

Лабораторная работа №1

Линейная интерполяция

Присылаемый на проверку архив должен содержать 2 файла:

- файл отчета, содержащий титульный лист, условие задачи, результаты аналитических расчетов, формулы используемых методов, исходный текст программы (с указанием языка реализации) и результаты работы программы (можно в виде скриншотов);
- файл с исходным текстом программы (программу можно писать на любом языке программирования).

Задание на лабораторную работу

1. Рассчитать h – шаг таблицы функции $f(x)$, по которой с помощью линейной интерполяции можно было бы найти промежуточные значения функции с точностью 0.0001, если табличные значения функции округлены до 4-х знаков после точки.
2. Написать программу, которая
 - а) выводит таблицу значений функции с рассчитанным шагом h на интервале $[c, c+15h]$ (таблица должна содержать 2 столбца: значения аргумента и соответствующее ему округленное до 0.0001 значение функции);
 - б) по сформированной таблице с помощью линейной интерполяции вычисляет приближенные значения функции в точках $x_i = c + 0.6h \cdot i, i = 1, 2, \dots, 14$;
 - в) выводит таблицу точных и приближенных значений функции (таблица должна содержать 3 столбца: значения x_i из пункта б) и соответствующие им приближенные и точные значения функции).

В качестве функции взять $f(x) = c^3 \text{Cos}\left(\frac{x+10c}{c}\right)$, $c = N + 1$, N – последняя

цифра пароля.

Методические указания к выполнению лабораторной работы №1

Рассмотрим пример расчета шага таблицы для функции $f(x) = 5c^3 \text{Sin}(x/c)$, $c = 2$.

Полная погрешность интерполяции $R = R_{\text{усеч}} + R_{\text{округ}}$, где $R_{\text{усеч}}$ – погрешность формулы линейной интерполяции, $R_{\text{округ}}$ – погрешность, возникающая из-за подстановки в формулу линейной интерполяции приближенных значений функции.

Известно, что погрешность формулы линейной интерполяции оценивается по следующему неравенству:

$$R_{\text{усеч}} \leq \frac{M_2 h^2}{8}, \text{ где } M_2 = \max_{[x_i; x_{i+1}]} |f''(x)|.$$

$$f'(x) = (5c^3 \sin(x/c))' = 5c^3 \cos(x/c) \cdot \frac{1}{c} = 5c^2 \cos(x/c)$$

$$f''(x) = (5c^2 \cos(x/c))' = -5c^2 \sin(x/c) \cdot \frac{1}{c} = -5c \sin(x/c)$$

Так как функция синус может принимать значения от -1 до 1, то $|\sin(x/c)| \leq 1$ для любого x .

$$\text{Следовательно, } M_2 = \max_{[x_i; x_{i+1}]} |-5c \sin(x/c)| = 5c \max_{[x_i; x_{i+1}]} |\sin(x/c)| \leq 5 \cdot 2 \cdot 1 = 10.$$

$$\text{Тогда, } R_{\text{усеч}} \leq \frac{10h^2}{8} = \frac{5h^2}{4}.$$

По условию табличные значения функции округлены до 4-х знаков после точки. Следовательно, абсолютная погрешность округления табличных значений $\Delta(f) = 0.5 \cdot 10^{-4}$. При подстановке этих приближенных значений в формулу линейной интерполяции возникает погрешность: $R_{\text{округ}} = (1-q) \cdot \Delta(f) + q \cdot \Delta(f) = \Delta(f) = 0.5 \cdot 10^{-4}$.

По условию, общая погрешность $R \leq 0.0001$. Получаем,

$$\frac{5h^2}{4} + 0.5 \cdot 10^{-4} \leq 10^{-4}$$

$$\frac{5h^2}{4} \leq 0.5 \cdot 10^{-4}$$

$$h^2 \leq 0.00004$$

$$h \leq 0.0063$$

$$h = 0.006$$