

## Индивидуальное домашнее задание (3 модуль)

- В условиях задачи 10 ИДЗ 1 (2 модуль) найдите:
  - Математическое ожидание и дисперсию случайных величин  $\xi$  и  $\eta$ .
  - Ковариацию и коэффициент корреляции случайных величин  $\xi$  и  $\eta$
  - Математическое ожидание и дисперсию случайной величины  $\mu$ , математическое ожидание и ковариацию случайных величин  $\mu_1$  и  $\mu_2$
- В условиях задачи 12 ИДЗ 1 (2 модуль) найдите:
  - Математическое ожидание и дисперсию случайных величин  $\xi$  и  $\eta$ .
  - Ковариацию и коэффициент корреляции случайных величин  $\xi$  и  $\eta$ .
  - Математическое ожидание случайной величины  $\mu$ .
- В условиях задачи 10 ИДЗ 1 (2 модуль) найдите:
  - условное математическое ожидание с.в.  $\xi$  при условии  $\eta$ ;
  - условное математическое ожидание с.в.  $\eta$  при условии  $\xi$ ;
- В условиях задачи 12 ИДЗ 1 (2 модуль) найдите условное математическое ожидание с.в.  $\eta$  при условии  $\xi$  и условное математическое ожидание с.в.  $\xi$  при условии  $\eta$ .
- Выполните следующие задания:
  - По заданным плотностям  $p_\xi(x)$  и  $p_\eta(y)$  найдите характеристические функции  $f_\xi(t)$  и  $f_\eta(t)$  случайных величин  $\xi$  и  $\eta$ ; характеристическую функцию  $f_\mu(t)$  случайной величины  $\mu = \xi + \eta$
  - По заданной характеристической функции  $f_\xi(t)$  вычислите математическое ожидание случайной величины  $\xi$  и дисперсию случайной величины  $\xi$ .
- Посетитель тира платит  $a$  рублей за выстрел. При попадании в девятку получает выигрыш  $b$  рублей, при попадании в десятку получает выигрыш  $c$  рублей. Если стрелок не попадает ни в девятку, ни в десятку, то деньги ему не выплачиваются. Вероятности попадания в девятку, десятку и промаха равны  $p_1$ ,  $p_2$  и  $p_3$  соответственно. Число посетителей равно  $n$ .  
С помощью **неравенства Чебышева**:
  - найдите границы, в которых будет лежать суммарная прибыль владельца тира с вероятностью не менее  $\alpha$ ;
  - найдите число посетителей тира, чтобы вероятность отклонения суммарной прибыли от среднего размера суммарной прибыли на величину не меньше  $\beta$  % (от средней суммарной прибыли) равнялась  $p$С помощью **центральной предельной теоремы** оцените вероятность того, что
  - размер убытка у владельца тира будет лежать в пределах от  $m_1$  до  $m_2$  рублей;
  - что суммарная прибыль окажется в пределах от  $n_1$  до  $n_2$  рублей.
- По заданным выборкам  $X_1, X_2, \dots, X_n$  и  $Y_1, Y_2, \dots, Y_n$  объема  $n = 50$  найти и построить:
  - минимальный и максимальный элементы выборки, разброс выборки, статистический ряд;
  - гистограмму, полигон относительных частот, эмпирическую функцию распределения (для выборки  $X_1, X_2, \dots, X_n$ );
  - выборочные характеристики: среднее, дисперсию (смещенную и несмещенную) (по выборке и по статистическому ряду), медиану.
- Известно, что выборка  $X_1, X_2, \dots, X_n$  подчиняется теоретическому распределению с заданную плотностью  $p_\xi(x)$  с неизвестным параметром. Найдите оценку неизвестного параметра методом моментов.
- а) Известно, что выборка  $X_1, X_2, \dots, X_n$  подчиняется теоретическому распределению с заданную плотностью

$$p(x) = \begin{cases} 2\sqrt{\frac{a}{\pi}} e^{-\left(x\sqrt{a} - \frac{\sqrt{b}}{x}\right)^2}, & x > 0 \\ 0, & x \leq 0 \end{cases}$$

с неизвестными параметрами  $(a, b)$ .

б) Известно, что выборка  $Y_1, Y_2, \dots, Y_n$  подчиняется теоретическому распределению с заданную плотностью

$$p(x) = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{a\pi x^2}} e^{-\frac{(\ln x - b)^2}{2a}}, & x > 0 \\ 0, & x \leq 0 \end{cases}$$

с неизвестными параметрами  $(a, b)$ .

Найдите оценку максимального правдоподобия этих параметров

**10.** С помощью критерия отношения правдоподобия проверьте:

- 1) гипотезы  $H_0$  и  $H_1$  о принадлежности выборки  $X_1, X_2, \dots, X_n$  дискретному распределению с заданными параметрами.
- 2) гипотезы  $H_0$  и  $H_1$  о принадлежности выборки  $Y_1, Y_2, \dots, Y_n$  непрерывному распределению с заданными параметрами.

**11.** С помощью критерия  $\chi^2$  проверьте:

- 1) гипотезу о принадлежности выборки  $X_1, X_2, \dots, X_n$  к заданному дискретному распределению (с помощью метода моментов найдите параметры распределения).
- 2) гипотезу о принадлежности выборки  $Y_1, Y_2, \dots, Y_n$  заданному непрерывному распределению (с помощью метода моментов найдите параметры распределения).

**Распределение баллов (15 баллов)**

<b>Задача 1</b>	<b>Задача 2</b>	<b>Задача 3</b>	<b>Задача 4</b>	<b>Задача 5</b>	<b>Задача 6</b>
<b>1, 5 балла</b>	<b>1,5 балла</b>	<b>1 балл</b>	<b>1 балл</b>	<b>1,5 балла</b>	<b>1,5 балла</b>

<b>Задача 7</b>	<b>Задача 8</b>	<b>Задача 9</b>	<b>Задача 10</b>	<b>Задача 11</b>
<b>1,5 балл</b>	<b>1 балл</b>	<b>1,5 балла</b>	<b>1,5 балла</b>	<b>1,5 балла</b>

5.	<p>Независимые непрерывные случайные величины <math>\xi</math> и <math>\eta</math> имеют плотности распределения</p> $p_{\xi}(x) = \begin{cases} \frac{1}{24}(x+3), & x \in (-2; 4) \\ 0, & x \notin (-2; 4), \end{cases} \text{ и } p_{\eta}(y) = \begin{cases} \frac{1}{6}y, & 2 \leq y \leq 4 \\ 0, & y < 2, y > 4 \end{cases}$ $f(t) = \frac{e^{-5-2t^2}}{e^{-5e^{it}}}$																																																																																																				
6.	<p><math>a = 150, b = 250, c = 500, p_1 = 0,3, p_2 = 0,15, p_3 = 0,55, n = 500,</math>  <math>\alpha = 0,8, \beta = 5, p = 0,05</math>  <math>m_1 = 0, m_2 = 1000, n_1 = 100, n_2 = 1500.</math></p>																																																																																																				
7.	<p>Выборка <math>X_1, \dots, X_n</math></p> <table border="1" data-bbox="336 472 791 663"> <tr><td>12</td><td>5</td><td>4</td><td>4</td><td>3</td><td>4</td><td>6</td><td>4</td><td>6</td><td>5</td></tr> <tr><td>8</td><td>5</td><td>4</td><td>5</td><td>5</td><td>3</td><td>4</td><td>6</td><td>4</td><td>4</td></tr> <tr><td>6</td><td>8</td><td>4</td><td>4</td><td>4</td><td>8</td><td>5</td><td>11</td><td>6</td><td>13</td></tr> <tr><td>5</td><td>5</td><td>9</td><td>6</td><td>6</td><td>4</td><td>3</td><td>7</td><td>14</td><td>4</td></tr> <tr><td>7</td><td>9</td><td>9</td><td>5</td><td>5</td><td>2</td><td>6</td><td>6</td><td>11</td><td>8</td></tr> </table> <p>Выборка <math>Y_1, \dots, Y_n</math></p> <table border="1" data-bbox="328 707 1145 898"> <tr><td>-2.88</td><td>-8.24</td><td>-8.66</td><td>-3.44</td><td>-5.64</td><td>-4.26</td><td>-1.50</td><td>-3.04</td><td>-5.92</td><td>-3.34</td></tr> <tr><td>-6.18</td><td>-5.49</td><td>-6.92</td><td>-7.54</td><td>-5.53</td><td>-6.78</td><td>-5.63</td><td>-6.03</td><td>-7.69</td><td>-2.95</td></tr> <tr><td>-3.47</td><td>-1.89</td><td>-2.13</td><td>-5.38</td><td>-5.04</td><td>-6.44</td><td>-5.63</td><td>-6.46</td><td>-6.50</td><td>-4.89</td></tr> <tr><td>-3.43</td><td>-8.67</td><td>-6.25</td><td>-3.64</td><td>-4.71</td><td>-6.23</td><td>-8.95</td><td>-3.63</td><td>-1.35</td><td>-4.04</td></tr> <tr><td>-6.74</td><td>-2.57</td><td>-3.98</td><td>-6.54</td><td>-1.69</td><td>-4.41</td><td>-3.21</td><td>-5.11</td><td>-2.99</td><td>-8.16</td></tr> </table>	12	5	4	4	3	4	6	4	6	5	8	5	4	5	5	3	4	6	4	4	6	8	4	4	4	8	5	11	6	13	5	5	9	6	6	4	3	7	14	4	7	9	9	5	5	2	6	6	11	8	-2.88	-8.24	-8.66	-3.44	-5.64	-4.26	-1.50	-3.04	-5.92	-3.34	-6.18	-5.49	-6.92	-7.54	-5.53	-6.78	-5.63	-6.03	-7.69	-2.95	-3.47	-1.89	-2.13	-5.38	-5.04	-6.44	-5.63	-6.46	-6.50	-4.89	-3.43	-8.67	-6.25	-3.64	-4.71	-6.23	-8.95	-3.63	-1.35	-4.04	-6.74	-2.57	-3.98	-6.54	-1.69	-4.41	-3.21	-5.11	-2.99	-8.16
12	5	4	4	3	4	6	4	6	5																																																																																												
8	5	4	5	5	3	4	6	4	4																																																																																												
6	8	4	4	4	8	5	11	6	13																																																																																												
5	5	9	6	6	4	3	7	14	4																																																																																												
7	9	9	5	5	2	6	6	11	8																																																																																												
-2.88	-8.24	-8.66	-3.44	-5.64	-4.26	-1.50	-3.04	-5.92	-3.34																																																																																												
-6.18	-5.49	-6.92	-7.54	-5.53	-6.78	-5.63	-6.03	-7.69	-2.95																																																																																												
-3.47	-1.89	-2.13	-5.38	-5.04	-6.44	-5.63	-6.46	-6.50	-4.89																																																																																												
-3.43	-8.67	-6.25	-3.64	-4.71	-6.23	-8.95	-3.63	-1.35	-4.04																																																																																												
-6.74	-2.57	-3.98	-6.54	-1.69	-4.41	-3.21	-5.11	-2.99	-8.16																																																																																												
8.	<p>Выборка <math>X_1, \dots, X_n</math> – имеет плотность распределения</p> $f(x) = \begin{cases} p\lambda e^{-\lambda x} + \frac{1-p}{a}, & x \in (0; a) \\ p\lambda e^{-\lambda x}, & x \in (a; +\infty) \\ 0, & x \leq 0 \end{cases}$ <p>При заданных значениях параметров <math>\lambda = 0.3</math> и <math>a = 4</math> найти оценку параметра <math>p</math>. Таблица частот</p> <table border="1" data-bbox="443 1167 1401 1285"> <tr> <td>интервалы</td> <td>0-</td> <td>0.8-</td> <td>1.6-</td> <td>2.4-</td> <td>3.2-</td> <td>4-</td> <td>4.8-</td> <td>5.6-</td> <td>6.4-</td> <td>7.2-</td> </tr> <tr> <td></td> <td>0.8</td> <td>1.6</td> <td>2.4</td> <td>3.2</td> <td>4</td> <td>4.8</td> <td>5.6</td> <td>6.4</td> <td>7.2</td> <td>8.0</td> </tr> <tr> <td>частоты</td> <td>142</td> <td>136</td> <td>150</td> <td>149</td> <td>150</td> <td>14</td> <td>12</td> <td>10</td> <td>8</td> <td>7</td> </tr> </table>	интервалы	0-	0.8-	1.6-	2.4-	3.2-	4-	4.8-	5.6-	6.4-	7.2-		0.8	1.6	2.4	3.2	4	4.8	5.6	6.4	7.2	8.0	частоты	142	136	150	149	150	14	12	10	8	7																																																																			
интервалы	0-	0.8-	1.6-	2.4-	3.2-	4-	4.8-	5.6-	6.4-	7.2-																																																																																											
	0.8	1.6	2.4	3.2	4	4.8	5.6	6.4	7.2	8.0																																																																																											
частоты	142	136	150	149	150	14	12	10	8	7																																																																																											
9.	<p>По заданной таблице частот найти оценку ММП параметров <math>a</math> и <math>b</math></p> <table border="1" data-bbox="568 1346 1278 1451"> <tr> <td>интервалы</td> <td>1.1-</td> <td>1.7-</td> <td>2.3-</td> <td>2.9-</td> <td>3.5-</td> <td>4.1-</td> <td>4.7-</td> </tr> <tr> <td></td> <td>1.7</td> <td>2.3</td> <td>2.9</td> <td>3.5</td> <td>4.1</td> <td>4.7</td> <td>5.3</td> </tr> <tr> <td>частоты</td> <td>18</td> <td>49</td> <td>58</td> <td>41</td> <td>22</td> <td>8</td> <td>4</td> </tr> </table> <p>По заданной таблице частот найти оценку ММП параметров <math>a</math> и <math>b</math></p> <table border="1" data-bbox="387 1518 1461 1624"> <tr> <td>интервалы</td> <td>1.0-</td> <td>3.6-</td> <td>6.2-</td> <td>8.8-</td> <td>11.4-</td> <td>14.0-</td> <td>16.6-</td> <td>19.2-</td> <td>21.8-</td> <td>24.4-</td> </tr> <tr> <td></td> <td>3.6</td> <td>6.2</td> <td>8.8</td> <td>11.4</td> <td>14.0</td> <td>16.6</td> <td>19.2</td> <td>21.8</td> <td>24.4</td> <td>26.0</td> </tr> <tr> <td>частоты</td> <td>59</td> <td>363</td> <td>329</td> <td>149</td> <td>70</td> <td>18</td> <td>10</td> <td>1</td> <td>0</td> <td>1</td> </tr> </table>	интервалы	1.1-	1.7-	2.3-	2.9-	3.5-	4.1-	4.7-		1.7	2.3	2.9	3.5	4.1	4.7	5.3	частоты	18	49	58	41	22	8	4	интервалы	1.0-	3.6-	6.2-	8.8-	11.4-	14.0-	16.6-	19.2-	21.8-	24.4-		3.6	6.2	8.8	11.4	14.0	16.6	19.2	21.8	24.4	26.0	частоты	59	363	329	149	70	18	10	1	0	1																																											
интервалы	1.1-	1.7-	2.3-	2.9-	3.5-	4.1-	4.7-																																																																																														
	1.7	2.3	2.9	3.5	4.1	4.7	5.3																																																																																														
частоты	18	49	58	41	22	8	4																																																																																														
интервалы	1.0-	3.6-	6.2-	8.8-	11.4-	14.0-	16.6-	19.2-	21.8-	24.4-																																																																																											
	3.6	6.2	8.8	11.4	14.0	16.6	19.2	21.8	24.4	26.0																																																																																											
частоты	59	363	329	149	70	18	10	1	0	1																																																																																											
10.	<p>Гипотеза <math>H_0</math> --- биномиальное распределение <math>Binom(k = 25, p = 0.4)</math>  Гипотеза <math>H_1</math> --- биномиальное распределение <math>Binom(k = 25, p = 0.35), \alpha = 0.115</math></p> <table border="1" data-bbox="336 1720 826 1910"> <tr><td>10</td><td>8</td><td>6</td><td>11</td><td>9</td><td>10</td><td>11</td><td>6</td><td>12</td><td>7</td></tr> <tr><td>11</td><td>7</td><td>10</td><td>8</td><td>7</td><td>8</td><td>7</td><td>13</td><td>7</td><td>6</td></tr> <tr><td>10</td><td>9</td><td>5</td><td>14</td><td>6</td><td>10</td><td>10</td><td>10</td><td>7</td><td>9</td></tr> <tr><td>6</td><td>8</td><td>7</td><td>6</td><td>9</td><td>10</td><td>5</td><td>6</td><td>8</td><td>5</td></tr> <tr><td>7</td><td>6</td><td>13</td><td>9</td><td>11</td><td>10</td><td>10</td><td>8</td><td>13</td><td>9</td></tr> </table> <p>Гипотеза <math>H_0</math> --- гамма распределение <math>Gamma(\lambda = 0.3, \gamma = 5)</math>  Гипотеза <math>H_1</math> --- гамма распределение <math>Gamma(\lambda = 0.4, \gamma = 5), \alpha = 0.135</math></p> <table border="1" data-bbox="320 1984 1121 2163"> <tr><td>17.51</td><td>14.29</td><td>28.54</td><td>11.59</td><td>13.75</td><td>10.34</td><td>27.86</td><td>20.62</td><td>22.20</td><td>17.43</td></tr> <tr><td>10.44</td><td>30.52</td><td>17.97</td><td>8.05</td><td>9.54</td><td>9.66</td><td>34.41</td><td>16.24</td><td>7.13</td><td>16.47</td></tr> <tr><td>11.48</td><td>13.42</td><td>13.13</td><td>15.74</td><td>14.27</td><td>10.23</td><td>8.79</td><td>24.56</td><td>15.80</td><td>2.30</td></tr> <tr><td>9.32</td><td>11.87</td><td>23.14</td><td>16.39</td><td>16.41</td><td>20.83</td><td>6.34</td><td>12.62</td><td>6.14</td><td>9.78</td></tr> <tr><td>24.48</td><td>24.98</td><td>15.14</td><td>24.37</td><td>16.15</td><td>27.86</td><td>12.54</td><td>24.60</td><td>28.00</td><td>19.95</td></tr> </table>	10	8	6	11	9	10	11	6	12	7	11	7	10	8	7	8	7	13	7	6	10	9	5	14	6	10	10	10	7	9	6	8	7	6	9	10	5	6	8	5	7	6	13	9	11	10	10	8	13	9	17.51	14.29	28.54	11.59	13.75	10.34	27.86	20.62	22.20	17.43	10.44	30.52	17.97	8.05	9.54	9.66	34.41	16.24	7.13	16.47	11.48	13.42	13.13	15.74	14.27	10.23	8.79	24.56	15.80	2.30	9.32	11.87	23.14	16.39	16.41	20.83	6.34	12.62	6.14	9.78	24.48	24.98	15.14	24.37	16.15	27.86	12.54	24.60	28.00	19.95
10	8	6	11	9	10	11	6	12	7																																																																																												
11	7	10	8	7	8	7	13	7	6																																																																																												
10	9	5	14	6	10	10	10	7	9																																																																																												
6	8	7	6	9	10	5	6	8	5																																																																																												
7	6	13	9	11	10	10	8	13	9																																																																																												
17.51	14.29	28.54	11.59	13.75	10.34	27.86	20.62	22.20	17.43																																																																																												
10.44	30.52	17.97	8.05	9.54	9.66	34.41	16.24	7.13	16.47																																																																																												
11.48	13.42	13.13	15.74	14.27	10.23	8.79	24.56	15.80	2.30																																																																																												
9.32	11.87	23.14	16.39	16.41	20.83	6.34	12.62	6.14	9.78																																																																																												
24.48	24.98	15.14	24.37	16.15	27.86	12.54	24.60	28.00	19.95																																																																																												

18.

11.

Распределение Пуассона с неизвестным параметром  $\lambda$ ,  $\alpha = 0.05$ Выборка  $X_1, \dots, X_n$ 

12	5	4	4	3	4	6	4	6	5
8	5	4	5	5	3	4	6	4	4
6	8	4	4	4	8	5	11	6	13
5	5	9	6	6	4	3	7	14	4
7	9	9	5	5	2	6	6	11	8

Равномерное распределение,  $\alpha = 0.1$ Выборка  $Y_1, \dots, Y_n$ 

-2.88	-8.24	-8.66	-3.44	-5.64	-4.26	-1.50	-3.04	-5.92	-3.34
-6.18	-5.49	-6.92	-7.54	-5.53	-6.78	-5.63	-6.03	-7.69	-2.95
-3.47	-1.89	-2.13	-5.38	-5.04	-6.44	-5.63	-6.46	-6.50	-4.89
-3.43	-8.67	-6.25	-3.64	-4.71	-6.23	-8.95	-3.63	-1.35	-4.04
-6.74	-2.57	-3.98	-6.54	-1.69	-4.41	-3.21	-5.11	-2.99	-8.16