Вариант № 1

1. Исследовать сходимость следующих числовых рядов

а) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n+5}{3^n}$; б) $\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{n+1}{2+3n}\right)^{2n}$; в) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{(n+1)\ln(n+1)}$.

2. Исследовать сходимость следующих степенных рядов. Найти их области сходимости

а) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(x+2)^n}{5^n(n+1)^n}$; б) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2^n x^n}{n}$.

3. Вычислить определенный интеграл с помощью разложения подынтегральной функции в степенной ряд. Обеспечить абсолютную погрешность $h<0{,}001$:

$\int_0^{0{,}1} e^{-5x^2}dx$.

4. В партии готовой продукции из 20 лампочек имеется 5 лампочек повышенного качества. В выборку отбирается 7 лампочек. Какова вероятность того, что в этой выборке окажется 3 лампочки повышенного качества?

5. 20 % приборов монтируется с применением микромодулей, остальные – с применением интегральных схем. Надежность прибора с применением микромодулей – 0,9, интегральных схем – 0,8. Найти: а) вероятность надежной работы наугад взятого прибора; б) вероятность того, что прибор – с микромодулем, если он был исправен. В ответ записать сумму полученных чисел, записанных с двумя знаками после запятой без округления.

6. Изделие считается высшего качества, если отклонение его размеров от номинала не превосходит по абсолютной величине 3,45 мм. Случайные отклонения размера изделия от номинала подчинены нормальному закону со средним квадратическим отклонением 3 мм и математическим ожиданием, равным 0. Определить среднее число изделий высшего сорта, если изготовлено 4 изделия. $\Phi(1{,}15)=0{,}3749$, $\Phi(1)=0{,}3413$, $\Phi(3)=0{,}4987$.

7. Данные о диаметрах деталей, изготавливаемых на станке с числовым программным управлением, представлены в таблице в микронах. Первоначальную группировку произвести с интервалом в 10 мк.

11301 11312 11315 11329 11306 11334 11343 11305 11357 11329 11365 11301 11383 11374 11375 11306 11324 11382 11381 11373 11333 11338 11315 11301 11334 11345 11367 11324 11385 11326 11363 11372 11361 11389 11367 11384 11365 11393 11361 11318 11344 11355 11303 11352 11351 11301 11322 11316 11385 11323 11351 11314 11362 11361 11335 11373 11342 11371 11371 11346 11345 11304 11343 11322 11301 11322 11343 11313 11354 11363 11332 11371 11352 11391 11345 11396 11367 11398 11309 11398 11303 11322 11311 11356 11374 11335 11353 11362 11381 11338 11319 11386 11344 11393 11395 11391 11342 11393

1. Составить выборочное распределение.
2. Построить гистограмму и график выборочной функции распределения.
3. Найти состоятельные несмещенные оценки математического ожидания и дисперсии.
4. Построить доверительные интервалы для математического ожидания и дисперсии с уровнем доверия p=0,95.
5. На основании анализа формы построенной гистограммы выдвинуть гипотезу о законе распределения и проверить справедливость гипотезы по критерию Пирсона с уровнем значимости α=0,05.

Вариант № 2

1. Исследовать сходимость следующих числовых рядов

а) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{5^n+1}{2^n+1}$; б) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\left(\dfrac{3n-1}{3+5n}\right)^{4n}$; в) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{e^{\sqrt{n}}}{\sqrt{n}}$.

2.Исследовать сходимость следующих степенных рядов. Найти их области сходимости

а) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{(x-3)^n}{n^{3n}2^n}$; б) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{x^n}{(n+1)^2 2^n}$.

3. Вычислить определенный интеграл с помощью разложения подынтегральной функции в степенной ряд. Обеспечить абсолютную погрешность $h<0{,}001$:

$\int\limits_0^{0,1}\dfrac{\sin 10x^2}{x}dx$.

4. Из 8 книг, находящихся на полке, 6 учебников. Найти вероятность того, что взятые наугад 3 книги будут учебниками. В ответ записать число, имеющее три знака после запятой без округления.

5. Детали попадают на обработку на один из трех станков с вероятностями, равными соответственно 0,2; 0,3; 0,5. Вероятность брака на первом станке равна 0,02, на втором – 0,03, на третьем – 0,01. Найти: а) вероятность того, что случайно взятая после обработки деталь – стандартная; б) вероятность обработки наугад взятой детали на втором станке, если она оказалась стандартной. В ответ записать сумму полученных чисел, записанных с двумя знаками после запятой без округления.

6. Размер деталей, выпускаемых цехом, распределяется по нормальному закону с параметрами $M[X]$=5 см, $D[X]$=0,81 см^2. Найти вероятность того, что диаметр наудачу взятой детали отличается от математического ожидания не более, чем на 2 см. Ответ записать с тремя знаками после запятой без округления, учитывая, что $\Phi(2{,}22)=0{,}4868$, $\Phi(1)=0{,}3413$, $\Phi(0)=0$.

7. Результаты обследования роста студентов приведены в таблице. Первоначально длину интервала при группировке взять равной 4 см.

151 168 170 188 158 170 148 162 166 180 176 176 182 162 173 181 164 166 183 172 174 166 154 167 158 166 173 166 162 169 165 178 164 167 176 153 167 173 165 170 174 168 171 162 177 169 153 169 166 175 172 189 163 160 173 185 170 178 171 172 158 162 170 160 175 166 157 167 153 164 174 180 168 173 181 171 155 173 179 165 184 172 170 175 170 162 159 164 172 193 169 173 174 169 171 168 170 168 177 169

1.Составить выборочное распределение.

2. Построить гистограмму и график выборочной функции распределения.

3. Найти состоятельные несмещенные оценки математического ожидания и дисперсии.

4. Построить доверительные интервалы для математического ожидания и дисперсии с уровнем доверия p=0,95.

5. На основании анализа формы построенной гистограммы выдвинуть гипотезу о законе распределения и проверить справедливость гипотезы по критерию Пирсона с уровнем значимости α=0,05.

Вариант № 3

1. Исследовать сходимость следующих числовых рядов а) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{2^n}{n!}$; б) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}2^n\left(\frac{3n-1}{4n+5}\right)^n$; в) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{\ln^7 n}{n}$.

2.Исследовать сходимость следующих степенных рядов. Найти их области сходимости

а) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{(2x+1)^n}{3^{2n}n^n}$; б) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{x^n}{5^n\cdot n!}$.

3. Вычислить определенный интеграл с помощью разложения подынтегральной функции в степенной ряд. Обеспечить абсолютную погрешность $h<0{,}001$:

$\int\limits_0^{1/2}\frac{1-\cos x^2}{x^4}dx$.

4. В урне 24 шара, из них 18 красных и 6 черных. Наугад извлекли два шара. Найти вероятность того, что оба шара – черные. В ответ записать число, имеющее три знака после запятой без округления.

5. Среди поступивших на сборку деталей 30 % – с завода № 1, остальные – с завода № 2. Вероятность брака для завода № 1 равна 0,02, для завода № 2 – 0,03. Найти: а) вероятность того, что наугад взятая деталь стандартная; б) вероятность изготовления наугад взятой детали на заводе № 1, если она оказалась стандартной. В ответ записать сумму полученных чисел, записанных с двумя знаками после запятой без округления.

6. Размер деталей, выпускаемых цехом, распределяется по нормальному закону с параметрами $M[X]$ = 5 см, $D[X]$ = 0,81 см^2. Найти вероятность того, что диаметр наудачу взятой детали лежит от 6 см до 8 см? Ответ записать с тремя знаками после запятой без округления, учитывая, что $\Phi(2{,}22)=0{,}4868$, $\Phi(1{,}11)=0{,}3665$, $\Phi(1)=0{,}3413$, $\Phi(3{,}33)=0{,}4995$.

7. Результаты испытания предела прочности партии стальной проволоки приведены в таблице. Первоначально длину интервала при группировке взять равной 5 кг.

167 147 169 187 151 161 156 135 177 198 176 189 163 145 162 157 179 188 167 154 178 152 168 153 188 164 142 158 177 178 186 168 158 163 197 162 159 164 178 154 161 165 164 201 161 189 178 159 199 157 154 188 149 169 164 157 179 163 177 153 161 177 167 155 162 186 166 203 156 175 155 179 189 165 160 163 164 153 163 159 162 187 168 158 164 151 163 176 185 158 164 179 209 180 179 187 166 158 164 152

1.Составить выборочное распределение.

2. Построить гистограмму и график выборочной функции распределения.

3. Найти состоятельные несмещенные оценки математического ожидания и дисперсии.

4. Построить доверительные интервалы для математического ожидания и дисперсии с уровнем доверия p=0,95.

5. На основании анализа формы построенной гистограммы выдвинуть гипотезу о законе распределения и проверить справедливость гипотезы по критерию Пирсона с уровнем значимости α=0,05.

Вариант № 4

1. Исследовать сходимость следующих числовых рядов

а) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{2^n}{1+6^n}$; б) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\left(\frac{n^2+1}{3n^2+2}\right)^n$; в) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{5n+3}{5n+1}$.

2. Исследовать сходимость следующих степенных рядов. Найти их области сходимости

а) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{n^n x^n}{4^n}$; б) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{(3x-1)^n}{3^n\cdot(n+5)^n}$.

3. Вычислить определенный интеграл с помощью разложения подынтегральной функции в степенной ряд. Обеспечить абсолютную погрешность $h<0{,}001$:

$$\int\limits_0^{0,2}\frac{e^{-5x^2}-1}{x}dx.$$

4. В группе 15 студентов, среди которых 4 получают повышенную стипендию. По списку наугад отобрано 6 человек. Найти вероятность того, что трое среди них получают повышенную стипендию. В ответ записать число, имеющее три знака после запятой без округления.

5. Три автомата изготавливают однотипные детали, которые поступают на общий конвейер. Производительности первого, второго и третьего автоматов соотносятся как 2:3:5. Вероятность того, что деталь с первого автомата – высшего качества, равна 0,8, для второго – 0,6, для третьего – 0,7. Найти вероятность того, что: а) наугад взятая с конвейера деталь окажется высшего качества; б) взятая наугад деталь высшего качества изготовлена первым автоматом. В ответ записать сумму полученных чисел, записанных с двумя знаками после запятой без округления.

6. Производится взвешивание некоторого вещества. Случайные ошибки подчинены нормальному закону с математическим ожиданием, равным 0 и со средним квадратическим отклонением 20 г. Найти вероятность того, что взвешивание будет выполнено с ошибкой, не превосходящей 10 г по абсолютной величине. Ответ записать с тремя знаками после запятой без округления, учитывая, что $\Phi(0{,}5)=0{,}1915$, $\Phi(1)=0{,}3413$, $\Phi(0)=0$.

7. Данные о выручке магазина в рублях за 100 дней представлены в таблице. Первоначально длину интервала при группировке взять равной 50 р.

2015 1870 1965 1935 1989 1750 1972 2190 2140 2244 2007 2019 1825 2027 1925 2070 1839
2085 2040 2133 2090 2190 2112 2015 2279 1970 1890 2032 1948 2045 2235 1988 1924 2128
2038 2167 2085 1993 2140 2160 2060 1905 2055 1980 2138 2071 1972 2083 2175 1965 2020
2134 2021 2127 2180 2131 1995 2031 2000 1910 2015 2165 2084 1960 2090 2220 2145 2066
1955 2078 2083 2131 2090 1915 2020 2025 2026 2165 2093 2140 2200 2074 2090 2210 1910
2087 1951 2350 1994 2110 1875 2029 2159 2035 2130 2099 2125 1885 2088 2164

1.Составить выборочное распределение.
2. Построить гистограмму и график выборочной функции распределения.
3. Найти состоятельные несмещенные оценки математического ожидания и дисперсии.
4. Построить доверительные интервалы для математического ожидания и дисперсии с уровнем доверия p=0,95.
5. На основании анализа формы построенной гистограммы выдвинуть гипотезу о законе распределения и проверить справедливость гипотезы по критерию Пирсона с уровнем значимости α=0,05.

Вариант № 5

1. Исследовать сходимость следующих числовых рядов

а) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{n!}{3^n}$; б) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\left(\frac{5n-1}{7n-2}\right)^{2n}$; в) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{1}{(n+1)\sqrt{\ln(n+1)}}$.

2. Исследовать сходимость следующих степенных рядов. Найти их области сходимости

а) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{x^n n}{n^2+5}$; б) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(x+2)^n}{3^n}$.

3. Вычислить определенный интеграл с помощью разложения подынтегральной функции в степенной ряд. Обеспечить абсолютную погрешность $h < 0{,}001$:

$$\int_0^{0,9}\frac{\ln\left(1+\frac{x}{5}\right)}{x}dx.$$

4. В студенческой группе из 20 человек к практическому занятию готовы 18 человек. Преподаватель вызвал четырех студентов. Найти вероятность того, что они подготовлены к занятию. В ответ записать число, имеющее три знака после запятой без округления..

5. Комплектовщик получает для сборки 30 % деталей с завода № 1, 20 % – с завода № 2, остальные – с завода № 3. Вероятность того, что деталь с завода № 1 – высшего качества, равна 0,9, для деталей с завода № 2 – 0,8, для деталей с завода № 3 – 0,6. Найти вероятность того, что: а) случайно взятая деталь – высшего качества; б) наугад взятая деталь высшего качества изготовлена на заводе № 2. В ответ записать сумму полученных чисел, записанных с двумя знаками после запятой без округления.

6. Рост мужчины является случайной величиной, распределенной по нормальному закону с математическим ожиданием, равным 170 см, и дисперсией, равной 49 см^2. Найти вероятность того, что трое наугад выбранных мужчин будут иметь рост от 170 до 175 см. Ответ записать с тремя знаками после запятой без округления, учитывая, что $\Phi(1{,}28)=0{,}3997$, $\Phi(1)=0{,}3413$, $\Phi(0)=0$.

7. Данные о месячной зарплате рабочих в рублях одного из цехов приведены в таблице. Первоначально длину интервала при группировке взять равной 10 р.

221 233 180 215 235 260 201 234 211 237 200 254 245 207 243 251 210 245 250 223 223 265 255 239 195 250 245 227 231 256 244 213 257 243 225 242 254 238 241 261 248 275 224 273 243 282 235 264 280 248 251 212 247 198 232 233 230 244 225 234 240 237 235 258 241 233 232 263 300 243 223 231 253 261 233 231 220 245 255 219 262 251 250 215 228 237 229 221 244 284 252 245 265 232 248 221 242 226 247 239

1.Составить выборочное распределение.

2. Построить гистограмму и график выборочной функции распределения.

3. Найти состоятельные несмещенные оценки математического ожидания и дисперсии.

4. Построить доверительные интервалы для математического ожидания и дисперсии с уровнем доверия p=0,95.

5. На основании анализа формы построенной гистограммы выдвинуть гипотезу о законе распределения и проверить справедливость гипотезы по критерию Пирсона с уровнем значимости α=0,05.

Вариант № 6

1. Исследовать сходимость следующих числовых рядов

а) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2n+3}{3^n}$; б) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{\ln^n(n+1)}$; в) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{\sqrt{2n+3}}$.

2. Исследовать сходимость следующих степенных рядов. Найти их области сходимости

а) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(x-2)^n}{\sqrt{n^3+8}}$; б) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{x^n}{2^n(n+2)^n}$.

3. Вычислить определенный интеграл с помощью разложения подынтегральной функции в степенной ряд. Обеспечить абсолютную погрешность $h < 0{,}001$:

$$\int_0^{1/2} e^{-x^3}\,dx.$$

4. Из 10 деталей, находящихся в ящике, 8 стандартных. Найти вероятность того, что из 6 наугад взятых деталей 4 окажутся стандартными. В ответ записать число, имеющее три знака после запятой без округления.

5. Заготовка может поступить для обработки на один из двух станков с вероятностями 0,4 и 0,6 соответственно. При обработке на первом станке вероятность брака составляет 2 %, на втором – 3 %. Найти вероятность того, что: а) наугад взятое после обработки изделие – стандартное; б) наугад взятое после обработки стандартное изделие обработано на первом станке. В ответ записать сумму полученных чисел, записанных с двумя знаками после запятой без округления.

6. Срок службы прибора представляет собой случайную величину, подчиненную нормальному закону распределения, с гарантией на 15 лет и средним квадратическим отклонением, равным 3 годам. Определить вероятность того, что прибор прослужит от 10 до 20 лет. Ответ записать с тремя знаками после запятой без округления, учитывая, что $\Phi(1{,}66) = 0{,}4515$, $\Phi(1) = 0{,}3413$, $\Phi(0) = 0$.

7. Результаты испытания крепости в граммах нитей приведены в таблице. При первоначальной группировке длину интервала выбрать равной 20 г.

325 341 285 302 275 284 281 295 220 303 330 286 248 288 261 304 337 305 318 270 285 317
247 301 277 281 247 347 263 280 333 359 325 318 280 271 318 324 287 272 307 286 278 337
348 305 265 287 328 317 282 255 308 275 285 319 270 301 317 325 305 333 268 319 274 339
324 355 299 293 291 350 307 290 308 259 315 273 308 330 315 273 310 331 293 272 292 321
291 297 380 312 325 296 263 305 328 307 295 271

1.Составить выборочное распределение.
2. Построить гистограмму и график выборочной функции распределения.
3. Найти состоятельные несмещенные оценки математического ожидания и дисперсии.
4. Построить доверительные интервалы для математического ожидания и дисперсии с уровнем доверия p=0,95.
5. На основании анализа формы построенной гистограммы выдвинуть гипотезу о законе распределения и проверить справедливость гипотезы по критерию Пирсона с уровнем значимости α=0,05.

Вариант № 7

1. Исследовать сходимость следующих числовых рядов

а) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{n^3}{2^n}$; б) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}3^n\cdot\left(\dfrac{n+1}{2n+1}\right)^n$; в) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{1}{n\sqrt{n}}$.

2. Исследовать сходимость следующих степенных рядов. Найти их области сходимости

а) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{(x+4)^n}{(n+1)!}$; б) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{x^{2n}}{\sqrt{n}\cdot 2^n}$.

3. Вычислить определенный интеграл с помощью разложения подынтегральной функции в степенной ряд. Обеспечить абсолютную погрешность $h < 0{,}001$:

$$\int_0^{0,4} \sin 3x^2\, dx.$$

4. В партии, состоящей из 20 радиоприемников, 5 неисправных. Наугад берут 3 радиоприемника. Какова вероятность того, что в число выбранных войдут 1 неисправный и 2 исправных радиоприемника? В ответ записать число, имеющее два знака после запятой без округления.

5. На двух станках обрабатываются однотипные детали. Вероятность брака для станка № 1 составляет 0,03, для станка № 2 – 0,02. Обработанные детали складываются в одном месте, причем деталей, обработанных на станке № 1, вдвое больше, чем на станке № 2. Найти вероятность того, что: а) взятая наугад деталь будет стандартной; б) наугад взятая стандартная деталь изготовлена на первом станке. В ответ записать сумму полученных чисел, записанных с двумя знаками после запятой без округления.

6. Коробки с конфетами упаковываются автоматически. Их средняя масса равна 540 г. Известно, что масса коробки с конфетами имеет нормальное распределение, а 5 % коробок имеют массу, меньшую 500 г. Каков процент коробок, масса которых от 500 до 550 г? Ответ записать с двумя знаками после запятой без округления, учитывая, что $\Phi(1{,}65)=0{,}4505$, $\Phi(0{,}4125)=0{,}1591$, $\Phi(1)=0{,}3413$, $\Phi(1{,}25)=0{,}3944$

7. Данные о длине заготовок после их первоначальной обработки приведены в таблице в миллиметрах. При первоначальной группировке длину интервала взять равной 1 мм.
1151 1158 1152 1155 1160 1151 1154 1156 1160 1151 1153 1155 1154 1158 1151 1158 1151
1154 1153 1157 1154 1154 1152 1154 1155 1152 1153 1158 1157 1155 1155 1153 1157 1158
1156 1158 1159 1156 1159 1158 1160 1153 1152 1156 1151 1157 1154 1158 1158 1160 1154
1159 1153 1157 1158 1157 1159 1155 1159 1158 1153 1151 1152 1154 1160 1155 1151 1159
1155 1151 1159 1155 1158 1152 1153 1160 1158 1159 1152 1157 1158 1160 1157 1154 1155
1157 1160 1152 1159 1159 1153 1159 1154 1156 1160 1158 1157 1156 1151 1160

1.Составить выборочное распределение.
2. Построить гистограмму и график выборочной функции распределения.
3. Найти состоятельные несмещенные оценки математического ожидания и дисперсии.
4. Построить доверительные интервалы для математического ожидания и дисперсии с уровнем доверия p=0,95.
5. На основании анализа формы построенной гистограммы выдвинуть гипотезу о законе распределения и проверить справедливость гипотезы по критерию Пирсона с уровнем значимости α=0,05.

Вариант № 8

1. Исследовать сходимость следующих числовых рядов

а) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{2n-1}{\left(\sqrt{2}\right)^n}$; б) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{3n}{(6n+1)^n}$; в) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{\ln^4(5n+2)}{(5n+2)}$.

2. Исследовать сходимость следующих степенных рядов. Найти их области сходимости

а) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{x^{2n}}{\sqrt{n}\cdot 3^n}$; б) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{(x\_1)^n}{3^{2n}\sqrt{n^2+1}}$.

3. Вычислить определенный интеграл с помощью разложения подынтегральной функции в степенной ряд. Обеспечить абсолютную погрешность $h<0{,}001$:

$$\int_0^{1/2} \cos 5x^3\, dx.$$

4. На складе имеется 15 кинескопов, причём 10 из них изготовлены Львовским заводом. Найти вероятность того, что среди наудачу взятых 5 кинескопов окажется 3 кинескопа Львовского завода.

5. В дисплейном классе имеется 10 персональных компьютеров первого типа и 15 второго типа. Вероятность того, что за время работы на компьютере первого типа не произойдет сбоя, равна 0,9, а на компьютере второго типа – 0,7. Найти вероятность того, что: а) на случайно выбранном компьютере за время работы не произойдет сбоя; б) компьютер, во время работы на котором не произошло сбоя, – первого типа. В ответ записать сумму полученных чисел, записанных с двумя знаками после запятой без округления.

6. Случайная величина X имеет нормальное распределение с нулевым математическим ожиданием. Вероятность попадания случайной величины в интервал $(-0,3;0,3)$ равна 0,5. Найти среднее квадратическое отклонение. Ответ записать с тремя знаками после запятой без округления, учитывая, что $\Phi(0{,}675)=0{,}25$, $\Phi(1)=0{,}3413$, $\Phi(0{,}5)=0{,}1915$.

7. Ниже приведены данные обследования 100 предприятий области по росту выработки на одного рабочего (в % к предыдущему году). Длину интервала взять 10%.

80 100 91 102 103 115 122 118 119 120 104 82 107 111 102 112 115 116 114 115 106 92 109 117 99 98 118 108 107 112 108 102 108 101 103 105 101 106 106 115 109 106 104 107 106 114 116 119 114 123 101 108 105 107 91 104 102 94 103 130 105 109 106 93 105 102 106 108 96 109 108 102 101 95 102 101 100 107 98 108 109 103 111 96 103 104 105 95 99 104 107 104 100 91 115 106 116 101 102 103

1.Составить выборочное распределение.
2. Построить гистограмму и график выборочной функции распределения.
3. Найти состоятельные несмещенные оценки математического ожидания и дисперсии.
4. Построить доверительные интервалы для математического ожидания и дисперсии с уровнем доверия p=0,95.
5. На основании анализа формы построенной гистограммы выдвинуть гипотезу о законе распределения и проверить справедливость гипотезы по критерию Пирсона с уровнем значимости α=0,05.

Вариант № 9

1. Исследовать сходимость следующих числовых рядов

а) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{n}{3^n\cdot(n+1)}$; б) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{(n+1)^n}{e^n}$; в) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{e^{-\sqrt{n}}}{\sqrt{n}}$.

2. Исследовать сходимость следующих степенных рядов. Найти их области сходимости

а) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{(2x+1)^n}{3^2\sqrt{n+5}}$; б) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{2^n x^n}{(n+1)^{2n}}$.

3. Вычислить определенный интеграл с помощью разложения подынтегральной функции в степенной ряд. Обеспечить абсолютную погрешность $h<0{,}001$:

$$\int\limits_0^{0,1}\frac{e^{-2x}-1}{x}dx.$$

4. В мастерскую для ремонта поступило 20 телевизоров. Известно, что 7 из них нуждаются в настройке. Мастер берет любые 5 телевизоров. Какова вероятность того, что 2 из них нуждаются в настройке? В ответ записать число, имеющее три знака после запятой без округления.

5. Вероятность того, что во время работы ЭВМ возникнет сбой в арифметическом устройстве, в оперативной памяти и в остальных устройствах относятся как 3:2:5. Вероятности обнаружения сбоя в арифметическом устройстве, в оперативной памяти и остальных устройствах соответственно равны 0,8; 0,9; 0,9. а) Найти вероятность того, что возникший в ЭВМ сбой будет обнаружен. б) Во время работы ЭВМ был обнаружен сбой. Найти вероятность того, что он возник в оперативной памяти. В ответ записать сумму полученных чисел, записанных с двумя знаками после запятой без округления.

6. Случайная величина X подчинена нормальному закону распределения с математическим ожиданием $a = 50$. Определите дисперсию случайной величины X, если известно, что вероятность принятия случайной величиной значения в интервале (50; 60) равна 0,3413. $\Phi(1) = 0{,}3413$, $\Phi(1{,}25) = 0{,}3944$, $\Phi(1{,}5) = 0{,}4332$.

7. С целью определения рациональной структуры размерного ассортимента детской одежды проведено выборочное обследование определенных половозрастных групп детского населения и получены следующие данные по величине обхвата груди в см. Длину интервала взять 4 см.

54 58 60 71 75 80 82 78 70 74 56 57 55 56 64 62 61 60 63 64 58 59 60 61 65 60 63 65 66 67 60 67 58 64 64 68 69 68 69 72 61 65 63 55 63 67 61 61 71 65 63 59 60 64 66 65 68 70 72 69 70 64 67 65 68 64 67 65 64 65 78 61 61 59 67 60 68 64 67 69 70 65 64 63 69 65 67 68 68 71 78 56 72 75 61 60 60 63 65 57 59 69 67 76 69 68 72 68 69 73

1.Составить выборочное распределение.

2. Построить гистограмму и график выборочной функции распределения.

3. Найти состоятельные несмещенные оценки математического ожидания и дисперсии.

4. Построить доверительные интервалы для математического ожидания и дисперсии с уровнем доверия p=0,95.

5. На основании анализа формы построенной гистограммы выдвинуть гипотезу о законе распределения и проверить справедливость гипотезы по критерию Пирсона с уровнем значимости α=0,05.

Вариант № 10

1. Исследовать сходимость следующих числовых рядов

а) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{2n}{n(n+1)}$; б) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{5^n}{n^n}$; в) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{\sqrt{\operatorname{arctg} n}}{1+n^2}$.

2. Исследовать сходимость следующих степенных рядов. Найти их области сходимости

а) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{4^n x^n}{(n+1)!}$; б) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\left(\frac{n+3}{2n}\right)^n (x+3)^n$.

3. Вычислить определенный интеграл с помощью разложения подынтегральной функции в степенной ряд. Обеспечить абсолютную погрешность $h < 0{,}001$:

$$\int\limits_0^{0{,}6}\frac{\ln\left(1+\frac{x}{6}\right)}{x}dx.$$

4. Мальчик забыл две последние цифры номера телефона одноклассника и набрал их наугад, помня только, что эти цифры нечетны и различны. Найти вероятность того, что номер набран правильно. В ответ записать число, имеющее два знака после запятой без округления.

5. По линии связи передано два сигнала типов А и В с вероятностями соответственно 0,8 и 0,2. В среднем принимается 60 % сигналов типа А и 70 % типа В. Найти вероятность того, что: а) посланный сигнал будет принят; б) принятый сигнал – типа А. В ответ записать сумму полученных чисел, записанных с двумя знаками после запятой без округления.

6. Цена деления шкалы амперметра равна 0,1 А. Показания округляют до ближайшего деления. Найти вероятность того, что при отсчете будет сделана ошибка, превышающая 0,04 А. Ответ записать с одним знаком после запятой без округления.

7. С целью определения рациональной структуры размерного ассортимента детской обуви проведено выборочное обследование определенных половозрастных групп детского населения и получены следующие данные по величине длины стопы в см. Длину интервала взять 5 мм.

170 182 174 195 196 200 200 196 198 171 183 176 202 180 182 185 199 186 203 188 184 186 179 189 178 176 177 189 183 187 179 184 182 187 181 182 182 187 197 184 184 177 196 182 186 188 181 186 197 204 182 204 205 176 184 189 198 196 181 189 186 183 203 184 183 184 185 187 183 205 188 189 204 187 186 187 198 198 187 188 187 184 203 185 181 187 184 199 186 186 190 182 197 181 188 189 179 188 184 183

1.Составить выборочное распределение.

2. Построить гистограмму и график выборочной функции распределения.

3. Найти состоятельные несмещенные оценки математического ожидания и дисперсии.

4. Построить доверительные интервалы для математического ожидания и дисперсии с уровнем доверия p=0,95.

5. На основании анализа формы построенной гистограммы выдвинуть гипотезу о законе распределения и проверить справедливость гипотезы по критерию Пирсона с уровнем значимости α=0,05.

Вариант № 11

1. Исследовать сходимость следующих числовых рядов

а) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n!}{3^n}$; б) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n^n}{5^n}$; в) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{\operatorname{arctg} n\left(n^2+1\right)}$.

2. Исследовать сходимость следующих степенных рядов. Найти их области сходимости

а) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{x^n}{n+2}$; б) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(n+1)!\cdot(2x+1)^n}{2^n}$.

3. Вычислить определенный интеграл с помощью разложения подынтегральной функции в степенной ряд. Обеспечить абсолютную погрешность $h<0{,}001$:

$$\int_0^{1/2}\frac{e^{x^2}-1}{x^2}dx.$$

4. В урне 3 белых и 7 черных шаров. Какова вероятность того, что извлеченные наугад два шара окажутся черными? В ответ записать число, имеющее три знака после запятой без округления

5. Для сигнализации о том, что режим работы автоматической линии отклоняется от нормального, используются индикаторы двух типов. Вероятности того, что индикатор принадлежит к одному из двух типов, равны соответственно 0,4 и 0,6. При нарушении работы линии вероятность срабатывания индикатора первого типа равна 0,9, второго – 0,7. а) Найти вероятность того, что наугад выбранный индикатор сработает при нарушении нормальной работы линии, б) Индикатор сработал. Найти вероятность того, что он принадлежит первому типу. В ответ записать сумму полученных чисел, записанных с двумя знаками после запятой без округления.

6. Случайная величина X – отклонение размера детали от стандарта – имеет нормальное распределение вероятностей со средним квадратическим отклонением, равным 0,2, и математическим ожиданием, равным 0. Найдите вероятность изготовления детали, отвечающей требованиям стандарта, если задан допуск ± 0,5. Ответ записать с тремя знаками после запятой без округления, учитывая, что $\Phi(2{,}5)=0{,}4938$, $\Phi(1)=0{,}3413$, $\Phi(0)=0$.

7. В сводке представлены данные о росте выпуска продукции на предприятиях области (валовая продукция в отчетном году в процентах по отношению к предыдущему):
93, 100, 142, 90, 108, 97, 107, 87, 109, 101, 91, 137, 82, 103, 99, 138, 108, 138, 136, 109, 92, 103, 97, 103, 112, 81, 135, 107, 105, 134, 91, 121, 106, 111, 107, 106, 122, 125, 127, 126, 107, 112, 94, 116, 84, 104, 102, 104, 131, 141, 106, 137, 132, 129, 96, 112, 105, 106, 101, 124, 106, 114, 147, 113, 102, 131, 107, 95, 139, 133, 113, 107, 114, 124, 115, 110, 149, 128, 125, 117, 141, 113, 94, 120, 85, 133, 107, 116, 128, 104, 118, 119, 93, 110, 133, 122, 116, 107, 115, 123, 126, 118, 99, 118, 108, 117, 110, 95, 119, 109, 129, 118, 96, 108, 115, 89, 121, 116, 91, 127.

1.Составить выборочное распределение.

2. Построить гистограмму и график выборочной функции распределения.

3. Найти состоятельные несмещенные оценки математического ожидания и дисперсии.

4. Построить доверительные интервалы для математического ожидания и дисперсии с уровнем доверия p=0,95.

5. На основании анализа формы построенной гистограммы выдвинуть гипотезу о законе распределения и проверить справедливость гипотезы по критерию Пирсона с уровнем значимости α=0,05.

Вариант № 12

1. Исследовать сходимость следующих числовых рядов

а) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{2^n+1}{5^n}$; б) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{\sqrt[3]{(n+1)^n}}{e^n}$; в) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{\sqrt{\ln^3 n}}{n}$.

2. Исследовать сходимость следующих степенных рядов. Найти их области сходимости

а) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{(4x+2)^{2n+1}}{n3^n}$; б) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(n+1)^n x^n$.

3. Вычислить определенный интеграл с помощью разложения подынтегральной функции в степенной ряд. Обеспечить абсолютную погрешность $h<0{,}001$:

$\int\limits_0^3 e^{-\frac{x^2}{90}}dx$.

4. Из пяти карточек с буквами «а», «б», «в», «г», «д» наугад одну за другой выбирают две и располагают их в порядке извлечения. Какова вероятность того, что получится слово «да»? В ответ записать число, имеющее два знака после запятой без округления.

5. Резистор, поставленный в телевизор, может принадлежать к одной из двух партий с вероятностями 0,6 и 0,4. Вероятности того, что резистор проработает гарантийное число часов, для этих партий равны соответственно 0,8 и 0,7. а) Найти вероятность того, что взятый наугад резистор проработает гарантийное число часов, б) Резистор проработал гарантийное число часов. Найти вероятность того, что он принадлежит ко второй партии. В ответ записать сумму полученных чисел, записанных с двумя знаками после запятой без округления.

6. Производят взвешивание вещества. Случайная ошибка взвешивания распределена нормально с математическим ожиданием 20 кг и средним квадратичным отклонением 2 кг. Найти вероятность того, что вес вещества отличается от математического ожидания не более чем на 100 г. Ответ записать с тремя знаками после запятой без округления, учитывая, что $\Phi(0{,}05)=0{,}0199$, $\Phi(1)=0{,}3413$, $\Phi(0)=0$.

7. Регистрация размеров продаваемой магазином мужской обуви дала следующие данные о 80 покупках:

39, 40, 38, 43, 41, 42, 40, 38, 41, 42, 41, 40, 42, 39, 41, 41, 36, 43, 41, 42, 38, 41, 40, 42, 41, 42, 42, 40, 41, 41, 39, 42, 40, 40, 39, 41, 39, 38, 40, 41, 41, 40, 40, 39, 42, 40, 43, 37, 40, 42, 43, 42, 38, 40, 40, 41, 41, 41, 40, 43, 42, 42, 39, 43, 41, 40, 43, 41, 42, 42, 39, 40, 43, 41, 42, 41, 42, 40, 41.

1.Составить выборочное распределение.

2. Построить гистограмму и график выборочной функции распределения.

3. Найти состоятельные несмещенные оценки математического ожидания и дисперсии.

4. Построить доверительные интервалы для математического ожидания и дисперсии с уровнем доверия p=0,95.

5. На основании анализа формы построенной гистограммы выдвинуть гипотезу о законе распределения и проверить справедливость гипотезы по критерию Пирсона с уровнем значимости α=0,05.

Вариант № 13

1. Исследовать сходимость следующих числовых рядов

а) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(2n+1)}{3^n+1}$; б) $\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{4n+1}{n^2-1}\right)^n$; в) $\sum_{n=1}^{\infty} n\cdot 3^{n^2}$.

2. Исследовать сходимость следующих степенных рядов. Найти их области сходимости

а) $\sum_{n=1}^{\infty} n!(x-1)^n$; б) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2^n x^n}{(n^2+2)^n}$.

3. Вычислить определенный интеграл с помощью разложения подынтегральной функции в степенной ряд. Обеспечить абсолютную погрешность $h<0{,}001$:

$\int_0^{0{,}1}\cos 5x^2\,dx$.

4. Пятитомное собрание сочинений расположено на полке в случайном порядке. Найти вероятность того, что книги стоят слева направо в порядке нумерации томов (от 1 до 5). В ответ записать число, имеющее три знака после запятой без округления.

5. При отклонении от штатного режима работы поточной линии срабатывают сигнализатор типа Т-1 с вероятностью 0,9 и сигнализатор типа Т-2 с вероятностью 0,8. Вероятности того, что линия снабжена сигнализаторами типов Т-1 и Т-2, равны соответственно 0,7 и 0,3. а) Найти вероятность того, что при отклонении от штатного режима работы сигнализатор сработает, б) Сигнализатор сработал. Найти вероятность того, что он принадлежит к первому типу. В ответ записать сумму полученных чисел, записанных с двумя знаками после запятой без округления.

6. Случайная величина X имеет нормальное распределение с математическим ожиданием, равным 1, и дисперсией, равной 4. Вычислить вероятность попадания случайной величины в интервал $(-\infty;-2)$. Ответ записать с тремя знаками после запятой без округления, учитывая, что $\Phi(1{,}5)=0{,}4332$, $\Phi(1{,}25)=0{,}3944$, $\Phi(0)=0$.

7. Результаты взвешивания 50 случайно отобранных пачек чая приведены ниже (в граммах):

150, 147, 152, 148, 149, 153, 151, 150, 149, 147, 153, 151, 152, 151, 149, 152, 150, 148, 152, 150, 152, 151, 148, 151, 152, 150, 151, 149, 148, 149, 150, 150, 151, 149, 151, 150, 151, 150, 149, 148, 147, 153, 147, 152, 150, 151, 149, 150, 151, 153.

1.Составить выборочное распределение.

2. Построить гистограмму и график выборочной функции распределения.

3. Найти состоятельные несмещенные оценки математического ожидания и дисперсии.

4. Построить доверительные интервалы для математического ожидания и дисперсии с уровнем доверия p=0,95.

5. На основании анализа формы построенной гистограммы выдвинуть гипотезу о законе распределения и проверить справедливость гипотезы по критерию Пирсона с уровнем значимости α=0,05.

Вариант № 14

1. Исследовать сходимость следующих числовых рядов

а) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{4n+1}{5^n}$; б) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\left(\dfrac{100n^2}{n^2+100}\right)^n$; в) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{3n^2+1}{n^3+n}$.

2. Исследовать сходимость следующих степенных рядов. Найти их области сходимости

а) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{(x+2)^n}{(n^2+1)}$; б) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{(x+1)^n}{3^n}$.

3. Вычислить определенный интеграл с помощью разложения подынтегральной функции в степенной ряд. Обеспечить абсолютную погрешность $h<0{,}001$:

$$\int\limits_0^{0,3} e^{-3x^2}dx.$$

4. Из пруда, в котором плавают 40 щук, выловили 5 щук, пометили их и пустили обратно в пруд. Во второй раз выловили 9 щук. Какова вероятность, что среди них окажутся только две помеченные щуки? В ответ записать число, имеющее три знака после запятой без округления.

5. Для участия в студенческих спортивных соревнованиях выделено 10 человек из первой группы и 8 из второй. Вероятность того, что студент первой группы попадет в сборную института, равна 0,8, а для студента второй группы – 0,7. а) Найти вероятность того, что случайно выбранный студент попал в сборную института. б) Студент попал в сборную института. Найти вероятность того, что он учится во второй группе. В ответ записать сумму полученных чисел, записанных с двумя знаками после запятой без округления.

6. Случайная величина X имеет нормальное распределение с нулевым математическим ожиданием и дисперсией, равной 1. Вычислить вероятность попадания случайной величины в интервал $(-0{,}5;-0{,}1)$. Ответ записать с тремя знаками после запятой без округления, учитывая, что $\Phi(0{,}1)=0{,}0398$, $\Phi(0{,}5)=0{,}1915$, $\Phi(1)=0{,}3413$, $\Phi(1{,}5)=0{,}4332$.

7. В ходе проведения эксперимента получен следующий набор данных:
32, 26, 16, 44, 28, 40, 30, 31, 17, 30, 37, 32, 42, 31, 36, 49, 35, 21, 25, 40, 27, 25, 33, 34, 27, 43, 19, 23, 36, 48, 31, 35, 43, 32, 26, 35, 33, 45, 19, 22, 28, 49, 23, 32, 33, 27, 43, 35, 23, 44.
1.Составить выборочное распределение.
2. Построить гистограмму и график выборочной функции распределения.
3. Найти состоятельные несмещенные оценки математического ожидания и дисперсии.
4. Построить доверительные интервалы для математического ожидания и дисперсии с уровнем доверия р=0,95.
5. На основании анализа формы построенной гистограммы выдвинуть гипотезу о законе распределения и проверить справедливость гипотезы по критерию Пирсона с уровнем значимости α=0,05.

Вариант № 15

1. Исследовать сходимость следующих числовых рядов

а) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{n!}{n^2+1}$; б) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{(4n+1)^n}{3^n}$; в) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{3n^3+2}{\sqrt{n}}$.

2. Исследовать сходимость следующих степенных рядов. Найти их области сходимости

а) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{x^n}{\sqrt{n^2+9}}$; б) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{(3x+2)^n}{3^n}$.

3. Вычислить определенный интеграл с помощью разложения подынтегральной функции в степенной ряд. Обеспечить абсолютную погрешность $h<0{,}001$:

$\int\limits_0^{1/2}\frac{e^{-x^2}-1}{10x}dx$.

4. Из коробки, содержащей карточки с буквами «о», «н», «к», «ь», наугад вынимают одну карточку за другой и располагают в порядке извлечения. Какова вероятность того, что в результате получится слово «конь»? В ответ записать число, имеющее три знака после запятой без округления.

5. На сборку поступают детали с трех конвейеров. Первый дает 25 %, второй – 30 % и третий – 45 % деталей, поступающих на сборку. С первого конвейера в среднем поступает 2 % брака, со второго – 3 %, с третьего – 1 %. Найти вероятность того, что: а) на сборку поступила бракованная деталь; б) поступившая на сборку бракованная деталь – со второго конвейера. В ответ записать сумму полученных чисел, записанных с одной знаком после запятой без округления.

6. Трамваи данного маршрута идут с интервалом в 5 мин. Пассажир подходит к трамвайной остановке в некоторый момент времени. Какова вероятность появления пассажира не ранее чем через 1 мин после ухода предыдущего трамвая, но не позднее, чем за 2 мин до отхода следующего трамвая? Ответ записать с одним знаком после запятой без округления.

7. При обследовании 50 членов семей рабочих и служащих установлено следующее количество членов семьи:
5; 3; 2; 1; 4; 6; 3; 7; 9; 1; 3; 2; 5; 6; 8; 2; 5; 2; 3; 6; 8; 3; 4; 4; 5; 6; 5; 4;7; 5; 6; 4; 8; 7; 4; 5; 7; 8; 6; 5; 7; 5; 6; 6; 7; 3; 4; 6; 5; 4.
1.Составить выборочное распределение.

2. Построить гистограмму и график выборочной функции распределения.
3. Найти состоятельные несмещенные оценки математического ожидания и дисперсии.
4. Построить доверительные интервалы для математического ожидания и дисперсии с уровнем доверия р=0,95.
5. На основании анализа формы построенной гистограммы выдвинуть гипотезу о законе распределения и проверить справедливость гипотезы по критерию Пирсона с уровнем значимости α=0,05.

Вариант №16

1. Исследовать сходимость следующих числовых рядов

а) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{6^n+1}{n+2}$; б) $\sum_{n=1}^{\infty}\ln^n(n+1)$; в) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{5n^2+1}{n}$.

2. Исследовать сходимость следующих степенных рядов. Найти их области сходимости

а) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{x^n}{n^2+9}$; б) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(x+3)^n}{n^n 5^n}$.

3. Вычислить определенный интеграл с помощью разложения подынтегральной функции в степенной ряд. Обеспечить абсолютную погрешность $h<0{,}001$:

$\int_0^{1/2} e^{-\frac{x^2}{5}}dx$.

4. Подбросили 3 монеты. Найти вероятность того, что хотя бы один раз выпал герб. В ответ записать число, имеющее три знака после запятой без округления.

5. В двух коробках имеются однотипные конденсаторы. В первой 20 конденсаторов, из них 2 неисправных, во второй – 10, из них 3 неисправных. а) Найти вероятность того, что наугад взятый конденсатор из случайно выбранной коробки годен к использованию. б) Наугад взятый конденсатор оказался годным. Найти вероятность того, что конденсатор взят из первой коробки. В ответ записать сумму полученных чисел, записанных с двумя знаками после запятой без округления.

6. Случайная величина X распределена нормально с математическим ожиданием 40 и дисперсией 100. Вычислить вероятность попадания случайной величины X в интервал (30; 80). Ответ записать с тремя знаками после запятой без округления, учитывая, что $\Phi(4)=0{,}4999$, $\Phi(1)=0{,}3413$, $\Phi(1{,}25)=0{,}3944$, $\Phi(1{,}5)=0{,}4332$.

7. Имеются данные о еженедельном количестве проданных компьютеров одной из фирм: 398, 412, 560, 474, 544, 690, 587, 600, 613, 457, 504, 477, 530, 641, 359, 566, 452, 633, 474, 499. 580, 606, 344, 455,505, 396, 347, 441, 390, 632, 400, 582.

1.Составить выборочное распределение.
2. Построить гистограмму и график выборочной функции распределения.
3. Найти состоятельные несмещенные оценки математического ожидания и дисперсии.
4. Построить доверительные интервалы для математического ожидания и дисперсии с уровнем доверия р=0,95.
5. На основании анализа формы построенной гистограммы выдвинуть гипотезу о законе распределения и проверить справедливость гипотезы по критерию Пирсона с уровнем значимости α=0,05.

Вариант № 17

1. Исследовать сходимость следующих числовых рядов

а) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{2^n}{3^n+1}$;   б) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\left(\frac{2n+1}{2n+3}\right)^{n^2}$;   в) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{\sqrt{n}+3}{n}$.

2. Исследовать сходимость следующих степенных рядов. Найти их области сходимости

а) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{x^n}{n^n 5^n}$;   б) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{x^n}{(n+1)!}$.

3. Вычислить определенный интеграл с помощью разложения подынтегральной функции в степенной ряд. Обеспечить абсолютную погрешность $h < 0{,}001$:

$\int\limits_{0}^{0,4}\frac{1-\cos 7x^2}{x^2}dx$.

4. За выполнение контрольной работы 24 студента получили следующие оценки: 8 студентов – «отлично», 6 – «хорошо», 6 – «удовлетворительно», 4 – «неудовлетворительно». Найти вероятность того, что работа наугад взятого студента оценена положительно. В ответ записать число, имеющее три знака после запятой без округления.

5. В телевизионном ателье имеется 2 кинескопа первого типа и 8 второго типа. Вероятность выдержать гарантийный срок для кинескопов первого типа равна 0,9, а для второго типа – 0,6. Найти вероятность того, что: а) взятый наугад кинескоп выдержит гарантийный срок; б) взятый наугад кинескоп, выдержавший гарантийный срок, первого типа. В ответ записать сумму полученных чисел, записанных с двумя знаками после запятой без округления.

6. Из пункта С ведется стрельба из орудия вдоль прямой СК. Предполагается, что дальность полета распределена нормально с математическим ожиданием 1000 м и средним квадратичным отклонением 5 м. Определить (в %), сколько снарядов упадет с перелетом от 5 до 70 м. Ответ записать с одним знаком после запятой без округления, учитывая, что $\Phi(14)=0{,}5$; $\Phi(1)=0{,}3413$, $\Phi(2)=0{,}4772$, $\Phi(3)=0{,}4986$.

7. Число пассажиров одного из рейсов за 30 дней составило: 128, 121, 134, 118, 123, 109, 120, 116, 125, 128, 121, 129, 130, 131, 127, 119, 114, 124, 110, 126, 134, 125, 128, 123, 128, 133, 132, 136, 134, 129.

1.Составить выборочное распределение.

2. Построить гистограмму и график выборочной функции распределения.

3. Найти состоятельные несмещенные оценки математического ожидания и дисперсии.

4. Построить доверительные интервалы для математического ожидания и дисперсии с уровнем доверия p=0,95.

5. На основании анализа формы построенной гистограммы выдвинуть гипотезу о законе распределения и проверить справедливость гипотезы по критерию Пирсона с уровнем значимости α=0,05.

Вариант № 18

1. Исследовать сходимость следующих числовых рядов

а) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{n!}{n^2+1}$;   б) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{(n!)^n}{2^n}$;   в) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{e^{\frac{1}{n}}}{n^2}$.

2. Исследовать сходимость следующих степенных рядов. Найти их области сходимости

а) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{(3x+1)^n}{3^n\sqrt{n+1}}$; б) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{n^n x^n}{4^n}$.

3. Вычислить определенный интеграл с помощью разложения подынтегральной функции в степенной ряд. Обеспечить абсолютную погрешность $h < 0{,}001$:

$\int\limits_0^{0,2}\sin\frac{x^4}{4}\,dx$.

4. Партия из 100 деталей проверяется контролером, который наугад отбирает 10 деталей и определяет их качество. Если среди выбранных контролером деталей нет ни одной бракованной, то вся партия принимается. В противном случае ее посылают на дополнительную проверку. Какова вероятность того, что партия деталей, содержащая 5 бракованных, будет принята контролером? В ответ записать число, имеющее три знака после запятой без округления.

5. У сборщика 16 деталей, изготовленных на заводе № 1, и 10 деталей, изготовленных на заводе № 2. Вероятности того, что детали выдержат гарантийный срок, равны соответственно для деталей с завода № 1 – 0,8; с завода № 2 – 0,9. а) Найти вероятность того, что взятая наугад деталь выдержит гарантийный срок. б) Взятая наугад деталь выдержала гарантийный срок. Найти вероятность того, что деталь изготовлена на заводе № 2. В ответ записать сумму полученных чисел, записанных с двумя знаками после запятой без округления.

6. Случайная величина X подчинена нормальному закону с математическим ожиданием, равным 0. Вероятность попадания этой случайной величины в интервал (–1; 1) равна 0,5. Найти среднее квадратичное отклонение. Ответ записать с двумя знаками после запятой без округления, учитывая, что $\Phi(0{,}675) = 0{,}25$.

7. При обследовании диаметров карданных валов автомобиля, выпускаемых заводом, были зафиксированы отклонения от номинала Δd (мкм),которые приведены ниже:
1.75, 1.78, 1.86, 1.83, 1.91, 1.99, 2.06, 2.01, 2.20, 2.14, 1.75, 1.85, 2.1, 1.90, 2.00, 2.2, 2.06, 1.91, 1.86, 1.79, 1.91, 2.20, 1.90, 1.75, 2.20, 2.01, 2.14, 1.90, 1.78, 1.83, 1.99, 2.01, 2.14, 1.85, 2.00, 2.06, 2.14, 2.26, 1.8, 2.10, 2.00, 1.8,0 1.80, 1.80, 1.75, 1.86, 1.91, 2.06, 1.86.

1.Составить выборочное распределение.

2. Построить гистограмму и график выборочной функции распределения.

3. Найти состоятельные несмещенные оценки математического ожидания и дисперсии.

4. Построить доверительные интервалы для математического ожидания и дисперсии с уровнем доверия р=0,95.

5. На основании анализа формы построенной гистограммы выдвинуть гипотезу о законе распределения и проверить справедливость гипотезы по критерию Пирсона с уровнем значимости α=0,05.

Вариант № 19

1. Исследовать сходимость следующих числовых рядов

а) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{7^n+1}{2n+1}$; б) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\left(\frac{n+1}{2}\right)^n$; в) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{\ln(n+1)+1}{(n+1)}$.

2. Исследовать сходимость следующих степенных рядов. Найти их области сходимости

а) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{x^n}{n!}$; б) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{(x+3)^n}{3^n}$.

3. Вычислить определенный интеграл с помощью разложения подынтегральной функции в степенной ряд. Обеспечить абсолютную погрешность $h < 0{,}001$:

$$\int_0^{1/2} \cos\left(\frac{x}{5}\right)^2 dx.$$

4. В группе из 8 спортсменов шесть мастеров спорта. Найти вероятность того, что из двух случайным образом отобранных спортсменов хотя бы один – мастер спорта. В ответ записать число, имеющее три знака после запятой без округления.

5. Для поисков спускаемого аппарата космического корабля выделено 4 вертолета первого типа и 6 вертолетов второго типа. Каждый вертолет первого типа обнаруживает находящийся в районе поиска аппарат с вероятностью 0,6, второго типа – с вероятностью 0,7. а) Найти вероятность того, что наугад выбранный вертолет обнаружит аппарат. б) Вертолет обнаружил спускаемый аппарат. Найти вероятность того, что он принадлежит к первому типу. В ответ записать сумму полученных чисел, записанных с двумя знаками после запятой без округления.

6. Размеры диаметров деталей выпускаемых цехом – случайная величина, распределенная по нормальному закону; $M[X]$ = 5 см, $D[X]$ = 0,81 см^2. Найти вероятность того, что диаметр наугад взятой детали – от 4 до 7 см. Ответ записать с тремя знаками после запятой без округления, учитывая, что $\Phi(1) = 0{,}3413$, $\Phi(1{,}11) = 0{,}3665$, $\Phi(1{,}15) = 0{,}3749$, $\Phi(2{,}22) = 0{,}4868$.

7. Для определения надежности металлорежущих станков на заводе фиксировались значения наработки на отказ (время τ непрерывной работы до первого отказа). Полученные данные для τ (в месяцах) приведены ниже:

3.0, 3.6, 4.4, 1.3, 2.1, 5.0, 4.9, 6.0, 1.1, 2.3, 5.9, 3.6, 1.3, 3.7, 4.9, 5.6, 1.3, 2.0, 4.3, 1.9, 4.0, 3.7, 5.3, 4.2, 2.5, 2.7, 3.6, 4.8, 6.0, 1.7, 2.5, 4.9, 3.2, 4.0, 4.3, 2.8, 3.8, 1.0, 4.2, 4.8, 4.9, 5.0, 1.9, 2.6, 1.7, 6.0, 5.7,

1.Составить выборочное распределение.

2. Построить гистограмму и график выборочной функции распределения.

3. Найти состоятельные несмещенные оценки математического ожидания и дисперсии.

4. Построить доверительные интервалы для математического ожидания и дисперсии с уровнем доверия р=0,95.

5. На основании анализа формы построенной гистограммы выдвинуть гипотезу о законе распределения и проверить справедливость гипотезы по критерию Пирсона с уровнем значимости α=0,05.

Вариант № 20

1. Исследовать сходимость следующих числовых рядов

а) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{n \cdot 3^{2n}}{5^n}$; б) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \left(\frac{5n+1}{4n^2+1}\right)^n$; в) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{n}{\sqrt{n^2+1}}$.

2. Исследовать сходимость следующих степенных рядов. Найти их области сходимости

а) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{2^n (n^2+1)}$; б) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(x+2)^n}{(n^2+1)^n}$.

3. Вычислить определенный интеграл с помощью разложения подынтегральной функции в степенной ряд. Обеспечить абсолютную погрешность $h < 0{,}001$:

$$\int_0^{0,2} \frac{\ln\left(1+\frac{x}{2}\right)}{x} dx.$$

4. В запасе ремонтной мастерской 10 поршневых колец, три из них восстановленные. Определить вероятность того, что среди взятых наугад четырех колец два окажутся восстановленными? В ответ записать число, имеющее один знак после запятой без округления.

5. Прибор состоит из двух узлов одного типа и трех узлов второго типа. Надежность работы в течение времени Т для узла первого типа равна 0,8, а для узла второго типа – 0,7. а) Найти вероятность того, что наугад выбранный узел проработает в течение времени Т. б) Узел проработал гарантийное время Т. Найти вероятность того, что он принадлежит ко второму типу. В ответ записать сумму полученных чисел, записанных с одним знаком после запятой без округления.

6. Считается, что изделие высшего качества, если отклонение его размеров от номинальных не превосходит по абсолютной величине 3,6 мм. Случайные отклонения размера изделия от номинального подчиняются нормальному закону со средним квадратичным отклонением, равным 3 мм. Систематические отклонения отсутствуют. Определить среднее число изделий высшего качества среди 100 изготовленных. $\Phi(1,2) = 0,3849$, $\Phi(1,1) = 0,3643$, $\Phi(1) = 0,3413$.

7. Администрацию магазина интересует частота покупок калькуляторов. Менеджер в течении января регистрировал данные о покупке МК и собрал следующие данные:

8, 4, 4, 9, 3, 3, 1, 2, 0, 4, 2, 3, 5, 7, 10, 6, 5, 7, 3, 2, 9, 8, 1, 4, 6, 5, 4, 2, 1, 0, 8.

1.Составить выборочное распределение.

2. Построить гистограмму и график выборочной функции распределения.

3. Найти состоятельные несмещенные оценки математического ожидания и дисперсии.

4. Построить доверительные интервалы для математического ожидания и дисперсии с уровнем доверия p=0,95.

5. На основании анализа формы построенной гистограммы выдвинуть гипотезу о законе распределения и проверить справедливость гипотезы по критерию Пирсона с уровнем значимости α=0,05.

Вариант № 21

1. Исследовать сходимость следующих числовых рядов

а) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{5^{2n}+1}$;   б) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \left(\frac{3n^2+1}{5n^2+3}\right)^n \cdot 2^n$;   в) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{2n}{\sqrt[3]{n^2+1}}$.

2. Исследовать сходимость следующих степенных рядов. Найти их области сходимости

а) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(x+2)^n}{2^n}$;   б) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{2^n x^n}{(n+1)!}$.

3. Вычислить определенный интеграл с помощью разложения подынтегральной функции в степенной ряд. Обеспечить абсолютную погрешность $h < 0,001$:

$$\int_0^{0,1} \frac{e^{-5x^2}-1}{x^2} dx.$$

4. На полке 6 радиоламп, из которых две негодные. Случайным образом отбираются две радиолампы. Какова вероятность того, что они годны для использования? В ответ записать число, имеющее один знак после запятой без округления.

5. В вычислительной лаборатории 40 % микрокалькуляторов и 60 % компьютеров. Во время расчета 90 % микрокалькуляторов и 80 % компьютеров работают безотказно. а) Найти вероятность того, что наугад взятая вычислительная машина проработает безотказно во время расчета. б) Выбранная машина проработала безотказно во время расчета. Найти вероятность того, что это был компьютер. В ответ записать сумму полученных чисел, записанных с двумя знаками после запятой без округления.

6. Цена деления шкалы измерительного прибора равна 0,2. Показания прибора округляются до ближайшего деления. Считая, что ошибки измерения распределены равномерно, найти вероятность того, что при отсчете будет сделана ошибка, меньшая 0,04. Ответ записать с одним знаком после запятой без округления.

7. Для определения надежности металлорежущих станков на заводе фиксировались значения наработки на отказ (время τ непрерывной работы до первого отказа). Полученные данные для τ (в месяцах) приведены ниже

0,031	0,244	0,098	0,195	0,759	0,231	0,415	0,442	0,260	0,106
0,062	4,078	0,902	0,407	0,736	0,577	0,079	1,312	1,574	0,058
3,206	0,197	2,698	4,249	0,252	0,602	0,243	0,106	0,340	1,073
0,095	0,522	0,321	0,045	0,221	0,338	0,172	0,330	0,509	0,484
0,662	0,052	0,442	0,013	0,079	0,079	0,577	0,618	0,090	0,777

1.Составить выборочное распределение.
2. Построить гистограмму и график выборочной функции распределения.
3. Найти состоятельные несмещенные оценки математического ожидания и дисперсии.
4. Построить доверительные интервалы для математического ожидания и дисперсии с уровнем доверия р=0,95.
5. На основании анализа формы построенной гистограммы выдвинуть гипотезу о законе распределения и проверить справедливость гипотезы по критерию Пирсона с уровнем значимости α=0,05.

Вариант № 22

1. Исследовать сходимость следующих числовых рядов

а) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{(n+1)!}{n\cdot 2^n}$; б) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{(4n+1)^n}{7^n}$; в) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} n\ln n$.

2. Исследовать сходимость следующих степенных рядов. Найти их области сходимости

а) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{n^2(x+3)^n}{4^n}$; б) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\left(\frac{n+2}{3n}\right)^n x^n$.

3. Вычислить определенный интеграл с помощью разложения подынтегральной функции в степенной ряд. Обеспечить абсолютную погрешность $h<0{,}001$:

$$\int_0^{1/2} x^2\cos x^4\,dx.$$

4. Из восьми книг две художественные. Найти вероятность того, что среди взятых наугад четырех книг хотя бы одна художественная. В ответ записать число, имеющее три знака после запятой без округления.

5. В состав блока входят 6 радиоламп первого типа и 10 второго. Гарантийный срок обычно выдерживают 80 % радиоламп первого типа и 90 % второго типа. Найти вероятность того, что: а) наугад взятая радиолампа выдержит гарантийный срок; б) радиолампа, выдержавшая гарантийный срок, первого типа. В ответ записать сумму полученных чисел, записанных с одним знаком после запятой без округления.

6. Все значения равномерно распределенной случайной величины X лежат на отрезке [2; 8]. Найти вероятность попадания случайной величины X в промежуток (3; 5). Ответ записать с тремя знаками после запятой без округления.

7. Наблюдения за межремонтными интервалами T (в месяцах) работы зерноуборочного комплекса дали результаты, приведенные ниже

0,000	0,000	0,002	0,006	0,023	0,084	0,382	0,810	0,003	0,864
1,033	0,912	0,093	0,323	0,194	0,522	2,336	0,057	0,648	0,250
0,877	0,271	0,037	0,537	0,183	1,306'	0,752	0,198	1,623	0,875
0,184	0,276	0,613	0,362	0,654	0,676	1,079	0,500	0,900	0,191
0,250	0,348	0,318	0,182	0,458	0,936	0,567	0,303	0,487	0,522

1.Составить выборочное распределение.
2. Построить гистограмму и график выборочной функции распределения.
3. Найти состоятельные несмещенные оценки математического ожидания и дисперсии.
4. Построить доверительные интервалы для математического ожидания и дисперсии с уровнем доверия p=0,95.
5. На основании анализа формы построенной гистограммы выдвинуть гипотезу о законе распределения и проверить справедливость гипотезы по критерию Пирсона с уровнем значимости α=0,05.

Вариант № 23

1. Исследовать сходимость следующих числовых рядов

а) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{2^n+3^n}{6^n}$; б) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\left(\frac{n^2-3n}{5n^2-1}\right)^{n^2}$; в) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}n\sqrt{n^2+1}$.

2. Исследовать сходимость следующих степенных рядов. Найти их области сходимости

а) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{2^n(4x+1)^n}{\sqrt{n+1}}$; б) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{(n+1)^n x^n}{2^n}$.

3. Вычислить определенный интеграл с помощью разложения подынтегральной функции в степенной ряд. Обеспечить абсолютную погрешность $h<0{,}001$:

$\int\limits_0^{1/2}\frac{e^{-x^3}-1}{x^2}dx$.

4. В группе спортсменов 7 лыжников и 3 конькобежца. Из нее случайным образом выделены три спортсмена. Найти вероятность того, что все выбранные спортсмены окажутся лыжниками. В ответ записать число, имеющее три знака после запятой без округления.

5. На участке, изготавливающем болты, первый станок производит 25 %, второй – 35 %, третий – 40 % всех изделий. В продукции каждого из станков брак составляет соответственно 5 %, 4 %, 2 %. Найти вероятность того, что: а) взятый наугад болт – с дефектом; б) случайно взятый болт с дефектом изготовлен на третьем станке. В ответ записать сумму полученных чисел, записанных с двумя знаками после запятой без округления.

6. Считается, что изделие высшего качества, если отклонение его размеров от номинальных не превосходит по абсолютной величине 3,6 мм. Случайные отклонения размера изделия от номинального подчиняются нормальному закону со средним квадратичным отклонением, равным 3 мм. Систематические отклонения отсутствуют. Определить среднее число изделий высшего качества среди 100 изготовленных. $\Phi(1{,}2)=0{,}3849$, $\Phi(1{,}1)=0{,}3643$, $\Phi(1)=0{,}3413$.

7. При обследовании диаметров карданных валов автомобиля, выпускаемых заводом, были зафиксированы отклонения от номинала Δd (мкм), приведенные ниже

0,000	-0,001	0,003	-0,012	0,044	-0,156	0.534	0,802	0,007	-0,822
0,873	-0,838	0,170	-0,476	0,322	-0,648	0,991	-0.107	-0,726	-0,393
-0,827	0,419	0,071	0,659	0,309	0,927	-0,778	-0,327	0,961	-0,826
0,308	-0,414	-0,707	-0,515	0,729	0,742	0,884	0.632	-0,835	0,318
-0,394	0,502	0,471	0,306	0,600	0,846	-0,678	0,454	0.623	0,648

1.Составить выборочное распределение.
2. Построить гистограмму и график выборочной функции распределения.
3. Найти состоятельные несмещенные оценки математического ожидания и дисперсии.
4. Построить доверительные интервалы для математического ожидания и дисперсии с уровнем доверия р=0,95.
5. На основании анализа формы построенной гистограммы выдвинуть гипотезу о законе распределения и проверить справедливость гипотезы по критерию Пирсона с уровнем значимости α=0,05.

Вариант № 24

1. Исследовать сходимость следующих числовых рядов

а) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{2^n+1}{(2n+1)!}$; б) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{2^n}{(n+1)^n}$; в) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{\sqrt{\ln(n+1)}}{(n+1)}$.

2. Исследовать сходимость следующих степенных рядов. Найти их области сходимости

а) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{x^n}{(n^2+5)^n}$; б) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{2^n(2x+1)^n}{n+1}$.

3. Вычислить определенный интеграл с помощью разложения подынтегральной функции в степенной ряд. Обеспечить абсолютную погрешность $h<0{,}001$:

$\int\limits_0^{1/2}\dfrac{\ln(1+x^2)}{x^2}dx$.

4. Из пяти букв разрезной азбуки составлено слово «песня». Ребенок, не умеющий читать, рассыпал буквы и затем собрал в произвольном порядке. Найти вероятность того, что у него снова получилось слово «песня». В ответ записать число, имеющее три знака после запятой без округления.

5. На сборку поступают детали с трех автоматов, причем с первого 30 %, со второго 40 % и с третьего 30 % всех деталей. Вероятность брака для первого автомата равна 0,02, для второго – 0,03, для третьего – 0,04.

а) Найти вероятность того, что взятая наугад деталь – бракованная. б) Взятая наугад деталь оказалась бракованной. Найти вероятность того, что она поступила с третьего автомата. В ответ записать сумму полученных чисел, записанных с двумя знаками после запятой без округления.

6. При определении расстояния радиолокатором случайные ошибки распределяются по нормальному закону. Какова вероятность того, что ошибка при определении расстояния не превысит 20 м, если известно, что систематических ошибок радиолокатор не допускает, а дисперсия ошибок равна 1370 м? Ответ записать с двумя знаками после запятой без округления, учитывая, что $\Phi(0{,}54)=0{,}2054$, $\Phi(1)=0{,}3413$, $\Phi(3)=0{,}4986$.

7. Из партии резисторов взяли 50 образцов и произвели замер их сопротивлений. Данные об их отклонениях от номинального значения сопротивления 1 кОм приведены ниже
0.5, -14.1, 1.0, -3.0, 1.5, 2.0, -8.0, 2.5, 5.0, 4.5, 3.5, -11.5, 4.0, 6.5, 7.0, -6.5, 7.5, 0.5, -5.5 ,2.0, 4.0, -1.0, 5.0 ,6.0, -10.5, 7.0, 7.5 ,0.0 ,8.5 ,9,5, -20.0, 10.5, 10.0, 11.0, -1.5, 8.5, 12.0, 13.0, 12.0, -17.0, 14.0, 17.0, 19.0, -4.0, 21.0, 18.0, 23.5, 19.5, -9.0, 14.5.

1.Составить выборочное распределение.

2. Построить гистограмму и график выборочной функции распределения.

3. Найти состоятельные несмещенные оценки математического ожидания и дисперсии.

4. Построить доверительные интервалы для математического ожидания и дисперсии с уровнем доверия p=0,95.

5. На основании анализа формы построенной гистограммы выдвинуть гипотезу о законе распределения и проверить справедливость гипотезы по критерию Пирсона с уровнем значимости α=0,05.

Вариант № 25

1. Исследовать сходимость следующих числовых рядов

а) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{n1}{2^n+1}$; б) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\left(\frac{3n+1}{5n+3}\right)^n$; в) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{3n^2+1}{n^3+n}$.

2. Исследовать сходимость следующих степенных рядов. Найти их области сходимости

а) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{(x+2)^n}{n \quad +5}$; б) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{2^n x^n}{(n+1)^n}$.

3. Вычислить определенный интеграл с помощью разложения подынтегральной функции в степенной ряд. Обеспечить абсолютную погрешность $h<0{,}001$:

$\int\limits_0^{1/2}\frac{e^{-2x^2}-1}{x^2}dx$.

4. Из 10 билетов лотереи выигрышными являются 3. Найти вероятность того, что взятые наудачу 2 билета – выигрышные. В ответ записать число, имеющее три знака после запятой без округления.

5. Имеется 6 коробок диодов типа А и 8 коробок диодов типа В. Вероятность безотказной работы диода типа А равна 0,8, типа В – 0,7. а) Найти вероятность того, что взятый наугад диод проработает гарантийное число часов. б) Взятый наугад диод проработал гарантийное число часов. Найти вероятность того, что он относится к типу А. В ответ записать сумму полученных чисел, записанных с одним знаком после запятой без округления.

6. Валик, изготовлений автоматом, считается стандартным, если отклонение его диаметра от проектного размера не превышает 2 мм. Случайные отклонения диаметров валиков подчиняются нормальному закону со средним квадратичным отклонением 1,6 мм и математическим ожиданием, равным 0. Сколько стандартных валиков (в %) изготавливает автомат? Ответ записать с двумя знаками после запятой без округления, учитывая, что $\Phi(1{,}25)=0{,}3944$, $\Phi(1)=0{,}3413$, $\Phi(2)=0{,}4772$.

7. Выборочное обследование оплаты труда 50 работников предприятия дали следующие результаты:
214, 204, 212, 201, 190, 222, 226, 216, 228, 240, 224, 220, 200, 204, 240, 190, 218, 232, 254, 224, 204, 221, 256, 260, 228, 232, 204, 282, 230, 214, 242, 222, 260, 198, 216, 198, 232, 242, 216, 226, 208, 221, 202, 204, 222, 196, 222, 238, 224, 223.
1.Составить выборочное распределение.
2. Построить гистограмму и график выборочной функции распределения.
3. Найти состоятельные несмещенные оценки математического ожидания и дисперсии.
4. Построить доверительные интервалы для математического ожидания и дисперсии с уровнем доверия p=0,95.
5. На основании анализа формы построенной гистограммы выдвинуть гипотезу о законе распределения и проверить справедливость гипотезы по критерию Пирсона с уровнем значимости α=0,05.

Образец выполнения контрольной работы

Задача 1

Исследование на сходимость числовых рядов с неотрицательными членами

Пример 1. Исследовать на сходимость ряд
$$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{(2n+1)!}=\frac{1}{3!}+\frac{1}{5!}+\ldots+\frac{1}{(2n+1)!}.$$

Решение. Напомним, $(2n+1)!=1\cdot2\cdot3\cdot\ldots\cdot(2n+1)$ и $(2(n+1)+1)!=(2n+3)!=1\cdot2\cdot3\cdot\ldots\cdot(2n+1)\cdot(2n+2)\cdot(2n+3)$.

Согласно признаку Даламбера получим
$$\lim_{n\to\infty}\frac{a_{n+1}}{a_n}=\lim_{n\to\infty}\left(\frac{1}{(2(n+1)+1)!}:\frac{1}{(2n+1)!}\right)=\lim_{n\to\infty}\frac{(2n+1)!}{(2n+3)!}=$$
$$=\lim_{n\to\infty}\frac{1\cdot2\cdot3\cdot\ldots\cdot(2n+1)}{1\cdot2\cdot3\cdot\ldots\cdot(2n+1)\cdot(2n+2)\cdot(2n+3)}=\lim_{n\to\infty}\frac{(2n+1)!}{(2n+1)!\cdot(2n+2)\cdot(2n+3)}$$
$$=\lim_{n\to\infty}\frac{1}{(2n+2)\cdot(2n+3)}=0<1.$$

Следовательно, по признаку Даламбера данный ряд сходится.

***Пример* 2.** Исследовать на сходимость ряд
$$\frac{1}{5}+\frac{2}{5^2}+\frac{3}{5^3}+\ldots+\frac{n}{5^n}+\ldots=\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n}{5^n}.$$

Решение. Воспользуемся признаком Даламбера:
$$\lim_{n\to\infty}\frac{a_{n+1}}{a_n}=\lim_{n\to\infty}\left(\frac{n+1}{5^{n+1}}:\frac{n}{5^n}\right)=\lim_{n\to\infty}\frac{(n+1)5^n}{n\cdot5^{n+1}}=\lim_{n\to\infty}\frac{(n+1)5^n}{n\cdot5^n\cdot5}=$$

$$= \lim_{n\to\infty} \frac{(n+1)}{5n} = \lim_{n\to\infty} \frac{1+\frac{1}{n}}{5} = \frac{1}{5} < 1.$$

Следовательно, по признаку Даламбера данный ряд сходится.

***Пример* 3.** Исследовать на сходимость ряд

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n}{3n+2}\right)^n = \frac{1}{5} + \left(\frac{2}{7}\right)^2 + \left(\frac{3}{11}\right)^2 + \ldots + \left(\frac{n}{3n+2}\right)^n + \ldots$$

Решение. Имеем

$$\lim_{n\to\infty} \sqrt[n]{a_n} = \lim_{n\to\infty} \sqrt[n]{\left(\frac{n}{3n+2}\right)^n} = \lim_{n\to\infty} \frac{n}{3n+2} = \lim_{n\to\infty} \frac{1}{3+\frac{2}{n}} = \frac{1}{3} < 1,$$ следовательно, по признаку Коши ряд сходится.

***Пример* 4.** Исследовать на сходимость ряд

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\ln^3(n+2)}{n+2} = \frac{\ln^3 3}{3} + \frac{\ln^3 4}{4} + \frac{\ln^3 5}{5} + \ldots + \frac{\ln^3(n+2)}{n+2} + \ldots$$

Решение. Рассмотрим функцию $f(x) = \frac{\ln^3(x+2)}{x+2}$, $x \geq 1$. Эта функция непрерывна, монотонно убывает и $f(n) = \frac{\ln^3(n+2)}{n+2}$, следовательно, можно применить интегральный признак

$$\int_1^{\infty} \frac{\ln^3(x+2)}{x+2} dx = \lim_{M\to\infty} \int_1^{M} \frac{\ln^3(x+2)}{(x+2)} dx = \left| \begin{array}{c} t = \ln(x+2), \\ dt = \frac{dx}{x+2}, \\ x = 1 \Rightarrow t = \ln 3, \\ x = M \Rightarrow t = \ln(M+2) \end{array} \right| =$$

$$= \lim_{M\to\infty} \int_{\ln 3}^{\ln(M+2)} t^3\, dt = \lim_{M\to\infty} \frac{t^4}{4}\Big|_{\ln 3}^{\ln(M+2)} = \lim_{M\to\infty} \frac{1}{4}\left[\ln^4(M+2) - \ln^4 3\right] = \infty,$$

т.к. $\ln^4(M+2)$ неограниченно возрастает при M, стремящемся к бесконечности. Следовательно, ряд расходится.

Задача 2

Исследование на сходимость степенных рядов.

***Пример* 5.** Найти область сходимости ряда

$$\frac{x}{5} + \frac{x^2}{5^2} + \frac{x^3}{5^3} + \ldots + \frac{x^{2n-1}}{5^n} + \ldots$$

Решение. К этому ряду формула $R = \lim_{n\to\infty} \left|\frac{a_n}{a_{n+1}}\right|$ неприменима, так как отсутствуют четные степени переменной x, т.е. $a_{2k} = 0$, $k = 1, 2, 3, \cdots$

Применяем непосредственно признак Даламбера:

$$\lim_{n\to\infty} \left|\frac{U_{n+1}(x)}{U_n(x)}\right| = \lim_{n\to\infty} \left|\frac{x^{2n+1}}{5^{n+1}} : \frac{x^{2n-1}}{5^n}\right| = \lim_{n\to\infty} \left|\frac{x^{2n+1} \cdot 5^n}{x^{2n-1} \cdot 5^{n+1}}\right| =$$

$$= \lim_{n\to\infty}\left|\frac{x^{2n-1}\cdot x^2\cdot 5^n}{x^{2n-1}\cdot 5^n\cdot 5}\right| = \lim_{n\to\infty}\frac{x^2}{5}.$$

Данный ряд сходится для $\frac{x^2}{5}<1$, или $x^2<5$, т.е. $|x|<\sqrt{5}$, следовательно, $x\in\left(-\sqrt{5};\sqrt{5}\right)$. Проверим сходимость на концах интервала. При $x=\pm\sqrt{5}$ получаем ряды

$\frac{\sqrt{5}}{5}\pm\frac{\left(\sqrt{5}\right)^3}{5^2}\pm\frac{\left(\sqrt{5}\right)^5}{5^3}\pm\ldots\pm\frac{\left(\sqrt{5}\right)^{2n-1}}{\left(\sqrt{5}\right)^n}\pm\ldots$,т.е. $\sqrt{5}\pm\frac{1}{\sqrt{5}}\pm\frac{1}{\sqrt{5}}\pm\ldots\pm\frac{1}{\sqrt{5}}\pm\ldots$, которые, очевидно, расходятся.

Следовательно, областью сходимости будет $\left(-\sqrt{5};\sqrt{5}\right)$.

***Пример* 6.** Найти область сходимости ряда

$$\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{n+1}{4n}\right)^n\cdot x^n = \left(\frac{1+1}{4}\right)\cdot x+\left(\frac{2+1}{4\cdot 2}\right)^2\cdot x^2+\left(\frac{3+1}{4\cdot 3}\right)^3\cdot x^3+$$
$$+\ldots+\left(\frac{n+1}{4n}\right)^n\cdot x^n+\ldots$$

Решение. Находим радиус сходимости степенного ряда по формуле

$$R=\lim_{n\to\infty}\frac{1}{\sqrt[n]{a_n}}=\lim_{n\to\infty}\frac{1}{\sqrt[n]{\left(\frac{n+1}{4n}\right)^n}}=\lim_{n\to\infty}\frac{1}{\frac{n+1}{4n}}=\lim_{n\to\infty}\frac{4n}{n+1}=4,$$

т.е. $R=4$, ряд сходится в интервале $(-4;4)$. Исследуем ряд на сходимость в концах интервала. При $x=4$ получаем числовой ряд

$$\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{n+1}{4n}\right)^n\cdot 4^n=\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(n+1)^n\cdot 4^n}{4^n\cdot n^n}=\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{n+1}{n}\right)^n,$$

который исследуем с помощью необходимого признака сходимости рядов. Имеем $\lim\limits_{n\to\infty}=\lim\limits_{n\to\infty}\left(\frac{n+1}{n}\right)=e\neq 0$, т.е. общий член ряда не стремится к нулю и ряд расходится. При $x=-4$ получаем числовой ряд

$\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{n+1}{4n}\right)^n\cdot(-4)^n=\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{n+1}{n}\right)^n\cdot\frac{(-1)^n 4^n}{4^n}=\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\cdot\left(\frac{n+1}{n}\right)^n$, который по признаку Лейбница для знакочередующихся рядов расходится, т.к. не выполняется условие $\lim\limits_{n\to\infty}a_n=0$.

Итак, окончательно имеем: областью сходимости будет промежуток $(-4;4)$.

Задача 3

Применение рядов Тейлора к непосредственному интегрированию.

***Пример* 7.** Вычислить интеграл $\int_0^1\frac{1-\cos 2x^2}{x}dx$ с погрешностью $h<0{,}0001$, где при $x=0$ значение подынтегральной функции принимается равным единице.

Решение. Из разложения для функции $\cos x$, заменяя x на $2x^2$, получаем

$$\cos 2x^2 = 1 - \frac{4x^4}{2!} + \frac{2^4 x^8}{4!} - \frac{2^6 x^{12}}{6!} + \ldots + (-1)^{n+1} \frac{2^{2n} x^{4n}}{(2n)!} + \ldots$$

$$1 - \cos 2x^2 = \frac{4x^4}{2!} - \frac{2^4 x^8}{4!} + \frac{2^6 x^{12}}{6!} + \ldots + (-1)^{n+1} \frac{2^{2n} x^{4n}}{(2n)!} + \ldots$$

Делением обеих частей последнего равенства на x находим

$$\frac{1 - \cos 2x^2}{x} = \frac{4x^3}{2!} - \frac{2^4 x^7}{4!} + \ldots + (-1)^{n+1} \frac{2^{2n} x^{4n-1}}{(2n)!} + \ldots$$

Это разложение, как и разложение для $\cos x$, имеет место на всей числовой оси, поэтому можно почленно интегрировать:

$$\int_0^1 \frac{1 - \cos 2x^2}{x} dx = \int_0^1 \frac{4x^3}{2!} dx - \int_0^1 \frac{2^4 x^7}{4!} dx + \ldots +$$

$$+ \int_0^1 (-1)^{n+1} \frac{2^{2n} x^{4n-1}}{(2n)!} dx + \ldots = \frac{4 \cdot x^4}{2! \cdot 4} \Big|_0^1 - \frac{2^4 \cdot x^8}{4! \cdot 8} \Big|_0^1 + \frac{2^6 \cdot x^{12}}{6! \cdot 12} \Big|_0^1 -$$

$$- \frac{2^8 x^{16}}{8! \cdot 16} + \ldots = \frac{1}{2} - \frac{1}{12} + \frac{1}{135} - \frac{1}{2520} + \ldots$$

Данный ряд является знакочередующимся, для которого остаток ряда по модулю не превосходит модуль первого члена остатка ряда. Таким образом, вычисления проводятся до тех пор, пока слагаемое по модулю не будет меньше 0,0001.

Так как $h = |r_n| = \left| -\frac{1}{2520} \right| < 0{,}0001$, то достаточно взять

$$\int_0^1 \frac{1 - \cos 2x^2}{x} dx = \frac{1}{2} - \frac{1}{12} + \frac{1}{135} \approx 0{,}1657.$$

Задача 4

Непосредственное вычисление вероятностей

Пример 8. Автомат, изготавливающий однотипные детали, дает в среднем 6% брака. Из большой партии взята наудачу одна деталь для контроля. Найти вероятность того, что она бракованная.

Решение.

Пусть событие A – деталь бракованная. В этом испытании числом всех равновозможных исходов является число всех деталей, изготовляемых автоматом, то есть 100%. Благоприятствовать интересующему нас событию A будут бракованные, то есть m = 6%. Следовательно,

$$P(A) = \frac{m}{n} = \frac{6\%}{100\%} = 0{,}06.$$

Пример 9. В группе 20 студентов, среди которых 5 отличников. Произвольно выбрали 10 студентов. Найти вероятность следующего события A: среди выбранных студентов ровно 2 отличника.

Решение. Возможными исходами нашего испытания являются комбинации из 20 студентов по 10, отличающиеся лишь составом, то есть являются сочетаниями, и их число $n = C_{20}^{10}$. Интересующему нас событию A будут благоприятствовать только те комбинации, в которых ровно 2 отличника. Поэтому $m = C_5^2 \cdot C_{15}^8$. Откуда получаем

$$P(A) = \frac{m}{n} = \frac{C_5^2 \cdot C_{15}^8}{C_{20}^{10}} =$$

$$= \frac{\frac{5!}{2!\cdot 3!}\cdot\frac{15!}{8!\cdot 7!}}{\frac{20!}{10!\cdot 10!}} = \frac{10!\cdot 15!\cdot 10!\cdot 10}{8!\cdot 7!\cdot 20!} = \frac{10\cdot 9\cdot 10\cdot 8\cdot 9\cdot 10}{16\cdot 17\cdot 18\cdot 19\cdot 20} = \frac{225}{646} \approx 0{,}34\,.$$

Пример 10. По условиям лотереи "Спортлото 6 из 45" участник лотереи, угадавший 4,5,6 видов спорта из отобранных при случайном розыгрыше 6 видов спорта из 45, получает денежный приз. Найдите вероятность того, что будут угаданы: а) все 6 цифр; б) 4 цифры.

Решение. а) Пусть событие A – угадывание всех 6 видов спорта из 45. Возможными исходами нашего испытания являются комбинации из 45 цифр по 6, отличающиеся составом, то есть являются сочетаниями и их число $n = C_{45}^6$. Интересующему нас событию A благоприятствовать, очевидно, будет одна комбинация, то есть $m = 1$. Поэтому

$$P(A) = \frac{1}{C_{45}^6} = \frac{6!\cdot 39!}{45!} = \frac{1\cdot 2\cdot 3\cdot 4\cdot 5\cdot 6}{40\cdot 41\cdot 42\cdot 43\cdot 44\cdot 45} \approx 0{,}0000001.$$

б) Пусть событие B – угадывание 4 видов спорта из 6, выигравших из 45. Очевидно, число всевозможных исходов нашего эксперимента, как и в случае а) равно $n = C_{45}^6$. Благоприятствовать событию B будут комбинации, в которых 4 цифры будут из 6 выигравших, а 2 цифры из не выигравших 45 – 6 = 39. Таких комбинаций будет $m = C_6^4 \cdot C_{39}^2$. Итак

$$P(A) = \frac{m}{n} = \frac{C_6^4 \cdot C_{39}^2}{C_{45}^6} = \frac{6!\cdot 39!\cdot 6!\cdot 39!}{4!\cdot 2!\cdot 2!\cdot 37!\cdot 45!} =$$

$$= \frac{5\cdot 6\cdot 38\cdot 39\cdot 6!}{4\cdot 40\cdot 41\cdot 42\cdot 43\cdot 44\cdot 45} = \frac{5\cdot 3\cdot 38\cdot 39}{7\cdot 15\cdot 41\cdot 43\cdot 44} = \frac{19\cdot 39}{44\cdot 41\cdot 43\cdot 7} \approx 0{,}00136$$

Задача 5.

Формула полной вероятности. Формула Байеса

Пример 11. В торговую фирму поступили телевизоры от трех поставщиков в отношении 1:4:5. Практика показала, что телевизоры, поступившие от 1-го, 2-го и 3-го поставщиков, не потребуют ремонта в течение гарантийного срока соответственно в 98%, 88% и 92% случаев.

1. Найти вероятность того, что поступивший в торговую фирму телевизор не потребует ремонта в течение гарантийного срока.

2. Проданный телевизор потребовал ремонта в течение гарантийного срока. От какого поставщика вероятнее всего поступил этот телевизор?

Решение. 1. Обозначим: событие A – телевизор не потребует ремонта в течение гарантийного срока. Введем три гипотезы: H_i – телевизор поступил в торговую фирму от i-го поставщика (i = 1,2,3).

По условию

$$P(H_1) = \frac{1}{1+4+5} = 0{,}1; \quad P(A/H_1) = 0{,}98;$$

$$P(H_2) = \frac{4}{1+4+5} = 0{,}4; \quad P(A/H_1) = 0{,}88;$$

$$P(H_3) = \frac{5}{1+4+5} = 0{,}5; \quad P(A/H_1) = 0{,}92.$$

Тогда по формуле полной вероятности имеем

$$P(A) = 0{,}1 \cdot 0{,}98 + 0{,}4 \cdot 0{,}88 + 0{,}5 \cdot 0{,}92 = 0{,}91.$$

2. Известна дополнительная информация: наступило событие $\overline{A}$ – телевизор потребовал ремонта в течение гарантийного срока. Требуется найти вероятности гипотез, причем по условию:

$P(\overline{A}) = 1 - P(A) = 1 - 0{,}91 = 0{,}09.$

$$P(\overline{A}/H_1) = 1 - 0{,}98 = 0{,}02;$$

$$P(\overline{A}/H_2) = 1 - 0{,}88 = 0{,}12;$$

$$P(\overline{A}/H_3) = 1 - 0{,}92 = 0{,}08.$$

Следовательно, по формуле Байесса имеем

$$P(H_1/\overline{A}) = \frac{0{,}1 \cdot 0{,}02}{0{,}09} = 0{,}022;$$

$$P(H_2/\overline{A}) = \frac{0{,}4 \cdot 0{,}12}{0{,}09} = 0{,}533;$$

$$P(H_3/\overline{A}) = \frac{0{,}5 \cdot 0{,}08}{0{,}09} = 0{,}444.$$

Таким образом, после наступления события $\overline{A}$ вероятность гипотезы H_2 увеличивается с $P(H_2)$ = 0,4 до максимальной $P(H_2/\overline{A}) = 0{,}533$, а гипотеза H_3 – уменьшается от максимальной $P(H_3)$ = 0,5 до $P(H_3/\overline{A}) = 0{,}444$; если ранее (до наступления события $\overline{A}$) наиболее вероятной была гипотеза H_3, то теперь, в свете новой информации, наиболее вероятна гипотеза H_2 – поступления телевизора от 2-го поставщика.

Задача 6.

Основные законы распределения

Пример 12. Среднее число вызовов, поступающих на АТС в одну минуту, равно двум. Найти вероятность того, что за пять минут поступит: а) два вызова; б) менее двух вызовов; в) не менее двух вызовов.

Решение. Случайная величина ξ – число вызовов, поступающих на АТС за пять минут, имеет пуассоновское распределение с параметром $a = \lambda\tau$, где λ – среднее число вызовов, поступающих на АТС за одну минуту, $\tau = 5$, следовательно, $a = 2 \cdot 5 = 10$.

Тогда по формуле Пуассона

$P(\xi = k) = \dfrac{a^k}{k!}e^{-a}$, $k = 0, 1, 2, \ldots$, имеем:

а) $P(\xi = 2) = \dfrac{10^2}{2!}e^{-10} = 0{,}0023$;

б) $P(\xi < 2) = P(\xi = 0 \text{ или } \xi = 1) = P(\xi = 0) + P(\xi = 1) =$

$$= \frac{10^0}{0!}e^{-10} + \frac{10}{1!}e^{-10} = e^{-10} + 10e^{-10} = 0{,}0001 + 0{,}0005 = 0{,}0006;$$

в) $P(\xi \geq 2) = 1 - P(\xi < 2) = 1 - 0{,}0006 = 0{,}9994$.

При вычислении использована таблица III приложения.

Пример 13. Поезда метрополитена идут регулярно с интервалом 2 минуты. Пассажир выходит на платформу в случайный момент времени. Какова вероятность того, что ждать пассажиру придется не больше полминуты. Найти математическое ожидание и среднее квадратическое отклонение случайной величины ξ – времени ожидания поезда.

Решение. Случайная величина ξ – время ожидания поезда на временном (в минутах) отрезке [0,2] имеет равномерный закон распределения, плотность вероятности которой равна:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2} & \text{при} \quad x \in [0,2]; \\ 0 & \text{при} \quad x \notin [0,2]. \end{cases}$$

Поэтому вероятность того, что пассажиру придется ждать не более полминуты, равна:

$$P(\xi \leq 0{,}5) = \int_0^{0{,}5} \frac{1}{2}dx = \frac{1}{2}x\Big|_0^{0{,}5} = \frac{1}{4}.$$

По формулам для математического ожидания и дисперсии находим находим

$$M[\,\xi\,] = \frac{0+2}{2} = 1 \text{ мин.},\ D[\,\xi\,] = \frac{(2-0)^2}{12} = \frac{1}{3},$$

$$\sigma_\xi = \sqrt{D[\xi]} = \sqrt{\frac{1}{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}} \approx 0{,}58 \text{ мин.}$$

Пример 14. Установлено, что время ремонта телевизоров есть случайная величина *X*, распределенная по показательному закону. Определить вероятность того, что на ремонт телевизора потребуется не менее 20 дней, если среднее время ремонта телевизоров составляет 15 дней. Найти плотность вероятности, функцию распределения и среднее квадратическое отклонение случайной величины *X*.

Решение. по условию математическое ожидание $M[x] = \dfrac{1}{\lambda} = 15$, откуда параметр

$\lambda = \dfrac{1}{15}$. Следовательно, плотность вероятности

$$f(x) = \frac{1}{15}e^{-\frac{1}{15}x};\ F(x) = 1 - e^{-\frac{1}{15}x} \quad (x \geq 0).$$

Искомую вероятность найдем, используя функцию распределения:

$$P(\xi \geq 20) = 1 - P(\xi < 20) = 1 - F(20) = 1 - (1 - e^{-\frac{20}{15}}) = e^{-\frac{20}{15}} \approx 0{,}264.$$

Среднее квадратическое отклонение равно

$\sigma_x = \dfrac{1}{\lambda} = 15$ дней.

Пример 15. Длительность времени безотказной работы элемента имеет показательное распределение $F(t) = 1 - e^{-0,01t}$ $(t > 0)$. Найти вероятность того, что за время длительностью $t = 50$ ч.: а) элемент откажет; б) элемент не откажет.

Решение. Обозначим через T непрерывную случайную величину – длительность времени безотказной работы элемента. Тогда функция распределения

$F(t) = P(T < t)$

определяет *вероятность отказа* элемента за время t, тогда *вероятность безотказной* работы элемента за время t, то есть

$P(T > t) = 1 - F(t)$.

Отсюда получаем:

а) $P(T < 50) = F(50) = 1 - e^{-0,01 \cdot 50} = 1 - e^{-0,5} = 1 - 0,606 = 0,394$;

б) $P(T > 50) = 1 - F(50) = e^{-0,5} = 0,606$.

Пример 16. Длина изготавливаемой автоматом детали представляет собой случайную величину ξ, распределенную по нормальному закону с параметрами $m_\xi = a =$ 15см., $\sigma_\xi = 0,2$ см.

а) найти вероятность брака, если допускаемые размеры детали должны быть $15 \pm 0,3$ (см).

б) какую точность длины можно гарантировать с вероятностью 0,97?

Решение. Так как $P(|\xi - a| < \varepsilon) = 2\Phi\left(\dfrac{\varepsilon}{\sigma_\xi}\right)$, то

$$P(|\xi - 15| < 0,3) = 2\Phi\left(\frac{0,3}{0,2}\right) = 2\Phi(1,5) = 2 \cdot 0,4332 = 0,8664$$

Тогда вероятность брака $P(|\xi - 15| > 0,3) = 1 - 0,8664 = 0,1336$.

б) Имеем $P(|\xi - a| < \varepsilon) = 0,97$, $a = 15$, ε – ?

с другой стороны,

$$P(|\xi - a| < \varepsilon) = 2\Phi\left(\frac{\varepsilon}{\sigma_\xi}\right).$$

Следовательно,

$$2\Phi\left(\frac{\varepsilon}{\sigma_\xi}\right) = 0,97, \quad \Phi\left(\frac{\varepsilon}{\sigma_\xi}\right) = 0,485.$$

По таблице значений нормальной плотности распределения $\varphi(x) = \dfrac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-x^2/2}$ находим

$\dfrac{\varepsilon}{\sigma_\xi} = 2,17$; $\varepsilon = 2,17 \cdot \sigma_\xi = 2,17 \cdot 0,2 = 0,434$ (см).

Следовательно, с вероятностью 0,97 можно гарантировать размеры $15 \pm 0,434$ (см).

Задача 7.

Элементы математической статистики.

В ходе проведения эксперимента получен следующий набор данных:

55,42 67,49 57,71 64,59 56,01 70,97 71,53 47,66 67,70 82,75

40,89	29,04	59,59	97,18	51,00	67,15	62,16	52,77	53,26	33,04
68,22	96,22	46,60	51,25	58,66	65,12	67,98	61,10	60,44	65,73
53,19	69,11	71,90	71,24	83,94	74,64	73,35	50,80	75,48	59,12
89,03	60,87	60,01	46,90	54,85	27,21	72,91	45,28	49,57	44,11
67,54	78,21	54,19	65,35	26,81	70,84	34,52	60,96	76,75	63,58
93,89	44,32	54,91	48,84	63,08	68,11	71,08	72,17	80,42	59,43
55,41	70,35	62,28	22,61	63,95	100,46	54,59	79,99	41,43	63,39
80,67	62,73	48,82	38,49	77,63	52,98	62,16	43,78	65,55	56,26
42,33	58,28	51,16	83,50	45,74	49,66	53,69	54,96	67,58	79,60

Пусть случайная величина X –наугад взятое значение из набора данных. Требуется для случайной величины X:

1..Составить выборочное распределение.

2. Построить гистограмму и график выборочной функции распределения.

3. Найти состоятельные несмещенные оценки математического ожидания и дисперсии.

4. Построить доверительные интервалы для математического ожидания и дисперсии с уровнем доверия p=0,95.

5. На основании анализа формы построенной гистограммы выдвинуть гипотезу о законе распределения и проверить справедливость гипотезы по критерию Пирсона с уровнем значимости α=0,05.

Решение.

1. *Первым этапом статистического изучения вариации являются построение вариационного ряда* - упорядоченного распределения единиц совокупности по возрастающим (чаще) или по убывающим (реже) значениям признака и подсчет числа единиц с тем или иным значением признака. Для этого сначала построим ранжированный ряд. Ранжированный ряд — это перечень отдельных единиц совокупности в порядке возрастания (убывания) изучаемого признака.

22,61	43,78	49,57	53,69	57,71	61,10	65,12	68,11	72,17	80,42
26,81	44,11	49,66	54,19	58,28	62,16	65,35	68,22	72,91	80,67
27,21	44,32	50,80	54,59	58,66	62,16	65,55	69,11	73,35	82,75
29,04	45,28	51,00	54,85	59,12	62,28	65,73	70,35	74,64	83,50
33,04	45,74	51,16	54,91	59,43	62,73	67,15	70,84	75,48	83,94
34,52	46,60	51,25	54,96	59,59	63,08	67,49	70,97	76,75	89,03
38,49	46,90	52,77	55,41	60,01	63,39	67,54	71,08	77,63	93,89
40,89	47,66	52,98	55,42	60,44	63,58	67,58	71,24	78,21	96,22
41,43	48,82	53,19	56,01	60,87	63,95	67,70	71,53	79,60	97,18
42,33	48,84	53,26	56,26	60,96	64,59	67,98	71,90	79,99	100,46

Интервальным вариационным рядом называется упорядоченная совокупность интервалов варьирования значений случайной величины с соответствующими частотами или частностями попаданий в каждый из них значений величины.

Для его построения выполняем следующие действия:

1. Находим размах выборки

$$R = x_{наиб} - x_{наим} = 100.46 - 22.61 = 77.85$$

2. Назначаем число частичных интервалов к:

$$к = 1 + 3{,}322 \ln n.$$

Обычно $k = 9 \div 12$. Выберем к=12

3.Находим длину Δ(шаг разбиения):

$$\Delta = \frac{R}{k}, \ \Delta = \frac{77.85}{12} = 6.5, \ a_1 = 22.61$$

4. Численность отдельной группы сгруппированного ряда опытных данных называется выборочной частотой. Обозначается:

m_i^* – выборочная частота.

$$\sum_{i=1}^{k} m_i^* = 1$$

Относительная выборочная частота-отношение выборочной частоты данных вариантов к объёму выборки. Обозначается:

p_i^* – относительная выборочная частота.

$p_i^* = \frac{m_i^*}{n}$, где i – номер варианты.

Выборочная относительная частота сходится по вероятности к соответствующей вероятности.

$$\sum_{i=1}^{k} p_i^* = 1$$

5. Составляем таблицу.

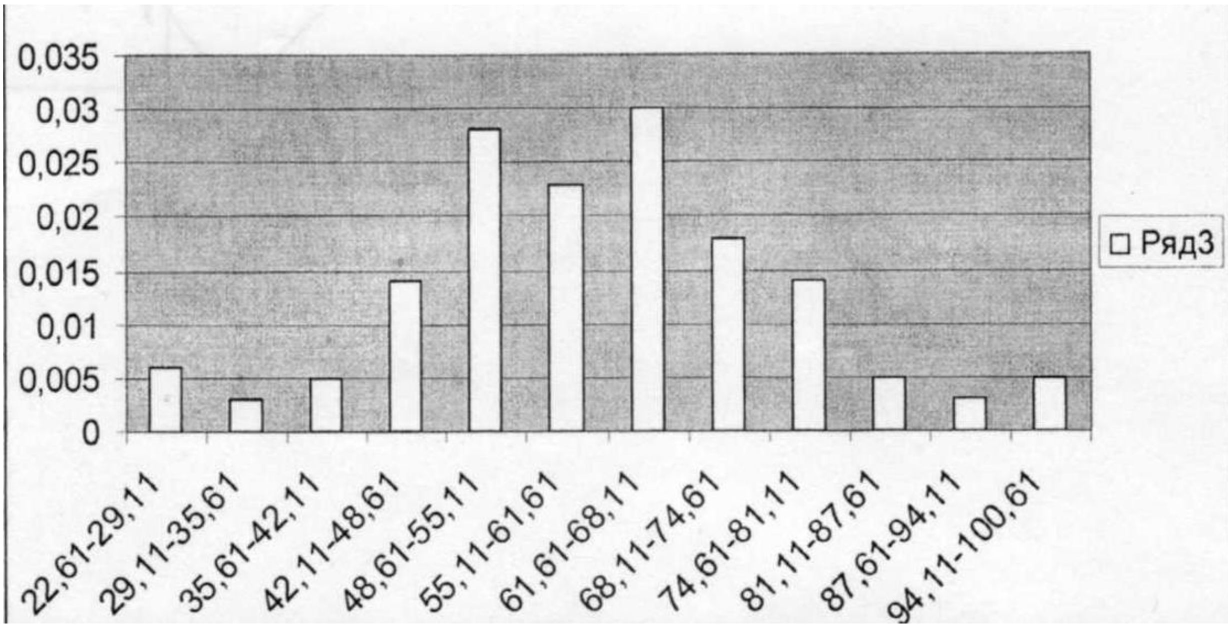
i	$[a_i; a_{i+1}]$	m_i^*	p_i^*	$h_i^* = \frac{p_i^*}{\Delta}$	$\tilde{x}_i = \frac{a_i + a_{i+1}}{2}$
1	22,61-29,11	4	0,04	0,006	25,86
2	29,11-35,61	2	0,02	0,003	32,36
3	35,61-42,11	3	0,03	0,005	38,86
4	42,11-48,61	9	0,09	0,014	45,36
5	48,61-55,11	18	0,18	0,028	51,86
6	55,11-61,61	15	0,15	0,023	58,36
7	61,61-68,11	20	0,2	0,03	64,86
8	68,11-74,61	12	0,12	0,018	71,36
9	74,61-81,11	9	0,09	0,014	77,86
10	81,11-87,61	3	0,03	0,005	84,36
11	87,61-94,11	2	0,02	0,003	90,86
12	94,11-100,61	3	0,03	0,005	97,36
		$\sum = 100$	$\sum = 1$		

Где h_i^* – плотность относительной частоты;

$\tilde{x}_i$ – середина частичных интервалов.

2. *Построение гистограммы плотностей относительных частот.*

Гистограмма относительных частот — это фигура, состоящая из прямоугольников, опирающихся на интервалы группировки с высотами равными $h_i^* = \frac{p_i^*}{\Delta}$. Площадь всей гистограммы должна быть равна 1. Гистограмма является оценкой генеральной функции плотности $f(x)$.



По виду гистограммы мы подбираем подходящий для данного случая теоретический закон распределения:

Сравниваем гистограмму с теоретическими кривыми основных законов (нормальный, показательный, равномерный).

По виду гистограммы можно выдвинуть гипотезу о нормальном законе случайной величины *X*.

3. Нахождение состоятельных несмещенных оценок математического ожидания и дисперсии. Найдем оценки математического ожидания a^* *и дисперсии* D^*.

Основными параметрами генеральной совокупности являются математическое ожидание (генеральная средняя) $M(X)$ и среднее квадратическое отклонение s . Это постоянные величины, которые можно оценить по выборочным данным. Оценка генерального параметра, выражаемая одним числом, называется точечной.

Точечной оценкой генеральной средней a является выборочное среднее. Выборочным средним называется среднее арифметическое всех значений величины, встречающихся в выборке.

Если выборочное среднее вычисляется по не сгруппированным данным, то для его определения сумму всех значений делят на количество элементов в выборке. В данном случае определяем по сгруппированным данным(см. табл.):

$$a^* = \bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{k} \tilde{x}_i \cdot m_i^*}{n} = \frac{6083}{100} = 60.83,$$

$$D^* = \bar{s}^2 = \frac{\sum_{i=1}^{k} (\tilde{x}_i - \bar{x})^2 \cdot m_i^*}{n} = \frac{23387.9}{99} = 236.24,$$

$$\bar{s} = \sqrt{\bar{s}^2} = \sqrt{36.24} = 15.37\,.$$

$(\tilde{x}_i - \bar{x})^2 \cdot m_i^*$	$\tilde{x}_i \cdot m_i^*$
4891,6	103,44
1621,08	64,72

1448,04	116,58
2153,89	408,24
1448,3	933,48
91,51	875,4
324,82	1297,2
1330,57	856,32
2610,19	700,74
1660,98	253,08
1803,60	181,72
4003,32	292,08
$\sum = 23387.9$	$\sum = 6083$

$a \approx \bar{x}, \;\; \sigma \approx \bar{s}.$

4. *Построим доверительные интервалы для математического ожидания и дисперсии.*

Найдем доверительный интервал для оценки с надежностью $\gamma = 0{,}95$ неизвестного математического ожидания $M(x)$ нормально распределенного признака X генеральной совокупности, если генеральное стандартное отклонение $\bar{s} = 15{,}37$, выборочная средняя $\bar{x} = 60{,}83$, объем выборки $n = 100$.

Требуется найти доверительный интервал

$$\bar{x} - t \times \frac{\bar{s}}{\sqrt{n}} < M(x) < \bar{x} + t \times \frac{\bar{s}}{\sqrt{n}}$$

Все величины, кроме t, известны. Найдем t из соотношения

$$\Phi(t) = \frac{\gamma}{2} = \frac{0{,}95}{2} = 0{,}475$$

По таблице находим $t = 1{,}96$.

Подставив $t = 1{,}96$, $\bar{x} = 60{,}83$, $\bar{s} = 15{,}37$, $n = 100$, окончательно получим доверительный интервал

Для *M(x)*:

$$J_\gamma = \left(\bar{x} - t \cdot \frac{\bar{s}}{\sqrt{n}}; \bar{x} + t \cdot \frac{\bar{s}}{\sqrt{n}} \right),$$

$$J_\gamma = (60.1; 61.56).$$

Для *D(x)*:

$$J_\gamma = \left(\bar{s}^2 - t \cdot \sigma_{\bar{s}^2}; \bar{s}^2 + t \cdot \sigma_{\bar{s}^2} \right),$$

$$J_\gamma = (220.33; 252.15).$$

$$\sigma_{\bar{s}^2} = \sqrt{\frac{2}{n-1} \cdot \bar{s}^2} = 33.5.$$

5. *Построенная гистограмма по форме напоминает график плотности вероятности нормального распределения*. Поэтому естественно выдвинуть гипотезу о нормальном распределении случайной величины *X* Проверим справедливость выдвинутой гипотезы по критерию Пирсона с уровнем значимости α=0,05. Тогда гипотетическая функция плотности распределения случайной величины *X* имеет вид:

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \cdot e^{\frac{-(x-a)^2}{2\sigma^2}}$$

Нормальный закон распределения также называется законом Гаусса.

Нормальный закон распределения занимает центральное место в теории вероятностей. Это обусловлено тем, что этот закон проявляется во всех случаях, когда случайная величина является результатом действия большого числа различных факторов. К нормальному закону приближаются все остальные законы распределения.

Можно легко показать, что параметры a и σ, входящие в плотность распределения являются соответственно математическим ожиданием и средним квадратическим отклонением случайной величины *X*.

График плотности нормального распределения называется нормальной кривой или кривой Гаусса.

Нормальная кривая обладает следующими свойствами:

- Функция определена на всей числовой оси.
- *f(x)*>0
- Ось OX является горизонтальной асимптотой графика плотности вероятности, т.к. при неограниченном возрастании по абсолютной величине аргумента *x*, значение функции стремится к нулю.
- *f(x)* достигает max в точке *x-a;*

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \cdot e^{\frac{-(x-a)^2}{2\sigma^2}} = \frac{1}{\sigma} \cdot \varphi\left(\frac{x-a}{\sigma}\right)$$

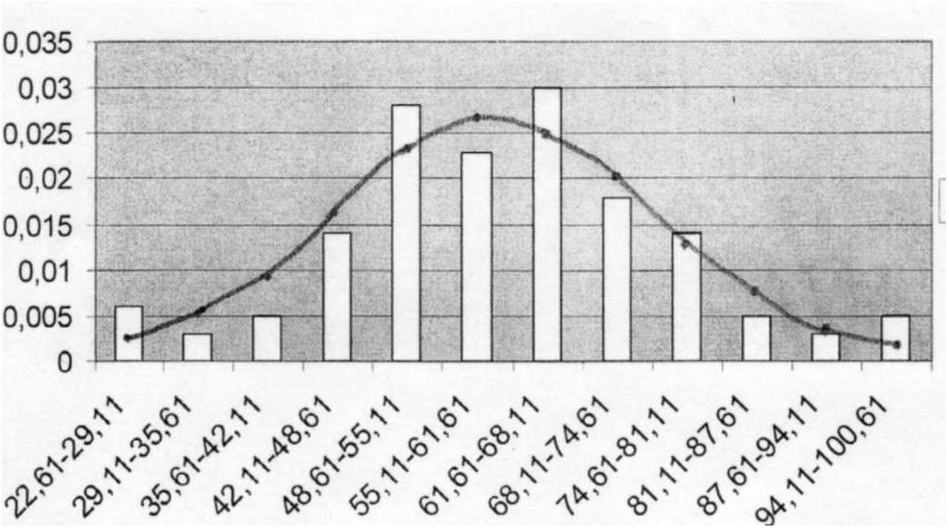
График функции имеет две точки перегиба $x = a \pm \sigma$

Для простоты вычислений составим таблицу:

i	$t_i = \frac{\tilde{x}_i - a^*}{\sigma^*}$	$\varphi(t_i)$	$f(\tilde{x}_i) = \frac{\varphi(t_i)}{\sigma^*}$	$p_i = f(\tilde{x}_i) \cdot \Delta$
1	-2,28	0,03	0,002	0,013
2	-1,85	0,072	0,005	0,033
3	-1,43	0,144	0,009	0,059
4	-1,01	0,24	0,016	0,104
5	-0,58	0,337	0,022	0,143
6	-0,16	0,394	0,026	0,169
7	0,26	0,386	0,025	0,163
8	0,69	0,314	0,02	0,13

9	1,11	0,216	0,014	0,091
10	1,53	0,124	0,008	0,052
11	1,95	0,06	0,004	0,026
12	2,38	0,024	0,002	0,013
				$\sum=$ 0,0996

Функцию плотности $f(\tilde{x}_i)=\dfrac{\varphi(t_i)}{\sigma^*}$ изобразим на гистограмме.



Критерий Пирсона - основан на изучении меры расхождения между теоретическим и статистическим распределением, которая в данном случае оценивается по сумме квадратов разности этих расхождений по всем интервалам выборки с учётом «веса» сл. в. $n \cdot p_i$..

Пирсон доказал, что значения статистического критерия не зависит от функции распределения *f(x)* и от числа опытов *n*, а зависит от числа частичных интервалов *r* интервального вариационного ряда.

Далее используем правило проверки гипотезы по критерию Пирсона.

1. Вычисляем квантиль $\chi_p^2(r-l-1)$. Для её вычисления нужно воспользоваться табличными распределениями X^2, в которых значения сл. в. находят по заданному уровню значимости α и вычисленному числу свободы υ.

$\upsilon=r-l-1=8-2-1=5$, где

r- число частичных интервалов. Если в некоторых из интервалов значения $m_i^* \prec 5$, то надо объединить расположенные рядом интервалы так, чтобы $m_i^* \succ 5$ или $m_i^*=5$, тогда число *r*- число из необъединённых интервалов, *l* число неизвестных параметров.

Имеем $p=1-\alpha=0,95$, $m=8$, $l=2$.

По таблице распределения X^2находим

$\chi_{0,95}^2(8-2-1)=\chi_{0,95}^2(5)=11,1.$

2. Находим $X_{выбор.}^2$ по формулам:

$$X^2_{выбор.} = \frac{\sum_{i=1}^{R}(n \cdot p_i^* - n \cdot p)^2}{n \cdot p_i}, \text{или } X^2_{выбор.} = \frac{\sum_{i=1}^{R}(m_i^* - m_i)^2}{m_i}.$$

Для этого удобно результаты вычислений вносить в следующую таблицу

i	p_i^*	$n \cdot p_i^*$	$n \cdot p_i$	$(n \cdot p_i^* - n \cdot p_i)$	$(n \cdot p_i^* - n \cdot p_i)^2$	$\frac{(n \cdot p_i^* - n \cdot p_i)^2}{n \cdot p_i}$
i	*0,09*	*9*	*10,5*	*-1,5*	*2,25*	*0,2*
2	*0,09*	*9*	*10,4*	*-1,4*	*1,96*	*0,2*
3	*0,18*	*18*	*14,3*	*3,7*	*13,69*	*0,96*
4	*0,15*	*15*	*16,9*	*-1,9*	*3,61*	*0,2*
5	*0,2*	*20*	*16,3*	*3,7*	*13,69*	*0,8*
6	*0,12*	*12*	*13*	*-1*	*0,01*	*0,001*
7	*0,09*	*9*	*9,1*	*-0,1*	*0,01*	*0,001*
8	*0,08*	*8*	*9,1*	*-1,1*	*1,21*	*0,133*
						$\sum = X_{выбор.} = 2.495$

3. Окончательно имеем

$2.495 = X^2_{выбор.} \prec X^2_{0.95} = 11.1.$что означает: гипотезу о нормальном распределении случайной величины X принимаем, т. к. $0.95 = P\left(X^2_{выбор.} \prec X^2_{0.95}\right)$.