

1. Что такое функциональная зависимость двух переменных?
2. Что такое функция, непрерывная функция? Приведите примеры функций, непрерывных функций.
3. Что такое производная функции? Найдите производные функций x , x^2 , x^n , $\sin x$, $\cos x$, $\operatorname{tg} x$, e^{ax} , $\ln x$, x^x .
4. Сформулируйте правила вычисления производных от произведения и частного двух функций.
5. Что такое первообразная функции? Чему равны первообразные функций x , x^2 , x^n , $\sin x$, $\cos x$, e^{ax} , $\frac{1}{x}$?
6. В каком случае возможна операция деления одной функции на другую? Сформулируйте правило Лопиталя, дайте определение ряда Тейлора. Разложите функцию $y(x) = \sin x$ в точке $x = x_0$ в ряд Тейлора.
7. Что такое определенный интеграл функции на отрезке?
8. Приведите геометрическое и физическое толкования производной и определенного интеграла от функции.
9. В каком соотношении находятся вычисления производной и неопределенного интеграла функции?
10. Что такое матрица чисел? Какие операции можно выполнять с матрицами?
11. Что такое матрица, обратная к данной?
12. Вычислите матрицу, обратную к матрице второго порядка.
13. Что такое характеристическое число матрицы, собственный вектор, соответствующий характеристическому собственному числу?
14. При каких условиях на матрицу система алгебраических уравнений с указанной матрицей имеет единственное решение?

15. Что такое однородная система алгебраических уравнений? При каком условии она имеет ненулевое решение?
16. Что такое комплексное число? Какие операции можно выполнять с комплексными числами?
17. Что такое тригонометрическая и экспоненциальная формы комплексного числа? Как связаны эти формы?
18. Что такое абсолютная величина комплексного числа, аргумент комплексного числа? Найдите аргумент положительного, отрицательного числа. Вычислите аргументы комплексных чисел i , $1 + i$, $1 - i$, $-1 + i$, $-1 - i$.
19. Сколько корней имеет уравнение $x^n = 1$ в поле действительных чисел, в поле комплексных чисел? Напишите их общую формулу.
20. Приведите формулу корней квадратного уравнения. Сколько корней имеет это уравнение в поле действительных чисел, в поле комплексных чисел?
21. Что такое комплексно-сопряженные числа? Привести примеры.

Решить дифференциальные уравнения:

$$10.22. y' = \frac{x}{y}.$$

$$10.28. y' = e^{x+y}.$$

$$10.29. y' + \frac{x \sin x}{y \cos y} = 0.$$

$$10.30. (1 + y^2)x dx + (1 + x^2) dy = 0.$$

$$10.37. y' = \cos(x + y).$$

$$10.38. y' = \frac{1}{2x + y}.$$

$$10.40. y' = \sin(y - x - 1).$$

$$10.52. x(y' + e^{y/x}) = y.$$

$$10.54. xy' = y + x \operatorname{tg} \frac{y}{x}.$$

$$10.55. xy' - y = \sqrt{x^2 - y^2}.$$

$$10.59. (y + 2) dx - (2x + y - 4) dy = 0.$$

$$10.60. (x + y + 1) dx + (2x + 2y - 1) dy = 0.$$

$$10.86. y' + 4xy = 2xe^{-x^2} \sqrt{y}.$$

$$10.93. y'x^3 \sin y + 2y = xy'.$$

Решить дифференциальные уравнения, предварительно убедившись, что они являются уравнениями в полных дифференциалах:

$$10.96. (2x + y) dx + (x + 2y) dy = 0.$$

$$10.98. (3x^2 + 6xy - 2y^2) dx + (3x^2 - 4xy - 3y^2) dy = 0.$$

$$10.102. (2x - ye^{-x}) dx + e^{-x} dy = 0.$$

$$10.103. (2x + e^{x/y}) dx + \left(1 - \frac{x}{y}\right) e^{x/y} dy = 0.$$

$$10.104. 2x \cos^2 y dx + (2y - x^2 \sin 2y) dy = 0.$$

$$10.105. \left(\sin y - y \sin x + \frac{1}{x}\right) dx + \left(x \cos y + \cos x - \frac{1}{y}\right) dy = 0.$$

Решить дифференциальные уравнения, используя методы понижения порядка:

$$10.223. xy'' = y' \ln \frac{y'}{x}.$$

$$10.228. x^2 y''' = y''^2.$$

$$10.230. (2y + y')y'' = y'^2.$$

$$10.231. y'' = \frac{1}{\sqrt{y}}.$$

Дифференциальные уравнения высших порядков

10.314. Известно частное решение $y_1 = e^{kx}$ линейного однородного дифференциального уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами. Соответствующее характеристическое уравнение имеет дискриминант, равный нулю. Найти частное решение этого уравнения, удовлетворяющее начальным условиям: $y(0) = y'(0) = 1$.

По данным корням характеристического уравнения линейного однородного дифференциального уравнения с постоянными коэффициентами составить дифференциальное уравнение и написать его общее решение.

$$10.315. \lambda_1 = 3, \quad \lambda_2 = -2.$$

$$10.317. \lambda_{1,2} = 3 \pm 2i.$$

$$10.318. \lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = 2.$$

$$10.319. \lambda_1 = 0, \quad \lambda_2 = \lambda_3 = 4.$$

Найти общие решения дифференциальных уравнений:

10.321. $y'' - 2y' - 2y = 0.$

10.323. $y'' - 6y' + 9y = 0.$

10.325. $4y'' - 8y' + 5y = 0.$

10.328. $y^{IV} + 4y'' + 3y = 0.$

10.336. $y^{VI} + 2y^V + y^{IV} = 0.$

Решить следующие системы линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами. Там, где даны начальные условия, кроме общего решения, найти соответствующее частное решение:

10.431. $\dot{x} = y, \dot{y} = -2x + 3y.$

10.433. $\dot{x} = 3x - 2y, \dot{y} = 4x + 7y; x(0) = 1, y(0) = 0.$

10.440. $\dot{x} = 5x + 2y - 3z, \dot{y} = 4x + 5y - 4z, \dot{z} = 6x + 4y - 4z.$

Найти решения следующих систем уравнений:

10.441. $\dot{x} = 3x - 2y + t, \dot{y} = 3x - 4y.$

10.442. $\dot{x} = x - y, \dot{y} = x + y + e^t.$

10.444. $\dot{x} = x + y - \cos t, \dot{y} = -2x - y + \sin t + \cos t.$