**Практическое занятие № 1**

**РАСТЯЖЕНИЕ – СЖАТИЕ. РАСЧЕТ НА ПРОЧНОСТЬ**

Под **растяжением или сжатием** понимается такой вид нагружения стержня, при котором возникают только внутренние **нормальные** (продольные) силы, направленные **вдоль его продольной оси**.

При растяжении продольная сила направлена по внешней нормали к сечению и принимается положительной, а при сжатии – по внутренней и считается отрицательной.

Все внешние силы, приложенные к стержню, действуют по одной прямой – оси стержня. Поэтому можно составить только **одно уравнение равновесия** – **уравнение проекций всех сил на ось стержня**.

**Потоку ПСЖ Примечание не читать.**

*Примечание.*

*При наличии двух неизвестных реакций стержень оказывается один раз статически неопределимым.*

*Дополнительное уравнение деформаций можно получить, учитывая, что сумма удлинений всех участков стержня под действием заданных сил и опорной реакции, заменяющей одну отброшенную опору, равна нулю. Написать это уравнение можно двумя способами:*

***1.*** *Мысленно отбросив одну из опор и приложив к этому концу стержня неизвестную реакцию, определяют продольные усилия на каждом участке стержня и, зная эти усилия и размеры участка, вычисляют удлинения каждого участка. Сумму всех удлинений приравнивают нулю;*

***2.*** *Пользуясь принципом независимости действия сил, при той же схеме нагружения находят удлинения всего стержня от каждой внешней силы в отдельности. Полное удлинение от действия внешних сил приравнивается удлинению стержня от реакции опоры.*

*Определив по первому или второму способу одну опорную реакцию, вторую можно найти из уравнения статики. Но для контроля правильности решения рекомендуется вторую реакцию также определять из уравнения деформаций, отбросив соответствующую этой реакции заделку. Если реакции найдены верно, то сумма проекций всех сил на продольную ось стержня должна быть равна нулю. В том случае, когда между нижним концом стержня и заделкой имеется зазор , уравнение для определения опорной реакции приравнивают величине этого зазора.*

*После определения опорных реакций следует найти усилия на отдельных участках стержня (т. е. между точками приложения всех внешних сил, включая и опорные реакции), пользуясь методом сечений, т. е. составляя уравнения равновесия для отдельных участков стержня.*

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

Вычислив значения **продольных сил** ***N*** в характерных сечениях стержня, **строят эпюру** продольных сил, представляющую собой диаграмму изменения значения продольной силы по длине стержня при заданных внешних нагрузках.

При построении эпюры следует написать выражение для ***N*** на каждом участке стержня, затем вычислить значения ***N*** в начале и конце участка и отложить полученные значения в удобном масштабе перпендикулярно оси эпюры. Ось эпюры (**база)** располагается параллельно оси стержня. При этом положительные значения продольной силы ***N*** откладываются сверху, отрицательные – снизу от нейтральной оси эпюры.

**В местах приложения к стержню внешних сосредоточенных сил на эпюре *N* должны быть скачки, равные по абсолютной величине значению этих сил**.

**Нормальные напряжения** σ в любом поперечном сечении стержня, достаточно удаленном от места приложения нагрузки, принимаются равномерно распределенными по сечению, а их значения **определяются по формуле**

 (1)

При растяжении стержня нормальные напряжения принимаются положительными, при сжатии – отрицательными.

Для наглядного представления о распределении напряжений по длине стержня **строится** **эпюра напряжений**, которая представляет собой график, показывающий, как изменяется напряжение в поперечных сечениях по длине участков стержня. Строится она путем отложения в характерных местах вычисленных значений напряжений.

Построение эпюры напряжений σ сходно с построением эпюры продольной силы ***N***. **Скачки на эпюре должны быть как в местах приложения сосредоточенных сил, так и в местах изменения поперечного сечения стержня**.

Под влиянием внешних нагрузок стержень изменяет свою длину. Абсолютная деформация участка стержня

Δℓ = ℓ1 – ℓ, (2)

где ℓ1  – длина участка стержня после приложения нагрузки.

Относительная продольная или линейная деформация участка стержня

ε = Δℓ / ℓ. (3)

При упругих деформациях материала имеет место линейная зависимость между напряжениями и деформациями (закон Гука):

σ = Ε·ε. (4)

С учетом этих зависимостей абсолютную деформацию участка стержня можно определить по выражению

. (5)

Полную деформацию ступенчатого стержня, а также стержня с несколькими участками, в пределах которых **Е**, ***N*** и ***А*** не изменяются, определяется алгебраическим суммированием деформаций всех его участков:

. (6)

Если, например, ***N*** и ***А*** переменны по длине участков стержня, то полное удлинение стержня

. (7)

Здесь интегрирование производится в пределах каждого участка, а суммирование – по всем участкам стержня.

При вычислении полной деформации стержня, а также отдельных его участков не следует отождествлять понятия линейной деформации и перемещения, ибо в некоторых случаях участок стержня может перемещаться, но находится в недеформируемом состоянии.

**Эпюра перемещений** представляет собой график, ординаты которого изображают отложенные в масштабе перемещения сечений, а абсциссы – расстояния от этих сечений до начала координат, помещенного на неподвижной опоре.

Если перемещения определяются от действия **сосредоточенных сил** ***F*** без учета влияния собственного веса стержня, то эпюра перемещений на данном участке представлена **прямой, обычно наклонной**, поскольку удлинения пропорциональны длине. При наличии на участке **распределенной нагрузки *q*** эпюра перемещений ограничена **квадратичной параболой**.

Если на данном участке напряжение отсутствует, то линия эпюры перемещений параллельна базовой линии, т.е. оси стержня.

Стержни, работающие на растяжение или сжатие, испытывают помимо продольных деформаций и поперечные, которые определяются по формуле

Δb = b – b1, (8)

где b1  – ширина стержня после деформации.

ε′ = Δb / b. (9)

Абсолютная величина отношения относительной поперечной деформации ε′ к относительной продольной деформации ε называется **коэффициентом Пуассона**:

μ = │ε′ ⁄ ε│ . (10)

Значение этого коэффициента для различных изотропных материалов изменяется в пределах:

**0 ≤ μ ≤ 0,5**.

**1. Что надо знать о деформации растяжение–сжатие**

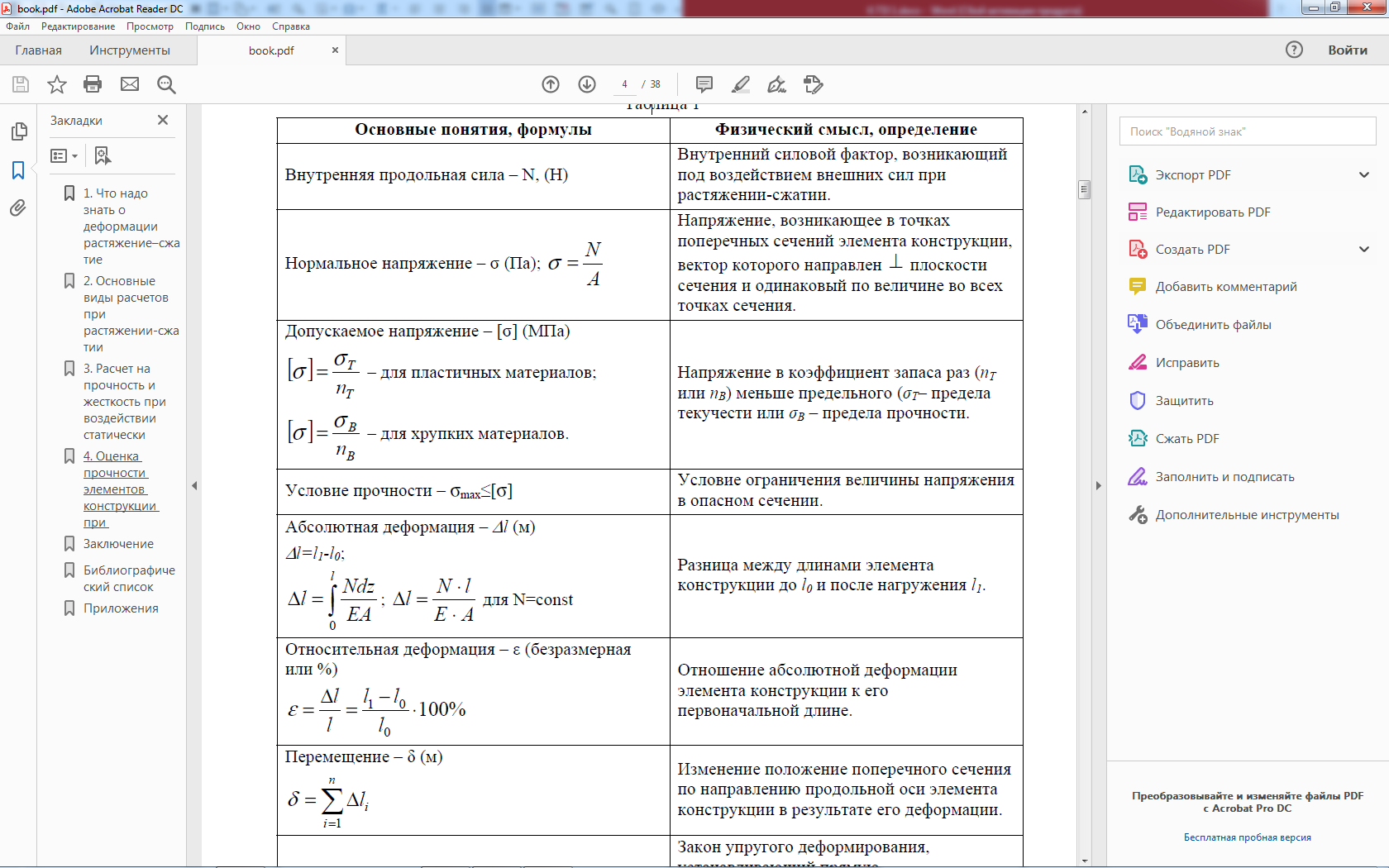
Растяжением (сжатием) называется такой вид деформации, когда в ответ на внешнее

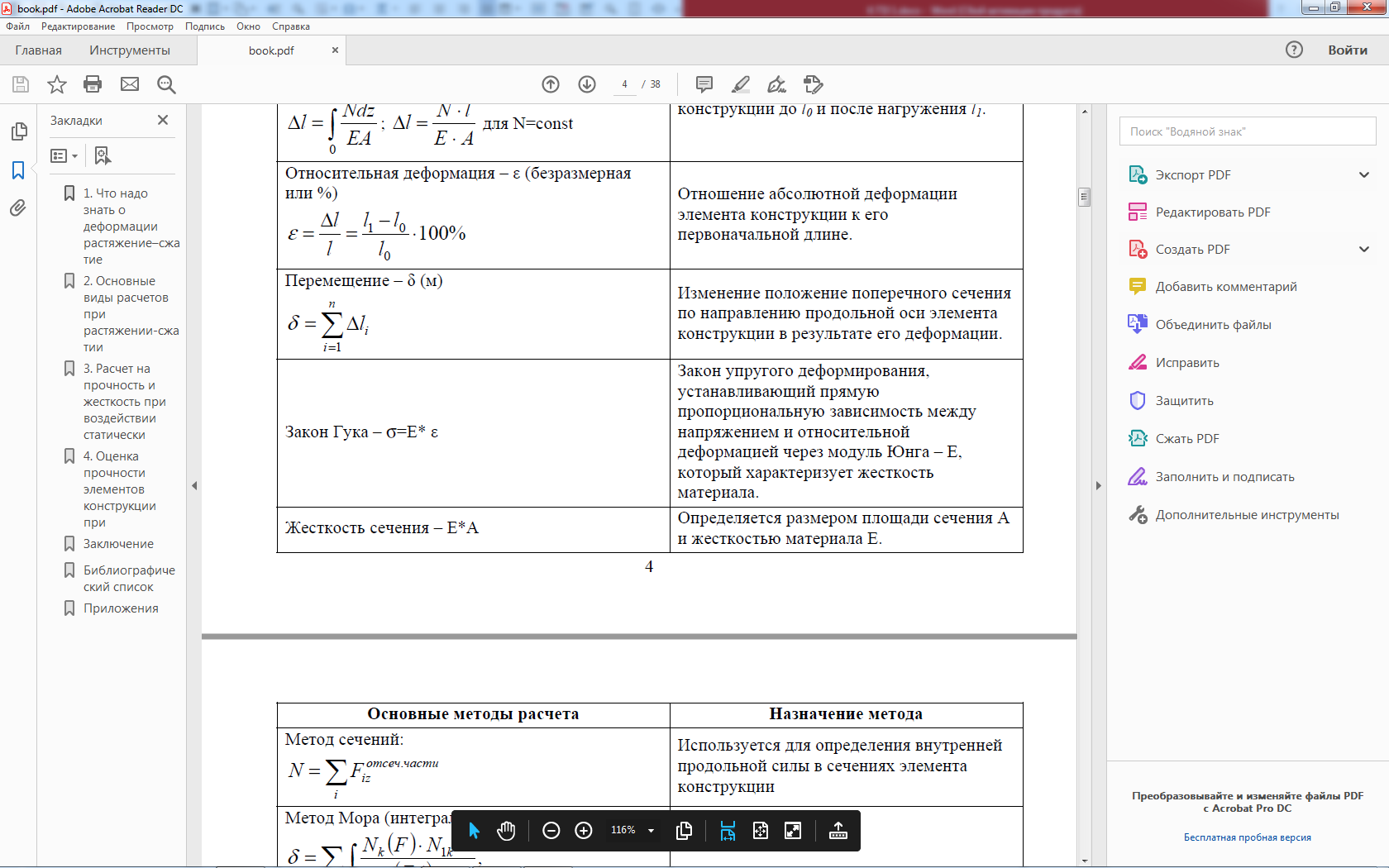
воздействие в поперечных сечениях элемента конструкции возникает один внутренний силовой фактор: внутренняя продольная сила ***N***.

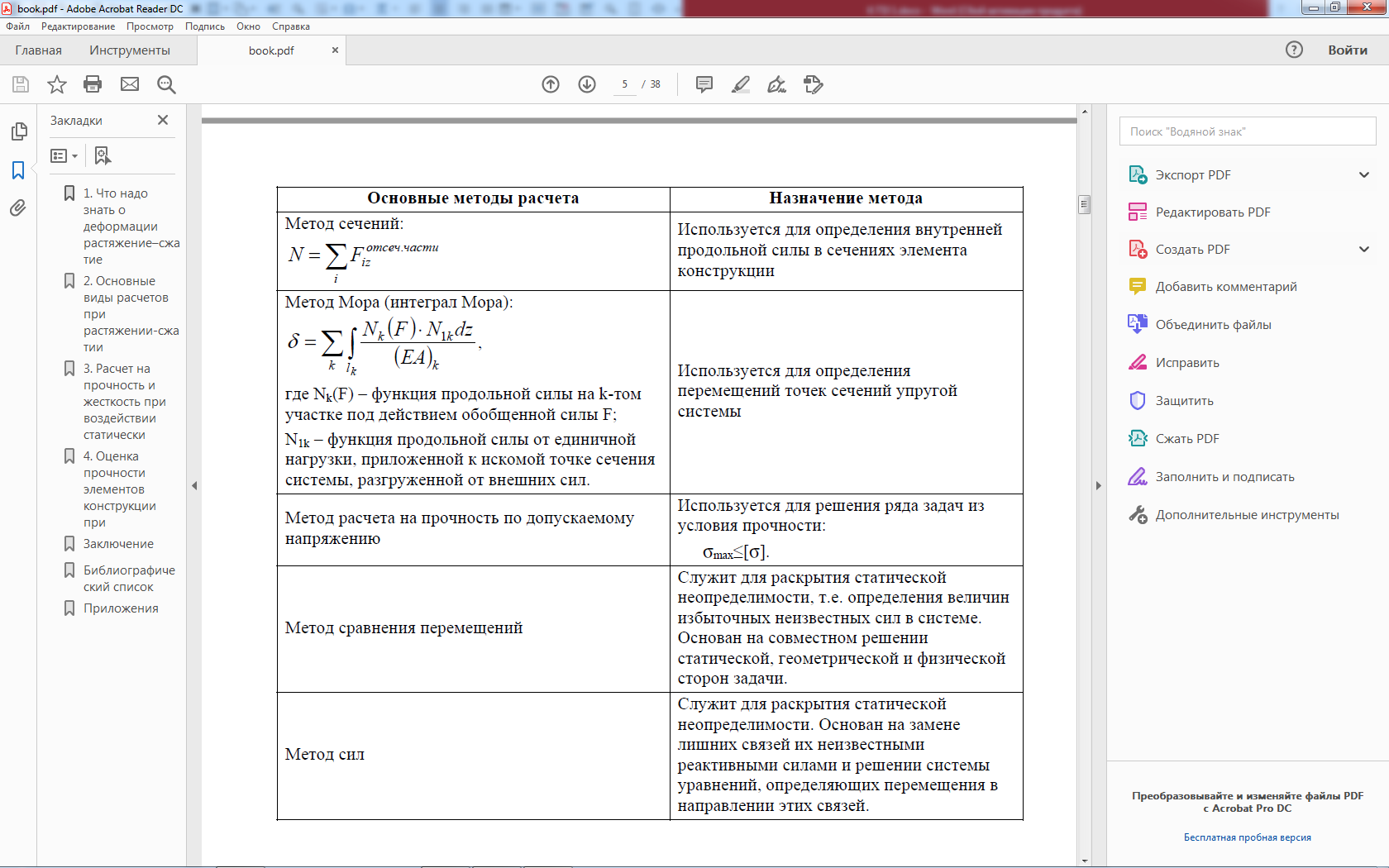
В таблице 1 приведены основные понятия и методы, необходимые для решения задач по

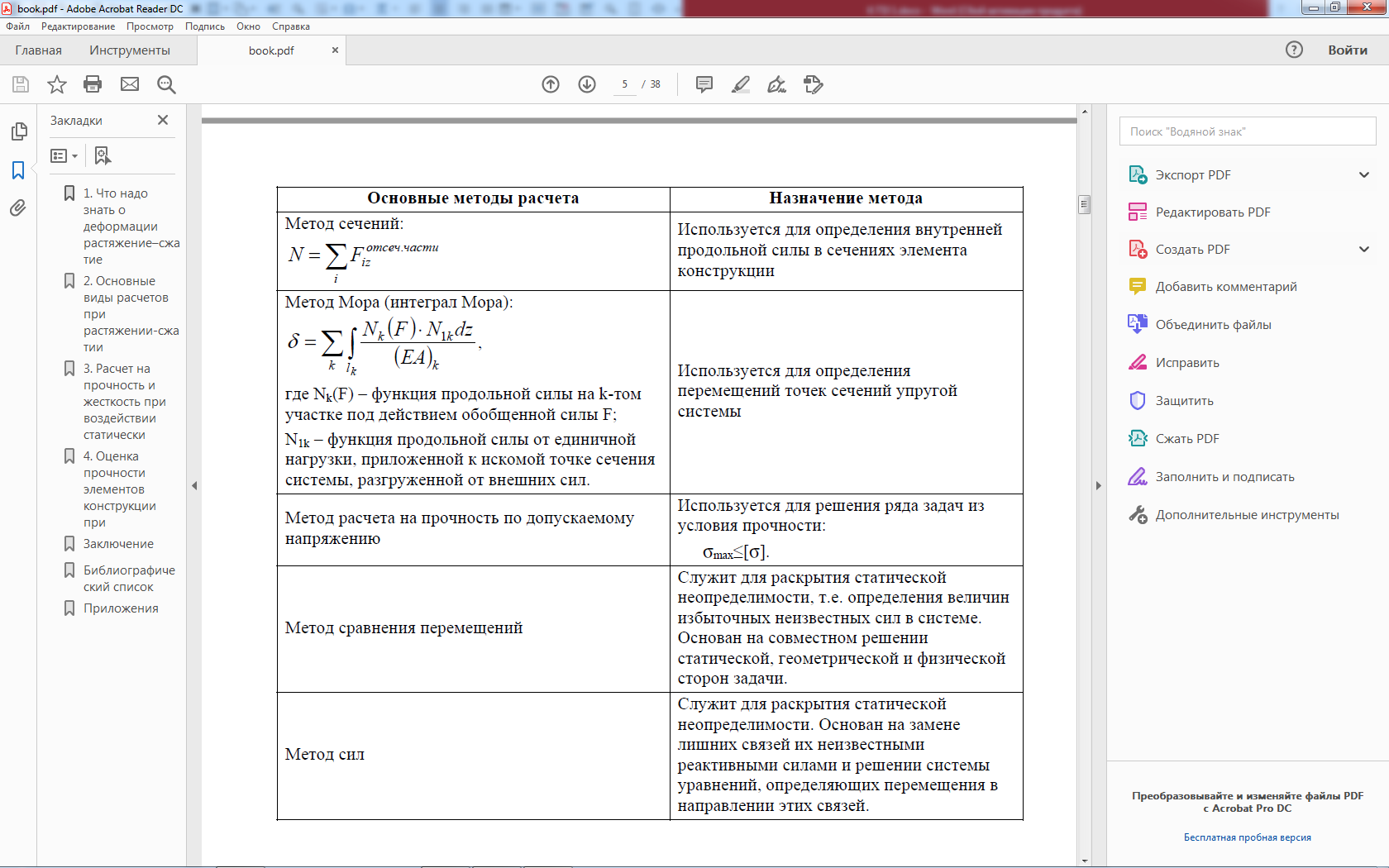
данной теме.

Таблица 1

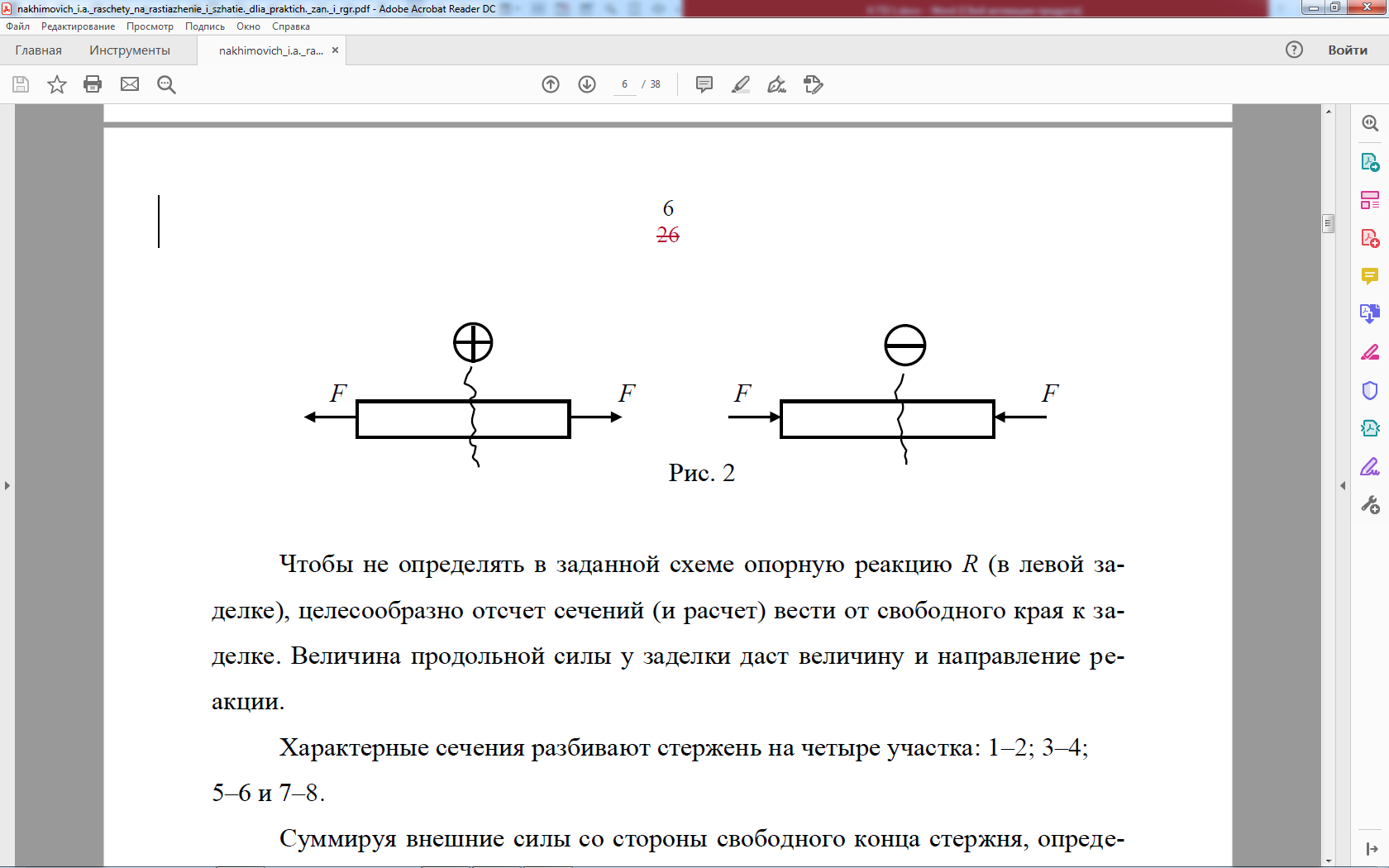








При суммировании силы, направленные от сечения и вызывающие деформацию растяжения, берутся со знаком ***плюс***, а направленные к сечению (сжатие) – со знаком ***минус***:



**2. Основные виды расчетов при растяжении-сжатии**

При растяжении-сжатии в основном проводится два вида расчетов:

• расчет элементов конструкции на прочность;

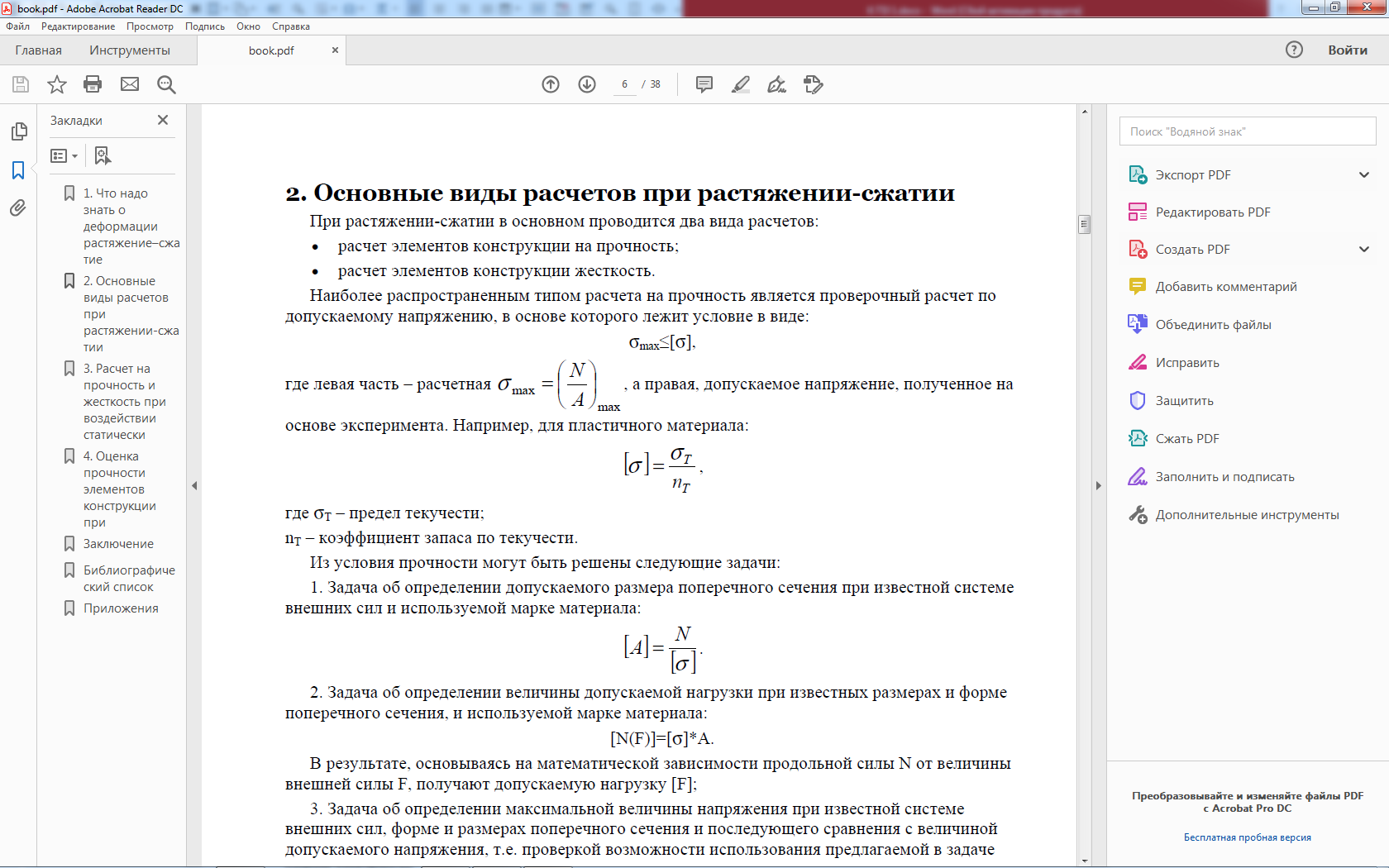
• расчет элементов конструкции жесткость.

Наиболее распространенным типом расчета на прочность является проверочный расчет по

допускаемому напряжению, в основе которого лежит условие в виде:

σmax ≤ [σ],

где левая часть – расчетная



а правая, допускаемое напряжение, полученное на основе эксперимента.

Например,:

[] = σ**T**/*n***T** или [] = σ**В**/*n***T**

где σ**T** – предел текучести **для пластичного материала**; σ**В** – временный предел прочности **для хрупкого материала** (разные предел для случая растяжения и сжатия: ; ).

*n***T** – коэффициент запаса по текучести.

Тогда уравнение проверки элемента конструкции на прочность можно переписать в виде:

или ,

где «**+**» или «**–**» применяется соответственно для участков с растяжением или сжатием.

При расчете элементов конструкции на прочность могут быть решены **следующие задачи**:

**1.** Задача об определении максимальной величины напряжения при известной системе

внешних сил, форме и размерах поперечного сечения и последующего сравнения с величиной

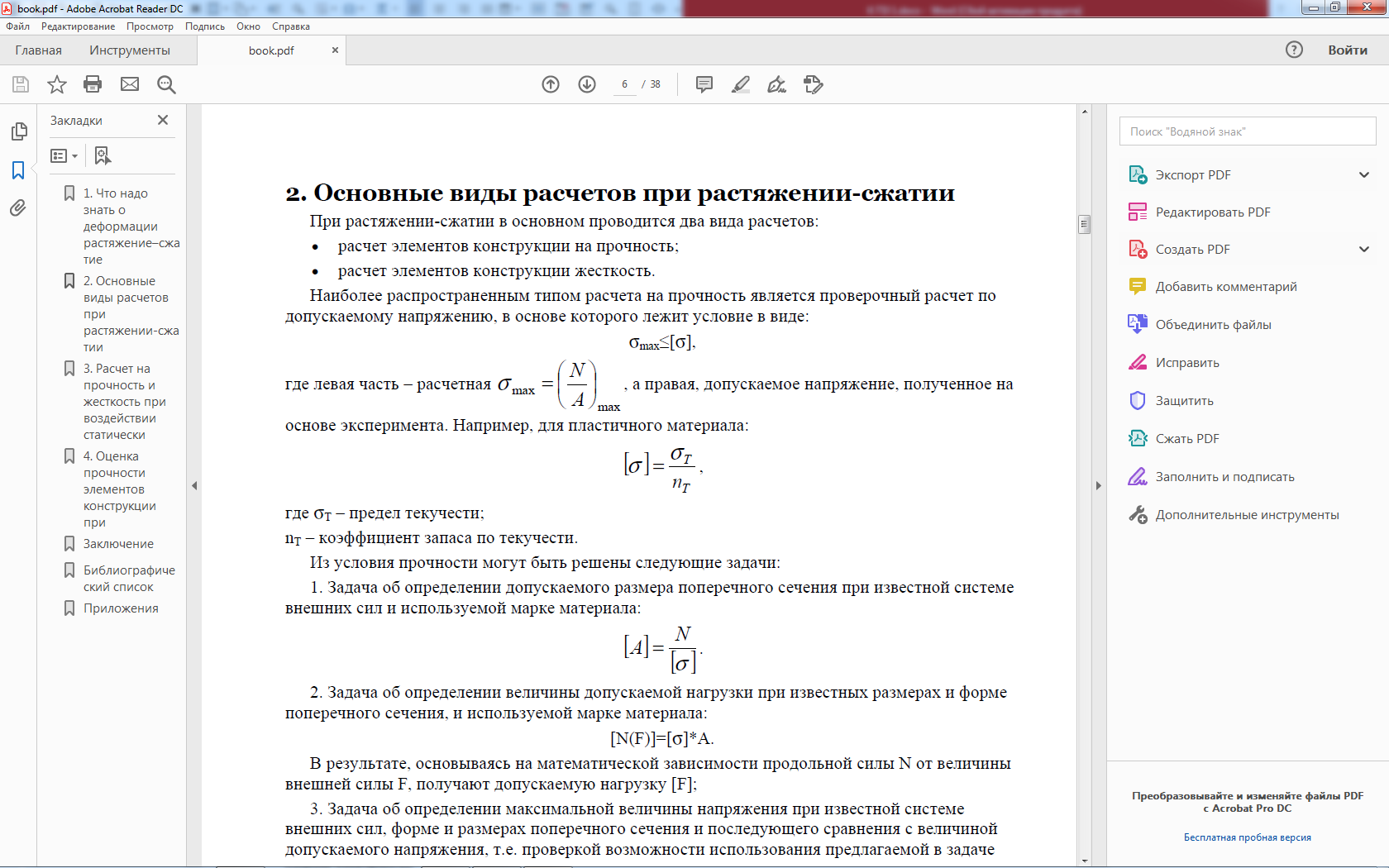
допускаемого напряжения, т.е. проверкой возможности использования предлагаемой в задаче

марки материала (задача **прямой проверки прочности** участка конструкции):

или ,

**2.** Задача об определении **допускаемого размера** поперечного сечения при известной системе

внешних сил и используемой марке материала:



**3.** Задача об определении величины **допускаемой нагрузки** при известных размерах и форме

поперечного сечения, и используемой марке материала:

[***N***(***F***)]=[σ]\****A***

В результате, основываясь на математической зависимости продольной силы ***N*** от величины внешней силы ***F***, получают допускаемую нагрузку [***F***];

Алгоритм расчета на прочность:

**1.** Определение положения опасного сечения;

**1.1.** Построение эпюры продольной силы ***N***(***F***);

**1.2.** Определение максимального значения напряжения в опасном сечении

**2.** Решение условия прочности σmax ≤ [σ], соответственно поставленной задаче.

Расчет на жесткость обычно сводится к определению максимального перемещения

поперечных сечений стержня с последующим сравнением этого значения с величиной

допускаемого перемещения. Так как последнее связано с условиями эксплуатации элемента

конструкции, то чаще всего не задано в условии задачи. Условие жесткости можно представить в следующем виде:

δmax ≤ [δ],

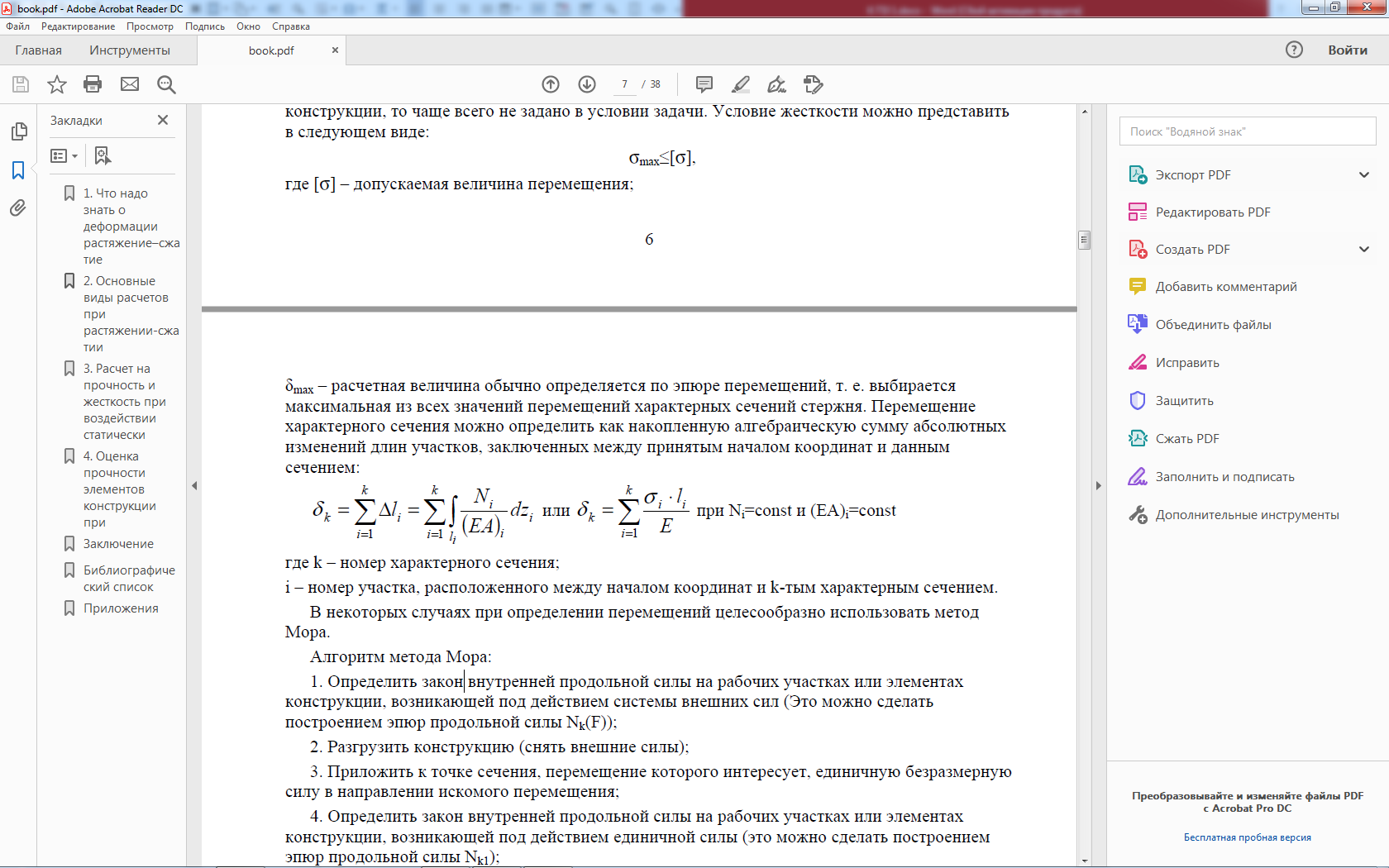
где [δ] – допускаемая величина перемещения;

δmax – расчетная величина обычно определяется по эпюре перемещений, т. е. выбирается

максимальная из всех значений перемещений характерных сечений стержня. Перемещение

характерного сечения можно определить как накопленную алгебраическую сумму абсолютных изменений длин участков, заключенных между принятым началом координат и данным

сечением:



где *k* – номер характерного сечения;

*i* – номер участка, расположенного между началом координат и *k*-тым характерным сечением.

**Задача № 1. Расчет оптимального сечения ступенчатого стержня при деформации растяжение и сжатие.**

**Исходные данные:**

Стержень изготовлен из стали, Е = 2\*105 МПа; σ**Т** = 240 МПа. Допускаемый коэффициент запаса статической прочности [n] выбрать самостоятельно ([n]= 1,2…1,8);

F1 = 17 кН; F2 = 28 кН; F3 = 7кН; *l*1 = 1,3 м; *l*2 = 1,4 м; *l*3  = 0,65 м.

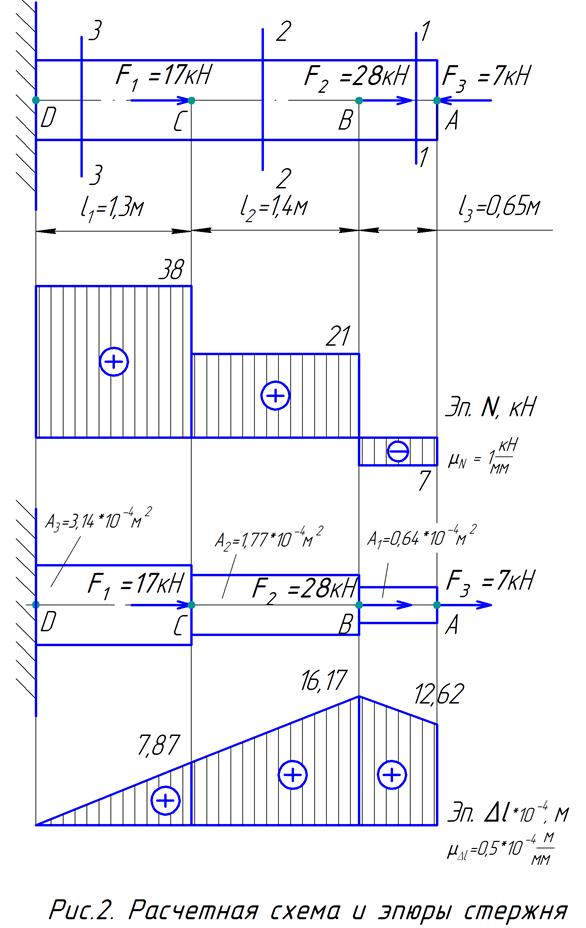
Весом стержня пренебречь.

**Задание:**

**1.** Определить оптимальный диаметр сечения круглого стержня на каждом участке по условию прочности.

**2.** Определить продольные деформации, возникающие на каждом участке стержня.

Схема стержня приведена на рис. 1.



**Рис. 1.** Расчетная схема стержня

**Решение.**

Для определения продольной силы используем метод сечений.

Эпюру продольных сил необходимо строим, руководствуясь правилом: продольная сила в любом сечении стержня равна алгебраической сумме проекций всех внешних сил, расположенных по одну сторону от сечения на ось стержня. Продольная сила считается положительной, если она соответствует деформации растяжения (направлена от сечения) и отрицательной, если она вызывает сжатие (направлена к сечению).

**1).** Разобьем стержень на отдельные участки, начиная от свободного конца. Границы участков определяются точками приложения внешних сил. Всего по длине стержня в данной задаче будет **три участка**. Проведя сечения и отбрасывая левые части стержня, можно определить продольные силы в его поперечных сечениях без вычисления опорных реакций в заделке.

**1** **участок** (сечение 1-1):

NI = –F3= –7 кН.

на первом участке происходит деформация сжатия.

**2** **участок** (сечение 2-2):

N2 = –F3+F2= –7+28 = 21 кН.

на втором участке происходит деформация растяжения.

**3** **участок** (сечение 3-3):

N3 = –F3+F2+F1= –7+28+17 = 38 кН.

на третьем участке происходит деформация растяжения.

Таким образом, **в заделке** **действует реакция** равная N3 = 38*кН.*

Эпюра продольных сил показана на рис.1. Эпюру продольных сил строим в масштабе.

**2).** Допускаемое напряжение вычисляем по формуле:

 [] = σ**T**/*n***T**

Допускаемые напряжения при сжатии и растяжении для пластичного материала, при условии, что коэффициент запаса n = 1,8.

[] = 240/1,8 = 133,3 МПа

**3).** Требуемая площадь сечения определяется из формулы условия прочности на растяжения.

Площадь круглого сечения

**1 участок**:

=

=

**2 участок**:

=

=

**3 участок**:

=

=

Удлинения (укорочения) части стержня определяем по формуле

 ,

где *l*i, ***N***i, *A*i  – соответственно длина участка, внутреннее усилие, площадь поперечного сечения, *Е* – модуль упругости материала.

Укорочение 1 участка

Удлинение 2 участка

 Удлинение 3 участка

В левом конце стержня заделка, перемещение в этом конце отсутствует. Поэтому построение эпюры смещения стержня необходимо строить, начиная с левого конца.

На третьем участке смещение изменяется от нуля в точке ***D*** до 0,87 мм в конце участка:

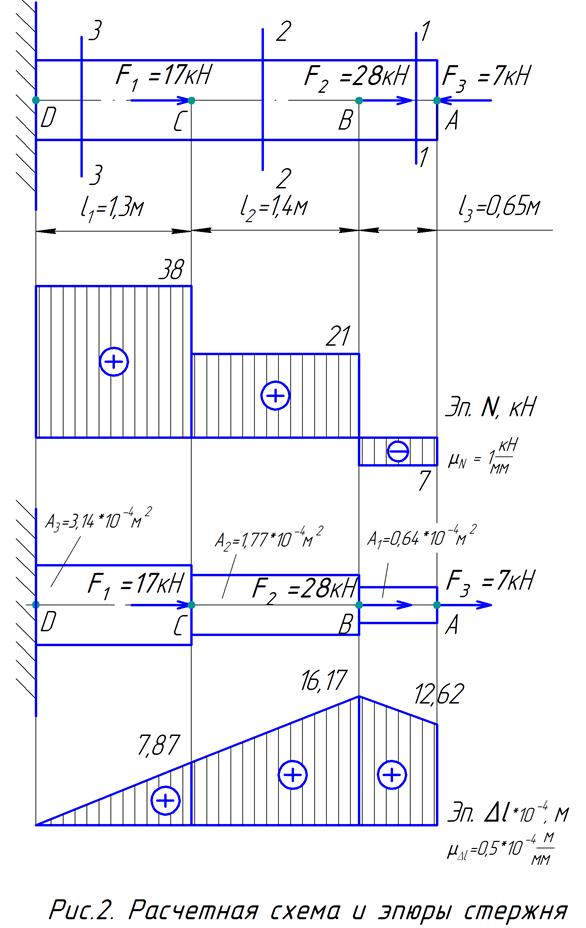
, ,

тогда перемещение точки ***C*** равно перемещению предыдущей точки ***D*** плюс перемещение третьего участка:

на втором участке перемещение точки ***B*** равно перемещению предыдущей точки ***C*** плюс перемещение второго участка:

на первом участке перемещение точки ***A*** равно перемещению предыдущей точки ***B*** плюс перемещение первого участка :

**Ответ:** Полное удлинение стержня составило в точке ***A*** (на свободном конце стержня):

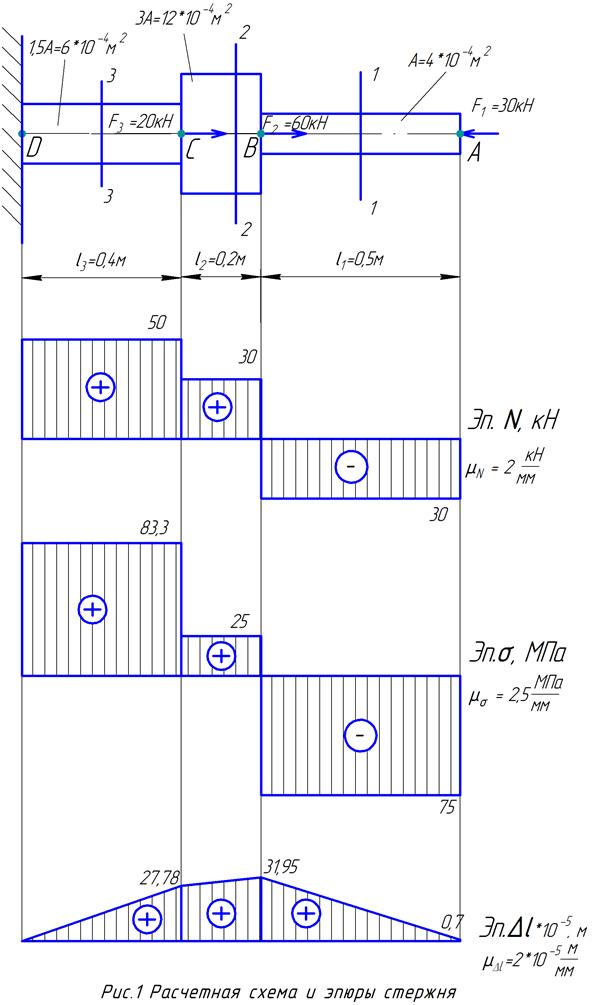


**Рис. 2.** Расчетная схема стержня и эпюры

**Задача № 2. Проверка прочности ступенчатого стержня при деформации растяжение и сжатие.**

**Задание:** Оценить прочность ступенчатого стержня из хрупкого материала. Определить его деформацию. Стержень изготовлен из чугуна: *Е*= 1,2\*105 МПа; : ; Допускаемый коэффициент запаса статической прочности [n]выбрать самостоятельно ( [n]= 1,2…1,8). Весом стержня пренебречь.

Схема стержня приведена на рис. 3.



**Рис. 3.** Расчетная схема стержня

**Исходные данные:** *l*1 = 0,5м; *l*2 = 0,2м; *l*3 = 0,4м; ***А***1 = ***А*** = 400 мм2; ***А***2 = 3***А*** = 1200 мм2; ***А***3 = 1,5А = 600 мм2; ***F***1 = 30кН; ***F***2 = 60кН; ***F***3 = 20кН.

**Решение.**

**1).** Разобьем стержень на отдельные участки, начиная от свободного конца. Границы участков определяются точками приложения внешних сил или местами изменения размеров поперечного сечения. Всего по длине стержня в данной задаче будет три участка. Проведя сечения и отбрасывая левые части стержня, можно определить продольные силы в его поперечных сечениях без вычисления опорных реакций в заделке.

Для того, чтобы определить усилие ***N***1, проводим сечения в пределах первого участка. Рассмотрим равновесие оставшейся правой части стержня.

Из уравнения равновесия оставшейся правой части выразим внутреннюю продольную силу ***N*1**через внешние силы, приложенные к оставленной части

N1 = – ***F***1= –30 кН.

Так как положительное направление совпадает с деформацией растяжения, то знак минус означает, что на первом участке происходит **деформация сжатия**.

Аналогично находим внутреннее усилие ***N***2, действующее на втором участке. Для этого проводим произвольное сечение на втором участке и рассматриваем равновесие оставшейся правой части стержня .

Уравнение равновесия в проекции на ось стержня для второго участка

–***F***1+ ***F***2–***N***2 = 0

Решая это уравнение, получим

***N***2 = –***F***1+ ***F***2 = –30 + 60 = 30 кН,

на втором участке осуществляется **деформация растяжения**.

Для того, чтобы определить внутреннее усилие ***N***3*,* действующее на третьем участке рассмотрим равновесие оставшейся части стержня.

–***F***1+ ***F***2+ ***F***3– ***N***3 = 0.

Решая это уравнение, получим

***N***3 = – ***F***1+ ***F***2+ ***F***3 = –30 + 60 +20 = 50 кН,

на третьем участке осуществляется **деформация растяжения**.

Таким образом, **в заделке** **действует реакция** равная ***N***3 = 50 кН*.*

Эпюра продольных сил показана на рис.4.

**2).** Чтобы определить **напряжение** в поперечных сечениях бруса, нужно разделить числовые значения продольных сил на площади этих сечений.

Для первого участка

Допускаемые напряжения при сжатии, при условии, что коэффициент запаса n=1,2

Условие прочности для первого участка выполняется:

**Недогруз** **конструкции** на первом участке составил

что выше допустимого (10%).

Для второго участка (сечение 2–2):

На втором участке **деформация растяжения**.

Допускаемые напряжения при растяжении, при условии, что коэффициент запаса n=1,2

Условие прочности для второго участка выполняется

**Недогруз конструкции** на втором участке составил

что выше допустимого (10%).

Для третьего участка (сечение 3–3):

 На третьем участке **деформация растяжения**. Допускаемые напряжения при растяжении  = 94,2 МПа*.*

Условие прочности для третьего участка выполняется

**Недогруз конструкции** на третьем участке составил

что выше допустимого (10%).

Эпюра нормальных напряжений по длине бруса показана на рис. 4.

**3).** Удлинения (укорочения) части стержня определяем по формуле

 ,

где *l*i, ***N***i, *A*i  – соответственно длина участка, внутреннее усилие, площадь поперечного сечения, *Е* – модуль упругости материала.

укорочение первого участка

удлинение второго участка

удлинение третьего участка

В левом конце стержня заделка, перемещение в этом конце отсутствует. Поэтому построение эпюры деформации стержня необходимо строить, начиная с левого конца.

На третьем участке деформация изменяется от нуля до   = 0,278 мм;

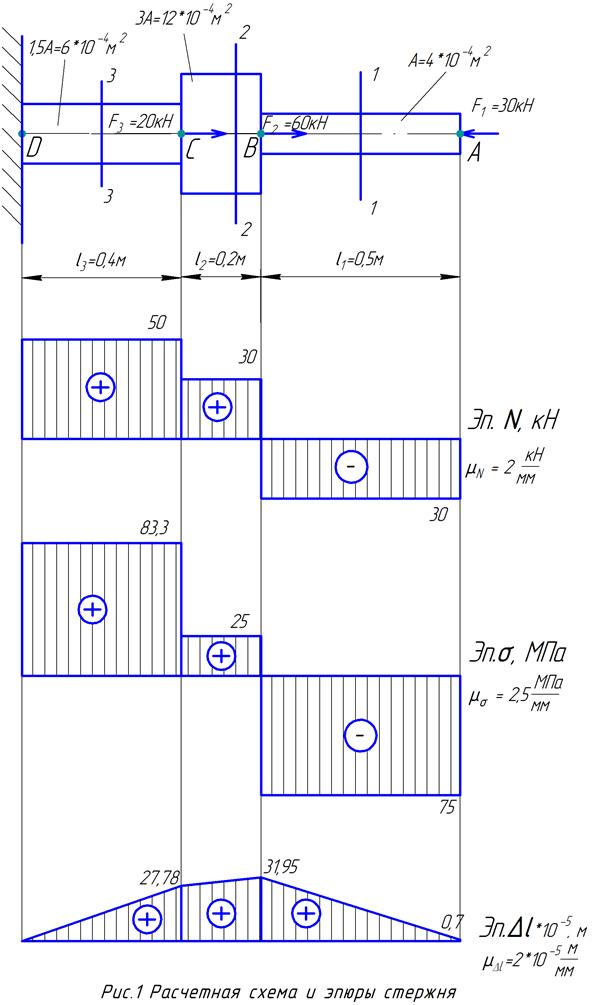
на втором от  = 0,278 мм

до

  на первом от

до

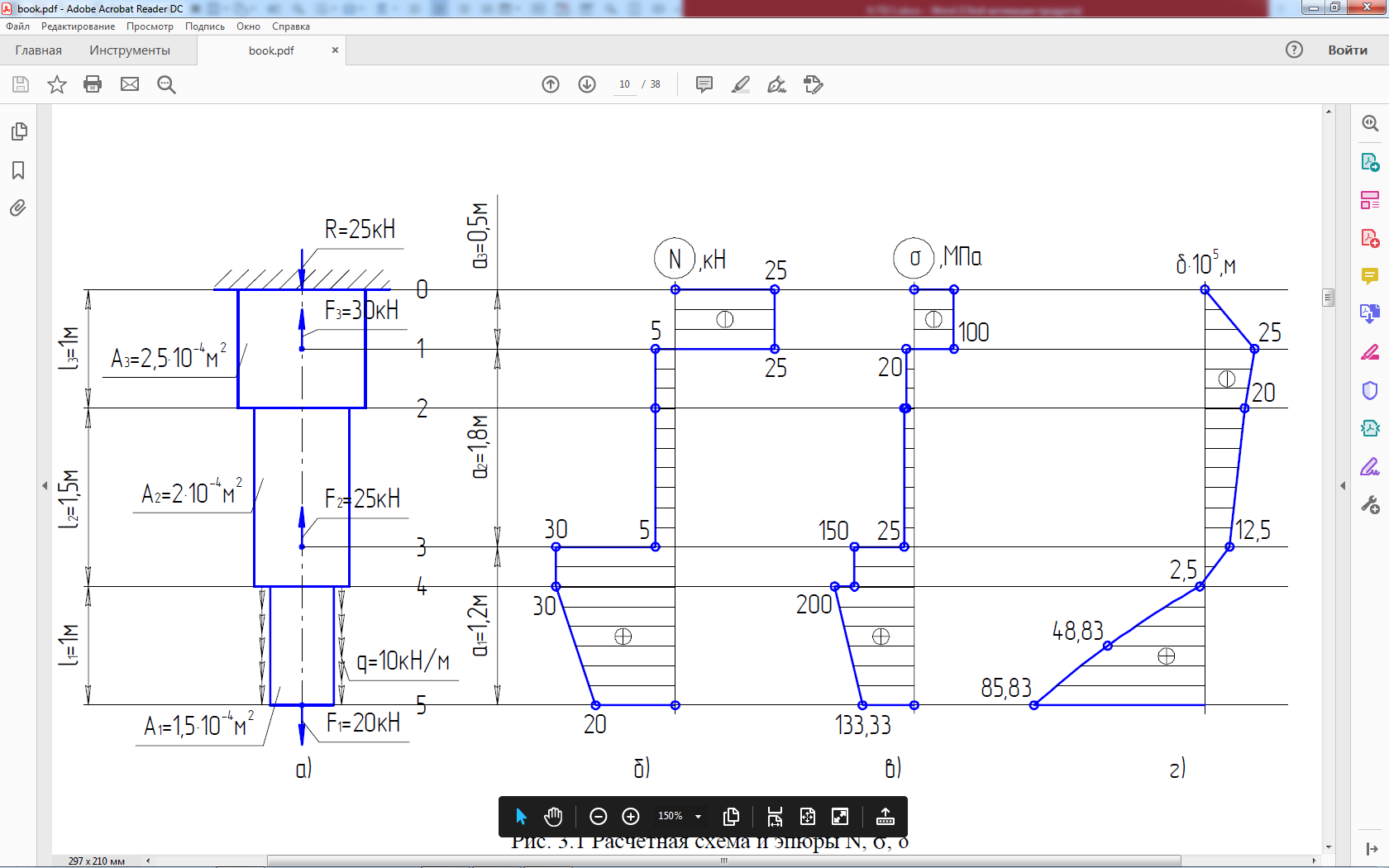
**Ответ:** Полное удлинение бруса составило  и прочность стержня по допускаемым напряжениям выполняется.



**Рис. 4.** Расчетная схема стержня и эпюры

**Задача № 3. Расчет на прочность и жесткость при воздействии статически определимой системы сил.**

**Исходные данные:** Стержневой элемент конструкции переменного поперечного сечения нагружен осевыми нагрузками (рис. 5). Материал, из которого изготовлен стержень, **Ст.3** имеет следующие механические характеристики: E=2\*105 МПа; σ**T** = 240 МПа; nТ = 1,5. Требуется проверить прочность, а также определить максимальное перемещение поперечных сечений стержня.



**Рис. 5.** Расчетная схема стержня

**Решение.**

Анализ системы действующих сил показывает, что она относится к статически определимой, т.к. в заделке возникает одна реактивная сила ***R***. Для данного типа системы сил можно составить одно уравнение статического равновесия Σ***F***iy = 0 и реакцию ***R*** определить из этого уравнение равновесия. Очевидно, что ***R*** = –25 кН.

Согласно алгоритму прочностного расчета для определения положения опасного сечения:

**1.** Построим эпюру продольных сил, используя метод сечений (рис.6, б).

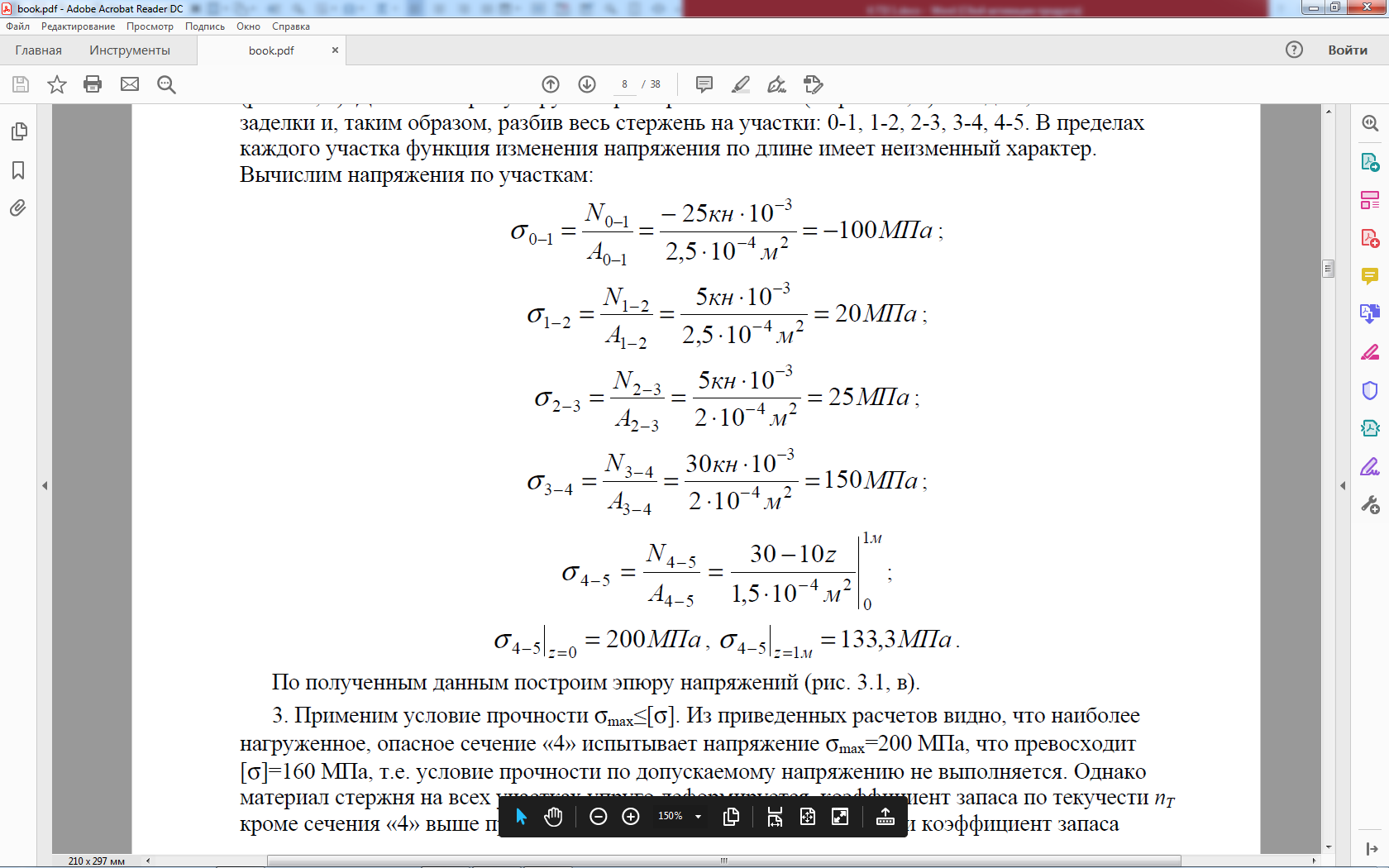
**2.** Определим напряжения в характерных сечениях стержня и построим эпюру напряжений

(рис. 6, в). Для этого пронумеруем характерные сечения (на рис 6, а) от 0 до 5, начиная с

заделки и, таким образом, разбив весь стержень на участки: 0-1, 1-2, 2-3, 3-4, 4-5. В пределах

каждого участка функция изменения напряжения по длине имеет неизменный характер.

Вычислим напряжения по участкам:

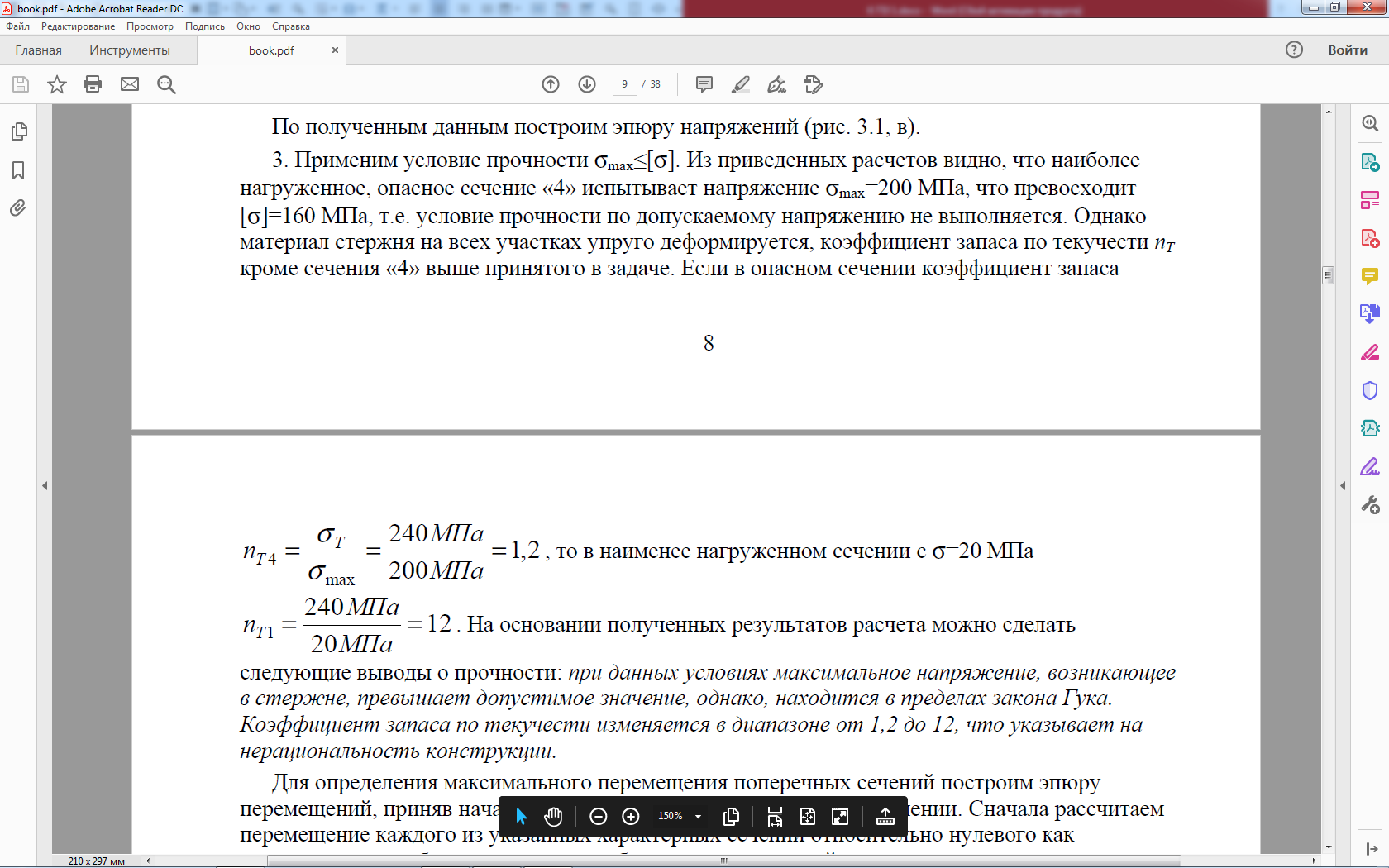


По полученным данным построим эпюру напряжений (рис. 6, в).

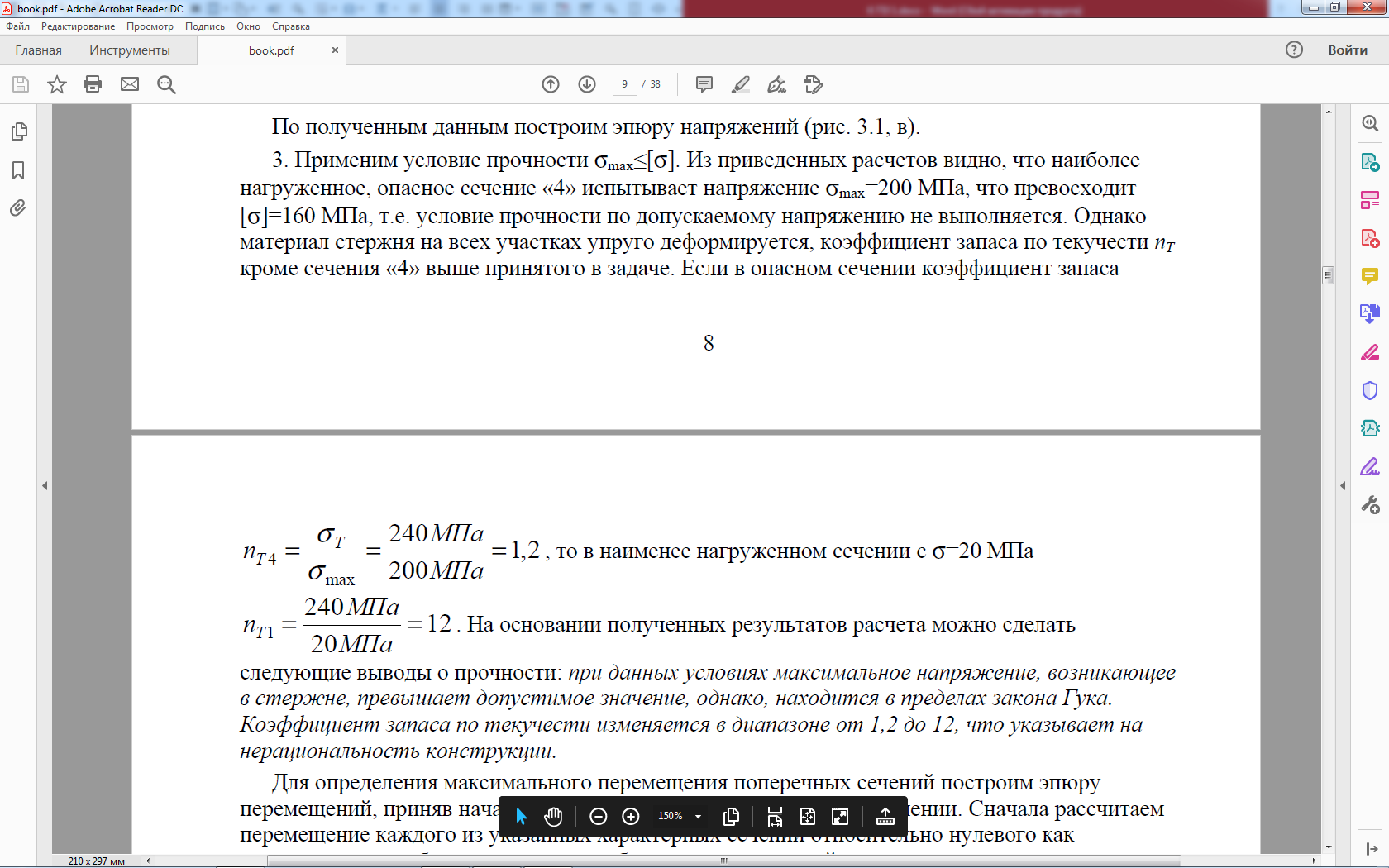
**3.** Применим условие прочности σmax ≤ [σ]. Из приведенных расчетов видно, что наиболее

нагруженное, опасное сечение «**4**» испытывает напряжение σmax = 200 МПа, что превосходит [σ] = 160 МПа, т.е. условие прочности по допускаемому напряжению не выполняется. Однако материал стержня на всех участках упруго деформируется, коэффициент запаса по текучести nТ кроме сечения «4» выше принятого в задаче.

Если в опасном сечении коэффициент запаса



то в наименее нагруженном сечении с σ = 20 МПа



На основании полученных результатов расчета можно сделать следующие выводы о прочности: при данных условиях максимальное напряжение, возникающее в стержне, превышает допустимое значение, однако, находится в пределах закона Гука.

Коэффициент запаса по текучести изменяется в диапазоне от 1,2 до 12, что указывает на

нерациональность конструкции.

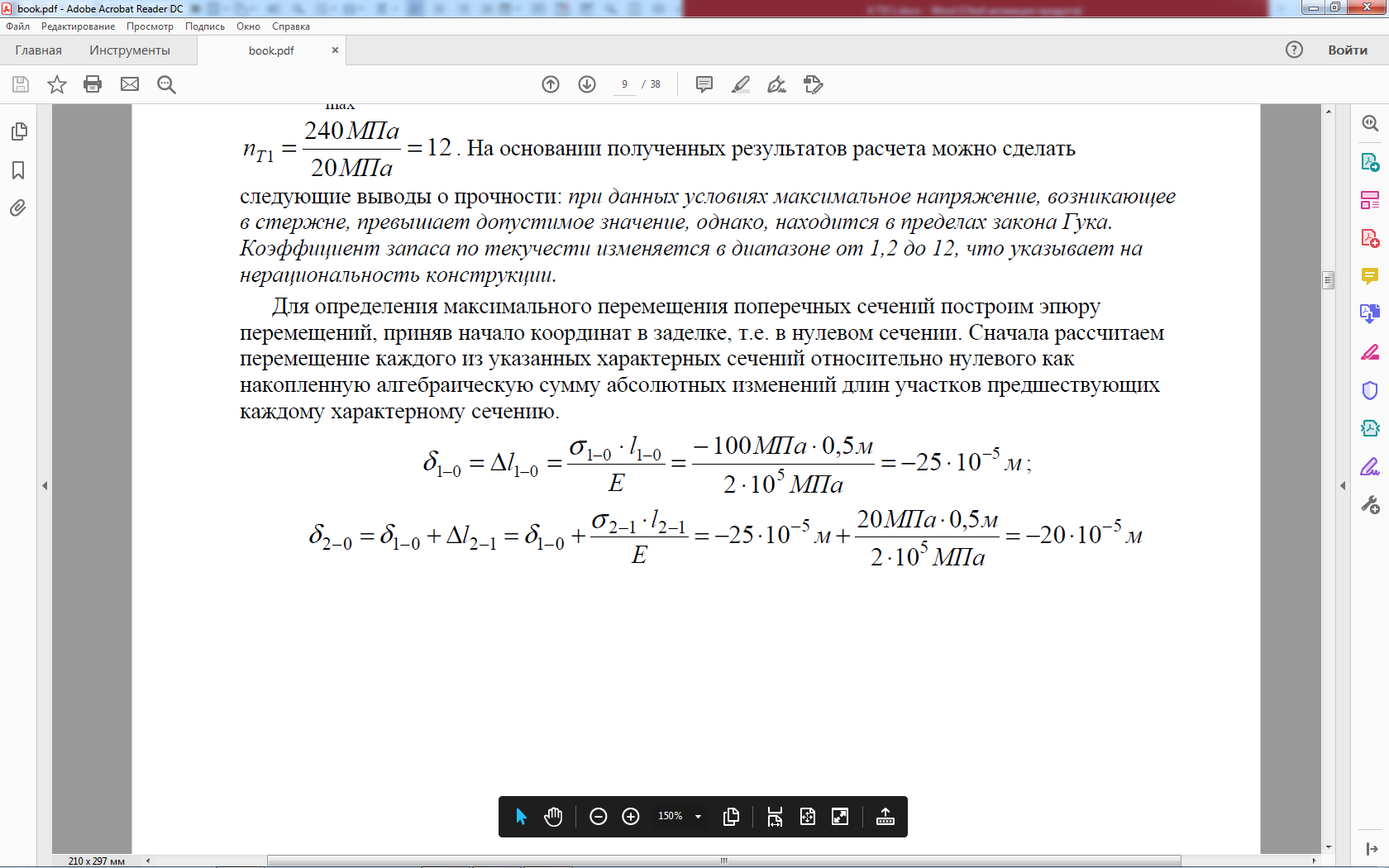
Для определения максимального перемещения поперечных сечений построим эпюру

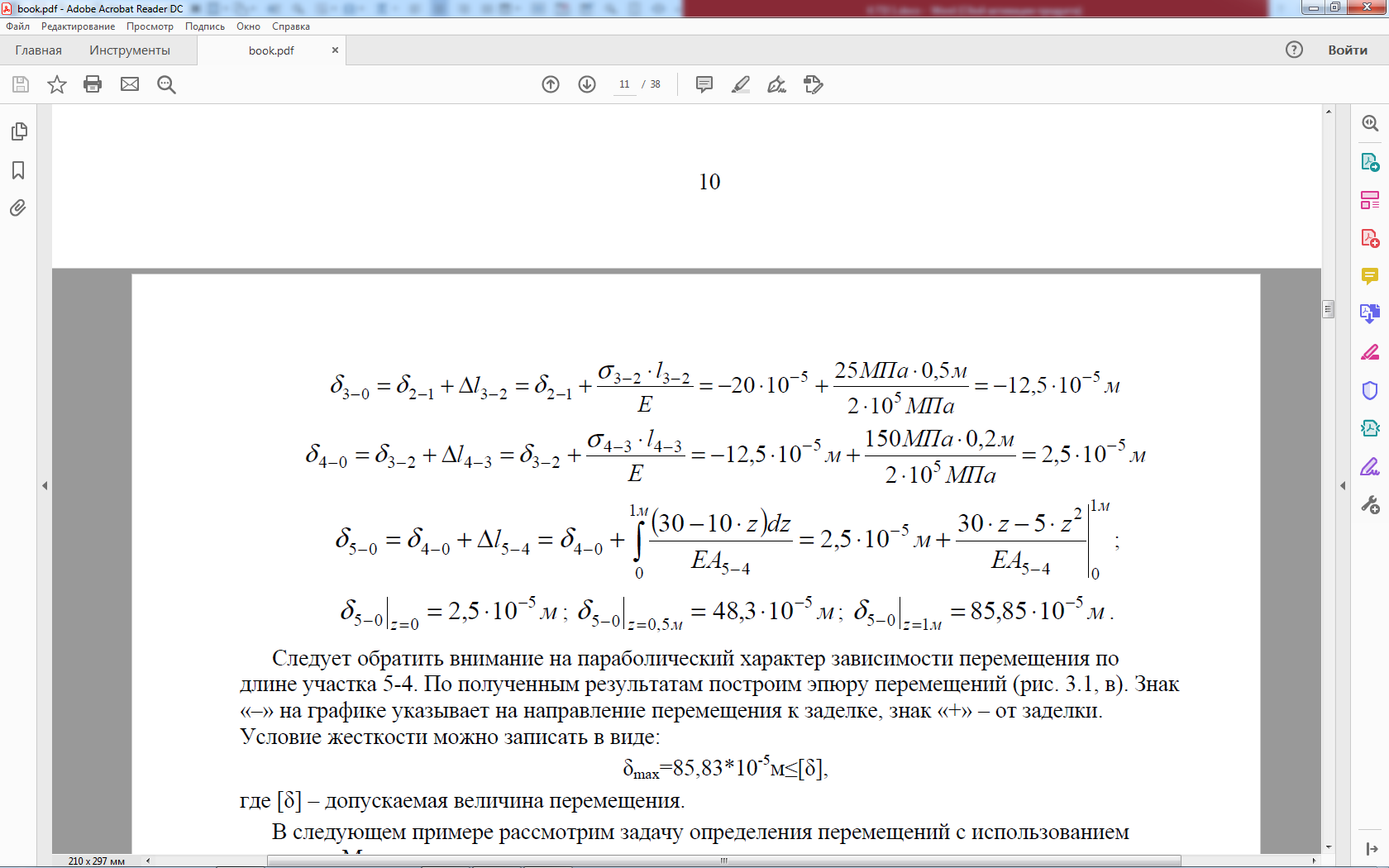
перемещений, приняв начало координат в заделке, т.е. в нулевом сечении. Сначала рассчитаем

перемещение каждого из указанных характерных сечений относительно нулевого как

накопленную алгебраическую сумму абсолютных изменений длин участков предшествующих

каждому характерному сечению.



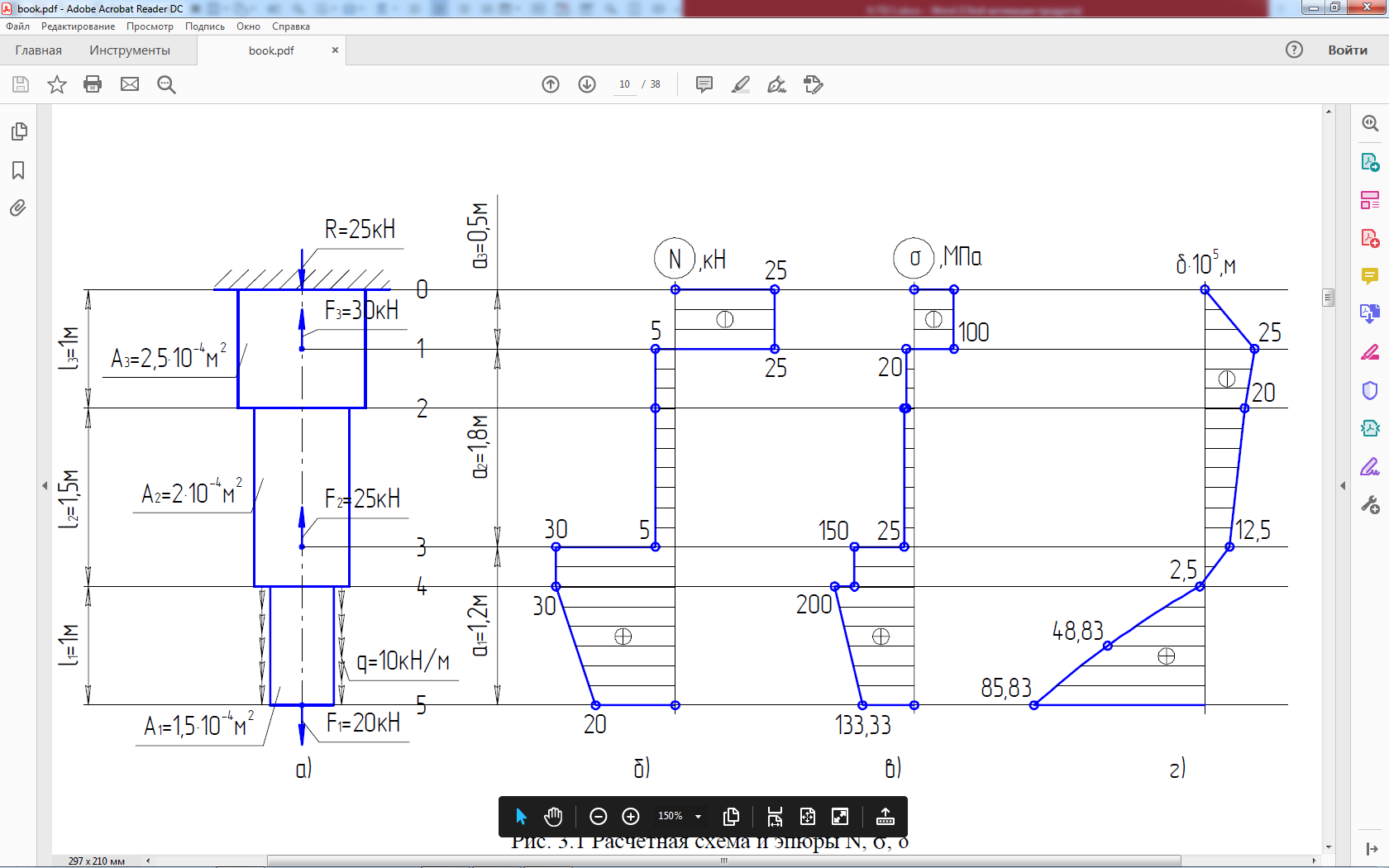


Следует обратить внимание **на параболический характер зависимости перемещения по длине участка 5-4**. По полученным результатам построим эпюру перемещений (рис. 6, в). Знак «**–**» на графике указывает на направление перемещения **к заделке**, знак «**+**» – **от заделки**.

Условие жесткости можно записать в виде:

δmax = 85,83\*10-5м ≤ [δ],

где [δ] – допускаемая величина перемещения.

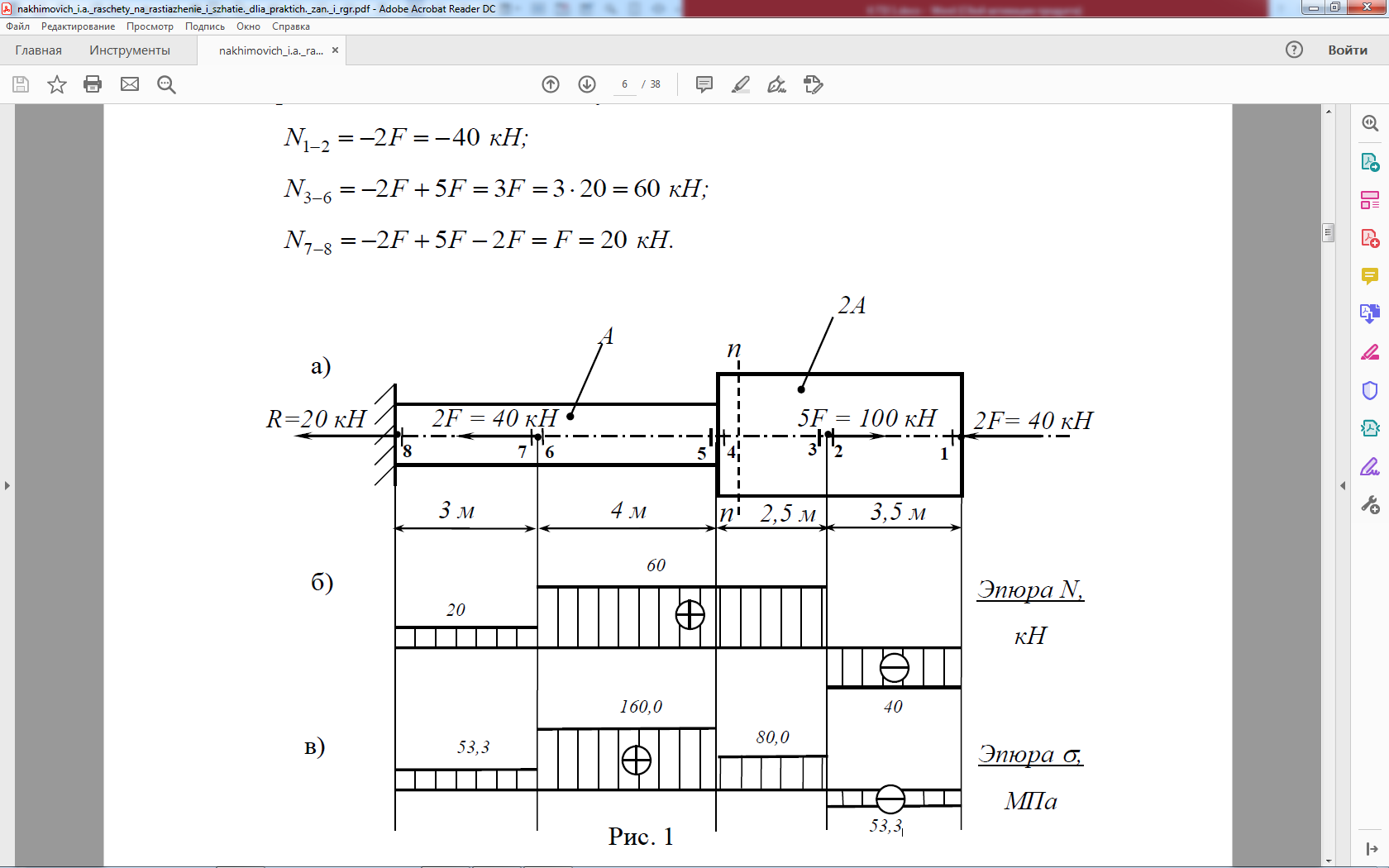


**Рис. 6.** Расчетная схема стержня и эпюры

**Задача № 4.**

Рассмотрим стальной стержень переменного сечения, жестко закрепленный с одной стороны и нагруженный центральными внешними сосредоточенными силами, ***F*** *=* 20 кН

(рис. 7)*.*



**Рис. 7.** Расчетная схема стержня

**Требуется:**

**1.** Построить эпюры продольных сил (***N***).

**2.** Определить площади поперечных сечений каждой ступени стержня.

**3.** Построить эпюру нормальных напряжений σ.

**4.** Вычислить полную абсолютную продольную деформацию стержня.

**5.** Найти относительную продольную и относительную поперечную деформацию участка с заданным сечением *n – n.*

Для заданной расчетной схемы (рис. 8, а):

**1.** Определим величины внутренних (продольных) сил, возникающих на каждом участке заданного ступенчатого стержня, применив метод сечений.

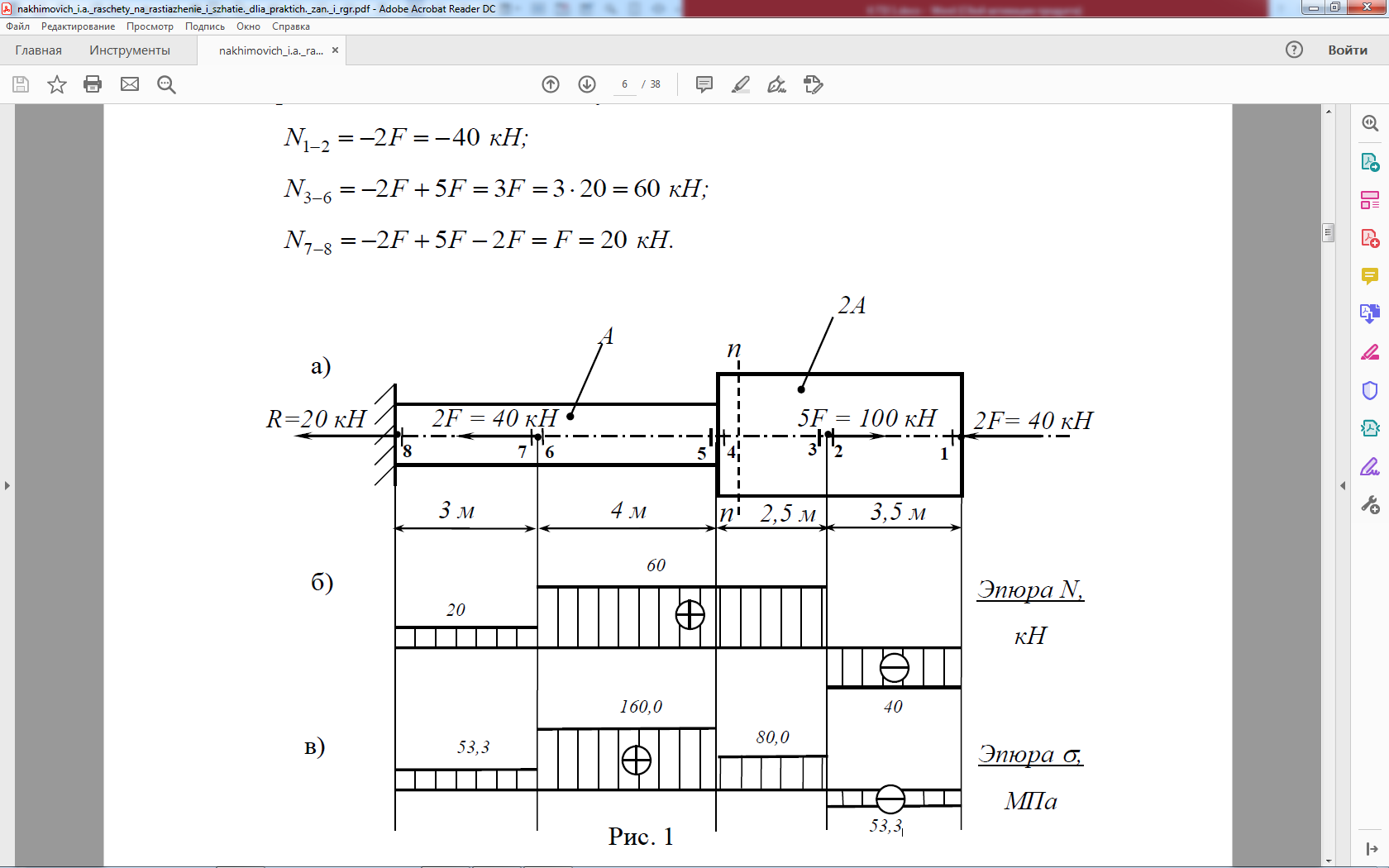
Разобьем брус на участки. Границами участков являются характерные сечения, находящиеся на бесконечно малых расстояниях от точек приложения сил или от мест, где резко меняется площадь поперечного сечения стержня. Отсчет сечений целесообразно вести от свободного края к заделке.

На основании метода сечений ***продольная сила в любом сечении стержня численно равна алгебраической сумме проекций сил (активных и реактивных) на продольную ось стержня, действующих на оставленную часть****.*

Чтобы не определять в заданной схеме опорную реакцию ***R*** (в левой заделке), целесообразно отсчет сечений (и расчет) вести от свободного края к заделке. Величина продольной силы у заделки даст величину и направление реакции.

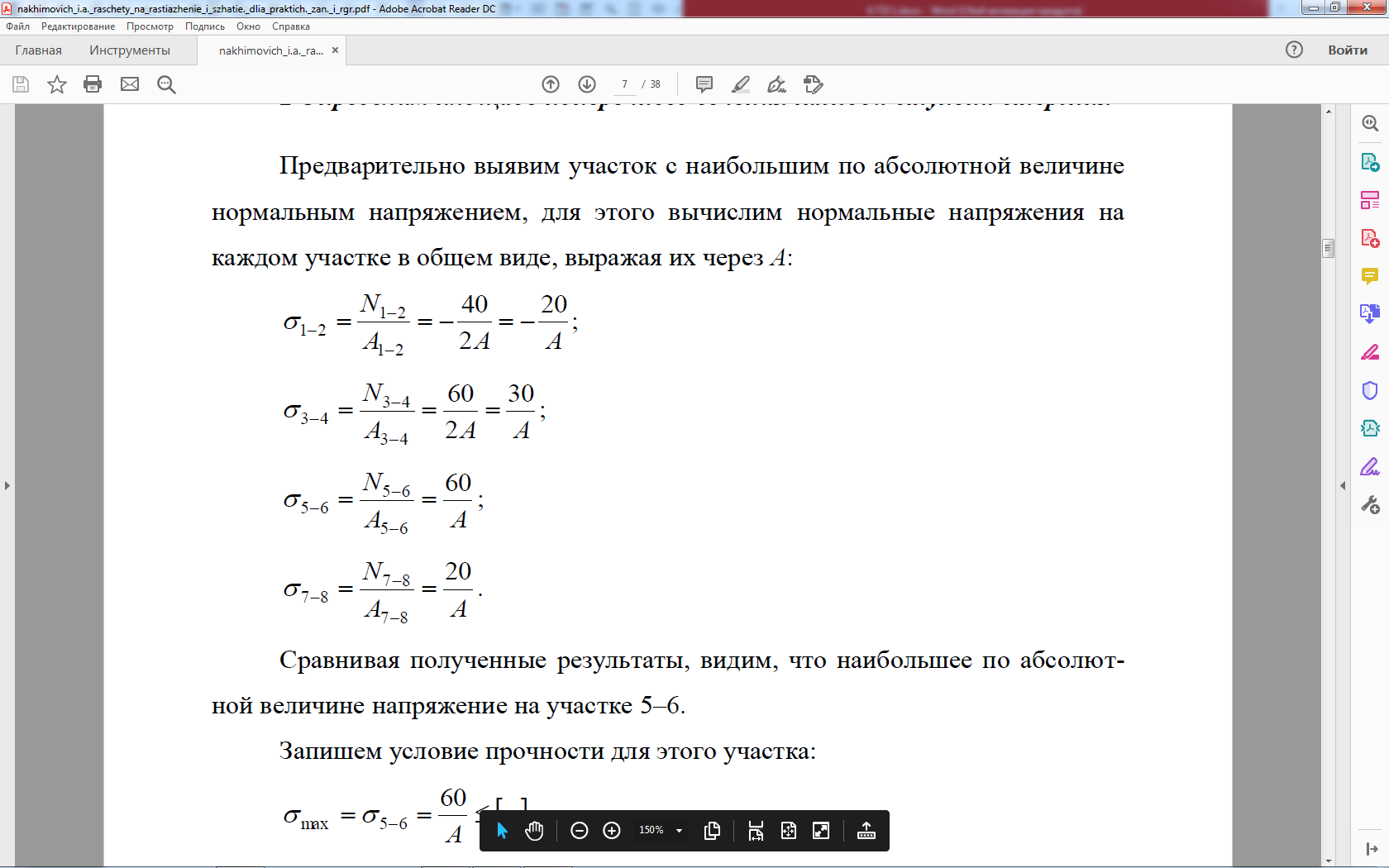
Характерные сечения разбивают стержень на четыре участка: 1–2; 3–4; 5–6 и 7–8.

Суммируя внешние силы со стороны свободного конца стержня, определим продольные силы на каждом участке:



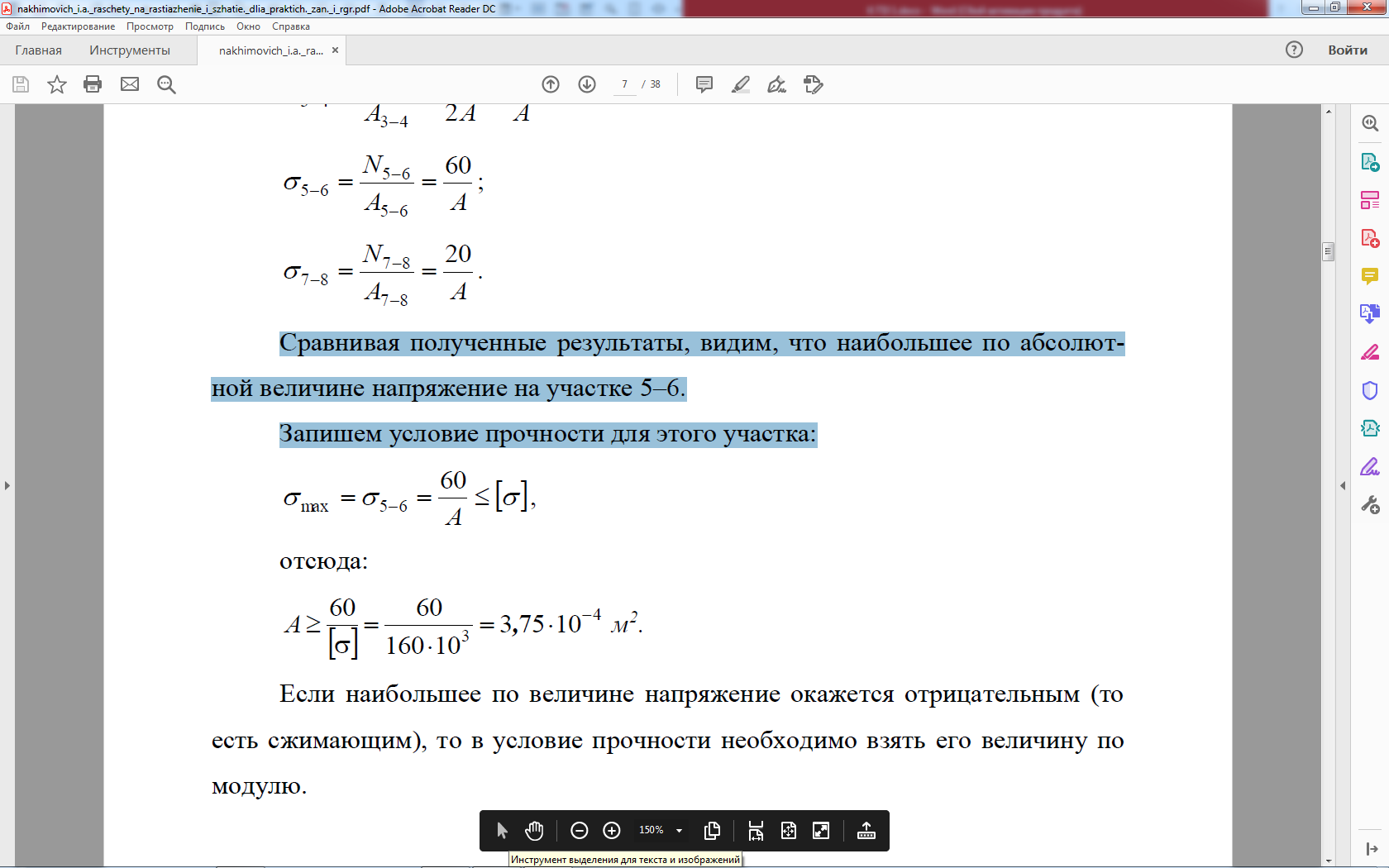
По полученным результатам строим эпюру продольных сил N, откладывая от базисной линии положительные значения вверх, отрицательные – вниз (рис. 8, б). По эпюре продольных сил видно, что реактивная сила в жесткой заделке будет направлена влево (растяжение), а ее величина равна продольной силе в 8-м сечении, ***R*** = 20 кН.

**2.** Определим площадь поперечного сечения каждой ступени стержня. Предварительно выявим участок с наибольшим по абсолютной величине нормальным напряжением, для этого вычислим нормальные напряжения на каждом участке в общем виде, выражая их через ***А***:

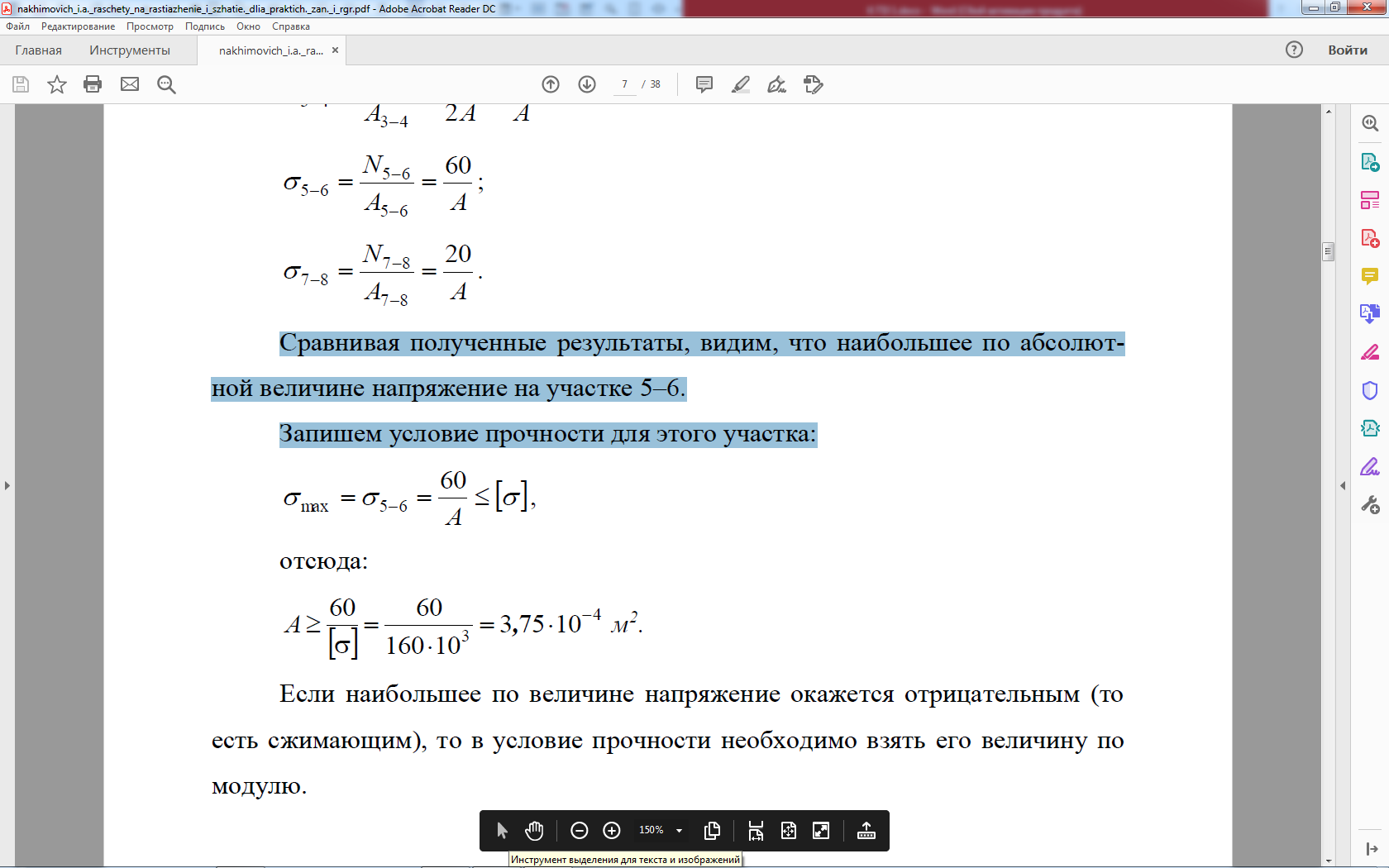


Сравнивая полученные результаты, видим, что наибольшее по абсолютной величине напряжение на участке 5–6.

Запишем условие прочности для этого участка:

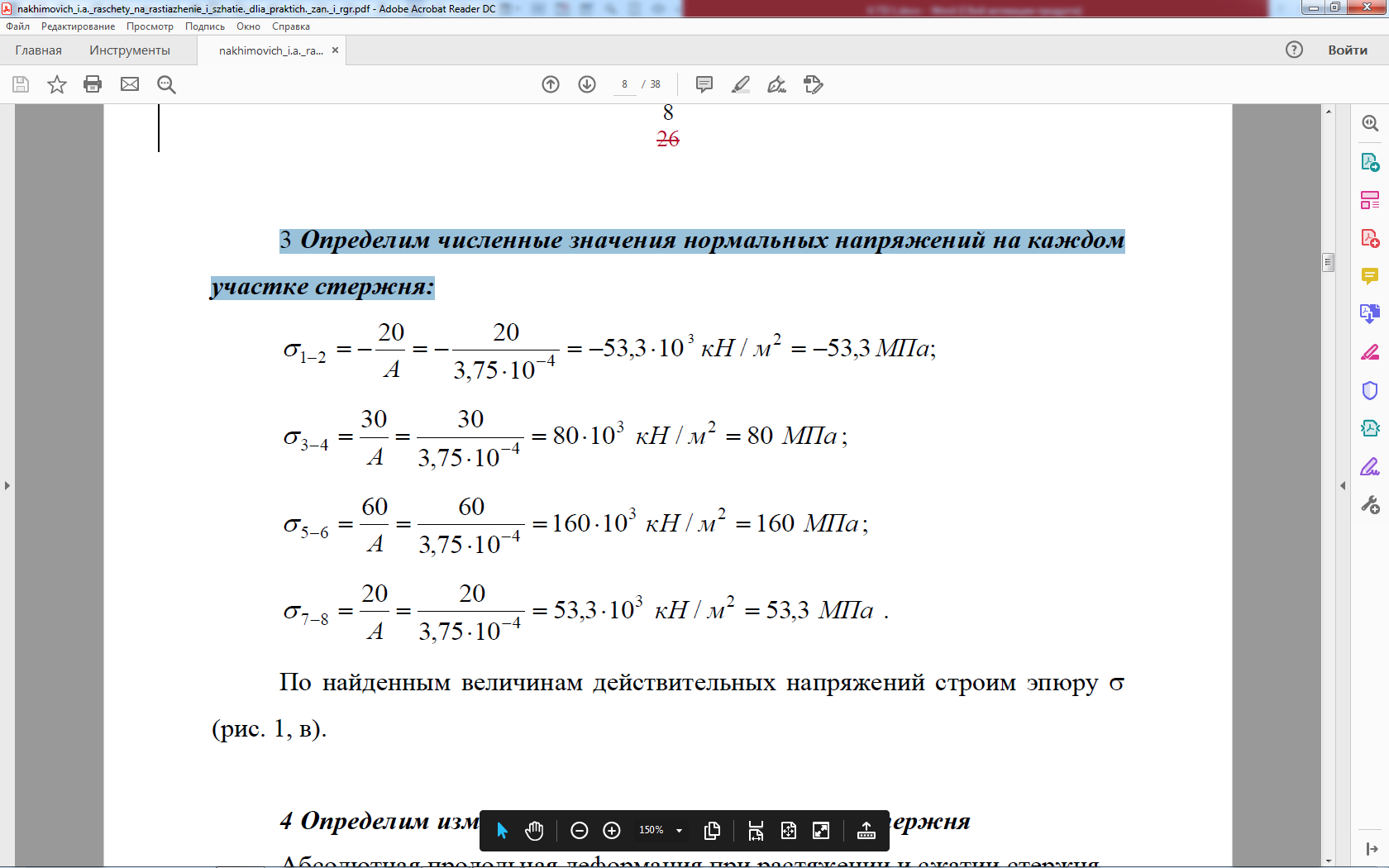


отсюда:



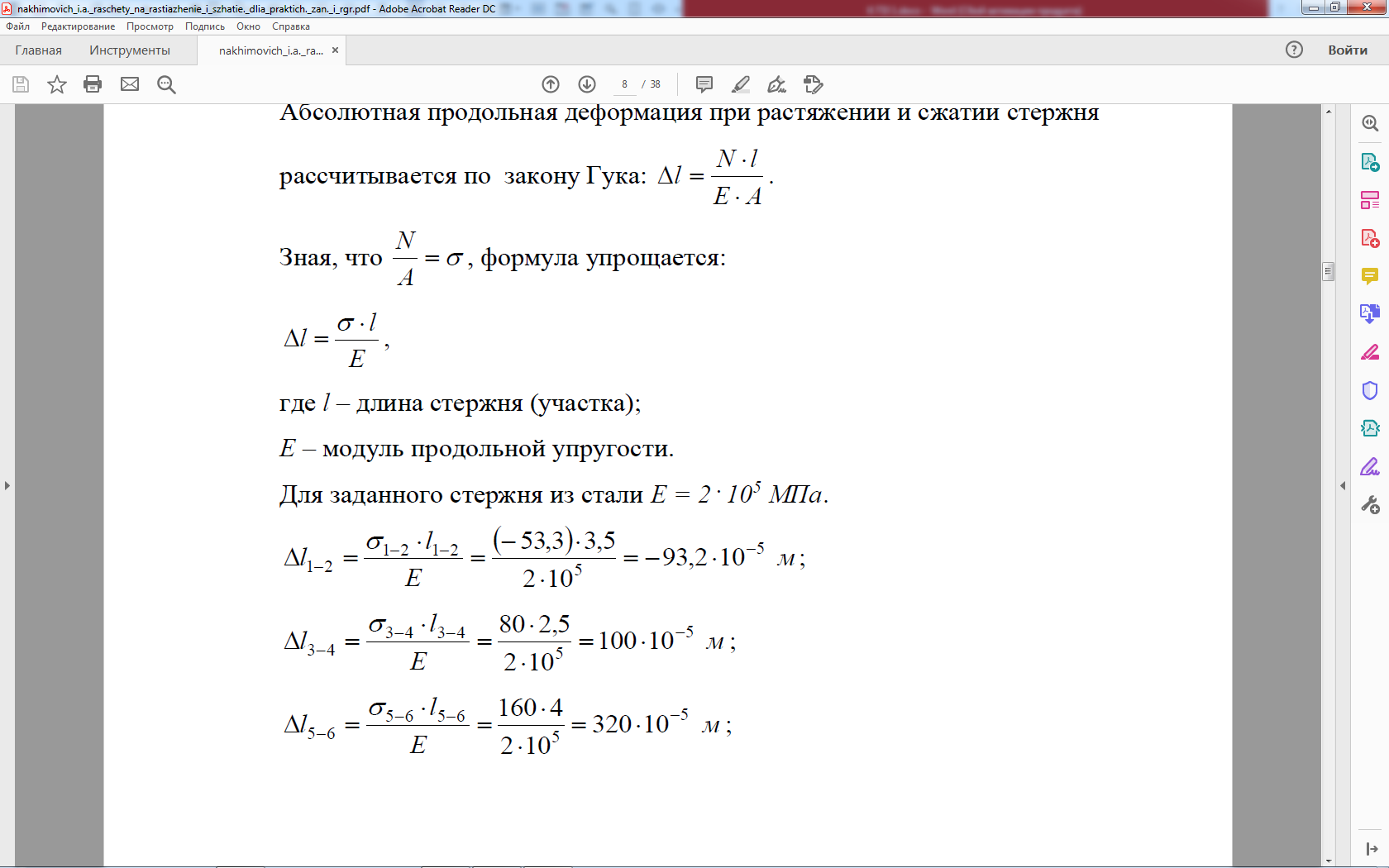
Если наибольшее по величине напряжение окажется отрицательным (то есть сжимающим), то в условие прочности необходимо взять его величину по модулю.

**3.** Определим численные значения нормальных напряжений на каждом участке стержня:

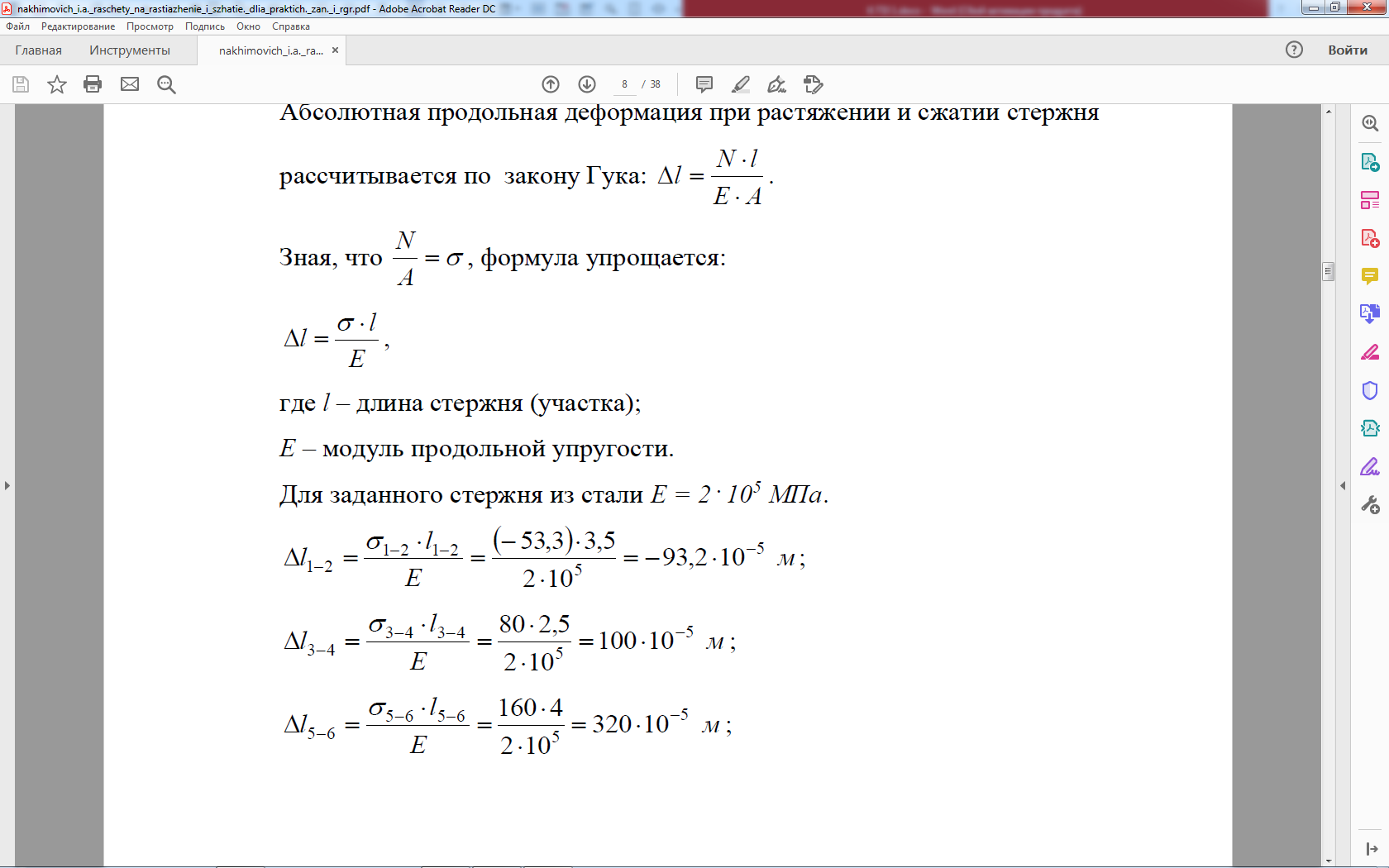


По найденным величинам действительных напряжений строим эпюру σ (рис. 8, в).

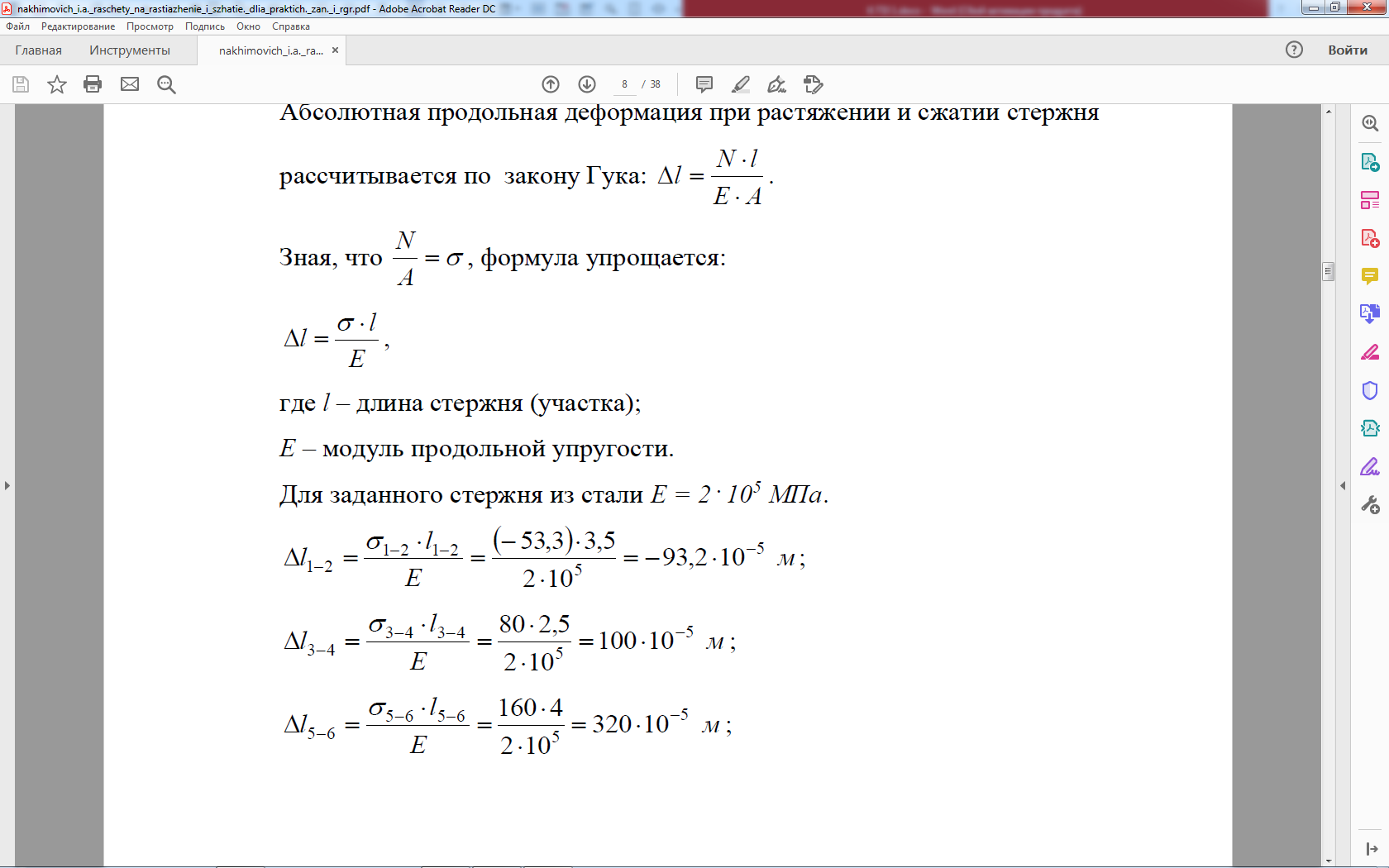
**4.** Определим изменение длины каждого участка стержня. Абсолютная продольная деформация при растяжении и сжатии стержня рассчитывается по закону Гука:



Зная, что

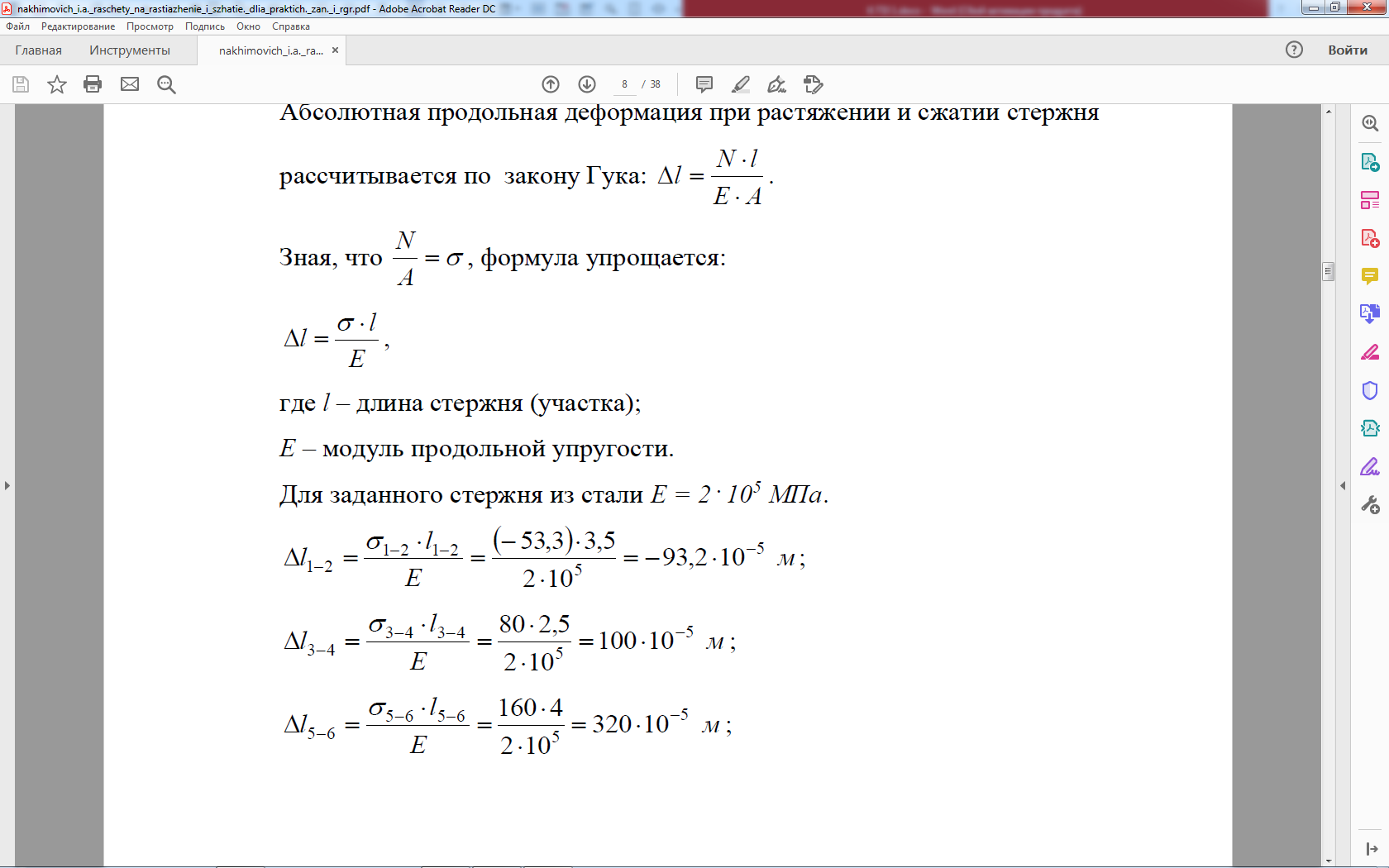


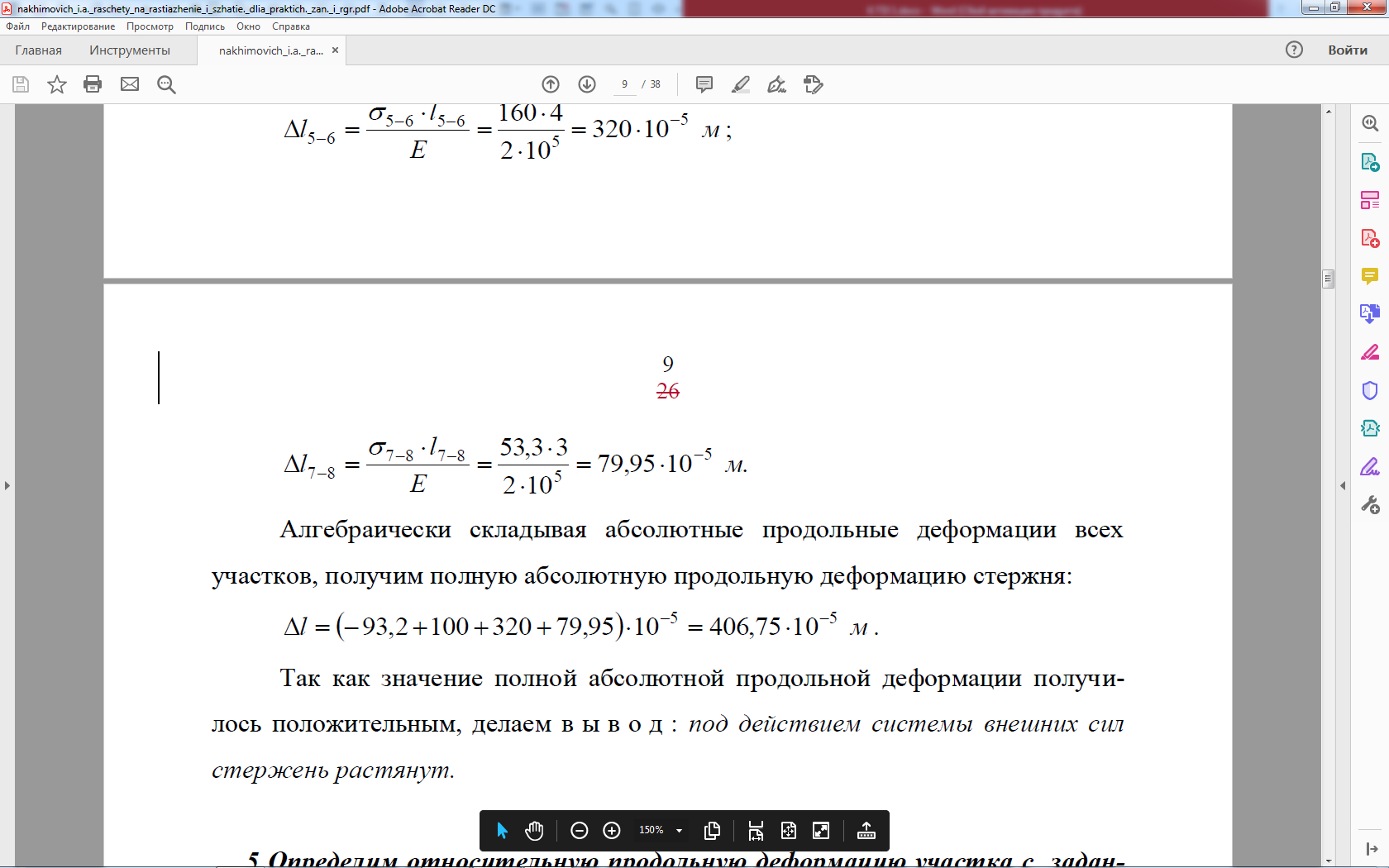
формула упрощается:



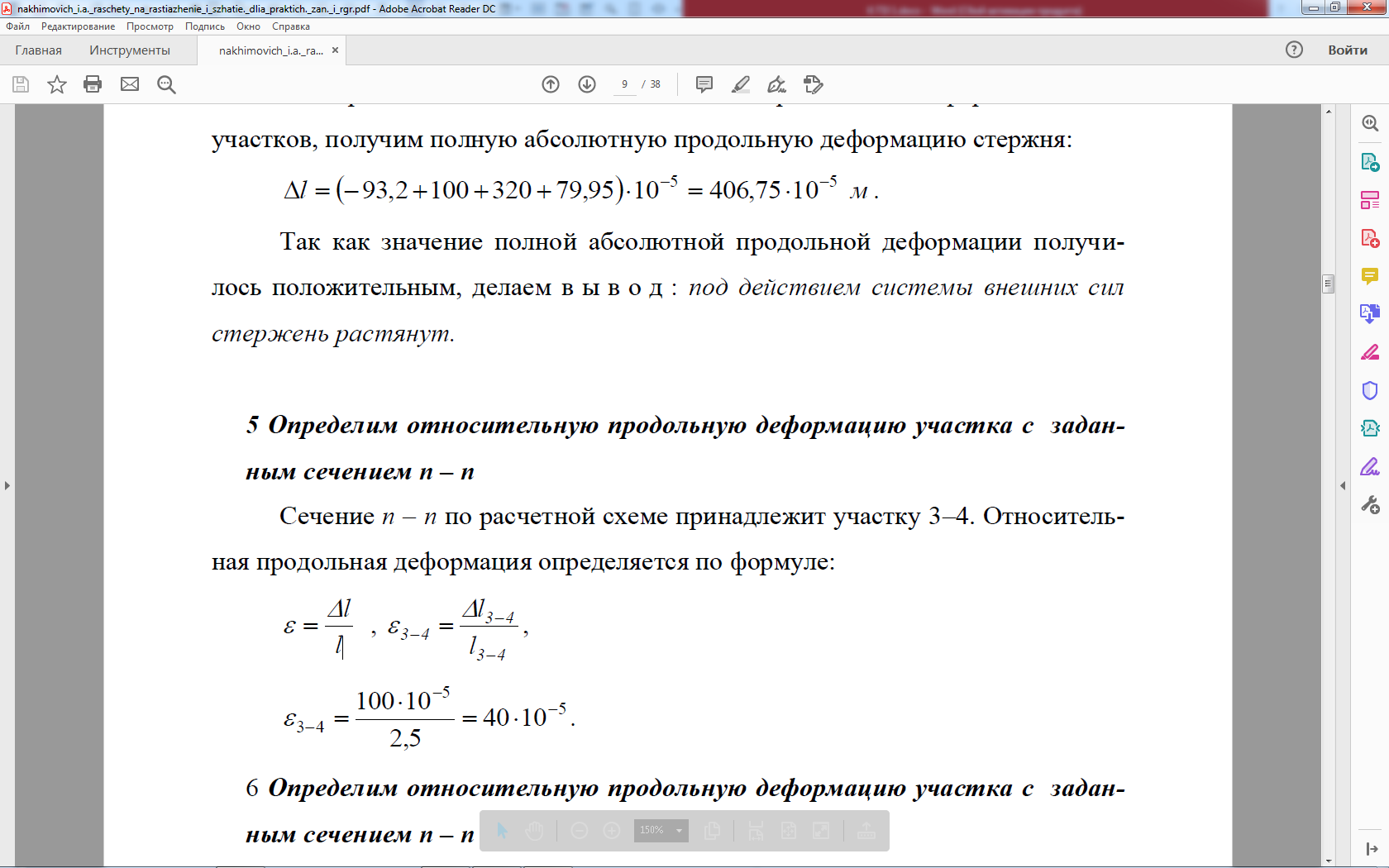
где *l* – длина стержня (участка);

*E* – модуль продольной упругости, *E* = 2\*105 МПа.





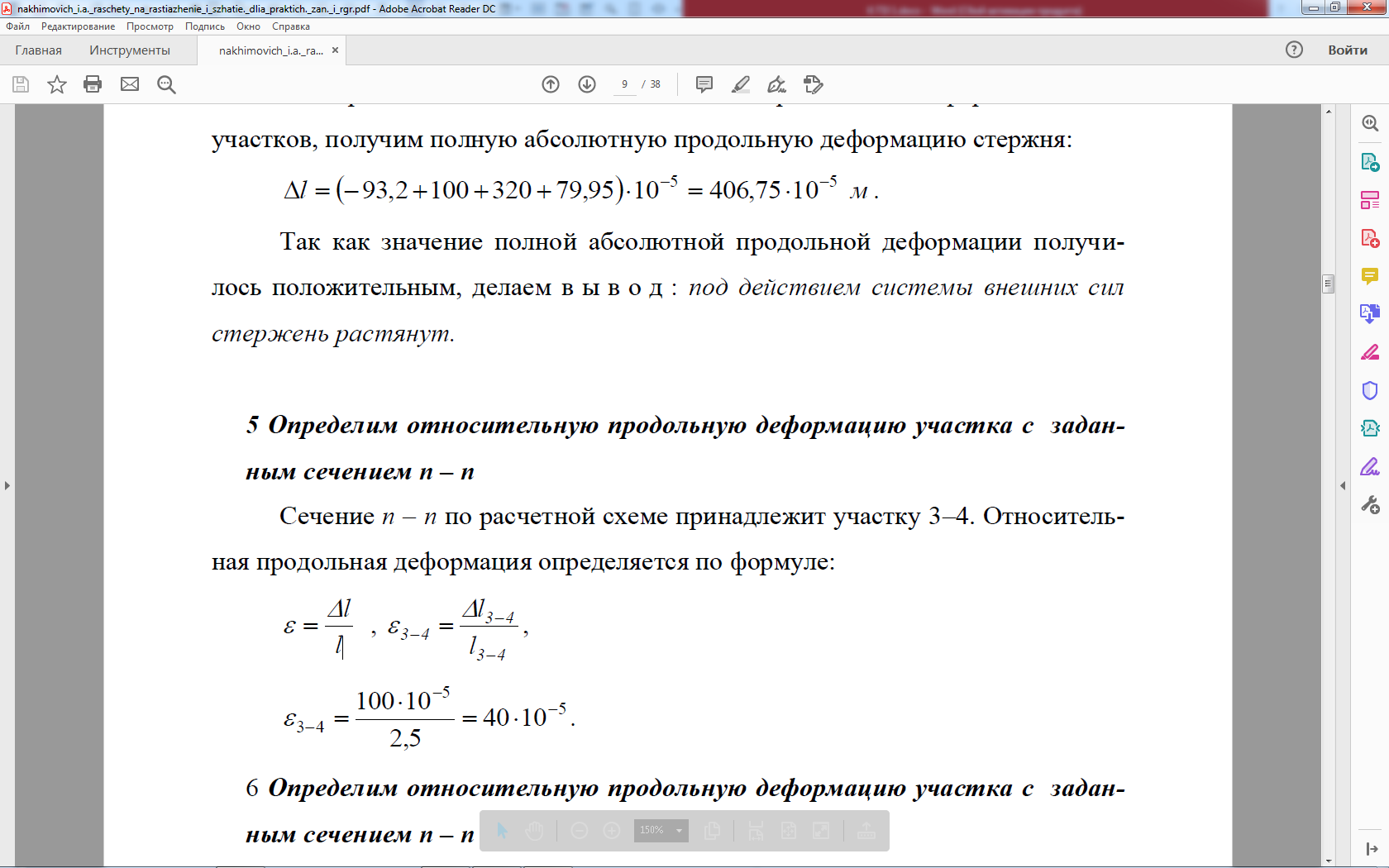
Алгебраически складывая абсолютные продольные деформации всех участков, получим полную абсолютную продольную деформацию стержня:



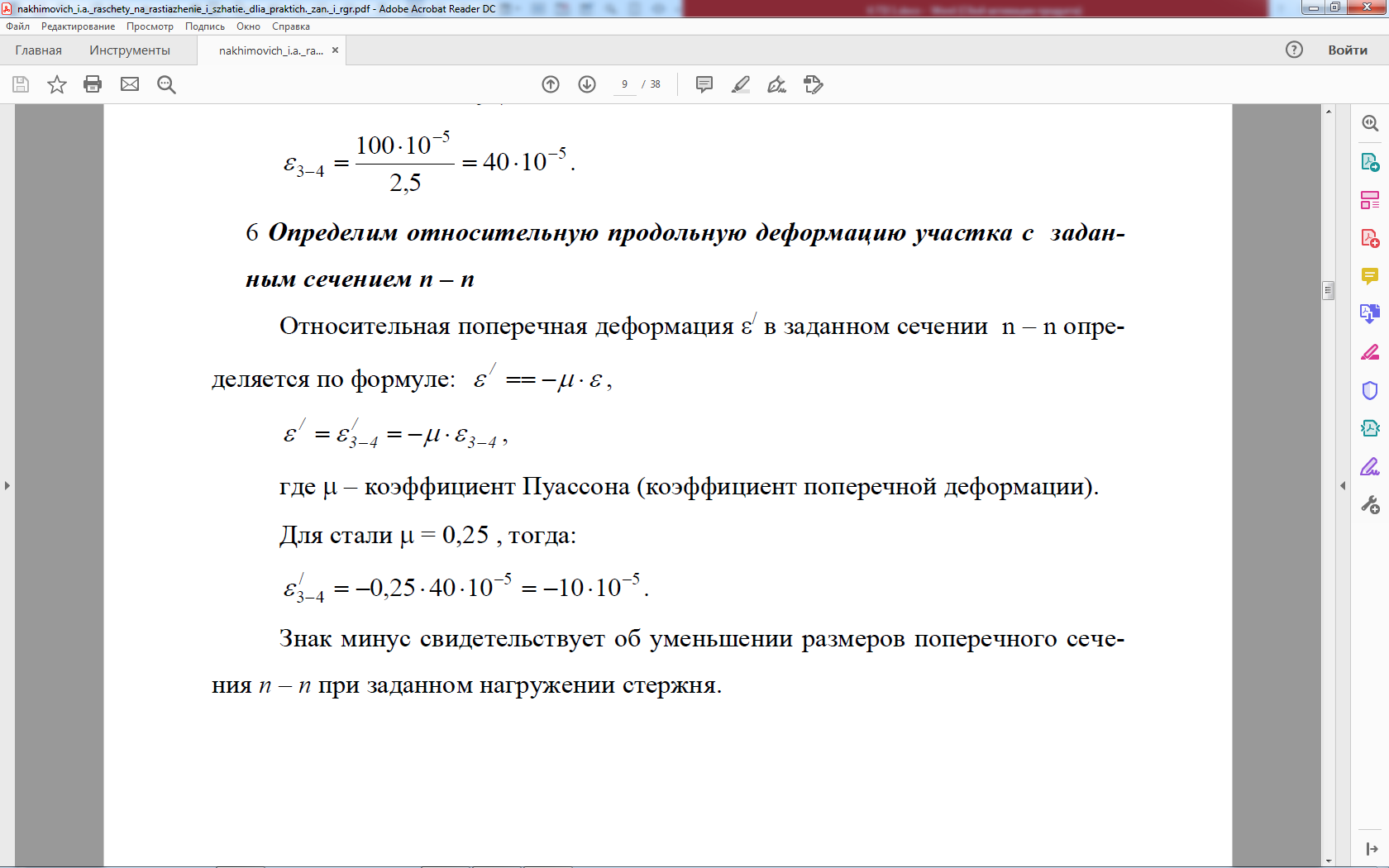
Так как значение полной абсолютной продольной деформации получилось положительным, делаем в ы в о д: под действием системы внешних сил стержень растянут.

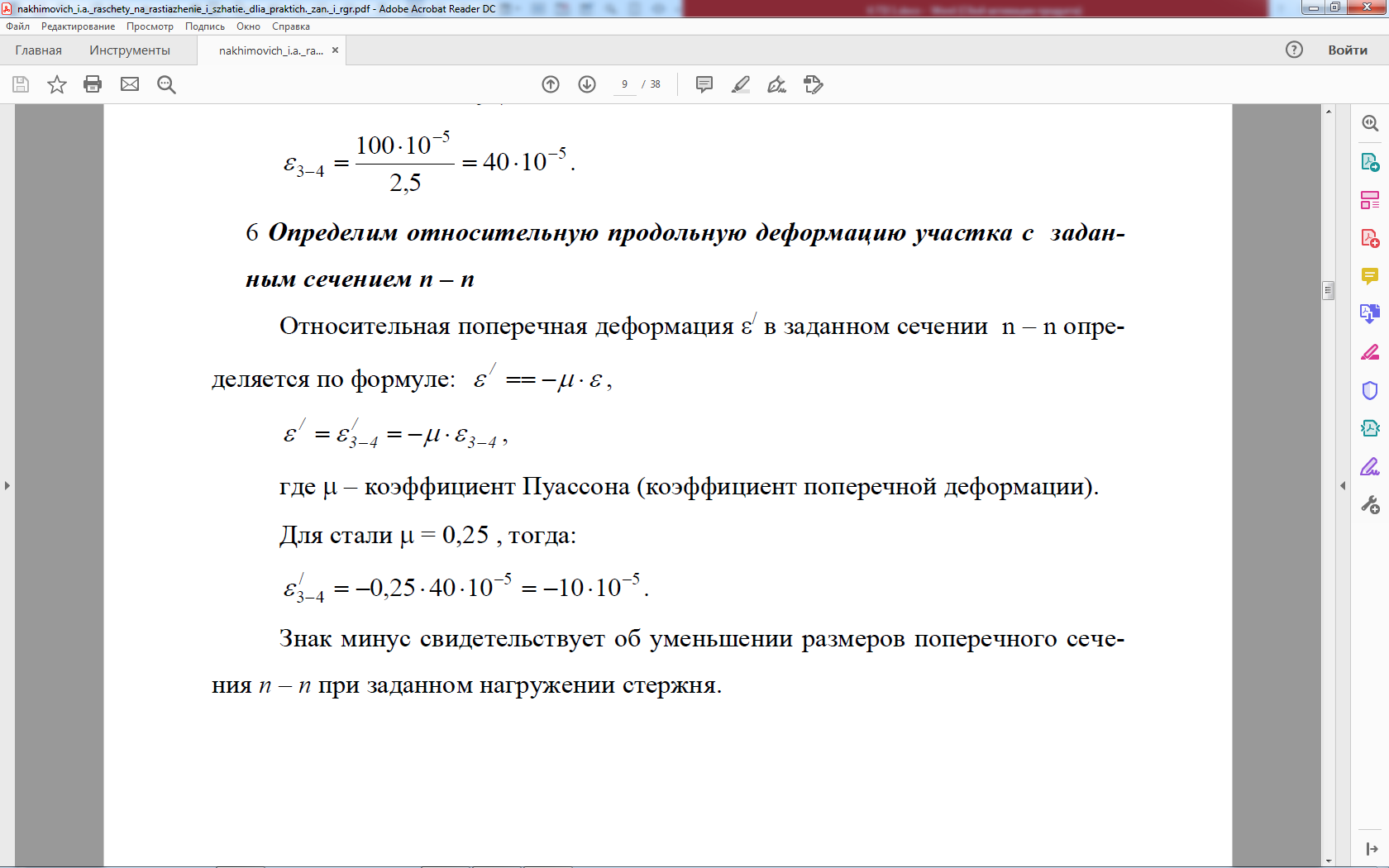
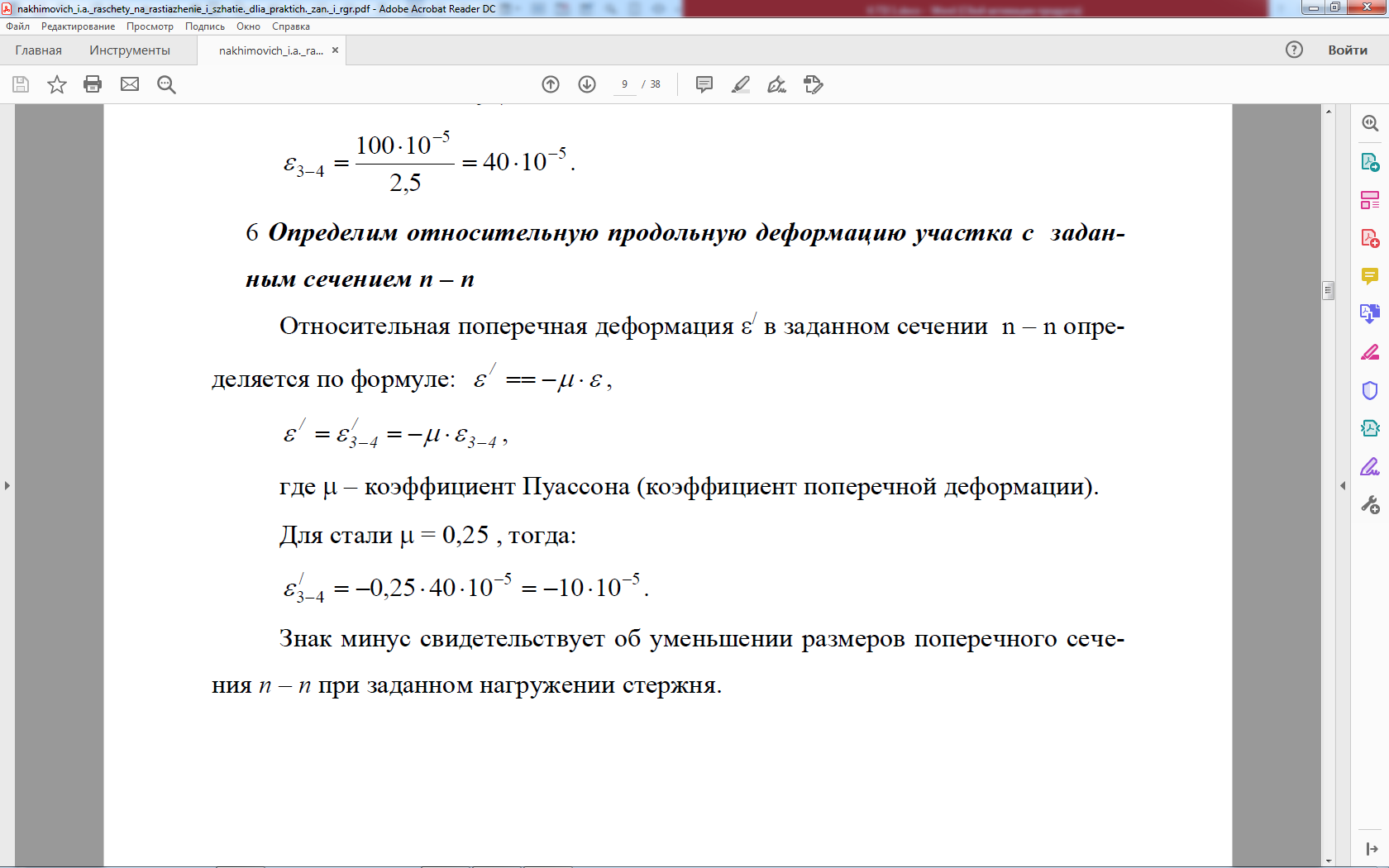
**5.** Определим относительную продольную деформацию участка с заданным сечением n – n.

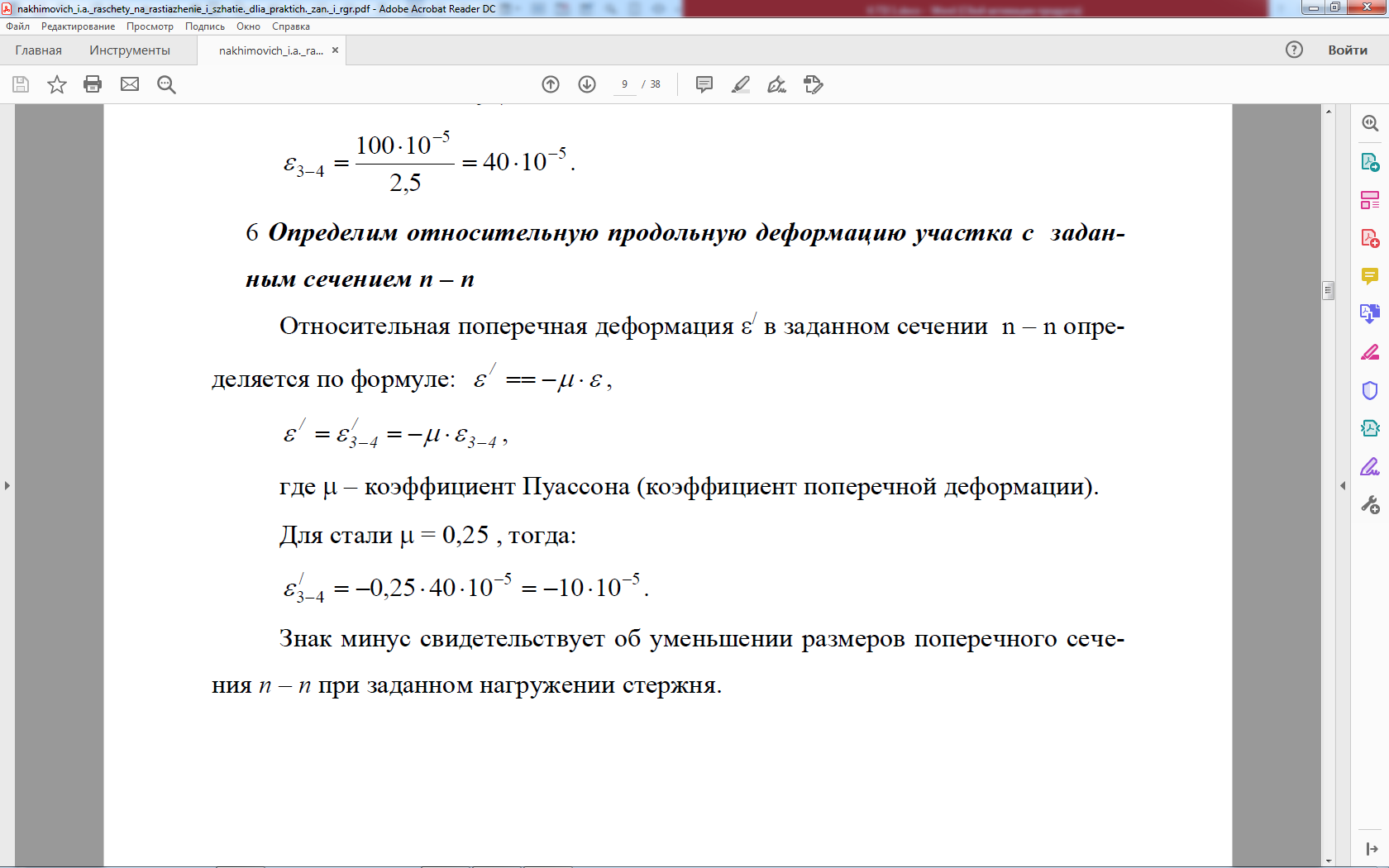
Сечение n – n по расчетной схеме принадлежит участку 3–4. Относительная продольная деформация определяется по формуле:



**6.** Определим относительную продольную деформацию участка с заданным сечением n – n

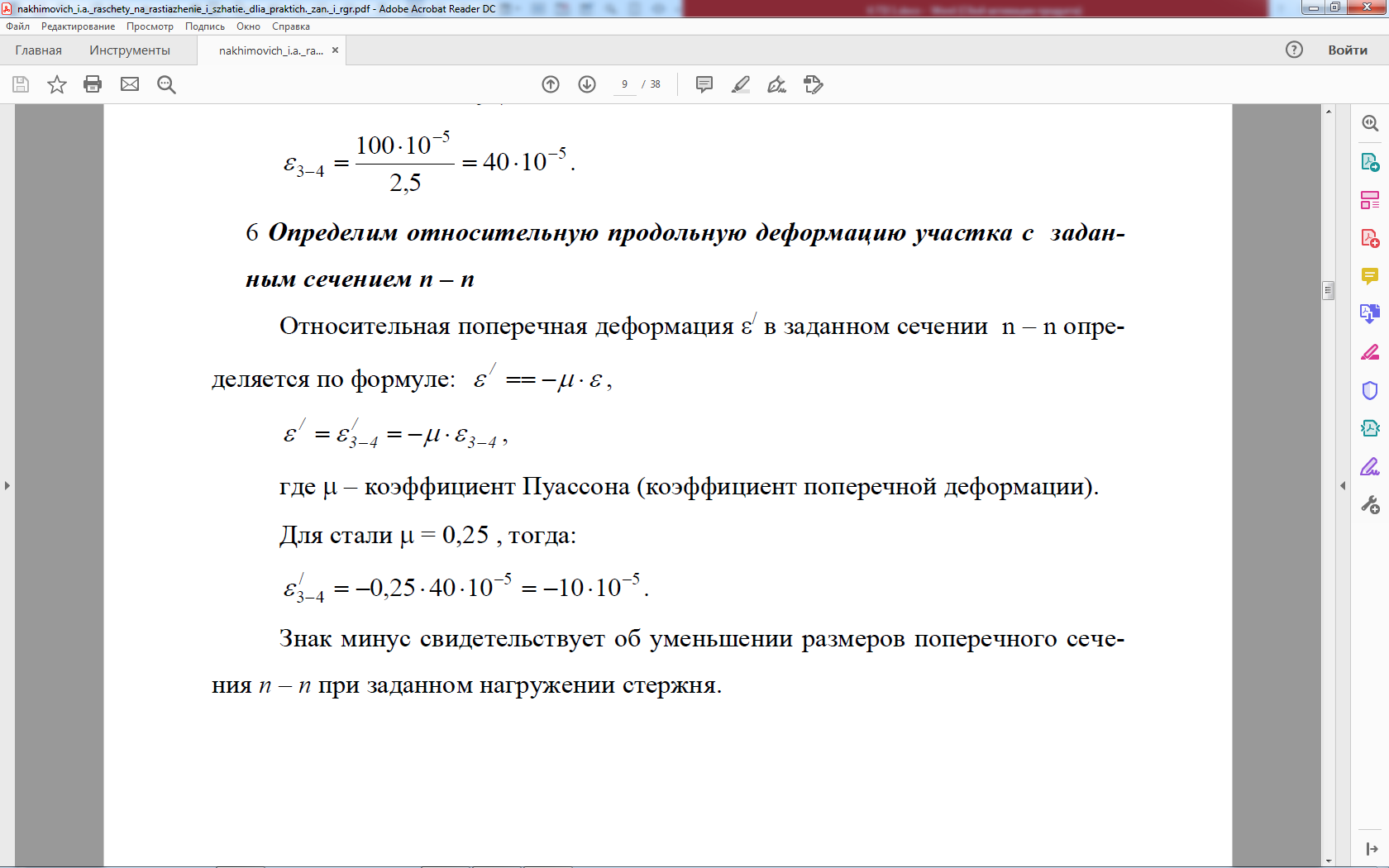
Относительная поперечная деформация в заданном сечении n – n определяется по формуле:

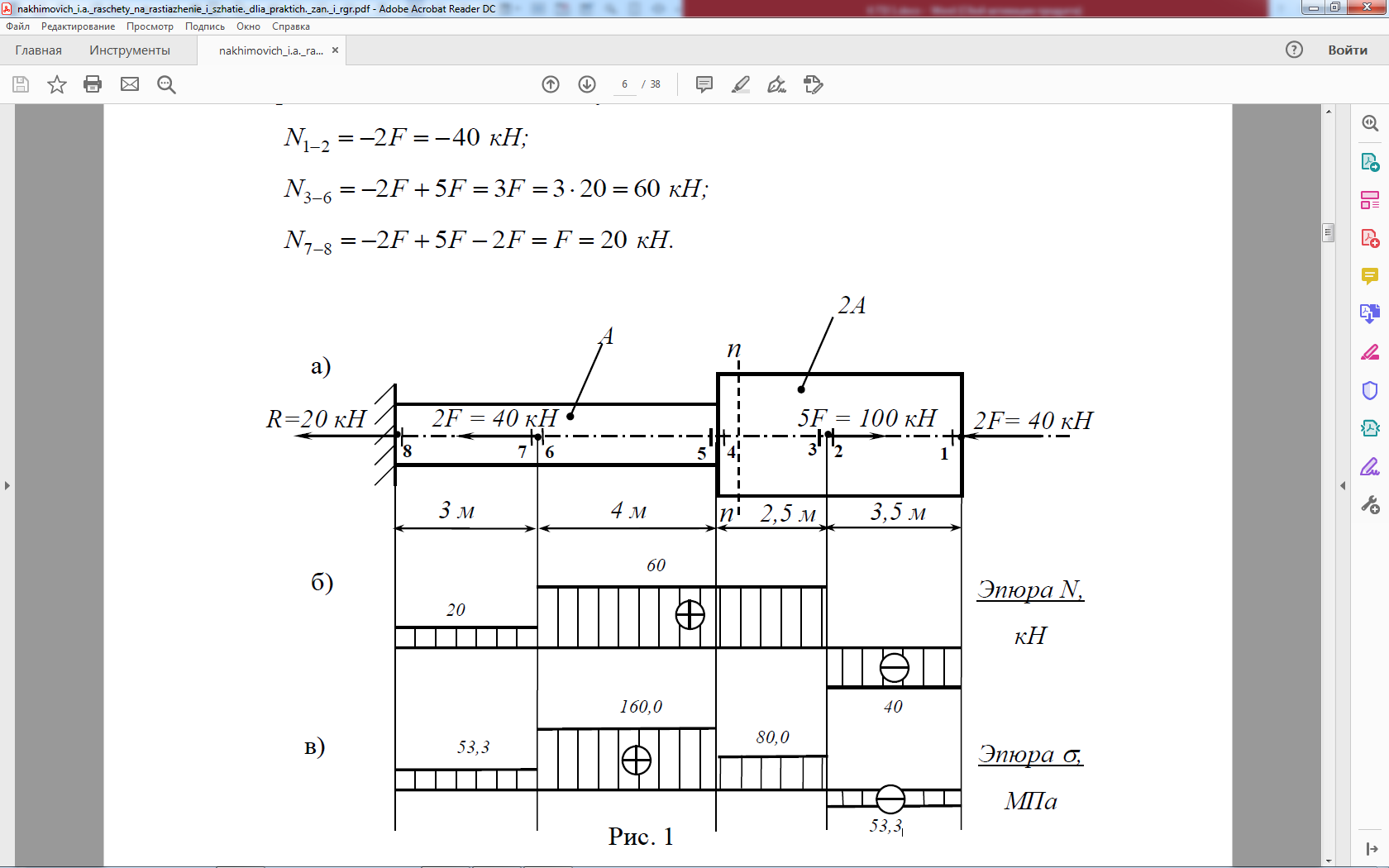


где μ – коэффициент Пуассона (коэффициент поперечной деформации).

Для стали μ = 0,25 , тогда:



Знак минус свидетельствует об уменьшении размеров поперечного сечения n – n при заданном нагружении стержня.



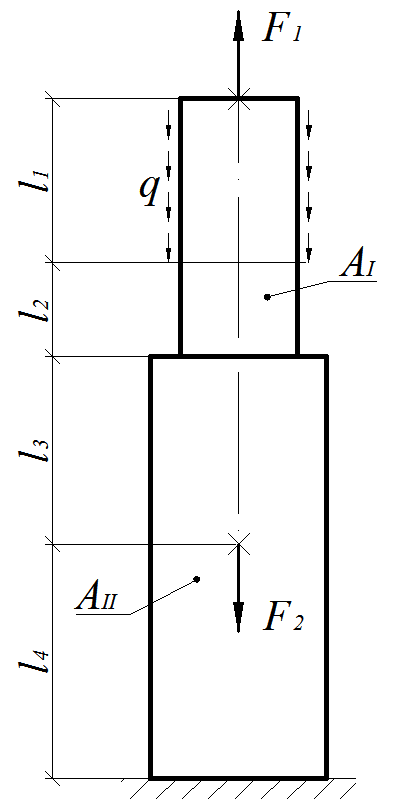
**Рис. 8.** Расчетная схема стержня и эпюры

**Задача № 5.**

**Исходные данные**:

1. Внешние силовые факторы:
2. Материал – чугун, предел прочности на растяжение , предел прочности на сжатие модуль упругости материала
3. Коэффициент запаса прочности ;
4. Длины силовых участков

Расчетная схема стержня показана на рис. 1.14.



**Рис. 9.** Расчетная схема стержня

**Задание:**

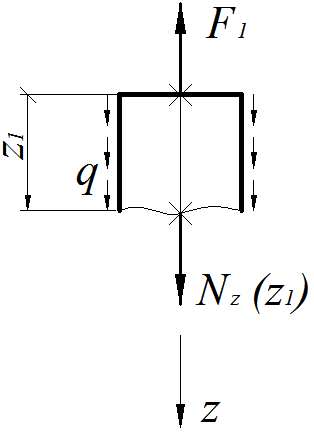
1. Построить эпюру продольных сил;
2. Из расчета на прочность определить безопасные размеры круглого поперечного сечения ступеней стержня;
3. Построить эпюру нормальных напряжений;
4. Определить перемещение свободного конца стержня.

# 1). Построение эпюры продольных сил *N*i

Эпюра продольных сил строится на основании выражений для продольной силы на каждом силовом участке. При составлении выражений рассматривается равновесие верхней (незакрепленной) части стержня, что позволяет не определять реакции опоры.

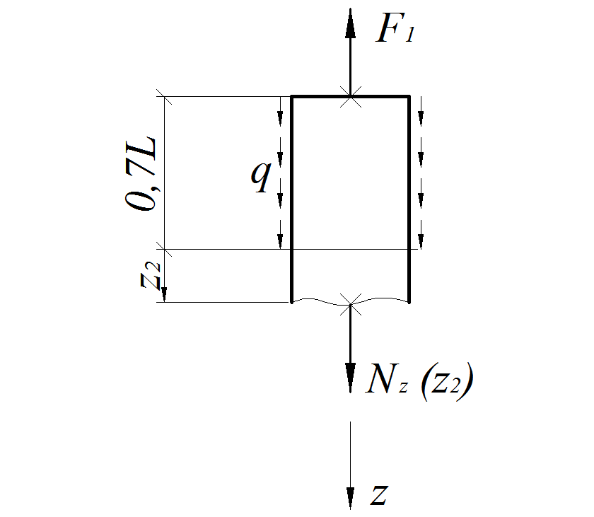
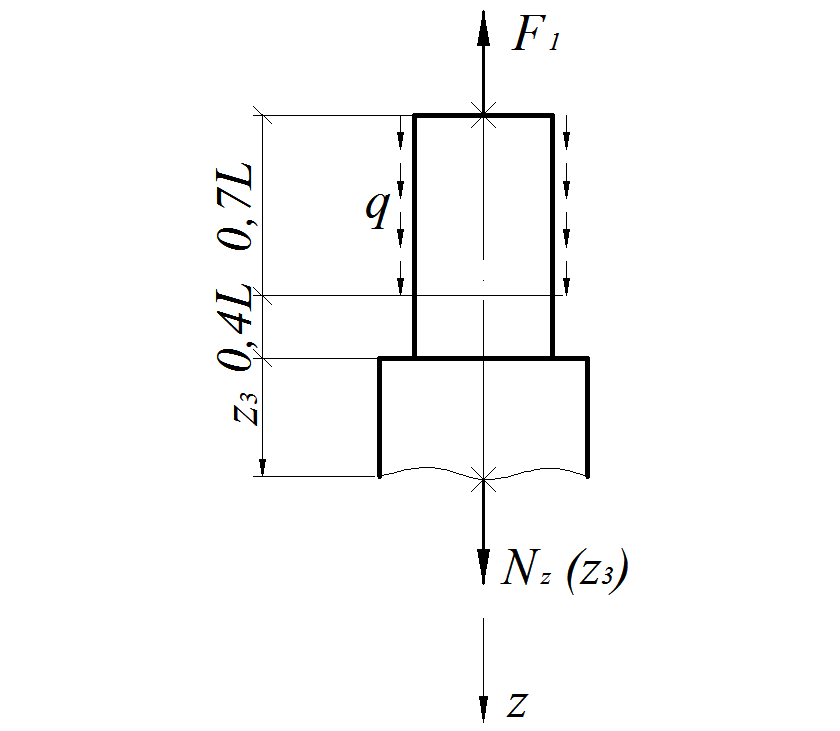
1-й участок, (), рис. 10.

– линейная зависимость; значения определяются в двух точках:



**Рис. 10**

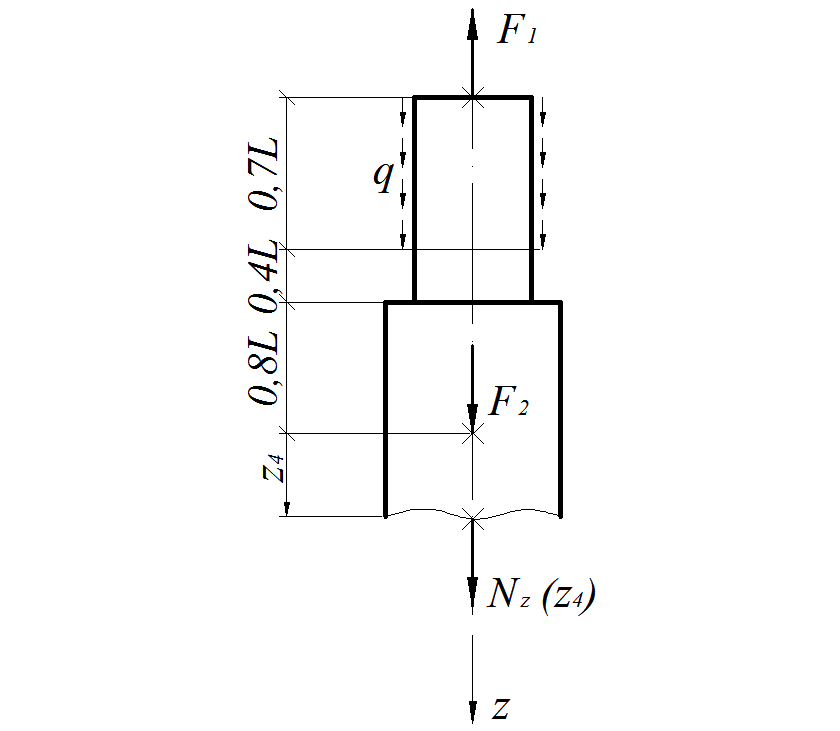
2-й участок, (), рис. 11.

**Рис. 11 Рис. 12**

3-й участок, (), рис. 12.

4-й участок, (), рис. 13.



**Рис. 13**

На основании полученных значений строится эпюра продольной силы (рис. 14).

# 2). Определение безопасных размеров круглого поперечного сечения ступеней

# стержня *A*i

Условие прочности при растяжении-сжатии

где и – максимальные по модулю действующие растягивающие и сжимающие напряжения соответственно, Па;

и – допускаемые напряжения на растяжение и сжатие соответственно, Па;

и – максимальные по модулю растягивающие и сжимающие продольные силы соответственно (на каждой ступени), Н.

Потребные площади силовых участков, м2, из условий прочности:

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |
|  |  |

Допускаемые напряжения (при и ):

Из эпюры продольных сил для I-ой ступени стержня (участки 1 и 2)

.

Тогда

Для выполнения обоих условий для ступени принимается наибольшая расчетная площадь

Из эпюры продольных сил для II-ой ступени стержня (участки 3 и 4)

.

Тогда

Для выполнения обоих условий для ступени принимается наибольшая расчетная площадь

Диаметр ступени, м, вычисляется по формуле:

Тогда

Таким образом, потребные размеры поперечных сечений определены.

# 3). Определение действующих напряжений σi

Действующее напряжение определяется по формуле

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

где продольные силы берутся со своими знаками с эпюры.

1-й участок

– линейная зависимость; значения определяются в двух точках:

2-й участок

3-й участок, (

4-й участок,

На основании вычисленных значений строится эпюра действующих напряжений (рис. 14).

# 4). Построение эпюры перемещений сечений стержня

Построение эпюры перемещений начинается от заделки (сечение А-А), поскольку заведомо известно

Перемещение сечения Б-Б

где – абсолютное удлинение 4-го силового участка ():

участок 4 укорачивается.

сечение Б-Б перемещается к заделке (вниз).

Перемещение сечения В-В

где – абсолютное удлинение 3-го силового участка ():

участок 3 укорачивается.

сечение В-В перемещается к заделке (вниз).

Перемещение сечения Г-Г

где – абсолютное удлинение 2-го силового участка ():

участок 2 укорачивается.

сечение Г-Г перемещается к заделке (вниз).

При определении удлинений на 1-ом участке и удлинения определяются интегралом

Вычислим неопределенный интеграл

Перемещение сечения Д-Д

участок 1 укорачивается.

сечение Д-Д перемещается к заделке (вниз).

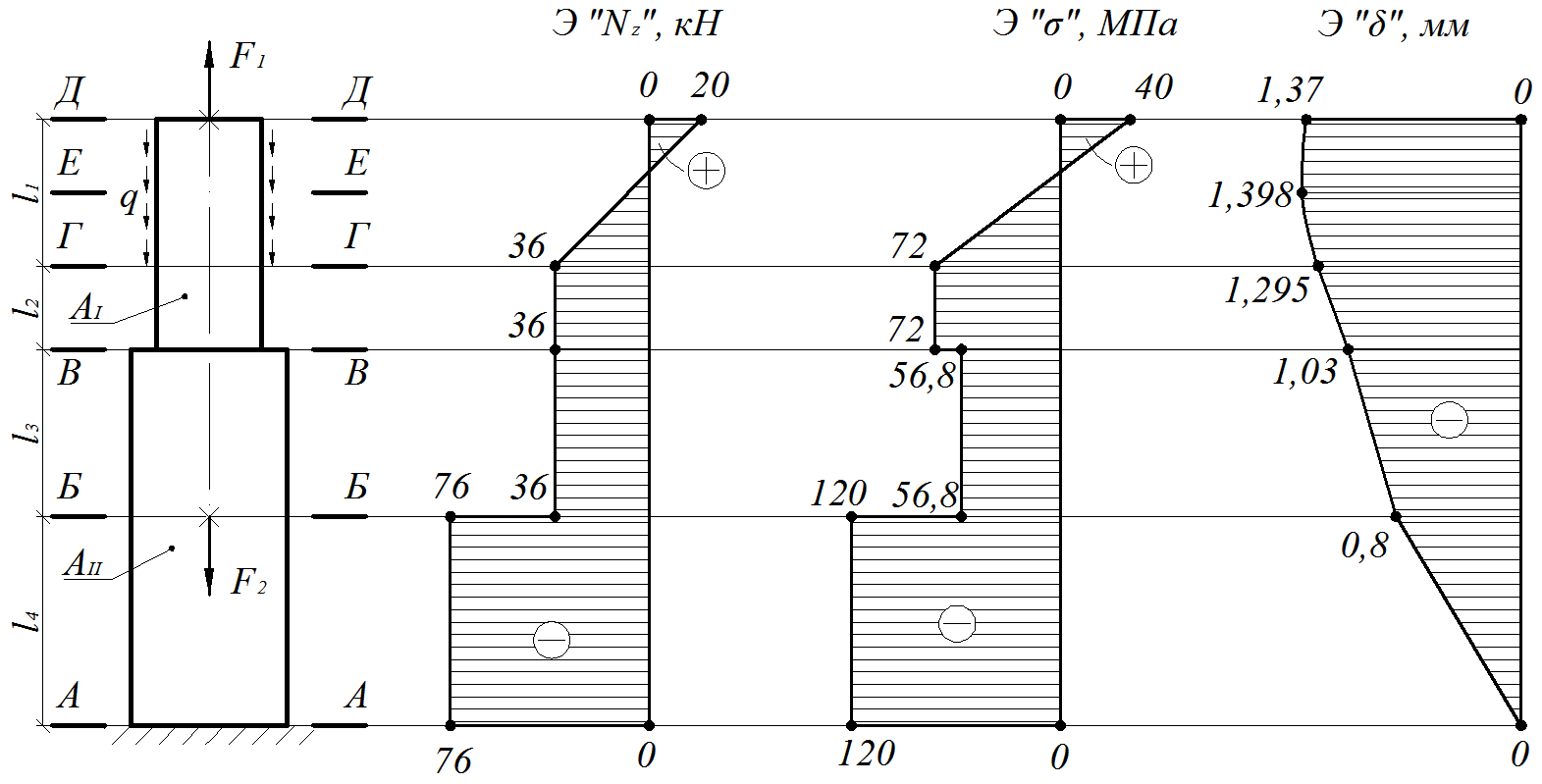
Для построения эпюры нелинейной функции вычисляется перемещение в промежуточном сечении Е-Е

Удлинение нижней половины участка 1:

нижняя часть участка 1 укорачивается.

сечение Е-Е перемещается к заделке (вниз).

На основании рассчитанных значений строится эпюра перемещений сечений стержня (рисунок 14).



**Рис. 14.** Расчетная схема стержня и эпюры