

Семинар 2

Расчет вторичных параметров четырехполюсников

Вопросы

1. При каких условиях выполняется согласование четырехполюсника с нагрузкой и источником?
2. Что такое характеристическое сопротивление и коэффициент передачи?
3. Каковы способы расчета характеристических параметров?
4. Напишите уравнения четырехполюсника через характеристические параметры.

Пример 1

Для четырехполюсника (рис. 1) найти характеристическое сопротивление и меру передачи. Численные данные $R = 10$ Ом, $\omega L = 10$ Ом.

Решение

Расчет параметров четырехполюсника выполним, рассматривая режимы холостого хода и короткого замыкания.

Входное сопротивление четырехполюсника в режиме холостого хода (рис. 2а) $Z_{1X} = R + jX_L$.

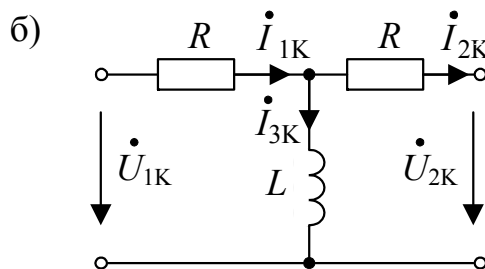
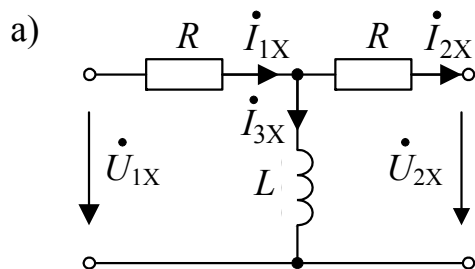


Рис. 2

Входное сопротивление четырехполюсника в режиме короткого замыкания (рис. 2б) $Z_{1K} = \frac{R^2 + 2RjX_L}{R + jX_L}$.

Для симметричного четырехполюсника характеристические сопротивления равны: $Z_{C1} = Z_{C2} = Z_C$. Следовательно

$$Z_C = \sqrt{Z_{1X} Z_{1K}} = \sqrt{R^2 + 2RjX_L} = 10\sqrt{1 + 2j} = 10\sqrt{\sqrt{5}e^{j63^\circ}} = 10 \cdot \sqrt[4]{5}e^{31,5^\circ} \text{ Ом.}$$

Мера передачи также рассчитаем по сопротивлениям Z_{1X} , Z_{1K} :

$$\Gamma = \operatorname{arcth}\left(\frac{Z_{1K}}{Z_{1X}}\right) = \operatorname{arcth}\left(\frac{R(R + 2jX_L)}{(R + jX_L)^2}\right) = \operatorname{arcth}\left(\frac{1 + 2j}{2j}\right) = 1,06 - 0,9j.$$

Пример 2

Четырехполюсник (рис. 1) с сопротивлениями $R = 10$ Ом, $\omega L = 10$ Ом согласовать с генератором и нагрузкой. Э.д.с. генератора $E = 10$ В, внутреннее сопротивление генератора $R_\Gamma = 10$ Ом, сопротивление нагруз-

ки $R_H = 10$ Ом. Составить схему согласования и вычислить параметры ее элементов.

Решение

1. Условия согласования

Условия согласования четырехполюсника (рис. 3):
с генератором $R_\Gamma = \underline{Z}'_{C1}$, $\underline{Z}'_{C2} = \underline{Z}_{C1}$, где \underline{Z}'_{C1} , \underline{Z}'_{C2} – характеристические сопротивления согласующего четырехполюсника;
с нагрузкой $\underline{Z}_{C2} = \underline{Z}''_{C1}$, $\underline{Z}''_{C2} = R_H$, где \underline{Z}''_{C1} , \underline{Z}''_{C2} – характеристические сопротивления согласующего четырехполюсника.

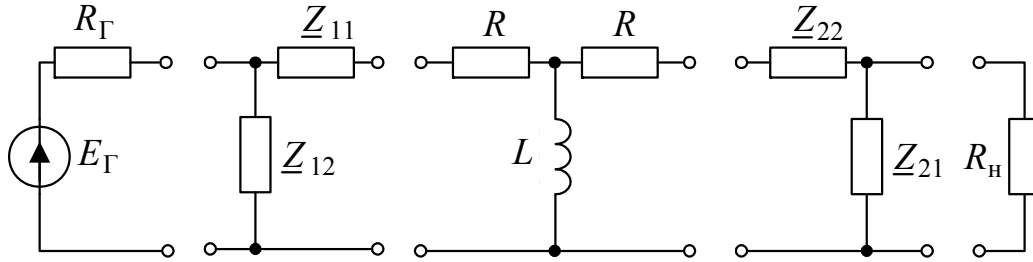


Рис. 3

2. Характеристические сопротивления четырехполюсников

Так как согласуемый четырехполюсник симметричный, то

$$\underline{Z}_{C1} = \underline{Z}_{C2} = \sqrt{R^2 + 2RjX_L} = 10\sqrt{1 + 2j} \text{ Ом.}$$

Схемы согласующих четырехполюсников показаны на рис. 3. Характеристические сопротивления согласующих четырехполюсников получим из расчета режимов холостого хода и короткого замыкания:

$$\underline{Z}'_{C1} = \sqrt{\underline{Z}'_{1X} \underline{Z}'_{1K}} = \sqrt{\frac{\underline{Z}_{11} \underline{Z}_{12}^2}{\underline{Z}_{12} + \underline{Z}_{11}}}; \quad \underline{Z}'_{C2} = \sqrt{\underline{Z}'_{2K} \underline{Z}'_{2X}} = \sqrt{\underline{Z}_{11} (\underline{Z}_{12} + \underline{Z}_{11})};$$

$$\underline{Z}''_{C1} = \sqrt{\underline{Z}''_{1K} \underline{Z}''_{1X}} = \sqrt{\underline{Z}_{22} (\underline{Z}_{21} + \underline{Z}_{22})}; \quad \underline{Z}''_{C2} = \sqrt{\underline{Z}''_{1X} \underline{Z}''_{1K}} = \sqrt{\frac{\underline{Z}_{22} \underline{Z}_{21}^2}{\underline{Z}_{21} + \underline{Z}_{22}}}.$$

3. Параметры согласующих схем

Параметры четырехполюсника, согласующего исходный четырехполюсник с генератором, вычисляются из условий согласования. Система уравнений

$$\begin{cases} \frac{\underline{Z}_{11} \underline{Z}_{12}^2}{\underline{Z}_{12} + \underline{Z}_{11}} = R_\Gamma^2 \\ \underline{Z}_{11} (\underline{Z}_{12} + \underline{Z}_{11}) = R^2 + 2RjX_L \end{cases} \quad \text{или} \quad \begin{cases} (\underline{Z}_{11} \underline{Z}_{12})^2 = R_\Gamma^2 R^2 (1 + 2jX_L / R) \\ \underline{Z}_{11}^2 + \underline{Z}_{11} \underline{Z}_{12} = R^2 (1 + 2jX_L / R) \end{cases}.$$

Решение системы

$$\underline{Z}_{11}^2 = R^2 (1 + 2jX_L / R) - R_\Gamma R \sqrt{1 + 2jX_L / R}, \quad \underline{Z}_{12} = \underline{Z}_{11}^{-1} R_\Gamma R \sqrt{1 + 2jX_L / R};$$

$$\underline{Z}_{11} = \sqrt{100(1 + 2j) - 100\sqrt{1 + 2j}} = 7 + 8,7j \text{ Ом};$$

$$\underline{Z}_{12} = 100\sqrt{1 + 2j} / (7 + 8,7j) = 12,6 - 4,5j \text{ Ом.}$$

Поскольку $R_{\Gamma} = R_{\text{H}}$ для четырехполюсника, согласующего исходный четырехполюсник с нагрузкой, параметры рассчитываются аналогично $\underline{Z}_{22} = \underline{Z}_{11}$, $\underline{Z}_{21} = \underline{Z}_{12}$.

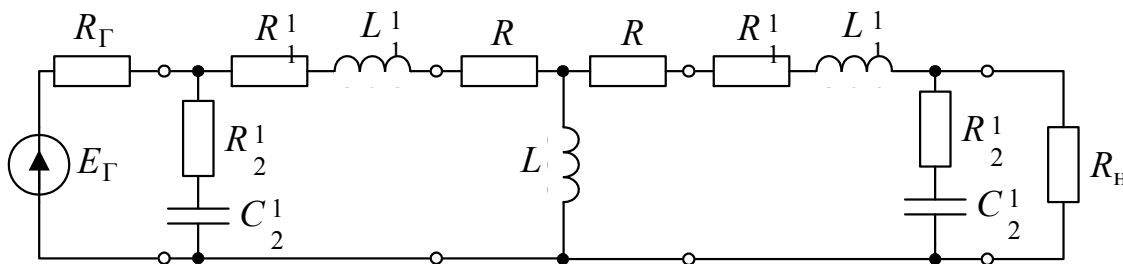


Рис. 4

Параметры элементов согласующих четырехполюсников: $R_{11} = 7$ Ом, $X_{L11} = 8,7$ Ом (активно-индуктивная нагрузка), $R_{12} = 12,6$ Ом, $X_{C12} = 4,5$ Ом (активно-емкостная нагрузка). Результирующая схема показана на рис. 4.

Задачи

1. Сопротивления элементов исходного четырехполюсника $\underline{Z}_1 = 10$ Ом, $\underline{Z}_2 = 10 + 10j$ Ом, $\underline{Z}_3 = 10$ Ом. Сопротивление нагрузки $\underline{Z}_{\text{H}} = 5 + 5j$ Ом. Согласовать четырехполюсник с нагрузкой.

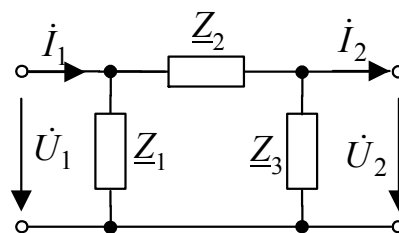


Рис. 5

Ответ: Для согласующей схемы рис. 3 $\underline{Z}_{11} = 4.495 - 2.25j$ Ом, $\underline{Z}_{12} = 0.841 + 9.37j$ Ом.

2. Найти характеристические сопротивления четырехполюсника (рис. 6). Численные данные $\underline{Z}_1 = 4j$ Ом, $\underline{Z}_2 = 4$ Ом, $\underline{Z}_3 = 0$.

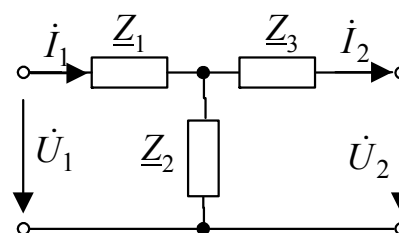


Рис. 6

3. Определить ток i_1 на входе симметричного четырехполюсника, если $\dot{U}_{1\text{м}} = 100 e^{j90^\circ}$ В, $\underline{B} = 10 e^{j30^\circ}$ Ом, $\underline{C} = 0,1 e^{-j60^\circ}$ Ом⁻¹. Четырехполюсник нагружен на характеристическое сопротивление.

Ответ: $i_1 = 10 \sin(\omega t + 45^\circ)$ А.