

**МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ
ФЕДЕРАЦИИ**

**ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ
«САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
ЭКОНОМИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»**

КАФЕДРА КОММЕРЦИИ И ЛОГИСТИКИ

**Б.К. ПЛОТКИН
Л.А. ДЕЛЮКИН**

**ЭКОНОМИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЕ
МЕТОДЫ И МОДЕЛИ
В КОММЕРЧЕСКОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ
И ЛОГИСТИКЕ**

Сборник задач и упражнений

**ИЗДАТЕЛЬСТВО
САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО
ЭКОНОМИЧЕСКОГО УНИВЕРСИТЕТА
2013**

ББК 65.050

П 39

Плоткин Б.К.

П 39 Экономико-математические методы и модели в коммерческой деятельности и логистике : сборник задач и упражнений / Б.К. Плоткин, Л.А. Делюкин. – СПб. : Изд-во СПбГЭУ, 2013. – 63 с.

Сборник содержит 89 задач и упражнений по основным разделам применения экономико-математических методов и моделей в коммерческой деятельности и логистике. Представленные в нем задачи и упражнения отражают реальные ситуации, обусловленные принятием управленческих решений в коммерции и логистике. Особое внимание уделено задачам, предусматривающим оптимизацию материальных и финансовых ресурсов в производственно-коммерческой деятельности.

Содержащиеся в сборнике задачи и упражнения ориентированы на проведение аудиторных практических занятий и для самостоятельной работы студентов.

Предназначено для студентов и магистрантов по специальностям «Коммерция» и «Логистика».

ББК 65.050

Рецензенты: д-р экон. наук, проф. **Н.И. Мелентьева**
д-р экон. наук, проф. **С.Г. Плещиц**

ВВЕДЕНИЕ

Современная производственно-коммерческая деятельность осуществляется на основе теории и практики коммерции и логистики. Коммерция рассматривается как торговля в самом широком понимании – объектами коммерции являются не только товары как предметы потребления, но и средства производства, всякого рода услуги, недвижимость, земля, информация. Рыночная экономика характеризуется всеобщей коммерциализацией: субъекты интегрированного рынка закупают необходимые для себя ресурсы и продают результаты своей деятельности.

С другой стороны, коммерция функционирует на основе логистических концепций, иными словами, коммерция и логистика находятся в неразрывном единстве. Данное утверждение наглядно проявляется в том, что базисные функции логистики – закупки (снабжение); сбыт (продажи); транспортировка; запасы – присущи всем коммерческим процессам.

Логистика как новое научно-практическое направление в экономике рассматривает производственно-коммерческую деятельность в виде потоковых процессов. Такой подход придает коммерции необходимую динамичность, оптимизирует стоимостные показатели.

Важно отметить, что логистика в своем изначальном смысле есть искусство счета, что свидетельствует о важной роли количественной составляющей как в самой логистике, так и в коммерции. Отсюда следует необходимость использования математики в организации и управлении коммерческими и логистическими процессами.

Коммерция и логистика предоставляют широкое поле для приложения экономико-математических методов и моделей. В учебных планах подготовки экономистов по коммерции и логистике содержатся специальные дисциплины по экономико-математическим методам и моделям в коммерческой деятельности и логистике. Экономико-математические методы и модели повышают эффективность принимаемых управленческих решений по коммерции и логистике.

Настоящее пособие предназначено для отработки практических навыков в решении прикладных задач коммерции и логистики при проведении практических занятий и выполнении домашних заданий студентами всех форм обучения. Необходимые теоретические положения и примеры для решения задач содержатся в учебном пособии (Плоткин Б.К., Делюкин Л.А. Экономико-математические методы и модели в логистике. – СПб.: Изд-во СПбГУЭФ, 2010), а также в соответствующих Методических указаниях по применению компьютерных технологий (Изд-во СПбГУЭФ, 2012).

Задачи и упражнения настоящего учебного пособия направлены на повышение профессиональной эрудиции экономистов по коммерции и логистике.

1. Задачи и упражнения классического математического анализа в коммерции и логистике

1.1. Определение оптимального размера партии поставки

Задача 1.1.1. Материальные ресурсы поступают на производственное предприятие в виде отдельных поставок, а поэтому их прибытие является мгновенным. Прибывшая партия после выгрузки и приемки сразу же становится запасом. Вследствие зарегламентированности производства запас расходуется равномерно со среднесуточной интенсивностью b .

Задание:

- 1) записать функцию изменения запаса;
- 2) изобразить графически поступление партии поставки и расходование запаса;
- 3) указать величины, влияющие на размер партии поставки;
- 4) вывести формулу для определения оптимального размера партии поставки;
- 5) как называется полученная формула?

Задача 1.1.2. С помощью метода интегрального исчисления определить среднюю величину запаса при мгновенном поступлении продукции и равномерном расходовании запаса.

Задача 1.1.3. Рассчитать затраты на эксплуатацию склада оптово-торгового предприятия.

Исходные данные:

Размеры склада: ширина – 12 м; длина – 60 м.

Общая площадь – 720 м², полезная площадь – 576 м² (80%).

Количество хранимой продукции – 5000 т.

Таблица 1.1

1. Оплата труда складского персонала

№	Должности	Кол., чел	Оклад, тыс. руб./мес.
1	Заведующий складом	1	32
2	Заместитель заведующего складом	1	27
3	Специалист по документообороту	2	24
4	Менеджер (кладовщик)	2	22
5	Водитель штабелера	2	20
6	Грузчик	4	18
	И т о г о	14	-

2. Амортизационные отчисления (затраты на амортизацию склада и складского оборудования):
 - балансовая стоимость склада – 26 000 тыс. руб.;
 - норма амортизации 3%.
 3. Техническое обслуживание и ремонт погрузо-разгрузочного и складского оборудования (затраты на техническое обслуживание и ремонт):
 - балансовая стоимость оборудования – 10 000 тыс. руб.;
 - доля затрат на техническое обслуживание и ремонт – 12%.
 4. Оплата водоснабжения, освещения, отопления и прочих коммунальных услуг:
 - тариф – 1,6 тыс. руб./м² – год.
 5. Оплата электроэнергии на производственные нужды (стоимость электроэнергии):
 - установленная мощность электрооборудования – 400 кВт;
 - среднее время работы оборудования – 45%;
 - тариф на потребленную электроэнергию – 2,5 руб./кВт·ч;
 - время работы электрооборудования за год – $365 \times 24 \times 0,45 = 3942$ ч/год;
 - потреблено электроэнергии: $3924 \times 400 = 1\,576\,800$ кВт·ч;
 6. Затраты на охрану:
 - охранников – 2 чел., оклад в мес. 21 тыс. руб./чел.
 7. Противопожарные мероприятия (затраты на противопожарные мероприятия):
 - тариф на сигнализацию – 5 тыс. руб. на пог. м периметра склада в год;
 - периметр $12 + 12 + 60 + 60 = 144$ пог. м.
 8. Плата за землю и природоохранные платежи:
 - тариф земельный: 6,7 тыс. руб./м² – год;
 - тариф природоохранный – 1,45 тыс. руб./год.
- Полученные результаты свести в таблицу:

Таблица 1.2

Ведомость статей затрат на эксплуатацию склада

№	Наименование статей затрат	Тыс. руб./год
1	Оплата труда персонала склада	
2	Амортизационные отчисления	
3	Техническое обслуживание и ремонт	
4	Коммунальные услуги	
5	Оплата электроэнергии	
6	Затраты на охрану	
7	Противопожарные мероприятия	
8	Плата за землю и природоохранные платежи	
	И т о г о	

Определить:

1. Стоимость эксплуатации 1 м^2 склада:
 - общей площади в год и сутки;
 - полезной площади в год и сутки;
2. Затраты на хранение единицы продукции:
 - за год.
3. Какой из полученных параметров используется при определении оптимального размера партии поставки?

Задача 1.1.4. В представленном перечне затрат, связанных с планированием и осуществлением закупок продукции, выполнить группировку затрат, зависящих и независящих от величины партии поставки:

- 1) транспортные расходы;
- 2) рассмотрение и акцепт коммерческих предложений – оферт;
- 3) издержки хранения запаса;
- 4) определение потребности предприятия в материальных ресурсах;
- 5) расчет денежных сумм на закупку материальных ресурсов;
- 6) страховые платежи при транспортировке продукции (груза);
- 7) затраты на ведение деловых (коммерческих) переговоров по поставкам продукции;
- 8) затраты на выгрузку поступающей на предприятие продукции;
- 9) выбор поставщиков продукции;
- 10) командировочные расходы экспедитора при сопровождении продукции (груза);
- 11) количественная и качественная приемка продукции;
- 12) затраты на изучения рынка закупок;
- 13) затраты на оформление приемо-сдаточных документов;
- 14) укладка (штабелирование) поступающих партий поставки.

Построить графики, иллюстрирующие изменение групп затрат в зависимости от величины общего объема поставок и в расчете на единицу продукции.

Как указанные затраты используются в расчетах оптимального размера партии поставки?

Задача 1.1.5. Дано:

- среднесуточное потребление материала – 0,55 т/сутки;
- издержки содержания запаса – 0,033 руб./т-сутки;
- условно постоянные расходы – 12 руб.

Определить оптимальный размер партии поставки.

Задача 1.1.6. Дано:

- годовая потребность предприятия в данной продукции – 200 т;
- издержки содержания запаса – 12 руб./т-год;
- условно-постоянные расходы – 12 руб.

Определить:

- а) оптимальный размер партии поставки;
- б) общие затраты содержания запаса и выполнения поставок;

Задача 1.1.7. Дано:

- потребность предприятия в продукции – 1000 т/год;
- издержки хранения запаса – 400 руб./т-год;
- стоимость выполнения поставок – 700 руб.

Определить:

- а) оптимальный размер партии поставки;
- б) количество поставок в год;
- в) интервал между поставками;
- г) общие затраты содержания запаса и выполнения поставок.

Задача 1.8. Дано:

- потребность предприятия в продукции – 600 т/год;
- издержки хранения запаса – 15 руб./т-год
- условно-постоянные расходы – 45 руб.

Определить:

- а) оптимальный размер партии поставки;
- б) общие затраты содержания запаса и выполнения поставок;
- в) составить таблицу, показывающую влияние величины партий поставок на общие издержки, т. е. $C = f(V)$, при размерах партий поставок в т: 20, 40, 60, 80, 100, 120;
- г) составить таблицу, показывающую влияние стоимости хранения запаса на оптимальный размер партии поставки $V_{opt} = f(h)$, при следующих издержках хранения, руб./т-год: 5, 10, 15, 20, 25, 30;
- д) согласно полученным данным построить соответствующие графики.

Задача 1.1.9. Определить оптимальный размер партий поставок металлопроката для группы машиностроительных предприятий.

Исходные данные представлены в таблице:

№	Показатели	Ед. изм.	Предприятия				
			1	2	3	4	5
1	Годовая потребность	т	500	1000	1250	1500	2000
2	Стоимость выполнения поставки	руб.	30	45	60	70	82
3	Издержки содержания единицы запаса	руб./т-сутки	0,07	0,11	0,14	0,16	0,16
4	Оптимальный размер партии поставки	т					

Задача 1.1.10. Годовая потребность предприятия в продукции данного вида равна 120 т. Издержки хранения указанной продукции – 15 руб./т-год. Продукция поставляется оптимальными партиями в 20 т. Определить стоимость выполнения партии поставки.

Задача 1.1.11. Годовая потребность предприятия в лакокрасочной продукции – 80 т. Затраты на выполнение заказа – 50 руб. Продукция поступает потребителю оптимальными партиями в размере 8 т. Определить издержки хранения единицы данной продукции в течение соответственно суток и года.

Задача 1.1.12. Определить среднесуточное потребление данного материала, если он поставляется оптимальными партиями, стоимость выполнения поставки и издержки хранения запаса представлены в таблице:

№	Показатели	Ед. изм.	Значения показателей по вариантам				
			1	2	3	4	5
1	Партии поставки	т	20	35	40	50	60
2	Издержки содержания единицы запаса	руб./т-сутки	120	160	170	175	180
3	Стоимость выполнения поставки	руб.	50	70	80	90	100
4	Среднесуточное потребление	т/сутки					

Задача 1.1.13. Продукция поступает на предприятие периодически с интенсивностью a и расходуется равномерно со скоростью b . Длительность поступления и расходования – T .

Изобразить графически предложенную ситуацию и определить среднюю величину запаса.

Задача 1.1.14. Дано:

- годовая потребность предприятия – 1800 т/год;
- среднесуточное поступление материала – 9 т/сутки;
- среднесуточный расход материала – 5 т/сутки;
- издержки содержания запаса – 12 руб./т-год;
- условно-постоянные расходы – 12 руб.

Определить оптимальный размер партии поставки.

Задача 1.1.15. Определить оптимальный размер партии поставки, если условия снабжения группы машиностроительных предприятий металлопрокатом характеризуется следующими данными:

№	Показатели	Ед. изм.	Предприятия				
			1	2	3	4	5
1	Годовая потребность	т	2200	3120	3520	4800	5250
2	Стоимость выполнения поставки	руб.	21	42	63	84	105
3	Издержки содержания запаса	руб./т-сутки	21	21	21	21	21
4	Среднесуточное поступление	т/сутки	5	6	7	8	9
	Оптимальный размер партии поставки	т					

Задача 1.1.16. Коммерческая деятельность предприятия допускает наличие дефицитных ситуаций. Следовательно, интервал между поставками состоит из периода наличия запаса и периода отсутствия запаса. Продукция расходуется равномерно.

Изобразить графически предложенную ситуацию и вывести формулу для определения оптимального размера партии поставки.

Задача 1.1.17. Дано:

- годовая потребность предприятия – 1800 т/год;
- издержки содержания запаса – 12 руб./т-год;
- потери от дефицита – 44 руб./т-год;
- условно-постоянные расходы – 12 руб.

Определить:

- а) оптимальный размер партии поставки;
- б) величину начального запаса;
- в) максимальный дефицит;
- г) длительность дефицитной ситуации.

Задача 1.1.18. Ежедневная выручка данного товара составляет 300 руб. Интервал поставки – 7 дней, стоимость доставки – 2100 руб., период реализации – 4 дня.

Определить длительность дефицитной ситуации и максимальную величину дефицита.

Задача 1.1.19. Определить оптимальный размер партии поставки комплектующих изделий машиностроительному предприятию при следующих условиях:

- годовая потребность – 4380 комплектов;
- условно-постоянная часть заготовительных расходов – 21 руб./заказ;
- издержки содержания запаса – 8,5 руб./комплект-сутки;
- потери от дефицита (простой оборудования и рабочих, недополучение выручки) – 5300 руб./комплект-год.

Задача 1.1.20. Определить следующие показатели:

- оптимальный размер партии поставки;
- величину начального запаса;
- максимальный дефицит;
- длительность дефицитной ситуации.

Исходные данные представлены в таблице:

№	Показатели	Ед. изм.	Предприятия				
			1	2	3	4	5
1	Годовая потребность	кг	320	360	380	400	450
2	Издержки содержания запаса	руб./кг-год	4,1	7,3	11,0	5,5	9,2
3	Стоимость выполнения поставки	руб.	21	32	48	36	28
4	Потери от дефицита	руб./кг-сутки	0,015	0,03	0,03	0,025	0,025
5	Оптимальный размер партии поставки						
6	Начальный запас						
7	Максимальный дефицит						
8	Длительность дефицита						

Задача 1.1.21. При периодическом поступлении a и равномерном расходовании b оптимальный размер партии поставки данной продукции равен произведению базисной формулы Уилсона и соответствующего коэффициента, определяемого по специальному выражению.

Протабулировать указанное выражение.

Поправочные коэффициенты для определения оптимального размера партии поставки при периодическом поступлении и равномерном расходовании продукции:

$a \backslash b$	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1									
2									
.....									
8									

1. Привести формулу для определения поправочных коэффициентов.
2. Указать размерность величин a и b .
3. Привести примеры использования коэффициентов.
4. Прокомментировать полученные результаты.
5. Построить график рассматриваемой ситуации.

Задача 1.1.22. Составить таблицу коэффициенты для определения начального запаса в условиях допущения дефицита.

$h_c \backslash q$	0,25	0,30	0,40	0,50	0,55	0,60
0,05						
0,10						
0,15						
0,20						
0,25						

1. Привести формулу для определения поправочных коэффициентов.
2. Указать размерность величин h_c и q .
3. Привести примеры использования коэффициентов.
4. Прокомментировать полученные результаты.
5. Построить график рассматриваемой ситуации.

Задача 1.1.23. По представленным в задаче 1.1.22 данным h_c и q составить таблицу коэффициентов для определения оптимального размера партии поставки. Прокомментировать полученные результаты.

1.2. Определение места дислокации базы снабжения

Рассматривается следующая логистическая задача.

Снабжение острова А осуществляется через железнодорожную станцию В. От береговой линии остров удален по прямой на расстояние a км, а железнодорожная станция – на расстояние b км.

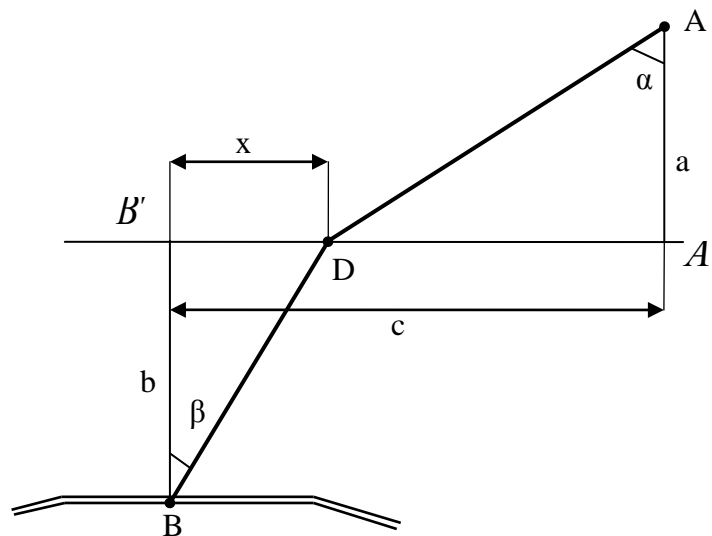
Расстояние между основаниями перпендикуляров, проведенных к береговой линии через точки А и В, равно c км. Стоимость перевозки одной тонны груза на расстояние в 1 км:

по суше – S_C

по морю – S_M

Определить, где разместить перевалочную базу D, чтобы стоимость перевозки была минимальна?

Расчетная схема представлена на рисунке.



Решение:

Обозначим расстояние $B'D$ через x . Тогда $DA' = c - x$, отсюда получаем длину пути:

по суше: $\sqrt{b^2 + x^2}$

по морю: $\sqrt{a^2 + (c - x)^2}$

Стоимость перевозки одной тонны груза из В в А выразится следующим образом:

$$y = S_C \sqrt{b^2 + x^2} + S_M \sqrt{a^2 + (c - x)^2}$$

Определим минимум полученной функции, для чего найдем первую производную и приравняем ее к нулю:

$$y'_x = \frac{S_C x}{\sqrt{b^2 + x^2}} - \frac{S_M (c - x)}{\sqrt{a^2 + (c - x)^2}} = 0$$

А значит:

$$\frac{x}{\sqrt{b^2 + x^2}} \div \frac{c - x}{\sqrt{a^2 + (c - x)^2}} = S_M \div S_C \quad (1)$$

или

$$\frac{\sin \beta}{\sin \alpha} = \frac{S_M}{S_C},$$

Таким образом, перевалочную базу D следует расположить так, чтобы выполнялось равенство: $\frac{\sin \beta}{\sin \alpha} = \frac{S_M}{S_C}$.

Задача 1.2.24. Значения величин на представленной выше схеме:

- 1) расстояние от острова до береговой линии – 125 км;
- 2) расстояние железнодорожной станции от береговой линии – 30 км;
- 3) расстояние между точками A' и B' – 120 км;
- 4) стоимость перевозки одной тонны груза на расстояние в 1 км:

по суше: 28 руб./т·км;

по морю: 4,5 руб./т·км;

Определить оптимальное месторасположение перевалочной базы.

Указание: в формулу (1) подставить численные значения исходных данных и выделить x .

1.3. Прикрепление потребителей к распределительным центрам

Задача 1.3.25. Сеть из 10 магазинов розничной торговли планируется снабжать товарами с одного из трех распределительных центров. Определить, к какому распределительному центру прикрепить сеть магазинов.

Исходные данные, товарооборот магазинов и расстояния от рассматриваемых центров и до каждого магазина представлены в таблице:

№ магазина	Товарооборот, млн руб.	Распределительные центры		
		Расстояния до магазинов, км		
		1	2	3
1	8,4	3,5	4,5	6,5
2	15,8	6,8	7,0	8,0
3	11,2	4,5	10,5	8,5
4	16,8	6,0	3,5	5,5
5	23,5	8,5	4,0	12,5
6	18,2	5,0	6,0	8,0
7	20,8	9,0	5,0	12,0
8	12,4	6,5	8,0	3,5
9	10,5	7,5	5,0	9,0
10	14,5	5,0	4,5	11,0

Указания:

- использовать формулу гравитационной модели;
- мощность распределительных центров равна сумме товарооборота магазинов;
- составить расчетную схему.

1.4. Межотраслевой баланс

Задача 1.4.26. Рассчитать межотраслевой баланс для трех отраслей, если даны коэффициенты прямых затрат и величины конечного потребления:

Отрасли производители	Отрасли – потребители			Конечное потребление
	1	2	3	
1	$a_{11}= 0,3$	$a_{12}= 0,1$	$a_{13}= 0,2$	14,0
2	$a_{21}= 0,7$	$a_{22}= 0,4$	$a_{23}= 0,1$	17,0
3	$a_{31}= 0,6$	$a_{32}= 0,3$	$a_{33}= 0,3$	18,0

Задача 1.4.27. Рассчитать межотраслевой баланс для пяти отраслей. Коэффициенты прямых затрат и конечное потребление представлены в таблице:

Отрасли производители	Отрасли – потребители					Конечное потребление
	1	2	3	4	5	
1	0,3	0,1	0,05	0,2	0,1	16
2	0,6	0,1	0,1	0,05	0,1	24
3	0,8	0,3	0,1	0,1	0,2	14
4	0,7	0,2	0,1	0,05	0,3	19
5	0,6	0,1	0,2	0,1	0,2	21

2. Методы теории вероятностей в коммерции и логистике

Наличие в коммерции и логистических процессах случайных величин служит основанием для применения методов теории вероятностей. Указанные величины порождаются характером функционирования рыночной экономики. В такой экономике коммерческие и логистические процессы находятся под воздействием множества случайных – стохастических факторов, в частности, спроса и предложения, состояния конкурентной среды. Стохастические величины коммерции и логистики представлены в таблице.

Таблица 2.1

Стохастические величины коммерции и логистики

Случайные величины	
Коммерция	Логистика
1. Платежеспособность; 2. Объем реализации товаров; 3. Длительность реализации товаров; 4. Выручка от реализации товаров; 5. Издержки торговые; 6. Интенсивность продаж; 7. Товарооборот торгового предприятия; 8. Движение товарного запаса; 9. Объем нереализованных товаров и возвратных потоков; 10. Число некачественного товара при приемке продукции	1. Время доставки (транспортировки) продукции; 2. Время погрузки – выгрузки; 3. Величина выборки при качественной приемке продукции; 4. Уровень использования транспортных средств; 5. Поток заявок на обслуживание; 6. Время обслуживания; 7. Движение страхового запаса; 8. Распределение продукции по группам ABC; 9. Объем партий отгрузки продукции; 10. Надежность поставок

Представленное деление случайных величин в значительной мере носит условный характер, поскольку одни и те же величины могут быть отнесены как к коммерции, так и к логистике. Такое положение обусловлено тем, что в современных условиях коммерция функционирует на основе логистической концепции в форме синтеза коммерции и логистики – коммерческой логистики.

Важное место в коммерческих и логистических операциях занимает качественная приемка продукции. Как правило, такая приемка выполняется с помощью случайной выборки.

Рассматриваемая ситуация выглядит следующим образом: в партии из n изделий – k бракованных (некачественных). Определить вероятность того, что из m выбранных для проверки изделий ровно l окажутся бракованными.

Решение:

Для определения всех возможных способов взять m изделий из n , т. е. C_n^m .

Благоприятствующими являются случаи, когда из общего числа k взято l – таких способов C_k^l . Остальные $(m - l)$ – небракованные, и они взяты из общего числа $(n-k)$: таких способов C_{n-k}^{m-l} .

Поэтому число благоприятствующих случаев равно $C_k^l \cdot C_{n-k}^{m-l}$. Отсюда искомая вероятность:

$$P = \frac{C_k^l \cdot C_{n-k}^{m-l}}{C_n^m}.$$

Величина C_n^m – количество сочетаний из n по m , определяется по формуле:

$$C_n^m = \frac{n!}{m!(n-m)!},$$

где $n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot n$ (n – «факториал»)

Для вычисления числа сочетаний используется равенство:

$$C_n^m = C_n^{n-m}$$

Факториалы больших чисел могут быть выражены приближенно формулой Стирлинга:

$$n! \approx \left(\frac{n}{e}\right)^n \cdot \sqrt{2\pi n},$$

$$\ln(n!) \approx \left(n + \frac{1}{2}\right) \ln n - n + \ln \sqrt{2\pi}.$$

Пример: в партии поставки 100 изделий, величина бракованных изделий 5% ($k = 5$). Определить вероятность того, что в выборке из 5 изделий хотя бы одно окажется бракованным ($l = 1$). Таким образом, имеем исходные данные:

N	K	m	l
100	5	5	1

Вычисления:

$$1) C_n^m = \frac{100!}{5!95!} = \frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot 95 \cdot 96 \cdot 97 \cdot 98 \cdot 99 \cdot 100}{(1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5) \cdot 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot 95} = \frac{9034502400}{120} = 75287520;$$

$$2) C_k^l = \frac{5!}{1!4!} = \frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4} = 5;$$

$$3) C_{n-k}^{m-l} = C_{100-5}^{5-1} = C_{95}^4 = \frac{95!}{4!91!} = \frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot 91 \cdot 92 \cdot 93 \cdot 94 \cdot 95}{(1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4) \cdot 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot 91} = \frac{76405080}{24} = 3183545;$$

$$4) P = \frac{5 \cdot 3183545}{75287520} = \frac{15917725}{75287520} = 0,21.$$

Согласно выполненным расчетам, вероятность обнаружения бракованного изделия из выборки в 5 изделий равна 0,21.

Задача 2.1. В партии поставки 100 изделий, величина бракованных изделий 5% ($k = 5$). Определить вероятность обнаружения одного бракованного изделия из выборки в 20 изделий, т. е.

n	k	M	L	P
100	5	20	1	?

Прокомментировать полученные вероятности в первом и во втором случаях. Как изменится вероятность обнаружения изделия с браком при увеличении выборки в 4 раза от 5 до 20 изделий?

Задача 2.2. По техническим условиям в партии товара количество изделий второго сорта не должно превышать 10% – остальные принимаются как первосортные. В партии 100 изделий, выборка 10 изделий. Определить вероятность того, что в выборке окажется одно изделие второго сорта.

Задача 2.3. Объем брака в партии товара не должен превышать одного процента. Объем партии товара – 100 единиц, выборка – 10 единиц. Определить вероятность обнаружения одной единицы товара с дефектом.

Задача 2.4. К отгрузке подготовлена партия товара в количестве 500 единиц. Допустимый уровень брака – 2%. Производится выборка в 50 единиц. Какова вероятность обнаружения одного бракованного изделия?

Задача 2.5. Вычислить вероятности обнаружения одного бракованного изделия при $n = \text{const}$, $k = \text{const}$, $l = \text{const}$; изменяются размеры выборки. Исходные данные представлены в таблице:

n	k	m	l	C_n^m	C_k^l	C_{n-k}^{m-l}	P
100	5	5	1				
100	5	10	1				
100	5	20	1				
100	5	25	1				
100	5	50	1				

В данной таблице заполнить пустые столбцы, в том числе столбец « P », построить график $P=f(m)$.

Вычисление вероятностей событий при повторных независимых испытаниях.

В партии товара всего 1% брака. Каков должен быть объем случайной выборки, чтобы вероятность встретить в ней хотя бы одно изделие с браком была бы не менее 0,95?

Искомое число находится по формуле:

$$n \geq \frac{\ln(1-P)}{\ln(1-p)},$$

где P – вероятность обнаружения события (в данном случае изделия с браком);

p – вероятность наступления события (в данном случае уровень брака).

Пример: вероятность брака $p = 0,01$ (1%);

Требуемая вероятность обнаружения $P = 0,95$, тогда

$$n \geq \frac{\ln(1-0,95)}{\ln(1-0,01)} = \frac{\ln 0,05}{\ln 0,99} = \frac{-3,0}{-0,01} = 300.$$

Задача 2.6. Как изменится объем необходимой выборки с увеличением доли брака и ослаблением требований к вероятности его обнаружения? Результаты вычислений представить в таблице:

Доля брака, p	Вероятности обнаружения брака, P		
	0,99	0,95	0,90
0,01			
0,05			
0,1			
0,15			
0,20			

Полученные результаты представить в графической форме.

Задача 2.7. Имеется множество изделий в количестве 1000 единиц, доля брака 0,5%. Какой величиной должна быть выборка, чтобы обнаружить хотя бы одно бракованное изделие.

В задачах 2.8 – 2.10 следует использовать формулу биномиального распределения вероятностей.

Задача 2.8. База снабжает 10 потребителей. Вероятность поступления заявки от одного потребителя в день равна 0,7. Определить вероятности поступления заявок 0, 1, 2, 3...10. Построить график распределения вероятностей.

Задача 2.9. Распределительный центр обслуживает 20 магазинов. Вероятность поступления заявки на товар равна 0,6

Определить:

- наивероятнейшее число заявок;
- вероятность поступления наивероятнейшего числа заявок;

- вероятность поступления заявок от 10 магазинов.

Задача 2.10. Распределительный центр обслуживает торговую сеть из 30 магазинов. Вероятность поступления заявки от одного магазина равна 0,4.

Определить:

- наиболее вероятное число заявок;
- вероятность поступления наиболее вероятного числа заявок;
- вероятность поступления заявок от всех магазинов;
- вероятность отсутствия заявок.

В задачах 2.11 – 2.13 следует использовать формулу распределения Пуассона.

Задача 2.11. Время работы базы с 8⁰⁰ до 20⁰⁰ ежедневно. В течение дня за товаром поступает 36 автомашин. Определить вероятности поступления на базу в течение одного часа 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 автомашин.

Задача 2.12. Среднее число заявок, поступающих в систему в течение одного часа – 5. Определить распределение вероятностей поступления в систему в течение одного часа от 0 до 10 заявок. Построить график.

Задача 2.13. На расчетно-кассовый узел универсама в течение одной минуты приходят в среднем три покупателя. Определить вероятности отсутствия покупателей, а также прихода одного или двух покупателей.

Задачи на нормальные и экспоненциальные распределения вероятностей.

Задача 2.14. Дано: сведения о реализации продукции:

Объемы реализации, млн руб.	До 1	1-2	2-3	3-4	4-5	5-6	Свыше 6
Количество случаев	2	4	6	10	8	3	2

Определить:

- параметры закона распределения вероятностей;
- построить график закона распределения вероятностей.

Проверка соответствия теоретического распределения фактическому по критерию χ^2 (Пирсона).

Пример: Дано фактическое время погрузки одной автомашины:

Время погрузки, ч (t)	0-2	2-4	4-6	6-10	Свыше 10
Количество автомашин, n_{ϕ}	80	15	3	1	1

Определить вид теоретического распределения и оценить его соответствие фактическим данным.

Решение:

Представленные данные в качестве гипотезы позволяют принять экспоненциальный закон. Определяются параметры экспоненциального закона.

Вычисляется среднее время погрузки:

$$1 \times 80 = 80$$

$$3 \times 15 = 45$$

$$5 \times 3 = 15$$

$$8 \times 1 = 8$$

$$12 \times 1 = 12$$

Итого 160 машиночасов, отсюда среднее время погрузки

$$\bar{t} = \frac{160}{100} = 1,6 \text{ ч,}$$

тогда

$$\lambda = \frac{1}{1,6} = 0,625$$

Получаем выражение для теоретического распределения:

$$y = 0,625 \cdot e^{-0,625t}$$

Порядок вычисления теоретических частот (автомашин) n_T представлен в таблице 2.2:

Построение теоретического распределения

№	Величины	Время погрузки				
		0	2	4	6	10
1	$-0,625t$	0	-1,25	-2,5	-3,75	-6,25
2	$e^{-0,625t}$	1	0,286	0,082	0,023	0,006
3	$0,625 \cdot e^{-0,625t}$	0,625	0,179	0,051	0,014	0,004
4	$\lambda e^{-\lambda x_i} - \lambda e^{-\lambda x_{i+1}}$ (разности предыдущей строки)	0,446	0,128	0,037	0,010	0,621*
5	n_T	0,72	0,20	0,06	0,02	
6	n_T (в целых числах, за 100 принимается 0,621)	72	20	6	2	

* Данные строки 4 получены как разность чисел предыдущей строки, например $0,625 - 0,179 = 0,446$ и т. д. Сумма чисел этой строки равна 0,621, которая принимается за 100, и формируются данные строки 5, например, $0,446 : 0,621 = 0,72$, $0,128 : 0,621 = 0,20$ и т. д.

На основании полученных данных сравниваются данные фактических частот n_f и теоретических n_T . Далее вычисляется критерий согласия χ^2 (Пирсона):

$$X^2 = \sum \frac{(n_{\phi} - n_{\Gamma})^2}{n_{\Gamma}}$$

Расчеты представлены в табл. 2.3.

Таблица 2.3

Расчет критерия согласия X^2 («хи-квадрат»)

№	Величины	0-2	2-4	4-6	6-10	Свыше 10	Итого
1	n_{ϕ}	80	15	3	1	1	100
2	n_{Γ}	72	20	6	2	-	100
3	$(n_{\phi} - n_{\Gamma})$	8	-5	-3	-1	1	-
4	$(n_{\phi} - n_{\Gamma})^2$	64	25	9	1	-	-
5	$\frac{(n_{\phi} - n_{\Gamma})^2}{n_{\Gamma}}$	0,88	1,25	1,5	0,5	-	4,13

Таким образом, критерий согласия равен 4,13, который сравнивается с табличным значением по количеству степеней свободы $K = N - 1 = 5 - 1 = 4$.

Условие соответствия теоретического распределения фактическому:

если $X^2 < X^2_{\text{табл.}}$, то теоретическое распределение соответствует фактическому.

По таблице согласия X^2 для $K = 4$ получаем табличные значения: 9,45; 13,28; 18,46, т. е. $4,13 < 9,45; 13,28; 18,46$.

Следовательно, теоретическое распределение хорошо согласуется с фактическим.

Задача 2.15. Дано: время погрузки одной автомашины, час-мин:

2-40, 1-25, 1-10, 1-45, 0-30, 0-35, 0-35, 0-40, 0-40, 1-45, 1-20, 0-56, 0-50, 0-45, 0-40, 0-40, 4-10, 3-10, 3-15, 3-25.

Выполнить:

- сгруппировать временной ряд погрузки автомашины;
- вычислить параметры закона распределения времени погрузки;
- проверить соответствие теоретического распределения фактическим данным по критерию согласия X^2 (Пирсона).

3. Стохастические методы и модели математической статистики в коммерции и логистике

Математическая статистика имеет широкий круг прикладных задач коммерции и логистики. Методы математической статистики позволяют предвидеть течение и развитие коммерческих и логистических процессов. С помощью указанных методов определяются эмпирические зависимости,

оценивается теснота связи между изучаемыми величинами коммерции и логистики.

В математической статистике для построения эмпирических зависимостей используется метод «наименьших квадратов». Согласно этому методу сумма квадратов отклонений теоретических значений от фактических данных соответствующих величин должна быть минимальной, т. е.:

$$\sum \Delta^2 = \sum (y_i - \tilde{y}_i)^2 = \min ,$$

где y_i и \tilde{y}_i – соответственно фактические и теоретические значения исследуемой зависимости.

Для использования метода «наименьших квадратов» решаются системы нормальных уравнений, с помощью которых вычисляются параметры зависимости a и b .

1. Для линейной зависимости $y=a+bx$ система нормальных уравнений имеет вид:

$$\begin{cases} an + b \sum x = \sum y; \\ a \sum x + b \sum x^2 = \sum xy \end{cases}$$

2. Для обратной зависимости $y = \frac{a}{x} + b$ решается следующая система уравнений:

$$\begin{cases} nb + a \sum \frac{1}{x} = \sum y \\ b \sum \frac{1}{x} + a \sum \frac{1}{x^2} = \sum \frac{y}{x} \end{cases}$$

При вычислении параметров эмпирических зависимостей исходными данными являются попарно упорядоченные фактические значения исследуемых величин x и y .

В нормальных уравнениях неизвестными являются параметры a и b .

Пример: Имеются данные о товарообороте торгового предприятия за определенный период в млн руб. и соответствующих издержках обращения (табл. 3.1):

Таблица 3.1

Товарооборот, млн руб.	x	1	3	5	8	12
Издержки, %	y	10	5	7	3	1

Подготовка данных для составления системы нормальных уравнений ведется в табличной форме (табл. 3.2).

Таблица 3.2

x	y	x ²	xy
1	10	1	10
3	5	9	15
5	7	25	35
8	3	64	24
12	1	144	12
29	26	243	96

По итогам табл. 3.2 составляется система нормальных уравнений:

$$\begin{cases} 5a + 29b = 26 \\ 29a + 243b = 96. \end{cases}$$

Решение данной системы дает результат:

$$a = 7,5$$

$$b = -0,4,$$

отсюда получаем зависимость уровня издержек (y) от величины товарооборота (x):

$$y = 7,5 - 0,4x.$$

Пример: Расчет обратно пропорциональной зависимости.

Определить: норматив удельной материалоемкости в зависимости от мощности турбогенератора, если имеются следующие данные:

Тип турбогенератора	Мощность (тыс. кВт)	Удельная материалоемкость (кг/кВт)
ТВФ-100-2	100	1,48
ТВФ-300-2	300	0,90
ТВФ-500-2	500	0,65
ТВФ-700-2	700	0,55
ТВФ-1200-2	1200	0,50

Согласно имеющимся данным необходимо найти зависимость вида:

$$y = \frac{a}{x} + b,$$

где y – удельная материалоемкость, (кг/кВт)

x – мощность турбогенератора (тыс. кВт)

Расчетная таблица

№	x	y	$\frac{1}{x}$	$\frac{1}{x^2}$	$\frac{y}{x}$
1	100	1,48	0,01	0,0001	0,0148
2	300	0,90	0,003	0,000011	0,003
3	500	0,65	0,002	0,000004	0,0013
4	700	0,55	0,001	0,000002	0,0008
5	1200	0,50	0,0008	0,0000006	0,0004
Σ	2800	4,08	0,0438	0,000118	0,0203

$$\begin{cases} 5b + 0,0438a = 4,08 \\ 0,0438b + 0,000118a = 0,0203 \end{cases},$$

$$b + \frac{0,000118}{0,0438}a = \frac{0,0203}{0,0438};$$

$$b + 0,0027a = 0,463; \quad b = 0,463 - 0,0027a;$$

$$5(0,463 - 0,0027a) + 0,0438a = 4,08;$$

$$2,315 - 0,0135a + 0,0438a = 4,08;$$

$$0,0303a = 6,395; \quad a = 211,06;$$

$$b = 0,463 - 0,570 = -0,107; \quad b = -0,107.$$

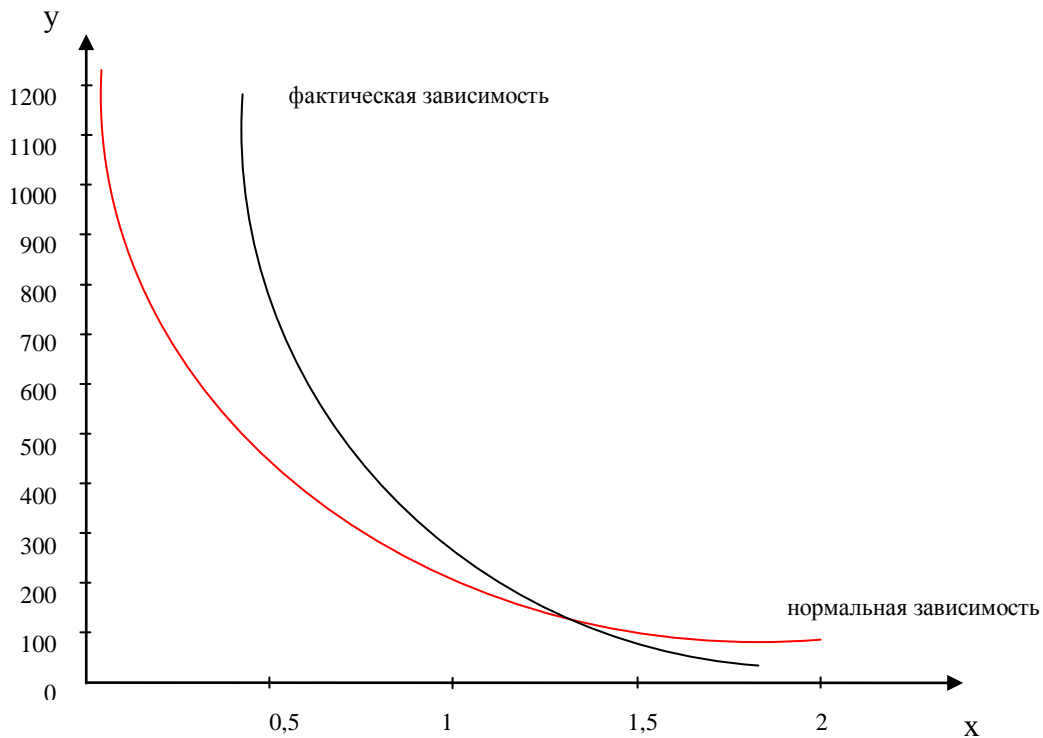
Нормативное уравнение имеет вид:

$$y = \frac{211,06}{x} - 0,107.$$

На основании полученного уравнения рассчитываются нормативы удельной материалоемкости.

Мощность турбогенератора, кВт	100	200	300	400	500	600	700	800	900	1000	1100	1200
Удельная материалоемкость (кг/кВт)	2,0	0,95	0,60	0,42	0,32	0,24	0,19	0,15	0,13	0,10	0,08	0,07

График обратно пропорциональной зависимости



Задача 3.1. Дано:

Товарооборот, млн руб.	1,0	3,0	8,0	12,0	15,0
Расходы на рекламу, %	3,5	8,5	1,8	2,2	4,2

Определить зависимость между товарооборотом и расходами на рекламу. Построить график. Прокомментировать полученный результат.

Задача 3.2. Дано:

Расстояние перевозки, км	10,3	12,8	12,4	12,0	12,7	15,6	16,8	15,8	17,3	19,0
Стоимость перевозки, тыс. руб.	3,1	3,8	4,5	4,9	5,6	6,2	7,1	7,2	8,5	9,3

Задание:

- определить форму зависимости между расстоянием и стоимостью перевозки;
- вычислить параметры зависимости между расстоянием перевозки и стоимостью перевозки единицы груза;
- прокомментировать полученный результат с точки зрения экономики транспорта;
- построить график зависимости;
- составить нормативную таблицу зависимости.

Задача 3.3. Определить зависимость между величиной товарного запаса и объемом продаж, если дано:

Товарный запас, тыс. руб.	420	385	225	310	280	303	360
Объем продаж, тыс. руб./день	40,0	32,1	18,2	21,4	26,2	31,2	22,0

Прокомментировать результат с точки зрения коммерции и логистики.

Задача 3.4. Определить форму и параметры зависимости между транзакционными и общими издержками производства, если дано:

Транзакционные издержки, млн руб.	10,3	12,8	12,4	12,0	12,7	15,6	16,8	15,8	17,3	19,0
Общие издержки, млн руб.	3,1	3,8	4,5	4,9	5,6	6,2	7,1	7,2	8,5	9,3

Прокомментировать результат и построить график.

Задача 3.5. Определить норматив расхода воды в зависимости от концентрации массы при производстве бумаги. Дано:

Показатель концентрации	5	7	9	10	12	15
Расход воды, л/мин.	15	12	10	8	5	4

Задача 3.6. Определить норматив расхода топлива для двигателей внутреннего сгорания.

Исходные данные:

Мощность двигателя, л.с.	80	100	150	200	600
Расход топлива, л/л.с.-ч	260	225	220	205	200

Указание: в задачах 3.5 и 3.6 нормативы рассчитываются на основании полученной зависимости.

Составной частью математической статистики является корреляционно-регрессионный анализ. Этот анализ позволяет измерять

тесноту связи между величинами и строить теоретические зависимости влияния одной величины на другую, т. е. уравнение регрессии.

В корреляционно-регрессионном анализе уравнение регрессии целесообразно вычислять через коэффициент корреляции. Получаемое таким образом уравнение регрессии идентично уравнению, параметры которого определяются по методу «наименьших квадратов» с помощью нормальных уравнений.

Коэффициент корреляции определяется по следующей формуле:

$$r = \frac{\sum (\bar{x} - x_i)(\bar{y} - y_i)}{\sqrt{\sum (\bar{x} - x_i)^2 \sum (\bar{y} - y_i)^2}},$$

где \bar{x} и \bar{y} – средние значения исследуемых величин.

Расчет коэффициента корреляции предлагается вести в табличной форме.

Расчет коэффициента корреляции

Исходные данные		$\bar{x} - x_i$	$\bar{y} - y_i$	$(\bar{x} - x_i)(\bar{y} - y_i)$	$(\bar{x} - x_i)^2$	$(\bar{y} - y_i)^2$
х	у					
x_1	y_1					
x_2	y_2					
...	...					
x_i	y_i					
...	...					
x_n	y_n					
Σx_i	Σy_i	0	0	$\Sigma(\bar{x} - x_i)(\bar{y} - y_i)$	$\Sigma(\bar{x} - x_i)^2$	$\Sigma(\bar{y} - y_i)^2$

Уравнение регрессии для величин, связанных прямой линейной зависимостью, определяется по следующей формуле:

$$y - \bar{y} = r \frac{\sigma_y}{\sigma_x} (x - \bar{x}),$$

где σ_x и σ_y – соответственно среднеквадратические отклонения величин x и y , т. е.

$$\sigma_x = \sqrt{\frac{\sum (\bar{x} - x_i)^2}{n}}, \quad \sigma_y = \sqrt{\frac{\sum (\bar{y} - y_i)^2}{n}},$$

n – количество данных в исследуемом статистическом ряду.

Выражение $b = r \frac{\sigma_y}{\sigma_x}$ – есть коэффициент регрессии.

При положительном значении коэффициента корреляции ($r > 0$) с увеличением одной величины x , увеличивается и зависимая от нее величина

у и, наоборот, при отрицательном значении r с увеличением величины x , величина y уменьшается. Соответственно положительные и отрицательные коэффициенты могут принимать и коэффициенты регрессии.

При вычислении параметров уравнения регрессии исходными данными являются попарно упорядоченные фактические значения исследуемых величин x и y .

Пример 1: Дано:

Доля производственных услуг при поставке продукции, %	X	1,5	3,2	4,3	5,7	10,0	12,0
Общие издержки производства, млн руб.	Y	120	90	50	60	45	35

Определить коэффициент линейной корреляции и составить уравнение регрессии.

Расчет ведется в табличной форме:

x	y	$\bar{x} - x$	$\bar{y} - y$	$(\bar{x} - x)(\bar{y} - y)$	$(\bar{x} - x)^2$	$(\bar{y} - y)^2$
1,5	120	4,6	- 53,3	-245,18	21,16	2840,89
3,2	90	2,9	-23,3	-67,57	8,41	542,89
4,3	50	1,8	16,7	30,06	3,24	278,89
5,7	60	0,4	6,7	2,68	0,16	44,89
10,0	45	- 3,9	21,7	-84,63	15,21	470,89
12,0	35	- 5,9	31,7	-187,03	34,81	1004,89
36,7	400	$\approx 0 (-0,1)$	$\approx 0 (0,2)$	-551,67 (-584,41+32,74)	82,99	5183,34

Средняя доля производственных услуг $\bar{x} = \frac{36,7}{6} = 6,1$.

Средняя величина издержек производства $\bar{y} = \frac{400}{6} = 66,7$.

Вычисляется коэффициент линейной корреляции:

$$r = \frac{-551,67}{\sqrt{82,99} \cdot \sqrt{5183,34}} = \frac{-551,67}{9,11 \cdot 72} = -\frac{551,67}{655,92} = -0,84.$$

Вычисляются среднеквадратические отклонения:

$$\sigma_x = \sqrt{\frac{82,99}{6}} = \sqrt{13,83} = 3,72 \quad \sigma_y = \sqrt{\frac{5183,34}{6}} = \sqrt{836,89} = 29,4$$

Составляется уравнение регрессии:

$$y - 66,7 = -0,84 \frac{29,4}{3,7} (x - 6,1)$$

$$y - 66,7 = -6,67(x - 6,1)$$

$$y = -6,67x + 40,7 + 66,7;$$

Тогда уравнение регрессии примет следующий вид:

$$y = -6,7x + 107,4.$$

Прокомментировать результаты, сравнить фактические значения с теоретическими и построить график зависимости y от x .

Пример 2. Расчет корреляционной зависимости производственного и сбытового запасов.

x – товарный запас, млн руб.

y – производственный запас, млн руб.

№	x	y	$\bar{x} - x$	$\bar{y} - y$	$(\bar{x} - x)(\bar{y} - y)$	$(\bar{x} - x)^2$	$(\bar{y} - y)^2$
1	8,3	1,2	-0,8	-0,1	0,08	0,64	0,01
2	7,4	1,1	0,1	0	0	0,01	0
3	6,8	0,8	0,7	0,3	0,21	0,49	0,09
4	8,2	0,9	-0,7	0,2	-0,14	0,49	0,04
5	8,0	1,5	-0,5	-0,4	0,20	0,25	0,16
6	6,3	1,1	1,2	0	0	1,44	0
Σ	45,0	6,6	0	0	0,35	3,32	0,30

Средние значения:

$$\bar{x} = 7,5$$

$$\bar{y} = 1,1$$

Коэффициент корреляции:

$$r = \frac{0,35}{\sqrt{3,32} \cdot \sqrt{0,30}} = \frac{0,35}{1,82 \cdot 0,55} = \frac{0,35}{1,001} = 0,35$$

Среднеквадратические отклонения:

$$\sigma_x = \sqrt{\frac{3,32}{6}} = \sqrt{0,55} = 0,74 \quad \sigma_y = \sqrt{\frac{0,30}{6}} = \sqrt{0,05} = 0,22$$

Уравнение регрессии:

$$y - 1,1 = 0,35 \cdot \frac{0,22}{0,74} (x - 7,5)$$

$$y - 1,1 = 0,105(x - 7,5)$$

$$y - 1,1 = 0,105x - 0,8$$

$$y = 0,105x + 0,3$$

Коэффициенты вариации:

$$K_x = \frac{0,74}{7,5} = 0,1 \quad K_y = \frac{0,22}{1,1} = 0,2$$

Выполнить корреляционно-регрессионный анализ по представленным данным.

Задача 3.7. Дано:

x – расходы на рекламу в % от общих издержек;

y – объем продаж, млн руб./мес.

x	10,0	2,5	7,3	12,0	14,0	8,5	1,5	1,2	5,0	7,0	8,3	15,0
y	21,2	10,2	18,7	24,5	27,8	16,0	12,5	10,8	14,3	17,3	22,5	28,0

Задача 3.8. Дано:

x – товарный запас тыс. руб.;

y – объем продаж, тыс. руб./день.

x	420	385	225	310	280	303
y	12,3	10,7	5,7	6,2	6,0	8,2

Задача 3.9. Дано:

x – надежность снабжения (поставок), $0 < R \leq 1$;

y – величина производственного запаса, млн руб.

x	0,72	0,64	0,82	0,55	0,52	0,60
y	5,4	4,8	2,4	6,6	7,8	5,7

Задача 3.10. Дано:

x – грузооборот оптово-торговой базы (металлопродукция), тыс. т/год;

y – издержки обращения базы, руб./т.

x	420	380	290	160	120
y	70	85	80	140	100

Задача 3.11. Дано:

x – доля поставок «точно в срок», %;

y – величина производственного запаса, млн руб.

x	5,0	7,8	8,0	10,0	11,2
y	2,5	3,2	2,2	1,5	0,8

Задача 3.12. Дано:

x – цена товара по данной ассортиментной группе, руб./ед.;

y – объем продаж, тыс. руб.

x	45	50	60	70	75	80
y	640	610	450	430	230	250

Задача 3.13. Дано:

x – цена данного товара, руб.;

y – скорость реализации, дни.

x	120	135	140	145	150
y	25	28	36	42	48

Задача 3.14. Дано:

x – стаж работы продавца (менеджера), лет;

y – объем продаж, тыс. руб./день.

x	2	2,5	3,2	5,2	7,5
y	36	34	42	63	85

Задача 3.15. Дано:

x – транзакционные издержки товаропроизводителей, млн руб./год;

y – общие издержки производства, млн руб.

X	6,0	7,1	12,1	15,3	16,2	18,0	18,8
Y	292,8	275,2	246,8	220,3	215,6	220,4	204,3

Задача 3.16. Дано:

x – товарный запас, млн руб.;

y – производственный запас, млн руб.

X	3,9	5,8	9,2	15,2	18,0	12,6
Y	1,2	1,3	0,8	1,4	1,5	1,0

Задача 3.17. Дано:

x – объем производства, млн руб.;

y – образование вторичных материальных ресурсов млн. руб.

X	12,0	13,0	14,2	15,6	16,7	17,2	15,5	17,5	18,8	14,5
У	2,0	2,8	2,3	2,4	3,2	3,5	3,1	2,2	4,0	4,3

4. Задачи теории массового обслуживания в коммерции и логистике

Теория массового обслуживания – это раздел математики, изучающий системы, предназначенные для обслуживания массового потока требований (заявок) случайного характера.

Все логистические системы функционируют как системы массового обслуживания. Поскольку коммерция функционирует на основе логистических концепций, то и предприятия торговли также представляют собой системы массового обслуживания.

В коммерции и логистике теория массового обслуживания, как правило, исследует и определяет количественные параметры материального потока. Коммерческие и логистические системы как системы массового обслуживания имеют «вход» и «выход», а также обладают внутренним состоянием. Система имеет в своем составе аппараты или каналы обслуживания.

Основополагающее значение в теории массового обслуживания имеют понятия потока. В логистике в основном рассматривается простейший или Пуассоновский поток заявок. Этот поток обладает следующими признаками:

1. **Стационарность** – вероятность появления того или иного числа заявок на отрезке времени t зависит только от длины этого отрезка и не зависит от того, где именно располагается этот участок на оси времени;

2. **Ординарность** – в каждый момент времени в систему приходит только одна заявка;

3. **Отсутствие последствия** – все заявки приходят в систему независимо друг от друга.

Рассматриваемый поток называют «пуассоновским», так как количество заявок m , приходящееся на отрезок времени t , распределено по закону Пуассона:

$$P_m(t) = \frac{(\lambda t)^m}{m!} e^{-\lambda t},$$

где λ – плотность потока заявок, т. е. количество заявок в единицу времени.

Общая схема системы массового обслуживания представлена на рисунке.

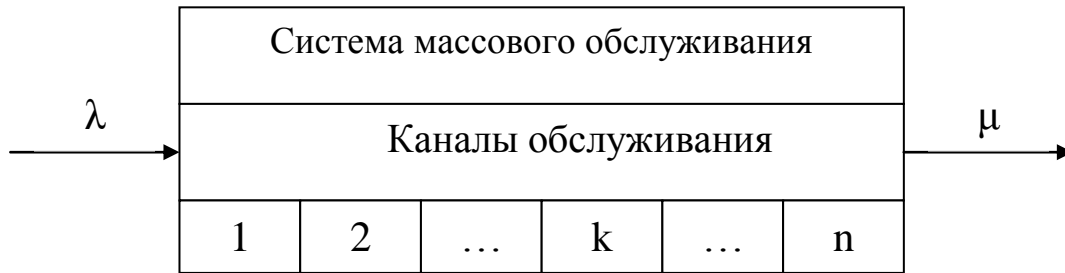


Схема системы массового обслуживания

Обозначения на схеме:

λ – плотность входного потока (количество заявок в единицу времени), т. е.

$$\lambda = \frac{N}{T},$$

где N – количество заявок, пришедшее в систему за время T ;

μ – плотность выходного потока, т. е.

$$\mu = \frac{1}{\bar{t}},$$

где \bar{t} – среднее время обслуживания одной заявки.

Плотность выходного потока μ есть величина, обратная среднему времени обслуживания одной заявки.

Плотность входного потока – величина постоянная $\lambda = \text{const}$. Постоянство плотности входного потока выражает стационарный характер простейшего потока системы массового обслуживания.

Внутреннее состояние систем – это вероятность того, что занято то или иное количество каналов обслуживания.

Состояние системы обслуживания с отказами описывается формулой Эрланга следующего вида:

$$P_\kappa = \frac{\frac{1}{K!} \left(\frac{\lambda}{\mu} \right)^K}{1 + \frac{\lambda}{\mu} + \frac{1}{2!} \left(\frac{\lambda}{\mu} \right)^2 + \dots + \frac{1}{n!} \left(\frac{\lambda}{\mu} \right)^n},$$

где P_k – вероятности состояния системы ($0 \leq k \leq n$), т. е. вероятности занятости k каналов обслуживания ($k: 0, 2, 3 \dots n$), при этом P_0 – вероятность того, что все каналы свободны, а P_n – вероятность того, что заняты все n каналов обслуживания или вероятность отказа в обслуживании или вероятность образования очереди.

Отношение $\alpha = \frac{\lambda}{\mu}$ есть приведенная плотность потока заявок, тогда формула Эрланга примет вид:

$$P_k = \frac{\frac{1}{K!}(\alpha)^k}{1 + \alpha + \frac{1}{2!}\alpha^2 + \dots + \frac{1}{n!}\alpha^n}.$$

Следует отметить, что при данном n для каждого k ($0, 1, 2 \dots n$) будет один и тот же знаменатель формулы Эрланга, а числителями будут последовательно каждый член знаменателя.

Пример 1: На базу в течение 12 часов приходят под загрузку товаров 24 автомашины. Обслуживание автомашин осуществляется с погрузочных площадок, время погрузки 30 мин. Содержание одной погрузочной площадки – 25 тыс. руб./год, убытки от отказов в обслуживании автомашин – 5 тыс. руб. в сутки.

Определить:

- вероятности занятости 0, 1, 2, 3, 4 погрузочных площадок;
- количество погрузочных площадок при детерминированном потоке автомашин;
- оптимальное количество погрузочных площадок при стохастическом потоке автомашин.

Решение:

1) Задача решается с помощью формулы Эрланга.

- плотность входного потока $\lambda = \frac{24}{12} = 2$ автомашины в час;

- плотность выходного потока $\mu = \frac{1}{0,5} = 2$

- приведенная плотность потока $\frac{\lambda}{\mu} = \frac{2}{2} = 1$

Вычисляется знаменатель формулы Эрланга:

$$\begin{aligned} A &= 1 + 1 + \frac{1}{2}1^2 + \frac{1}{1 \cdot 2 \cdot 3}1^3 + \frac{1}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4}1^4 = 1 + 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \frac{1}{24} = \\ &= 1 + 1 + 0,5 + 0,17 + 0,04 = 2,71 \end{aligned}$$

Вероятности состояний системы:

$$P_0 = \frac{1}{2,71} = 0,369,$$

$$P_1 = \frac{1}{2,71} = 0,369,$$

$$P_2 = \frac{0,5}{2,71} = 0,184,$$

$$P_3 = \frac{0,17}{2,71} = 0,063,$$

$$P_4 = \frac{0,04}{2,71} = 0,015.$$

Итого: 1,000

Полученные вероятности сводятся в таблицу:

Кол-во площадок	0	1	2	3	4
Вероятности	0,369	0,369	0,184	0,063	0,015

2) При равномерном потоке машин на обслуживание требуется одна погрузочная площадка.

3) При стохастическом потоке должен быть резерв погрузочных площадок.

Содержание одной погрузочной площадки с оборудованием – 25 тыс. руб./год;

Убытки от отказа в обслуживании автомашины – 5 тыс. руб./сутки.

Вычисляются вероятности отказов при n площадках,

при этом n : 2, 3, 4, 5.

Вероятности отказов обслуживания:

$$P_2 = \frac{\frac{1}{2}}{1+1+\frac{1}{2}} 1^2 = \frac{0,5}{2,5} = 0,2$$

$$P_3 = \frac{\frac{1}{6}}{1+1+0,5+0,17} 1^3 = \frac{0,17}{2,67} = 0,064$$

$$P_4 = \frac{\frac{1}{24}}{1+1+0,5+0,17+0,04} 1^4 = \frac{0,04}{2,71} = 0,015$$

$$P_5 = \frac{\frac{1}{120}}{1 + 1 + 0,5 + 0,17 + 0,04 + 0,008} 1^5 = \frac{0,008}{2,71} = 0,003$$

Дальнейший расчет ведется в табличной форме:

Кол-во площадок, n	Содержание площадок, 25n, тыс. руб.	Вероятности отказов, P _n	Кол-во дней с отказами в году, Д=365P _n	Убытки от отказов, тыс. руб. 5Д	Суммарные издержки, тыс. руб.
2	50	0,2	73	365	415
3	75	0,064	23,4	117	195
4	100	0,015	5,5	27,5	127,5
5	125	0,003	1,2	6	131

Согласно данным таблицы при n = 4 количество погрузочных площадок является оптимальным, в этом случае суммарные издержки на содержание резервных погрузочных площадок минимальны.

Пример 2: На базу каждый час прибывает в среднем 4 автомашины за грузом. Каждая машина грузится одним погрузчиком, время погрузки 0,5 часа. Всего на базе 5 погрузчиков.

Определить коэффициент загрузки погрузчиков.

Решение:

- плотность входного потока $\lambda = 4$ автомашины в час;

- плотность выходного потока $\mu = \frac{1}{0,5} = 2$

- приведенная плотность потока $\alpha = \frac{\lambda}{\mu} = \frac{4}{2} = 2$.

Определяются вероятности состояния системы по формуле Эрланга:

$$P_k (0 \leq k \leq 5) = \frac{\frac{1}{k!} (2)^k}{1 + 2 + \frac{1}{2!} 2^2 + \frac{1}{3!} 2^3 + \frac{1}{4!} 2^4 + \frac{1}{5!} 2^5}$$

Вычисляется знаменатель формулы Эрланга:

$$1 + 2 + \frac{4}{2} + \frac{8}{2 \cdot 3} + \frac{16}{2 \cdot 3 \cdot 4} + \frac{32}{2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5} = 1 + 2 + 2 + 1,33 + 0,66 + 0,26 = 7,25$$

отсюда вероятности состояния системы

$$P_0 = \frac{1}{7,25} = 0,138,$$

$$P_1 = \frac{2}{7,25} = 0,276,$$

$$P_2 = \frac{2}{7,25} = 0,276,$$

$$P_3 = \frac{1,33}{7,25} = 0,183,$$

$$P_4 = \frac{0,66}{7,25} = 0,091,$$

$$P_5 = \frac{0,26}{7,25} = 0,036.$$

Итого 1,000

Определяется среднее количество работающих погрузчиков по формуле:

$$\bar{n} = \sum p_k K, \text{ т. е.}$$

$$\begin{aligned} \bar{n} &= 0,138 \cdot 0 + 0,276 \cdot 1 + 0,276 \cdot 2 + 0,183 \cdot 3 + 0,091 \cdot 4 + 0,0036 \cdot 5 = \\ &= 0 + 0,276 + 0,552 + 0,549 + 0,364 + 0,180 = 1,921, \end{aligned}$$

отсюда коэффициент загрузки погрузчиков:

$$K = \frac{\bar{n}}{n} = \frac{1,921}{5} = 0,384, \text{ или } 38,4\%.$$

В действительности использование перегрузочных средств соответствует полученному результату. Так как использование портальных кранов по времени в морских и речных портах находится на уровне 30-40%.

Во всех последующих задачах предполагается, что поток заявок простейший, а время обслуживания подчинено экспоненциальному закону.

Задача 4.1. На базу в течение 12 часов приходят в среднем 24 автомашины под погрузку товаров. Обслуживание автомашин осуществляется с погрузочных площадок. Время погрузки 0,5 часа. Определить вероятности занятости 0, 1, 2, 3 и 4 погрузочных площадок.

Задача 4.2. На расчетно-кассовый узел универсама в течение одного часа приходят 24 покупателя. Время обслуживания одного покупателя – 5 минут. Оплата труда кассира – 15 тыс. руб. в месяц. Убытки от отказа в обслуживании в виде неполученной прибыли – 1825 тыс. руб. за год.

Определить оптимальное количество кассиров.

Задача 4.3. На базу каждый час за товаром приходит в среднем 5 автомашин. Каждая машина грузится 2 погрузчиками. Время погрузки одной автомашины – 20 минут.

Определить:

- вероятность образования очереди автомашин;
- вероятность застать все погрузчики свободными;
- вероятность застать хотя бы один погрузчик свободным.

Задача 4.4. В диспетчерскую автобазы поступает в среднем за час 10 путевых листов, их обработка занимает 5 минут. Оплата труда диспетчера – 12 тыс. руб. в месяц. Убытки от отказа в обслуживании – простой грузовой автомашины – 2,5 млн руб./год.

Определить оптимальное количество диспетчеров.

Задача 4.5. В случайные моменты времени в порт для разгрузки причаливают самоходные баржи – в среднем три баржи в час. Баржи разгружают две бригады докеров – время разгрузки одной баржи 4 часа.

Определить характеристики обслуживания.

Задача 4.6. В офисе обслуживание посетителей ведут два сотрудника. Офис работает с 10 ч до 19 ч с часовым перерывом.

В среднем за день офис посещают 120 человек, среднее время обслуживания одного посетителя 15 минут.

Определить характеристики обслуживания.

Задача 4.7. В магазине обслуживание покупателей осуществляют два продавца. Магазин работает с 10 ч до 20 ч без перерыва. В среднем за день в магазин приходят за покупками 150 человек. Среднее время обслуживания одного покупателя 5 минут.

Определить:

- вероятности состояния системы с учетом наличия очереди;
- вероятность образования очереди покупателей;
- вероятность наличия очереди;
- средняя длина очереди.

Задача 4.8. Работа склада характеризуется следующими данными:

- складская площадь – система массового обслуживания;
- секция склада – канал обслуживания с необходимым оборудованием;
- обслуживание заключается в хранении продукции;
- заявка – прибывающая на склад для хранения партия продукции;
- время обслуживания – средний срок хранения;
- поток заявок – простейший (Пуассоновский).

Показатели работы склада представлены в таблице:

Таблица 4.1

№	Показатели	Обозначение	Ед. изм.	Значение
1	Грузооборот склада	Q	т	182 500
2	Период прохождения груза	T	сут.	365
3	Количество продукции в данной партии груза	G	т	250
4	Средний срок хранения	t_{xp}	сут.	5
5	Нагрузка на склад	q	т/м ²	1
6	Расходы на содержание складской площади	h	у.е./м ² -год	10
7	Убытки от отказа в приемке продукции на хранение	d	у.е./сут.	200

Определить оптимальный размер полезной складской площади.

Указание: задача решается в следующей последовательности, т. е. определяются величины:

- 1) количество поступающих партий груза за год;
- 2) количество необходимых секций склада для хранения (одна партия занимает одну секцию склада);
- 3) назначается количество секций склада: от 10 до 16;
- 4) количество секций при детерминированном поступлении груза;
- 5) количество резервных секций ($n-10$);
- 6) вероятности отказа в приемке продукции на хранение;
- 7) стоимость содержания резервной складской площади (секции переводятся в м²);
- 8) вероятность отказа в приемке продукции;
- 9) количество дней в году с отказами для соответствующего количества резервной площади;
- 10) величина убытков от отказа;
- 11) суммарные издержки.

Задача 4.9. Определить полезную площадь склада при следующих исходных данных:

- грузооборот склада $Q = 150$ тыс. т;
- период поступления продукции $T = 365$ суток;
- количество продукции в одной партии $G = 455$ т;
- средний срок хранения $t_{xp} = 10$ суток;
- нагрузка на склад $q = 1$ т/м²;
- стоимость содержания $h = 18$ руб. м²
- потери от отказа в продукции $d = 500$ руб./сутки.

5. Задачи линейного программирования в коммерции и логистике

Математическая постановка задач линейного программирования заключается в следующем: требуется найти экстремум (максимум или минимум) линейной формы – целевой функции при соблюдении линейных ограничений.

К задачам линейного программирования приводится широкий круг ситуаций коммерции и логистики, где требуется найти наилучшие – оптимальные решения. Наибольший интерес представляют транспортная и раскройная задачи линейного программирования.

Транспортная задача

Для транспортной задачи модель имеет следующий вид:

а) целевая функция
$$L = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n C_{ij} X_{ij} = \min$$

б) ограничения:
$$\sum_{i=1}^m x_{ij} = b_j; \quad \sum_{j=1}^n x_{ij} = a_i; \quad x_{ij} \geq 0,$$

где m – пункты отправления (1,2...i...m);

n – пункты назначения (1,2...j...n);

a_i – количество товаров в пунктах отправления;

b_j – количество товаров, которые необходимо доставить в пункты назначения;

C_{ij} – стоимость перевозки единицы товара из пункта i в пункт j ;

x_{ij} – количество товаров, доставляемых из пункта i в пункт j – величина искомая.

В реальных условиях транспортная задача линейного программирования применяется в сетевой торговле при развозке товаров с распределительных центров каждому магазину сети, в соответствии с потребностями каждого магазина.

В условиях рыночной экономики, когда действует рынок транспортных услуг, грузоотправители выбирают себе подходящего перевозчика согласно своим критериям оптимальности по Парето и независимо друг от друга. Однако за определенный период времени (например, за год) суммарный объем транспортной работы для совокупности грузоотправителей и грузополучателей установится на оптимальном уровне согласно модели транспортной задачи линейного программирования.

Для решения задач линейного программирования разработаны соответствующие алгоритмы. Указанные алгоритмы предусматривают

перебор возможных вариантов решения, ориентируясь на целевую функцию и ограничения вплоть до получения оптимального результата. Универсальным алгоритмом является «симплекс-метод». Для транспортной и раскройной задач предусмотрены специальные алгоритмы – соответственно «метод потенциалов» и «индексный метод».

Алгоритмы решения задач линейного программирования требуют выполнения большой вычислительной работы, а поэтому в современных условиях с этой целью следует использовать компьютерные технологии. Однако указанные алгоритмы имеют несомненное теоретическое значение.

Раскройная задача

Для раскройной задачи модель имеет следующий вид:

а) целевая функция:
$$L = \sum_{j=1}^n C_j x_j = \min$$

б) ограничения:
$$\sum_{j=1}^n K_{ij} x_j = a_i$$

где $1, 2, \dots, i \dots m$ – виды заготовок;

$1, 2, \dots, j \dots n$ – варианты раскроя материала;

a_i – количество заготовок в комплекте;

k_{ij} – количество заготовок i вида в варианте раскроя j ;

C_j – отходы в варианте раскроя j ;

x_{ij} – количество исходных материалов, раскраиваемых по варианту j – величина искомая.

Работа метода потенциалов при решении транспортной задачи иллюстрируется примером.

Пример 1. Имеются следующие количества товаров, находящихся в трех пунктах отправления:

$$a_1 = 6, a_2 = 8, a_3 = 10.$$

Перечисленные товары следует доставить в четыре пункта назначения:

$$b_1 = 4, b_2 = 6, b_3 = 8, b_4 = 6.$$

Стоимость перевозки из пункта i в пункт j единицы товара представлена в таблице:

$$C_{ij} =$$

	j	1	2	3	4
I					
	1	4	2	3	4
	2	4	3	2	1
	3	1	2	2	1

Для решения транспортной задачи предварительно составляется исходный план перевозки по правилу «Северо-западного угла».

План № 1

i	j	1	2	3	4	Итого
1		4	2			6
2			4	4		8
3				4	6	10
		4	6	8	6	24

Определяется стоимость перевозки по плану № 1

$$4 \cdot 4 = 16;$$

$$2 \cdot 2 = 4;$$

$$4 \cdot 3 = 12;$$

$$4 \cdot 2 = 8;$$

$$4 \cdot 2 = 8;$$

$$6 \cdot 1 = 6;$$

Итого: 54

Для значений C_{ij} пунктов, участвующих в плане перевозки составляется система уравнений в виде суммы потенциалов:

$$C_{11} = U_1 + V_1 = 1;$$

$$C_{12} = U_1 + V_2 = 2;$$

$$C_{22} = U_2 + V_2 = 3;$$

$$C_{23} = U_2 + V_3 = 2;$$

$$C_{33} = U_3 + V_3 = 2;$$

$$C_{34} = U_3 + V_4 = 1.$$

Один из потенциалов принимается известным, например $U_1 = 1$, отсюда следуют значения остальных потенциалов:

$$V_1 = 0;$$

$$V_2 = 1;$$

$$U_2 = 2;$$

$$V_3 = 0;$$

$$U_3 = 2;$$

$$V_4 = -1.$$

План является оптимальным, когда выполняется неравенство:

$$\bar{C}_{ij} - C_{ij} \leq 0.$$

Рассчитываются значения \bar{C}_{ij} в форме суммы полученных потенциалов:

$\bar{C}_{ij} =$	$U \backslash V$	0	1	0	-1
	1	1	2	1	0
	2	2	3	2	1
	2	2	3	2	1

Определяются разности $\bar{C}_{ij} - C_{ij}$ (для клеток, не участвующих в плане):

Клетки	$\bar{C}_{ij} - C_{ij}$
(1-3):	1-3= -2
(1-4):	0-4= -4
(2-1):	2-4= -2
(2-4):	1-1= 0
(3-1):	2-1= 1
(3-2):	3-2= 1

Клетки (1-3), (1-4), (2-1), (2-4) – удовлетворяют требованию оптимальности. Необходимо дальнейшее улучшение плана, для этого вводится величина Θ в клетку (3-1) плана № 1 и одновременно производится балансировка величин перевозки:

$I \backslash j$	1	2	3	4	Итого
1	4- Θ	2+ Θ			6
2		4- Θ	4+ Θ	6	8
3	Θ		4- Θ		10
Итого	4	6	8	6	24

Из таблицы следует, что $\Theta=4$ (см. клетку 1-1). Получаем итоговый план перевозки:

План № 2

$i \backslash j$	1	2	3	4	Итого
1		6			6
2			8		8
3	4			6	10
Итого	4	6	8	6	24

Составляется система уравнений для итогового плана перевозки:

$$C_{12} = U_1 + V_2 = 2;$$

$$C_{23} = U_2 + V_3 = 3;$$

$$C_{31} = U_3 + V_1 = 1;$$

$$C_{34} = U_3 + V_4 = 1.$$

Принимается $U_1 = 1$, $U_2 = 1$ и $U_3 = 1$, тогда

$$V_1 = 0;$$

$$V_2 = 1;$$

$$V_3 = 2;$$

$$V_4 = 0.$$

Рассчитываются значения \bar{C}_{ij} :

$$\bar{C}_{ij} =$$

	V	0	1	2	0
U					
1		1	2	3	1
1		1	2	3	1
1		1	2	3	1

Определяются разности $\bar{C}_{ij} - C_{ij}$ (для клеток, не участвующих в плане):

клетки	$\bar{C}_{ij} - C_{ij}$
(1-1):	1-1= 0
(1-3):	3-3= 0
(1-4):	1-4= -3
(2-2):	2-3= -1
(2-4):	1-1= 0
(3-2):	2-2= 0
(3-3):	1-2= -1

Полученные разности удовлетворяют требованиям оптимальности. Следовательно, план № 2 оптимальный.

Определяются стоимости перевозки по плану № 2:

$$4 \cdot 1 = 4;$$

$$6 \cdot 2 = 12;$$

$$8 \cdot 2 = 16;$$

$$6 \cdot 1 = 6;$$

$$\text{Итого: } 38.$$

Стоимость перевозки по оптимальному плану составила 38 единиц, против 54 единиц исходного плана, т. е. экономия составила 16 единиц.

В приведенном примере оптимальный план был получен уже за один шаг – в реальности оптимальный план определяется до 10 и более шагов от исходного плана до оптимума.

Пример 2. Раскройная задача, имеются доски длиной 7,0 м, которые необходимо раскроить на заготовки 1,8 м; 2,2 м; 3,4 м в отношении 1:1:2.

Решение:

1. Составляются возможные варианты раскроя (абстрагируясь на данном этапе от требования комплектности).

Виды заготовок по длинам	Варианты раскроя							Комплектность
	1	2	3	4	5	6	7	
1,8	3	-	-	2	1	2	-	1
2,2	-	3	-	1	2	-	1	1
3,4	-	-	2	-	-	1	1	2
Итого, м	5,4	6,6	6,8	5,8	6,2	7,0	5,6	
Отходы, м	1,6	0,4	0,2	1,2	0,8	0	1,4	

2. Составляется опорный план раскроя. Опорный план целесообразно составлять из вариантов одного раскроя. В данном случае опорный план включает варианты № 1, 2, 3.

3. Определяются значения индексов для опорного плана, для чего составляется система уравнений для индексов.

Примечание: для того, чтобы эта система была определенной необходимо соблюдать равенство количества заготовок и количества вариантов в опорном плане:

$$3y_1=1 \quad y_1 = \frac{1}{3};$$

$$3y_2=1 \quad y_2 = \frac{1}{3};$$

$$2y_3=1 \quad y_3 = \frac{1}{2}$$

Полученные значения индексов должны быть выражены в целых числах, для чего они приводятся к единому знаменателю, а числители при этом станут значениями индексов: $y_1=2$; $y_2=2$; $y_3=3$. (В данном случае общий знаменатель равен 6).

4. Подсчитывается сумма индексов для каждого варианта раскроя (количество заготовок в варианте раскроя умножаются на соответствующие индексы)

Полученные суммы индексов заносятся в таблицу следующего вида:

№ варианта раскроя	$y_1=2;$ $y_2=2;$ $y_3=3$	
1	6	$(3 \cdot 2 = 6)$
2	6	$(3 \cdot 2 = 6)$
3	6	$(2 \cdot 3 = 6)$
4	6	$(2 \cdot 2 + 1 \cdot 2 = 6)$
5	6	$(1 \cdot 2 + 2 \cdot 2 = 6)$
6	7	$(2 \cdot 2 + 1 \cdot 3 = 7)$
7	5	$(1 \cdot 2 + 1 \cdot 3 = 5)$

Как видно из полученных данных имеется вариант с большей суммой индексов: вариант № 6 – сумма индексов 7. Следовательно, этот вариант должен быть включен в план раскроя.

5. Определяется, какой вариант должен быть исключен из опорного плана. С этой целью по вариантам № 1, 2, 3 и 6 составляется следующая система уравнений:

$$\begin{cases} 3x_1 + 2x_6 = 1 \\ 3x_2 = 1 \\ 2x_3 + x_6 = 2 \end{cases}$$

Как видим, эти уравнения показывают количество заготовок всех видов по исследуемым вариантам, тут же учитывается требование комплектности.

Из этих уравнений все x выражаются через x_6 и приравниваются к нулю, получаем:

$$\begin{aligned} x_1 = \frac{1 - 2x_6}{3} = 0 & \quad x_6 = \frac{1}{2} \\ x_3 = \frac{2 - x_6}{2} = 0 & \quad x_6 = 2 \end{aligned}$$

Из плана раскроя исключается тот вариант, для которого корень выше приведенных уравнений оказался наименьшим, т. е. вариант № 1.

Таким образом, получен новый план раскроя, состоящий из вариантов № 2, 3, 6.

6. Определяются значения индексов для нового плана раскроя. Составляются уравнения индексов для вариантов № 2, 3, 6:

по варианту № 2 – уравнение индексов: $3y_2=1$;

по варианту № 3 – уравнение индексов: $2y_3=1$;

по варианту № 3 – уравнение индексов: $2y_1 + y_3=1$.

Примечание: уравнения индексов по каждому варианту всегда приравниваются к единице.

Получаем решение системы уравнений индексов:

$$y_2 = \frac{1}{3} \qquad y_3 = \frac{1}{2} \qquad y_1 = \frac{1}{4}$$

или в целых числах:

$$y_1=3; \qquad y_2=4; \qquad y_3=6.$$

7. Подсчитывается сумма индексов для каждого варианта:

№ варианта раскроя	$y_1=2$; $y_2=2$; $y_3=3$	$y_1=3$; $y_2=4$; $y_3=6$
1	6	9
2	6	12
3	6	12
4	6	10
5	6	11
6	7	12
7	5	10

Таким образом, имеются три варианта раскроя с наибольшей и равной между собой суммой индексов.

Условие оптимальности раскроя: наличие вариантов раскроя в количестве равном числу видов заготовок с наибольшей и равной между собой суммой индексов.

Таким образом, варианты № 2, 3 и 6 составляют оптимальный план раскроя.

8. Определяются значения x_2 , x_3 , x_6 из уравнений:

$$\begin{cases} 2x_6 = 1 \\ 3x_2 = 1 \\ 2x_3 + x_6 = 2 \end{cases}$$

Получаем:

$$x_2 = \frac{1}{3} \quad x_3 = \frac{1}{2} \quad x_6 = \frac{3}{4}$$

или в целых числах

$$x_2=4, \quad x_3=9, \quad x_6=6.$$

Таким образом, по второму варианту следует раскраивать 4 доски, по третьему – 9 досок, по шестому – 6, итого 19 досок.

Для соблюдения комплектности и минимума отходов необходимо постоянно раскраивать количество досок кратное 19 (т. е. 38, 57 и т. д.).

9. Проверка решения

Виды заготовок по длинам	$x_2=4$	$x_3=9$	$x_6=6$	Итого заготовок	Требуемое соотношение
1,8	-	-	12	12	1
2,2	12	-	-	12	1
3,4	-	18	6	24	2
Отходы, м	0,8	1,8	0	2,6	

Для данной задачи доля отходов составит:

$$\frac{2,6}{7 \cdot 19 - 2,6} \cdot 100 = 2\% .$$

Решение задач линейного программирования с помощью компьютерных технологий представлены в методических указаниях «Компьютерные технологии в экономико-математических методах и моделях коммерции и логистики: Методические указания. – СПб.: Изд-во СПбГУЭФ, 2012».

Задача 5.1. Дано:

- ресурсы поставщиков, ед.: 120
110
70

Итого: 300 ед.

- потребности потребителей, ед.: 50
60
90
100

Итого: 300 ед.

- стоимость перевозки единицы груза из пункта i в пункт j (C_{ij}):

$i \backslash j$	1	2	3	4
1	2	2	4	6
2	1	2	4	5
3	4	6	7	10

Определить оптимальный план перевозки грузов.

Задача 5.2. Дано:

- ресурсы поставщиков, ед.: 300
300
400

Итого: 1000 ед.

- потребности потребителей, ед.: 50
150
500
300

Итого: 1000 ед.

- стоимость перевозки единицы груза из пункта i в пункт j (C_{ij}):

$i \backslash j$	1	2	3	4
1	8	6	4	4
2	5	4	8	6
3	2	4	4	8

Определить оптимальный план перевозки грузов.

Задача 5.3. Дано:

- ресурсы поставщиков, ед.: 1200
800
2000

Итого: 4000 ед.

- потребности потребителей, ед.: 320
280
600
1300
1000
500

Итого: 4000 ед.

- стоимость перевозки единицы груза из пункта i в пункт j (C_{ij}):

i \ j	1	2	3	4	5	6
1	4	12	10	3	6	8
2	6	8	12	12	4	10
3	4	2	2	8	14	16

Определить оптимальный план перевозки грузов.

Задача 5.4. Дано:

- ресурсы поставщиков, ед.: 1300
700
1000

Итого: 3000 ед.

- потребности потребителей, ед.: 300
400
800
500
300
700

Итого: 3000 ед.

- стоимость перевозки единицы груза из пункта i в пункт j (C_{ij}):

I \ j	1	2	3	4	5	6
1	2	4	4	6	8	10
2	4	5	5	6	4	4
3	6	6	6	10	10	12

Определить оптимальный план перевозки грузов.

Задача 5.5. Дано:

- ресурсы поставщиков, ед.: 220
380
400

Итого 1000

Потребности потребителей представлены в таблице:

№ потребителя	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Потребность, ед	18	24	37	84	94	75	45	16	18	81

(продолжение)

11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	Итого
13	19	54	64	41	32	18	20	20	13	25	75	35	79	1000

Стоимость перевозки единицы груза:

i \ j	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	5	7	10	18	13	15	17	12	13	18	24	11
2	3	14	17	24	17	16	15	15	12	18	21	16
3	8	20	13	18	16	18	19	15	7	13	18	17

(продолжение)

i \ j	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
1	19	21	15	18	12	13	16	23	14	12	18	17
2	21	20	16	19	14	14	17	18	16	17	17	21
3	18	10	17	13	18	15	22	17	18	31	19	18

Определить оптимальный план перевозки грузов.

В следующих задачах (5.6 – 5.10) требуется выполнить раскрой исходного материала на заготовки (по длинам) в указанной комплектности.

Задача 5.6. Дано:

- длина исходного материала: 4,5 м;
- заготовки и комплектность: 0,8 м – 200 шт.,
1,2 м – 200 шт.,
1,8 м – 300 шт.,

Определить оптимальный план раскроя исходного материала.

Задача 5.7. Дано:

- длина исходного материала: 3,4 м;
- заготовки и комплектность: 0,8 м – 200 шт.,
1,5 м – 200 шт.,
1,8 м – 300 шт.,

Определить оптимальный план раскроя исходного материала.

Задача 5.8. Дано:

- длина исходного материала: 130 см;
- заготовки и комплектность: 40 см – 400 шт.,
50 см – 200 шт.,
70 см – 100 шт.,

Определить оптимальный план раскроя исходного материала.

Задача 5.9. Дано:

- длина исходного материала: 130 см;
- заготовки и комплектность: 40 см – 100 шт.,

50 см – 200 шт.,

70 см – 300 шт.,

Определить оптимальный план раскроя исходного материала.

Задача 5.10. Имеется штанга металлопроката длиной 8 м. Требуется раскроить исходный материал на заготовки 1,5 м; 2,5 м; 2,7 м и 3,2 м в отношении 1:1:2:2.

Определить оптимальный план раскроя.

Задача 5.11. Листы размером 7,5 × 3,5 м требуется раскроить на прямоугольники с площадями 3,5×2,5; 2,5×1,5 и 2,0×1,0 в отношении 2:3:5. Определить оптимальный план раскроя.

Указание: для составления вариантов раскроя следует выполнить чертежи в соответствующем масштабе.

6. Теория надежности в коммерции и логистике

Деятельность производственных и торговых предприятий осуществляется с помощью разнообразного оборудования. Надежное и бесперебойное функционирование оборудования достигается кроме всего прочего, за счет использования запасных частей при производстве профилактических работ, технического обслуживания и ремонта. Кроме того, запасные части являются предметом коммерческого оборота, они также поставляются в рамках послеремонтного сервиса. Отсюда возникает необходимость в достоверном определении потребности в запасных частях, что достигается методами теории надежности.

Большое значение для практики имеет экспоненциальный закон надежности, который определяется характеристиками:

1. Плотность распределения времени безотказной работы:

$$f(t) = \lambda e^{-\lambda t},$$

2. Нарботка на отказ – среднее время работы между двумя соседними отказами:

$$T_0 = \frac{\sum t_i}{n},$$

где n – количество отказов за время работы T ;

3. Интенсивность отказов: $\lambda = \frac{1}{T_0} = const$,

4. Надежность: $R(t) = e^{-\lambda t}$.

Представленные зависимости могут быть использованы для решения некоторых задач по надежности.

Задача 6.1. В журнале работы погрузчиков на оптово-торговом предприятии зафиксировано время их безотказной работы (от одного отказа до другого):

№ п/п	1	2	3	4	5	6	7	8
Время работы, ч	120	130	180	105	115	135	105	150

Определить наработку на отказ и интенсивность отказов.

Задача 6.2. Согласно экспоненциальному закону в процессе работы надежность оборудования снижается до допустимого уровня R_0 , после чего производятся профилактические работы.

Определить время безотказной работы t_p и количество профилактик за период T . Данную ситуацию проиллюстрировать графиком.

Задача 6.3. На участке цеха работают 15 однотипных станков. Согласно технико-экономическим условиям станок должен работать с надежностью не ниже 0,90. Годовая загрузка одного станка – 3000 часов. Нарботка на отказ – 1000 часов. Необходимая надежность поддерживается заменой деталей во время профилактических осмотров.

Определить годовую потребность в комплектах заменяемых деталей.

Задача 6.4. Плановый период работы оборудования: 1500 часов, при этом наработка на отказ составляет 500 часов. Допустимая надежность работы оборудования: 0,75. Требуемая надежность работы оборудования поддерживается с помощью профилактических работ.

Определить необходимое количество профилактик.

Задача 6.5. Оборудование работает с надежностью не ниже 0,95. Период работы между профилактическими осмотрами – 200 часов.

Определить установленную для оборудования наработку на отказ.

Задача 6.6. Допустимая надежность для данного оборудования установлена на уровне не ниже 0,82. Интенсивность отказов равна 0,002.

Определить интервал проведения профилактических работ.

Задача 6.7. Интенсивность отказов оборудования равна 0,0015. Интервал проведения профилактических работ – 100 часов.

Определить допустимую надежность работы оборудования.

Задача 6.8. Три вида оборудования имеют паспортные данные о наработке на отказ – соответственно 667 часов, 500 часов и 400 часов. После 200 часов работы все три вида оборудования были одновременно остановлены.

Определить величины надежности в процессе работы каждого оборудования.

Для решения задач 6.9 – 6.10 следует использовать формулу для «постоянного параллельного резервирования»:

$$Q = (1 - p)^n,$$

где Q – вероятность отказа всей резервированной системы (комплекта запасных частей);

p – надежность элемента комплекта;

n – количество элементов в комплекте.

Задача 6.9. Дано:

- надежность работы детали: 0,9;
- убытки от отказа оборудования: 50 тыс. руб.
- стоимость детали: 20 тыс. руб.

Определить оптимальное количество запасных частей (деталей) для обеспечения надежной работы оборудования.

Указание: для решения задачи назначаются варианты по количеству деталей в комплекте: 1, 2, 3 и т. д. Для каждого варианта определяются надежности и стоимостные характеристики. Расчет следует вести в табличной форме.

Задача 6.10. Надежность работы оборудования поддерживается комплектом деталей данного вида, находящихся в постоянном резерве. Стоимость детали 25 тыс. руб. за шт., надежность самой детали – 0,85. Убытки от отказа оборудования из-за выхода из строя данной детали – 85 тыс. руб./ день.

Определить оптимальное количество деталей в резервном комплекте.

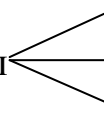
7. Задачи и упражнения теории графов в коммерции и логистике

Теория графов в коммерции и логистике используется в форме сетевых графиков. Такие графики являются основным инструментом системы сетевого планирования и управления (СПУ).

Основные понятия сетевого планирования и управления:

- сетевая модель – сетевой график – сеть – ориентированный граф, моделирующий процесс, где

- работа – некоторый однородный процесс,

- Работы  действительные работы;
фиктивные работы;
ожидания;

- событие – конечный результат работы;

- путь – совокупность работ.

Параметры сетевого графика:

1. Ранний срок свершения события – $t_p(i)$,
2. Поздний срок свершения события – $t_n(i)$,
3. Резерв события – $R(i)$,
4. Резерв работы – $r(ij)$,
5. Длительность критического пути – $T_{кр}$.

Перечисленные параметры определяются следующими формулами:

- ранний срок свершения (завершения) события:

$$t_p(j) = \max_i [t_p(i) + t(ij)],$$

- поздний срок свершения (завершения) события:

$$t_n(i) = \min_j [t_n(ij) - t(ij)],$$

- резерв события:

$$R(i) = t_n(i) - t_p(i),$$

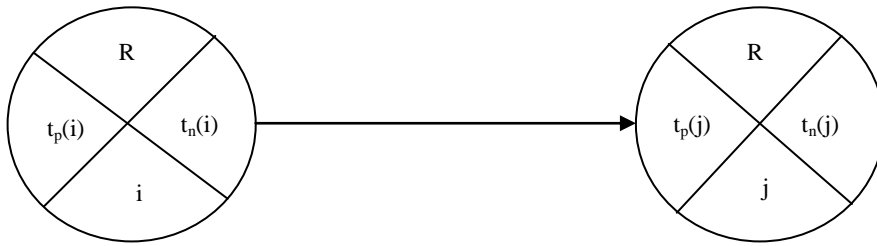
- резерв работы полный:

$$r_{nl}(ij) = t_n(j) - t(ij) - t_p(i),$$

- резерв работы свободный:

$$r_{св}(ij) = t_p(j) - t(ij) - t_p(i).$$

В общем виде события представляют собой вершины графа, работы – дуги графа. На рисунке представлен фрагмент сетевого графика с указанием основных параметров.



Фрагмент сетевого графика

Задача 7.1. Определить ранние и поздние сроки событий, а также критический путь. Вид сетевого графика и длительности работ представлены на рис. 7.1.

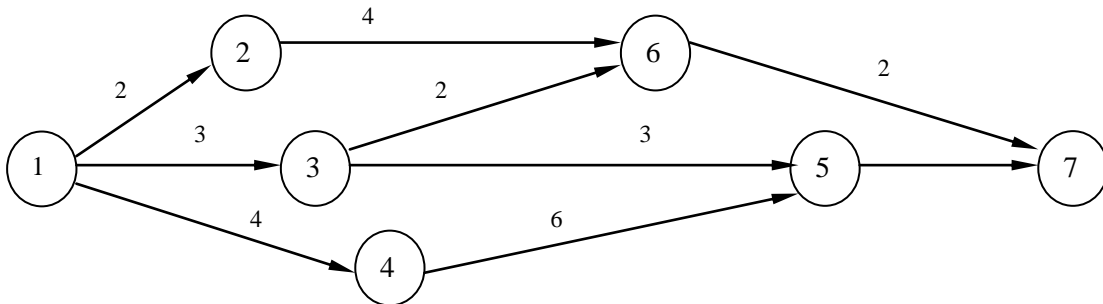


Рис. 7.1

Отметить события, через которые проходит критический путь, определить его длительность.

Задача 7.2. Определить параметры сетевого графика (рис. 7.2), в том числе критический путь.

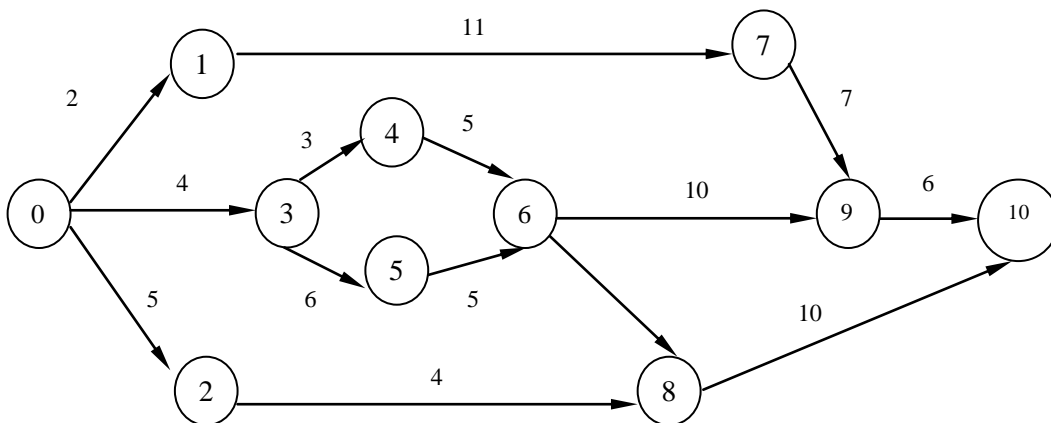


Рис. 7.2

Отметить события, через которые проходит критический путь, определить его длительность.

Задача 7.3. Разработать план приобретения нового завода производственной группой. Рассчитать время критического пути.

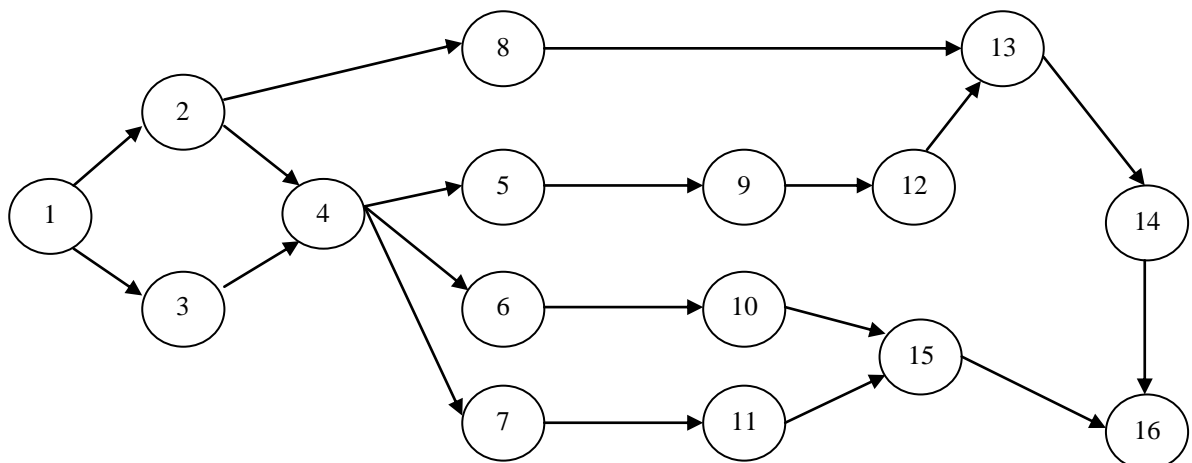
№	Перечень событий
1	Начало работ
2	Завершен анализ существующего положения завода
3	Завершены маркетинговые исследования региона
4	Объединены результаты внутреннего и внешнего исследования
5	Составлен план обновления оборудования на основе объединенных данных
6	Составлен план переобучения персонала на основе объединенных данных
7	Составлен план реорганизации системы управления на основе объединенных данных
8	Завершен ремонт помещений
9	Заключены договоры на поставку оборудования
10	Завершены тренинги основного персонала
11	Завершены тренинги управленческого персонала
12	Получено оборудование от поставщиков
13	Завершены монтаж и наладка оборудования
14	Завершен контроль оборудования
15	Оценена подготовленность кадров
16	Запуск завода

Перечень работ

Обозначение	Наименование работ	Наиболее вероятная продолжительность работ	Непосредственно предшествующие работы
1-2	Диагностика существующего положения завода	4	-
1-3	Проведение маркетингового исследования региона	4	-
2-4	Анализ данных диагностики	1	1-2
2-8	Производится ремонт помещений	10	1-2
3-4	Анализ данных маркетингового исследования	1,5	1-3
4-5	Составляется план обновления оборудования в соответствии с объединенными данными	2	2-4, 3-4

Обозначение	Наименование работ	Наиболее вероятная продолжительность работ	Непосредственно предшествующие работы
4-6	Составляется план переобучения персонала в соответствии с объединенными данными	1,5	2-4, 3-4
4-7	Составляется план реорганизации системы управления в соответствии с объединенными данными	2,5	2-4, 3-4
5-9	Заключение договоров на поставку оборудования	2	4-5
6-10	Проведение тренингов основного персонала	3	4-6
7-11	Проведение тренингов управленческого персонала	4	4-7
8-13	Производится монтаж оборудования	2	2-8
9-12	Поставка оборудования	2	5-9
10-15	Оценка подготовленности основного персонала	0,5	6-10
11-15	Оценка подготовленности управленческого персонала	1	7-11
12-13	Производится наладка оборудования	1	9-12
13-14	Производится контроль установленного оборудования	2	8-13, 12-13
14-16	Запуск оборудования	0,5	13-14
15-16	Зачисление персонала, прошедшего обучение, в штат	0,5	10-15, 11-15

Сетевая модель имеет следующий вид:



Центральное место СПУ занимает разработка самого сетевого графика даже без расчета его параметров. Такой график обладает высокой информативностью, поскольку позволяет упорядочить все события и работы, установить начальные и конечные события, выявить те работы, которые следует выполнять параллельно. Кроме того сетевой график служит средством контроля за ходом выполнения работ.

В последующих задачах предлагается составить сетевой график по перечню событий и работ.

Задача 7.4. Разработать сетевой график процесса снабжения цеха производственного предприятия для следующего перечня событий:

1. Получена производственная программа цеха.
2. Определение потребности в материалах.
3. Разработка календарного плана-графика снабжения цеха.
4. Составление требований на материалы.
5. Передача требований на материалы в отдел снабжения.
6. Информация складу о необходимых материалах.
7. Проверка товароведческих характеристик требуемых материалов.
8. Определение остатков (запасов) требуемых материалов.
9. Подготовка истребованных материалов к выдаче цехам.
10. Оформление документов на отпуск материалов цехам.
11. Проверка материалов по количеству, качеству и комплектности.
12. Отгрузка (отпуск) материалов цехам.
13. Определение потребности в транспортных средствах.
14. Организация транспортировки материалов в цехи.
15. Получение материалов цехами.

Развернуть полученный сетевой график в линейчатый график (график Ганта).

Задача 7.5. Составить сетевой график выполнения транзакционных операций для осуществления закупок материальных ресурсов для производственных нужд.

1. Определение номенклатуры необходимых материальных ресурсов согласно производственной программе.
2. Изучение рынка закупок.
3. Изучение конкурентов на рынке закупок.
4. Рассмотрение коммерческих предложений.
5. Акцепт оферт.
6. Изучение рекламных сообщений.
7. Формирование массива норм расхода материальных ресурсов.
8. Определение потребности в материальных ресурсах на производственную программу по номенклатурным группам.
9. Формирование цен спроса на закупаемые материальные ресурсы.

10. Выявление реальных и потенциальных поставщиков.
11. Расчет денежных сумм на закупку материальных ресурсов.
12. Оптимизация выбора поставщиков.
13. Установление деловых контактов.
14. Начало ведения деловых переговоров.
15. Консультационное обслуживание переговоров.
16. Информационное обслуживание переговоров.
17. Правовое обслуживание переговоров.
18. Установление хозяйственной связи – заключение договора поставки.

Задача 7.6. Составить сетевой график выполнения транзакционных операций по сбыту продукции производственного назначения:

1. Изучение рынка сбыта.
2. Изучение конкурентов на рынке сбыта.
3. Выявление конкурентных преимуществ реализуемой продукции.
4. Проведение рекламной кампании по реализуемой продукции.
5. Составление коммерческих предложений – оферт.
6. Выявление реальных и потенциальных потребителей-покупателей.
7. Рассылка коммерческих предложений реальным и потенциальным потребителям – покупателям.
8. Определение спроса на реализуемую продукцию.
9. Формирование цены предложения на реализуемую продукцию.
10. Формирование портфеля заказов на реализуемую продукцию.
11. Выбор потребителей – покупателей.
12. Установление деловых контактов.
13. Расчет ожидаемой выручки от реализуемой продукции.
14. Начало деловых переговоров.
15. Консультационное обслуживание переговоров.
16. Информационное обслуживание переговоров.
17. Правовое обслуживание переговоров.
18. Подготовка проекта договора поставки.
19. Рассмотрение и учет замечаний по проекту договора поставки.
20. Заключение договора поставки реализуемой продукции.

Задача 7.7. Разработать сетевой график логистической деятельности производственного предприятия. Перечень событий и работ:

1. Изучение конъюнктуры рынка – определение спроса на производимую продукцию.
2. План производства.
3. Определение потребности в материальных ресурсах.
4. Поиск (выбор) поставщиков материальных ресурсов.
5. Установление хозяйственных связей.

6. Ведение деловых переговоров с поставщиками и заключение контрактов на поставку материальных ресурсов.
7. Согласование общих условий поставки.
8. Согласование особых условий поставки с учетом специальных организационных и технологических требований покупателя.
9. Определение размера партии поставки.
10. Обоснование тары и упаковки.
11. Грузовая и транспортная маркировка.
12. Выбор вида транспорта.
13. Оптимизация маршрута доставки груза.
14. Расчет графика (расписания) поставок материальных ресурсов от поставщика – потребителю.
15. Расчет и согласование цен на материальные ресурсы и оказываемые услуги.
16. Расчет провозных плат и других транспортно-заготовительных расходов.
17. Определение сумм на закупку материальных ресурсов.
18. Согласование порядка расчетов по поставкам.
19. Заключение договора поставки, разработка спецификаций.
20. Диспетчеризация материальных потоков и транспорта.
21. Страхование поставок.
22. Договор с транспортными организациями (перевозчиком).
23. Транспортно-экспедиторские операции в пункте отгрузки материальных ресурсов.
24. Контроль качества материальных ресурсов в пункте отгрузки.
25. Контроль количества отгружаемых материальных ресурсов.
26. Подготовка складских помещений и складского оборудования к приему материальных ресурсов.
27. Подготовка перегрузочного оборудования для выгрузки пребывающих грузов в адрес потребителя.
28. Отгрузка (погрузка) материальных ресурсов отправителем – поставщиком.
29. Прибытие груза в адрес получателя – потребителя.
30. Транспортно-экспедиторские операции в пункте прибытия материальных ресурсов.
31. Качественная приемка материальных ресурсов.
32. Количественная приемка материальных ресурсов.
33. Складирование прибывающих материальных ресурсов.
34. Документальное оформление прибывающих материальных ресурсов.
35. Формирование производственного запаса.
36. Выполнение финансовых расчетов с поставщиком.
37. Запуск материальных ресурсов в производство.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Модели и методы логистики / Под ред. В.С. Лукинского. – СПб.: Питер, 2007. – 488 с.
2. Плоткин Б.К., Делюкин Л.А. Экономико-математические методы и модели в логистике. – СПб.: Изд-во СПбГУЭФ, 2010. – 96 с.
3. Плоткин Б.К., Делюкин Л.А. Компьютерные технологии в экономико-математических методах и моделях коммерции и логистики: Методические указания. – СПб.: Изд-во СПбГУЭФ, 2012. – 68 с.
4. Просветов Г.И. Математические методы в логистике. Задачи и решения – М.: Альфа-Пресс, 2008. – 304 с.
5. Фомин Г.П. Математические методы и модели в коммерческой деятельности. – М.: Финансы и статистика, 2005. – 616 с.

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ	3
1. Задачи и упражнения классического математического анализа в коммерции и логистике	4
1.1. Определение оптимального размера партии поставки	4
1.2. Определение места дислокации базы снабжения	11
1.3. Прикрепление потребителей к распределительным центрам	13
1.4. Межотраслевой баланс	14
2. Методы теории вероятностей в коммерции и логистике	14
3. Стохастические методы и модели математической статистики в коммерции и логистике	21
4. Задачи теории массового обслуживания в коммерции и логистике	32
5. Задачи линейного программирования в коммерции и логистике	40
6. Теория надежности в коммерции и логистике	52
7. Задачи и упражнения теории графов в коммерции и логистике	55
Библиографический список	62

Учебное издание

Плоткин Борис Кальманович
Делюкин Леонид Анатольевич

**ЭКОНОМИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ И МОДЕЛИ
В КОММЕРЧЕСКОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ И ЛОГИСТИКЕ**

Сборник задач и упражнений

Редактор В.М. Макосий

Подписано в печать 29.01.13. Формат 60x84 1/16.
Усл. печ. л. 4,0. Тираж 110 экз. Заказ 47. РТП изд-ва СПбГЭУ.

Издательство СПбГЭУ. 191023, Санкт-Петербург, Садовая ул., д. 21.