

МИНИСТЕРСТВО СЕЛЬСКОГО ХОЗЯЙСТВА РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ДЕПАРТАМЕНТ НАУЧНО-ТЕХНОЛОГИЧЕСКОЙ ПОЛИТИКИ И ОБРАЗОВАНИЯ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«КРАСНОЯРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ АГРАРНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Институт инженерных систем и энергетики
Кафедра «Теоретические основы электротехники»

«МЕТРОЛОГИЯ, СТАНДАРТИЗАЦИЯ И СЕРТИФИКАЦИЯ»

Методические указания к выполнению курсовой работы
студентам всех форм обучения

Направление подготовки:

35.03.06 «Агроинженерия»

Профиль:

Электрооборудование и электротехнологии в АПК

Красноярск 2017

Оглавление

Задание 1: Прямые измерения с многократными наблюдениями.....	3
1 Сведения, необходимые для выполнения работы	3
<i>Точность методов и результатов измерений</i>	3
<i>Обработка результатов измерений</i>	4
<i>Алгоритм обработки прямых многократные результатов измерения</i>	5
2 Пример обработки результатов с многократными измерениями.....	8
3 Задание №1	10
ПРИЛОЖЕНИЯ.....	12
4 Контрольные вопросы.....	13
Задание №2: Погрешности измерений и обработка результатов измерений	15
1 Сведения, необходимые для выполнения работы	15
<i>Погрешности измерений</i>	15
<i>Правила округления значения погрешности и записи результата измерений</i>	18
<i>Выбор средств измерений (СИ)</i>	19
<i>Номинальные величины приборов</i>	20
<i>Постоянные приборов</i>	21
<i>Чувствительность приборов</i>	21
2 Задание №2.....	21
3 Пример расчета.....	25
4 Контрольные вопросы.....	29

Задание 1: Прямые измерения с многократными наблюдениями

Цель работы: Ознакомление с методикой выполнения прямых измерений с многократными наблюдениями. Получение навыков обработки результатов наблюдений, оценивания погрешностей и представления результатов измерений.

1 Сведения, необходимые для выполнения работы

Точность методов и результатов измерений

При практическом использовании тех или иных измерений важно оценить их точность. *Точность* - степень близости результата измерений к некоторому действительному значению и используется для качественного сравнения измерительных операций.

Точность - это качество измерений, отражающее близость их результатов к истинному значению измеряемой величины. Высокая точность измерений соответствует малым погрешностям как систематическим, так и случайным.

Точность количественно оценивают обратной величиной модуля относительной погрешности. Например, если погрешность измерений равна 10^{-6} , то точность равна 10^6 .

Достоверность измерений характеризует степень доверия к результатам измерений. Достоверность оценки погрешностей определяют на основе законов теории вероятностей и математической статистики. Это даёт возможность для каждого конкретного случая выбирать средства и методы измерений, обеспечивающие получение результата, погрешности которого не превышают заданных границ с необходимой достоверностью.

Под *правильностью* измерений понимают качество измерений, отражающее близость к нулю систематических погрешностей в результатах измерений.

Сходимость - это качество измерений, отражающее близость друг к другу результатов измерений, выполняемых в одинаковых условиях. Сходимость измерений отражает влияние случайных погрешностей.

Воспроизводимость - это такое качество измерений, которое отражает близость друг к другу результатов измерений, выполняемых в различных условиях (в разное время, в различных местах, различными методами и средствами).

Для количественной оценки используется понятие «погрешность результатов измерений» (чем меньше погрешность, тем выше точность).

Оценка погрешности измерений – одно из важнейших мероприятий по обеспечению единства измерений.

В отечественной метрологии погрешность результатов измерений, как правило, определяется сравнением результата измерений с истинным или действительным значением измеряемой величины.

Истинное значение - значение, которое идеальным образом характеризует в качественном и количественном отношении соответствующую величину.

Действительное значение - значение величины, полученное экспериментальным путем и настолько близкое к истинному значению, что в поставленной измерительной задаче может быть использовано вместо него.

Обработка результатов измерений

Точно оценить действительное значение измеряемой величины можно лишь путем ее многократных измерений и соответствующей обработки их результатов.

Многократные измерения показывают, что результаты отдельных наблюдений отличаются друг от друга. Отличия наблюдаются также в результатах отдельных серий многократных измерений. В метрологии принято различать **равноточные** и **неравноточные** измерения.

К равноточным (равнорассеянным) относятся измерения, проводимые одним наблюдателем, в одинаковых условиях, с помощью одного и того же средства измерения. Равноточность выполняется при условии, что измерения являются независимыми, одинаково распределенными.

К неравноточным относятся измерения, когда измерения одной и той же физической величины проводятся несколькими наблюдателями различной квалификации и опыта, на приборах разного класса точности или в течении нескольких дней.

Выбор средств измерений и вспомогательных устройств определяется измеряемой величиной, принятым методом измерений и требуемой точностью результата измерений (нормами точности). Измерения с применением СИ недостаточной точности малоценны (даже бессмысленны), так как могут быть причиной неправильных выводов. Применение излишне точных СИ экономически невыгодно. Учитывают также диапазон изменений измеряемой величины, условия измерений, эксплуатационные качества СИ, их стоимость.

Основное внимание уделяют погрешностям СИ. При этом добиваются выполнения условия

$$\Delta_{\Sigma} = \Delta_{\text{мод}} + \Delta_{\text{м}} + \Delta_{\text{СИ}} + \Delta_{\text{усл}} + \Delta_{\text{о}} \leq \Delta_{\text{д}},$$

где $\Delta_{\text{д}}$ - предельно допускаемая погрешность результатов измерений;

предельные погрешности:

$\Delta_{\text{мод}}$ - модели измерений,

$\Delta_{\text{м}}$ - метода измерений;

$\Delta_{\text{СИ}}$ - средства измерений,

$\Delta_{\text{усл}}$ - дополнительные погрешности, обусловленные воздействием влияющих факторов условий измерений,

$\Delta_{\text{о}}$ - оператора.

Этот критерий выбора СИ достаточно надежен, но дает завышенную на 20-30 % оценку суммарной погрешности измерения Δ_{Σ} . Если такой запас по точности не допустим, суммирование составляющих Δ_{Σ} следует произвести по формулам для случайных погрешностей.

Подготовка к измерениям и опробование средств измерений

При подготовке к измерениям оператор должен:

1. Подготовить ОИ (например, очистить) и создать необходимые по нормативно-техническим документам (НТД) условия измерений (испытаний) — установить в рабочее положение, включить питание, прогреть его необходимое время и т. п.

2. Опробовать СИ. Проверить действие органов управления, регулировки, настройки и коррекции. Если СИ снабжены средствами самокалибровки (тестирования), выполнить соответствующие операции.

3. Провести 2-3 пробных наблюдения и сравнить результаты с ожидаемыми. При непредвиденно большом расхождении результатов проанализировать причины и устранить их.

Алгоритм обработки прямых многократные результатов измерения

Последовательность обработки результатов измерений включает следующие этапы:

1. Исключают известные систематические погрешности из результатов наблюдений.

Методика определения погрешности прибора приводится в его паспорте. Для характеристики большинства приборов часто используют понятие приведенной погрешности, равной абсолютной погрешности в процентах диапазона шкалы измерений.

Для приборов с цифровым отсчетом измеряемых величин метод вычисления погрешности приводится в паспортных данных прибора. Если эти данные отсутствуют, то в качестве абсолютной погрешности принимается значение, равное половине последнего цифрового разряда индикатора.

Наибольшая абсолютная инструментальная погрешность (для аналоговых приборов):

$$\Delta X_{\max} = \gamma \cdot X_N \cdot 0,01, \quad (1)$$

где γ - класс точности,

$X_{ном}$ - наибольшее значение шкалы прибора.

2. Вычислить среднее арифметическое значение \bar{x} по формуле:

$$x_u \approx \bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n}, \quad (2)$$

где x_i - i -й результат наблюдения;

\bar{x} - результат измерения (среднее арифметическое исправленных результатов наблюдений);

n - число результатов наблюдений;

3. Вычислить среднеквадратическое отклонение σ результата наблюдения

Величина x , полученная в одной серии измерений, является случайным приближением к $x_{и}$. Для оценки ее возможных отклонений от $x_{и}$ определяют *среднеквадратическое отклонение (СКО) результата измерения* по формуле:

$$\sigma_x = S(x) = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \quad \text{при } n < 20 \quad (3)$$

или

$$\sigma_x = S(x) = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \quad \text{при } n \geq 20. \quad (4)$$

4. Проверить отсчеты на наличие промахов:

- отобразить аномальный отсчет;
- вычислить его относительное отклонение
- определить ожидаемое число отсчетов, среди которых может быть аномальный (приложение, таблица 1.1)
- если это число больше числа отсчетов, то исключить аномальный отсчет и перейти к п. 2; иначе - перейти к п. 5.

При $n < 20$, как правило, применяют *критерий Шовене*.

Сформулируем, так называемый, *критерий Шовене* [3]. Из полученного ряда, содержащего N отсчетов, выбирается аномальный отсчет X_k и вычисляется модуль его отклонения от среднего значения в долях выборочного среднеквадратического отклонения:

$$Z = \left| \frac{\bar{x} - x_i}{\sigma_x} \right| \quad (5)$$

Затем вычисляется вероятность этого отклонения, а также ожидаемое число n измерений, которые дадут отсчеты, имеющие отклонение Z не меньше, чем испытуемый. Если получено $n < 0,5$ (при округлении до целого $n = 0$), то отсчет X_k считается промахом. Эту процедуру можно изменить и вычислить ожидаемое число M отсчетов, среди которых будет хотя бы один аномальный.

5. Вычислить выборочное среднеквадратическое отклонение среднего значения

Среднеквадратичное отклонение (СКО) является случайной величиной и его разброс относительно истинного значения измеряемой величины оценивается

$$\sigma_{\bar{x}} = S(\bar{x}) = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n(n-1)}} = \frac{S(\bar{x})}{\sqrt{n}}, \quad (6)$$

где $\sigma(\bar{x})$ - оценка среднеквадратического отклонения результата измерения.

Принято считать, что если $\sigma_{\bar{x}} \leq 0,25 \cdot \sigma$, то оценка точности надежна. Это условие выполняется уже при $n = 8$.

6. Определить коэффициент доверия для заданной надежности и полученного числа отсчетов (см. табл. 1.2).

Для определения доверительных границ погрешности результата измерения доверительную вероятность P принимают равной 0,95.

В тех случаях, когда измерение нельзя повторить, помимо границ, соответствующих доверительной вероятности $P = 0,95$, допускается указывать границы для доверительной вероятности $P = 0,99$.

В особых случаях, например при измерениях, результаты которых имеют значение для здоровья людей, допускается вместо $P = 0,99$ принимать более высокую доверительную вероятность.

7. Определяем границы доверительного интервала для случайной погрешности по формуле:

$$\Delta_x = t_{p,n} \sigma_{\bar{x}}, \quad (7)$$

где t_p - безразмерный коэффициент доверия (коэффициент Стьюдента).

Коэффициент доверия показывает, во сколько раз нужно увеличить среднеквадратическое отклонение среднего, чтобы при заданном числе измерений получить заданную надежность их результата. Коэффициент доверия сложным образом зависит от надежности и числа измерений, и его значение определяют по статистическим таблицам (приложение 1, табл.1.1).

8. Вычислить полную погрешность:

$$\Delta x_{\Sigma} = \sqrt{\Delta_c^2 + \Delta_x^2}. \quad (8)$$

Полная погрешность Δx_{Σ} прямых измерений равна квадратичной сумме ее составляющих: инструментальной Δx_c и случайной Δx .

9. После округлений результат обработки измерений записать в виде: $\bar{x} = x \pm \Delta_{\Sigma}$, при вероятности P .

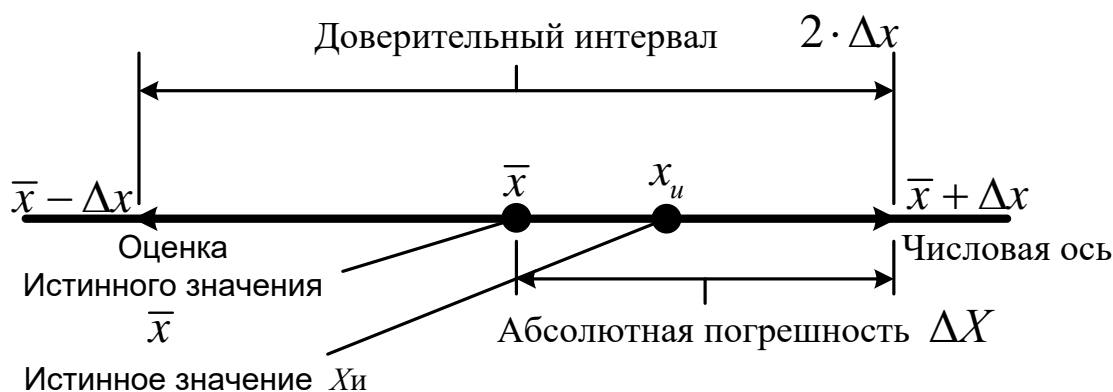


Рисунок 1.1 – Результат измерений

2 Пример обработки результатов с многократными измерениями

Вольтметром измерено 10 отсчетов напряжение U в электрической цепи. Вольтметр, класс точности которого $\gamma = 2,5$, имеет максимальное значение шкалы, равное $U_{\text{ном}} = 200$ В. Результаты измерений: 105; 130; 140; 145; 145; 150; 150; 155; 160; 175.

Обработать результаты измерений, обеспечив 98% надежность оценки напряжения.

Решение:

1. Вычисляем инструментальную погрешность:

$$\Delta U_{\text{max}} = 2,5 \cdot 200 \cdot 0,01 = 5 \text{ В.}$$

2. Вычисляем среднее арифметическое значение:

$$\bar{U} = \frac{1}{10} \sum_{i=1}^{10} U_i = \frac{105 + 130 + 140 + 145 + 145 + 150 + 150 + 155 + 160 + 175}{10} = \frac{1455}{10} = 145,5 \text{ В.}$$

3. Вычислить СКО результата наблюдения

$$\begin{aligned} \sigma_u &= \sqrt{\frac{1}{10-1} \sum_{i=1}^n (105 - 145,5)^2 + (130 - 145,5)^2 + (140 - 145,5)^2 + \dots + (175 - 145,5)^2} = \\ &= \sqrt{\frac{3102,25}{9}} = 18,6 \text{ В.} \end{aligned}$$

4. Проверяем отсчеты на наличие промахов:

Аномальным отсчетом является отсчет №1: $U_1 = 105$ В. Вычисляем нормированное отклонение U_1 от среднего значения:

$$Z = \left| \frac{\bar{U} - U_1}{\sigma_u} \right| = \left| \frac{145,5 - 105}{18,6} \right| = 2,18$$

Согласно данным приложения 1 (табл. 1.1), количество опытов, при котором полученный отсчет нельзя считать промахом, равно 17. Это число

больше, чем $N = 10$. Следовательно, отсчет $U_1 = 105$ В является промахом и его нужно удалить из обрабатываемого ряда.

Переходим к пунктам 2, 3 и 4

Вычисляем новое среднее значение для ряда измерений: 130; 140; 145; 145; 150; 150; 155; 160; 175.

$$\bar{U} = \frac{1}{9} \sum_{i=1}^9 U_i = \frac{130 + 140 + 145 + 145 + 150 + 150 + 155 + 160 + 175}{9} = \frac{1350}{9} = 150 \text{ В.}$$

Вычислить СКО результата наблюдения:

$$\begin{aligned} \sigma_u &= \sqrt{\frac{1}{9-1} \sum_{i=1}^n (130-150)^2 + (140-150)^2 + \dots + (175-150)^2} = \\ &= \sqrt{\frac{1300}{8}} = 12,7 \text{ В.} \end{aligned}$$

5. Вычисляем случайную составляющую погрешности

$$\sigma_u = \frac{\sigma_u}{\sqrt{n}} = \frac{12,7}{\sqrt{9}} = 4,23 \text{ В.}$$

6. Для заданной доверительной вероятности $P = 98\%$ и нового полученного числа отсчетов количества отсчетов из приложение 1, табл.1.2 ($N = 9$; $t_{98;10} = 2,9$).

7. Границы доверительного интервала для случайной погрешности:

$$\Delta_u = t_{98;9} \cdot \sigma_u = 2,9 \cdot 4,23 = 12,267 \text{ В.}$$

8. Вычислить полную погрешность

абсолютную: $\Delta U_{\Sigma} = \sqrt{5^2 + 12,267^2} = 13,246 \approx 13,25 \text{ В;}$

относительную: $\delta_u = \frac{\Delta U}{U} \cdot 100\% = \frac{13,25}{150} \cdot 100\% = 8,8\%.$

9. После округлений результат обработки измерений записываем в виде:

$$\bar{U} = 150 \pm 13,25 \text{ В; } \delta_u = 8,8\%; P = 0,98.$$

Числовое значение результата измерения должно оканчиваться цифрой того же разряда, что и значение погрешности Δ .

Значение погрешности округляется до двух значащих цифр, если первое из них 1 или 2, и до одного значащего числа в других случаях.

В приближённых вычислениях, все цифры числа, начиная с 1-й слева, отличной от нуля, до последней, за правильность, которой можно ручаться. Например, если измерение произведено с точностью до 0,0001 и дало результат 0,0320, то значащими цифрами будут 3, 2 и 0.

Цифра 5 при округлении округляется в сторону четного предыдущего разряда.

Вывод: В ходе выполнения данной работы была изучена методика выполнения прямых измерений с многократными наблюдениями, а также

получены навыки стандартной обработки результатов наблюдений, были получены навыки в оценке погрешностей.

3 Задание №1

1. Даны отсчеты значений тока I и напряжения U и мощности P , снятые со шкал приборов известного класса точности. Обеспечить надежность результатов измерений P .

Номер варианта	Результаты измерений		Диапазон измерения	Класс точности	Доверительная вероятность
	напряжения, В				
1	127; 123; 130; 131; 126; 125; 126; 127; 127,5; 126,5; 126,8		150	1,0	0,98
2	27; 25; 29; 28; 22; 23; 26,5; 27,5; 28,5; 26,5		30	1,5	0,99
3	27,5; 27,1; 26,9; 27,3; 27,8; 27,2; 27; 27,7; 28; 24		30	2,5	0,99
4	127,1; 125,8; 130; 131; 126; 125; 126,9; 127; 127,5; 126,5; 126,8		150	1,0	0,98
5	221,2; 119,7; 118,5; 223,5; 240; 210,5; 220; 220,5; 218,5; 230		300	2,5	0,98
6	36,5; 36,8; 35,5; 34,5; 40; 36,1; 35,5; 37; 36,5; 36,5		50	1,5	0,99
7	127,5; 140; 126,8; 131; 126,8; 125; 126; 127; 127,5; 126,5; 126,8		150	1,0	0,99
8	222,2; 118,9; 118,5; 223,5; 210; 220,5; 220; 220,5; 218,5; 220		300	1,5	0,98
9	380,2; 380,7; 380,5; 380,5; 360; 370,5; 378,5; 380,5; 380,5; 380		450	2,5	0,98
	Тока, А			1,0	0,98
10	5,1; 5,2; 5,0; 4,7; 4,7; 4,9; 5,1; 4,7; 5,3; 6,5		6,5	1,5	0,99
11	5,4; 3,8; 4,6; 5,3; 4,8; 5,0; 4,7; 5,1; 5,2; 5,1		6,5	2,5	0,99
12	13,0; 13,1; 13,3; 10,8; 12,9; 12,7; 13,0; 12,8; 13,2; 10,1		15	1,0	0,99
13	13,5; 13,8; 12,7; 13,0; 14,9; 13,1; 12,5; 13,2; 13,1; 13,3		15	1,5	0,98
14	20,3; 20,6; 19,9; 19,8; 20,0; 19,9; 20,1; 20,0; 19,8; 19,7; 22,9		30	2,5	0,98
15	19,9; 19,8; 20,5; 20,1; 20,2; 19,4; 20,0; 28,6; 19,7; 20,1		30	1,0	0,99
16	5,5; 2,5; 4,7; 5,0; 4,9; 5,1; 4,5; 5,2; 5,1; 5,3		6,5	1,5	0,95
17	5,0; 5,1; 5,3; 4,8; 3,4; 4,7; 5,0; 4,8; 5,2; 5,1;		7,5	1,0	0,98
18	6,5; 5,8; 5,7; 7,9; 5,9; 6,1; 5,5; 6,2; 6,1; 6,3;		7,5	1,5	0,98
19	23,5; 23,8; 23,7; 24,0; 22,9; 23,1; 23,5; 23,2;		30	2,5	0,98

Номер варианта	Результаты измерений		Диапазон измерения	Класс точ- ности	Довери- тельная вероят- ность
	напряжения, В				
	20,1; 24,2				
	Мощности, Вт			1,0	0,98
20	145; 143; 147; 144; 146; 144; 135; 142; 144; 143;	150	1,5	0,99	
21	140; 141; 143; 138; 139; 137; 167; 138; 142; 141;	150	1,0	0,95	
22	49,8; 49,7; 50,1; 50,3; 58,8; 49,9; 50,3; 49,8; 50,2; 50,6;	60	1,5	0,95	
23	502; 503; 504; 495; 501; 497; 488; 502; 503; 499;	600	2,5	0,98	
24	88; 92; 91; 95; 88; 89; 97; 89; 91; 85	100	1,0	0,95	
25	141; 140; 142; 147; 143; 147; 142; 146; 144; 132	150	2,5	0,95	
26	95; 88; 87; 99; 89; 91; 85; 92; 91; 93	100	1,5	0,98	
27	90; 91; 93; 88; 89; 86; 90; 88; 92; 91	100	1,0	0,99	
28	75; 68; 67; 79; 69; 71; 65; 92; 71; 73	100	1,5	0,98	

ПРИЛОЖЕНИЯ

Таблица 1.1 - Отбор промахов по критерию Шовене

<i>Z</i>	<i>M</i>	<i>Z</i>	<i>M</i>	<i>Z</i>	<i>M</i>	<i>Z</i>	<i>M</i>	<i>Z</i>	<i>M</i>
1,00	2	1,40	3	1,80	7	2,20	18	2,60	54
1,02	2	1,42	3	1,82	7	2,22	19	2,62	57
1,04	2	1,44	3	1,84	8	2,24	20	2,64	60
1,06	2	1,46	3	1,86	8	2,26	21	2,66	64
1,08	2	1,48	4	1,88	8	2,28	22	2,68	68
1,10	2	1,50	4	1,90	9	2,30	23	2,70	72
1,12	2	1,52	4	1,92	9	2,32	25	2,72	77
1,14	2	1,54	4	1,94	10	2,34	26	2,74	81
1,16	2	1,56	4	1,96	10	2,36	27	2,76	87
1,18	2	1,58	4	1,98	10	2,38	29	2,78	92
1,20	2	1,60	5	2,00	11	2,40	30	2,80	98
1,22	2	1,62	5	2,02	12	2,42	32	2,82	104
1,24	2	1,64	5	2,04	12	2,44	34	2,84	111
1,26	2	1,66	5	2,06	13	2,46	36	2,86	118
1,28	2	1,68	5	2,08	13	2,48	38	2,88	126
1,30	3	1,70	6	2,10	14	2,50	40	2,90	134
1,32	3	1,72	6	2,12	15	2,52	43	2,92	143
1,34	3	1,74	6	2,14	16	2,54	45	2,94	152
1,36	3	1,76	6	2,16	16	2,56	48	2,96	163
1,38	3	1,78	7	2,18	17	2,58	51	2,98	173

$$Z = \left| \frac{\bar{x} - x_i}{\sigma_x} \right|$$

- относительное отклонение случайной величины x от ее среднего значения в единицах СКО

M - число ожидаемых измерений, начиная с которого отклонение Z не может считаться промахом.

Таблица 1.2 - Коэффициент доверия Стьюдента (t-критерия) для вычисления

Число измерений	Надежность					
	0,5	0,9	0,95	0,98	0,99	0,995
1	3	4	5	6	7	8
2	1.00	6.3	12.7	31.8	63.7	636.7
3	0.82	2.9	4.3	7.0	9.9	31.6
4	0.77	2.4	3.2	4.5	5.8	12.9
5	0.74	2.1	2.8	3.7	4.6	8.6
6	0.73	2.0	2.6	3.4	4.0	6.9
7	0.72	1.9	2.4	3.1	3.7	6.0
8	0.71	1.9	2.4	3.0	3.5	5.4
9	0.71	1.9	2.3	2.9	3.4	5.0
10	0.70	1.8	2.3	2.8	3.3	4.8
11	0.70	1.8	2.2	2.8	3.2	4.6
12	0.70	1.8	2.2	2.7	3.1	4.5
13	0.70	1.8	2.2	2.7	3.1	4.3
14	0.69	1.8	2.2	2.7	3.0	4.2
15	0.69	1.8	2.1	2.6	3.0	4.1
16	0.69	1.8	2.1	2.6	2.9	4.0
17	0.69	1.7	2.1	2.6	2.9	4.0
18	0.69	1.7	2.1	2.6	2.9	4.0
19	0.69	1.7	2.1	2.6	2.9	3.9
20	0.69	1.7	2.1	2.6	2.9	3.9
25	0.69	1.7	2.1	2.5	2.8	3.7
30	0.68	1.7	2.0	2.5	2.8	3.7

4 Контрольные вопросы

1. В чем разница между размером, значением и единицей физической величины.
2. Что такое истинное и действительное значение физической величины.
3. Примеры случайной и систематической погрешности.
4. Приведите примеры инструментальной, методической, субъективной и дополнительной погрешности.
5. В чем заключается вероятностный характер случайной погрешности.
6. Объясните зависимость между доверительной вероятностью измерения и погрешностью.
7. Приведите примеры измерений с однократным и многократным наблюдением, прямых и косвенных измерений.
8. В чем различие метода и методики измерений. Приведите примеры различных методов и различных методик измерения одной и той же физической величины.

9. В чем заключается сложность определения систематической погрешности.

10. Как уменьшить влияние случайной погрешности.

11. Как связано количество отсчетов, взятых при измерении с таким отклонением отсчета от среднего, которое будет являться промахом (грубой ошибкой).

12. Где проявляется удобство представления погрешности в виде относительной, а где в виде абсолютной величины.

13. Почему поправка принимается с обратным знаком от исключаемой систематической погрешности.

14. О чём можно судить по среднему квадратичному отклонению отсчетов.

Задание 2: Погрешности измерений и обработка результатов измерений

Цель работы: Приобретение навыков планирования и выполнения прямых однократных измерений. Получение опыта по выбору средств измерений, обеспечивающих решение поставленной измерительной задачи. Изучение способов обработки и правильного представления результатов прямых однократных измерений.

1 Сведения, необходимые для выполнения работы

Погрешности измерений

При любом измерении неизбежны погрешности, т. е. отклонения результата измерения от истинного значения измеряемой величины, которые обуславливаются, с одной стороны, непостоянством параметров элементов измерительного прибора, несовершенством измерительного механизма (например, наличием трения и т. д.), влиянием внешних факторов (наличием магнитных и электрических полей), изменением температуры окружающей среды и т. д., а с другой стороны, несовершенством органов чувств человека и другими случайными факторами.

По характеру проявления погрешности делятся на три группы: систематические, случайные, грубые погрешности или промахи.

Систематическая погрешность измерения - это составляющая погрешности измерений, остающаяся постоянной или закономерно изменяющаяся при повторных измерениях одной и той же величины.

Систематические погрешности могут быть исключены введением поправок, изучением условий опыта и измерительной аппаратуры, применением соответствующих приемов.

Случайная погрешность измерения - это составляющая погрешности измерений, изменяющаяся случайным образом при повторных измерениях одной и той же величины.

Случайная погрешность вызывается большим количеством причин, характер и степень влияния которых на измеряемую величину нельзя определить. Присутствие этих погрешностей обнаруживается в том, что при повторении измерений одной и той же величины в одинаковых условиях с одинаковой тщательностью получают результаты, несколько отличающиеся по значению. Величина этих погрешностей по природе их возникновения при единичном измерении не может быть определена. Однако путем выполнения многократных наблюдений и обработки их результатов методами статистики можно оценить эти погрешности.

Грубые погрешности или промахи - это погрешность, существенно превышающая ожидаемые погрешности при данных условиях проведения измерений.

Промахи большей частью возникают из-за субъективных ошибок экспериментатора или из-за сбоев в работе средства измерений при резких изменениях условий эксплуатации (броски или провалы сетевого напряжения, грозовые разряды и т.п.) Обычно промахи легко выявляются при повторных измерениях и исключаются из рассмотрения.

Систематические погрешности измерений не зависят от числа измерений и при повторных измерениях остаются постоянными или изменяются по определенному закону, искажая результат.

При наличии систематической погрешности в полученный результат измерений вносят поправку, а если систематическую погрешность нельзя исключить, то оценивают ее границы.

По источникам происхождения систематические погрешности подразделяют на:

- *инструментальные*, выраженные классом точности прибора;
- *методические* (погрешности метода);
- *субъективные*, допущенные экспериментатором.

По форме представления различают абсолютную, относительную и приведенную погрешности измерений.

Абсолютная погрешность – величина равная разности между показанием прибора $X_{из}$ и действительным значением измеряемой величины $X_{д}$, выраженная в единицах измеряемой величины:

$$\Delta X = X_{изм} - X_{д}. \quad (2.1)$$

Абсолютная погрешность, взятая с обратным знаком, называется *поправкой*:

$$q = -\Delta X. \quad (2.2)$$

Точность измерения оценивается обычно по величине *относительной погрешности*. Она выражается обычно в процентах и бывает двух видов:

Действительная относительная погрешность, равная отношению абсолютной погрешности к действительному значению измеряемой величины:

$$\delta = \pm \frac{\Delta X}{X_{д}} \cdot 100\%. \quad (2.3)$$

Номинальная относительная погрешность, равная отношению абсолютной погрешности к измеренному значению исследуемой величины, т.е. к показанию прибора:

$$\delta = \pm \frac{\Delta X}{X_{изм}} \cdot 100\%. \quad (2.4)$$

Мерой точности измерений служит величина, обратная модулю относительной погрешности, т. е.

$$\varepsilon = \frac{1}{|\delta|}. \quad (2.5)$$

Для оценки точности электроизмерительных приборов служит приведенная погрешность:

$$\gamma = \pm \frac{\Delta X}{X_N} \cdot 100\% , \quad (2.6)$$

где X_N – номинальное значение шкалы прибора, т.е. максимальное значение шкалы на выбранном пределе измерения прибора.

Наибольшая приведенная погрешность определяет класс точности прибора. Для стрелочного измерительного прибора максимально допустимая приведенная относительная погрешность определяет класс точности прибора по ГОСТ 8.401-80 существует 8 классов точности электроизмерительных приборов: 0,05; 0,1; 0,2; 0,5 - *прецизионные*; 1,0; 1,5; 2,5; 4,0 - *технические приборы*.

Зная класс точности прибора можно найти:

- относительную погрешность измерения

$$\delta_{\text{изм}} = \gamma \frac{X_N}{X_{\text{из}}} . \quad (2.7)$$

(из полученной формулы следует, что минимальная относительная погрешность измерения будет в конце шкалы измерительного прибора и равна его классу точности $\gamma_{\text{си}}$);

- максимально допустимое значение абсолютной погрешности (предельное значение) для всех точек диапазона

$$\Delta_{\text{max}} = \gamma \cdot X_N \cdot 0,01 . \quad (2.8)$$

Суммирование погрешностей измерений

Определение расчетным путем оценки результирующей погрешности по известным оценкам ее составляющих называется *суммированием погрешностей*.

Систематические погрешности, если они известны или достаточно точно определены значения погрешности измерения путём арифметического суммирования составляющих δ_{Σ} :

$$\delta_{\Sigma} = |\delta_{\text{си}}| + |\delta_{\text{мет}}| + \dots + |\delta_n| = \sum_{i=1}^n |\delta_n| , \quad (2.9)$$

где $\delta_{\text{си}}$ – погрешность СИ выраженные классом точности прибора;

$\delta_{\text{мет}}$ – погрешность метода.

При сложении берут модули относительных погрешностей.

Арифметическое суммирование дает завышенное значение погрешности. Чаще используется геометрическое суммирование, дающее наиболее достоверное значение погрешности:

$$\delta_{\Sigma} = \sqrt{\delta_{\text{си}}^2 + \delta_{\text{мет}}^2 + \dots + \delta_n^2} = \sqrt{\sum_{i=1}^n \delta_n^2} . \quad (2.10)$$

Правила округления значения погрешности и записи результата измерений

При расчете величины погрешности, особенно с помощью калькуляторов, значение погрешности получается с большим числом знаков. Это создает впечатление о высокой точности измерений, что не соответствует действительности, так как исходными данными для расчета чаще всего являются нормируемые значения погрешности используемого СИ, которые указываются всего с одной или двумя значащими цифрами. Вследствие этого и в окончательном значении рассчитанной погрешности не следует удерживать более двух значащих цифр. При округлении следует придерживаться следующих правил:

1. Погрешность результата измерения указывается двумя значащими цифрами, если первая из них равна 1 или 2, и одной - если первая цифра есть 3 и более.

Значащими цифрами числа считаются все цифры от первой слева, не равной нулю, до последней справа цифры, при этом нули, записанные в виде множителя 10^n , не учитываются.

2. Результат измерения округляется до того же десятичного разряда, которым оканчивается *округленное значение абсолютной погрешности*. (Например, результат 85,6342, погрешность $\pm 0,01$. Результат округляют до 85,63. Тот же результат при погрешности в пределах $\pm 0,012$ следует округлить до 85,634).

3. Округление производится *лишь в окончательном ответе*, а все предварительные вычисления проводят с одним - двумя лишними знаками.

4. Округление следует выполнять сразу до желаемого числа значащих цифр, поэтапное округление приводит к ошибкам.

При округлении числовых значений погрешности и результата измерений необходимо руководствоваться следующими общими правилами округления.

Лишние цифры в целых числах заменяются нулями, а в десятичных дробях отбрасываются. (Например, число 165245 при сохранении четырех значащих цифр округляется до 165200, а число 165,245 - до 165,2).

Если десятичная дробь оканчивается нулями, они отбрасываются только до разряда, который соответствует разряду погрешности. (Например, результат измерений 235,200, погрешность $\pm 0,05$. Результат округляют до 235,20. Тот же результат при погрешности в пределах $\pm 0,015$ следует округлить до 235,200).

Если первая (считая слева направо) из заменяемых нулями или отбрасываемых цифр меньше 5, остающиеся цифры **не изменяются**.

Если первая из этих цифр равна 5, а за ней не следует никаких цифр, или идут нули, то, **если последняя цифра в округляемом числе четная или ноль, она остается без изменения, если нечетная - увеличивается на единицу**. (Например, число 1234,50 округляют до 1234, а число 8765,50 - до 8766).

Если первая из заменяемых нулями или отбрасываемых цифр больше 5 или равна 5, но за ней следует значащая цифра, **то последняя остающаяся цифра**

увеличивается на единицу. (Например, число 6783,6 при сохранении четырех значащих цифр, округляют до 6784, а число 12,34520 - до 12,35).

Особенно внимательно следует относиться к записи результата измерения без указания погрешности, так как записи результата $2,4 \cdot 10^3$ В и 2400 В *не являются тождественными*. Первая запись означает, *что верны цифры тысяч и сотен вольт* и истинное значение может находиться в интервале от 2,351кВ до 2,449 кВ. Запись 2400 означает, что верны и единицы вольт, следовательно истинное значение напряжения может находиться в интервале от 2399,51В до 2400,49 В.

Поэтому запись результата без указания погрешности *крайне нежелательна*.

Окончательно правила записи результата измерений можно сформулировать следующим образом.

1) При промежуточных вычислениях значения погрешности сохраняют три-четыре значащие цифры.

2) Окончательное значение погрешности и значение результата округляются в соответствии с изложенными выше правилами.

3) При однократных технических измерениях когда учитывается только основная погрешность СИ (СИ используются в нормальных условиях эксплуатации), результат записывается в виде:

$$X = X_{изм.} \pm \Delta X \text{ или} \\ X_{изм.} - \Delta X \leq X \leq X_{изм.} + \Delta X . \quad (2.11)$$

Например, результат измерения напряжения $U = 15,35$ В, погрешность $\Delta U = \pm 0,25$ В. Результат может быть записан в виде:

$$U = 15,35В \pm 0,25В, \text{ или}$$

$$U = (15,35 \pm 0,25)В, \text{ или}$$

$$15,10В < U < 15,60 В.$$

Исправленный результат измерения с учетом поправки на систематическую погрешность:

$$X = X_{изм} + q. \quad (2.12)$$

Выбор средств измерений (СИ)

При выборе СИ учитывают совокупность метрологических (цена деления, погрешность, пределы измерений, измерительное усилие), эксплуатационных и экономических показателей, к которым относятся: массовость (повторяемость измеряемых размеров) и доступность их для контроля; стоимость и надежность СИ, метод измерения; время затрачиваемое на настройку и процесс измерения; масса габаритные размеры рабочая нагрузка; жесткость объекта контроля, шероховатость его поверхности; режим работы и т.д.

Для гарантирования заданной или расчетной относительной погрешности измерения $\delta_{и}$ относительная погрешность СИ $\delta_{си}$ должна быть на 25-30% ниже,

чем $\delta_{и}$ (т. е. $\delta_{СИ} = 0,7 \delta_{и}$). Если известна приведенная погрешность $\gamma_{и}$ измерения, то приведенная погрешность СИ

$$\gamma_{СИ} = \gamma_{и} \frac{X}{X_N}$$

где X и X_N - результат измерения и нормированное значение шкалы СИ.

При выборе СИ по метрологическим характеристикам необходимо учитывать следующее:

- цена деления шкалы должна выбираться с учетом заданной точности измерения. Например, если размер необходимо контролировать с точностью до 0,01 мм, то и СИ следует выбирать с ценой деления 0,01 мм, так как СИ с более грубой шкалой внесет дополнительные субъективные погрешности, а с более точной - выбирать не имеет смысла из-за удорожания СИ. При контроле технологических процессов должны использоваться СИ с ценой деления не более 1/6 допуска на изготовление;

- поскольку качество измерения определяется величиной относительной погрешности $\delta = \pm(\Delta/X)100\%$, т. е. с уменьшением X величина δ увеличивается (качество измерения ухудшается). Следовательно, качество измерений на разных участках шкалы неодинаково.

Поэтому при измерениях рабочий участок шкалы СИ должен выбираться по правилу: относительная погрешность в пределах рабочего участка шкалы СИ не должна превышать приведенную погрешность более чем в 3 раза ($\delta < 3\gamma$).

Из этого правила следует:

а) при односторонней равномерной шкале с нулевой отметкой в ее начале рабочий участок занимает последние две трети длины шкалы;

б) при двусторонней шкале с нулевой отметкой посередине - последнюю треть каждого сектора;

в) при шкале без нуля рабочий участок может распространяться на всю длину шкалы.

Номинальные величины приборов

Номинальными напряжением $U_{НОМ}$, током $I_{НОМ}$ и мощностью $P_{НОМ}$ соответственно вольтметра, амперметра и ваттметра называются наибольшие напряжение, ток и мощность, которые могут быть измерены перечисленными приборами.

Номинальная мощность ваттметра в отличие от его номинальных напряжения и тока указывается не всегда. Для ваттметра номинальное напряжение представляет собой наибольшее напряжение, на которое может быть включена обмотка напряжения; номинальным током является наибольший ток, на который рассчитана последовательная обмотка.

Если номинальная мощность ваттметра не дана, то ее можно подсчитать по номинальному напряжению и току:

$$P_{НОМ} = U_{НОМ} I_{НОМ}$$

Постоянные приборов

Постоянная (цена деления) прибора представляет собой значение измеряемой величины, вызывающее отклонение подвижной части прибора на одно деление шкалы. Постоянные вольтметра, амперметра и ваттметра могут быть определены следующим образом:

$$\begin{aligned}C_U &= U_{\text{ном}} / N, \text{ вольт на одно деление;} \\C_I &= I_{\text{ном}} / N, \text{ ампер на одно деление;} \\C_P &= U_{\text{ном}} I_{\text{ном}} / N, \text{ ватт на одно деление.}\end{aligned}\tag{2.13}$$

где N - число делений шкалы соответственно вольтметра, амперметра и ваттметра.

Пример. Ваттметр имеет номинальное напряжение $U_{\text{ном}} = 150$ В, номинальный ток

$$I_{\text{ном}} = 5 \text{ А,}$$

$N = 150$ - число делений шкалы.

Определить номинальную мощность и постоянную ваттметра, а также его показание, если при измерении мощности подвижная часть отклонилась на $N' = 60$ делений.

Решение.

Номинальная мощность ваттметра

$$P_{\text{ном}} = U_{\text{ном}} I_{\text{ном}} = 150 \cdot 5 = 750 \text{ Вт.}$$

Постоянная ваттметра

$$C_P = P_{\text{ном}} / N = 750 / 150 = 5 \text{ Вт/дел.}$$

Показание ваттметра при отклонении его подвижной части на $N' = 60$ делений

$$P = C_P \cdot N = 5 \cdot 60 = 300 \text{ Вт.}$$

Чувствительность приборов

Под чувствительностью приборов понимают число делений шкалы, приходящееся на единицу измеряемой величины. Чувствительность вольтметра, амперметра и ваттметра может быть определена следующим образом:

$$S_U = N / U_{\text{ном}} = 1 / C_U \text{ дел/В (делений на вольт);}$$

$$S_I = N / I_{\text{ном}} = 1 / C_I \text{ дел/А (делений на ампер);}$$

$$S_P = \frac{N}{P_{\text{ном}}} = \frac{N}{U_{\text{ном}} \cdot I_{\text{ном}}} = 1 / C_P = 1 / 5 = 0,2 \text{ дел/Вт (делений на ватт).}$$

2 Задание №2

1. В электрическую цепь, согласно варианту, таблица 3-1, включить приборы для измерения тока, напряжения мощности.

Определить:

- показания приборов с учетом их внутренних сопротивлений;

- абсолютную погрешность измерения, относительную методическую погрешность, наибольшую относительную погрешность результата измерений, среднеквадратичную относительную погрешность, обусловленную: а) классом точности и пределом измерения прибора;

б) внутренним сопротивлением прибора ($R_{ВТ}$).

- мощность, потребляемую измерительными приборами.

Схемы к заданию №2

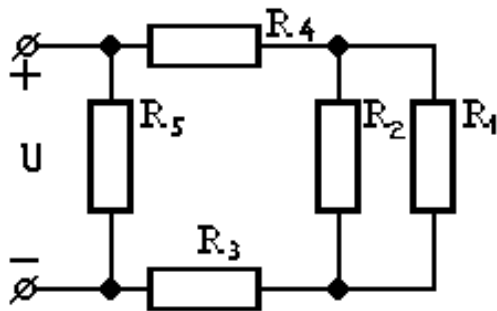


Рисунок – 3.1

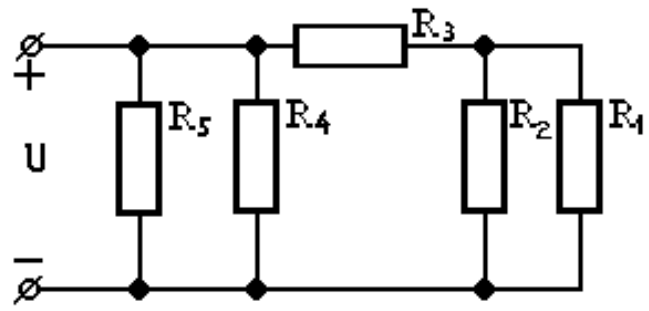


Рисунок – 3.2

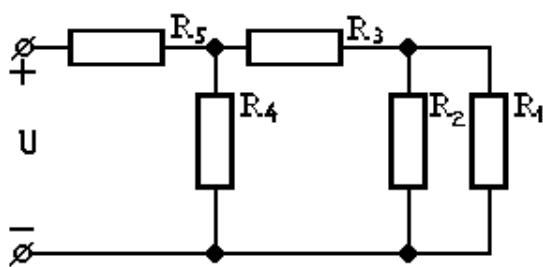


Рисунок – 3.3

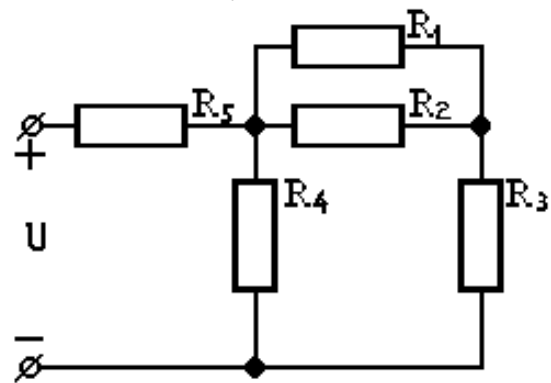


Рисунок – 3.4

Таблица 2-1 – Варианты заданий к контрольному заданию №2

№ варианта	U, В	R_1, OM	R_2, OM	R_3, OM	R_4, OM	R_5, OM	R_V, OM	R_A, OM	R_{W1}, OM	R_{W2}, OM	$\gamma_A, \%$	$\gamma_V, \%$	$\gamma_W, \%$	$U_H, \text{В}$	$I_H, \text{А}$	$U_{HW}, \text{В}$	$I_{HW}, \text{А}$	№ рис.
1	10	**	30	*	20	***	500	2	3	500	1	1,5	0,5	10	0,5	10	0,5	3.1
2	15	*	60	***	18	**	400	5	4	400	1	1	1	10	2	10	1,5	3.2
3	20	**	40	***	15	20	500	4	5	600	0,5	1	0,5	15	1,5	10	1	3.3
4	25	60	**	*	***	30	200	2	4	400	1,5	1	1	20	5	15	4	3.4
5	30	*	**	30	***	50	500	3	2	400	0,5	1	1	25	0,5	20	0,5	3.1
6	35	**	80	***	28	30	600	5	3	600	1	0,5	1,5	20	2	20	2	3.2
7	40	80	***	**	20	*	800	6	4	900	0,5	0,5	0,5	30	5	20	4	3.3
8	10	40	***	**	35	60	900	7	4	800	0,5	1	0,5	10	0,5	10	0,5	3.4
9	15	40	***	*	10	20	1000	4	5	700	1,5	2	1	10	1	10	1	3.1
10	20	30	**	***	28	*	800	5	4	500	2	1	1,5	10	2	10	1	3.2
11	25	70	***	**	25	42	600	5	3	400	1	0,5	1	15	1	10	1	3.3
12	30	60	*	**	42	36	400	7	4	300	1	0,5	1	20	0,5	20	0,2	3.4
13	35	30	**	20	*	10	500	8	5	600	0,2	0,5	0,5	30	1	20	1	3.1

Продолжение таблицы 1-1

№ варианта	U, В	R_1, OM	R_2, OM	R_3, OM	R_4, OM	R_5, OM	R_V, OM	R_A, OM	R_{W1}, OM	R_{W2}, OM	$\gamma_A, \%$	$\gamma_V, \%$	$\gamma_W, \%$	$U_{НВ}, \text{В}$	$I_{НВ}, \text{А}$	$U_{НВВ}, \text{В}$	$I_{НВВ}, \text{А}$	№ сх., рис.
14	40	***	**		*													
		20	80	15	35	25	700	5	4	700	0,5	1	0,5	30	4	20	3	3.2
15	10	**	***			*												
		40	60	18	26	40	600	3	3	800	1	1	1	5	0,5	5	0,5	3.3
16	20		**	***	*													
		40	40	28	16	15	400	2	4	900	0,5	0,5	0,5	10	2	10	2	3.4
17	30	***	*			**												
		3	4	2	5	8	500	4	5	1000	1,5	1,5	1,5	20	10	20	1	3.1
18	40	***		**		*												
		50	50	20	28	30	300	5	6	250	2	2	2	25	2	25	2	3.2
19	10	**	***		*													
		30	70	18	36	25	200	2	6	300	2	1,5	1	10	1	5	1	3.3
20	15	**	*	***														
		60	40	20	28	20	400	4	7	450	1	0,5	0,5	10	1,5	10	1	3.4
21	20		***	*	**													
		5	6	4	4	6	300	3	3	550	0,5	1	0,5	20	10	20	1	3.1
22	25		*	**		***												
		60	40	30	28	35	400	2	3	650	1,5	1	1,5	20	1	15	1	3.2
23	30	*	**		***													
		20	80	20	28	25	500	2	4	700	1,5	1,5	1	20	0,5	20	1	3.3
24	35	*		***		**												
		40	60	28	18	46	600	3	4	750	2	1,5	1	20	1	20	1	3.4
25	40		**	***	*													
		10	20	40	10	20	700	5	5	800	0,5	0,5	1	30	5	20	5	3.1

Примечание: (*) - найти напряжение, (**) - найти ток, (***) - найти мощность.

3 Пример расчета

Включение измерительного прибора в исследуемую электрическую цепь изменяет режим его работы. Это изменение вызывается тем, что работающий прибор потребляет определенную энергию. По известной инструментальной погрешности можно рассчитать погрешности измерений, если учесть методическую погрешность.

1. В электрической цепи, схема которой приведена на рис. 1.3, входное напряжение $U = 10$ В, сопротивления резисторов $R_1 = 8$ Ом, $R_2 = 2$ Ом, $R_3 = 4,4$ Ом, $R_4 = 4$ Ом, $R_5 = 2,6$ Ом, измерить ток через R_5 (I_5), напряжение на R_3 (U_{ac}) и мощность на R_1 (P_1);

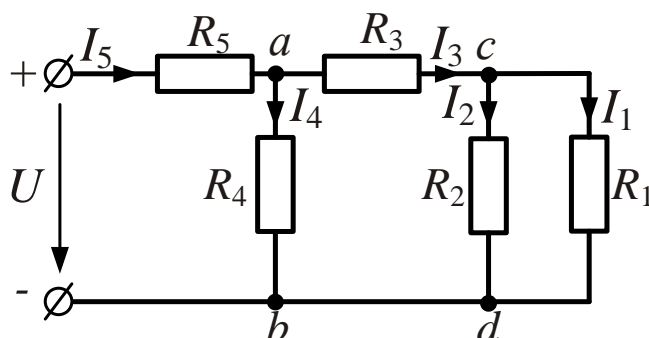


Рисунок 1.3 – Расчетная схема

Измерительные приборы имеют следующие параметры:

- Амперметр магнитоэлектрической системы с внутренним сопротивлением $R_A = 0,2$ Ом, класс точности $\gamma_A = 1,0$, нормирующее значение шкалы прибора (предел измерения шкалы) $I_H = 5$ А.

- Вольтметр магнитоэлектрической системы с внутренним сопротивлением $R_V = 500$ Ом, класс точности $\gamma_V = 0,5$, предел измерения шкалы $U_H = 10$ В.

- Ваттметр электродинамической системы имеет:

сопротивление токовой катушки (последовательной цепи) $R_{W1} = 2$ Ом, сопротивление катушки напряжения (параллельной цепи) $R_{W2} = 500$ Ом, класс точности $\gamma_W = 1,0$,

верхний предел измерения по току $I_{HW1} = 0,25$ А, верхний предел измерения по напряжению $U_{HW2} = 5$ В.

Решение:

1. Находим действительные значения токов, напряжений и мощностей (без учета внутренних сопротивлений приборов):

1) Производим расчет эквивалентного сопротивления цепи:

$$R_{1,2} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} = \frac{8 \cdot 2}{8 + 2} = 1,6 \text{ Ом};$$

$$R_{1-3} = R_{1,2} + R_3 = 1,6 + 4,4 = 6 \text{ Ом};$$

$$R_{1-4} = \frac{R_{123} \cdot R_4}{R_{123} + R_4} = \frac{6 \cdot 4}{6 + 4} = 2,4 \text{ Ом};$$

$$R_{\text{ЭКВ}} = R_{1-4} + R_5 = 2,4 + 2,6 = 5 \text{ Ом}.$$

2) Определяем общий ток в цепи и на ее участках:

$$I_5 = \frac{U}{R_{\text{ЭКВ}}} = \frac{10}{5} = 2 \text{ А};$$

$$I_3 = I_5 \frac{R_4}{R_4 + R_{1-3}} = 2 \frac{4}{4 + 6} = 0,8 \text{ А}; \quad I_4 = I_5 \frac{R_{1-3}}{R_4 + R_{1-3}} = 2 \frac{6}{4 + 6} = 1,2 \text{ А};$$

$$I_2 = I_3 \frac{R_1}{R_1 + R_2} = 0,8 \frac{8}{8 + 2} = 0,64 \text{ А}; \quad I_1 = I_3 \frac{R_2}{R_1 + R_2} = 0,8 \frac{2}{8 + 2} = 0,16 \text{ А}$$

3) Действительные значения измеряемых величин:

Ток через резистор R_5 (до включения амперметра) (I_5):

$$I_5 = 2 \text{ А};$$

Напряжение на R_3 (U_{ac}) (до включения вольтметра):

$$U_{ac} = R_3 \cdot I_3 = 4,4 \cdot 0,8 = 3,52 \text{ В};$$

Мощность на R_1 (P_1) (до включения ваттметра):

$$P_1 = I_1 \cdot U_{cd} = 0,16 \cdot 1,28 = 0,205 \text{ Вт},$$

где $U_{cd} = R_{1,2} \cdot I_3 = 1,6 \cdot 0,8 = 1,28 \text{ В}$ – напряжение на резисторе R_1 .

4) Для проверки правильности расчетов токов составим уравнение баланса мощностей цепи:

Мощность источника

$$P_{\Gamma} = U \cdot I_5 = 10 \cdot 2 = 20 \text{ Вт}.$$

Мощность, потребляемая нагрузкой

$$\begin{aligned} P_{\Pi} &= R_1 \cdot I_1^2 + R_2 \cdot I_2^2 + R_3 \cdot I_3^2 + R_4 \cdot I_4^2 + R_5 \cdot I_5^2 = \\ &= 8 \cdot 0,16^2 + 2 \cdot 0,64^2 + 4,4 \cdot 0,8^2 + 4 \cdot 1,2^2 + 2,6 \cdot 2^2 = 20 \text{ Вт}. \end{aligned}$$

Погрешность расчета баланса мощности равна

$$\delta = \frac{P_{\Gamma} - P_{\Pi}}{P_{\Gamma}} \cdot 100\% = \frac{20 - 20}{20} \cdot 100\% = 0 \leq 1\% .$$

Если баланс мощности сходится с допустимой погрешностью, то расчет токов выполнен верно.

2. Расчет цепи с учетом внутренних сопротивлений приборов (после включения приборов)

1) Включаем электроизмерительные приборы в исследуемую схему (рис. 1.5 а, б)

Приборы *электродинамической системы*, в частности *ваттметры*, имеют две катушки — подвижную и неподвижную.

Неподвижная катушка, выполненная из довольно толстого провода, имеет очень малое внутреннее сопротивление R_{W1} и называется *последовательной обмоткой*. Она включается в цепь последовательно подобно амперметру.

Подвижная катушка, выполненная из очень тонкого провода, имеет практически чисто активное сопротивление R_{W2} и называется *параллельной обмоткой*. Ее включают параллельно участку цепи, подобно вольтметру. Жестко скрепленная со стрелкой (указателем), она может вращаться в магнитном поле, создаваемом неподвижной катушкой.

Прибор имеет четыре зажима - от каждой катушки по два. Чтобы правильно включить прибор, конец последовательной (токовой) обмотки прибора, который должен быть соединен с цепью со стороны источника тока, обозначают звездочкой. Звездочкой также маркируют конец параллельной обмотки (обмотки напряжения), который должен быть соединен с токовой обмоткой

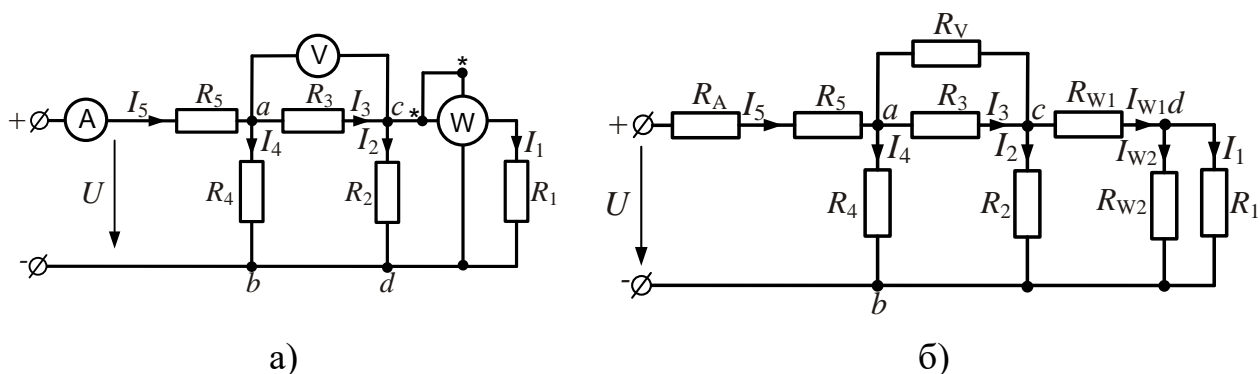


Рисунок 1.5 - Схемы включения приборов:
а – принципиальная, б – замещения.

1) Расчет эквивалентного сопротивления цепи:

$$R_{1,W2} = \frac{R_1 \cdot R_{W2}}{R_1 + R_{W2}} = \frac{8 \cdot 500}{8 + 500} = 7,874 \text{ Ом},$$

$$R_{1,W1,W2} = R_{1,W2} + R_{W1} = 7,874 + 2 = 9,874 \text{ Ом},$$

$$R_{cb} = \frac{R_2 \cdot R_{1,W1,W2}}{R_2 + R_{1,W1,W2}} = \frac{2 \cdot 9,874}{2 + 9,874} = 1,663 \text{ Ом},$$

$$R_{V,3} = \frac{R_V \cdot R_3}{R_V + R_3} = \frac{500 \cdot 4,4}{500 + 4,4} = 4,362 \text{ Ом},$$

$$R_{3,V,cb} = R_{3,V} + R_{cb} = 4,362 + 1,663 = 6,025 \text{ Ом},$$

$$R_{a,b} = \frac{R_4 \cdot R_{3,V,cb}}{R_4 + R_{3,V,cb}} = \frac{4 \cdot 6,025}{4 + 6,025} = 2,404 \text{ Ом},$$

$$R_{\text{ЭКВ}} = R_A + R_5 + R_{ab} = 0,2 + 2,6 + 2,404 = 5,204 \text{ Ом.}$$

2) Определяем показания приборов

Результат измерения амперметра вольтметра или ваттметра, обозначим X' в отличие от действительного значения измерения обозначаемой X (без штриха).

Показания амперметра: $I'_5 = \frac{U}{R_{\text{ЭКВ}}} = \frac{10}{5,204} = 1,922 \text{ А};$

Показания вольтметра: $U'_{ac} = R_{3,V} \cdot I_{3,V} = 4,362 \cdot 0,767 = 3,346 \text{ В},$

где $I'_{3,V} = I'_5 \frac{R_4}{R_4 + R_{3,V,cb}} = 1,922 \frac{4}{4 + 6,025} = 0,767 \text{ А}$ – ток через эквивалентное сопротивление R_{3V} .

Показания ваттметра: $P_W = I_{W1} \cdot U_{W2} = 0,129 \cdot 1,016 = 0,131 \text{ Вт},$

где U_{W2} – ток через неподвижную катушку:

$$I_{W1} = I'_{3,V} \frac{R_2}{R_2 + R_{1,W1,W2}} = 0,767 \frac{2}{2 + 9,874} = 0,129 \text{ А}$$

U_{W2} – напряжение на подвижной катушке:

$$U_{W2} = R_{1,W2} \cdot I_{W1} = 7,874 \cdot 0,129 = 1,016 \text{ В.}$$

3 Расчет погрешностей измерений

1) Абсолютная методическая погрешность результата измерений по току I_5 :

$$\Delta I_5 = I'_5 - I_5 = 1,922 - 2 = -0,078 \text{ А};$$

Относительная методическая погрешность измерения:

$$\delta_{I_{мет}} = \frac{|\Delta I_5|}{I'_5} = \frac{0,078}{1,922} 100\% = 4,058\% .$$

Наибольшая относительная погрешность прибора при измерении тока амперметром класса точности 1,0:

$$\delta_{I_{инст}} = \gamma \frac{I_N}{I_{из}} = 1 \frac{5}{1,922} = 2,6\% .$$

Среднеквадратичное значение относительной погрешности:

$$\delta_I = \sqrt{\delta_{I_{мет}}^2 + \delta_{I_{инст}}^2} = \sqrt{4,058^2 + 2,6^2} = 4,82\% .$$

Мощность, потребляемая амперметром:

$$P_A = (I'_5)^2 \cdot R_A = 1,922^2 \cdot 0,2 = 0,74 \text{ Вт.}$$

2) Абсолютная методическая погрешность результата измерений по напряжению: $\Delta U_{ac} = U'_{ac} - U_{ac} = 3,346 - 3,520 = -0,174 \text{ В.}$

Относительная методическая погрешность измерения напряжения U_{ac} :

$$\delta_{u_{мет}} = \frac{|\Delta U_{ac}|}{U'_{ac}} = \frac{0,174}{3,346} 100\% = 5,2\%$$

Наибольшая относительная погрешность прибора при измерении напряжения вольтметром класса точности 0,5:

$$\delta_{\text{инст}} = \gamma \frac{U_N}{U_{\text{из}}} = 0,5 \frac{10}{3,346} = 1,494\%$$

Среднеквадратичное значение относительной погрешности:

$$\delta_u = \sqrt{\delta_{\text{мет}}^2 + \delta_{\text{инст}}^2} = \sqrt{5,2^2 + 1,494^2} = 5,41\% .$$

Мощность, потребляемая вольтметром:

$$P_V = \frac{(U'_{ac})^2}{R_V} = \frac{(3,346)^2}{500} = 0,022 \text{ Вт.}$$

3) Абсолютная методическая погрешность результата измерений по мощности:

$$\Delta P = P_W - P_1 = 0,131 - 0,205 = -0,074 \text{ Вт.}$$

Относительная методическая погрешность измерения мощности:

$$\delta_{\text{w.мет}} = \frac{|\Delta P|}{P_W} = \frac{0,074}{0,131} 100\% = 56,488\%$$

Наибольшая относительная инструментальная погрешность прибора при измерении мощности P_1 ваттметром класса точности 1,0:

$$\delta_{\text{w.инст}} = \gamma \frac{U_{\text{НВ}} \cdot I_{\text{НВ}}}{P_{\text{из}}} = 1,0 \frac{5 \cdot 0,25}{0,131} = 9,542\% .$$

Среднеквадратичное значение относительной погрешности:

$$\delta_w = \sqrt{\delta_{\text{w.мет}}^2 + \delta_{\text{w.инст}}^2} = \sqrt{56,488^2 + 9,542^2} = 57,288\%$$

Мощность, потребляемая ваттметром:

$$P_W = P_{W1} + P_{W2} = R_{W1} \cdot I_{W1}^2 + \frac{U_{W2}^2}{R_{W2}} = 2 \cdot 0,129^2 + \frac{1,016^2}{500} = 0,035 \text{ Вт.}$$

4 Контрольные вопросы

1. Что такое систематическая погрешность измерений? Дайте классификацию систематических погрешностей.

2. Что такое методическая погрешность измерений? Всегда ли она оказывает влияние на результаты измерений? Когда ее влиянием можно пренебречь?

3. Что такое инструментальная погрешность измерений? Всегда ли она оказывает влияние на результаты измерений? Когда ее влиянием можно пренебречь?

4. Как оценить методическую составляющую погрешности?

5. Что такое поправка к показаниям прибора? Как ее вычислить, как и когда она вносится?
6. Как оценить инструментальную составляющую погрешности?
7. Можно ли устранить инструментальную погрешность, вычисленную по классу точности прибора, введением поправки?
8. В каком случае инструментальная погрешность может быть исключена введением поправки?
9. Как вычислить погрешность измерений, если на результаты одновременно влияют инструментальная и методическая составляющие погрешности?
10. Что следует сделать для того, чтобы влияние методической погрешности на результат измерения было минимальным?