

Контрольная работа 6 «Центральная предельная теорема (ЦПТ)»

1. Выход цыплят в инкубаторе составляет в среднем 60% числа заложенных яиц. Сколько нужно заложить яиц, чтобы с вероятностью 0,99 ожидать, что отклонение числа вылупившихся цыплят от их математического ожидания не превышало по абсолютной величине 50? Решить задачу, используя ЦПТ.
2. Театр, вмещающий 1000 человек, имеет два разных входа. Около каждого входа имеется свой гардероб. Сколько мест должно быть в гардеробе у второго входа, чтобы в среднем в 95 случаях из 100 все зрители могли в нем раздеться? Предполагается, что зрители приходят парами и каждая пара независимо от других выбирает первый вход с вероятностью 0,7?
3. Вероятность производства стандартной детали равна 0,95. Оцените с помощью ЦПТ вероятность того, что число бракованных среди 2000 деталей находится в границах от 75 до 125..
4. Имеется 1000 квадратов, сторона которых может принимать значения 0,5 или 1 с вероятностями 0,3 и 0,7 соответственно. С какой вероятностью суммарная площадь всех квадратов будет в пределах от 750 до 805?
5. В среднем каждый 30-й диск, записываемая на студии, оказывается бракованной. Оцените с помощью ЦПТ вероятность того, что из 900 дисков, записанных на студии, число бракованных окажется в пределах от 25 до 35.
6. Всхожесть семян некоторой культуры равна 0,85. Оцените при помощи ЦПТ вероятность того, что из 400 посеянных семян число взошедших будет заключено в пределах от 300 до 380.
7. В поселке 2500 жителей. Каждый из них примерно 6 раз в месяц ездит в город на поезде, который ходит раз в сутки. Какой наименьшей вместимостью должен обладать поезд, чтобы он переполнялся в среднем не чаще, чем 1 раз в 100 дней?
8. Найдите с помощью ЦПТ вероятность того, что среди 800 новорожденных детей будет от 370 до 430 мальчиков. Считать вероятность рождения мальчика 0,5.
9. Найдите такое число k , что с вероятностью приближенно равной 0,9 можно было бы утверждать, что число мальчиков среди 900 новорожденных больше k .
10. Выход цыплят в инкубаторе составляет в среднем 70% числа заложенных яиц. Сколько нужно заложить яиц, чтобы с вероятностью 0,95 ожидать, что отклонение числа вылупившихся цыплят от их математического ожидания не превышало по абсолютной величине 50?
11. 500 раз подбрасывается игральный кубок. Оцените, используя ЦПТ, вероятность того, что частота выпадения шестерки окажется в интервале $\left(\frac{1}{6}-0,05; \frac{1}{6}+0,05\right)$.
12. В среднем 10% работоспособного населения некоторого региона — безработные. Найдите с помощью ЦПТ вероятность того, что уровень безработицы среди обследованных 10000 работоспособных жителей города будет в пределах от 9 до 11%.
13. Игральный кубок подбрасывается до тех пор, пока суммарное число очков не превысит 700. Оцените вероятность того, что для этого потребуется более 210 бросаний.
14. Пусть всхожесть семян некоторого сорта растений составляет 70%. Используя ЦПТ, найти вероятность того, что при посеве 10000 семян отклонение доли взошедших от вероятности того, что взойдет каждое из них, не превысит по абсолютной величине 0,01.
15. Урожайность куста картофеля равна 0 кг с вероятностью 0,1, 1 кг с вероятностью 0,2, 1,5 кг с вероятностью 0,2, 2 кг с вероятностью 0,3 и 2,5 кг с вероятностью 0,2. Какое наименьшее число клубней надо посадить, чтобы с вероятностью не менее 0,975 урожай был не менее 1 тонны?
16. Опыт работы страховой компании показывает, что страховой случай приходится примерно на каждый пятый договор. Оцените с помощью ЦПТ необходимое количество договоров, которые следует заключить, чтобы с вероятностью 0,9 можно было утверждать, что доля страховых случаев отклонится от 0,2 по абсолютной величине не более, чем на 0,01.
17. Студент получает на экзамене 5 с вероятностью 0,2, 4 с вероятностью 0,4, 3 с вероятностью 0,3 и 2 с вероятностью 0,1. За время обучения студент сдает 40 экзаменов. Найдите вероятность того, что его суммарный балл будет больше 160.
18. Среднее значение длины детали 50 см, а дисперсия 0,1. Сколько надо взять деталей, чтобы среднее арифметическое их длин будет не менее 49,5 и не более 50,5 см с вероятностью равной 0,95?
19. При выстреле по мишени стрелок попадает в десятку с вероятностью 0,5, в девятку с вероятностью 0,3, в восьмерку с вероятностью 0,1, в семерку с вероятностью 0,05 и в шестерку с вероятностью 0,05. Стрелок сделал 100 выстрелов. Какова вероятность того, что он набрал более 950 очков?

20. Пусть вероятность того, что денежный автомат при опускании одной монеты сработает правильно, равна 0,95. Оценить вероятность того, что при 2500 опусканиях монет частота случаев правильной работы автомата отклонится (по абсолютной величине) от вероятности 0,95 не более, чем на 0,02.
21. Для лица, дожившего до 20-летнего возраста вероятность смерти на 21-ом году равна 0,006. Застрахована группа в 10000 человек 20-летнего возраста, причем каждый застрахованный внес 1200 рублей. Какую максимальную выплату наследникам следует установить, чтобы вероятность того, что к концу года страховая компания окажется в убытке была бы не больше 0,0228?
22. Сколько приборов надо взять для эксплуатации, чтобы с вероятностью 0,97 доля надежных приборов отличалась по абсолютной величине от 0,98 не более чем на 0,1. Известно, что каждый прибор имеет надежность 0,9.
23. Вероятность сдачи в срок всех экзаменов студентом факультета равна 0,7. С помощью центральной предельной теоремы оцените вероятность того, что доля сдавших в срок все экзамены из 2000 студентов заключена в границах от 0,66 до 0,74.
24. С конвейера сходит в среднем 85% изделий первого сорта. Сколько изделий необходимо взять, чтобы с вероятностью 0,997 отклонение частоты изделий первого сорта от 0,85 по абсолютной величине не превышало 0,01?

13. Пусть всхожесть семян некоторого сорта растений составляет 70%. Используя неравенство Чебышева, оценить вероятность того, что при посеве 10000 семян отклонение доли взшедших от вероятности того, что взойдет каждое из них, не превзойдет по абсолютной величине 0,01.
14. Опыт работы страховой компании показывает, что страховой случай приходится примерно на каждый пятый договор. Оцените с помощью неравенства Чебышева необходимое количество договоров, которые следует заключить, чтобы с вероятностью не менее 0,9 можно было утверждать, что доля страховых случаев отклонится от 0,2 по абсолютной величине не более, чем на 0,01.
15. Студент получает на экзамене 5 с вероятностью 0,2, 4 с вероятностью 0,4, 3 с вероятностью 0,3 и 2 с вероятностью 0,1. За время обучения студент сдает 40 экзаменов. Найдите вероятность того, что его суммарный балл будет лежать в пределах от 140 до 156.
16. Среднее значение длины детали 50 см, а дисперсия 0,1. Сколько надо взять деталей, чтобы среднее арифметическое их длин будет не менее 49,5 и не более 50,5 см с вероятностью большей 0,95?
17. При выстреле по мишени стрелок попадает в десятку с вероятностью 0,3, в девятку с вероятностью 0,5, в восьмерку с вероятностью 0,1, в семерку с вероятностью 0,05 и в шестерку с вероятностью 0,05. Стрелок сделал 100 выстрелов. Какова вероятность того, что он набрал не менее 850 и не более 940 очков?
18. При выстреле по мишени стрелок попадает в десятку с вероятностью 0,3, в девятку с вероятностью 0,5, в восьмерку с вероятностью 0,1, в семерку с вероятностью 0,05 и в шестерку с вероятностью 0,05. Сколько нужно сделать выстрелов стрелку, чтобы суммарное число очков было не менее 850 и не более 940 очков с вероятностью не менее 0,9?
19. Пусть вероятность того, что денежный автомат при опускании одной монеты сработает правильно, равна 0,95. Сколько раз нужно опустить монету в автомат, чтобы частота случаев правильной работы автомата отклонилась (по абсолютной величине) от вероятности 0,95 не более чем на 0,01 с вероятностью не менее 0,9.
20. Для лица, дожившего до 20-летнего возраста вероятность смерти на 21-ом году равна 0,006. Сколько 20-летних человек нужно застраховать, чтобы доля умерших отклонилась от вероятности смерти не более чем на 0,0005 с вероятностью не менее 0,95?
21. Сколько приборов надо взять для эксплуатации, чтобы с вероятностью не менее 0,97 доля надежных приборов отличалась по абсолютной величине от 0,98 не более чем на 0,1. Известно, что каждый прибор имеет надежность 0,9 (использовать неравенство Чебышева).
22. Вероятность сдачи в срок всех экзаменов студентом факультета равна 0,7. С помощью неравенства Чебышева оцените вероятность того, что доля сдавших в срок все экзамены из 2000 студентов заключена в границах от 0,66 до 0,74.
23. Вероятность того, что студент будет отчислен, равна 0,1. Сколько студентов должно быть в университете, чтобы доля отчисленных студентов отличалась от вероятности отчисления не более чем на 0,05 с вероятностью не менее 0,8.
24. Дисперсия каждой из случайных величин ξ_i (продолжительность работы электролампочки) не превышает 20 часов. Сколько нужно взять для испытания электролампочек, чтобы вероятность того, что абсолютное отклонение средней продолжительности горения лампочки от среднего арифметического их математических ожиданий не превышает 1 часа, была не меньше 0,95?
25. С конвейера сходит в среднем 85% изделий первого сорта. Сколько изделий необходимо взять, чтобы с вероятностью не менее 0,997 отклонение частоты изделий первого сорта от 0,85 по абсолютной величине не превосходило 0,01?
26. Средняя температура в квартире, подключенной к теплоцентрали, в период отопительного сезона составляет 20°C, а среднее квадратическое отклонение равно 2°C. Оцените вероятность того, что температура в квартире будет в пределах от 15°C до 25°C.
27. Сколько деревьев необходимо посадить, чтобы доля прижившихся деревьев была в пределах от 0,75 до 0,85 с вероятностью не менее 0,9, если известно, что каждое дерево приживается с вероятностью 0,8?
28. Вероятность получения с конвейера небракованного изделия равна 0,95. Проверяется 800 изделий. Рассматривается случайная величина ξ – число небракованных изделий. Укажите промежуток, в котором значения этой случайной величины можно ожидать с вероятностью, не меньшей 0,95.
29. На отрезке $\left[0; \frac{1}{4}\right]$ случайным образом выбраны 160 чисел (т.е. рассматриваются 160 независимых равномерно распределенных случайных величин). С помощью неравенства Чебышева оцените вероятность того, что их сумма будет заключена между 18 и 22.
30. У скольких 20-летних мужчин нужно измерить рост, чтобы с вероятностью, больше 0,95, можно было утверждать, что средний рост у измеренных мужчин будет отличаться от среднего роста всех 20-летних мужчин по абсолютной величине не более чем на 1 см? Считается, что среднее квадратическое отклонение роста от среднего значения равно 5 см.
31. Оцените вероятность того, что отклонение любой случайной величины от ее математического ожидания будет по модулю не более двух средних квадратических отклонений.
32. Оцените вероятность того, что отклонение любой случайной величины от ее математического ожидания будет по модулю не более трех средних квадратических отклонений.
33. Какова вероятность того, что в столбике из 100 наугад взятых монет число монет, лежащих гербом вверх, будет от 45 до 55?
34. Сколько случайным образом взятых монет должно лежать в столбике, чтобы доля лежащих цифрой вверх монет была в пределах от 0,47 до 0,53 с вероятностью не менее 0,9?

6. Найдите характеристическую функцию непрерывной случайной величины, имеющей плотность распределения $p_{\xi}(x) = \begin{cases} 0, & x \notin [-1; 1] \\ x + 1, & x \in [-1; 0] \\ 1 - x, & x \in [0; 1] \end{cases}$