Практическая работа
Часть 2
Построение частотных характеристик и исследование устойчивости линейных систем

Цель работы – приобретение практических навыков исследования динамических систем на основе их имитационных моделей.

Программа исследований

1. Получить структурную аналоговую модель неминимально-фазового звена первого порядка, передаточная функция которого имеет вид

$$W(p) = \frac{k_1(1 - pT_1)}{1 + 0{,}5pT_1}.$$

2. Записать аналитические выражения для определения основных частотных характеристик исследуемого звена: амплитудно-частотной (АЧХ), логарифмической амплитудно-частотной (ЛАЧХ), фазочастотной (ФЧХ), и амплитудно-фазовой (АФХ).
3. Построить ЛАЧХ, ФЧХ и АФХ исследуемого звена.
4. Реализовать модель замкнутой системы, передаточная функция которой в разомкнутом состоянии имеет вид

$$W(p) = \frac{k_1(1 - pT_1)}{(1 + 0{,}5pT_1)(1 + pT_2)}.$$

Используя метод канонического преобразования передаточной функции для случая простых корней, записать математическую модель в форме уравнений состояния динамической системы.

5. Записать полученные уравнения состояния в матричной форме и определить матрицы системы.
6. На основе алгебраического критерия устойчивости для замкнутой системы получить выражение для определения предельного значения коэффициента усиления разомкнутой системы и рассчитать $k_{пред}$.
7. Исследовать и построить зависимость величины $k_{пред}$ от параметра $\tau = T_2 / T_1$.

Методические указания по выполнению работы

При выполнении п. 1 задания для получения структурной аналоговой модели динамического звена следует воспользоваться рекомендациями, изложенными в части 1.

Как известно, *амплитудная* и *фазовая частотные характеристики* линейной динамической системы отражают преобразование амплитуды и фазы гармонического сигнала при передаче его на выход звена и определяются по комплексному коэффициенту усиления $W(j\omega)$:

$$\begin{aligned} &W(j\omega) = \mathrm{Re}W(j\omega) + j\,\mathrm{Im}W(j\omega) = P(\omega) + jQ(\omega)\,; \\ &A(\omega) = |W(j\omega)| = \sqrt{P^2(\omega) + Q^2(\omega)}\,; \\ &\psi(\omega) = arctg(P(\omega)/Q(\omega)). \end{aligned} \tag{2.1}$$

Задание предусматривает исследование устойчивости замкнутой системы, передаточная функция которой в разомкнутом состоянии имеет второй порядок при последовательном включении в контур неминимально-фазового и инерционного звена. С учетом особого вида ФЧХ неминимально-фазового звена при замыкании рассматриваемой системы отрицательной обратной связью и при увеличении коэффициента усиления разомкнутой системы замкнутая система теряет устойчивость. В соответствии с заданием требуется провести исследование устойчивости замкнутой системы при изменении коэффициента усиления. Один из предложенных в задании вариантов построения модели замкнутой системы базируется на представлении описания разомкнутой системы в пространстве состояний в канонической форме с дальнейшей реализацией в виде блока «уравнения состояния» и замыканием системы отрицательной обратной связью.

Каноническая форма уравнений состояния линейной динамической системы основывается на приведении матрицы состояния системы к диагональному виду $A^* = \Lambda = diag\{\lambda_i\}$, при этом каждое из дифференциальных уравнений системы может быть решено независимо от других. Для получения описания односвязной системы, заданной в форме дифференциального уравнения связи вида (1.3) либо передаточной функцией дробно-рационального вида

$$W(p) = \frac{B(p)}{A(p)} = \frac{b_n p^n + b_{n-1}p^{n-1} + \ldots + b_0}{p^n + a_{n-1}p^{n-1} + \ldots + a_0}\,, \tag{2.3}$$

в канонической форме уравнений состояния применяют *метод разложения* (2.3) *на простые дроби*. В случае, если все корни λ_1, …, λ_n характеристического уравнения $A(p) = 0$ системы вещественные и простые, разложение выражения (2.3) на простые дроби имеет следующий вид:

$$W(p) = \frac{B(p)}{A(p)} = d_0 + \sum_{i=1}^{n} \frac{c_i}{p - \lambda_i}. \tag{2.4}$$

Коэффициенты разложения (2.4) могут быть определены на основе соотношений:

$$d_0 = \lim_{p\to\infty} W(p)\,;\; c_i = \left.\frac{B(p)}{\dot{A}(p)}\right|_{p=\lambda_i},\; i=\overline{1,n}. \tag{2.5}$$

Принимая во внимание полученное разложение (2.4), структурная аналоговая схема рассматриваемой системы может быть представлена в виде, изображенном на рис. 2.1.

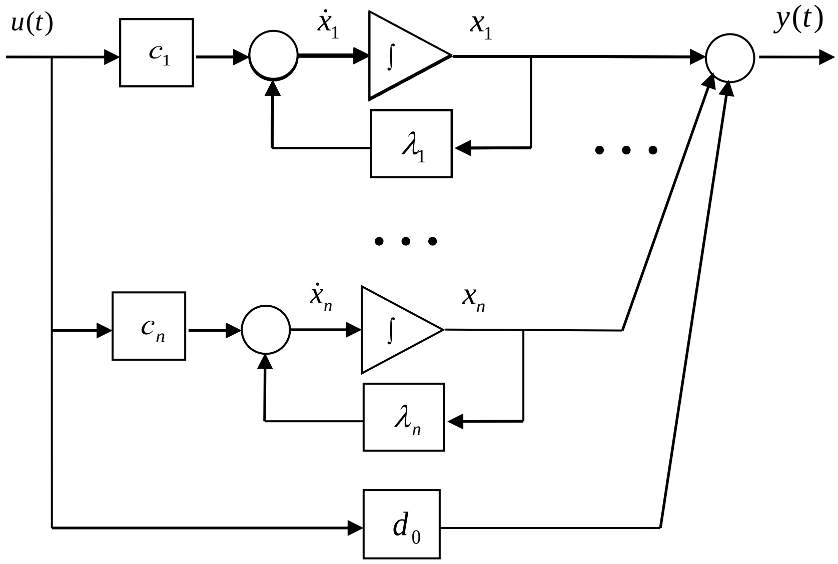

Рис. 2.1

Следуя принятым на схеме обозначениям сигналов, уравнения состояния системы имеют вид

$$\dot{x}_i = \lambda_i x_i + c_i u,\; i=\overline{1,n};$$

$$y = \sum_{i=1}^{n} x_i + d_0 u. \tag{2.6}$$

Как следует из (2.6), матрицы этой системы

$$\Lambda = \begin{bmatrix} \lambda_1 \;\; 0 \;\; 0 \ldots 0 \\ 0 \;\; \lambda_2 \; 0 \ldots 0 \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ 0 \;\; 0 \;\; \ldots \; \lambda_n \end{bmatrix},\; B = \begin{bmatrix} c_1 \, c_2 \ldots c_n \end{bmatrix}^T,\; C = [11\ldots1],\quad D = d_0. \tag{2.7}$$

На основе полученной выше общей математической модели для односвязной системы в процессе подготовки к работе требуется записать в матричном виде уравнения состояния в канонической форме для объекта, имеющего следующую передаточную функцию:

$$W(p) = \frac{k_p(1-pT_1)}{(1+0{,}5pT_1)(1+pT_2)}. \tag{2.8}$$

Полученное описание реализуется на этапе исследований модели в форме уравнений состояния.

Исходные данные для проведения исследований

Таблица 2.1.

№ варианта	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
T_1, с	0,1	0,12	0,14	0,16	0,18	0,2	0,22	0,24	0,26	0,28	0,3	0,4
T_2, с	2,0	2,0	2,0	2,5	2,5	2,5	3,0	3,0	4,0	4,0	4,5	5,0
K1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12