т. е.  $\varepsilon_3 = 0$ . Так как ползун 3 со стойкой 0 образует поступательную пару 5-го класса, то данное звено может совершать только поступательные прямолинейные движения.

**Примечание.** Считая центр масс шатуна 2 лежащим на середине этого звена, найдем ускорение центра масс шатуна, м/с<sup>2</sup>:

$$a_{S_2} = |\pi s_2| \cdot \mu_a = 51 \cdot 48 = 2448 .$$

**Задача 3.2.** Известно, что длины звеньев, соответственно, равны  $l_{OA} = 0,30$  м,  $l_{AB} = 0,40$  м,  $l_{BO_1} = 0,35$  м,  $l_{AC} = 0,25$  м, геометрического параметра  $a = 0,50$  м, обобщенная координата кривошипа  $\varphi_1 = 50^\circ$ . Число оборотов кривошипа  $n_1 = 478$  мин<sup>-1</sup>. Выполнить кинематический анализ шарнирного механизма ([рис. 3.2, а](#)) графоаналитическим методом.

**Решение.** 1) Построим по заданным геометрическим параметрам кинематическую схему шарнирного механизма в масштабном коэффициенте  $\mu_l = 0,01$  м/мм ([рис. 3.2, а](#)).

2) Угловую скорость кривошипа, с<sup>-1</sup>, определим по формуле

$$\omega_1 = \frac{\pi \cdot n_1}{30} = \frac{3,14 \cdot 478}{30} = 50 ,$$

Полученный результат свидетельствует о том, что кривошип вращается с постоянной угловой скоростью.

Проанализируем полученную кинематическую схему кривошипно-ползунного механизма: точка  $O$  является неподвижной точкой, следовательно, значение скорости этой точки равно нулю, т. е.  $V_O = 0$ .

Вектор скорости точки  $A$  представляет собой геометрическую сумму вектора скорости точки  $O$  и скорости относительного вращательного движения точки  $A$  вокруг точки  $O$ :

$$\vec{V}_A = \vec{V}_O + \underbrace{\vec{V}_{AO}}_{\perp OA} . \quad (3.13)$$

Первое слагаемое в уравнении ([3.13](#)) имеет значение, равное нулю, следовательно, вектор  $\vec{V}_O$  является точечным вектором, который на плане скоростей изображает точка, совпадающая с полюсом этого плана. При этом линия действия вектора  $\vec{V}_{AO}$  является перпендикуляром к оси кривошипа 1, а направление действия совпадает с направлением его вращения ([рис. 3.2, б](#)).

Скорость относительного вращательного движения точки  $A$  вокруг точки  $O$  с учетом формулы ([3.2](#)), м/с,

$$V_{AO} = \omega_1 \cdot l_{OA} = 50 \cdot 0,30 = 15 . \quad (3.14)$$

Вектор скорости точки  $B$ , принадлежащей шатуну 2, представляет собой геометрическую сумму вектора скорости точки  $A$  и вектора скорости относительного вращательного движения точки  $B$  вокруг точки  $A$ :

$$\vec{V}_B = \vec{V}_A + \vec{V}_{BA}^{\perp AB} \quad (3.15)$$

Первое слагаемое в уравнении (3.15) описано выше представленным уравнением (3.13). Линия действия вектора относительной скорости  $\vec{V}_{BA}$  в уравнении (3.15) является перпендикуляром к оси шатуна 2 (рис. 3.2, а), а на плане скоростей он направлен к точке  $b$ , т. к. буква  $B$  стоит первой в индексе при векторе этой скорости.

В то же время точка  $B$  принадлежит коромыслу 3, следовательно, вектор скорости точки  $B$  представляет собой геометрическую сумму вектора скорости точки  $O_1$  и вектора скорости относительного вращательного движения точки  $B$  вокруг точки  $O_1$ :

$$\vec{V}_B = \vec{V}_{O_1} + \vec{V}_{BO_1}^{\perp BO_1} \quad (3.16)$$

Первое слагаемое в уравнении (3.16) имеет значение, равное нулю, т. е.  $V_{O_1} = 0$ , следовательно, вектор  $\vec{V}_{O_1}$  является точечным вектором, который на плане скоростей изображает точка, совпадающая с полюсом этого плана. При этом линия действия вектора относительной скорости  $\vec{V}_{BO_1}$  является перпендикуляром к оси коромысла 3 (рис. 3.2 а), а на плане скоростей этот вектор направлен к точке  $b$ , т. к. точка  $B$  стоит первой в индексе при векторе этой скорости (рис. 3.2, б).

Совместное решение выражений (3.15) и (3.16) позволит определить направление и линию действия вектора скорости точки  $B$ .

Приняв  $|pa| = 62$  мм, с учетом формулы (3.14) получим, м/с · мм,

$$\mu_V = \frac{V_{AO}}{|pa|} = \frac{15}{62} = 0,24.$$

Разрешив графически векторные уравнения (3.13), (3.15), (3.16), строим план скоростей (рис. 3.2, б).

Отрезок, изображающий вектор скорости точки  $C$ , найдем, воспользовавшись теоремой подобия, мм:

$$\frac{l_{AB}}{l_{AC}} = \frac{|ab|}{|ac|} \Rightarrow |ac| = |ab| \cdot \frac{l_{AC}}{l_{AB}} = 33 \cdot \frac{0,25}{0,40} = 20,6 \approx 21.$$

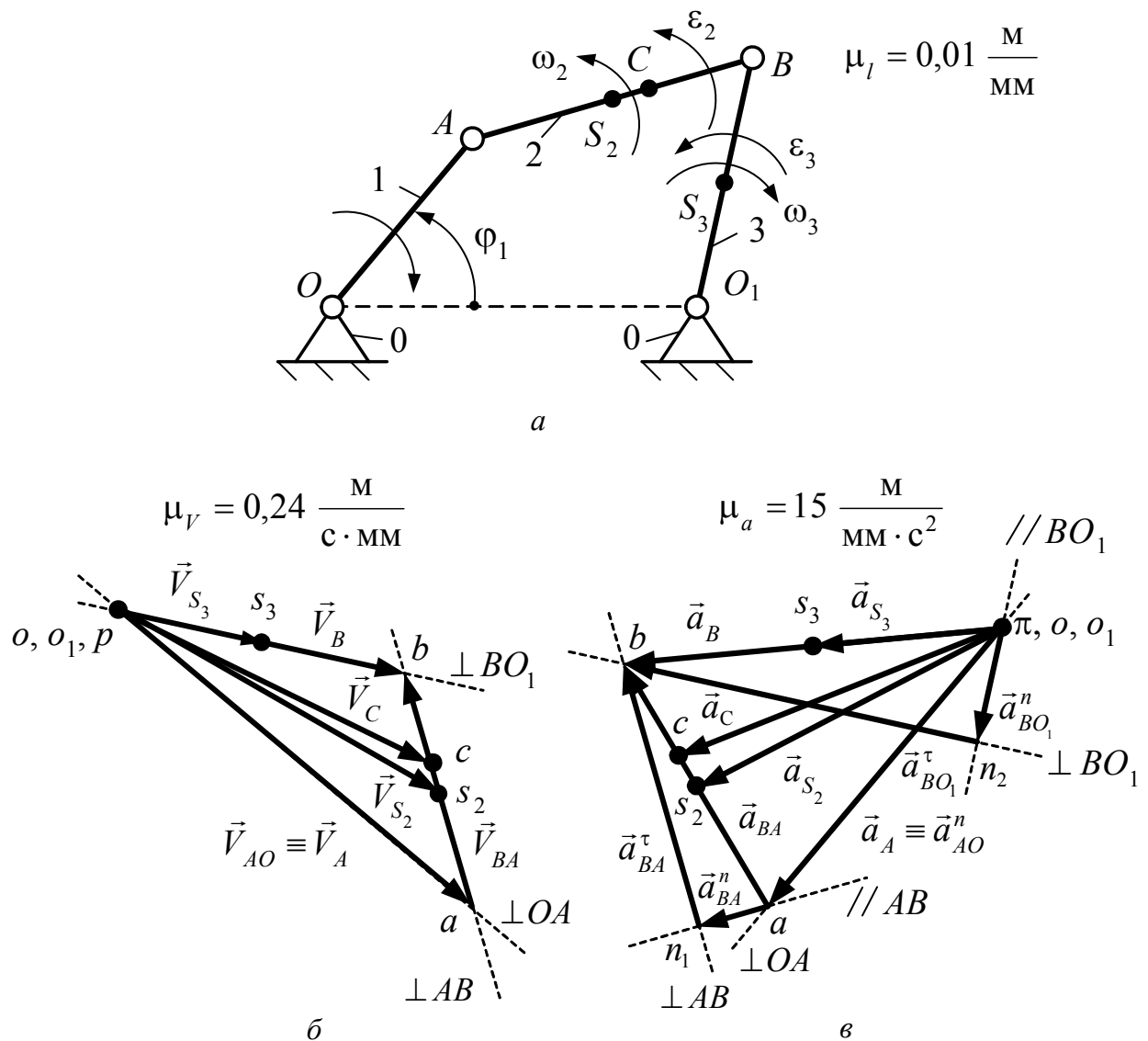


Рис. 3.2. Кинематический анализ шарнирного механизма

Отложив отрезок  $|ac|$  на плане скоростей (рис. 3.2, б), найдем положение точки  $c$ . Соединив точки  $c$  и  $p$  на плане скоростей, найдем вектор скорости точки  $C$ . Замерив на плане скоростей длины соответствующих отрезков, найдем скорости характерных точек механизма, м/с:

$$V_B = |pb| \cdot \mu_v = 40 \cdot 0,24 = 9,60, \quad (3.17)$$

$$V_{BA} = |ab| \cdot \mu_v = 33 \cdot 0,24 = 7,92, \quad (3.18)$$

$$V_C = |pc| \cdot \mu_v = 47 \cdot 0,24 = 11,28.$$

Угловые скорости шатуна 2 и коромысла 3,  $\text{с}^{-1}$ , равны

$$\omega_2 = \frac{V_{BA}}{l_{AB}} = \frac{7,92}{0,40} = 19,80,$$

$$\omega_3 = \frac{V_B}{l_{BO_1}} = \frac{9,60}{0,35} = 27,43.$$

Направление угловых скоростей шатуна 2 и коромысла 3, соответственно, укажут вектора скоростей  $\vec{V}_{BA}$  и  $\vec{V}_B$ , взятые с плана скоростей (рис. 3.2, б) и мысленно перенесенные в точку  $B$  на кинематической схеме (рис. 3.2, а). При этом условно разрывается связь звеньев 2 и 3, а точка  $A$  условно закрепляется. В этом случае под действием векторов скоростей  $\vec{V}_{BA}$  и  $\vec{V}_B$  соответственно шатун 2 будут вращаться в направлении, противоположном действию часовой стрелки, а коромысло 3 – в направлении, совпадающем с действием часовой стрелки. Данные направления движений и есть направления действия угловых скоростей  $\omega_2$  и  $\omega_3$  соответственно.

**Примечание.** Считая центры масс шатуна 2 и коромысла 4 лежащими на серединах этих звеньев, найдем скорости их центров масс, м/с:

$$V_{s_2} = |ps_2| \cdot \mu_V = 51 \cdot 0,24 = 12,24,$$

$$V_{s_3} = |ps_3| \cdot \mu_V = 20 \cdot 0,24 = 4,80.$$

3) Для построения плана ускорений составим векторные уравнения. Вектор ускорения точки  $A$  представляет собой геометрическую сумму вектора ускорения точки  $O$ , вектора нормального ускорения и вектора тангенциального ускорения относительного вращательного движения точки  $A$  вокруг точки  $O$ :

$$\vec{a}_A = \vec{a}_O + \underbrace{\vec{a}_{AO}^n}_{// AO} + \underbrace{\vec{a}_{AO}^\tau}_{\perp AO}. \quad (3.19)$$

Первое слагаемое в уравнении (3.19) имеет значение, равное нулю, т. е.  $a_O = 0$ , следовательно, вектор  $\vec{a}_O$  является точечным вектором, который на плане ускорений изображает точка, совпадающая с полюсом этого плана.

Значит, нормальное (центростремительное) ускорение, м/с<sup>2</sup>,

$$a_{AO}^n = \omega_1^2 \cdot l_{OA} = 50^2 \cdot 0,30 = 750. \quad (3.20)$$

Линия действия вектора нормального (центростремительного) ускорения  $\vec{a}_{AO}^n$  в уравнении (3.19) параллельна оси кривошипа 1. Направлен этот вектор на схеме механизма от точки  $A$  к точке  $O$  (рис. 3.2, а), т. к. буква  $A$  стоит первой в индексе при векторе этого ускорения, а на плане ускорений этот вектор направлен от полюса плана  $\pi$  к точке  $a$  (рис. 3.2, в).

Значение тангенциального (вращательного) ускорения  $\vec{a}_{AO}^\tau$  в уравнении (3.19) равно нулю, т. к. по условию задачи угловая скорость кривошипа 1 является постоянной величиной, следовательно, вектор  $\vec{a}_{AO}^\tau$  является точечным вектором, который на плане ускорений изображает точка, совпадающая с вершиной вектора  $\vec{a}_{AO}^n$  (рис. 3.2, в).

Вектор ускорения точки  $B$ , принадлежащей шатуну 2, представляет собой геометрическую сумму вектора ускорения точки  $A$ , вектора нормаль-

ного ускорения и вектора тангенциального ускорения относительного вращательного движения точки  $B$  вокруг точки  $A$ :

$$\vec{a}_B = \vec{a}_A + \underbrace{\vec{a}_{BA}^n}_{// AB} + \underbrace{\vec{a}_{BA}^\tau}_{\perp AB}. \quad (3.21)$$

Первое слагаемое в уравнении (3.21) описано представленным выше уравнением (3.19). Линия действия вектора нормального (центростремительного) ускорения  $\vec{a}_{BA}^n$  в уравнении (3.21) параллельна оси шатуна 2. Направлен этот вектор на схеме механизма от точки  $B$  к точке  $A$  (рис. 3.2, а), т. к. буква  $B$  стоит первой в индексе при векторе этого ускорения, а на плане ускорений линия действия этого вектора проходит через точку  $a$  и направлен он от точки  $a$  к точке  $n_1$  (рис. 3.2, в).

Линия действия вектора тангенциального (вращательного) ускорения  $\vec{a}_{BA}^\tau$  в уравнении (3.21) является перпендикуляром к оси шатуна 2 (рис. 3.2, а), а на плане ускорений линия действия этого вектора проходит через точку  $n_1$  и направлен он от точки  $n_1$  к точке  $b$  (рис. 3.2, в).

Вектор ускорения точки  $B$ , принадлежащей коромыслу 3, представляет собой геометрическую сумму вектора ускорения точки  $O_1$ , вектора нормального ускорения и вектора тангенциального ускорения относительного вращательного движения точки  $B$  вокруг точки  $O_1$ :

$$\vec{a}_B = \vec{a}_{O_1} + \underbrace{\vec{a}_{BO_1}^n}_{// BO_1} + \underbrace{\vec{a}_{BO_1}^\tau}_{\perp BO_1}. \quad (3.22)$$

Первое слагаемое в уравнении (3.22) имеет значение, равное нулю, т. е.  $a_{O_1} = 0$ , следовательно, вектор  $\vec{a}_{O_1}$  является точечным вектором, который на плане ускорений изображает точка, совпадающая с полюсом этого плана.

Линия действия вектора нормального (центростремительного) ускорения  $\vec{a}_{BO_1}^n$  в уравнении (3.22) параллельна оси коромысла 3. Направлен этот вектор на схеме механизма от точки  $B$  к точке  $O_1$  (рис. 3.2, а), т. к. буква  $B$  стоит первой в индексе при векторе этого ускорения, а на плане ускорений линия действия этого вектора проходит через полюс плана и направлен он от точки  $\pi$  к точке  $n_2$  (рис. 3.2, в).

Линия действия вектора тангенциального (вращательного) ускорения  $\vec{a}_{BO_1}^\tau$  является перпендикуляром к оси коромысла 3 (рис. 3.2, а), а на плане ускорений линия действия этого вектора проходит через точку  $n_2$  и направлен он к точке  $b$  (рис. 3.2, в).

С учетом равенств (3.17) и (3.18) определим значения векторов нормальных ускорений, м/с<sup>2</sup>:

$$a_{BA}^n = \frac{V_{BA}^2}{l_{AB}} = \frac{7,92^2}{0,40} = 156,82,$$

$$a_{BO_1}^n = \frac{V_B^2}{l_{BO_1}} = \frac{9,60^2}{0,35} = 263,31.$$

Приняв  $|\pi a| = 50$  мм, с учетом формулы (3.20) получим,  $\text{м/с}^2 \cdot \text{мм}$ ,

$$\mu_a = \frac{a_{AO}^n}{|\pi a|} = \frac{750}{50} = 15.$$

Длины отрезков, изображающих в составе плана ускорений вектора  $\vec{a}_{BA}^n$  и  $\vec{a}_{BO_1}^n$ , мм, равным

$$|an_1| = \frac{a_{BA}^n}{\mu_a} = \frac{150,82}{15} = 10,05,$$

$$|\pi n_2| = \frac{a_{BO_1}^n}{\mu_a} = \frac{263,31}{15} = 17,55.$$

Разрешив графически векторные уравнения (3.19), (3.21), (3.22), построим план ускорений (рис. 3.2, в).

Длину отрезка, изображающего на плане ускорений вектор ускорения точки С, найдем, воспользовавшись теоремой подобия, мм:

$$|ac| = |ab| \cdot \frac{l_{AC}}{l_{AB}} = 38 \cdot \frac{0,25}{0,40} = 23,75 \approx 24.$$

Отложив отрезок  $|ac|$  на плане ускорений (рис. 3.2, в), найдем положение точки с на плане ускорений. Соединив точки с и π на плане ускорений, найдем вектор ускорения точки С. Замерив на плане скоростей длины соответствующих отрезков, найдем значения скоростей характерных точек механизма,  $\text{м/с}^2$ :

$$a_B = |\pi b| = \mu_a = 52 \cdot 15 = 780,$$

$$a_{BA}^\tau = |n_1 b| \cdot \mu_a = 37 \cdot 15 = 555,$$

$$a_{BO_1}^\tau = |n_2 b| \cdot \mu_a = 50 \cdot 15 = 750,$$

$$a_{BA} = |ab| = \mu_a = 38 \cdot 15 = 570,$$

$$a_C = |\pi c| = \mu_a = 48 \cdot 15 = 720.$$



Из проведенного анализа следует, что кривошип 1 вращается с постоянной угловой скоростью и значение вектора тангенциального (касательного) ускорения равно нулю. Следовательно, угловое ускорение данного звена также равно нулю,  $\text{с}^{-2}$ :

$$\varepsilon_1 = \frac{a_{AO}^\tau}{l_{AO}} = \frac{0}{0,30} = 0.$$

Угловые ускорения шатуна 2 и коромысла 3,  $\text{с}^{-2}$ , равны

$$\begin{aligned}\varepsilon_2 &= \frac{a_{BA}^\tau}{l_{AB}} = \frac{555}{0,40} = 1387,5, \\ \varepsilon_3 &= \frac{a_{BO_1}^\tau}{l_{BO_1}} = \frac{750}{0,35} = 2142,86.\end{aligned}$$

Направление действия угловых ускорений шатуна 2 и коромысла 3 указывают вектора тангенциальных ускорений  $\vec{a}_{BA}^\tau$  и  $\vec{a}_{BO_1}^\tau$  перенесенные с плана ускорений ([рис. 3.2, в](#)) в точку  $B$ , принадлежащую шатуну 2 и коромыслу 3 на схеме механизма ([рис. 3.2, а](#)). При этом разрывается связь между шатуном 2 и коромыслом 3 (шарнир  $B$ ), а к точке  $A$  прикладывается шарнирно-неподвижная опора. В этом случае точка  $A$  становится условно неподвижной, а точка  $B$  совместно с шатуном 2 под действием вектора  $\vec{a}_{BA}^\tau$  получает возможность совершать вращательное движение в направлении действия этого вектора вокруг условно неподвижной точки  $A$  ([рис. 3.2, а](#)).

В то же время точка  $B$ , принадлежащая коромыслу 3, под действием вектора  $\vec{a}_{BO_1}^\tau$  получает возможность совершать вращательное движение в направлении действия этого вектора вокруг неподвижной точки  $C$ . Полученные направления вращательных движений шатуна 2 и коромысла 3 соответственно и будут являться направлениями действий угловых ускорений данных звеньев.

**Примечание.** Считая центры масс шатуна 2 и коромысла 3 лежащими на серединах этих звеньев, найдем ускорения их центров масс,  $\text{м/с}^2$ :

$$\begin{aligned}a_{S_2} &= |\pi s_2| \cdot \mu_a = 47 \cdot 15 = 705, \\ a_{S_3} &= |\pi s_3| \cdot \mu_a = 26 \cdot 15 = 390.\end{aligned}$$

**Задача 3.3.** Известно, что длины звеньев кулисного механизма, соответственно, равны  $l_{OA} = 0,20$  м,  $l_{BO_1} = 0,35$  м,  $l_{OO_1} = 0,20$  м,  $l_{BC} = 0,18$  м, обобщенная координата кривошипа  $\varphi_1 = 50^\circ$ . Число оборотов кривошипа  $n_1 = 200$   $\text{мин}^{-1}$ . Выполнить кинематический анализ кулисного механизма ([рис. 3.3, а](#)) графоаналитическим методом.



**Решение.** 1) Построим по заданным геометрическим параметрам кинематическую схему кулисного механизма в масштабном коэффициенте длин  $\mu_l = 0,01$  м/мм ([рис. 3.3, а](#)).

2) Угловую скорость кривошипа,  $\text{с}^{-1}$ , вычислим по выражению

$$\omega_1 = \frac{\pi \cdot n_1}{30} = \frac{3,14 \cdot 200}{30} = 20,93.$$

Полученный результат свидетельствует о том, что кривошип вращается с постоянной угловой скоростью.

Проанализируем полученную кинематическую схему кулисного механизма: точка  $O$  является неподвижной точкой, следовательно, значение скорости этой точки равно нулю, т. е.  $V_O = 0$ .

Вектор скорости точки  $A$  представляет собой геометрическую сумму вектора скорости точки  $O$  и скорости относительного вращательного движения точки  $A$  вокруг точки  $O$ :

$$\vec{V}_A = \vec{V}_O + \vec{V}_{AO}^{\perp OA} \quad (3.23)$$

Первое слагаемое в уравнении ([3.23](#)) имеет значение, равное нулю, следовательно, вектор  $\vec{V}_O$  является точечным вектором, который на плане скоростей изображает точка, совпадающая с полюсом этого плана. При этом линия действия вектора  $\vec{V}_{AO}$  является перпендикуляром к оси кривошипа 1, а направление действия совпадает с направлением его вращения ([рис. 3.3, б](#)).

Следовательно, скорость относительного вращательного движения точки  $A$  вокруг точки  $O$  с учетом формулы ([3.2](#)), м/с,

$$V_{AO} = \omega_1 \cdot l_{OA} = 20,93 \cdot 0,20 = 4,186. \quad (3.24)$$

Вектор скорости точки  $B$ , принадлежащей шатуну 2, представляет собой геометрическую сумму вектора скорости точки  $A$  и вектора скорости поступательного движения точки  $B$  относительно точки  $A$ :

$$\vec{V}_B = \vec{V}_A + \vec{V}_{BA}^{\parallel AB} \quad (3.25)$$

Первое слагаемое в уравнении ([3.25](#)) описано представленным выше уравнением ([3.23](#)). Линия действия вектора относительной скорости  $\vec{V}_{BA}$  параллельна оси кулисы 3 ([рис. 3.3, а](#)). На плане скоростей этот вектор направлен к букве  $b$ , т. к. точка  $B$  стоит первой в индексе при векторе этой скорости.

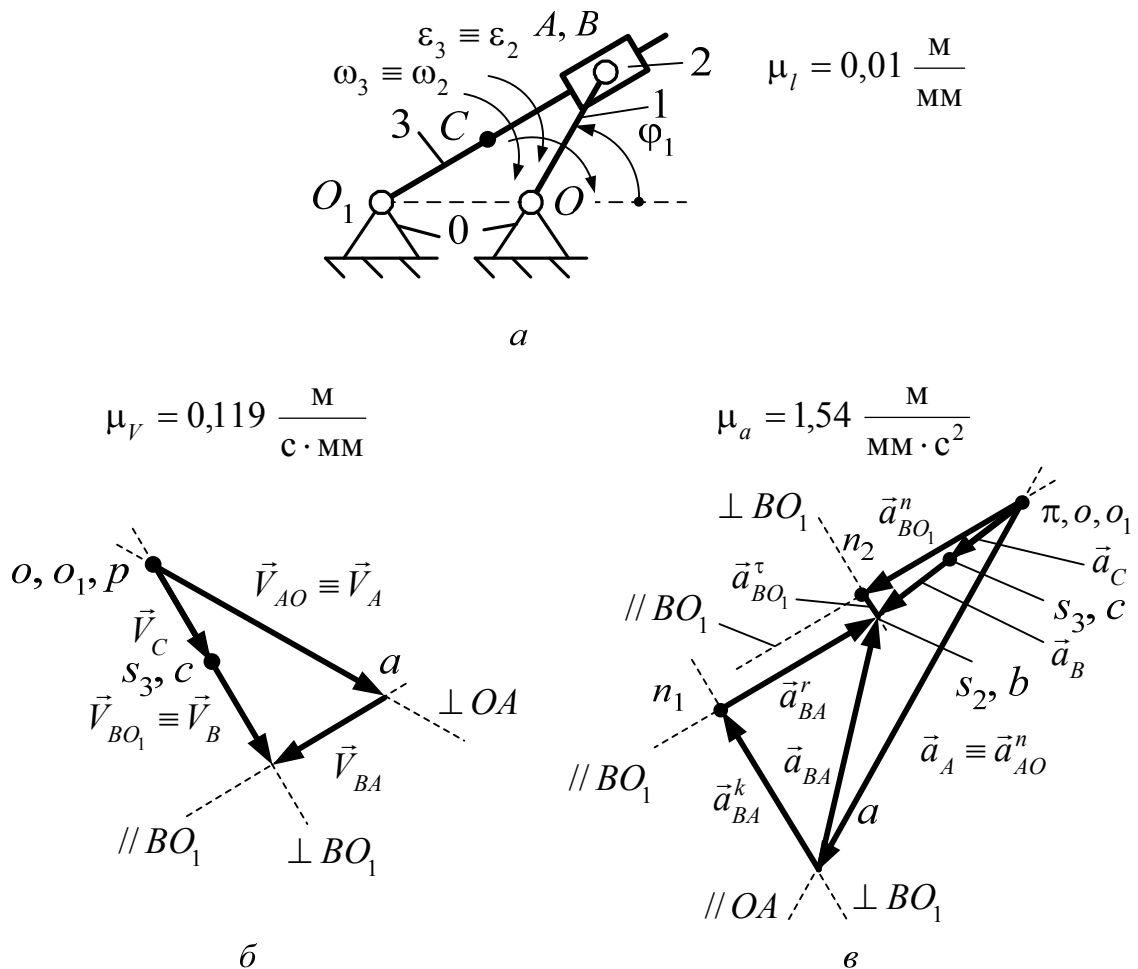


Рис. 3.3. Кинематический анализ кулисного механизма

В то же время точка  $B$  принадлежит кулисе 3, следовательно, вектор скорости точки  $B$  представляет собой геометрическую сумму вектора скорости точки  $O_1$  и вектора скорости относительного вращательного движения точки  $B$  вокруг точки  $O_1$ :

$$\vec{V}_B = \vec{V}_{O_1} + \vec{V}_{\frac{BO_1}{\perp BO_1}} \quad (3.26)$$

Первое слагаемое в уравнении (3.26) имеет значение, равное нулю, т. е.  $V_{O_1} = 0$ , следовательно, вектор  $\vec{V}_{O_1}$  является точечным вектором, который на плане скоростей изображает точка, совпадающая с полюсом этого плана. При этом линия действия вектора относительной скорости  $\vec{V}_{BO_1}$  является перпендикуляром к оси коромысла 3 (рис. 3.3, a), а на плане скоростей этот вектор направлен к точке  $b$ , т. к. точка  $B$  стоит первой в индексе при векторе этой скорости (рис. 3.3, б).

Совместное решение выражений (3.25) и (3.26) позволит определить направление и линию действия вектора скорости точки  $B$ .

Приняв  $|pa| = 35$  мм, с учетом формулы (3.24) получим, м/с · мм,

$$\mu_V = \frac{V_{AO}}{|pa|} = \frac{4,186}{35} = 0,119.$$

Разрешив графически векторные уравнения (3.23), (3.25), (3.26), строим план скоростей (рис. 3.3, б).

Отрезок, изображающий вектор скорости точки  $C$ , найдем, воспользовавшись теоремой подобия, мм:

$$\frac{l_{BO_1}}{l_{BC}} = \frac{|bp|}{|bc|} \Rightarrow |bc| = |bp| \cdot \frac{l_{BC}}{l_{BO_1}} = 31 \cdot \frac{0,18}{0,35} = 15,94 \approx 16.$$

Отложив отрезок  $|ac|$  на плане скоростей (рис. 3.3, б), найдем положение точки  $c$ . Соединив точки  $c$  и  $p$  на плане скоростей, найдем вектор скорости точки  $C$ . Замерив на плане скоростей длины соответствующих отрезков, найдем скорости характерных точек механизма, м/с:

$$\begin{aligned} V_B &= |pb| \cdot \mu_V = 31 \cdot 0,119 = 3,69, \\ V_{BA} &= |ab| \cdot \mu_V = 17 \cdot 0,119 = 2,02, \\ V_C &= |pc| \cdot \mu_V = 16 \cdot 0,119 = 1,90. \end{aligned}$$

Угловая скорость кулисы 3 и ползуна 2,  $c^{-1}$ , равна

$$\omega_2 = \omega_3 = \frac{V_{BO_1}}{l_{BO_1}} = \frac{3,69}{0,35} = 10,54.$$

Направление действия угловых скоростей кулисы 3 и ползуна 2 указывает вектор скорости  $\vec{V}_{BO_1}$ , перенесенный с плана скоростей (рис. 3.3, б) в точку  $B$  на схеме механизма (рис. 3.3, а). При этом разрывается связь между кривошипом 1 и ползуном 2 (шарнир  $B$ ). В этом случае точка  $B$  совместно с ползуном 2 и кулисой 3 под действием вектора  $\vec{V}_{BO_1}$  получает возможность совершать вращательное движение в направлении действия этого вектора вокруг неподвижной точки  $C$ . Полученные направления вращательных движений ползуна 2 и кулисы 3 и будут являться направлениями действий угловых скоростей данных звеньев.

**Примечание.** Считая центры масс ползуна 2 и кулисы 3 лежащими на серединах этих звеньев, найдем скорости их центров масс, м/с:

$$\begin{aligned} V_{S_2} &= |ps_2| \cdot \mu_V = |pb| \cdot \mu_V = 31 \cdot 0,119 = 3,69, \\ V_{S_3} &= |ps_3| \cdot \mu_V = |pc| \cdot \mu_V = 16 \cdot 0,119 = 1,90. \end{aligned}$$

3) Для построения плана ускорений составим векторные уравнения. Вектор ускорения точки  $A$  представляет собой геометрическую сумму вектора ускорения точки  $O$ , вектора нормального ускорения и вектора тангенци-

ального ускорения относительного вращательного движения точки  $A$  вокруг точки  $O$ :

$$\vec{a}_A = \vec{a}_O + \underbrace{\vec{a}_{AO}^n}_{\parallel AO} + \underbrace{\vec{a}_{AO}^\tau}_{\perp AO}. \quad (3.27)$$

Первое слагаемое в уравнении (3.27) имеет значение, равное нулю, т. е.  $a_O = 0$ , следовательно, вектор  $\vec{a}_O$  является точечным вектором, который на плане ускорений изображает точка, совпадающая с полюсом этого плана.

Нормальное (центростремительное) ускорение,  $\text{м/с}^2$ , равно

$$a_{AO}^n = \omega_1^2 \cdot l_{OA} = 20,93^2 \cdot 0,20 = 87,61. \quad (3.28)$$

Линия действия вектора нормального (центростремительного) ускорения  $\vec{a}_{AO}^n$  в уравнении (3.27) параллельна оси кривошипа 1. Направлен этот вектор на схеме механизма от точки  $A$  к точке  $O$  (рис. 3.3, а), т. к. буква  $A$  стоит первой в индексе при векторе этого ускорения, а на плане ускорений этот вектор направлен от полюса плана  $\pi$  к точке  $a$  (рис. 3.3, в).

Значение тангенциального (вращательного) ускорения  $\vec{a}_{AO}^\tau$  в уравнении (3.27) равно нулю, т. к. по условию задачи угловая скорость кривошипа 1 является постоянной величиной, следовательно, вектор  $\vec{a}_{AO}^\tau$  является точечным вектором, который на плане ускорений изображает точка, совпадающая с вершиной вектора  $\vec{a}_{AO}^n$  (рис. 3.3, в).

Вектор ускорения точки  $B$ , принадлежащей ползуну 2 (рис. 3.3, а), представляет собой геометрическую сумму вектора ускорения точки  $A$ , вектора кориолисова ускорения  $\vec{a}_{BA}^k$  и вектора радиального ускорения  $\vec{a}_{BA}^r$  относительного движения точки  $B$  вокруг условно неподвижной точки  $A$ :

$$\vec{a}_B = \vec{a}_A + \underbrace{\vec{a}_{BA}^k}_{\perp AB} + \underbrace{\vec{a}_{BA}^r}_{\parallel AB}. \quad (3.29)$$

Первое слагаемое в уравнении (3.29) описано представленным выше уравнением (3.27). Линия и направление действия вектора кориолисова ускорения  $\vec{a}_{BA}^k$  определяется поворотом вектора относительной скорости  $\vec{V}_{BA}$  (рис. 3.3, б) на  $90^\circ$  в направлении действия угловой скорости кривошипа 1. При этом линия действия вектора  $\vec{a}_{BA}^k$  на плане ускорений проходит через точку  $a$  и направлен он к точке  $n_1$  (рис. 3.3, в).

Линия действия вектора радиального ускорения  $\vec{a}_{BA}^r$  в уравнении (3.29) является перпендикуляром к линии действия вектора кориолисова ускорения или параллельна оси кулисы 3, а на плане ускорений данный вектор направлен от точки  $n_1$  к точке  $b$ , т. к. точка  $B$  стоит первой в индексе при векторе этого ускорения (рис. 3.3, в).

Вектор ускорения точки  $B$ , принадлежащей кулисе 3, представляет собой геометрическую сумму вектора ускорения точки  $O_1$ , вектора нормаль-

ного ускорения и вектора тангенциального ускорения относительного вращательного движения точки  $B$  вокруг точки  $O_1$ :

$$\vec{a}_B = \vec{a}_{O_1} + \underbrace{\vec{a}_{BO_1}^n}_{// BO_1} + \underbrace{\vec{a}_{BO_1}^\tau}_{\perp BO_1}. \quad (3.30)$$

Первое слагаемое в уравнении (3.30) имеет значение, равное нулю, т. е.  $a_{O_1} = 0$ , следовательно, вектор  $\vec{a}_{O_1}$  является точечным вектором, который на плане ускорений изображает точка, совпадающая с полюсом этого плана.

Линия действия вектора нормального (центростремительного) ускорения  $\vec{a}_{BO_1}^n$  в уравнении (3.30) параллельна оси шатуна 2. Направлен этот вектор на схеме механизма от точки  $B$  к точке  $O_1$  (рис. 3.3, а), т. к. буква  $B$  стоит первой в индексе при векторе этого ускорения, а на плане ускорений линия действия этого вектора проходит через полюс плана и направлен он от точки  $\pi$  к точке  $n_2$  (рис. 3.3, в).

Линия действия вектора тангенциального (вращательного) ускорения  $\vec{a}_{BO_1}^\tau$  является перпендикуляром к оси коромысла 3 (рис. 3.3, а), а на плане ускорений линия действия этого вектора проходит через точку  $n_2$  и направлен он от точки  $n_2$  к точке  $b$  (рис. 3.3, в).

Кориолисово и нормальное ускорения,  $\text{м/с}^2$ , равны

$$a_{BA}^k = 2 \cdot \omega_2 \cdot V_{BA} = 2 \cdot 10,54 \cdot 2,02 = 42,58,$$

$$a_{BO_1}^n = \frac{V_B^2}{l_{BO_1}} = \frac{3,69^2}{0,35} = 38,90.$$

Приняв  $|\pi a| = 57$  мм, с учетом формулы (3.28) получим,  $\text{м/с}^2 \cdot \text{мм}$ ,

$$\mu_a = \frac{a_{AO}^n}{|\pi a|} = \frac{87,61}{57} = 1,54.$$

Длины отрезков, изображающих в составе плана ускорений вектора  $\vec{a}_{BA}^k$  и  $\vec{a}_{BO_1}^n$ , мм, равны

$$|an_1| = \frac{a_{BA}^k}{\mu_a} = \frac{42,58}{1,54} = 27,65 \approx 28,$$

$$|\pi n_2| = \frac{a_{BO_1}^n}{\mu_a} = \frac{38,90}{1,54} = 25,26 \approx 25.$$

Разрешив графически векторные уравнения (3.27), (3.29), (3.30), построим план ускорений (рис. 3.3, в).

Длину отрезка, изображающего на плане ускорений вектор ускорения точки  $C$ , найдем, воспользовавшись теоремой подобия, мм:

$$\frac{l_{BO_1}}{l_{BC}} = \frac{|bp|}{|bc|} \Rightarrow |bc| = |bp| \cdot \frac{l_{BC}}{l_{BO_1}} = 25 \cdot \frac{0,18}{0,35} = 12,86 \approx 13.$$

Отложив отрезок  $|ac|$  на плане ускорений ([рис. 3.3, в](#)), найдем положение точки  $c$  на плане ускорений. Соединив точки  $c$  и  $\pi$  на плане ускорений, найдем вектор ускорения точки  $C$ . Замерив на плане скоростей длины соответствующих отрезков, найдем значения ускорений характерных точек механизма,  $\text{м/с}^2$ :

$$\begin{aligned} a_B &= |\pi b| = \mu_a = 25 \cdot 1,54 = 38,50, \\ a_{BA}^r &= |n_1 b| \cdot \mu_a = 24 \cdot 1,54 = 36,96, \\ a_{BO_1}^\tau &= |n_2 b| \cdot \mu_a = 4 \cdot 1,54 = 6,16, \\ a_{BA} &= |ab| = \mu_a = 35 \cdot 1,54 = 53,90, \\ a_C &= |\pi c| = \mu_a = 13 \cdot 1,54 = 20,02. \end{aligned}$$

Из проведенного анализа следует, что кривошип 1 вращается с постоянной угловой скоростью и значение вектора тангенциального (касательного) ускорения равно нулю, следовательно, угловое ускорение данного звена также равно нулю,  $\text{с}^{-2}$ :

$$\varepsilon_1 = \frac{a_{AO}^\tau}{l_{AO}} = \frac{0}{0,30} = 0.$$

Угловое ускорение кулисы 3 и ползуна 2,  $\text{с}^{-2}$ , равно

$$\varepsilon_3 = \varepsilon_2 = \frac{a_{AO_1}^\tau}{l_{AO_1}} = \frac{6,16}{0,35} = 17,60.$$

Направление действия угловых ускорений кулисы 3 и ползуна 2 указывает вектор тангенциального ускорения  $\vec{a}_{BO_1}^\tau$ , перенесенный с плана ускорений ([рис. 3.3, в](#)) в точку  $B$  на схеме механизма ([рис. 3.3, а](#)). При этом разрывается связь между кривошипом 1 и ползуном 2. В этом случае точка  $B$  совместно с ползуном 2 и кулисой 3 под действием вектора  $\vec{a}_{BO_1}^\tau$  получает возможность совершать вращательное движение в направлении действия этого вектора вокруг неподвижной точки  $O_1$  ([рис. 3.3, а](#)). Полученные направления вращательных движений ползуна 2 и кулисы 3 и будут являться направлениями действий угловых ускорений данных звеньев.

**Примечание.** Считая центры масс ползуна 2 и кулисы 3 лежащими на серединах этих звеньев, найдем скорости их центров масс,  $\text{м/с}^2$ :

$$a_{S_2} = |\pi s_2| \cdot \mu_a = |\pi b| \cdot \mu_a = 25 \cdot 1,54 = 38,50,$$

$$a_{S_3} = |\pi s_3| \cdot \mu_a = |\pi c| \cdot \mu_a = 13 \cdot 1,54 = 20,02.$$

**Задача 3.4.** Известно, что длины звеньев механизма качающегося транспортера, соответственно, равны  $l_{OA} = 0,15$  м,  $l_{AB} = 0,37$  м,  $l_{CD} = 0,26$  м,  $l_{BO_1} = l_{CO_1} = 0,20$  м,  $l_{BC} = 0,08$  м,  $a = 0,25$  м, обобщенная координата кривошипа  $\varphi_1 = 110^\circ$ . Число оборотов кривошипа  $n_1 = 250$  мин<sup>-1</sup>. Выполнить кинематический анализ механизма качающегося транспортера (рис. 3.4, а) графоаналитическим методом.

**Решение.** 1) По заданным геометрическим параметрам строим кинематическую схему шарнирного механизма качающегося транспортера в масштабном коэффициенте  $\mu_l = 0,01$  м/мм (рис. 3.4, а).

2) Угловую скорость кривошипа, с<sup>-1</sup>, вычислим по формуле

$$\omega_1 = \frac{\pi \cdot n_1}{30} = \frac{3,14 \cdot 250}{30} = 26.$$

Полученный результат свидетельствует о том, что кривошип вращается с постоянной угловой скоростью.

Проанализируем полученную схему механизма качающегося транспортера: точка  $O$  является неподвижной точкой, следовательно, значение скорости этой точки равно нулю ( $V_O = 0$ ).

Вектор скорости точки  $A$  представляет собой геометрическую сумму вектора скорости точки  $O$  и скорости относительного вращательного движения точки  $A$  вокруг точки  $O$ :

$$\vec{V}_A = \vec{V}_O + \vec{V}_{AO}^{\perp OA} \quad (3.47)$$

Первое слагаемое в уравнении (3.47) имеет значение, равное нулю, следовательно, вектор  $\vec{V}_O$  является точечным вектором, который на плане скоростей изображает точка, совпадающая с полюсом этого плана. При этом линия действия вектора  $\vec{V}_{AO}$  является перпендикуляром к оси кривошипа 1, а направление действия совпадает с направлением его вращения (рис. 3.4, б). Линия действия вектора скорости  $\vec{V}_{AO}$  является перпендикуляром к оси кривошипа 1, а направление действия этого вектора  $\vec{V}_{AO}$  совпадает с направлением вращения кривошипа 1.

Значение скорости точки  $A$ , м/с, равно

$$V_{AO} = \omega_1 \cdot l_{OA} = 26 \cdot 0,15 = 3,90. \quad (3.48)$$

Вектор скорости точки  $B$ , принадлежащей шатуну 2, представляет собой геометрическую сумму вектора скорости точки  $A$  и вектора скорости относительного вращательного движения точки  $B$  вокруг точки  $A$ :



$$\vec{V}_B = \vec{V}_A + \vec{V}_{\frac{BA}{\perp AB}}. \quad (3.49)$$

Первое слагаемое в уравнении (3.49) описано представленным выше уравнением (3.47). Линия действия вектора относительной скорости  $\vec{V}_{BA}$  в уравнении (3.49) является перпендикуляром к оси шатуна 2 (рис. 3.4, а), а на плане скоростей он направлен к точке  $b$ , т. к. буква  $B$  стоит первой в индексе при векторе этой скорости.

В то же время точка  $B$  принадлежит коромыслу 4, следовательно, вектор скорости точки  $B$  представляет собой геометрическую сумму вектора скорости точки  $O_1$  и вектора скорости относительного вращательного движения точки  $B$  вокруг точки  $O_1$ :

$$\vec{V}_B = \vec{V}_{O_1} + \vec{V}_{\frac{BO_1}{\perp BO_1}}. \quad (3.50)$$

Первое слагаемое в уравнении (3.50) имеет значение, равное нулю, т. е.  $V_{O_1} = 0$ , следовательно, вектор  $\vec{V}_{O_1}$  является точечным вектором, который на плане скоростей изображает точка, совпадающая с полюсом этого плана. При этом линия действия вектора относительной скорости  $\vec{V}_{BO_1}$  является перпендикуляром к прямой  $BO_1$  (рис. 3.4, а), а на плане скоростей этот вектор направлен к точке  $b$ , т. к. точка  $B$  стоит первой в индексе при векторе этой скорости (рис. 3.4, б).

Совместное решение выражений (3.49) и (3.50) позволит определить направление и линию действия вектора скорости точки  $B$ .

Вектор скорости точки  $C$ , принадлежащей коромыслу 3, представляет собой геометрическую сумму вектора скорости точки  $B$  и вектора скорости относительного вращательного движения точки  $C$  вокруг точки  $B$ :

$$\vec{V}_C = \vec{V}_B + \vec{V}_{\frac{CB}{\perp BC}}. \quad (3.51)$$

Первое слагаемое в уравнении (3.51) описано представленными выше уравнениями (3.49) и (3.50). Линия действия вектора относительной скорости  $\vec{V}_{CB}$  в уравнении (3.51) является перпендикуляром к прямой  $BC$  (рис. 3.4, а), а на плане скоростей он направлен к точке  $c$ , т. к. буква  $C$  стоит первой в индексе при векторе этой скорости (рис. 3.4, б).

В то же время точка  $C$  представляет собой и геометрическую сумму вектора скорости точки  $O_1$  и вектора скорости относительного вращательного движения точки  $C$  вокруг точки  $O_1$ :

$$\vec{V}_C = \vec{V}_{O_1} + \vec{V}_{\frac{CO_1}{\perp CO_1}}. \quad (3.52)$$

Первое слагаемое в уравнении (3.52) имеет значение, равное нулю, т. е.  $V_{O_1} = 0$ , следовательно, вектор  $\vec{V}_{O_1}$  является точечным вектором, который



на плане скоростей изображает точка, совпадающая с полюсом этого плана. При этом линия действия вектора относительной скорости  $\vec{V}_{CO_1}$  является перпендикуляром к прямой  $CO_1$  (рис. 3.4, а), а на плане скоростей этот вектор направлен к точке  $c$ , т. к. буква  $C$  стоит первой в индексе при векторе этой скорости (рис. 3.4, б).

Совместное решение выражений (3.51) и (3.52) позволит определить направление и линию действия вектора скорости точки  $C$ .

Вектор скорости точки  $D$ , принадлежащей шатуну 4, представляет собой геометрическую сумму вектора скорости точки  $C$  и вектора скорости относительного вращательного движения точки  $C$  вокруг точки  $D$ :

$$\vec{V}_D = \vec{V}_C + \vec{V}_{DC}^{\perp DC} \quad (3.53)$$

Первое слагаемое в уравнении (3.53) описано представленными выше уравнениями (3.51) и (3.52). Линия действия вектора относительной скорости  $\vec{V}_{DC}$  в уравнении (3.53) является перпендикуляром к оси шатуна 4 (рис. 3.4, а), а на плане скоростей он направлен к точке  $d$ , т. к. буква  $D$  стоит первой в индексе при векторе этой скорости (рис. 3.4, б).

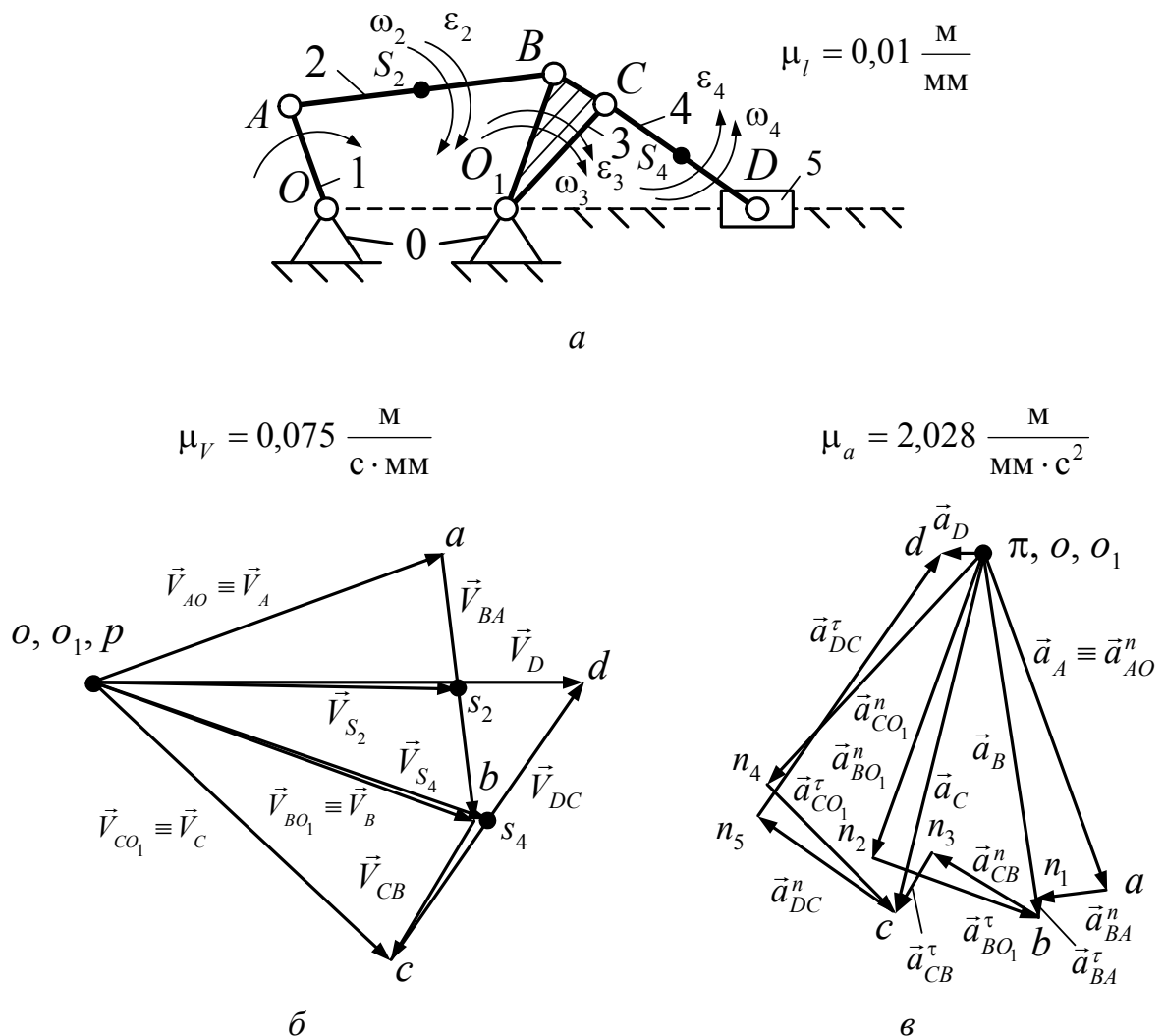


Рис. 3.4. Кинематический анализ механизма качающегося транспортера

В то же время точка  $D$  принадлежит и ползуну 5. Ползун 5 совершает только прямолинейное возвратно-поступательное движение вдоль направляющей (прямая  $OD$ ), следовательно, линия действия вектора скорости точки  $D$  проходит параллельно прямой  $OD$ :

$$\vec{V}_D // OD. \quad (3.54)$$

Совместное решение выражений (3.53) и (3.54) позволит определить направление и линию действия вектора скорости точки  $D$ .

Приняв  $|pa| = 52$  мм, с учетом формулы (3.48) получим, м/с · мм,

$$\mu_V = \frac{V_{AO}}{|pa|} = \frac{3,90}{52} = 0,075.$$

Разрешив графически векторные уравнения (3.47), (3.49)–(3.54), строим план скоростей для заданного взаимного расположения звеньев механизма качающегося транспортера (рис. 3.4, б).

Замерив на плане скоростей (рис. 3.4, б) длины соответствующих отрезков, найдем значения скоростей характерных точек механизма:

$$V_{BA} = |ab| \cdot \mu_V = 37 \cdot 0,075 = 2,77, \quad (3.55)$$

$$V_B = |pb| \cdot \mu_V = 56 \cdot 0,075 = 4,2, \quad (3.56)$$

$$V_C = |pc| \cdot \mu_V = 56 \cdot 0,075 = 4,2, \quad (3.57)$$

$$V_{CB} = |bc| \cdot \mu_V = 22 \cdot 0,075 = 1,65, \quad (3.58)$$

$$V_D = |pd| \cdot \mu_V = 68 \cdot 0,075 = 5,10,$$

$$V_{DC} = |cd| \cdot \mu_V = 47 \cdot 0,075 = 3,52. \quad (3.59)$$

С учетом выражений (3.55), (3.56) и (3.59) определим угловые скорости шатунов 2, 4 и коромысла 3, с<sup>-1</sup>:

$$\omega_2 = \frac{V_{BA}}{l_{AB}} = \frac{2,77}{0,37} = 7,49,$$

$$\omega_3 = \frac{V_B}{l_{BO_1}} = \frac{4,2}{0,20} = 21,$$

$$\omega_4 = \frac{V_{DC}}{l_{CD}} = \frac{3,52}{0,26} = 13,54.$$

Направление угловых скоростей шатунов 2, 3 и коромысла 4, соответственно, укажут вектора скоростей  $\vec{V}_{BA}$ ,  $\vec{V}_B$  и  $\vec{V}_{DC}$ , взятые с плана скоростей (рис. 3.4, б) и мысленно перенесенные в точки  $B$  и  $D$  на кинематической схеме механизма (рис. 3.4, а). При этом условно разрывается связь звеньев 2 – 3 и звеньев 4 – 5, а точки  $A$  и  $C$  условно закрепляются. В этом случае под действием векторов скоростей  $\vec{V}_{BA}$ ,  $\vec{V}_B$  и  $\vec{V}_{DC}$ , соответственно, шатун 2 и коро-

мысло 3 будут вращаться в направлении, совпадающем с действием часовой стрелки, шатун 4 – в направлении, противоположном действию часовой стрелки. Данные направления движений и есть направления действия угловых скоростей  $\omega_2$ ,  $\omega_3$  и  $\omega_4$  соответственно.

**Примечание.** Считая центры масс шатунов 2 и 4 лежащими на серединах этих звеньев, найдем скорости их центров масс, м/с:

$$V_{s_2} = |ps_2| \cdot \mu_V = 51 \cdot 0,075 = 3,83,$$

$$V_{s_4} = |ps_4| \cdot \mu_V = 58 \cdot 0,075 = 4,35.$$

3) Для построения плана ускорений составим векторные уравнения. Вектор ускорения точки  $A$  представляет собой геометрическую сумму вектора ускорения точки  $O$ , вектора нормального ускорения и вектора тангенциального ускорения относительного вращательного движения точки  $A$  вокруг точки  $O$ :

$$\vec{a}_A = \vec{a}_O + \underbrace{\vec{a}_{AO}^n}_{// AO} + \underbrace{\vec{a}_{AO}^\tau}_{\perp AO}. \quad (3.60)$$

Первое слагаемое в уравнении (3.60) имеет значение, равное нулю, т. е.  $a_O = 0$ , следовательно, вектор  $\vec{a}_O$  является точечным вектором, который на плане ускорений изображает точка, совпадающая с полюсом этого плана.

Нормальное (центростремительное) ускорение, м/с<sup>2</sup>, равно

$$a_{AO}^n = \omega_1^2 \cdot l_{OA} = 26^2 \cdot 0,15 = 101,40 \text{ м/с}^2. \quad (3.61)$$

Линия действия вектора нормального (центростремительного) ускорения  $\vec{a}_{AO}^n$  в уравнении (3.60) параллельна оси кривошипа 1. Направлен этот вектор на схеме механизма от точки  $A$  к точке  $O$  (рис. 3.4, а), т. к. буква  $A$  стоит первой в индексе при векторе этого ускорения, а на плане ускорений этот вектор направлен от полюса плана  $\pi$  к точке  $a$  (рис. 3.4, в).

Значение тангенциального (вращательного) ускорения  $\vec{a}_{AO}^\tau$  в уравнении (3.60) равно нулю, т. к. по условию задачи угловая скорость кривошипа 1 является постоянной величиной, следовательно, вектор  $\vec{a}_{AO}^\tau$  является точечным вектором, который на плане ускорений изображает точка, совпадающая с вершиной вектора  $\vec{a}_{AO}^n$  (рис. 3.4, в).

Вектор ускорения точки  $B$ , принадлежащей шатуну 2, представляет собой геометрическую сумму вектора ускорения точки  $A$ , вектора нормального ускорения и вектора тангенциального ускорения относительного вращательного движения точки  $B$  вокруг точки  $A$ :

$$\vec{a}_B = \vec{a}_A + \underbrace{\vec{a}_{BA}^n}_{// AB} + \underbrace{\vec{a}_{BA}^\tau}_{\perp AB}. \quad (3.62)$$

Первое слагаемое в уравнении (3.62) описано представленным выше уравнением (3.60). Линия действия вектора нормального (центростремитель-

ного) ускорения  $\vec{a}_{BA}^n$  в уравнении (3.62) параллельна оси шатуна 2. Направлен этот вектор на схеме механизма от точки  $B$  к точке  $A$  (рис. 3.4, а), т. к. буква  $B$  стоит первой в индексе при векторе этого ускорения, а на плане ускорений линия действия этого вектора проходит через точку  $a$  и направлен он от точки  $a$  к точке  $n_1$  (рис. 3.4, в).

Линия действия вектора тангенциального (вращательного) ускорения  $\vec{a}_{BA}^\tau$  в уравнении (3.62) является перпендикуляром к оси шатуна 2 (рис. 3.4, а), а на плане ускорений линия действия этого вектора проходит через точку  $n_1$  и направлен он от точки  $n_1$  к точке  $b$  (рис. 3.4, в).

Вектор ускорения точки  $B$ , принадлежащей коромыслу 3, представляет собой геометрическую сумму вектора ускорения точки  $O_1$ , вектора нормального ускорения и вектора тангенциального ускорения относительного вращательного движения точки  $B$  вокруг точки  $O_1$ :

$$\vec{a}_B = \vec{a}_{O_1} + \underbrace{\vec{a}_{BO_1}^n}_{\parallel BO_1} + \underbrace{\vec{a}_{BO_1}^\tau}_{\perp BO_1}. \quad (3.63)$$

Первое слагаемое в уравнении (3.63) имеет значение, равное нулю, т. е.  $a_{O_1} = 0$ , следовательно, вектор  $\vec{a}_{O_1}$  является точечным вектором, который на плане ускорений изображает точка, совпадающая с полюсом этого плана.

Линия действия вектора нормального (центростремительного) ускорения  $\vec{a}_{BO_1}^n$  в уравнении (3.63) параллельна прямой  $BO_1$ . Направлен этот вектор на схеме механизма от точки  $B$  к точке  $O_1$  (рис. 3.4, а), т. к. буква  $B$  стоит первой в индексе при векторе этого ускорения, а на плане ускорений линия действия этого вектора проходит через полюс плана и направлен он от точки  $\pi$  к точке  $n_2$  (рис. 3.4, в).

Линия действия вектора тангенциального (вращательного) ускорения  $\vec{a}_{BO_1}^\tau$  является перпендикуляром к прямой  $BO_1$  (рис. 3.4, а), а на плане ускорений линия действия этого вектора проходит через точку  $n_2$  и направлен он к точке  $b$  (рис. 3.4, в).

С учетом равенств (3.55) и (3.56) определим значения векторов нормальных ускорений  $\vec{a}_{BA}^n$  и  $\vec{a}_{BO_1}^n$ , м/с<sup>2</sup>:

$$a_{BA}^n = \frac{V_{BA}^2}{l_{AB}} = \frac{2,77^2}{0,37} = 20,74,$$

$$a_{BO_1}^n = \frac{V_B^2}{l_{BO_1}} = \frac{4,2^2}{0,20} = 88,20.$$

Приняв  $|\pi a| = 50$  мм, с учетом формулы (3.61) получим, м/с<sup>2</sup> · мм,

$$\mu_a = \frac{a_A}{|\pi a|} = \frac{101,40}{50} = 2,028.$$

Длины отрезков, изображающих в составе плана вектора нормальных ускорений  $\vec{a}_{BA}^n$  и  $\vec{a}_{BO_1}^n$ , мм, равны

$$|an_1| = \frac{a_{BA}^n}{\mu_a} = \frac{20,74}{2,028} = 10,23 \approx 10,$$

$$|\pi n_2| = \frac{a_{BO_1}^n}{\mu_a} = \frac{88,2}{2,028} = 44,49 \approx 44.$$

Совместное решение уравнений (3.62) и (3.63) позволит определить направление и линию действия вектора ускорения точки  $B$ .

Вектор ускорения точки  $C$ , принадлежащей коромыслу 3, представляет собой геометрическую сумму вектора ускорения точки  $B$ , вектора нормального ускорения и вектора тангенциального ускорения относительного вращательного движения точки  $C$  вокруг точки  $B$ :

$$\vec{a}_C = \vec{a}_B + \underbrace{\vec{a}_{CB}^n}_{// BC} + \underbrace{\vec{a}_{CB}^\tau}_{\perp BC}. \quad (3.64)$$

Первое слагаемое в уравнении (3.64) описано представленными выше уравнениями (3.62) и (3.63). Линия действия вектора нормального (центростремительного) ускорения  $\vec{a}_{CB}^n$  в уравнении (3.64) параллельна прямой  $BC$ . Направлен этот вектор на схеме механизма от точки  $C$  к точке  $B$  (рис. 3.4, а), т. к. буква  $C$  стоит первой в индексе при векторе этого ускорения, а на плане ускорений линия действия этого вектора проходит через точку  $b$  и направлен он от точки  $b$  к точке  $n_3$  (рис. 3.4, в).

Линия действия вектора тангенциального (вращательного) ускорения  $\vec{a}_{CB}^\tau$  в уравнении (3.64) является перпендикуляром к прямой  $BC$  (рис. 3.4, а), а на плане ускорений линия действия этого вектора проходит через точку  $n_3$  и направлен он от точки  $n_3$  к точке  $c$  (рис. 3.4, в).

В то же время вектор ускорения точки  $C$  представляет собой геометрическую сумму вектора ускорения точки  $O_1$ , вектора нормального ускорения и вектора тангенциального ускорения относительного вращательного движения точки  $C$  вокруг точки  $O_1$ :

$$\vec{a}_{\tilde{N}} = \vec{a}_{\tilde{I}} + \underbrace{\vec{a}_{\tilde{N}O}^n}_{// \tilde{N}O_1} + \underbrace{\vec{a}_{\tilde{N}O}^\tau}_{\perp \tilde{N}O_1}. \quad (3.65)$$

Первое слагаемое в уравнении (3.65) имеет значение, равное нулю, т. е.  $a_{O_1} = 0$ , следовательно, вектор  $\vec{a}_{O_1}$  является точечным вектором, который на плане ускорений изображает точка, совпадающая с полюсом этого плана.

Линия действия вектора нормального (центростремительного) ускорения  $\vec{a}_{CO_1}^n$  в уравнении (3.65) параллельна прямой  $CO_1$ . Направлен этот вектор на схеме механизма от точки  $C$  к точке  $O_1$  (рис. 3.4, а), т. к. буква  $C$  стоит первой в индексе при векторе этого ускорения, а на плане ускорений линия действия этого вектора проходит через полюс плана и направлен он от точки  $\pi$  к точке  $n_4$  (рис. 3.4, в).

Линия действия вектора тангенциального (вращательного) ускорения  $\vec{a}_{CO_1}^\tau$  является перпендикуляром к прямой  $CO_1$  (рис. 3.4, а), а на плане ускорений линия действия этого вектора проходит через точку  $n_4$  и направлен он к точке  $c$  (рис. 3.4, в).

С учетом равенств (3.56) и (3.58) определим значения векторов нормальных ускорений  $\vec{a}_{CB}^n$  и  $\vec{a}_{CO_1}^n$ , м/с<sup>2</sup>:

$$a_{CB}^n = \frac{V_{CB}^2}{l_{BC}} = \frac{1,65^2}{0,08} = 34,03,$$

$$a_{CO_1}^n = \frac{V_C^2}{l_{CO_1}} = \frac{4,2^2}{0,20} = 88,2.$$

Длины отрезков, изображающих в составе плана вектора нормальных ускорений  $\vec{a}_{CB}^n$  и  $\vec{a}_{CO_1}^n$ , мм, равны

$$|bn_3| = \frac{a_{CB}^n}{\mu_a} = \frac{34,03}{2,028} = 16,78 \approx 17,$$

$$|\pi n_4| = \frac{a_{CO_1}^n}{\mu_a} = \frac{88,2}{2,028} = 43,49 \approx 43.$$

Совместное решение уравнений (3.64) и (3.65) позволит определить направление и линию действия вектора ускорения точки  $C$ .

Вектор ускорения точки  $D$ , принадлежащей шатуну 4, представляет собой геометрическую сумму вектора ускорения точки  $C$ , вектора нормального ускорения и вектора тангенциального ускорения относительного вращательного движения точки  $D$  вокруг точки  $C$ :

$$\vec{a}_D = \vec{a}_C + \underbrace{\vec{a}_{DC}^n}_{//CD} + \underbrace{\vec{a}_{DC}^\tau}_{\perp CD}. \quad (3.66)$$

Первое слагаемое в уравнении (3.66) описано представленными выше уравнениями (3.64) и (3.65). Линия действия вектора нормального (центростремительного) ускорения  $\vec{a}_{DC}^n$  в уравнении (3.66) параллельна оси шатуна 4. Направлен этот вектор на схеме механизма от точки  $D$  к точке  $C$  (рис. 3.4, а), т. к. буква  $D$  стоит первой в индексе при векторе этого ускорения, а на плане

ускорений линия действия этого вектора проходит через точку  $c$  и направлен он от точки  $c$  к точке  $n_5$  (рис. 3.4, в).

Нормальное (центростремительное) ускорение с учетом (3.57),  $\text{м/с}^2$ , равно

$$a_{DC}^n = \frac{V_{DC}^2}{l_{CD}} = \frac{3,52^2}{0,26} = 47,65.$$

Длина отрезка, изображающего в составе плана вектор  $\vec{a}_{DC}^n$ , мм, равна

$$|cn_5| = \frac{a_{DC}^n}{\mu_a} = \frac{47,65}{2,028} = 23,5.$$

В то же время точка  $D$  принадлежит и ползуну 5. Ползун 5 совершает только прямолинейное возвратно-поступательное движение вдоль направляющей (прямая  $OD$ ), следовательно, линия действия вектора ускорения точки  $D$  проходит параллельно прямой  $OD$ :

$$\vec{a}_D // OD. \quad (3.67)$$

Совместное решение уравнений (3.67) и (3.67) позволит определить направление и линию действия вектора ускорения точки  $D$ .

Разрешив графически векторные уравнения (3.60), (3.62) – (3.67), построим план ускорений (рис. 3.4, в).

Замерив на плане ускорений (рис. 3.4, в) длины соответствующих отрезков, найдем значения ускорений характерных точек механизма,  $\text{м/с}^2$ :

$$a_{BA}^\tau = |n_1 b| \cdot \mu_a = 3 \cdot 2,028 = 6,08, \quad (3.68)$$

$$a_{BO_1}^\tau = |n_2 b| \cdot \mu_a = 25 \cdot 2,028 = 50,70, \quad (3.69)$$

$$a_B = |\pi b| \cdot \mu_a = 52 \cdot 2,028 = 105,46,$$

$$a_{NB}^\tau = |n_3 \tilde{n}| \cdot \mu_a = 10 \cdot 2,028 = 20,28,$$

$$a_{CO_1}^\tau = |n_4 c| \cdot \mu_a = 25 \cdot 2,028 = 50,70,$$

$$a_C = |\pi c| \cdot \mu_a = 51 \cdot 2,028 = 103,43,$$

$$a_{DC}^\tau = |n_5 d| \cdot \mu_a = 45 \cdot 2,028 = 91,26, \quad (3.70)$$

$$a_D = |\pi d| \cdot \mu_a = 6 \cdot 2,028 = 12,17.$$

С учетом выражений (3.68)–(3.70) найдем угловые ускорения шатунов 2, 4 и коромысла 3,  $\text{с}^{-1}$ :

$$\varepsilon_2 = \frac{a_{BA}^\tau}{l_{AB}} = \frac{6,08}{0,37} = 16,43,$$

$$\varepsilon_3 = \frac{a_{BO_1}^\tau}{l_{BO_1}} = \frac{50,70}{0,20} = 253,5,$$



$$\varepsilon_4 = \frac{a_{DC}^\tau}{l_{CD}} = \frac{91,26}{0,26} = 351.$$

Направление угловых ускорений шатунов 2, 4 и коромысла 3 соответственно укажут вектора тангенциальных ускорений  $\vec{a}_{BA}^\tau$ ,  $\vec{a}_{BO_1}^\tau$  и  $\vec{a}_{DC}^\tau$ , взятые с плана ускорений (рис. 3.4, в) и мысленно перенесенные в точки  $B$  и  $D$  на кинематической схеме механизма (рис. 3.4, а). При этом условно разрывается связь звеньев 2 – 3 и звеньев 4 – 5, а точки  $A$  и  $C$  условно закрепляются. В этом случае под действием векторов тангенциальных ускорений  $\vec{a}_{BA}^\tau$ ,  $\vec{a}_{BO_1}^\tau$  и  $\vec{a}_{DC}^\tau$ , соответственно, шатун 2 и коромысло 3 будут вращаться в направлении, совпадающем с действием часовой стрелки, а шатун 4 – в направлении, противоположном действию часовой стрелки. Данные направления движений и есть направления действия угловых ускорений  $\varepsilon_2$ ,  $\varepsilon_3$  и  $\varepsilon_4$  соответственно.

**Задача 3.5.** Считая угловую скорость кривошипа 1 постоянной величиной, выполнить кинематический анализ плоского рычажного механизма графоаналитическим методом. Определить угловые скорости и ускорения всех звеньев механизма, а также скорость и ускорение точки  $C$ . Данные взять: для рис. 2.10 в табл. 2.1; для рис. 2.11 в табл. 2.2; для рис. 2.12 в табл. 2.3; для рис. 2.13 в табл. 2.4; для рис. 2.14 в табл. 2.5; для рис. 2.15 в табл. 2.6; значения чисел оборотов кривошипа приведены в табл. 3.1.

Таблица 3.1

Вариант	1	2	3	4	5
$n$ , мин <sup>-1</sup>	300	500	800	450	250

**Задача 3.6.** Считая угловую скорость кривошипа 1 постоянной величиной, выполнить кинематический анализ плоского рычажного механизма графоаналитическим методом. Определить угловые скорости и ускорения всех звеньев механизма, а также скорость и ускорение точки  $C$ . Данные взять: для рис. 2.16 в табл. 2.7; для рис. 2.17 в табл. 2.8; для рис. 2.18 в табл. 2.9; для рис. 2.19 в табл. 2.10; для рис. 2.20 в табл. 2.11; для рис. 2.21 в табл. 2.12; значения чисел оборотов кривошипа приведены в табл. 3.2.

Таблица 3.2

Вариант	1	2	3	4	5
$n_1$ , мин <sup>-1</sup>	550	150	400	160	350

**Задача 3.7.** Считая угловую скорость кривошипа 1 постоянной величиной, выполнить кинематический анализ плоского рычажного механизма



графоаналитическим методом. Определить угловые скорости и ускорения всех звеньев механизма, а также скорость и ускорение точки *C*. Данные взять: для [рис. 2.22 в табл. 2.13](#); для [рис. 2.23 в табл. 2.14](#); для [рис. 2.24 в табл. 2.15](#); для [рис. 2.25 в табл. 2.16](#); для [рис. 2.26 в табл. 2.17](#); для [рис. 2.27 в табл. 2.18](#); значения чисел оборотов кривошипа приведены в [табл. 3.3](#).

Таблица 3.3

Вариант	1	2	3	4	5
$n, \text{мин}^{-1}$	225	110	382	330	450

## 4. СИЛОВОЙ АНАЛИЗ ПЛОСКИХ РЫЧАЖНЫХ МЕХАНИЗМОВ

**Задача 4.1.** Центры масс шатуна 2 и ползуна 3 кривошипно-ползунного механизма лежат на серединах этих звеньев. Массы шатуна 2 и ползуна 3 находятся в соотношении  $m_3 = 0,6 \cdot m_2$ . Найти значения и направления действия сил инерции и моментов пар сил инерции звеньев кривошипно-ползунного механизма, если масса шатуна  $m_2 = 3,4$  кг. Данные для построения кинематической схемы взять из [задачи 3.1](#).

**Решение.** 1) По заданным геометрическим параметрам строим кинематическую схему кривошипно-ползунного механизма в масштабном коэффициенте длин  $\mu_l = 0,01$  м/мм ([рис. 4.1, а](#)).

2) Для полученной кинематической схемы строим план ускорений в соответствующем масштабном коэффициенте ([рис. 4.1, б](#)).

3) Сила инерции определяется по формуле

$$F_{и_i} = m_i \cdot a_{S_i}, \quad (4.1)$$

где  $m_i$  – масса  $i$ -го звена;  $a_{S_i}$  – ускорение центра масс  $i$ -го звена.

Используя теорему подобия, определим положение точки  $s_2$  на плане ускорений ([рис. 4.1, б](#)). Соединив точку  $s_2$  с полюсом плана ускорений точкой  $\pi$ , получим вектор ускорения центра масс шатуна 2, значение которого найдем по выражению, м/с<sup>2</sup>,

$$a_{S_2} = |\pi s_2| \cdot \mu_a = 51 \cdot 48 = 2448,$$

где  $|\pi s_2|$  – отрезок, соединяющий точки  $\pi$  и  $s_2$  на плане ускорений и изображающий вектор ускорения центра масс  $\vec{a}_{S_2}$  шатуна 2 ([рис. 4.1, б](#)).

Вектор ускорения центра масс ползуна 3 совпадает с вектором ускорения точки  $B$ , тогда  $a_{S_3} = a_B = 2736$  м/с<sup>2</sup>.

Силы инерции шатуна 2 и ползуна 3 найдем согласно формуле ([4.1](#)), Н:

$$\begin{aligned} F_{и_2} &= m_2 \cdot a_{S_2} = 3,4 \cdot 2424 = 8241,6, \\ F_{и_3} &= 0,6 \cdot m_2 \cdot a_{S_3} = 0,6 \cdot 3,4 \cdot 2736 = 5581,44. \end{aligned}$$

Вектора сил инерции  $\vec{F}_{и_2}$  и  $\vec{F}_{и_3}$  ([рис. 4.1, а](#)) лежат на прямых, параллельных, соответственно, линиям действия векторов ускорений центров масс  $\vec{a}_{S_2}$  и  $\vec{a}_{S_3}$  ([рис. 4.1, б](#)), а направление действия этих векторов противоположно направлению действия векторов ускорений центров масс этих звеньев.

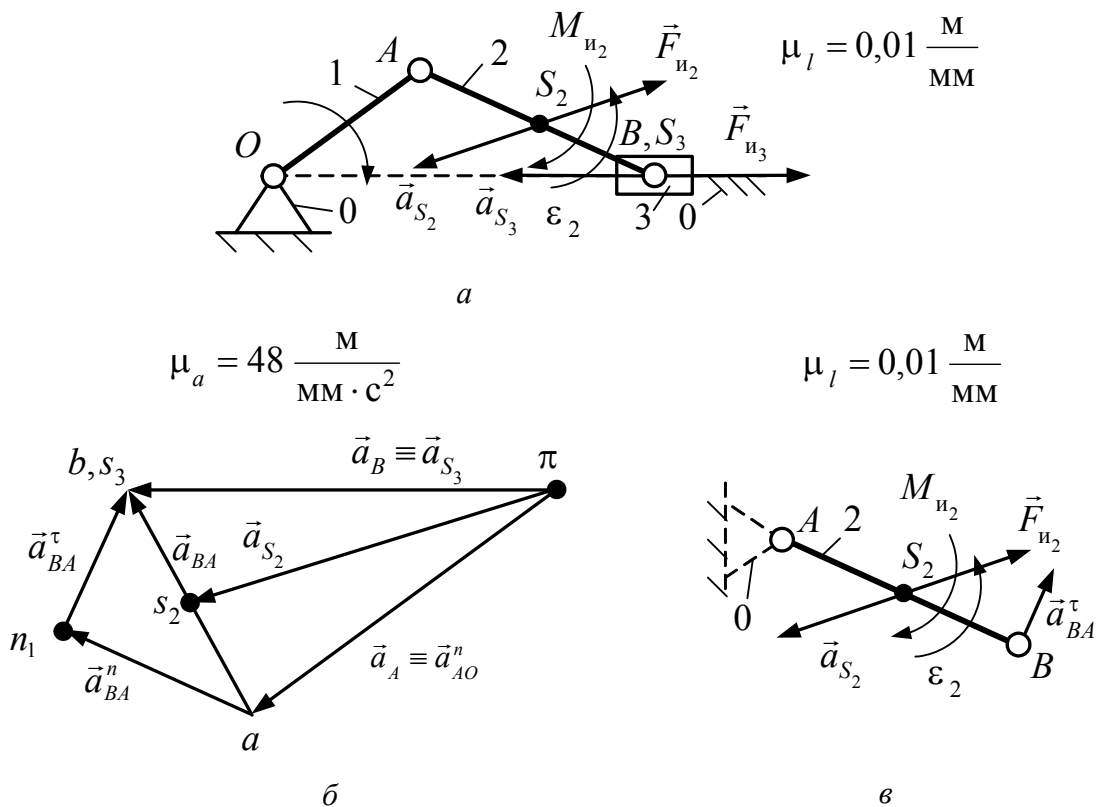


Рис. 4.1. К определению инерциальных параметров кривошипно-ползунного механизма

4) Момент пары сил инерции вычисляется по формуле

$$M_{и_i} = J_{S_i} \cdot \varepsilon_i, \quad (4.2)$$

где  $J_{S_i}$  – момент инерции  $i$ -го звена;  $\varepsilon_i$  – угловое ускорение  $i$ -го звена.

Момент инерции  $i$ -го звена определяется по формуле

$$J_{S_i} = 0,083 \cdot m_i \cdot l_i^2, \quad (4.3)$$

где  $m_i$  – масса  $i$ -го звена;  $l_i$  – длина  $i$ -го звена.

Момент инерции шатуна 2 согласно формуле (4.3), кг·м<sup>2</sup>, равен

$$J_{S_2} = 0,083 \cdot m_2 \cdot l_{AB} = 0,083 \cdot 3,4 \cdot 0,34^2 = 0,03.$$

Угловое ускорение шатуна 2, с<sup>-2</sup>, равно

$$\varepsilon_2 = \frac{a_{BA}^{\tau}}{l_{AB}} = \frac{|n_1 b| \cdot \mu_a}{l_{AB}} = \frac{20,5 \cdot 48}{0,34} = 2894,12.$$

Для определения направления действия углового ускорения  $\varepsilon_2$  перенесем вектор тангенциального ускорения  $\vec{a}_{BA}^{\tau}$  шатуна 2 в точку B (рис. 4.1, в). При этом точка A считается условно неподвижной. В этом случае полученная система будет совершать вращательные движения вокруг условно неподвиж-

ной точки  $A$  в направлении, противоположном направлению действия часовой стрелки. Найденное направление вращения звена и есть направление действия углового ускорения шатуна 2.

Угловая скорость кривошипа 1 является постоянной величиной, следовательно, угловое ускорение этого звена равно нулю, т. е.  $\varepsilon_1 = 0$ , тогда согласно формуле (4.2) имеем, Н·м,

$$M_{и_1} = J_{S_1} \cdot \varepsilon_1 = J_{S_1} \cdot 0 = 0.$$

Ползун 3 совершает только поступательные движения, следовательно, угловое ускорение этого звена равно нулю, т. е.  $\varepsilon_3 = 0$ , тогда согласно формуле (4.2) найдем момент пары сил инерции ползуна 3, Н·м:

$$M_{и_3} = J_{S_3} \cdot \varepsilon_3 = J_{S_3} \cdot 0 = 0.$$

Момент пары сил инерции шатуна 2 найдем согласно формуле (4.2), Н·м:

$$M_{и_2} = J_{S_2} \cdot \varepsilon_2 = 0,033 \cdot 2894,12 = 95,51.$$

Направление действия момента пары сил инерции  $M_{и_2}$  противоположно направлению действия углового ускорения  $\varepsilon_2$ . Следовательно, момент пары сил инерции шатуна 2 действует в направлении хода часовой стрелки (рис. 4.1, в).

**Задача 4.2.** Центры масс шатуна 2 и коромысла 4 шарнирного механизма лежат на серединах этих звеньев. Массы шатуна 2 и коромысла 4 находятся в соотношении  $m_3 = 0,6 \cdot m_2$ . Найти значения и направления действия сил инерции и моментов пар сил инерции звеньев шарнирного механизма, если масса шатуна 2  $m_2 = 4,5$  кг. Данные для построения кинематической схемы механизма взять из задачи 3.2.

**Решение.** 1) По заданным геометрическим параметрам строим кинематическую схему шарнирного механизма в масштабном коэффициенте длин  $\mu_l = 0,01$  м/мм (рис. 4.2, а).

2) Для полученной кинематической схемы строим план ускорений в соответствующем масштабном коэффициенте (рис. 4.2, б).

3) Используя теорему подобия, определим положение точек  $s_2$  и  $s_3$  на плане ускорений (рис. 4.2, б). Соединив точки  $s_2$  и  $s_3$  с полюсом плана ускорений точкой  $\pi$ , получим вектора ускорения центра масс шатуна 2 и коромысла 3, м/с<sup>2</sup>:

$$a_{S_2} = |\pi s_2| \cdot \mu_a = 47 \cdot 15 = 705,0,$$

$$a_{S_3} = |\pi s_3| \cdot \mu_a = 26 \cdot 15 = 390,0,$$

где  $|\pi s_2|$ ,  $|\pi s_3|$  – отрезки с плана ускорений (рис. 4.2, б).

Силы инерции шатуна 2 и коромысла 3 найдем согласно формуле (4.1), Н:

$$F_{и_2} = m_2 \cdot a_{S_2} = 4,5 \cdot 705 = 3172,5 \text{ Н}$$

$$F_{и_3} = 0,6 \cdot m_2 \cdot a_{S_3} = 0,6 \cdot 4,5 \cdot 390 = 1053 \text{ Н}.$$

Вектора сил инерции  $\vec{F}_{и_2}$  и  $\vec{F}_{и_3}$  (рис. 4.2, а), соответственно, лежат на прямых, параллельных линиям действия векторов ускорений центров масс  $\vec{a}_{S_2}$  и  $\vec{a}_{S_3}$  (рис. 4.2, б), а направление действия этих векторов противоположно направлению действия векторов ускорений центров масс этих звеньев.

4) Моменты инерции шатуна 2 и коромысла 3 определим согласно выражению (4.3), кг · м<sup>2</sup>:

$$J_{S_2} = 0,083 \cdot m_2 \cdot l_{AB}^2 = 0,083 \cdot 4,5 \cdot 0,40^2 = 0,059,$$

$$J_{S_3} = 0,083 \cdot m_3 \cdot l_{BO_1}^2 = 0,083 \cdot 0,85 \cdot m_2 \cdot l_{BO_1}^2 = 0,083 \cdot 0,85 \cdot 4,5 \cdot 0,35^2 = 0,04.$$

Угловые ускорения шатуна 2 и коромысла 3, с<sup>-2</sup>, вычислим по формулам

$$\varepsilon_2 = \frac{a_{BA}^\tau}{l_{AB}} = \frac{|n_1 b| \cdot \mu_a}{l_{AB}} = \frac{37 \cdot 15}{0,40} = 1387,5,$$

$$\varepsilon_3 = \frac{a_{BO_1}^\tau}{l_{BO_1}} = \frac{|n_2 b| \cdot \mu_a}{l_{BO_1}} = \frac{50 \cdot 15}{0,35} = 2142,86.$$

Для определения направлений действия угловых ускорений  $\varepsilon_2$  и  $\varepsilon_3$  перенесем вектора тангенциальных ускорений  $\vec{a}_{BA}^\tau$  и  $\vec{a}_{BO_1}^\tau$  соответственно в точку В (рис. 4.2, в, г). При этом точка А считается условно неподвижной. В этом случае полученные системы будут совершать вращательные движения, соответственно, вокруг неподвижных точек А и О<sub>1</sub> в направлении, противоположном направлению действия часовой стрелки. Данные направления движений и есть направления действия угловых ускорений этих звеньев.

Угловая скорость кривошипа 1 является постоянной величиной, следовательно, угловое ускорение этого звена равно нулю, т. е.  $\varepsilon_1 = 0$ , тогда согласно выражению (4.2) имеем, Н · м,

$$M_{и_1} = J_{S_1} \cdot \varepsilon_1 = J_{S_1} \cdot 0 = 0.$$

Моменты пары сил инерции шатуна 2 и коромысла 3 найдем согласно выражению (4.2), Н · м:

$$M_{и_2} = J_{S_2} \cdot \varepsilon_2 = 0,059 \cdot 1387,5 = 81,86,$$

$$M_{и_3} = J_{S_3} \cdot \varepsilon_3 = 0,04 \cdot 2142,86 = 85,71.$$

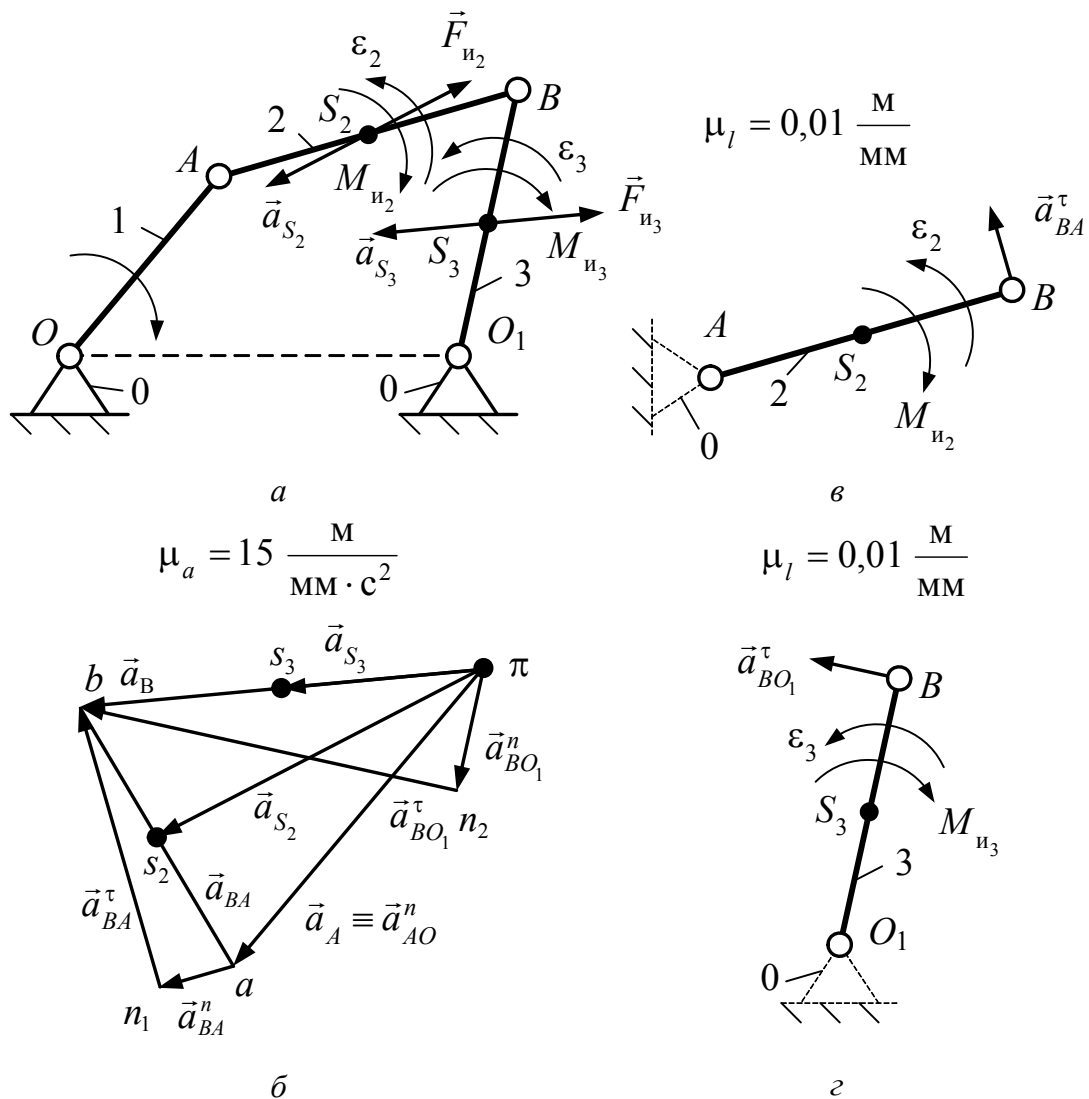


Рис. 4.2. К определению инерциальных параметров шарнирного механизма

Направления действия моментов пар сил инерции  $M_{и2}$  и  $M_{и3}$ , соответственно, противоположны направлениям действия угловых ускорений  $\epsilon_2$  и  $\epsilon_3$ . Следовательно, направление действия моментов пары сил инерции шатуна 2 и коромысла 4 противоположно направлению действия часовой стрелки (рис. 4.2, а).

**Задача 4.3.** Центры масс ползуна 2 и кулисы 3 кулисного механизма лежат на серединах этих звеньев. Массы кулисы 3 и ползуна 2 находятся в соотношении  $m_2 = 0,38 \cdot m_3$ . Найти значения и направления действия сил инерции и моментов пар сил инерции звеньев кулисного механизма, если масса кулисы  $m_3 = 4,25$  кг. Данные для построения кинематической схемы механизма взять из задачи 3.3.

**Решение.** 1) По заданным геометрическим параметрам строим кинематическую схему кулисного механизма в масштабном коэффициенте длин  $\mu_l = 0,01$  м/мм (рис. 4.3, а).

2) Для полученной кинематической схемы строим план ускорений в соответствующем масштабном коэффициенте ([рис. 4.3, б](#)).

3) Используя теорему подобия, определим положение точки  $s_3$  на плане ускорений ([рис. 4.3, б](#)). Соединив точку  $s_3$  с полюсом плана ускорений точкой  $\pi$ , получим вектор ускорения центра масс кулисы 3,  $\text{м/с}^2$ :

$$a_{s_3} = |\pi s_3| \cdot \mu_a = 13 \cdot 1,54 = 20,02,$$

где  $|\pi s_3|$  – отрезок с плана ускорений ([рис. 4.3, б](#)).

Вектор ускорения центра масс ползуна 2 совпадает с вектором ускорения точки  $B$ , тогда  $a_{s_2} = a_B = 38,5 \text{ м/с}^2$ .

Силы инерции ползуна 2 и кулисы 3 найдем согласно выражению ([4.1](#)), Н:

$$F_{и_3} = m_3 \cdot a_{s_3} = 4,25 \cdot 20,02 = 85,08,$$

$$F_{и_2} = m_2 \cdot a_{s_2} = 0,38 \cdot m_3 \cdot a_{s_2} = 0,38 \cdot 4,25 \cdot 38,5 = 62,18.$$

Вектора сил инерции  $\vec{F}_{и_2}$  и  $\vec{F}_{и_3}$  ([рис. 4.3, а](#)), соответственно, лежат на прямых, параллельных линиям действия векторов ускорений центров масс  $\vec{a}_{s_2}$  и  $\vec{a}_{s_3}$  ([рис. 4.3, б](#)), а направление действия этих векторов противоположно направлению действия векторов ускорений центров масс этих звеньев.

4) Моменты инерции ползуна 2 и кулисы 3 определим согласно выражению ([4.3](#)),  $\text{кг} \cdot \text{м}^2$ :

$$J_{s_3} = 0,083 \cdot m_3 \cdot l_{BO_1}^2 = 0,083 \cdot 4,25 \cdot 0,35^2 = 0,043,$$

$$J_{s_2} = 0,083 \cdot m_2 \cdot l_{AB}^2 = 0,083 \cdot 0,38 \cdot m_3 \cdot l_{AB}^2 = 0,083 \cdot 0,38 \cdot 4,25 \cdot 0^2 = 0.$$

Угловое ускорение кулисы 3 и ползуна 2,  $\text{с}^{-2}$ , вычислим по формуле

$$\varepsilon_3 = \varepsilon_2 = \frac{a_{AO_1}^\tau}{l_{AO_1}} = \frac{6,16}{0,35} = 17,6.$$

Для определения направления действия угловых ускорений  $\varepsilon_2$  и  $\varepsilon_3$  перенесем вектор тангенциального ускорения  $\vec{a}_{BO_1}^\tau$  в точку  $B$  ([рис. 4.3, в](#)). При этом разрывается связь между кривошипом 1 и ползуном 2. В этом случае точка  $B$  совместно с ползуном 2 и кулисой 3 под действием вектора  $\vec{a}_{BO_1}^\tau$  получают возможность совершать вращательное движение в направлении действия этого вектора вокруг неподвижной точки  $O_1$  ([рис. 4.3, а](#)). Полученные направления вращательных движений ползуна 2 и кулисы 3 и будут являться направлениями действий угловых ускорений данных звеньев.

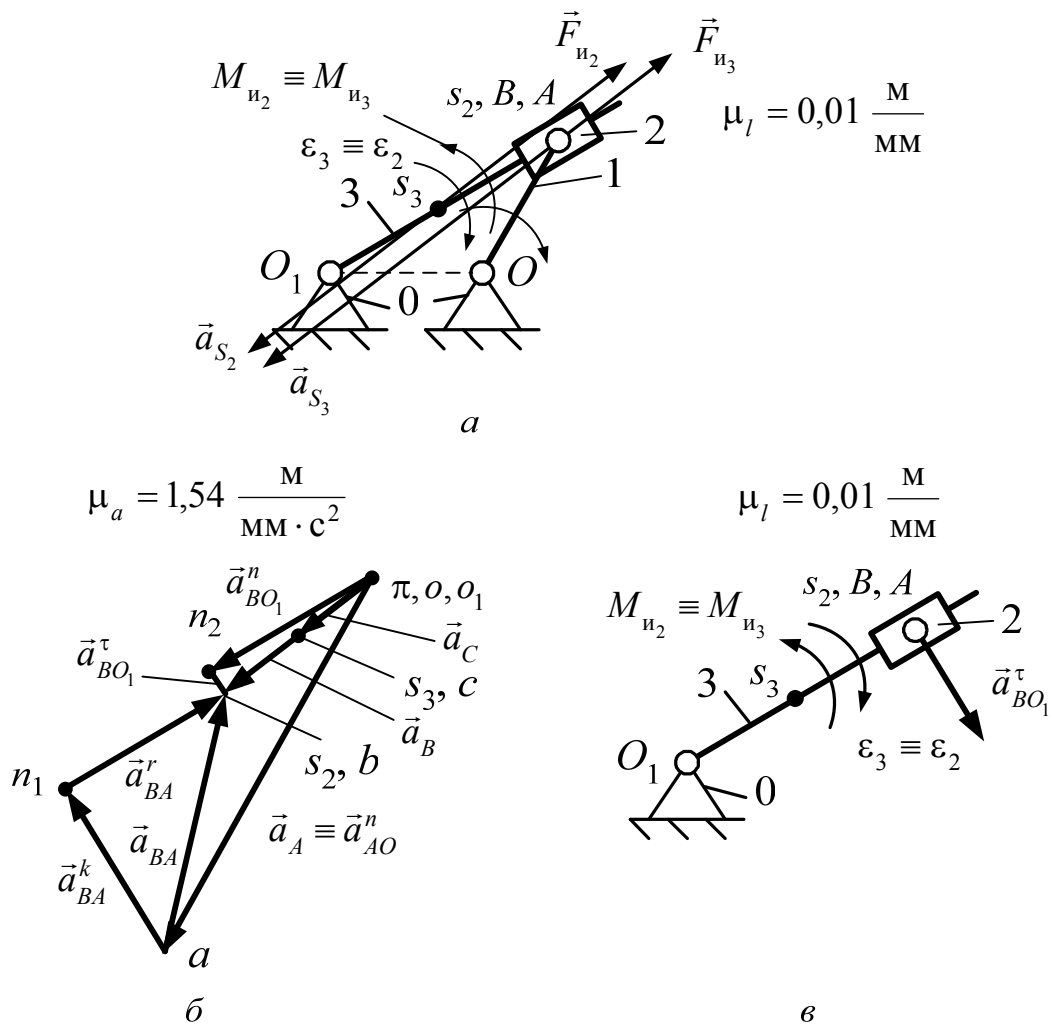


Рис. 4.3. К определению инерциальных параметров кулисного механизма

Угловая скорость кривошипа 1 является постоянной величиной, следовательно, угловое ускорение этого звена равно нулю, т. е.  $\epsilon_1 = 0$ , тогда согласно выражению (4.2) имеем, Н·м,

$$M_{i1} = J_{S_1} \cdot \epsilon_1 = J_{S_1} \cdot 0 = 0.$$

Момент пары сил инерции кулисы 3 найдем по выражению (4.2), Н·м:

$$M_{i3} = J_{S_3} \cdot \epsilon_3 = 0,043 \cdot 17,60 = 0,757.$$

Ползун 3 совершает только поступательные движения, следовательно, угловое ускорение этого звена равно нулю, т. е.  $\epsilon_3 = 0$ , значит момент пары сил инерции ползуна 2 равен нулю.

Направление действия момента пар сил инерции  $M_{i3}$  противоположно направлениям действия углового ускорения  $\epsilon_3$ . Следовательно, направление действия моментов пары сил инерции кулисы 3 противоположно направлению действия часовой стрелки (рис. 4.4, а).



**Задача 4.4.** Считая, что центры масс шатуна 2 и ползуна 3 кривошипно-ползунного механизма лежат на середине этих звеньев, а кривошипа совпадает с осью вращения точкой  $O$ , найти значения и направления действия сил инерции и моменты пар сил инерции звеньев. Данные для построения кинематической схемы взять: для [рис. 2.10 в табл. 2.1](#); для [рис. 2.11 в табл. 2.2](#); для [рис. 2.12 в табл. 2.3](#); для [рис. 2.13 в табл. 2.4](#); для [рис. 2.14 в табл. 2.5](#); для [рис. 2.15 в табл. 2.6](#)., для построения планов скоростей и ускорений – из условия [задачи 3.5](#), соотношение масс звеньев и значение силы полезного сопротивления – в [табл. 4.1](#).

Таблица 4.1

Вариант		1	2	3	4	5
Масса, кг	$m_2$	6,2	10,1	12,1	9,35	3,85
	$m_1$	$0,25 \cdot m_2$	$0,18 \cdot m_2$	$0,1 \cdot m_2$	$0,3 \cdot m_2$	$0,45 \cdot m_2$
	$m_3$	$0,7 \cdot m_2$	$0,55 \cdot m_2$	$0,4 \cdot m_2$	$0,85 \cdot m_2$	$0,9 \cdot m_2$
Сила полезного сопротивления $F_{ПС}$ , Н·м		1800	4500	5200	4250	380

**Задача 4.5.** Считая, что центры масс шатуна 2 и коромысла 3 шарнирного механизма лежат посередине этих звеньев, а кривошипа совпадает с осью вращения точкой  $O$ , найти значения и направления действия сил инерции и моменты пар сил инерции звеньев. Данные для построения кинематической схемы взять: для [рис. 2.20 в табл. 2.7](#); для [рис. 2.21 в табл. 2.8](#); для [рис. 2.22 в табл. 2.9](#); для [рис. 2.23 в табл. 2.10](#); для [рис. 2.24 в табл. 2.11](#); для [рис. 2.25 в табл. 2.12](#)., для построения планов скоростей и ускорений – из условия [задачи 3.6](#), соотношение масс звеньев и значение силы полезного сопротивления – в [табл. 4.2](#).

Таблица 4.2

Вариант		1	2	3	4	5
Масса, кг	$m_2$	5,8	7,4	12,5	8,3	10,5
	$m_1$	$0,35 \cdot m_2$	$0,16 \cdot m_2$	$0,21 \cdot m_2$	$0,25 \cdot m_2$	$0,5 \cdot m_2$
	$m_3$	$0,8 \cdot m_2$	$0,75 \cdot m_2$	$0,8 \cdot m_2$	$0,68 \cdot m_2$	$0,95 \cdot m_2$
Сила полезного сопротивления $F_{ПС}$ , Н·м		4150	200	375	400	3850

**Задача 4.6.** Считая, что центры масс звеньев 2 и 3 плоского рычажного механизма лежат на середине этих звеньев, а звена 1 совпадает с осью вращения точкой  $O$ , найти значения и направления действия сил инерции и моменты пар сил инерции звеньев. Данные для построения кинематической схемы взять: для [рис. 2.22 в табл. 2.13](#); для [рис. 2.23 в табл. 2.14](#); для [рис. 2.24 в табл. 2.15](#); для [рис. 2.25 в табл. 2.16](#); для [рис. 2.26 в табл. 2.17](#); для [рис. 2.27 в табл. 2.18](#), для построения планов скоростей и ускорений – из ус-

ловия [задачи 3.7](#), соотношение масс звеньев и значение силы полезного сопротивления – в [табл. 4.3](#).

Таблица 4.3

Вариант		1	2	3	4	5
Масса, кг	$m_1$	$0,7 \cdot m_2$	$0,55 \cdot m_2$	$0,45 \cdot m_2$	$0,9 \cdot m_2$	$0,85 \cdot m_2$
	$m_2$	$0,18 \cdot m_2$	$0,25 \cdot m_2$	$0,3 \cdot m_2$	$0,1 \cdot m_2$	$0,4 \cdot m_2$
	$m_3$	6,2	3,85	9,35	10,1	12,1
Сила полезного сопротивления $F_{ПС}$ , Н·м		400	220	410	3200	3800

**Задача 4.7.** Подвижные звенья 2 и 3 образуют со звеньями 1 и 4 структурную группу 2-го класса 1-го вида ([рис. 4.4, а](#)). Используя графоаналитический метод, найти реакции кинематических пар, если  $l_{AB} = 0,40$  м,  $l_{BC} = 0,20$  м,  $l_{AS_2} = 0,20$  м,  $l_{BS_3} = 0,10$  м,  $F_{u_2} = 250$  Н,  $F_{u_3} = 300$  Н,  $M_{u_2} = 50$  Н·м,  $M_{u_3} = 60$  Н·м,  $\varphi_1 = 55^\circ$ ,  $\varphi_2 = 140^\circ$ ,  $\varphi_3 = 120^\circ$ ,  $\varphi_4 = 60^\circ$ ,  $m_2 = 3,5$  кг,  $m_3 = 4,0$  кг.

**Решение.** 1) По заданным геометрическим параметрам построим кинематическую схему структурной группы звеньев ([рис. 4.4, а](#)). Приняв  $|AB| = 40$  мм, определим масштабный коэффициент длин, м/мм:

$$\mu_l = \frac{l_{AB}}{|AB|} = \frac{0,4}{40} = 0,01.$$

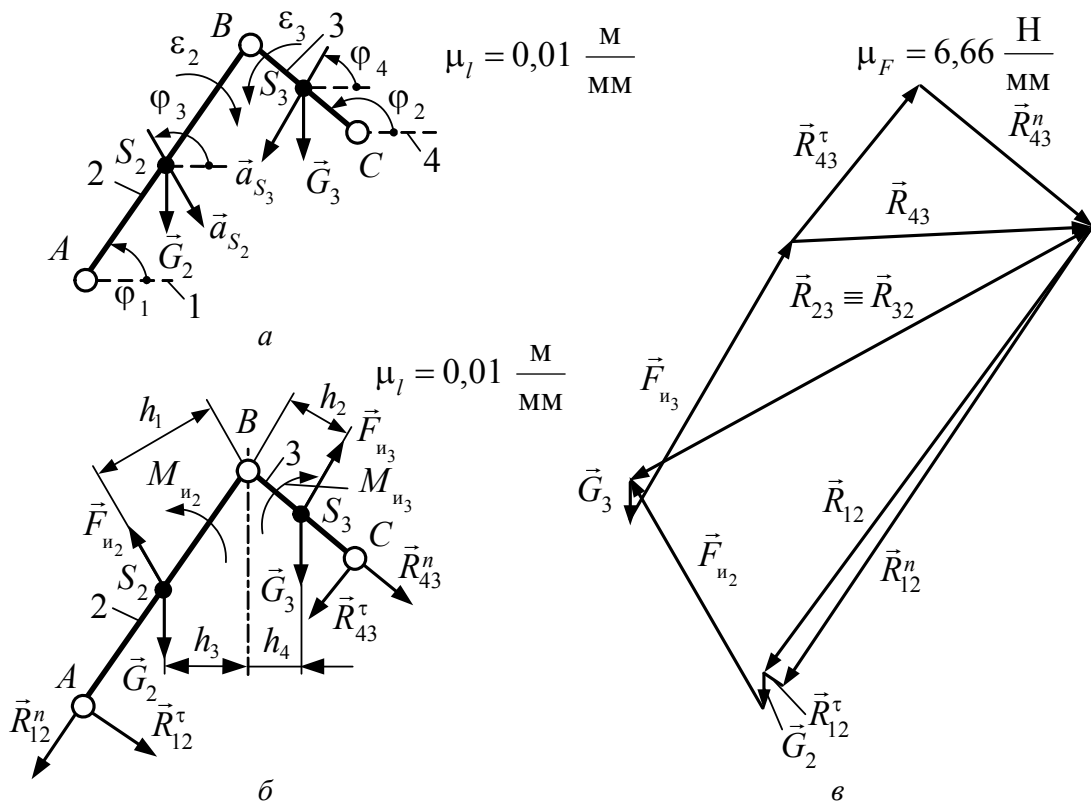


Рис. 4.4. Силовой анализ структурной группы звеньев 2-го класса 1-го вида

Переводим остальные геометрические параметры в масштабный коэффициент длин, мм:

$$|BC| = \frac{l_{BC}}{\mu_l} = \frac{0,20}{0,01} = 20,$$

$$|AS_2| = \frac{l_{AS_2}}{\mu_l} = \frac{0,20}{0,01} = 20,$$

$$|BS_3| = \frac{l_{BS_3}}{\mu_l} = \frac{0,10}{0,01} = 10.$$

2) Нанеся на кинематическую схему структурной группы звеньев заданные силовые факторы, составим расчетную схему (рис. 4.4, б).

Силы тяжести звеньев 2 и 3,  $H$ , вычислим по формулам

$$G_2 = m_2 \cdot q = 3,5 \cdot 9,81 = 34,34,$$

$$G_3 = m_3 \cdot q = 4,0 \cdot 9,81 = 39,24.$$

Моменты пар сил инерции  $M_{и_2}$  и  $M_{и_3}$  направляем противоположно направлениям действия угловых ускорений  $\varepsilon_2$  и  $\varepsilon_3$  соответственно. Вектора сил инерций прикладываем к центрам масс звеньев – точкам  $S_2$  и  $S_3$  соответственно, при этом их направления действия являются противоположными заданным направлениям действия ускорений центров масс этих же звеньев (рис. 4.4, а). В результате полученная картина будет являться расчетной схемой структурной группы звеньев (рис. 4.4, б).

3) Для определения реакций в шарнирах  $A$  и  $C$  отбросим звенья 1 и 4, а их действия на оставшиеся звенья 2 и 3 заменим соответствующими реакциями  $\vec{R}_{12}$  и  $\vec{R}_{43}$ . Для реакций  $\vec{R}_{12}$  и  $\vec{R}_{43}$  известны только точки их приложения. Разложим неизвестные реакции  $\vec{R}_{12}$  и  $\vec{R}_{43}$  шарниров  $A$  и  $C$ , соответственно, на составляющие  $\vec{R}_{12}^n$ ,  $\vec{R}_{12}^\tau$  и  $\vec{R}_{43}^n$ ,  $\vec{R}_{43}^\tau$  (рис. 4.4, б).

Уравнение равновесия полученной системы имеет вид

$$\vec{R}_{12}^n + \vec{R}_{12}^\tau + \vec{G}_2 + \vec{F}_{\varepsilon_2} + \vec{G}_3 + \vec{F}_{\varepsilon_3} + \vec{R}_{43}^\tau + \vec{R}_{43}^n = 0. \quad (4.4)$$

Уравнение равновесия (4.4) содержит четыре неизвестных:  $\vec{R}_{12}^n$ ,  $\vec{R}_{12}^\tau$ ,  $\vec{R}_{43}^n$ ,  $\vec{R}_{43}^\tau$ , следовательно, статическая неопределимость системы равна трем.

С целью раскрытия статической неопределимости найдем значения тангенциальных составляющих реакций  $R_{12}^\tau$  и  $R_{43}^\tau$ .

Звено 2  $\sum m(F_i)_B = 0$ , или

$$R_{12}^\tau \cdot l_{AB} + M_{и_2} - F_{и_2} \cdot h_1 + G_2 \cdot h_3 = 0,$$

где плечи моментов, м:

$$h_1 = |h_1| \cdot \mu_l = 18 \cdot 0,01 = 0,18,$$

$$h_3 = |h_3| \cdot \mu_l = 11,5 \cdot 0,01 = 0,115.$$

Величина тангенциальной составляющей реакции в шарнире  $A$

$$R_{12}^\tau = \frac{F_{\dot{e}1_2} \cdot h_1 - M_{\dot{e}1_2} - G_2 \cdot h_3}{l_{AB}} = \frac{250 \cdot 0,18 - 50 - 34,34 \cdot 0,115}{0,40} = -22,37 \text{ Н}.$$

Звено 3:  $\sum m(F_i)_B = 0$ , или

$$F_{\dot{e}3} \cdot h_2 - R_{43}^\tau \cdot l_{BC} - M_{\dot{e}3} - G_3 \cdot h_4 = 0,$$

где плечи моментов, м,

$$h_2 = |h_2| \cdot \mu_l = 9 \cdot 0,01 = 0,09,$$

$$h_4 = |h_4| \cdot \mu_l = 7 \cdot 0,01 = 0,07.$$

Величина тангенциальной составляющей реакции в шарнире  $C$ , Н,

$$R_{43}^\tau = \frac{F_{\dot{e}3} \cdot h_2 - M_{\dot{e}3} - G_3 \cdot h_4}{l_{BC}} = \frac{300 \cdot 0,09 - 60 - 39,24 \cdot 0,07}{0,20} = -187,73.$$

Знак «-» обоих тангенциальных составляющих реакций  $R_{12}^\tau$  и  $R_{43}^\tau$  означает, что вектора  $\vec{R}_{12}^\tau$  и  $\vec{R}_{43}^\tau$  в действительности направлены противоположно направлению, указанному на рис. 4.4, б.

В результате проведенных вычислений в уравнении равновесия (4.4) осталось только две неизвестные –  $\vec{R}_{12}^n$ ,  $\vec{R}_{43}^n$  которые являются нормальными составляющими реакций в шарнирах  $A$  и  $C$ , следовательно, статическая неопределимость системы равна единице. Определение оставшихся неизвестных выполним с помощью плана сил.

Масштабный коэффициент плана сил, Н/мм, определим по формуле

$$\mu_F = \frac{F_{u_3}}{|x|} = \frac{300}{45} = 6,66.$$

Переведем в масштабный коэффициент плана сил остальные силы, мм:

$$|R_{43}^\tau| = \frac{R_{43}^\tau}{\mu_F} = \frac{187,73}{6,66} = 28,19 \approx 28,$$

$$|G_2| = \frac{G_2}{\mu_F} = \frac{34,34}{6,66} = 5,16 \approx 5,$$

$$|F_{u_{n2}}| = \frac{F_{u_{n2}}}{\mu_F} = \frac{250}{6,66} = 37,54 \approx 37,$$

$$|G_3| = \frac{G_3}{\mu_F} = \frac{39,24}{6,66} = 5,89 \approx 6,$$

$$|R_{12}^r| = \frac{R_{12}^r}{\mu_F} = \frac{22,37}{6,66} = 3,36 \approx 3.$$

По полученным величинам строим план сил в выбранном масштабном коэффициенте ([рис. 4.4, в](#)).

Отсюда значения нормальных составляющих реакций,  $H$ , равны

$$R_{43}^n = |R_{43}^n| \cdot \mu_F = 31 \cdot 6,66 = 206,46,$$

$$R_{12}^n = |R_{12}^n| \cdot \mu_F = 77 \cdot 6,66 = 512,82.$$

Значения полных реакций в шарнирах  $A$  и  $C$ ,  $H$ , равны

$$R_{43} = |R_{43}| \cdot \mu_F = 42 \cdot 6,66 = 279,72,$$

$$R_{12} = |R_{12}| \cdot \mu_F = 77 \cdot 6,66 = 512,82.$$

С целью определения реакции в шарнире  $B$  соединим на плане сил вершину вектора реакции  $\vec{R}_{43}$  с началом вектора  $\vec{G}_3$ . Замерив полученный отрезок, найдем значение реакции в шарнире  $B$ ,  $H$ :

$$R_{23} = R_{32} = |R_{23}| \cdot \mu_F = 73 \cdot 6,66 = 486,18,$$

где  $|R_{23}|$  – отрезок с плана сил ([рис. 4.4, в](#)).

**Задача 4.8.** Подвижные звенья 2 и 3 образуют со звеньями 1 и 4 структурную группу 2-го класса 2-го вида ([рис. 4.5, а](#)). Используя графоаналитический метод, найти реакции в кинематических парах, если  $l_{AB} = 0,50$  м,  $l_{BC} = 0,35$  м,  $l_{AS_2} = 0,25$  м,  $l_{BS_3} = 0,175$  м,  $F_{u_2} = 200$  Н,  $F_{u_3} = 380$  Н,  $M_{u_2} = 45$  Н·м,  $M_{u_3} = 70$  Н·м,  $\varphi_1 = 70^\circ$ ,  $\varphi_2 = 120^\circ$ ,  $\varphi_3 = 200^\circ$ ,  $\varphi_4 = 100^\circ$ ,  $m_2 = 4,2$  кг,  $m_3 = 5,4$  кг.

**Решение.** 1) По заданным геометрическим параметрам построим кинематическую схему структурной группы звеньев ([рис. 4.5, а](#)). Приняв  $|AB| = 50$  мм, определим масштабный коэффициент длин, м/мм:

$$\mu_l = \frac{l_{AB}}{|AB|} = \frac{0,50}{50} = 0,01.$$

Переводим остальные геометрические параметры в масштабный коэффициент длин, мм:

$$|BC| = \frac{l_{BC}}{\mu_l} = \frac{0,35}{0,01} = 35,$$

$$|AS_2| = \frac{l_{AS_2}}{\mu_l} = \frac{0,25}{0,01} = 25,$$

$$|BS_3| = \frac{l_{BS_3}}{\mu_l} = \frac{0,175}{0,01} = 17,5 \approx 17.$$

2) Нанеся на кинематическую схему структурной группы звеньев заданные силовые факторы, составим расчетную схему (рис. 4.5, б).

Силы тяжести звеньев 2 и 3, Н, вычислим по формулам

$$G_2 = m_2 \cdot q = 4,2 \cdot 9,81 = 41,2,$$

$$G_3 = m_3 \cdot q = 5,4 \cdot 9,81 = 52,97.$$

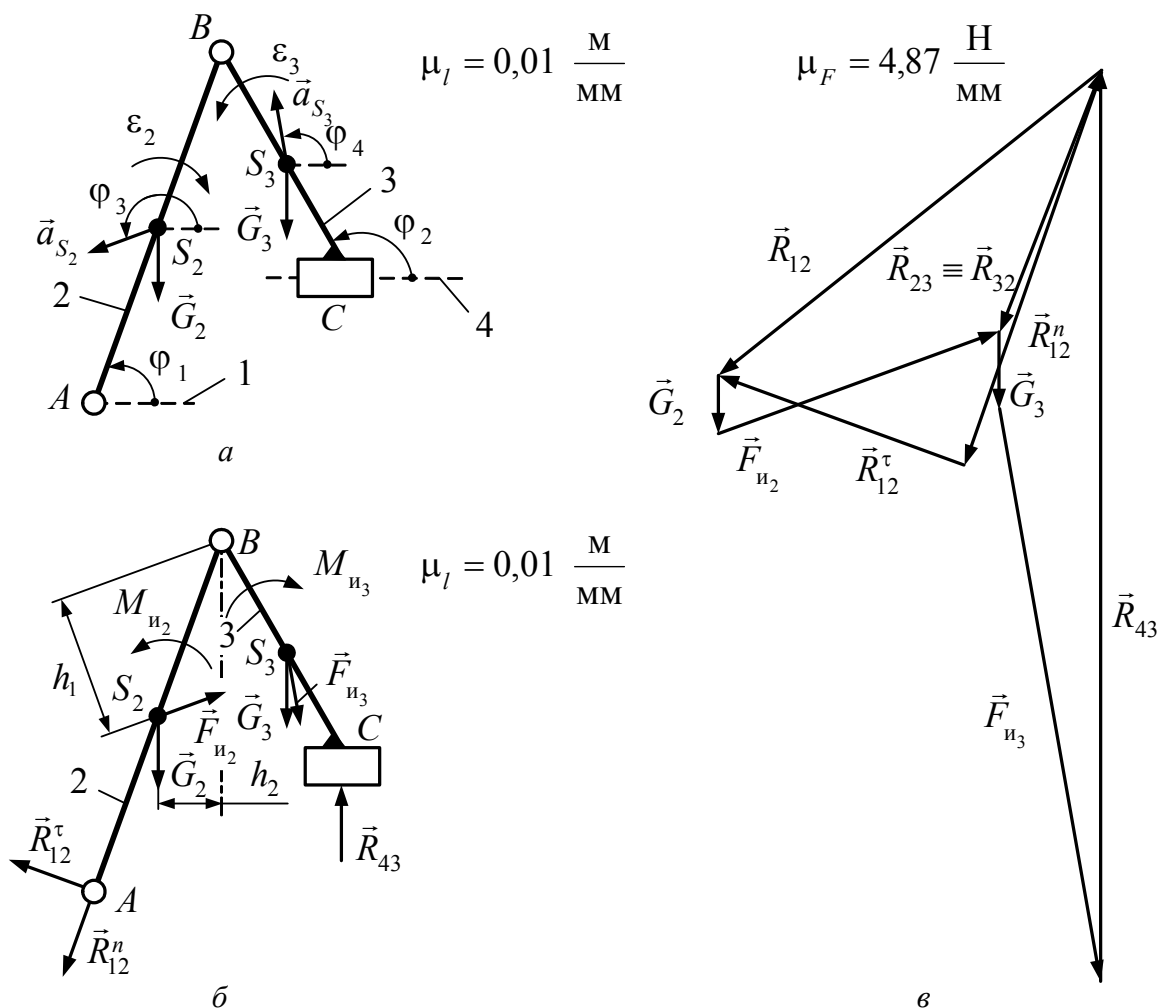


Рис. 4.5. Силовой анализ структурной группы 2-го класса 2-го вида

Моменты пар сил инерции  $M_{i2}$  и  $M_{i3}$  направляем противоположно направлениям действия угловых ускорений  $\varepsilon_2$  и  $\varepsilon_3$  соответственно. Вектора сил инерций прикладываем к центрам масс звеньев – точкам  $S_2$  и  $S_3$  соответственно, при этом их направления действия являются противоположными

заданным направлениям действия ускорений центров масс этих же звеньев (рис. 4.5, а). В результате полученная картина будет являться расчетной схемой структурной группы звеньев (рис. 4.5, б).

3) Для определения реакций в шарнирах  $A$  и  $C$  отбросим звенья 1 и 4, а их действия на оставшиеся звенья 2 и 3 заменим соответствующими реакциями  $\vec{R}_{12}$  и  $\vec{R}_{43}$ . Для реакции  $\vec{R}_{12}$  известна только точка ее приложения. Разложим неизвестную реакцию  $\vec{R}_{12}$  шарнира  $A$  на составляющие:  $\vec{R}_{12}^n$ ,  $\vec{R}_{12}^\tau$  (рис. 4.5, б). Для реакции  $\vec{R}_{43}$  известна точка ее приложения и линия действия (перпендикулярно оси звена 4).

Уравнение равновесия полученной системы имеет вид

$$\vec{R}_{12}^n + \vec{R}_{12}^\tau + \vec{G}_2 + \vec{F}_{\epsilon_2} + \vec{G}_3 + \vec{F}_{\epsilon_3} + \vec{R}_{43} = 0. \quad (4.5)$$

Уравнение равновесия (4.5) содержит три неизвестных  $\vec{R}_{12}^n$ ,  $\vec{R}_{12}^\tau$ ,  $\vec{R}_{43}$ , следовательно, статическая неопределимость системы равна двум.

С целью раскрытия статической неопределимости найдем значение тангенциальной составляющей реакции  $R_{12}^\tau$ .

Звено 2:  $\sum m(F_i)_B = 0$ , или

$$-R_{12}^\tau \cdot l_{AB} + M_{u_2} + F_{u_2} \cdot h_1 + G_2 \cdot h_2 = 0,$$

где плечи моментов, м,

$$h_1 = |h_1| \cdot \mu_l = 19 \cdot 0,01 = 0,19,$$

$$h_2 = |h_2| \cdot \mu_l = 9 \cdot 0,01 = 0,09.$$

Величина тангенциальной составляющей реакции в шарнире  $A$ , Н,

$$R_{12}^\tau = \frac{F_{u_2} \cdot h_1 + M_{u_2} + G_2 \cdot h_2}{l_{AB}} = \frac{200 \cdot 0,19 + 45 + 41,2 \cdot 0,09}{0,50} = 173,42.$$

В результате проведенных вычислений в уравнении равновесия (4.5) осталось только две неизвестные –  $\vec{R}_{12}^n$ ,  $\vec{R}_{43}$ , следовательно, статическая неопределимость системы равна единице. Определение оставшихся неизвестных выполним с помощью плана сил.

Масштабный коэффициент плана сил, Н/мм, вычислим по формуле

$$\mu_F = \frac{F_{u_3}}{|x|} = \frac{380}{78} = 4,87.$$

Переведем в масштабный коэффициент остальные силы, мм:

$$|R_{12}^\tau| = \frac{R_{12}^\tau}{\mu_F} = \frac{173,42}{4,87} = 35,61 \approx 36,$$

$$\begin{aligned} |G_2| &= \frac{G_2}{\mu_F} = \frac{41,2}{4,87} = 8,46 \approx 8, \\ |F_{u_2}| &= \frac{F_{u_2}}{\mu_F} = \frac{200}{4,87} = 41,07 \approx 41, \\ |G_3| &= \frac{G_3}{\mu_F} = \frac{52,97}{4,87} = 10,88 \approx 11. \end{aligned}$$

По полученным величинам строим план сил в выбранном масштабном коэффициенте (рис. 4.5, в).

Значение нормальной составляющей реакции в шарнире  $A$ ,  $H$ ,

$$R_{12}^n = |R_{12}^n| \cdot \mu_F = 56 \cdot 4,87 = 272,72.$$

Значения полных реакций в шарнирах  $A$  и  $C$ ,  $H$ , равны

$$\begin{aligned} R_{43} &= |R_{43}| \cdot \mu_F = 122 \cdot 4,87 = 594,14, \\ R_{12} &= |R_{12}| \cdot \mu_F = 66 \cdot 4,87 = 321,42. \end{aligned}$$

С целью определения реакции в шарнире  $B$  соединим на плане сил вершину вектора реакции  $\vec{R}_{43}$  с началом вектора  $\vec{G}_3$ . Замерив полученный отрезок, определим величину реакции в шарнире  $B$ ,  $H$ :

$$R_{23} = R_{32} = |R_{23}| \cdot \mu_F = 38 \cdot 4,87 = 185,06,$$

где  $|R_{23}|$  – отрезок с плана сил (рис. 4.5, в).

**Задача 4.9.** Подвижные звенья 2 и 3 образуют со звеньями 1 и 4 структурную группу 2-го класса 3-го вида (рис. 4.6, а). Используя графоаналитический метод, найти реакции кинематических пар, если  $l_{AB} = 0,29$  м,  $l_{BC} = 0,40$  м,  $l_{AS_2} = 0,17$  м,  $l_{CS_3} = 0,27$  м,  $F_{u_2} = 180$  Н,  $F_{u_3} = 360$  Н,  $M_{u_2} = 42$  Н·м,  $M_{u_3} = 78$  Н·м,  $\varphi_1 = 107^\circ$ ,  $\varphi_2 = 180^\circ$ ,  $\varphi_3 = 330^\circ$ ,  $\varphi_4 = 230^\circ$ ,  $m_2 = 5,83$  кг,  $m_3 = 3,65$  кг.

**Решение.** 1) По заданным геометрическим параметрам построим кинематическую схему структурной группы звеньев (рис. 4.6, а). Приняв  $|AB| = 29$  мм, определим масштабный коэффициент длин, м/мм:

$$\mu_l = \frac{l_{AB}}{|AB|} = \frac{0,29}{29} = 0,01.$$

Переводим остальные геометрические параметры в масштабный коэффициент длин, мм:

$$\begin{aligned} |BC| &= \frac{l_{BC}}{\mu_l} = \frac{0,40}{0,01} = 40, \\ |AS_2| &= \frac{l_{AS_2}}{\mu_l} = \frac{0,17}{0,01} = 17, \end{aligned}$$



$$|CS_3| = \frac{l_{CS_3}}{\mu_l} = \frac{0,27}{0,01} = 27.$$

2) Нанеся на кинематическую схему структурной группы звеньев заданные силовые факторы, составим расчетную схему (рис. 4.6, б).

Силы тяжести звеньев 2 и 3, Н, вычислим по формуле

$$G_2 = m_2 \cdot q = 5,83 \cdot 9,81 = 57,19,$$

$$G_3 = m_3 \cdot q = 3,65 \cdot 9,81 = 35,81.$$

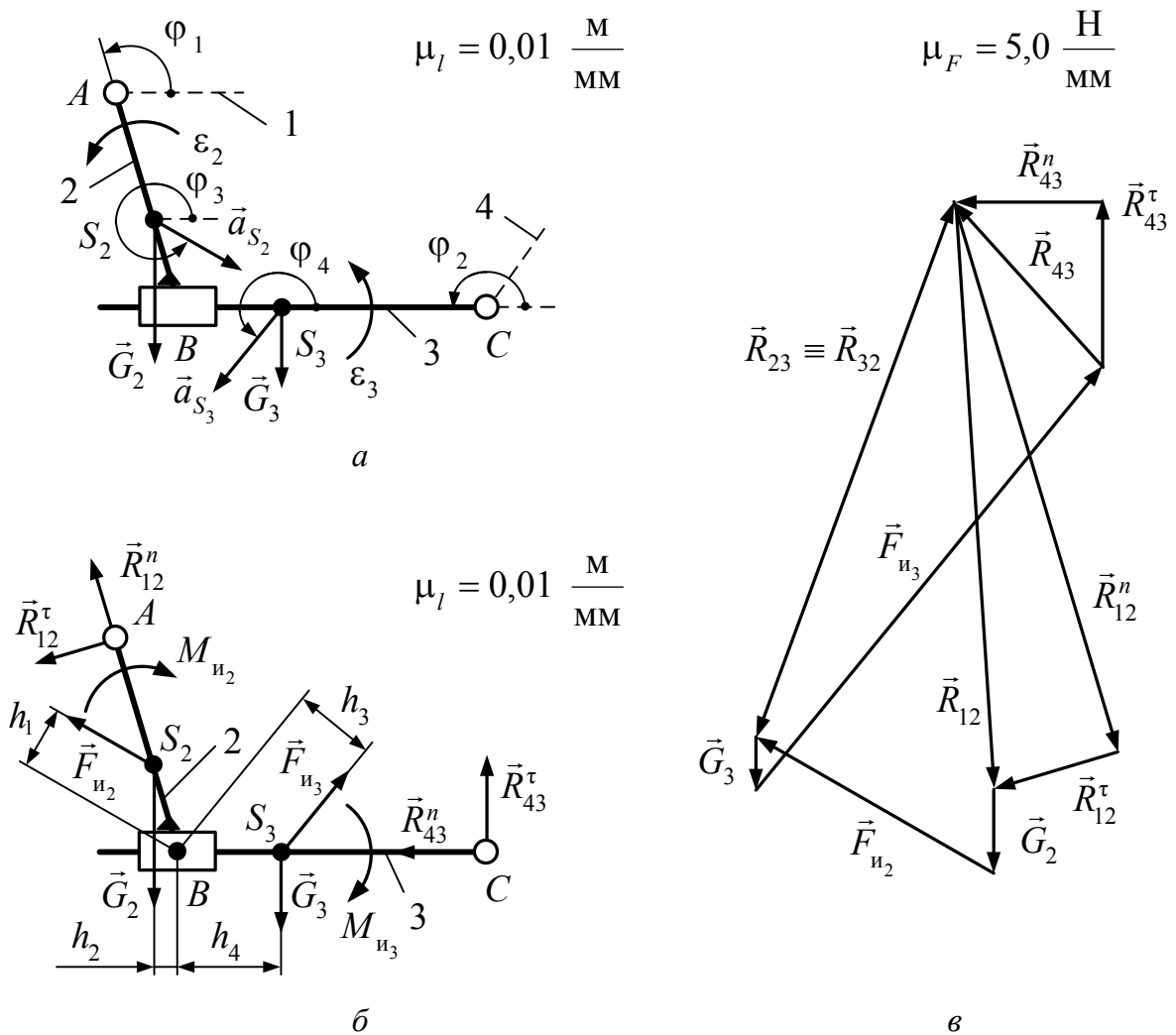


Рис. 4.6. Силовой анализ структурной группы 2-го класса 3-го вида

Моменты пар сил инерции  $M_{i2}$  и  $M_{i3}$  направляем противоположно направлениям действия угловых ускорений  $\epsilon_2$  и  $\epsilon_3$  соответственно. Вектора сил инерций прикладываем к центрам масс звеньев – точкам S<sub>2</sub> и S<sub>3</sub> соответственно, при этом их направления действия являются противоположными заданным направлениям действия ускорений центров масс этих же звеньев

(рис. 4.6, а). В результате полученная картина будет являться расчетной схемой структурной группы звеньев (рис. 4.6, б).

3) Для определения реакций в шарнирах  $A$  и  $C$  отбросим звенья 1 и 4, а их действия на оставшиеся звенья 2 и 3 заменим соответствующими реакциями  $\vec{R}_{12}$  и  $\vec{R}_{43}$ . Для реакций  $\vec{R}_{12}$  и  $\vec{R}_{43}$  известны только точки их приложения. Разложим неизвестные реакции  $\vec{R}_{12}$  и  $\vec{R}_{43}$  шарниров  $A$  и  $C$ , соответственно, на составляющие  $\vec{R}_{12}^n$ ,  $\vec{R}_{12}^\tau$  и  $\vec{R}_{43}^n$ ,  $\vec{R}_{43}^\tau$  (рис. 4.6, б).

Уравнение равновесия полученной системы имеют вид

$$\vec{R}_{12}^n + \vec{R}_{12}^\tau + \vec{G}_2 + \vec{F}_{и_2} + \vec{G}_3 + \vec{F}_{и_3} + \vec{R}_{43}^\tau + \vec{R}_{43}^n = 0. \quad (4.6)$$

Уравнение равновесия (4.6) содержит четыре неизвестных:  $\vec{R}_{12}^n$ ,  $\vec{R}_{12}^\tau$ ,  $\vec{R}_{43}^n$ ,  $\vec{R}_{43}^\tau$ , следовательно, статическая неопределимость системы равна трем.

С целью раскрытия статической неопределимости найдем значения тангенциальных составляющих реакций  $R_{12}^\tau$  и  $R_{43}^\tau$ .

Звено 2:  $\sum m(F_i)_B = 0$ , или

$$R_{12}^\tau \cdot l_{AB} - M_{\dot{e}_2} + F_{\dot{e}_2} \cdot h_1 + G_2 \cdot h_2 = 0,$$

где плечи моментов, м,

$$h_1 = |h_1| \cdot \mu_l = 8 \cdot 0,01 = 0,08,$$

$$h_2 = |h_2| \cdot \mu_l = 3 \cdot 0,01 = 0,03.$$

Величина тангенциальной составляющей реакции в шарнире  $A$ , Н,

$$R_{12}^\tau = \frac{-F_{\dot{e}_2} \cdot h_1 + M_{\dot{e}_2} - G_2 \cdot h_2}{l_{AB}} = \frac{-180 \cdot 0,08 + 42 - 57,19 \cdot 0,03}{0,29} = 89,26.$$

Звено 3:  $\sum m(F_i)_B = 0$ , или

$$F_{\dot{e}_3} \cdot h_3 + R_{43}^\tau \cdot l_{BC} - M_{\dot{e}_3} - G_3 \cdot h_4 = 0,$$

где плечи моментов, м,

$$h_3 = |h_3| \cdot \mu_l = 11 \cdot 0,01 = 0,11,$$

$$h_4 = |h_4| \cdot \mu_l = 14 \cdot 0,01 = 0,14.$$

Величина тангенциальной составляющей реакции в шарнире  $C$ , Н,

$$R_{43}^\tau = \frac{-F_{и_3} \cdot h_3 + M_{и_3} + G_3 \cdot h_4}{l_{BC}} = \frac{-360 \cdot 0,11 + 78 + 35,81 \cdot 0,14}{0,40} = 108,53.$$

В результате проведенных вычислений в уравнении равновесия (4.6) осталось только две неизвестные –  $\vec{R}_{12}^n$ ,  $\vec{R}_{43}^n$ , которые являются нормальными составляющими реакций в шарнирах  $A$  и  $C$ , следовательно, статическая не-

определимость системы равна единице. Определение оставшихся неизвестных выполним с помощью плана сил.

Масштабный коэффициент плана сил, Н/мм,

$$\mu_F = \frac{F_{и3}}{|x|} = \frac{360}{72} = 5,0.$$

Переведем в масштабный коэффициент плана сил остальные силы, мм:

$$|R_{43}^{\tau}| = \frac{R_{43}^{\tau}}{\mu_F} = \frac{108,53}{5,0} = 21,71 \approx 22,$$

$$|G_2| = \frac{G_2}{\mu_F} = \frac{57,19}{5,0} = 11,44 \approx 11,$$

$$|F_{и2}| = \frac{F_{и2}}{\mu_F} = \frac{180}{5,0} = 36,$$

$$|G_3| = \frac{G_3}{\mu_F} = \frac{35,81}{5,0} = 7,16 \approx 7,$$

$$|R_{12}^{\tau}| = \frac{R_{12}^{\tau}}{\mu_F} = \frac{89,26}{5,0} = 17,52 \approx 17.$$

По полученным величинам строим план сил в выбранном масштабном коэффициенте ([рис. 4.6, в](#)).

Значения нормальных составляющих реакций, Н, равны

$$R_{43}^n = |R_{43}^n| \cdot \mu_F = 19 \cdot 5,0 = 95,$$

$$R_{12}^n = |R_{12}^n| \cdot \mu_F = 75 \cdot 5,0 = 375.$$

Значения полных реакций в шарнирах *A* и *C*, Н, равны

$$R_{43} = |R_{43}| \cdot \mu_F = 29 \cdot 5,0 = 145,$$

$$R_{12} = |R_{12}| \cdot \mu_F = 77 \cdot 5,0 = 385.$$

С целью определения реакции в шарнире *B* соединим на плане сил вершину вектора реакции  $\vec{R}_{43}$  с началом вектора  $\vec{G}_3$ . Замерив полученный отрезок, найдем значение реакции в шарнире *B*, Н:

$$R_{23} = R_{32} = |R_{23}| \cdot \mu_F = 75 \cdot 5,0 = 375,$$

где  $|R_{23}|$  – отрезок с плана сил ([рис. 4.6, в](#)).

**Задача 4.10.** Для структурной группы звеньев 1, 2, 3 и 4 (рис. 4.4, а) найти реакции в шарнирах  $A$ ,  $B$  и  $C$ , используя план сил. Данные взять из табл. 4.4.

Таблица 4.4

Вариант	Направление		$m_2$ , кг	$m_3$ , кг	$l_{AB}$ , м	$l_{BC}$ , м	$l_{AS_2}$ , м	$l_{BS_3}$ , м	$\varphi_1$	$\varphi_2$	$\varphi_3$	$\varphi_4$	$F_{и2}$ , Н	$F_{и3}$ , Н	$M_{и2}$ , Н·м	$M_{и3}$ , Н·м
	$\varepsilon_1$	$\varepsilon_2$														
1	–	+	3,0	4,6	0,6	0,8	0,3	0,3	30	40	100	30	30	40	25	29
2	+	+	4,0	5,0	0,8	0,5	0,4	0,2	40	40	110	35	44	50	20	32
3	–	–	3,2	4,8	1,0	0,8	0,6	0,3	35	35	130	40	48	52	30	36
4	+	–	3,8	5,6	1,2	1,5	0,7	0,6	50	20	100	35	36	44	28	33
5	–	+	5,0	3,2	1,5	0,8	0,5	0,3	60	25	110	50	28	42	32	40
6	–	–	2,8	5,8	0,5	1,2	0,2	0,6	65	30	30	100	30	45	36	44
7	+	+	3,6	5,2	0,8	1,3	0,4	0,6	70	40	40	110	35	40	40	50
8	+	–	6,0	6,0	1,0	1,5	0,6	0,7	33	45	120	100	50	64	33	41
9	+	–	5,8	5,8	1,2	1,8	0,6	0,8	60	35	35	35	60	30	24	26
10	–	+	3,6	3,6	1,4	0,7	0,8	0,3	50	50	110	110	40	50	35	30
11	+	+	5,2	5,2	1,5	1,3	0,7	0,6	55	28	45	60	80	40	44	30
12	+	+	3,0	3,0	0,7	0,9	0,3	0,5	80	30	130	90	50	30	20	46
13	–	–	4,0	4,0	0,9	1,8	0,5	0,9	20	60	50	120	70	70	25	15
14	–	+	3,5	3,5	1,1	0,7	0,6	0,4	25	70	120	60	65	55	30	38
15	+	–	4,2	4,2	1,6	0,9	0,8	0,6	30	80	60	70	40	65	40	20
16	+	+	2,5	2,5	1,0	1,0	0,5	0,4	80	20	40	90	20	28	10	16
17	–	–	3,0	5,2	1,2	1,6	0,6	0,7	20	65	140	85	36	32	17	15
18	+	–	6,0	3,0	2,0	1,4	1,2	0,7	40	85	60	60	20	30	19	13
19	–	+	5,6	4,8	1,8	1,2	0,8	0,5	55	35	75	125	28	27	20	24
20	–	+	3,8	6,0	0,8	2,2	0,4	0,9	75	50	80	80	30	25	22	18

Примечание. Знак «+» указывает на то, что угловая скорость звена действует по ходу часовой стрелки, знак «–» – на то, что в противоположном направлении.

**Задача 4.11.** Для структурной группы звеньев 1, 2, 3 и 4 (рис. 4.5, а), найти реакции в шарнирах  $A$ ,  $B$  и  $C$ , используя план сил. Данные взять из табл. 4.5.

Таблица 4.5

Вариант	Направление		$m_2$ , кг	$m_3$ , кг	$l_{AB}$ , м	$l_{BC}$ , м	$l_{AS_2}$ , м	$l_{BS_3}$ , м	$\varphi_1$	$\varphi_2$	$\varphi_3$	$\varphi_4$	$F_{и2}$ , Н	$F_{и3}$ , Н	$M_{и2}$ , Н·м	$M_{и3}$ , Н·м
	$\varepsilon_1$	$\varepsilon_2$														
1	+	–	3,2	4,8	1,0	0,8	0,6	0,3	35	35	130	40	44	50	20	32
2	+	+	3,8	5,6	1,2	1,5	0,7	0,6	50	20	100	35	36	44	28	33
3	–	–	3,6	5,2	0,8	1,3	0,4	0,6	70	40	40	110	20	28	10	16
4	–	+	2,8	5,8	0,5	1,2	0,2	0,6	65	30	30	100	35	40	40	50
5	+	–	5,0	3,2	1,5	0,8	0,5	0,3	60	25	110	50	50	64	33	41
6	–	–	6,0	6,0	1,0	1,5	0,6	0,7	33	45	120	100	30	45	36	44
7	+	+	5,2	5,2	1,5	1,3	0,7	0,6	55	28	45	60	28	42	32	40
8	–	+	3,6	3,6	1,4	0,7	0,8	0,3	50	50	110	110	50	30	20	46
9	–	+	5,8	5,8	1,2	1,8	0,6	0,8	60	35	35	35	48	52	30	36
10	+	–	3,0	3,0	0,7	0,9	0,3	0,5	80	30	130	90	40	50	35	30
11	+	+	4,0	4,0	0,9	1,8	0,5	0,9	20	60	50	120	80	40	44	30
12	+	+	3,5	3,5	1,1	0,7	0,6	0,4	25	70	120	60	60	30	24	26
13	–	–	3,8	6,0	0,8	2,2	0,4	0,9	75	50	80	80	70	70	25	15
14	+	–	2,5	2,5	1,0	1,0	0,5	0,4	80	20	40	90	65	55	30	38
15	–	+	0,8	3,0	4,6	0,6	0,8	0,3	0,3	30	40	100	30	65	40	20
16	+	+	5,6	4,8	1,8	1,2	0,8	0,5	55	35	75	125	28	27	20	24
17	–	–	4,2	4,2	1,6	0,9	0,8	0,6	30	80	60	70	30	40	25	29
18	–	+	4,0	5,0	0,8	0,5	0,4	0,2	40	40	110	35	20	30	19	13
19	+	–	3,0	5,2	1,2	1,6	0,6	0,7	20	65	140	85	30	25	22	18
20	+	–	6,0	3,0	2,0	1,4	1,2	0,7	40	85	60	60	36	32	17	15

Примечание. Знак «+» указывает на то, что угловая скорость звена действует по ходу часовой стрелки, знак «–» – на то, что в противоположном направлении.

**Задача 4.12.** Центры масс шатунов 2 и 4 механизма качающегося транспортера лежат посередине этих звеньев, а массы этих звеньев находятся в соотношении  $m_4 = 0,75 \cdot m_2$ . Определить силовое управляющее воздействие, используя кинетостатический метод, если масса шатуна  $m_2 = 5,2$  кг, кривошипа  $m_1 = 0,35 \cdot m_2$ , ползуна  $m_5 = 0,6 \cdot m_4$ , звеньев контура  $m_{BO_1} = m_{CO_1} = 0,3 \cdot m_2$  и  $m_{BC} = 0,15 \cdot m_2$ . Данные для построения кинематической схемы взять из [задачи 3](#), [задачи 4](#).

**Решение.** 1) По заданным геометрическим параметрам строим кинематическую схему механизма качающегося транспортера в масштабном коэффициенте длин  $\mu_l = 0,01$  м/мм ([рис. 4.7, а](#)). По условию задачи известно, что центры масс шатунов 2 и 4 лежат посередине этих звеньев, следовательно, используя теорему подобия, найдем положения точек  $S_2$  и  $S_4$  на кинематической схеме механизма качающегося транспортера.

2) Для полученной кинематической схемы строим план ускорений в соответствующем масштабном коэффициенте ([рис. 4.7, б](#)).

Центр масс кривошипа 1 совпадает с центром вращения точкой  $O$ , следовательно, ускорение центра масс равно нулю, т. е.  $a_{S_1} = 0$ . Используя теорему подобия, определим положение точек  $s_2$  и  $s_4$  на плане ускорений (рис. 4.7, б). Соединив точки  $s_2$  и  $s_4$  с полюсом плана ускорений точкой  $\pi$ , получим соответственно вектора ускорений центров масс шатунов 2 и 4, значения которых найдем по выражениям,  $\text{м/с}^2$ ,

$$a_{S_2} = |\pi s_2| \cdot \mu_a = 50 \cdot 2,028 = 101,4,$$

$$a_{S_4} = |\pi s_4| \cdot \mu_a = 26 \cdot 2,028 = 52,73.$$

Центр масс коромысла 3 (контур) лежит на пересечении медиан данной фигуры, т. е. в точке  $s_3$ . Замерив отрезок  $|\pi s_3|$  на плане ускорений (рис. 4.7, б), получим,  $\text{м/с}^2$ ,

$$a_{S_3} = |\pi s_3| \cdot \mu_a = 34 \cdot 2,028 = 68,95.$$

Центр масс ползуна 5 совпадает с точкой  $D$ , следовательно, ускорение центра масс ползуна равно ускорению точки  $D$ ,  $\text{м/с}^2$ :

$$a_{S_5} = a_D = |\pi d| \cdot \mu_a = 6 \cdot 2,028 = 12,17.$$

**3) Определим все силовые факторы, действующие на звенья механизма, следующим образом.**

Массы звеньев,  $H$ , равны

$$m_1 = 0,35 \cdot m_2 = 0,35 \cdot 5,2 = 1,82,$$

$$m_3 = m_{BO_1} + m_{CO_1} + m_{BC} = (0,3 + 0,3 + 0,15) \cdot m_2 = 0,75 \cdot 5,2 = 3,9,$$

$$m_4 = 0,75 \cdot m_2 = 0,75 \cdot 5,2 = 3,9,$$

$$m_5 = 0,6 \cdot m_4 = 0,6 \cdot 3,90 = 0,6 \cdot 3,90 = 2,34.$$

Силы тяжести звеньев механизма,  $H$ , составляет

$$G_1 = m_1 \cdot q = 1,82 \cdot 9,81 = 17,85,$$

$$G_2 = m_2 \cdot q = 5,2 \cdot 9,81 = 51,01,$$

$$G_3 = m_3 \cdot q = 3,9 \cdot 9,81 = 38,26,$$

$$G_4 = m_4 \cdot q = 3,9 \cdot 9,81 = 38,26,$$

$$G_5 = m_5 \cdot q = 2,34 \cdot 9,81 = 22,96.$$

Силы инерции звеньев механизма,  $H$ , равны

$$F_{и_1} = m_1 \cdot a_{S_1} = 1,82 \cdot 0 = 0,$$

$$F_{и_2} = m_2 \cdot a_{S_2} = 5,2 \cdot 101,4 = 527,28,$$

$$F_{и_3} = m_3 \cdot a_{S_3} = 3,9 \cdot 68,95 = 268,91,$$

$$F_{и_4} = m_4 \cdot a_{S_4} = 3,90 \cdot 52,73 = 205,65,$$

$$F_{и_5} = m_5 \cdot a_{S_5} = 2,34 \cdot 12,17 = 28,48.$$

Вектора сил инерций прикладываем к центрам масс звеньев, так как их направления действия противоположны направлениям действия ускорений центров масс этих же звеньев ([рис. 4.7, а](#)).

Моменты инерции звеньев,  $\text{кг} \cdot \text{м}^2$ , равны

$$J_{S_1} = 0,166 \cdot m_1 \cdot l_{OA}^2 = 0,166 \cdot 1,82 \cdot 0,15^2 = 0,00679,$$

$$J_{S_2} = 0,083 \cdot m_2 \cdot l_{AB}^2 = 0,083 \cdot 5,2 \cdot 0,37^2 = 0,05909,$$

$$J_{S_4} = 0,1 \cdot m_4 \cdot l_{CD}^2 = 0,083 \cdot 3,9 \cdot 0,26^2 = 0,02188.$$

Момент инерции коромысла 3,  $\text{кг} \cdot \text{м}^2$ ,

$$\begin{aligned} J_{S_3} &= \frac{\sum_{i=1}^n (m_i \cdot l_i^2)}{18} = \frac{m_{BO_1} \cdot l_{BO_1}^2 + m_{CO_1} \cdot l_{CO_1}^2 + m_{BC} \cdot l_{BC}^2}{18} = \\ &= \frac{1,56 \cdot 0,2^2 + 1,56 \cdot 0,2^2 + 0,78 \cdot 0,08^2}{18} = 0,00721, \end{aligned}$$

где  $n$  – количество стержней, образующих коромысло (контур),  $\text{кг}$ ;

$$m_{BO_1} = 0,3 \cdot m_2 = 0,3 \cdot 5,2 = 1,56,$$

$$m_{CO_1} = 0,3 \cdot m_2 = 0,3 \cdot 5,2 = 1,56,$$

$$m_{BC} = 0,15 \cdot m_2 = 0,15 \cdot 5,2 = 0,78.$$

Угловые ускорения звеньев механизма,  $\text{с}^{-2}$ , равны

$$\varepsilon_1 = \frac{a_{AO}^\tau}{l_{AO}} = \frac{0}{0,20} = 0,$$

$$\varepsilon_2 = \frac{a_{BA}^\tau}{l_{AB}} = \frac{|n_1 b| \cdot \mu_a}{l_{AB}} = \frac{3 \cdot 2,028}{0,37} = 16,43,$$

$$\varepsilon_3 = \frac{a_{BO_1}^\tau}{l_{BO_1}} = \frac{|n_2 b| \cdot \mu_a}{l_{BO_1}} = \frac{25 \cdot 2,028}{0,20} = 253,5,$$

$$\varepsilon_4 = \frac{a_{DC}^\tau}{l_{CD}} = \frac{|n_5 d| \cdot \mu_a}{l_{CD}} = \frac{45 \cdot 2,028}{0,26} = 351.$$

Угловое ускорение ползуна 5 равно нулю, т. е.  $\varepsilon_5 = 0$ , т. к. ползун 5 со стойкой 0 образует поступательную пару 5-го класса, следовательно, данное звено может совершать только поступательные прямолинейные движения. Для определения направлений действия угловых ускорений  $\varepsilon_2$ ,  $\varepsilon_3$  и  $\varepsilon_4$  перенесем вектора тангенциальных ускорений  $\vec{a}_{BA}^\tau$ ,  $\vec{a}_{BO_1}^\tau$  и  $\vec{a}_{DC}^\tau$  ([рис. 4.7, б](#)), соответственно, в точки  $B$  и  $D$  на кинематической схеме механизма

(рис. 4.7, а). При этом точки  $A$  и  $C$  считаем условно неподвижными. В этом случае полученные системы будут совершать вращательные движения, соответственно, вокруг неподвижных точек  $A$ ,  $O_1$  и  $C$ . Данные направления движений и есть, соответственно, направления действия угловых ускорений этих звеньев, т. е. угловые ускорения  $\varepsilon_2$  и  $\varepsilon_3$  действуют по ходу часовой стрелки, угловое ускорение  $\varepsilon_4$  имеет противоположное направление.

Моменты пары сил инерции звеньев,  $\text{Н} \cdot \text{м}$ , равны

$$\begin{aligned} M_{и_1} &= J_{S_1} \cdot \varepsilon_1 = 0,00679 \cdot 0 = 0, \\ M_{и_2} &= J_{S_2} \cdot \varepsilon_2 = 0,05909 \cdot 16,43 = 0,97, \\ M_{и_3} &= J_{S_3} \cdot \varepsilon_3 = 0,00721 \cdot 253,5 = 1,83, \\ M_{и_4} &= J_{S_4} \cdot \varepsilon_4 = 0,02188 \cdot 351,0 = 7,68, \\ M_{и_5} &= J_{S_5} \cdot \varepsilon_5 = J_{S_5} \cdot 0 = 0. \end{aligned}$$

Направления действия моментов пар сил инерции  $M_{и_2}$ ,  $M_{и_3}$  и  $M_{и_4}$  противоположны направлениям действия соответствующих угловых ускорений  $\varepsilon_2$ ,  $\varepsilon_3$  и  $\varepsilon_4$ , т. е. моменты пар сил инерции шатуна 2 и коромысла 3 действуют противоположно ходу часовой стрелки (рис. 4.7, з), а момент пары сил инерции шатуна 4 действует по ходу часовой стрелки (рис. 4.7, в).

4) С целью определения реакций в кинематических парах разделим кинематическую схему механизма на структурные группы звеньев.

Структурная группа звеньев 5 – 4 показана на рис. 4.7, в. Действующими силовыми факторами являются: силы тяжести звеньев  $\vec{G}_4$  и  $\vec{G}_5$ , силы инерции  $\vec{F}_{и_4}$  и  $\vec{F}_{и_5}$ , момент пары сил инерции  $M_{и_4}$ , реакции  $\vec{R}_{34}$  и  $\vec{R}_{05}$ , характеризующие действия звеньев 3 и 0. Для реакции  $\vec{R}_{05}$  известны точка ее приложения и линия действия (перпендикулярно к прямой  $OD$ ). Для реакции  $\vec{R}_{34}$  известна только точка ее приложения. Разложим реакцию  $\vec{R}_{34}$  на составляющие  $\vec{R}_{34}^n$  и  $\vec{R}_{34}^t$ .

Уравнение равновесия полученной системы имеет вид

$$\vec{R}_{34}^n + \vec{R}_{34}^t + \vec{G}_4 + \vec{F}_{и_4} + \vec{G}_5 + \vec{F}_{и_5} + \vec{R}_{05} = 0. \quad (4.9)$$

Уравнение равновесия (4.9) содержит три неизвестных:  $\vec{R}_{34}^n$ ,  $\vec{R}_{34}^t$  и  $\vec{R}_{05}$ , следовательно, статическая неопределимость системы равна двум.

С целью раскрытия статической неопределимости найдем значение тангенциальной составляющей реакции  $R_{34}^t$ .

Звено 4:  $\sum m(F_i)_D = 0$ , или

$$R_{34}^t \cdot l_{CD} - M_{и_4} - F_{и_4} \cdot h_1 + G_4 \cdot h_2 = 0,$$



где плечи моментов, м,

$$h_1 = |h_1| \cdot \mu_l = 13 \cdot 0,01 = 0,13,$$

$$h_2 = |h_2| \cdot \mu_l = 11 \cdot 0,01 = 0,11.$$

Значение тангенциальной составляющей реакции в шарнире С, Н,

$$R_{34}^\tau = \frac{F_{\dot{e}_4} \cdot h_1 + M_{\dot{e}_4} - G_4 \cdot h_2}{l_{CD}} = \frac{205,65 \cdot 0,13 + 7,68 - 38,26 \cdot 0,11}{0,26} = 116,18.$$

В результате проведенных вычислений в уравнении равновесия (4.9) осталось только две неизвестные –  $\vec{R}_{34}^n$  и  $\vec{R}_{05}$ , следовательно, статическая неопределимость системы равна единице. Определение оставшихся неизвестных выполним с помощью плана сил.

Масштабный коэффициент плана сил, Н/мм, найдем по формуле

$$\mu_F = \frac{F_{n_4}}{|x|} = \frac{205,65}{55} = 3,74.$$

Переведем в масштабный коэффициент остальные силы, мм:

$$|R_{34}^\tau| = \frac{R_{34}^\tau}{\mu_F} = \frac{116,16}{3,74} = 31,06 \approx 31,$$

$$|G_4| = \frac{G_4}{\mu_F} = \frac{38,26}{3,74} = 10,23 \approx 10,$$

$$|F_{n_5}| = \frac{F_{n_5}}{\mu_F} = \frac{28,48}{3,74} = 7,61 \approx 8,$$

$$|G_5| = \frac{G_5}{\mu_F} = \frac{22,96}{3,74} = 6,14 \approx 6.$$

По полученным величинам строим план сил (рис. 4.7, з).

Значение нормальной составляющей реакции в шарнире С, Н,

$$R_{34}^n = |R_{34}^n| \cdot \mu_F = 11 \cdot 3,74 = 41,14.$$

Значения полных реакций в шарнирах С и D, Н, равны

$$R_{34} = |R_{34}| \cdot \mu_F = 33 \cdot 3,74 = 123,42,$$

$$R_{05} = |R_{05}| \cdot \mu_F = 16 \cdot 3,74 = 59,84.$$

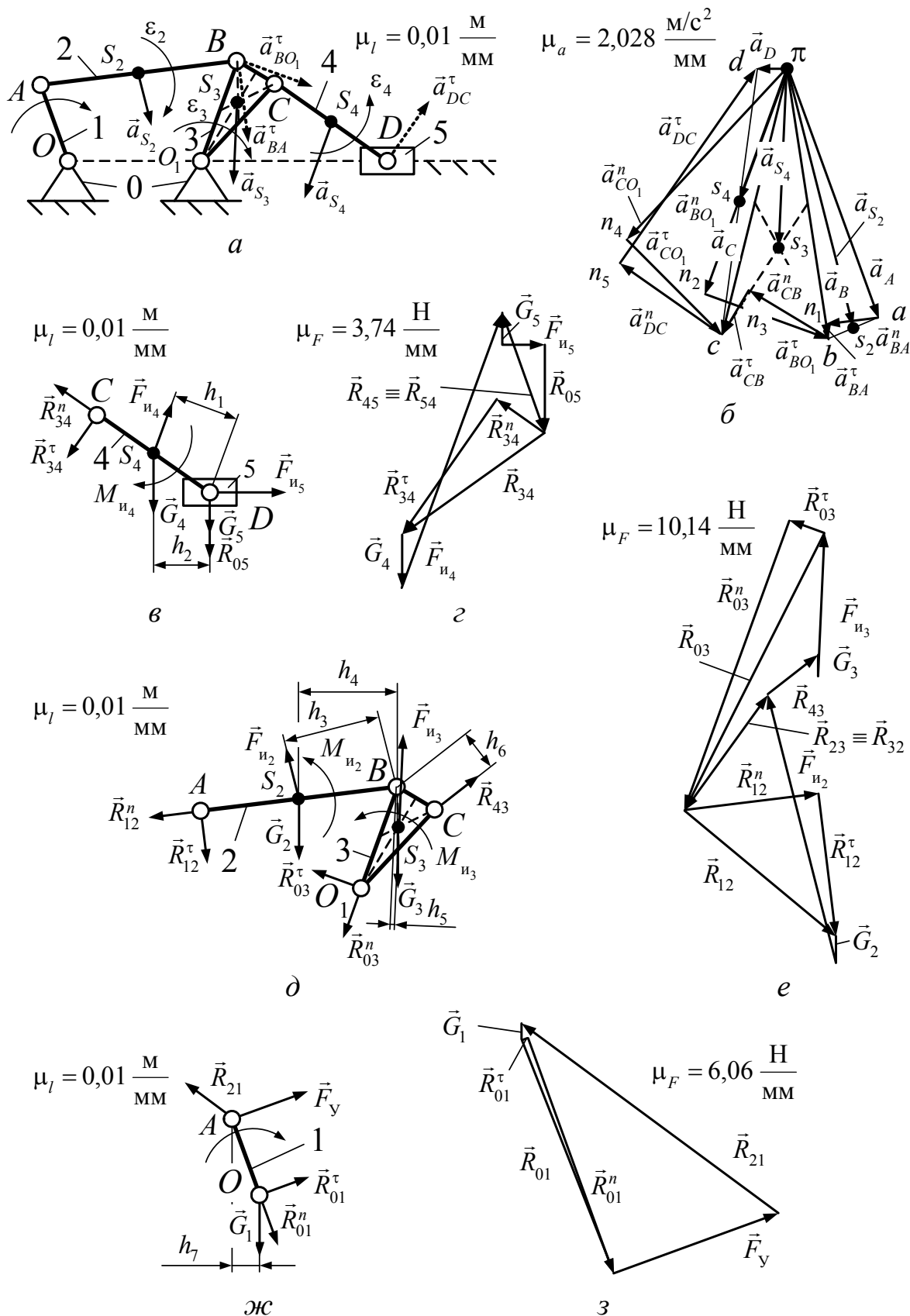


Рис. 4.7. Силовой анализ механизма качающегося транспортера

С целью определения реакции в шарнире  $D$  соединим на плане сил вершину вектора  $\vec{F}_{и_4}$  с вершиной вектора  $\vec{R}_{05}$ . Замерив полученный отрезок, определим значение реакции в шарнире  $B$ , Н:

$$R_{45} = R_{54} = |\vec{R}_{45}| \cdot \mu_F = 24 \cdot 3,74 = 89,76,$$

где  $|\vec{R}_{45}|$  – отрезок с плана сил ([рис. 4.7, з](#)).

Структурная группа звеньев 3 – 2 показана на [рис. 4.7, д](#). Действующими силовыми факторами являются: силы тяжести звеньев  $\vec{G}_2$  и  $\vec{G}_3$ , силы инерции  $\vec{F}_{и_2}$  и  $\vec{F}_{и_3}$ , моменты пар сил инерции  $M_{и_2}$  и  $M_{и_3}$ , реакция  $\vec{R}_{43}$  в шарнире  $C$  ( $R_{43} = |\vec{R}_{34}| = 123,42$  Н), реакции  $\vec{R}_{12}$  и  $\vec{R}_{03}$ , характеризующие действия звеньев 1 и 4. Для реакций  $\vec{R}_{12}$  и  $\vec{R}_{03}$  известны только точки приложения. Разложим реакции  $\vec{R}_{12}$  и  $\vec{R}_{03}$  на составляющие  $\vec{R}_{12}^n$ ,  $\vec{R}_{12}^\tau$  и  $\vec{R}_{03}^n$ ,  $\vec{R}_{03}^\tau$ .

Уравнение равновесия полученной системы имеет вид

$$\vec{R}_{12}^n + \vec{R}_{12}^\tau + \vec{G}_2 + \vec{F}_{и_2} + \vec{R}_{43} + \vec{G}_3 + \vec{F}_{и_3} + \vec{R}_{03}^\tau + \vec{R}_{03}^n = 0. \quad (4.10)$$

Уравнение равновесия (4.10) содержит четыре неизвестных:  $\vec{R}_{34}^n$ ,  $\vec{R}_{34}^\tau$  и  $\vec{R}_{03}^n$ ,  $\vec{R}_{03}^\tau$ , следовательно, статическая неопределимость системы равна трем.

С целью раскрытия статической неопределимости найдем значения тангенциальных составляющих реакций  $R_{34}^\tau$  и  $R_{03}^\tau$ .

Звено 2:  $\sum m(F_i)_B = 0$ , или

$$R_{12}^\tau \cdot l_{AB} + M_{и_2} - F_{и_2} \cdot h_3 + G_2 \cdot h_4 = 0,$$

где плечи моментов, м,

$$h_3 = |h_3| \cdot \mu_l = 18 \cdot 0,01 = 0,18,$$

$$h_4 = |h_4| \cdot \mu_l = 18 \cdot 0,01 = 0,18.$$

Значение тангенциальной составляющей реакции в шарнире  $A$ , Н,

$$R_{12}^\tau = \frac{F_{и_2} \cdot h_3 - M_{и_2} - G_2 \cdot h_4}{l_{AB}} = \frac{527,28 \cdot 0,18 - 0,97 + 51,01 \cdot 0,18}{0,37} = 278,71.$$

Звено 3:  $\sum m(F_i)_B = 0$ , или

$$-R_{03}^\tau \cdot l_{BO_1} + M_{и_3} + F_{и_3} \cdot h_5 + R_{43} \cdot h_6 = 0,$$

где  $m_B(G_3)=0$ , т. к. линия действия вектора  $\vec{G}_3$  проходит через точку  $B$ , плечи моментов, м,

$$h_5 = |h_5| \cdot \mu_l = 1 \cdot 0,01 = 0,01,$$

$$h_6 = |h_6| \cdot \mu_l = 8 \cdot 0,01 = 0,08.$$

Значение тангенциальной составляющей реакции в шарнире  $O_1$ , Н,

$$R_{03}^\tau = \frac{F_{и3} \cdot h_5 + M_{и3} + R_{43} \cdot h_6}{l_{BO_1}} = \frac{268,91 \cdot 0,01 + 1,83 + 123,42 \cdot 0,08}{0,20} = 71,96.$$

В результате проведенных вычислений в уравнении равновесия (4.10) осталось только две неизвестные –  $\vec{R}_{12}^n$  и  $\vec{R}_{03}^n$ , следовательно, статическая неопределимость системы равна единице. Определение оставшихся неизвестных выполним с помощью плана сил.

Масштабный коэффициент плана сил, Н/мм, вычислим по формуле

$$\mu_F = \frac{F_{и2}}{|x|} = \frac{527,28}{52} = 10,14.$$

Переведем в масштабный коэффициент остальные силы, мм:

$$|R_{12}^\tau| = \frac{R_{12}^\tau}{\mu_F} = \frac{278,71}{10,14} = 27,49 \approx 27,$$

$$|G_2| = \frac{G_2}{\mu_F} = \frac{51,01}{10,14} = 5,03 \approx 5,$$

$$|F_{и3}| = \frac{F_{и3}}{\mu_F} = \frac{268,91}{10,14} = 26,52 \approx 26,$$

$$|G_3| = \frac{G_3}{\mu_F} = \frac{38,26}{10,14} = 3,77 \approx 4,$$

$$|R_{03}^\tau| = \frac{R_{03}^\tau}{\mu_F} = \frac{71,96}{10,14} = 7,09 \approx 7,$$

$$|R_{43}| = \frac{R_{43}}{\mu_F} = \frac{123,42}{10,14} = 12,17 \approx 12.$$

По полученным величинам строим план сил в выбранном масштабном коэффициенте (рис. 4.7, е).

Значения нормальных составляющих реакций, Н, равны

$$R_{03}^n = |R_{03}^n| \cdot \mu_F = 58 \cdot 10,14 = 588,12,$$

$$R_{12}^n = |R_{12}^n| \cdot \mu_F = 25 \cdot 10,14 = 253,50.$$

Значения полных реакций в шарнирах  $A$  и  $O_1$ , Н, равны

$$R_{03} = |R_{03}| \cdot \mu_F = 58 \cdot 10,14 = 588,12,$$

$$R_{12} = |R_{12}| \cdot \mu_F = 37 \cdot 10,14 = 375,18.$$

С целью определения реакции в шарнире  $B$  соединим на плане сил вершину вектора  $\vec{F}_{и2}$  с вершиной вектора  $\vec{R}_{03}^n$ . Замерив полученный отрезок, определим величину реакции в шарнире  $B$ , мм:

$$R_{23} = R_{32} = |R_{23}| \cdot \mu_F = 27 \cdot 10,14 = 273,78,$$

где  $|R_{23}|$  – отрезок с плана сил ([рис. 4.7, е](#)).

Структурная группа звеньев  $1 - 0$  показана на [рис. 4.7, ж](#). Действующими силовыми факторами являются: сила тяжести кривошипа  $\vec{G}_1$ , реакция  $\vec{R}_{21}$  в шарнире  $A$  ( $R_{21} = |R_{12}| = 375,18$  Н), реакция  $\vec{R}_{01}$ , характеризующая действия стойки 0. Для реакции  $\vec{R}_{01}$  известна только точка приложения. Разложим реакцию  $\vec{R}_{01}$  на составляющие  $\vec{R}_{01}^n$  и  $\vec{R}_{01}^\tau$ .

Уравнение равновесия полученной системы принимает вид

$$\vec{F}_y + \vec{R}_{21} + \vec{G}_1 + \vec{R}_{01}^\tau + \vec{R}_{01}^n = 0. \quad (4.11)$$

Уравнение равновесия ([4.11](#)) содержит три неизвестных:  $\vec{R}_{01}^n$ ,  $\vec{R}_{01}^\tau$  и  $\vec{F}_y$ , следовательно, статическая неопределимость системы равна двум.

С целью раскрытия статической неопределимости найдем значение тангенциальной составляющей реакции  $R_{01}^\tau$ .

Звено 1:  $\sum m(F_i)_A = 0$ , или

$$R_{01}^\tau \cdot l_{OA} - G_1 \cdot h_7 = 0,$$

где  $m_B(F_y) = 0$ ,  $m_B(R_{21}) = 0$ ,  $m_B(R_{01}^n) = 0$  т. к. линии действия векторов  $\vec{F}_y$ ,  $\vec{R}_{21}$ ,  $\vec{R}_{01}^n$  проходят через точку  $A$ , а плечо момента, м, равно

$$h_7 = |h_7| \cdot \mu_l = 5 \cdot 0,01 = 0,05.$$

Величина тангенциальной составляющей реакции в шарнире  $O$ , Н,

$$R_{01}^\tau = \frac{G_1 \cdot h_7}{l_{OA}} = \frac{17,85 \cdot 0,05}{0,20} = 4,46 \text{ Н}.$$

В результате проведенных вычислений в уравнении равновесия (4.11) осталось только две неизвестные  $-\vec{R}_{01}^n$  и  $\vec{F}_y$ , следовательно, статическая неопределимость системы равна единице. Определение оставшихся неизвестных выполним с помощью плана сил.

Масштабный коэффициент плана сил, Н/мм, вычислим по формуле

$$\mu_F = \frac{R_{21}}{|x|} = \frac{375,18}{60} = 6,25.$$

Переведем в масштабный коэффициент остальные силы, мм:

$$|G_1| = \frac{G_1}{\mu_F} = \frac{17,85}{6,25} = 2,86 \approx 3,$$

$$|R_{01}^\tau| = \frac{R_{01}^\tau}{\mu_F} = \frac{4,46}{6,25} = 0,72 \approx 1.$$

По полученным величинам строим план сил в выбранном масштабном коэффициенте (рис. 4.7, з).

Значение нормальной составляющей реакции, Н, равно

$$R_{01}^n = |R_{01}^n| \cdot \mu_F = 47 \cdot 6,25 = 293,75,$$

$$R_{01} = |R_{01}| \cdot \mu_F = 47 \cdot 6,25 = 293,75.$$

Уравновешивающая сила, Н,

$$F_y = |F_y| \cdot \mu_F = 33 \cdot 6,25 = 206,25.$$

Уравновешивающий момент, Н·м,

$$M_y = F_y \cdot l_{OA} = 206,25 \cdot 0,20 = 41,25.$$

**В ы в о д.** Силовое управляющее воздействие равно 41,25 Н·м.

**Задача 4.13.** Для кривошипно-ползунного механизма определить силовое управляющее воздействие, используя теорему Жуковского, если массы звеньев находятся в соотношении  $m_1 = 0,45 \cdot m_2$ ,  $m_3 = 0,6 \cdot m_2$ . Данные для построения кинематической схемы механизма и планов скоростей и ускорений взять из задачи 3.1, а для составления расчетной схемы – из задачи 4.1.

**Р е ш е н и е.** 1) По заданным геометрическим параметрам строим кинематическую схему кривошипно-ползунного механизма в масштабном коэффициенте длин  $\mu_l = 0,01$  м/мм (рис. 4.8, а).

2) Для полученной кинематической схемы исходя из условия задачи 3.1 строим план скоростей в соответствующем масштабном коэффициенте (рис. 4.8, б).

3) Исходя из условия [задачи 4.1](#) составляем расчетную схему ([рис. 4.8, а](#)) для кривошипно-ползунного механизма. При этом на звенья механизма действуют следующие силовые факторы:

а) силы инерции шатуна 2 и ползуна 3, Н:

$$F_{и2} = m_2 \cdot a_{S_2} = 3,4 \cdot 2424 = 8241,6,$$

$$F_{и3} = 0,6 \cdot m_2 \cdot a_{S_3} = 0,6 \cdot 3,4 \cdot 2736 = 5581,44.$$

б) силы тяжести звеньев механизма, Н:

$$G_1 = m_1 \cdot q = 0,45 \cdot m_2 \cdot q = 0,45 \cdot 3,4 \cdot 9,81 = 15,01,$$

$$G_2 = m_2 \cdot q = 3,4 \cdot 9,81 = 33,35,$$

$$G_3 = m_3 \cdot q = 0,6 \cdot m_2 \cdot q = 0,6 \cdot 3,4 \cdot 9,81 = 20,01.$$

в) момент пары сил инерции шатуна 2, Н·м:

$$M_{и2} = J_{S_2} \cdot \varepsilon_2 = 0,033 \cdot 2894,12 = 95,51.$$

Заменяем момент пары сил инерции шатуна 2 парой сил, Н, и получаем

$$F_M = F'_M = \frac{M_{и2}}{l_{AB}} = \frac{95,51}{0,34} = 280,91.$$

4) В масштабном коэффициенте скоростей строим повернутый на  $90^\circ$  план скоростей, поворот осуществляем в направлении движения кривошипа ([рис. 4.8, в](#)). Следуя теореме Жуковского, переносим в одноименные точки повернутого плана с кинематической схемы кривошипно-ползунного механизма ([рис. 4.8, а](#)) вектора сил  $\vec{G}_1$ ,  $\vec{G}_2$ ,  $\vec{G}_3$ ,  $\vec{F}_{и2}$ ,  $\vec{F}_{и3}$ ,  $\vec{F}_M$  и  $\vec{F}'_M$ , действующих на звенья механизма ([рис. 4.8, в](#)). Для определения величины уравнивающей силы составим сумму моментов всех сил, действующих на данную систему относительно полюса повернутого плана скоростей:

$$\sum m(F_i)_p = 0 \quad G_2 \cdot h_1 + F_{и2} \cdot h_2 - F'_M \cdot h_3 - F_M \cdot h_4 + F_{и3} \cdot |pb| - F_y \cdot |pa| = 0,$$

где  $m_p(G_1) = 0$ ,  $m_p(G_3) = 0$ , т. к. линии действия векторов  $\vec{G}_1$  и  $\vec{G}_3$  проходят через полюс плана скоростей точку  $p$ , а плечи моментов  $h_1 = 19$  мм,  $h_2 = 29$  мм,  $h_3 = 23$  мм,  $h_4 = 19$  мм,  $|pb| = 46$  мм,  $|pa| = 48$  мм.

Следовательно, уравнивающая сила, Н,

$$F_y = \frac{G_2 \cdot h_1 + F_{u_2} \cdot h_2 - F'_M \cdot h_3 - F_M \cdot h_4 + F_{u_3} \cdot |pb|}{|pa|} =$$

$$= \frac{33,35 \cdot 19 + 8241,6 \cdot 29 - 280,91 \cdot 23 - 280,91 \cdot 19 + 5581,44 \cdot 46}{48} = 10095,58.$$

Уравновешивающий момент, Н·м,

$$M_y = F_y \cdot l_{OA} = 10095,58 \cdot 0,20 = 2019,12.$$

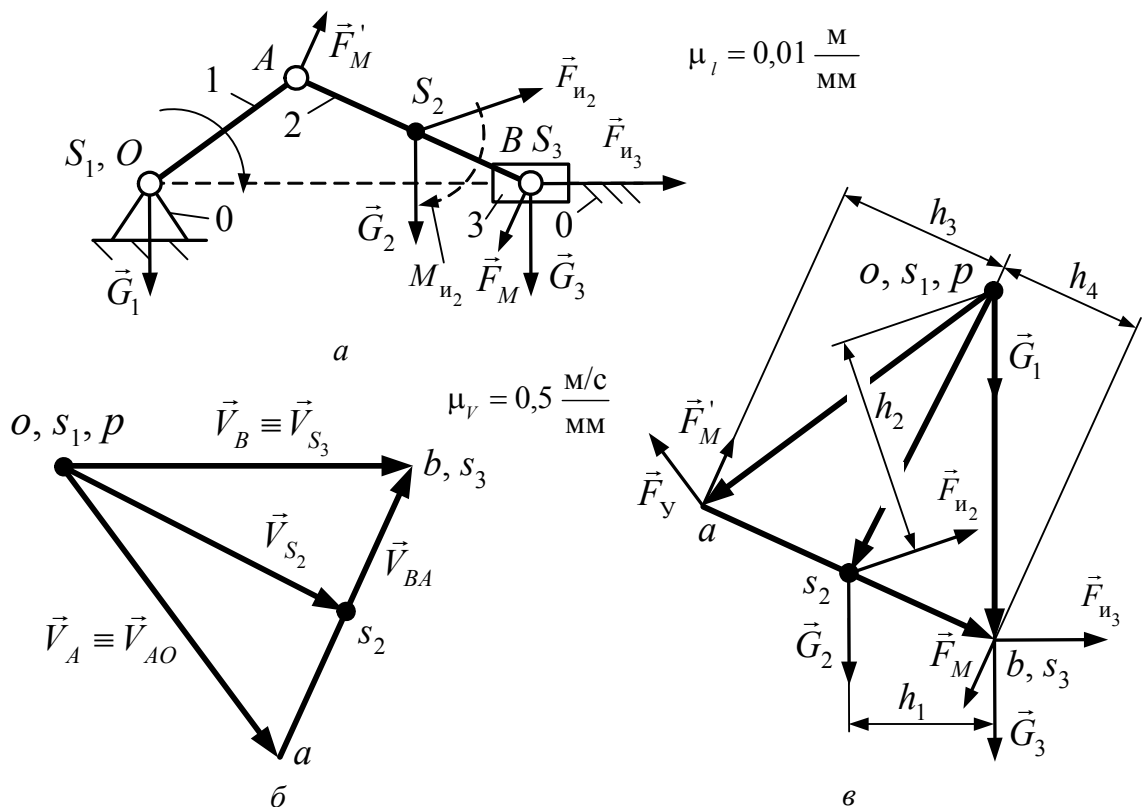


Рис. 4.8. Силовой анализ кривошипно-ползунного механизма

**В ы в о д.** Силовое управляющее воздействие равно 2019,12 Н·м.

**Задача 4.14.** Для шарнирного механизма определить силовое управляющее воздействие, используя теорему Жуковского, если массы звеньев находятся в соотношении  $m_1 = 0,45 \cdot m_2$ ,  $m_3 = 0,6 \cdot m_2$ . Данные для построения кинематической схемы механизма и планов скоростей и ускорений взять из [задачи 3.2](#), а для составления расчетной схемы – из [задачи 4.2](#).

**Р е ш е н и е.** 1) По заданным геометрическим параметрам строим кинематическую схему шарнирного механизма в масштабном коэффициенте длин  $\mu_l = 0,01$  м/мм ([рис. 4.9, а](#)).



2) Для полученной кинематической схемы исходя из условия задачи 3.2 строим план скоростей в соответствующем масштабном коэффициенте (рис. 4.9, б).

3) Исходя из условия задачи 4.2 составляем расчетную схему (рис. 4.9, а) для шарнирного механизма. При этом на звенья механизма действуют следующие силовые факторы.

а) силы инерции шатуна 2 и коромысла 3, Н,

$$F_{и_2} = m_2 \cdot a_{s_2} = 4,5 \cdot 705,0 = 3172,5,$$

$$F_{и_3} = 0,6 \cdot m_2 \cdot a_{s_3} = 0,6 \cdot 4,5 \cdot 390,0 = 1053.$$

б) силы тяжести звеньев механизма, Н,

$$G_1 = m_1 \cdot q = 0,45 \cdot m_2 \cdot q = 0,45 \cdot 4,5 \cdot 9,81 = 19,86,$$

$$G_2 = m_2 \cdot q = 4,5 \cdot 9,81 = 44,15,$$

$$G_3 = m_3 \cdot q = 0,6 \cdot m_2 \cdot q = 0,6 \cdot 4,5 \cdot 9,81 = 26,49.$$

в) моменты пары сил инерции шатуна 2 и коромысла 3, Н·м,

$$M_{и_2} = J_{s_2} \cdot \varepsilon_2 = 0,059 \cdot 1387,5 = 81,86,$$

$$M_{и_3} = J_{s_3} \cdot \varepsilon_3 = 0,04 \cdot 2142,86 = 85,71.$$

Заменяем моменты пары сил инерции шатуна 2 и коромысла 3 эквивалентными парами сил, Н и получаем

$$F_{M_2} = F'_{M_2} = \frac{M_{и_2}}{l_{AB}} = \frac{81,86}{0,4} = 204,65,$$

$$F_{M_3} = F'_{M_3} = \frac{M_{и_3}}{l_{BO_1}} = \frac{85,71}{0,35} = 244,88.$$

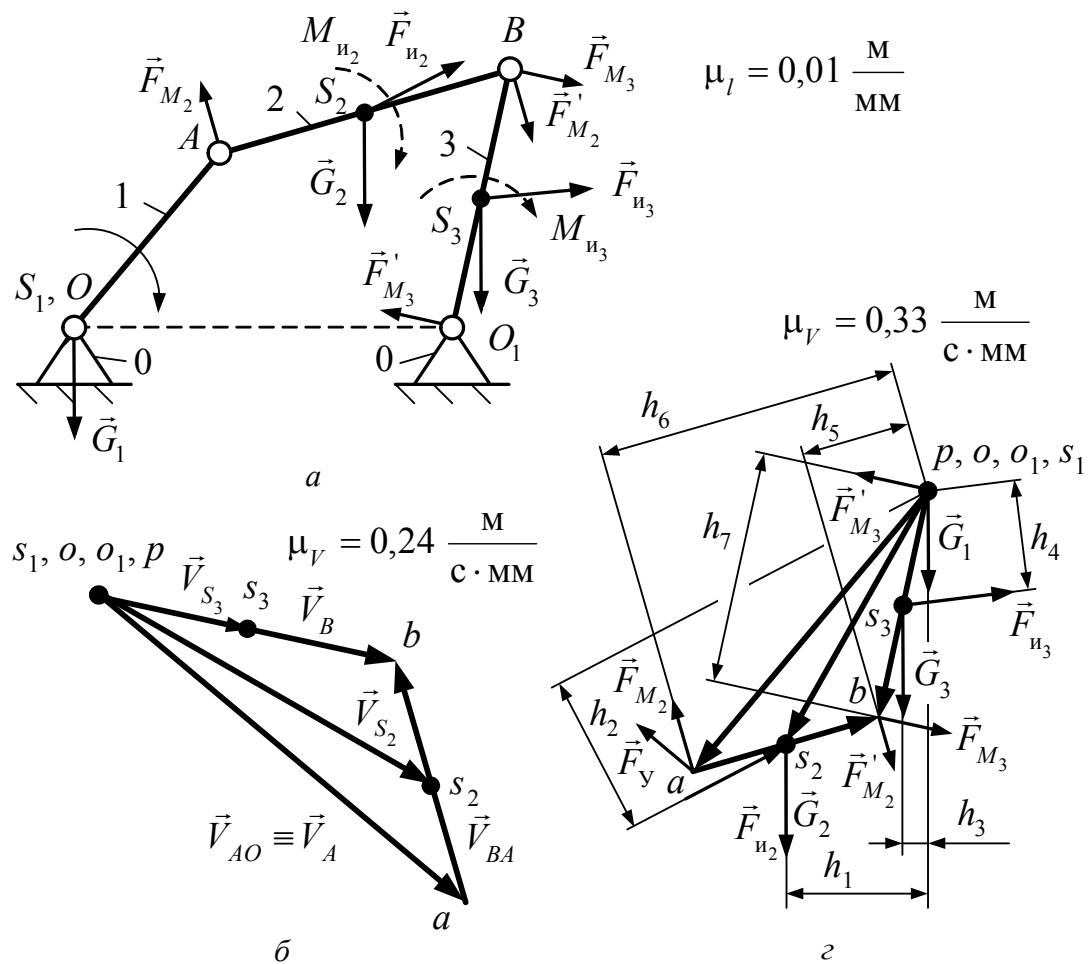


Рис. 4.9. Силовой анализ шарнирного механизма

4) В масштабном коэффициенте скоростей строим повернутый на  $90^\circ$  план скоростей, поворот осуществляем в направлении движения кривошипа (рис. 4.9, в). Следуя теореме Жуковского, переносим в одноименные точки повернутого плана с кинематической схемы шарнирного механизма (рис. 4.9, а) вектора сил  $\vec{G}_1$ ,  $\vec{G}_2$ ,  $\vec{G}_4$ ,  $\vec{F}_{u_2}$ ,  $\vec{F}_{u_4}$ ,  $\vec{F}_{M_2}$ ,  $\vec{F}'_{M_2}$ ,  $\vec{F}_{M_4}$  и  $\vec{F}'_{M_4}$ , действующие на звенья механизма (рис. 4.9, в). Для определения величины уравновешивающей силы составим сумму моментов всех сил, действующих на данную систему относительно полюса повернутого плана скоростей:

$$\sum m(F_i)_p = 0, \text{ или}$$

$$G_2 \cdot h_1 + F_{u_2} \cdot h_2 + G_4 \cdot h_3 + F_{u_4} \cdot h_4 + F'_{M_2} \cdot h_5 - F_{M_2} \cdot h_6 + F_{M_4} \cdot h_7 - F_y \cdot |pa| = 0,$$

где  $m_p(G_1) = 0$ , т. к. линии действия вектора  $\vec{G}_1$  проходят через полюс плана скоростей точку  $p$ , а плечи моментов  $h_1 = 19$  мм,  $h_2 = 21$  мм,  $h_3 = 3$  мм,  $h_4 = 14$  мм,  $h_5 = 14$  мм,  $h_6 = 40$  мм,  $h_7 = 31$  мм,  $|pa| = 48$  мм.

Следовательно, уравновешивающая сила,  $H$ ,

$$F_y = \frac{G_2 \cdot h_1 + F_{и_2} \cdot h_2 + G_3 \cdot h_3 + F_{и_3} \cdot h_4 + F'_{M_2} \cdot h_5 - F_{M_2} \cdot h_6 + F_{M_3} \cdot h_7}{|pa|} =$$

$$= \frac{\left( 44,15 \cdot 19 + 3172,5 \cdot 21 + 26,49 \cdot 3 + 1053,0 \cdot 14 + \right.}{48} = 1761,52 \text{ Н.}$$

$$\left. + 204,65 \cdot 14 - 204,65 \cdot 40 + 244,88 \cdot 31 \right)$$

Уравновешивающий момент, Н·м,

$$M_y = F_y \cdot l_{OA} = 1761,52 \cdot 0,30 = 528,46.$$

**В ы в о д.** Силовое управляющее воздействие равно 528,46 Н·м.

**Задача 4.15.** Для кулисного механизма определить силовое управляющее воздействие, используя теорему Жуковского, если массы звеньев находятся в соотношении  $m_1 = 0,29 \cdot m_3$ ,  $m_2 = 0,38 \cdot m_3$ . Данные для построения кинематической схемы механизма и планов скоростей и ускорений взять из [задачи 3.3](#), а для составления расчетной – схемы из [задачи 4.3](#).

**Р е ш е н и е.** 1) По заданным геометрическим параметрам строим кинематическую схему кулисного механизма в масштабном коэффициенте длин  $\mu_l = 0,01$  м/мм ([рис. 4.10, а](#)).

2) Для полученной кинематической схемы исходя из условия [задачи 3.3](#) строим план скоростей в соответствующем масштабном коэффициенте ([рис. 4.10, б](#)).

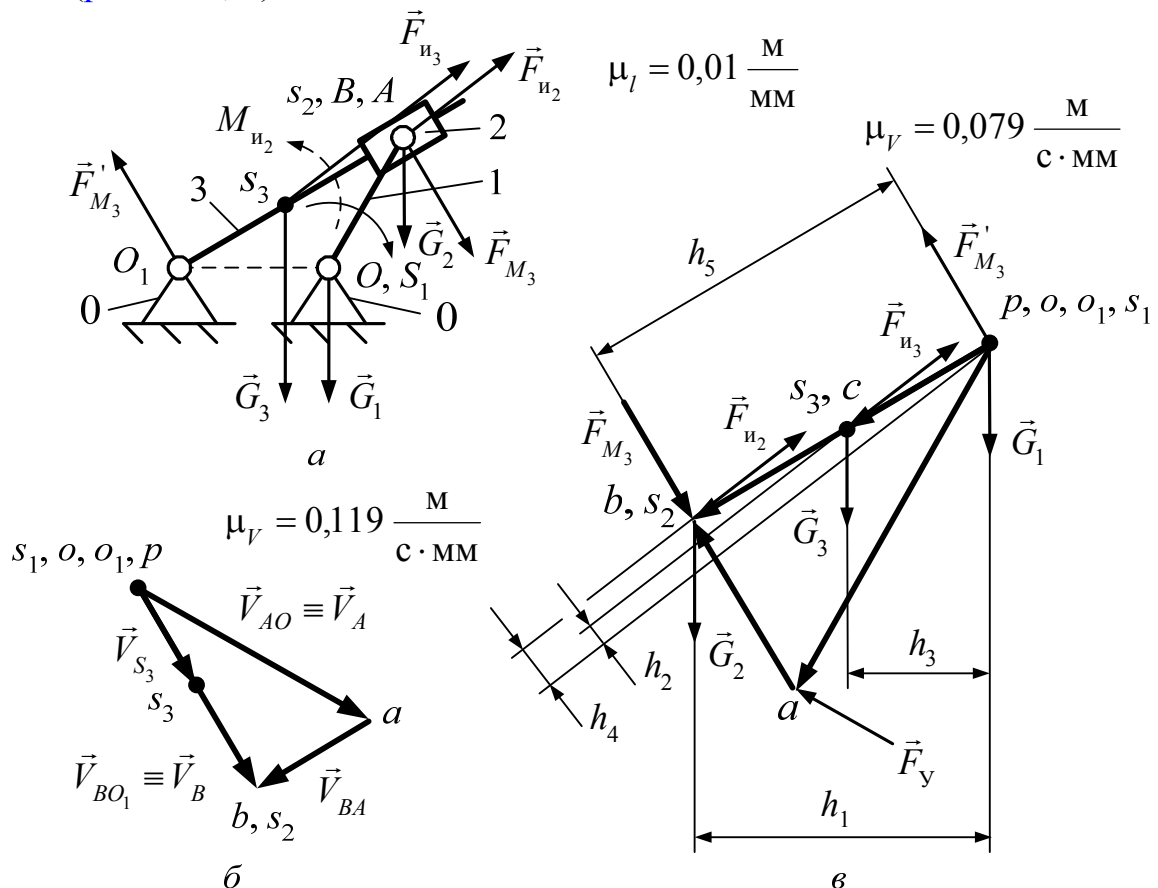


Рис. 4.10. Силовой анализ кулисного механизма

3) Исходя из условия [задачи 4.3](#) составляем расчетную схему ([рис. 4.10, а](#)) для кулисного механизма. При этом на звенья механизма действуют следующие силовые факторы.

а) силы инерции ползуна 2 и кулисы 3, Н,

$$F_{и3} = m_3 \cdot a_{s3} = 4,25 \cdot 20,02 = 85,08 \text{ Н},$$

$$F_{и2} = m_2 \cdot a_{s2} = 0,38 \cdot m_3 \cdot a_{s2} = 0,38 \cdot 4,25 \cdot 38,5 = 62,18.$$

б) силы тяжести звеньев механизма, Н,

$$G_1 = m_1 \cdot q = 0,29 \cdot m_3 \cdot q = 0,29 \cdot 4,25 \cdot 9,81 = 12,09,$$

$$G_2 = m_2 \cdot q = 0,38 \cdot m_3 \cdot q = 0,38 \cdot 4,25 \cdot 9,81 = 15,84,$$

$$G_3 = m_3 \cdot q = 4,25 \cdot 9,81 = 41,69.$$

в) момент пары сил инерции кулисы 3, Н·м,

$$M_{и3} = J_{s3} \cdot \varepsilon_3 = 0,043 \cdot 17,60 = 0,757.$$

Заменяем момент пары сил инерции кулисы 3 парой сил, Н:

$$F_{M3} = F'_{M3} = \frac{M_{и3}}{l_{AB}} = \frac{0,757}{0,34} = 2,23.$$

4) В масштабном коэффициенте скоростей строим повернутый на  $90^\circ$  план скоростей, поворот осуществляем в направлении движения кривошипа ([рис. 4.10, б](#)). Следуя теореме Жуковского, переносим в одноименные точки повернутого плана с кинематической схемы кулисного механизма ([рис. 4.10, а](#)) вектора сил  $\vec{G}_1$ ,  $\vec{G}_2$ ,  $\vec{G}_3$ ,  $\vec{F}_{и2}$ ,  $\vec{F}_{и3}$ ,  $\vec{F}_{M3}$  и  $\vec{F}'_{M3}$ , действующих на звенья механизма ([рис. 4.10, б](#)). Для определения величины уравнивающей силы составим сумму моментов всех сил, действующих на данную систему относительно полюса повернутого плана скоростей.

$$\sum m(F_i)_p = 0, \text{ или}$$

$$G_2 \cdot h_1 - F_{и2} \cdot h_4 + F_{M3} \cdot h_5 + G_3 \cdot h_3 - F_{и3} \cdot h_2 - F_y \cdot |pa| = 0,$$

где  $m_p(G_1) = 0$ , т. к. линия действия вектора  $\vec{G}_1$  проходит через полюс плана скоростей точку  $p$ , а плечи моментов  $h_1 = 40$  мм,  $h_2 = 3$  мм,  $h_3 = 19$  мм,  $h_4 = 6$  мм,  $h_5 = 46$  мм,  $|pa| = 53$  мм.

Уравнивающая сила, Н,

$$F_y = \frac{G_2 \cdot h_1 - F_{и2} \cdot h_4 + F_{M3} \cdot h_5 + G_3 \cdot h_3 - F_{и3} \cdot h_2}{|pa|} =$$

$$= \frac{15,84 \cdot 40 - 62,18 \cdot 6 + 2,23 \cdot 46 + 41,69 \cdot 19 - 85,08 \cdot 3}{53} = 16,98.$$

Уравновешивающий момент, Н·м,

$$M_y = F_y \cdot l_{OA} = 16,98 \cdot 0,20 = 3,396.$$

**В ы в о д.** Силовое управляющее воздействие равно 3,396 Н·м.

**Задача 4.22.** Для механизма качающегося транспортера определить силовое управляющее воздействие, используя теорему Жуковского. Данные для построения кинематической механизма схемы и планов скоростей и ускорений взять из [задачи 3.4](#), а для составления расчетной схемы – из задачи 4.16.

**Р е ш е н и е.** 1) По заданным геометрическим параметрам строим кинематическую схему механизма качающегося транспортера в масштабном коэффициенте длин  $\mu_l = 0,01$  м/мм ([рис. 4.17, а](#)).

2) Для полученной кинематической схемы исходя из условия [задачи 3.6](#), строим план скоростей в соответствующем масштабном коэффициенте ([рис. 4.17, б](#)).

3) Исходя из условия задачи 4.16 составляем расчетную схему ([рис. 4.17, а](#)) для механизма качающегося транспортера. При этом на звенья механизма действуют следующие силовые факторы, которые определяем по приведенным формулам.

Силы инерции звеньев механизма, Н, равны

$$\begin{aligned} F_{и_1} &= m_1 \cdot a_{S_1} = 1,82 \cdot 0 = 0 \text{ Н}, \\ F_{и_2} &= m_2 \cdot a_{S_2} = 5,2 \cdot 101,4 = 527,28, \\ F_{и_3} &= m_3 \cdot a_{S_3} = 3,9 \cdot 68,95 = 268,91, \\ F_{и_4} &= m_4 \cdot a_{S_4} = 3,90 \cdot 52,73 = 205,65, \\ F_{и_5} &= m_5 \cdot a_{S_5} = 2,34 \cdot 12,17 = 28,48. \end{aligned}$$

Силы тяжести звеньев механизма, Н, равны

$$\begin{aligned} G_1 &= m_1 \cdot q = 1,82 \cdot 9,81 = 17,85, \\ G_2 &= m_2 \cdot q = 5,2 \cdot 9,81 = 51,01, \\ G_3 &= m_3 \cdot q = 3,9 \cdot 9,81 = 38,26, \\ G_4 &= m_4 \cdot q = 3,9 \cdot 9,81 = 38,26, \\ G_5 &= m_5 \cdot q = 2,34 \cdot 9,81 = 22,96. \end{aligned}$$

Моменты пары сил инерции звеньев, Н·м, равны

$$\begin{aligned} M_{и_1} &= J_{S_1} \cdot \varepsilon_1 = 0,00679 \cdot 0 = 0, \\ M_{и_2} &= J_{S_2} \cdot \varepsilon_2 = 0,05909 \cdot 16,43 = 0,97, \end{aligned}$$

$$M_{u_3} = J_{S_3} \cdot \varepsilon_3 = 0,00721 \cdot 253,5 = 1,83;$$

$$M_{u_4} = J_{S_4} \cdot \varepsilon_4 = 0,02188 \cdot 351,0 = 7,68;$$

$$M_{u_5} = J_{S_5} \cdot \varepsilon_5 = J_{S_5} \cdot 0 = 0.$$

Заменяем моменты пары сил инерции шатунов 2, 4 и коромысла 3 эквивалентными парами сил,  $H$ , и получаем

$$F_{M_2} = F'_{M_2} = \frac{M_{u_2}}{l_{AB}} = \frac{0,97}{0,37} = 2,62,$$

$$F_{M_3} = F'_{M_3} = \frac{M_{u_3}}{l_{BO_1}} = \frac{1,83}{0,20} = 9,15,$$

$$F_{M_4} = F'_{M_4} = \frac{M_{u_4}}{l_{CD}} = \frac{7,68}{0,26} = 29,54.$$

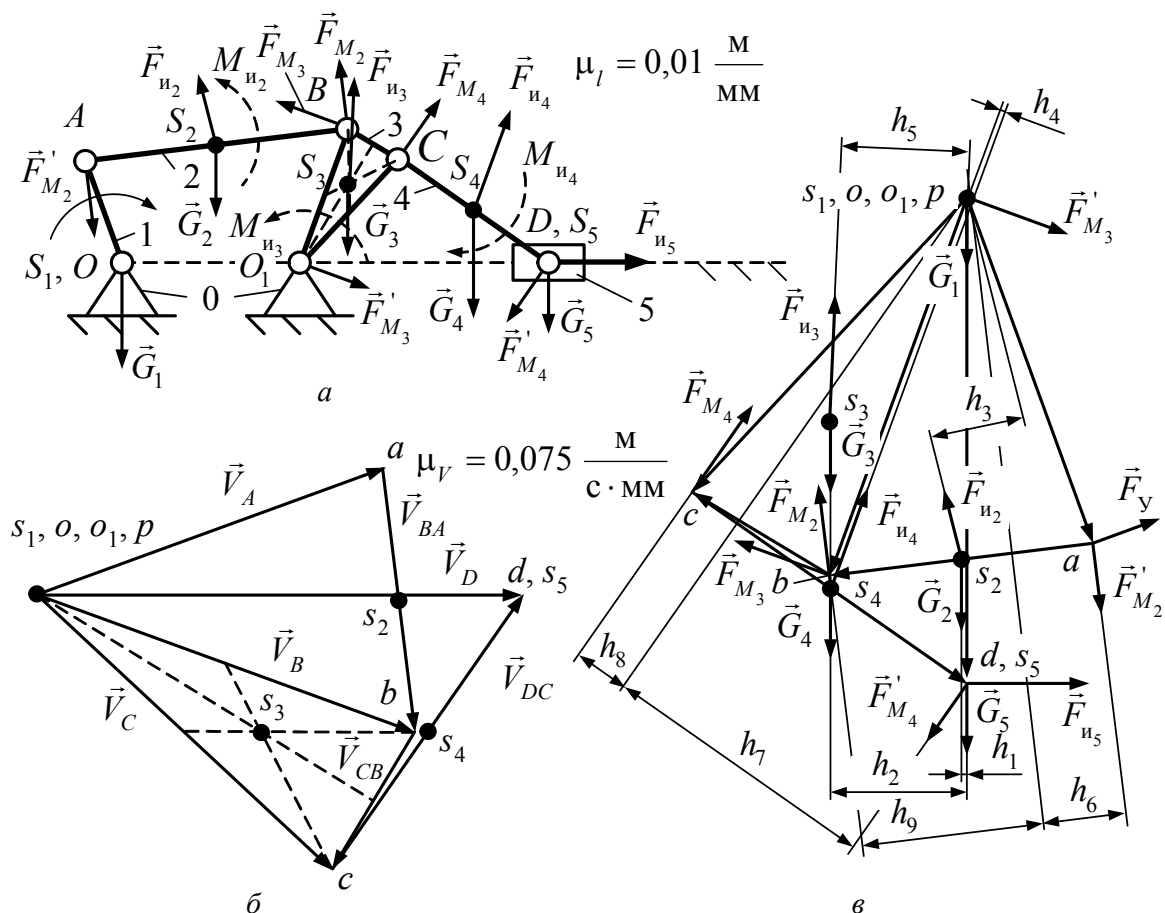


Рис. 4.17. Силовой анализ механизма качающегося транспортера

4) В масштабном коэффициенте скоростей строим повернутый на  $90^\circ$  план скоростей, поворот осуществляем в направлении движения кривошипа (рис. 4.17, в). В одноименные точки полученной фигуры с кинематической

схемы механизма качающегося транспортера ([рис. 4.17, а](#)) переносим вектора внешних сил  $\vec{G}_1, \vec{G}_2, \vec{G}_3, \vec{G}_4, \vec{G}_5, \vec{F}_{и2}, \vec{F}_{и3}, \vec{F}_{и4}, \vec{F}_{и5}, \vec{F}_{M2}, \vec{F}'_{M2}, \vec{F}_{M3}, \vec{F}'_{M3}, \vec{F}_{M4}$  и  $\vec{F}'_{M4}$ , действующие на звенья механизма ([рис. 4.17, в](#)). Для определения величины уравнивающей силы составим сумму моментов всех сил, действующих на данную систему относительно полюса повернутого плана скоростей:

$$\sum m(F_i)_p = 0, \text{ или}$$

$$G_2 \cdot h_1 + G_4 \cdot h_2 + G_3 \cdot h_2 - F_{и2} \cdot h_3 + F_{и4} \cdot h_4 - F_{и3} \cdot h_5 + F_{и5} \cdot |pd| - \\ - F'_{M2} \cdot h_6 - F_{M2} \cdot h_9 - F'_{M4} \cdot h_7 - F_{M4} \cdot h_8 - F_{M3} \cdot |pb| + F_y \cdot |pa| = 0,$$

где  $m_p(G_1)=0$ ,  $m_p(G_3)=0$ ,  $m_p(F'_{M3})=0$ , т. к. линии действия векторов  $\vec{G}_1$  и  $\vec{G}_3$ ,  $\vec{F}'_{M3}$  проходят через полюс плана скоростей точку p, а плечи моментов  $h_1=1$  мм,  $h_2=19$  мм,  $h_3=13$  мм,  $h_4=1$  мм,  $h_5=18$  мм,  $h_6=12$  мм,  $h_7=39$  мм,  $h_8=8$  мм,  $h_9=25$  мм,  $|pb|=56$  мм,  $|pd|=68$  мм,  $|pa|=51$  мм.

Следовательно, уравнивающая сила, Н, равна

$$F_y = \frac{\begin{bmatrix} -G_2 \cdot h_1 - G_4 \cdot h_2 - G_3 \cdot h_2 + F_{и2} \cdot h_3 - F_{и4} \cdot h_4 + F_{и3} \cdot h_5 - \\ - F_{и5} \cdot |pd| + F'_{M2} \cdot h_6 + F_{M2} \cdot h_9 + F'_{M4} \cdot h_7 + F_{M4} \cdot h_8 + F_{M3} \cdot |pb| \end{bmatrix}}{|pa|} = \\ = \frac{\begin{bmatrix} -51,01 \cdot 1 - 38,26 \cdot 19 - 38,26 \cdot 19 + 527,28 \cdot 13 - 205,65 \cdot 1 + 268,91 \cdot 18 - \\ - 28,48 \cdot 68 + 2,62 \cdot 12 + 2,62 \cdot 25 + 29,54 \cdot 39 + 29,54 \cdot 8 + 9,15 \cdot 56 \end{bmatrix}}{51} = \\ = \frac{10045,56}{51} = 196,97.$$

Уравнивающий момент, Н·м,

$$M_y = F_y \cdot l_{OA} = 196,97 \cdot 0,15 = 29,54.$$

**В ы в о д.** Силовое управляющее воздействие равно 29,54 Н·м.

**Задача 4.23.** Определить силовое управляющее воздействие, используя теорему Жуковского, если ползун кривошипно-ползунного механизма находится под действием силы полезного сопротивления  $F_{пс}$ . Данные для построения кинематической схемы и планов скоростей и ускорений взять из [задачи 3.7](#), а для составления расчетной схемы и значение силы полезного сопротивления – из [задачи 4.6](#).

**Задача 4.24.** Определить силовое управляющее воздействие, используя теорему Жуковского, если коромысло шарнирного механизма находится

под действием силы полезного сопротивления  $F_{\text{пс}}$ . Данные для построения кинематической схемы и планов скоростей и ускорений взять из задачи 3.8, а для составления расчетной схемы и значение силы полезного сопротивления – из [задачи 4.7](#).

**Задача 4.25.** Определить силовое управляющее воздействие, используя теорему Жуковского, если выходное звено плоского рычажного механизма находится под действием силы полезного сопротивления  $F_{\text{пс}}$ . Данные для построения кинематической схемы и планов скоростей взять из задачи 3.9, а для составления расчетной схемы и значение силы полезного сопротивления – из [задачи 4.8](#).



## 5. ДИНАМИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ПЛОСКИХ РЫЧАЖНЫХ МЕХАНИЗМОВ

**Задача 5.1.** Ползун 3 кривошипно-ползунного механизма (рис. 5.1, а) находится под действием силы полезного сопротивления  $F_{\text{пс}} = 200$  Н. Найти приведенную силу и приведенный момент сил. Данные для построения кинематической схемы механизма и плана скоростей взять из задачи 3.1, а для составления расчетной схемы – из задач 4.1 и 4.17.

**Решение.** 1) По заданным геометрическим параметрам строим кинематическую схему кривошипно-ползунного механизма в масштабном коэффициенте длин  $\mu_l = 0,01$  м/мм (рис. 5.1, а).

2) Для полученной кинематической схемы исходя из условия задачи 3.1 строим план скоростей в соответствующем масштабном коэффициенте (рис. 5.1, б).

3) Исходя из условия задач 4.1 и 4.17 составляем расчетную схему (рис. 5.1, а) кривошипно-ползунного механизма. При этом на звенья механизма помимо силы полезного сопротивления действуют следующие силовые факторы.

Силы тяжести звеньев механизма, Н, которые равны

$$G_1 = m_1 \cdot q = 0,45 \cdot m_2 \cdot q = 0,45 \cdot 3,4 \cdot 9,81 = 15,01 ,$$

$$G_2 = m_2 \cdot q = 3,4 \cdot 9,81 = 33,35 ,$$

$$G_3 = m_3 \cdot q = 0,6 \cdot m_2 \cdot q = 0,6 \cdot 3,4 \cdot 9,81 = 20,01 .$$

4) Воспользуемся теоремой Жуковского. В масштабном коэффициенте скоростей строим повернутый на  $90^\circ$  план скоростей, поворот осуществляем в направлении движения кривошипа (рис. 5.1, в). В одноименные точки полученной фигуры с кинематической схемы кривошипно-ползунного механизма (рис. 5.1, а) переносим вектора внешних сил  $\vec{G}_1$ ,  $\vec{G}_2$ ,  $\vec{G}_3$ ,  $\vec{F}_{\text{пс}}$ , действующие на звенья механизма (рис. 5.1, в). Для определения величины уравновешивающей силы составим сумму моментов всех сил, действующих на данную систему относительно полюса повернутого плана скоростей.

$$\sum m(F_i)_p = 0, \text{ или}$$

$$G_2 \cdot h_1 - F_{\text{пс}} \cdot |pb| + F_y \cdot |pa| = 0 ,$$

где  $m_p(G_1) = 0$ ,  $m_p(G_3) = 0$ , т. к. линии действия векторов  $\vec{G}_1$  и  $\vec{G}_3$  проходят через полюс плана скоростей точку  $p$ , а плечи моментов  $h_1 = 19$  мм,  $|pb| = 46$  мм,  $|pa| = 48$  мм.

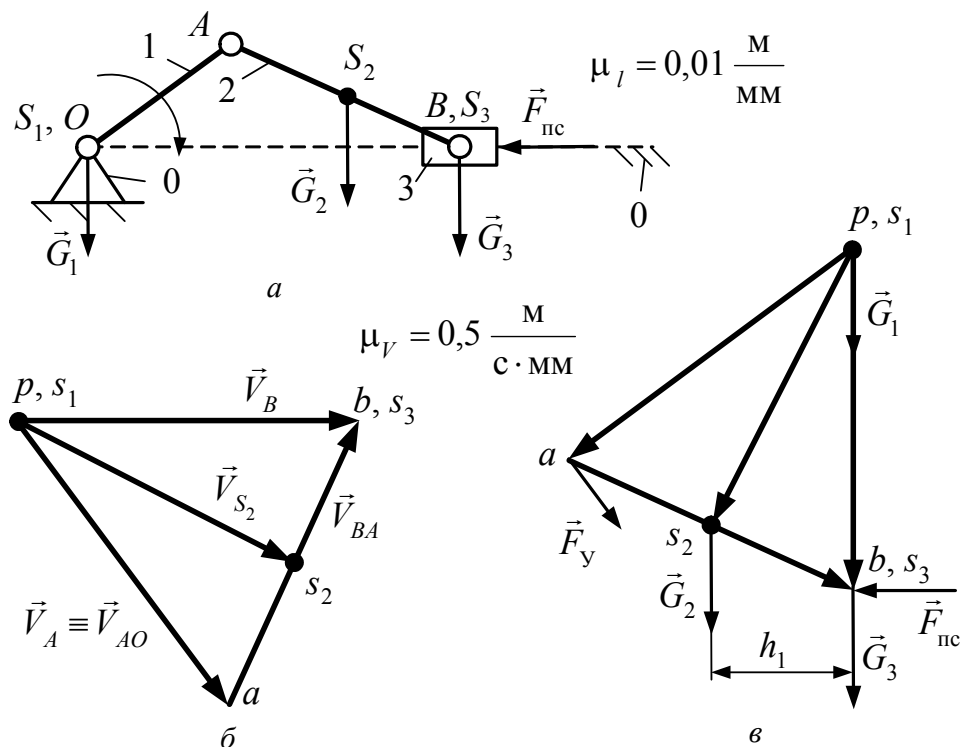


Рис. 5.1. Приведение сил для кривошипно-ползунного механизма

Отсюда уравнивающая сила, Н,

$$F_y = \frac{F_{\text{пс}} \cdot |pb| - G_2 \cdot h_1}{|pa|} = \frac{200 \cdot 46 - 33,35 \cdot 19}{48} = 178,46.$$

Из третьего закона Ньютона известно, что «сила действия равна силе противодействия», т. е.

$$\vec{F}_{\text{II}} = -\vec{F}_y,$$

где знак « $-$ » указывает, что вектор приведенной силы направлен по линии действия вектора уравнивающей силы, но в противоположном направлении. Тогда приведенная сила, Н,

$$F_{\text{II}} = |F_y| = 178,46.$$

Приведенный момент, Н·м,

$$M_{\text{II}} = F_{\text{II}} \cdot l_{OA} = 178,46 \cdot 0,24 = 42,83.$$

**В ы в о д.** Приведенная сила равна 178,46 Н, а приведенный момент сил составляет 42,83 Н·м.

**Задача 5.2.** Коромысло 3 шарнирного механизма (рис. 5.2, а) находится под действием силы полезного сопротивления  $F_{\text{пс}} = 600$  Н. Найти приведенную силу и приведенный момент сил. Данные для построения кинематической схемы механизма и плана скоростей взять из задачи 3.2, а для составления расчетной схемы – из задач 4.2 и 4.18.

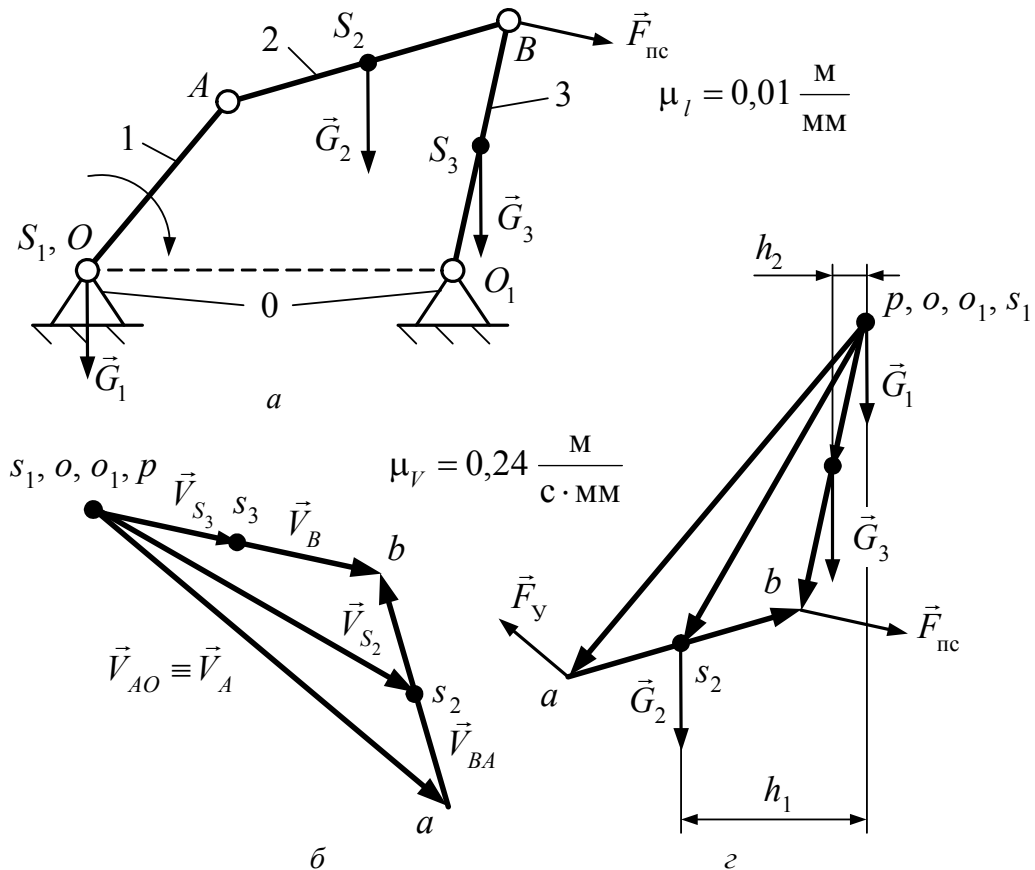


Рис. 5.2. Приведение сил для шарнирного механизма

**Решение.** 1) По заданным геометрическим параметрам строим кинематическую схему шарнирного механизма в масштабном коэффициенте длин  $\mu_l = 0,01$  м/мм (рис. 5.2, а).

2) Для полученной кинематической схемы исходя из условия задачи 3.2 строим план скоростей в соответствующем масштабном коэффициенте (рис. 5.2, б).

3) Исходя из условия задач 4.2 и 4.18 составляем расчетную схему (рис. 5.2, а) шарнирного механизма. При этом на звенья механизма помимо силы полезного сопротивления, действуют следующие силовые факторы.

Силы тяжести звеньев механизма, Н, которые равны

$$G_1 = m_1 \cdot q = 0,45 \cdot m_2 \cdot q = 0,45 \cdot 4,5 \cdot 9,81 = 19,86,$$

$$G_2 = m_2 \cdot q = 4,5 \cdot 9,81 = 44,15,$$

$$G_3 = m_3 \cdot q = 0,6 \cdot m_2 \cdot q = 0,6 \cdot 4,5 \cdot 9,81 = 26,49.$$

4) Воспользуемся теоремой Жуковского. В масштабном коэффициенте скоростей строим повернутый на  $90^\circ$  план скоростей, поворот осуществляем в направлении движения кривошипа (рис. 5.2, в).

В одноименные точки полученной фигуры с кинематической схемы шарнирного механизма (рис. 5.2, а) переносим вектора внешних сил  $\vec{G}_1$ ,  $\vec{G}_2$ ,  $\vec{G}_3$ ,  $\vec{F}_{\text{пс}}$ , действующих на звенья механизма (рис. 5.2, в). Для определения вели-

чины уравновешивающей силы составим сумму моментов всех сил, действующих на данную систему относительно полюса повернутого плана скоростей.

$$\sum m(F_i)_p = 0, \text{ или}$$

$$G_2 \cdot h_1 + G_3 \cdot h_2 + F_{\text{пс}} \cdot |pb| - F_y \cdot |pa| = 0,$$

где  $m_p(G_1) = 0$ , т. к. линии действия вектора  $\vec{G}_1$  проходят через полюс плана скоростей точку  $p$ , а плечи моментов  $h_1 = 25$  мм,  $h_2 = 5$  мм,  $|pb| = 40$  мм,  $|pa| = 62$  мм.

Отсюда уравновешивающая сила, Н,

$$F_y = \frac{G_2 \cdot h_1 + G_3 \cdot h_2 + F_{\text{пс}} \cdot |pb|}{|pa|} = \frac{44,15 \cdot 25 + 26,49 \cdot 5 + 600 \cdot 40}{62} = 407,04.$$

Приведенная сила, Н,

$$F_{\Pi} = |F_y| = 407,04.$$

Приведенный момент, Н·м,

$$M_{\Pi} = F_{\Pi} \cdot l_{OA} = 407,04 \cdot 0,3 = 122,11.$$

**В ы в о д.** Приведенная сила равна 407,04 Н, а приведенный момент сил составляет 122,11 Н·м.

**Задача 5.3.** Кулиса 3 кулисного механизма ([рис. 5.3, а](#)) находится под действием силы полезного сопротивления  $F_{\text{пс}} = 320$  Н. Найти приведенную силу и приведенный момент сил. Данные для построения кинематической схемы механизма и плана скоростей взять из [задачи 3.3](#), а для составления расчетной схемы – из [задач 4.3](#) и 4.19.

**Р е ш е н и е.** 1) По заданным геометрическим параметрам строим кинематическую схему кривошипно-ползунного механизма в масштабном коэффициенте длин  $\mu_l = 0,01$  м/мм ([рис. 5.3, а](#)).

2) Для полученной кинематической схемы исходя из условия [задачи 3.3](#) строим план скоростей в соответствующем масштабном коэффициенте ([рис. 5.3, б](#)).

3) Исходя из условия [задач 4.3](#) и 4.19 составляем расчетную схему ([рис. 5.3, а](#)) кулисного механизма. При этом на звенья механизма помимо силы полезного сопротивления действуют следующие силовые факторы.

Силы тяжести звеньев механизма, Н, которые равны

$$G_1 = m_1 \cdot q = 0,29 \cdot m_3 \cdot q = 0,29 \cdot 4,25 \cdot 9,81 = 12,09,$$

$$G_2 = m_2 \cdot q = 0,38 \cdot m_3 \cdot q = 0,38 \cdot 4,25 \cdot 9,81 = 15,84,$$

$$G_3 = m_3 \cdot q = 4,25 \cdot 9,81 = 41,69.$$

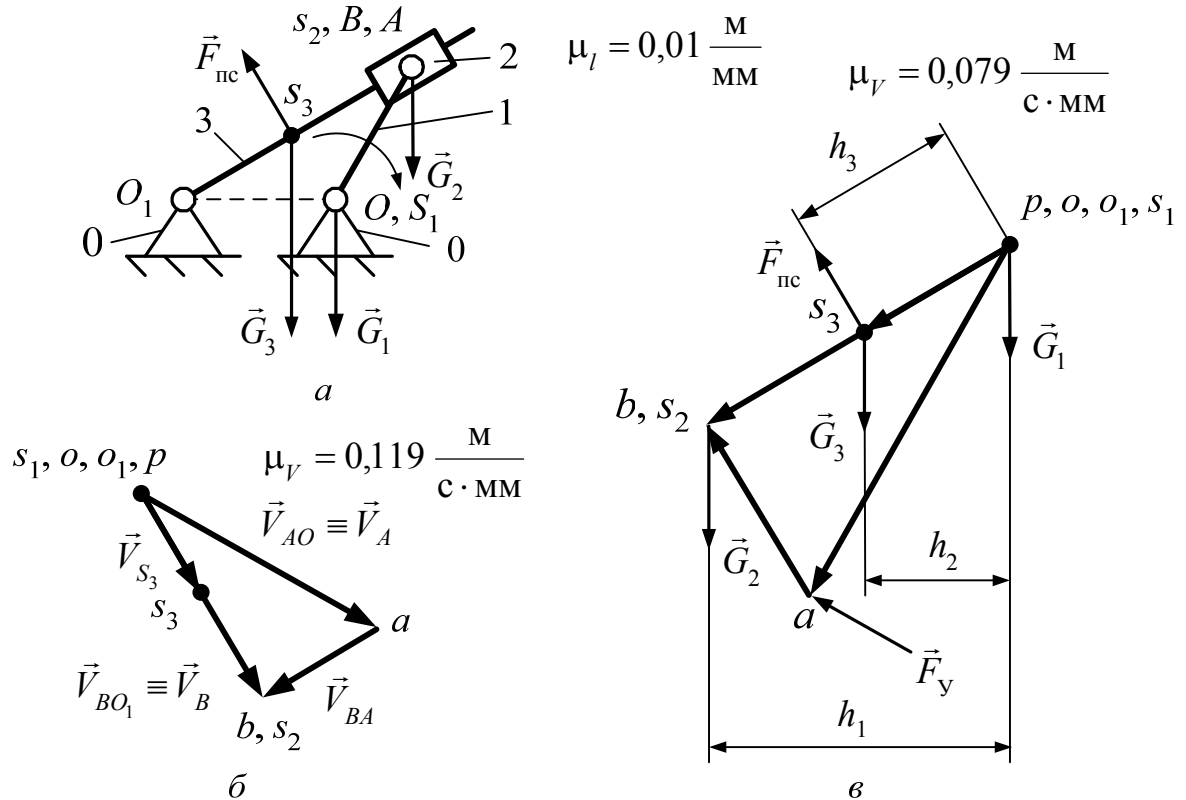


Рис. 5.3. Приведение сил для кулисного механизма

4) Воспользуемся теоремой Жуковского. В масштабном коэффициенте скоростей строим повернутый на  $90^\circ$  план скоростей, поворот осуществляем в направлении движения кривошипа (рис. 5.3, б). В одноименные точки полученной фигуры с кинематической схемой кулисного механизма (рис. 5.3, а) переносим вектора внешних сил  $\vec{G}_1$ ,  $\vec{G}_2$ ,  $\vec{G}_3$ ,  $\vec{F}_{pc}$ , действующие на звенья механизма (рис. 5.3, в). Для определения величины уравновешивающей силы составим сумму моментов всех сил, действующих на данную систему относительно полюса повернутого плана скоростей.

$$\sum m(F_i)_p = 0, \text{ или}$$

$$G_2 \cdot h_1 + G_3 \cdot h_2 - F_{pc} \cdot h_3 - F_y \cdot |pa| = 0,$$

где  $m_p(G_1) = 0$ , т. к. линия действия вектора  $\vec{G}_1$  проходит через полюс плана скоростей, а плечи моментов  $h_1 = 40$  мм,  $h_2 = 19$  мм,  $h_3 = 22$  мм,  $|pa| = 53$  мм.

Отсюда уравновешивающая сила, Н,

$$F_y = \frac{G_2 \cdot h_1 + G_3 \cdot h_2 - F_{pc} \cdot h_3}{|pa|} = \frac{15,84 \cdot 40 + 41,69 \cdot 19 - 320 \cdot 22}{53} = -105,93.$$

Знак «–» означает, что вектор уравновешивающей силы действует противоположно направлению, показанному на [рис. 5.3](#).

Приведенная сила, Н,

$$F_{\Pi} = |F_y| = 105,93.$$

Приведенный момент, Н·м,

$$M_{\Pi} = F_{\Pi} \cdot l_{OA} = 105,93 \cdot 0,2 = 21,19.$$

**В ы в о д.** Приведенная сила равна 105,93 Н, а приведенный момент сил составляет 21,19 Н·м.

**Задача 5.6.** Ползун 3 механизма качающегося транспортера ([рис. 5.6, а](#)) находится под действием силы полезного сопротивления  $F_{\text{пс}} = 450$  Н. Найти приведенную силу и приведенный момент. Данные для построения кинематической схемы взять из [задачи 3.6](#), а для составления расчетной схемы – из задач 4.16 и [4.22](#).

**Р е ш е н и е.** 1) По заданным геометрическим параметрам строим кинематическую схему механизма качающегося транспортера в масштабном коэффициенте длин  $\mu_l = 0,01$  м/мм ([рис. 5.6, а](#)).

2) Для полученной кинематической схемы исходя из условия [задачи 3.6](#) строим план скоростей в соответствующем масштабном коэффициенте ([рис. 5.6, б](#)).

3) Исходя из условия задач 4.16 и [4.22](#) составляем расчетную схему ([рис. 5.6, а](#)) механизма качающегося транспортера. При этом на звенья механизма помимо силы полезного сопротивления действуют следующие силовые факторы.

Силы тяжести звеньев механизма, Н, которые равны

$$\begin{aligned} G_1 &= m_1 \cdot q = 1,82 \cdot 9,81 = 17,85, \\ G_2 &= m_2 \cdot q = 5,2 \cdot 9,81 = 51,01, \\ G_3 &= m_3 \cdot q = 3,9 \cdot 9,81 = 38,26, \\ G_4 &= m_4 \cdot q = 3,9 \cdot 9,81 = 38,26, \\ G_5 &= m_5 \cdot q = 2,34 \cdot 9,81 = 22,96. \end{aligned}$$

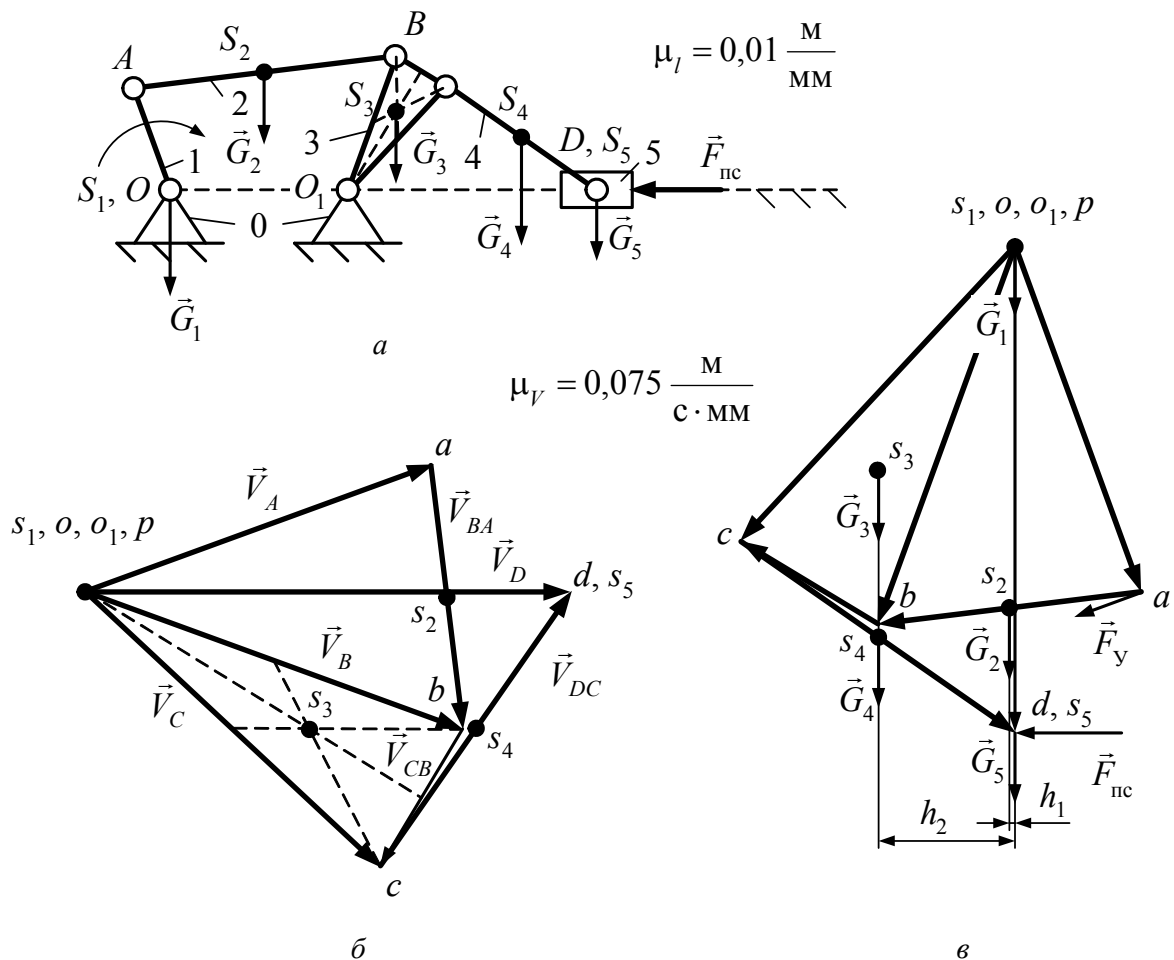


Рис. 5.6. Приведение сил для механизма качающегося транспортера

4) Воспользуемся теоремой Жуковского. В масштабном коэффициенте скоростей строим повернутый на  $90^\circ$  план скоростей, поворот осуществляем в направлении движения кривошипа (рис. 5.6, б). В одноименные точки полученной фигуры с кинематической схемы механизма качающегося транспортера (рис. 5.6, а) переносим вектора внешних сил  $\vec{G}_1, \vec{G}_2, \vec{G}_3, \vec{G}_4, \vec{G}_5, \vec{F}_{nc}$ , действующих на звенья механизма (рис. 5.6, в). Для определения величины уравновешивающей силы составим сумму моментов всех сил, действующих на данную систему относительно полюса повернутого плана:

$$\sum m(F_i)_p = 0, \text{ или}$$

$$G_2 \cdot h_1 + G_4 \cdot h_2 + G_3 \cdot h_2 - F_{nc} \cdot |pd| - F_y \cdot |pa| = 0,$$

где  $m_p(G_1) = 0$ ,  $m_p(G_5) = 0$ , т. к. линии действия векторов  $\vec{G}_1$  и  $\vec{G}_5$  проходят через полюс плана скоростей точку p, а плечи моментов  $h_1 = 1$  мм,  $h_2 = 19$  мм,  $|pd| = 68$  мм,  $|pa| = 51$  мм.

Отсюда, уравновешивающая сила, Н,

$$F_y = \frac{G_2 \cdot h_1 + G_4 \cdot h_2 + G_3 \cdot h_2 - F_{\text{пс}} \cdot |pd|}{|pa|} =$$

$$= \frac{51,01 \cdot 1 + 38,26 \cdot 19 + 38,26 \cdot 19 - 450 \cdot 68}{51} = -570,49.$$

Знак «−» означает, что вектор уравновешивающей силы действует противоположно направлению показанному на [рис. 5.6, в](#).

Приведенная сила, Н,

$$F_{\text{П}} = |F_y| = 570,49.$$

Приведенный момент, Н·м,

$$M_{\text{П}} = F_{\text{П}} \cdot l_{OA} = 570,49 \cdot 0,15 = 85,57.$$

**В ы в о д.** Приведенная сила равна 570,49 Н, а приведенный момент сил составляет 85,57 Н·м.

**Задача 5.7.** Найти приведенную силу и приведенный момент сил, если ползун 3 кривошипно-ползунного механизма находится под действием силы полезного сопротивления  $F_{\text{пс}}$ . Данные для построения кинематической схемы и плана скоростей взять из [задачи 3.7](#), а для составления расчетной схемы и значение силы полезного сопротивления – из [задачи 4.6](#).

**Задача 5.8.** Найти приведенную силу и приведенный момент сил, если коромысло 3 шарнирного механизма находится под действием силы полезного сопротивления  $F_{\text{пс}}$ . Данные для построения кинематической схемы и плана скоростей взять из задачи 3.8, а для составления расчетной схемы и значение силы полезного сопротивления – из [задачи 4.7](#).

**Задача 5.9.** Найти приведенную силу и приведенный момент сил, если выходное звено плоского рычажного механизма находится под действием силы полезного сопротивления  $F_{\text{пс}}$ . Данные для построения кинематической схемы и плана скоростей взять из задачи 3.9, а для составления расчетной схемы и значение силы полезного сопротивления – из [задачи 4.8](#).

**Задача 5.10.** Из условия [задачи 5.1](#) найти приведенную массу и приведенный момент инерции, а также построить динамическую модель кривошипно-ползунного механизма ([рис. 5.7, а](#)). Данные для построения кинематической схемы и плана скоростей взять из [задачи 3.1](#), для составления расчетной схемы – из [задач 4.1](#) и 4.17, а для построения динамической модели – из [задачи 5.1](#).

**Р е ш е н и е.** 1) По заданным геометрическим параметрам строим кинематическую схему кривошипно-ползунного механизма в масштабном коэффициенте длин  $\mu_l = 0,01$  м/мм ([рис. 5.7, а](#)).



2) Для полученной кинематической схемы исходя из условия задачи 3.1 строим план скоростей в соответствующем масштабном коэффициенте (рис. 5.7, б).

3) Для определения приведенной массы и приведенного момента инерции воспользуемся методом приведения. В качестве звена приведения выбираем кривошип 1, за точку приведения принимает подвижную точку А, все остальные звенья механизма считаем приводимыми звеньями.

В общем случае значения приведенной массы и приведенного момента инерции механизмов характеризуются следующими выражениями:

$$m_{\Pi} = m_{\Pi}^I + m_{\Pi}^{II}, \quad (5.1)$$

$$J_{\Pi} = J_{\Pi}^I + J_{\Pi}^{II}, \quad (5.2)$$

где  $m_{\Pi}^I$ ,  $J_{\Pi}^I$ ,  $m_{\Pi}^{II}$ ,  $J_{\Pi}^{II}$  – постоянная и переменная части приведенной массы и приведенного момента инерции соответственно.

Постоянные части приведенной массы и приведенного момента инерции вычисляем по формулам

$$m_{\Pi}^I = m_{\Pi}^{\text{э}} + m_{\Pi}^{\text{п}} + m_1, \quad (5.3)$$

$$J_{\Pi}^I = J_{\Pi}^{\text{э}} + J_{\Pi}^{\text{п}} + J_1 = J_{\Pi}^{\text{э}}(1 + i_{p1}) + J_1, \quad (5.4)$$

где  $J_{\Pi}^{\text{э}}$ ,  $m_{\Pi}^{\text{э}}$ ,  $J_{\Pi}^{\text{п}}$ ,  $m_{\Pi}^{\text{п}}$ ,  $J_1$ ,  $m_1$  – приведенные моменты инерции и массы, соответственно, энергетической машины, преобразующего устройства и ведущего звена плоского рычажного механизма рабочей машины;  $i_{p1}$  – передаточное отношение от ротора энергетической машины до ведущего звена плоского рычажного механизма рабочей машины.

Условиями задачи величины приведенных моментов инерции и масс энергетической машины, преобразующего устройства и передаточное отношение не заданы, следовательно, значения этих параметров приравняем к нулю. Тогда по выражению (5.3) получим, кг,

$$m_{\Pi}^I = m_1 = 0,45 \cdot m_2 = 0,45 \cdot 3,4 = 1,53, \quad (5.5)$$

а по выражению (5.4), кг · м<sup>2</sup> –

$$J_{\Pi}^I = J_1 = 0,167 \cdot m_1 \cdot l_{OA}^2 = 0,167 \cdot 1,53 \cdot 0,24^2 = 0,0147. \quad (5.6)$$

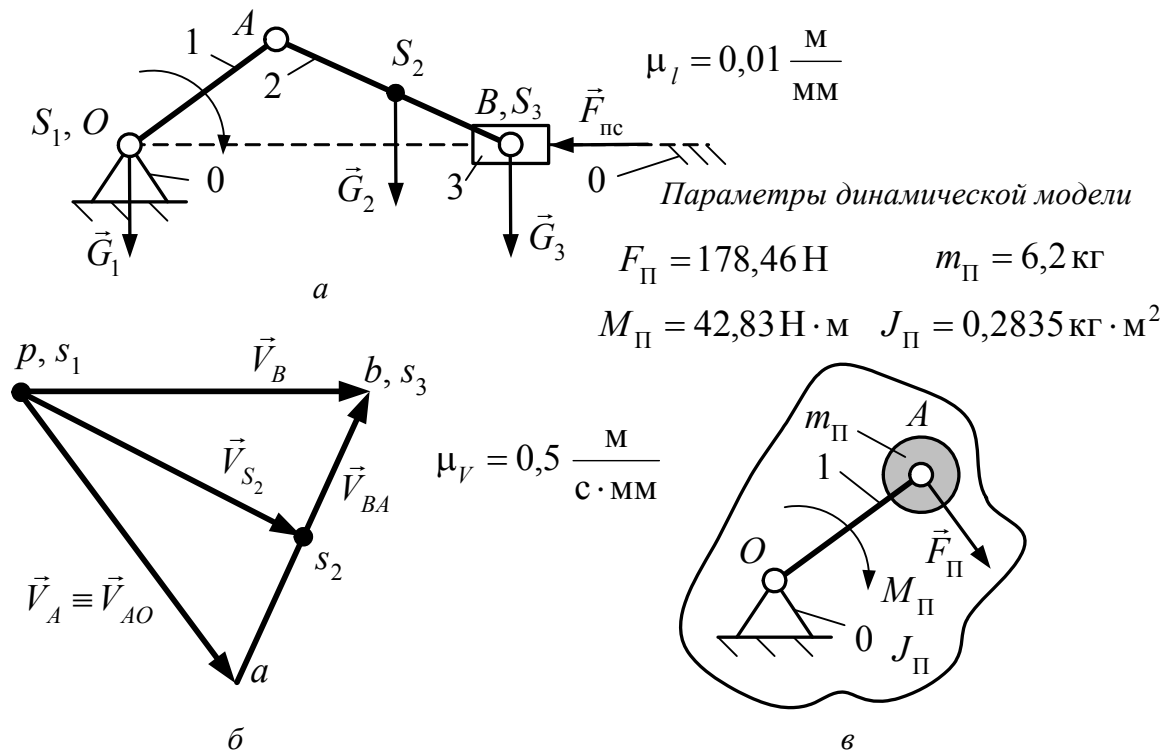


Рис. 5.7. К построению динамической модели кривошипно-ползунного механизма

Переменные части приведенных массы и момента инерции найдем по формулам

$$m_{\Pi}^{\text{II}} = \frac{2 \cdot \sum_{i=1}^{n-1} E_i}{V_{\Pi}^2} = \frac{2 \cdot \sum_{i=1}^{n-1} E_i}{V_A^2}, \quad (5.7)$$

$$J_{\Pi}^{\text{II}} = \frac{2 \cdot \sum_{i=1}^{n-1} E_i}{\omega_{\Pi}^2} = \frac{2 \cdot \sum_{i=1}^{n-1} E_i}{\omega_1^2}, \quad (5.8)$$

где  $V_{\Pi} = V_A$ ,  $\omega_{\Pi} = \omega_1$  – линейная и угловая скорость звена приведения соответственно;  $\sum_{i=1}^{n-1} E_i$  – сумма кинетических энергий, развиваемых приводимыми звеньями механизма;  $n$  – количество подвижных звеньев механизма.

Сумма кинетических энергий, развиваемых приводимыми звеньями кривошипно-ползунного механизма, определяется по формуле

$$\sum_{i=1}^{n-1} E_i = E_2 + E_3. \quad (5.9)$$

Кинетическая энергия звеньев механизмов зависит от видов движений, ими совершаемых. Охарактеризуем движения, совершаемые звеньями кривошипно-ползунного механизма: кривошип 1 совершает только вращательное движение вокруг неподвижной точки  $O$ , шатун 2 – сложное движение

ние, а ползун 3 – поступательное вдоль прямой  $OB$ . Следовательно, кинетическую энергию приводимых звеньев представим в виде

$$E_2 = \frac{m_2 \cdot V_{s_2}^2}{2} + \frac{J_{s_2} \cdot \omega_2^2}{2}, \quad (5.10)$$

$$E_3 = \frac{m_3 \cdot V_{s_3}^2}{2}, \quad (5.11)$$

где  $J_{s_2}$ ,  $\omega_2$ ,  $m_2$ ,  $m_3$ ,  $V_{s_2}$ ,  $V_{s_3}$  – момент инерции, угловая скорость, массы, скорости центров масс соответствующих звеньев.

Представим кинематические параметры, содержащиеся в выражениях (5.7), (5.8), (5.10) и (5.11), через элементы плана скоростей:

$$V_A = |pa| \cdot \mu_V, \quad (5.12)$$

$$\omega_1 = \frac{|pa| \cdot \mu_V}{l_{OA}}, \quad (5.13)$$

$$V_{s_2} = |ps_2| \cdot \mu_V, \quad (5.14)$$

$$\omega_2 = \frac{|ab| \cdot \mu_V}{l_{AB}}, \quad (5.15)$$

$$V_{s_3} = |ps_3| \cdot \mu_V, \quad (5.16)$$

где  $|pa|$ ,  $|ab|$ ,  $|ps_2|$ ,  $|ps_3|$ ,  $\mu_V$  – отрезки и масштабный коэффициент плана скоростей (рис. 5.7, 6).

Подставив последовательно выражения (5.14)–(5.16) в (5.10)–(5.11), затем (5.10)–(5.11) в (5.9), а (5.9) и (5.12)–(5.13) в (5.7)–(5.8) и упростив их, получим

$$m_{II} = |ps_2|^2 \cdot k_1 + |ab|^2 \cdot k_2 + |ps_3|^2 \cdot k_3, \quad (5.17)$$

$$J_{II} = (|ps_2|^2 \cdot k_1 + |ab|^2 \cdot k_2 + |ps_3|^2 \cdot k_3) \cdot k_4, \quad (5.18)$$

где коэффициенты, кг/мм<sup>2</sup>,

$$k_1 = \frac{m_2}{|pa|^2} = \frac{3,4}{48^2} = 147,56 \cdot 10^{-5}, \quad (5.19)$$

$$\begin{aligned} k_2 &= \frac{J_{s_2}}{(|pa| \cdot l_{AB})^2} = \frac{0,0833 \cdot m_2 \cdot l_{AB}^2}{(|pa| \cdot l_{AB})^2} = \frac{0,0833 \cdot m_2}{|pa|^2} = \\ &= \frac{0,0833 \cdot 3,4}{48^2} = 12,29 \cdot 10^{-5}, \end{aligned} \quad (5.20)$$

$$k_3 = \frac{m_3}{|pa|^2} = \frac{0,6 \cdot m_2}{|pa|^2} = \frac{0,6 \cdot 3,4}{48^2} = 88,54 \cdot 10^{-5}, \quad (5.21)$$

где  $|pa| = 48$  мм, а коэффициент,  $\text{м}^2$ ,

$$k_4 = l_{OA}^2 = 0,24^2 = 0,0576. \quad (5.22)$$

Определив значения отрезков  $|ab| = 42$  мм,  $|ps_2| = 42$  мм,  $|ps_3| = 46$  мм (рис. 5.7, б), а также с учетом формул (5.19)–(5.22) по выражению (5.17) получим, кг, что

$$m_{\Pi}^{II} = 42^2 \cdot 147,56 \cdot 10^{-5} + 42^2 \cdot 12,29 \cdot 10^{-5} + 46^2 \cdot 88,54 \cdot 10^{-5} = 4,67, \quad (5.23)$$

а по выражению (5.18),  $\text{кг} \cdot \text{м}^2$ , что

$$J_{\Pi}^{II} = (42^2 \cdot 147,56 \cdot 10^{-5} + 42^2 \cdot 12,29 \cdot 10^{-5} + 46^2 \cdot 88,54 \cdot 10^{-5}) 0,0576 = 0,2688. \quad (5.24)$$

Подставив найденные по выражениям (5.5)–(5.6) и (5.23)–(5.24) значения в формулы (5.1)–(5.2) и вычислив их, получим приведенную массу, кг, равную

$$m_{\Pi} = 1,53 + 4,67 = 6,2,$$

и приведенный момент инерции,  $\text{кг} \cdot \text{м}^2$ , равный

$$J_{\Pi} = 0,0147 + 0,2688 = 0,2835.$$

4) Составляем динамическую модель: берем звено приведения (кривошип 1), соединяем со стойкой посредством кинематической вращательной пары и ограничиваем область существования динамической модели (рис. 5.7, в). Для сохранения эквивалентности динамической модели и расчетной схемы кривошипно-ползунного механизма (рис. 5.7, а) к точке приведения прикладываем приведенную силу и приведенную массу, наличие которых является причинами развития на звене приведения приведенного момента сил и приведенного момента инерции.

Значения приведенной силы и приведенного момента сил возьмем из задачи 5.1.

**В ы в о д.** Приведенная масса равна 6,2 кг, а приведенный момент инерции составляет 0,2835  $\text{кг} \cdot \text{м}^2$ .

**Задача 5.11.** Из условия задачи 5.2 найти приведенную массу и приведенный момент инерции, а также построить динамическую модель шарнирного механизма (рис. 5.8, а). Данные для построения кинематической схемы и плана скоростей взять из задачи 3.2, для составления расчетной схемы из – задач 4.2 и 4.18, а для построения динамической модели – из задачи 5.2.

**Р е ш е н и е.** 1) По заданным геометрическим параметрам строим кинематическую схему шарнирного механизма в масштабном коэффициенте длин  $\mu_l = 0,01$  м/мм (рис. 5.8, а).

2) Для полученной кинематической схемы исходя из условия задачи 3.2 строим план скоростей в соответствующем масштабном коэффициенте (рис. 5.8, б).

3) Для определения приведенной массы и приведенного момента инерции воспользуемся методом приведения: в качестве звена приведения выбираем кривошип 1, за точку приведения принимает подвижную точку  $A$ , все остальные звенья механизма считаем приводимыми звеньями.

В общем случае значения приведенной массы и приведенного момента инерции шарнирного механизма по аналогии с задачей 5.10 определяются по выражениям (5.1) и (5.2).

Условиями задачи величины приведенных моментов инерции и масс энергетической машины, преобразующего устройства и передаточное отношение не заданы, следовательно, значения этих параметров приравняем к нулю. Тогда постоянную часть приведенной массы найдем с учетом выражения (5.5), кг,

$$m_{\Pi}^I = m_1 = 0,45 \cdot m_2 = 0,45 \cdot 4,5 = 2,03, \quad (5.25)$$

а постоянную часть приведенного момента инерции определим по выражению (5.6), кг · м<sup>2</sup>:

$$J_{\Pi}^I = J_1 = 0,167 \cdot m_1 \cdot l_{OA}^2 = 0,167 \cdot 2,03 \cdot 0,30^2 = 0,0305, \quad (5.26)$$

Переменные части приведенных массы и момента инерции найдем по выражениям (5.7) и (5.8), а сумму кинетических энергий, развиваемых приводимыми звеньями шарнирного механизма, определим по выражению (5.9).

Охарактеризуем движения, совершаемые звеньями шарнирного механизма. Кривошип 1 совершает только вращательное движение вокруг неподвижной точки  $O$ , шатун 2 – сложное движение, а коромысло 3 – вращательное движение вокруг неподвижной точки  $O_1$ , следовательно, кинетическую энергию приводимых звеньев представим в виде

$$E_2 = \frac{m_2 \cdot V_{s_2}^2}{2} + \frac{J_{s_2} \cdot \omega_2^2}{2}, \quad (5.27)$$

$$E_3 = \frac{J_{s_3} \cdot \omega_3^2}{2}, \quad (5.28)$$

где  $m_2$ ,  $V_{s_2}$ ,  $\omega_2$ ,  $\omega_3$ ,  $J_{s_2}$ ,  $J_{s_3}$  – масса, скорость центра масс, угловые скорости, моменты инерции соответствующих звеньев.

Представим кинематические параметры, содержащиеся в выражениях (5.7), (5.8), (5.27) и (5.28), через элементы плана скоростей при помощи выражений (5.12)–(5.15), угловую скорость коромысла 3 представим выражением

$$\omega_3 = \frac{|pb| \cdot \mu_V}{l_{BO_1}}, \quad (5.29)$$

где  $|pb|$ ,  $\mu_V$  – отрезок и масштабный коэффициент плана скоростей (рис. 5.8, б).

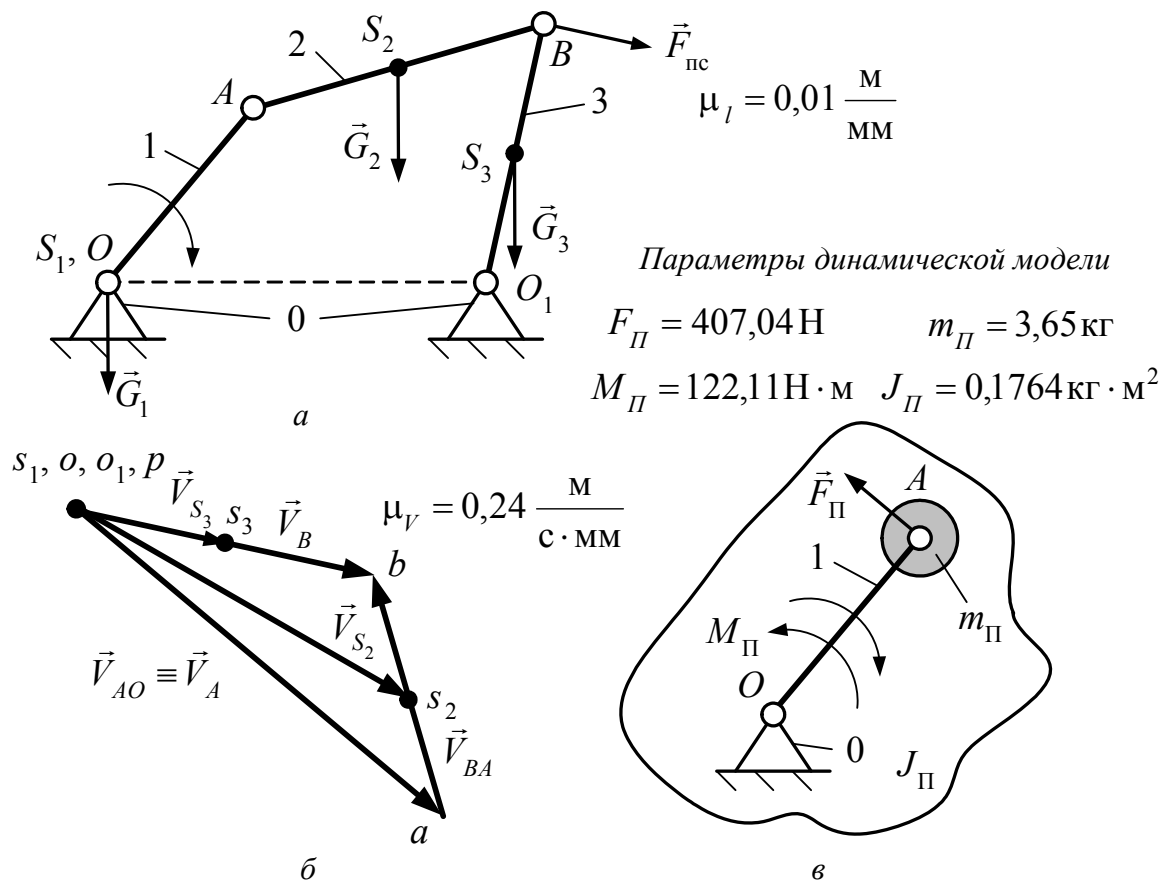


Рис. 5.8. К построению динамической модели шарнирного механизма

Подставив последовательно выражения (5.14)–(5.15) и (5.29) в (5.27)–(5.28), затем (5.27)–(5.28) в (5.9), а (5.9) и (5.12)–(5.13) в (5.7)–(5.8) и упростив их, получим

$$m_{II}'' = |ps_2|^2 \cdot k_1 + |ab|^2 \cdot k_2 + |pb|^2 \cdot k_3, \quad (5.30)$$

$$J_{II}'' = (|ps_2|^2 \cdot k_1 + |ab|^2 \cdot k_2 + |pb|^2 \cdot k_3) \cdot k_4, \quad (5.31)$$

где коэффициенты,  $\text{кг}/\text{мм}^2$ ,

$$k_1 = \frac{m_2}{|pa|^2} = \frac{4,5}{62^2} = 117,06 \cdot 10^{-5}, \quad (5.32)$$

$$\begin{aligned}
 k_2 &= \frac{J_{s_2}}{(|pa| \cdot l_{AB})^2} = \frac{0,0833 \cdot m_2 \cdot l_{AB}^2}{(|pa| \cdot l_{AB})^2} = \frac{0,0833 \cdot m_2}{|pa|^2} = \\
 &= \frac{0,0833 \cdot 4,5}{62^2} = 9,75 \cdot 10^{-5},
 \end{aligned} \quad (5.33)$$

$$k_3 = \frac{J_{s_3}}{(|pa| \cdot l_{BO_1})^2} = \frac{0,0833 \cdot m_3 \cdot l_{BO_1}^2}{(|pa| \cdot l_{BO_1})^2} = \frac{0,0833 \cdot 0,6 \cdot m_2}{|pa|^2} =$$

$$= \frac{0,0833 \cdot 0,6 \cdot 4,5}{62^2} = 5,85 \cdot 10^{-5}, \quad (5.34)$$

где  $|pa| = 62$  мм, а коэффициент,  $m^2$ ,

$$k_4 = l_{OA}^2 = 0,30^2 = 0,09. \quad (5.35)$$

Определив значения отрезков  $|ab| = 33$  мм,  $|ps_2| = 51$  мм,  $|pb| = 40$  мм (рис. 5.8, б), а также с учетом выражений (5.32)–(5.35) по формуле (5.30) получим, кг, что

$$m_{II}'' = 51^2 \cdot 9,75 \cdot 10^{-5} + 33^2 \cdot 117,06 \cdot 10^{-5} + 40^2 \cdot 5,85 \cdot 10^{-5} = 1,62, \quad (5.36)$$

а по выражению (5.31),  $кг \cdot м^2$ , что

$$J_{II}'' = (51^2 \cdot 9,75 \cdot 10^{-5} + 33^2 \cdot 117,06 \cdot 10^{-5} + 40^2 \cdot 5,85 \cdot 10^{-5}) 0,09 = 0,1459. \quad (5.37)$$

Подставив найденные значения по выражениям (5.25)–(5.26) и (5.36)–(5.37) в формулы (5.1)–(5.2) и вычислив их, получим приведенную массу, кг, равную

$$m_{II} = 2,03 + 1,62 = 3,65,$$

и приведенный момент инерции,  $кг \cdot м^2$ , равный

$$J_{II} = 0,0305 + 0,1459 = 0,1764.$$

4) Составляем динамическую модель: берем звено приведения (кривошип 1), соединяем со стойкой посредством кинематической вращательной пары и ограничиваем область существования динамической модели (рис. 5.8, в). Для сохранения эквивалентности динамической модели и расчетной схемы шарнирного механизма (рис. 5.8, а) к точке приведения прикладываем приведенную силу и приведенную массу, наличие которых является причинами развития на звене приведения приведенного момента сил и приведенного момента инерции.

Значения приведенной силы и приведенного момента сил возьмем из задачи 5.2.

**В ы в о д.** Приведенная масса равна 3,65 кг, а приведенный момент инерции составляет 0,1764  $кг \cdot м^2$ .

**Задача 5.12.** Из условия задачи 5.3 найти приведенную массу и приведенный момент инерции, а также построить динамическую модель кулисного механизма (рис. 5.9, а). Данные для построения кинематической схемы и плана скоростей взять из задачи 3.3, для составления расчетной схемы – из задач 4.3 и 4.19, а для построения динамической модели – из задачи 5.3.

**Р е ш е н и е.** 1) По заданным геометрическим параметрам строим кинематическую схему кулисного механизма в масштабном коэффициенте длин  $\mu_l = 0,01$  м/мм (рис. 5.9, а).

2) Для полученной кинематической схемы исходя из условия задачи 3.3 строим план скоростей в соответствующем масштабном коэффициенте (рис. 5.9, б).

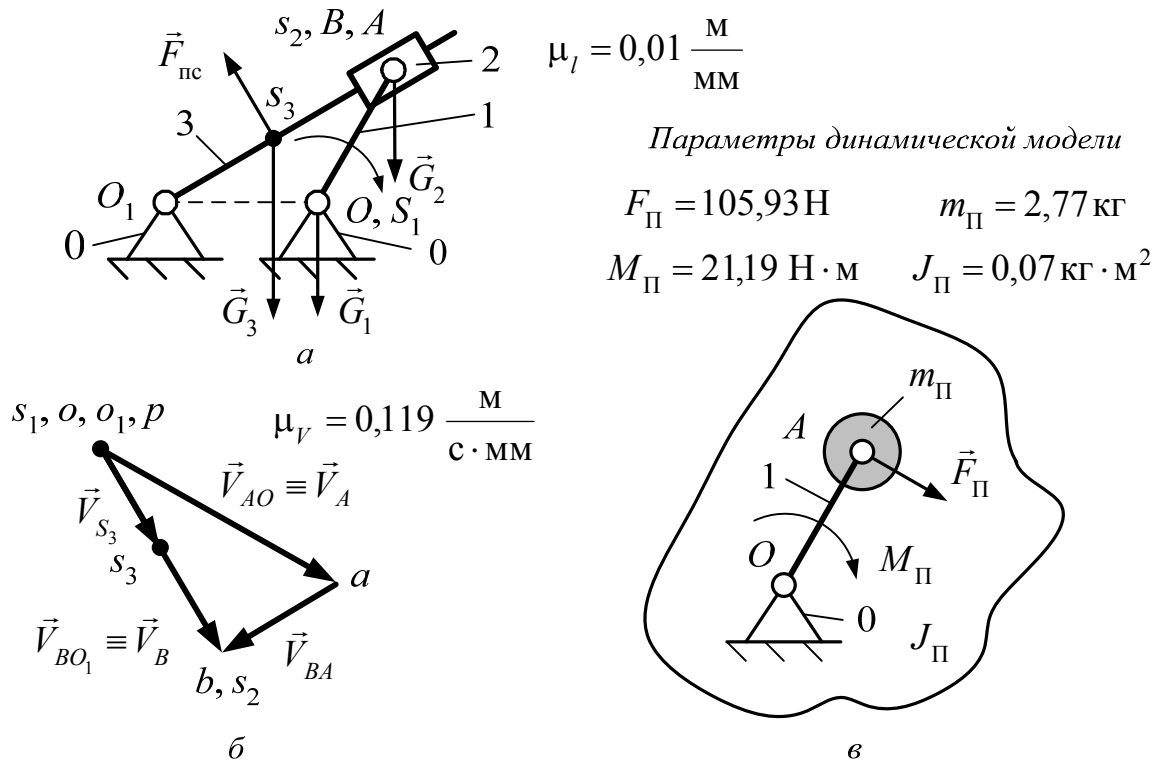


Рис. 5.9. К построению динамической модели кулисного механизма

3) Для определения приведенной массы и приведенного момента инерции воспользуемся методом приведения: в качестве звена приведения выбираем кривошип 1, за точку приведения принимает подвижную точку А, все остальные звенья механизма считаем приводимыми звеньями.

В общем случае значения приведенной массы и приведенного момента инерции кулисного механизма по аналогии с задачей 5.10 характеризуются суммой переменной и постоянной частей и определяются по выражениям (5.1) и (5.2).

Условиями задачи величины приведенных моментов инерции и масс энергетической машины, преобразующего устройства и передаточное отношение не заданы, следовательно, значения этих параметров приравниваем к нулю. Тогда постоянную часть приведенной массы найдем с учетом выражения (5.5), кг:

$$m_{\Pi}^I = m_1 = 0,29 \cdot m_3 = 0,29 \cdot 4,25 = 1,23, \quad (5.38)$$



а постоянную часть приведенного момента инерции определим по выражению (5.6),  $\text{кг} \cdot \text{м}^2$ :

$$J_{\Pi}^I = J_1 = 0,167 \cdot m_1 \cdot l_{OA}^2 = 0,167 \cdot 1,23 \cdot 0,20^2 = 0,0082. \quad (5.39)$$

Переменные части приведенных массы и момента инерции найдем по выражениям (5.7) и (5.8), а сумму кинетических энергий, развиваемых приводимыми звеньями кулисного механизма, определим по формуле (5.9).

Охарактеризуем движения, совершаемые звеньями кулисного механизма: кривошип 1 совершает только вращательное движение вокруг неподвижной точки  $O$ , ползун 2 – поступательное вдоль оси кулисы 3, а кулиса 3 – вращательное движение вокруг неподвижной точки  $O_1$ . Следовательно, кинетическую энергию приводимых звеньев представим в виде

$$E_2 = \frac{m_2 \cdot V_{s_2}^2}{2}, \quad (5.40)$$

$$E_3 = \frac{J_{s_3} \cdot \omega_3^2}{2}, \quad (5.41)$$

где  $m_2$ ,  $V_{s_2}$ ,  $\omega_3$ ,  $J_{s_3}$  – масса, скорость центра масс, угловая скорость, момент инерции соответствующих звеньев.

Представим кинематические параметры, содержащиеся в выражениях (5.7), (5.8), (5.40) и (5.41), через элементы плана скоростей при помощи выражений (5.12)–(5.14) и (5.29).

Подставив последовательно выражения (5.14) и (5.29) в (5.40)–(5.41), затем (5.40)–(5.41) в (5.9), а (5.9) и (5.12)–(5.13) в (5.7)–(5.8) и упростив их, получим,

$$m_{\Pi}^H = |ps_2|^2 \cdot k_1 + |pb|^2 \cdot k_2, \quad (5.42)$$

$$J_{\Pi}^H = (|ps_2|^2 \cdot k_1 + |pb|^2 \cdot k_2) \cdot k_3, \quad (5.43)$$

где коэффициенты,  $\text{кг}/\text{мм}^2$ ,

$$k_1 = \frac{m_2}{|pa|^2} = \frac{0,38 \cdot m_3}{|pa|^2} = \frac{0,38 \cdot 4,25}{35^2} = 13,18 \cdot 10^{-4}, \quad (5.44)$$

$$\begin{aligned} k_3 &= \frac{J_{s_3}}{(|pa| \cdot l_{BO_1})^2} = \frac{0,0833 \cdot m_3 \cdot l_{BO_1}^2}{(|pa| \cdot l_{BO_1})^2} = \frac{0,0833 \cdot m_3}{|pa|^2} = \\ &= \frac{0,0833 \cdot 4,25}{35^2} = 2,89 \cdot 10^{-4}, \end{aligned} \quad (5.45)$$

где  $|pa| = 35 \text{ мм}$ , а коэффициент,  $\text{м}^2$ ,

$$k_3 = l_{OA}^2 = 0,20^2 = 0,04. \quad (5.46)$$

Определив значения отрезков  $|ps_2| = 31$  мм,  $|pb| = 31$  мм ([рис. 5.9, б](#)), а также с учетом выражений (5.44)–(5.46) по формуле (5.42) получим, кг, что

$$m_{\Pi}'' = 31^2 \cdot 13,18 \cdot 10^{-4} + 31^2 \cdot 2,89 \cdot 10^{-4} = 1,54, \quad (5.47)$$

а по выражению (5.43), , что

$$J_{\Pi}'' = (31^2 \cdot 13,18 \cdot 10^{-4} + 31^2 \cdot 2,89 \cdot 10^{-4}) \cdot 0,04 = 0,0618. \quad (5.48)$$

Подставив найденные по выражениям (5.38)–(5.39) и (5.47)–(5.48) значения в формулы (5.1) – (5.2) и вычислив их, получим приведенную массу, кг, равную

$$m_{\Pi} = 1,23 + 1,54 = 2,77,$$

и приведенный момент инерции, кг · м<sup>2</sup>, равный

$$J_{\Pi} = 0,0082 + 0,0618 = 0,07.$$

4) Составляем динамическую модель: берем звено приведения (кривошип 1), соединяем со стойкой посредством кинематической вращательной пары и ограничиваем область существования динамической модели ([рис. 5.9, в](#)). Для сохранения эквивалентности динамической модели и расчетной схемы кулисного механизма ([рис. 5.9, а](#)) к точке приведения прикладываем приведенную силу и приведенную массу, наличие которых является причинами развития на звене приведения приведенного момента сил и приведенного момента инерции.

Значения приведенной силы и приведенного момента сил возьмем из [задачи 5.3](#).

**В ы в о д.** Приведенная масса равна 2,77 кг, а приведенный момент инерции составляет 0,07 кг · м<sup>2</sup>.

**Задача 5.15.** Из условия [задачи 5.6](#) найти приведенную массу и приведенный момент инерции, а также построить динамическую модель механизма качающегося транспортера ([рис. 5.12, а](#)). Данные для построения кинематической схемы и плана скоростей взять из [задачи 3.6](#), для составления расчетной схемы – из задач 4.16 и [4.22](#), а для построения динамической модели – из [задачи 5.6](#).

**Р е ш е н и е.** 1) По заданным геометрическим параметрам строим кинематическую схему механизма качающегося транспортера в масштабном коэффициенте длин  $\mu_l = 0,01$  м/мм ([рис. 5.12, а](#)).

2) Для полученной кинематической схемы исходя из условия [задачи 3.6](#) строим план скоростей в соответствующем масштабном коэффициенте ([рис. 5.12, б](#)).

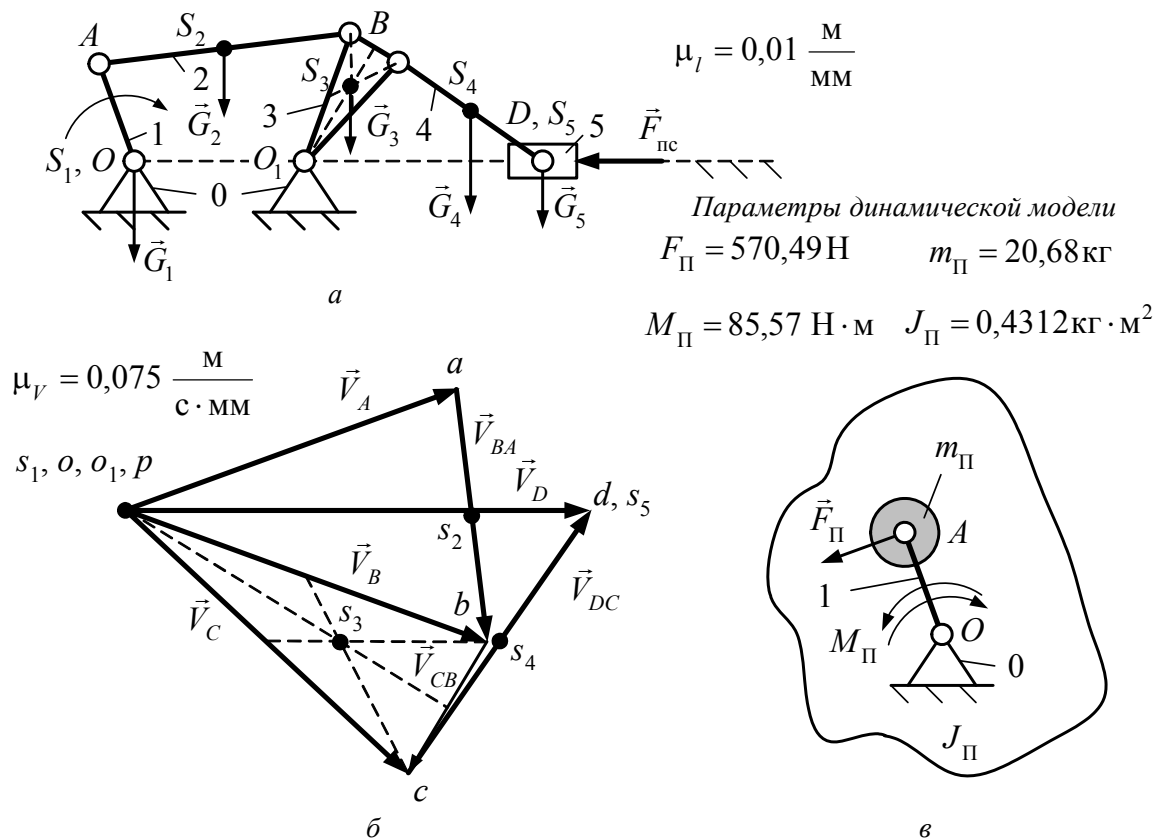


Рис. 5.12. К построению динамической модели механизма качающегося транспортера

3) Для определения приведенной массы и приведенного момента инерции воспользуемся методом приведения: в качестве звена приведения выбираем кривошип 1, за точку приведения принимает подвижную точку  $A$ , все остальные звенья механизма считаем приводимыми звеньями.

В общем случае значения приведенной массы и приведенного момента инерции механизма качающегося транспортера по аналогии с [задачей 5.10](#) характеризуются суммой переменной и постоянной частей и определяются по выражениям (5.1) и (5.2).

Условиями задачи величины приведенных моментов инерции и масс энергетической машины, преобразующего устройства и передаточное отношение не заданы, следовательно, значения этих параметров приравняем к нулю. Тогда постоянную часть приведенной массы найдем с учетом выражения (5.5), кг:

$$m_{\Pi}^I = m_1 = 0,35 \cdot m_2 = 0,35 \cdot 5,2 = 1,82, \quad (5.65)$$

а постоянную часть приведенного момента инерции определим по выражению (5.6),  $\text{кг} \cdot \text{м}^2$ :

$$J_{\Pi}^I = J_1 = 0,167 \cdot m_1 \cdot l_{OA}^2 = 0,167 \cdot 1,82 \cdot 0,15^2 = 0,0068. \quad (5.66)$$

Переменные части приведенной массы и приведенного момента инерции найдем по выражениям (5.7) и (5.8).

Сумма кинетических энергий, развиваемых приводимыми звеньями,

$$\sum_{i=1}^{n-1} E_i = E_2 + E_3 + E_4 + E_5, \quad (5.67)$$

где  $E_3$ ,  $E_5$ ,  $E_2$  и  $E_4$  – кинетическая энергия коромысла 3, ползуна 5 и шатунов 2 и 4 соответственно.

Кинетическая энергия звеньев механизмов зависит от вида движений ими совершаемых. Охарактеризуем движения, совершаемые звеньями механизма качающегося транспортера: кривошип 1 совершает только вращательное движение вокруг неподвижной точки  $O$ , шатуны 2 и 4 – сложные движения, коромысло 3 – вращательное движение вокруг неподвижной точки  $O_1$ , а ползун 5 – поступательное вдоль прямой  $OD$ . Следовательно, кинетическую энергию звеньев представим в виде

$$E_2 = \frac{m_2 \cdot V_{s_2}^2}{2} + \frac{J_{s_2} \cdot \omega_2^2}{2}, \quad (5.68)$$

$$E_3 = \frac{J_{s_3} \cdot \omega_3^2}{2}, \quad (5.69)$$

$$E_4 = \frac{m_4 \cdot V_{s_4}^2}{2} + \frac{J_{s_4} \cdot \omega_4^2}{2}, \quad (5.70)$$

$$E_5 = \frac{m_5 \cdot V_{s_5}^2}{2}, \quad (5.71)$$

где  $J_{s_2}$ ,  $J_{s_3}$ ,  $J_{s_4}$ ,  $\omega_2$ ,  $\omega_3$ ,  $\omega_4$ ,  $m_2$ ,  $m_4$ ,  $m_5$ ,  $V_{s_2}$ ,  $V_{s_4}$ ,  $V_{s_5}$  – моменты инерции, угловые скорости, массы, скорости центров масс соответствующих звеньев.

Представим кинематические параметры, содержащиеся в выражениях (5.7), (5.8), (5.68) и (5.69), через элементы плана скоростей при помощи выражений (5.12)–(5.15) и (5.29), а в выражениях (5.70) и (5.71) используются зависимости

$$\omega_4 = \frac{|cd| \cdot \mu_V}{l_{CD}}, \quad (5.72)$$

$$V_{s_4} = |ps_4| \cdot \mu_V, \quad (5.73)$$

$$V_{s_5} = |ps_5| \cdot \mu_V, \quad (5.74)$$

где  $|cd|$ ,  $|ps_4|$ ,  $|ps_5|$ ,  $\mu_V$  – отрезки и масштабный коэффициент плана скоростей (рис. 5.12, б).

Подставив последовательно выражения (5.14)–(5.15), (5.29) и (5.72)–(5.74) в (5.68)–(5.71), затем (5.68)–(5.71) в (5.67), а (5.67) и (5.12)–(5.13) в (5.7)–(5.8) и упростив их, получим

$$m_{II}'' = |ps_2|^2 \cdot k_1 + |ab|^2 \cdot k_2 + |pb|^2 \cdot k_3 + |ps_4|^2 \cdot k_4 + |cd|^2 \cdot k_5 + |ps_5|^2 \cdot k_6, \quad (5.75)$$

$$J_{II}'' = \left( |ps_2|^2 \cdot k_1 + |ab|^2 \cdot k_2 + |pb|^2 \cdot k_3 + |ps_4|^2 \cdot k_4 + |cd|^2 \cdot k_5 + |ps_5|^2 \cdot k_6 \right) \cdot k_7, \quad (5.76)$$

где коэффициенты, кг/мм<sup>2</sup>,

$$k_1 = \frac{m_2}{|pa|^2} = \frac{5,2}{52^2} = 192,31 \cdot 10^{-5}, \quad (5.77)$$

$$k_2 = \frac{J_{s_2}}{(|pa| \cdot l_{AB})^2} = \frac{0,0833 \cdot m_2 \cdot l_{AB}^2}{(|pa| \cdot l_{AB})^2} = \frac{0,0833 \cdot m_2}{|pa|^2} = \frac{0,0833 \cdot 5,2}{50^2} = 16,02 \cdot 10^{-5}, \quad (5.78)$$

$$k_3 = \frac{m_3}{|pa|^2} = \frac{0,75 \cdot m_2}{|pa|^2} = \frac{0,75 \cdot 5,2}{52^2} = 144,23 \cdot 10^{-5}, \quad (5.79)$$

$$k_4 = \frac{m_4}{|pa|^2} = \frac{0,75 \cdot m_2}{|pa|^2} = \frac{5,2}{52^2} = 144,23 \cdot 10^{-5}, \quad (5.80)$$

$$k_5 = \frac{J_{s_4}}{(|pa| \cdot l_{CD})^2} = \frac{0,0833 \cdot m_4 \cdot l_{CD}^2}{(|pa| \cdot l_{CD})^2} = \frac{0,0833 \cdot 0,75 \cdot m_2}{|pa|^2} = \frac{0,0833 \cdot 0,75 \cdot 5,2}{52^2} = 12,01 \cdot 10^{-5}, \quad (5.81)$$

$$k_6 = \frac{m_5}{|pa|^2} = \frac{0,6 \cdot m_4}{|pa|^2} = \frac{0,6 \cdot 0,75 \cdot m_2}{|pa|^2} = \frac{0,6 \cdot 0,75 \cdot 5,2}{52^2} = 86,54 \cdot 10^{-5}, \quad (5.82)$$

где  $|pa| = 52$  мм, а коэффициент, м<sup>2</sup>,

$$k_7 = l_{OA}^2 = 0,15^2 = 0,0225. \quad (5.83)$$

Определив значения отрезков  $|ps_2| = 51$  мм,  $|ab| = 37$  мм,  $|pb| = 56$  мм,  $|ps_4| = 58$  мм,  $|cd| = 47$  мм,  $|ps_5| = 68$  мм (рис. 5.12, б), а также с учетом выражений (5.77)–(5.83) по формуле (5.75) получим, кг, что

$$m_{II}'' = 51^2 \cdot 192,31 \cdot 10^{-5} + 37^2 \cdot 16,02 \cdot 10^{-5} + 56^2 \cdot 144,23 \cdot 10^{-5} + 58^2 \cdot 144,23 \cdot 10^{-5} + 47^2 \cdot 12,01 \cdot 10^{-5} + 68^2 \cdot 86,54 \cdot 10^{-5} = 18,86, \quad (5.84)$$

а по выражению (5.76), кг · м<sup>2</sup>, что

$$J_{\Pi}'' = \left( \begin{array}{l} 51^2 \cdot 192,31 + 37^2 \cdot 16,02 + \\ + 56^2 \cdot 144,23 + 58^2 \cdot 144,23 + \\ + 47^2 \cdot 12,01 + 68^2 \cdot 86,54 \end{array} \right) \cdot 10^{-5} \cdot 0,0225 = 0,4244. \quad (5.85)$$

Подставив найденные значения по выражениям (5.65) – (5.66) и (5.84) – (5.85) в формулы (5.1) – (5.2) и вычислив их, получим приведенную массу, кг, равную

$$m_{\Pi} = 1,82 + 18,86 = 20,68,$$

и приведенный момент инерции, равный

$$J_{\Pi} = 0,0068 + 0,4244 = 0,4312.$$

4) Составляем динамическую модель: берем звено приведения (кривошип 1), соединяем со стойкой посредством кинематической вращательной пары и ограничиваем область существования динамической модели (рис. 5.12, в). Для сохранения эквивалентности динамической модели и расчетной схемы механизма качающегося транспортера (рис. 5.12, а) к точке приведения прикладываем приведенную силу и приведенную массу, наличие которых является причинами развития на звене приведения приведенного момента сил и приведенного момента инерции.

Определение значений приведенной силы и приведенного момента представлено в задаче 5.6.

**В ы в о д.** Приведенная масса равна 20,68 кг, а приведенный момент инерции составляет 0,4312 кг · м<sup>2</sup>.

**Задача 5.16.** Из условия задачи 5.7 найти приведенную массу и приведенный момент инерции, а также построить динамическую модель кривошипно-ползунного механизма. Данные для построения кинематической схемы и плана скоростей взять из задачи 3.7, для составления расчетной схемы – из задач 4.6 и 4.23, а для построения динамической модели – из задачи 5.7.

**Задача 5.17.** Из условия задачи 5.8 найти приведенную массу и приведенный момент инерции, а также построить динамическую модель шарнирного механизма. Данные для построения кинематической схемы и плана скоростей взять из задачи 3.8, для составления расчетной схемы – из задач 4.7 и 4.24, а для построения динамической модели – из задачи 5.8.

**Задача 5.18.** Из условия задачи 5.9 найти приведенную массу и приведенный момент инерции, а также построить динамическую модель плоского рычажного механизма. Данные для построения кинематической схемы и плана скоростей взять из задачи 3.9, для составления расчетной схемы – из задач 4.8 и 4.25, а для построения динамической модели – из задачи 5.9.

## БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Автору учебной книги : учеб.-метод. пособие / сост. Л. И. Вейсова, Н. Н. Вохман, Л. И. Злобина. – Красноярск : ИПЦ КГТУ, 2006. – 52 с.
2. Артоболевский, И. И. Теория механизмов и машин / И. И. Артоболевский. – М. : Наука, 1988. – 639 с.
3. Баранов, Г. Г. Курс теории механизмов и машин / Г. Г. Баранов. – М. : Машиностроение, 1975. – 494 с.
4. ГОСТ 2.703-68 Правила выполнения кинематических схем. – М., 1986.
5. ГОСТ 2.701-84 и др. Правила выполнения схем. – М., 1987.
6. Проектирование механизмов и приборов / К. И. Заблонский [и др.]. – Киев : Вища школа, 1971. – 520 с.
7. Крайнев А. Ф. Словарь-справочник по механизмам / А. Ф. Крайнев. – М. : Машиностроение, 1987. – 560 с.
8. Левитский, Н. И. Теория механизмов и машин / Н. И. Левитский. – М. : Наука, 1990. – 592 с.
9. Механика : практикум по решению задач / Е. В. Брюховецкая, М. А. Мерко, В. В. Нестеренко, А. В. Колотов. – Красноярск : ИПЦ КГТУ, 2004. – 202 с.
10. Смелягин, А. И. Структура механизмов и машин : учеб. пособие / А. И. Смелягин. – Новосибирск : Изд-во НГТУ, 2002. – 298 с.
11. Фролов К. В. Теория механизмов и машин / К. В. Фролов. – М. : Высш. шк., 2003. – 496 с.
12. <http://tmm-umk/bmstu.ru>.
13. <http://www.engineer/bmstu.ru/resources/textbooks/professional>.