

# Тема 1

## ЧЕТЫРЕХПОЛЮСНИКИ

### 11.1. Уравнения и схемы соединений четырехполюсников

#### 11.1.1. Основные определения и понятия о многополюсниках и четырехполюсниках

Часто при анализе электрических схем нас интересуют напряжения и токи лишь в отдельных ветвях цепи. В этих случаях часть электрической цепи, напряжения и токи в которой нас не интересуют, представляют как многополюсник.

Рассмотрим в качестве примера передачу энергии от генератора электростанции к потребителю (рис. 11.1). Генератор (источник э.д.с.  $E_1$ ) соединяется с линией электропередач (ЛЭП) через повышающий трансформатор  $T1$ , так как энергию выгодно передавать на высоком напряжении. На приемном конце ЛЭП соединяется с приемником  $R_n$  через понижающий трансформатор  $T2$ .

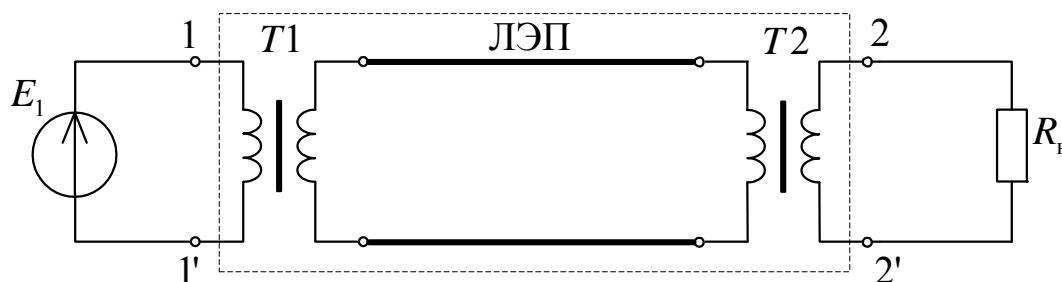


Рис. 11.1

Если нас интересуют токи и напряжения только для генератора и нагрузки, то вся цепь внутри прямоугольника, показанного пунктирной линией, можно заменить многополюсником.

**Многополюсником** называется часть электрической цепи, анализируемая по отношению к нескольким выделенным узлам, которые называются **полюсами** многополюсника. Многополюсник, имеющий  $N$  полюсов, называется  $N$ -полюсником.

Многополюсник, приведенный на рис. 11.1, согласно приведенному выше определению является четырехполюсником, так как он анализируется по отношению к четырем узлам 1, 1', 2 и 2'. Трансформаторы  $T1$  и  $T2$  также могут рассматриваться как четырехполюсники.

Следует отметить, что понятие многополюсника вводится не только потому, что удобно часть цепи для упрощения расчетов заменить эквивалентным многополюсником, но также и потому, что имеются такие приборы, как тиристоры, транзисторы, микромодули и др., которые по своей конструкции являются многополюсниками.

Многополюсник условно изображается на схеме электрической цепи в виде окружности или прямоугольника с выводами, число которых равно числу полюсов многополюсника. На рис. 11.2 показан в качестве примера четырехполюсник.

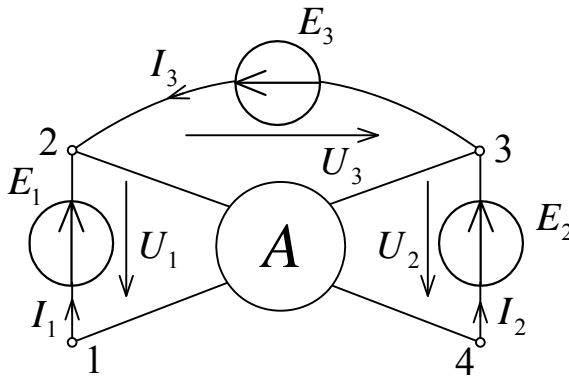


Рис. 11.2

Режим работы многополюсника определяется напряжениями между полюсами и токами, подходящими к полюсам многополюсника. Чтобы проще было анализировать работу многополюсника, удобно заменить внешнюю по отношению к многополюснику часть цепи источниками э.д.с. в соответствии с

теоремой о компенсации. В соответствии с этой теоремой характер подключения источников может быть различным. Важно только, чтобы они обеспечили те же напряжения между любыми парами полюсов, какие были до замены. Известно, что напряжения любых ветвей могут быть выражены через напряжения ветвей дерева. Соответственно достаточно подключить источники э.д.с., образующие дерево, связывающее полюса многополюсника.

Напряжения между полюсами, к которым подключены источники, назовем **напряжениями многополюсника**. Они совпадают с напряжениями источников. Соответственно токи источников назовем **токами многополюсника**.

Уравнения, устанавливающие взаимосвязь между напряжениями и токами многополюсника, называются **уравнениями многополюсника**. Если эти уравнения линейны, то многополюсник называется **линейным**.

Многополюсник называется **активным**, если в нем содержатся источники энергии. Многополюсник, не содержащий источников, называется **пассивным**.

Если в многополюснике отсутствуют независимые источники, то при отключении всех внешних источников напряжения и токи многополюсника равны нулю. При наличии независимых источников напряжения и токи многополюсника отличаются от нуля. В связи с этим различают **автономные** многополюсники, которые содержат независимые источники, и **неавтономные**, не содержащие независимых источников.

Пассивный многополюсник называется **обратимым**, если по отношению к любым парам полюсов соблюдается принцип взаимности (обратимости). В противном случае многополюсник называется **необратимым**.

Может оказаться, что многополюсники, имеющие различную внутреннюю структуру, имеют одинаковые уравнения и параметры. Такие многополюсники называют **эквивалентными**.

Перейдем к рассмотрению уравнений и параметров многополюсника.

### 11.1.2. Уравнения активного многополюсника

Рассмотрим произвольный активный многополюсник (см. рис. 11.2). В случае активного многополюсника принято внутри окружности, обозначающей многополюсник, ставить букву А. Если многополюсник пассивный, то ставят букву П.

Как было отмечено выше, для анализа работы многополюсника нужно заменить внешнюю цепь источниками э.д.с. или тока. Причем источники должны образовать дерево, связывающее полюсы многополюсника. В этом случае напряжения источников однозначно определяют напряжения между любыми полюсами. Например, на рис. 11.2 напряжение между полюсами 1 и 3

$$\dot{U}_{13} = \dot{U}_{12} + \dot{U}_{23} = -\dot{E}_1 + \dot{E}_3.$$

Выведем уравнения многополюсника, используя схему на рис. 11.2. Токи в этой цепи найдем, используя метод наложения. Для этого сначала найдем токи, вызываемые внутренними источниками, затем токи, создаваемые каждым внешним источником в отдельности.

Для нахождения токов от внутренних источников нужно замкнуть внешние источники э.д.с. В результате получим схему на рис. 11.3, а. Токи многополюсника в этой схеме совпадают с токами короткого замыкания

$$\begin{aligned} \dot{I}'_1 &= \dot{I}_{1к} = -\dot{J}_1; \\ \dot{I}'_2 &= \dot{I}_{2к} = -\dot{J}_2; \\ \dot{I}'_3 &= \dot{I}_{3к} = -\dot{J}_3. \end{aligned}$$

Токи короткого замыкания обозначаем символами источников тока, потому что в схемах замещения многополюсников они учитываются с помощью источников тока. Эти токи определяются полностью внутренними источниками и внутренней схемой многополюсника и должны рассматриваться как параметры, характеризующие его свойства.

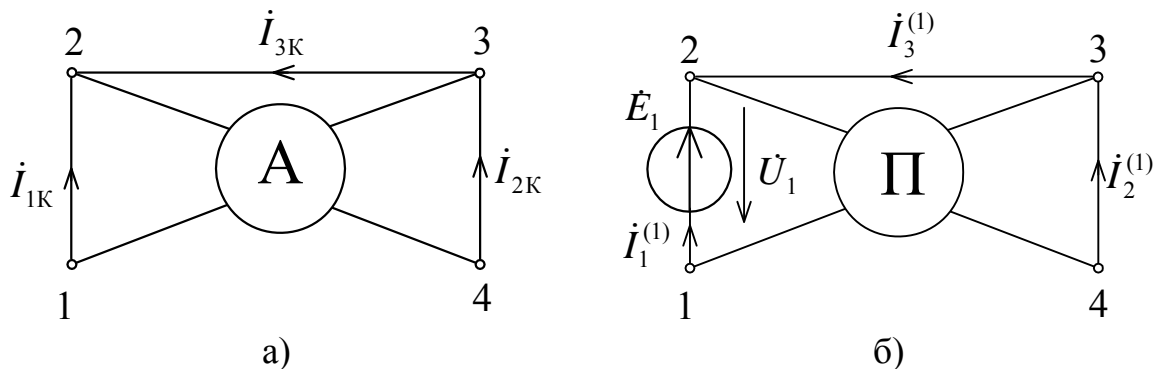


Рис. 11.3

При нахождении токов от действия э.д.с.  $\dot{E}_1$  нужно закоротить все остальные внешние источники э.д.с. и исключить внутренние источники (закорачиванием э.д.с. и размыканием источников тока). В результате получаем цепь на рис. 11.3,б. Ввиду линейности цепи токи во всех ветвях пропорциональны э.д.с.  $\dot{E}_1$ , то есть:

$$\dot{I}_1^{(1)} = \underline{Y}_{11}\dot{E}_1 = \underline{Y}_{11}\dot{U}_1; \quad (11.1)$$

$$\dot{I}_2^{(1)} = \underline{Y}_{21}\dot{E}_1 = \underline{Y}_{21}\dot{U}_1; \quad (11.2)$$

$$\dot{I}_3^{(1)} = \underline{Y}_{31}\dot{E}_1 = \underline{Y}_{31}\dot{U}_1, \quad (11.3)$$

где коэффициенты пропорциональности имеют размерность проводимости и обозначаются символами  $\underline{Y}$  с индексами. Аналогичным образом запишутся выражения для токов от других внешних источников

$$\dot{I}_1^{(2)} = \underline{Y}_{12}\dot{E}_2 = \underline{Y}_{12}\dot{U}_2; \quad (11.4) \quad \dot{I}_1^{(3)} = \underline{Y}_{13}\dot{E}_3 = \underline{Y}_{13}\dot{U}_3; \quad (11.7)$$

$$\dot{I}_2^{(2)} = \underline{Y}_{22}\dot{E}_2 = \underline{Y}_{22}\dot{U}_2; \quad (11.5) \quad \dot{I}_2^{(3)} = \underline{Y}_{23}\dot{E}_3 = \underline{Y}_{23}\dot{U}_3; \quad (11.8)$$

$$\dot{I}_3^{(2)} = \underline{Y}_{32}\dot{E}_2 = \underline{Y}_{32}\dot{U}_2; \quad (11.6) \quad \dot{I}_3^{(3)} = \underline{Y}_{33}\dot{E}_3 = \underline{Y}_{33}\dot{U}_3. \quad (11.9)$$

Нетрудно видеть, что  $\underline{Y}_{11}$  представляет собой входную проводимость двухполюсника по отношению к полюсам 2 и 1 при закороченных других парах полюсов. Аналогично проводимость  $\underline{Y}_{22}$  представляет собой входную проводимость по отношению к полюсам 3 и 4. В связи с этим  $\underline{Y}_{11}$ ,  $\underline{Y}_{22}$ ,  $\underline{Y}_{33}$  называют **собственными проводимостями короткого замыкания**. Проводимости с разными индексами ( $\underline{Y}_{12}$ ,  $\underline{Y}_{13}$  и т.д.) называют **взаимными проводимостями короткого замыкания**.

В результате наложения рассмотренных выше режимов получаем для случая четырехполюсника:

$$\dot{I}_1 = \dot{I}_1^{(1)} + \dot{I}_1^{(2)} + \dot{I}_1^{(3)} = \underline{Y}_{11}\dot{U}_1 + \underline{Y}_{12}\dot{U}_2 + \underline{Y}_{13}\dot{U}_3 - \dot{J}_1;$$

$$\dot{I}_2 = \dot{I}_2^{(1)} + \dot{I}_2^{(2)} + \dot{I}_2^{(3)} = \underline{Y}_{21}\dot{U}_1 + \underline{Y}_{22}\dot{U}_2 + \underline{Y}_{23}\dot{U}_3 - \dot{J}_2;$$

$$\dot{I}_3 = \dot{I}_3^{(1)} + \dot{I}_3^{(2)} + \dot{I}_3^{(3)} = \underline{Y}_{31}\dot{U}_1 + \underline{Y}_{32}\dot{U}_2 + \underline{Y}_{33}\dot{U}_3 - \dot{J}_3.$$

Эти уравнения являются уравнениями четырехполюсника в форме  $Y$ . В матричной форме эти уравнения запишем как

$$\begin{bmatrix} \dot{I}_1 \\ \dot{I}_2 \\ \dot{I}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{Y}_{11} & \underline{Y}_{12} & \underline{Y}_{13} \\ \underline{Y}_{21} & \underline{Y}_{22} & \underline{Y}_{23} \\ \underline{Y}_{31} & \underline{Y}_{32} & \underline{Y}_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{U}_1 \\ \dot{U}_2 \\ \dot{U}_3 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \dot{J}_1 \\ \dot{J}_2 \\ \dot{J}_3 \end{bmatrix} \quad (11.10)$$

или в сокращенной записи

$$\dot{\mathbf{I}} = \underline{\mathbf{Y}}\dot{\mathbf{U}} - \dot{\mathbf{J}}, \quad (11.11)$$

где значения матриц уравнения (11.11) легко устанавливаются из сопоставления с уравнением (11.10).

Элементы матрицы  $\mathbf{Y}$  – собственные и взаимные проводимости, для краткости будем называть их просто проводимостями многополюсника. Матрица  $\mathbf{J}$  называется матрицей источников многополюсника. Она отличается от нуля только для автономных многополюсников, поэтому ее называют матрицей автономных параметров. Проводимости многополюсника являются неавтономными параметрами.

Из приведенных выше рассуждений следует, что число уравнений многополюсника равно числу источников, которыми можно учесть влияние внешней цепи на многополюсник. Число их меньше числа полюсов на единицу. В частности, для четырехполюсника имеем три уравнения. Соответственно для четырехполюсника имеем 9 неавтономных и три автономных параметра. В общем случае эти параметры независимы друг от друга. Однако в случае обратимого многополюсника только часть параметров является независимой. Действительно, согласно принципу взаимности э.д.с.  $\dot{E}_1$  создает во второй ветви при отсутствии других источников такой же ток  $\dot{I}_2^{(1)}$ , как и э.д.с.  $\dot{E}_2 = \dot{E}_1$  в первой ветви, то есть ток  $\dot{I}_1^{(2)} = \dot{I}_2^{(1)}$ . Согласно уравнениям (11.2) и (11.4) получаем  $\underline{Y}_{21}\dot{E}_1 = \underline{Y}_{12}\dot{E}_2$ . Из равенства э.д.с.  $\dot{E}_1$  и  $\dot{E}_2$  следует, что  $\underline{Y}_{21} = \underline{Y}_{12}$ . В общем случае можно записать, что  $\underline{Y}_{ik} = \underline{Y}_{ki}$ .

Таким образом, взаимные проводимости, отличающиеся перестановкой индексов, одинаковы, и матрица проводимостей обратимого четырехполюсника симметрична.

Умножив обе части уравнения (11.11) на обратную матрицу  $\underline{\mathbf{Z}} = \underline{\mathbf{Y}}^{-1}$  получим

$$\underline{\mathbf{Z}}\mathbf{I} = \underline{\mathbf{Y}}^{-1}\underline{\mathbf{Y}}\mathbf{U} - \underline{\mathbf{Y}}^{-1}\mathbf{J}.$$

Обозначим через

$$\dot{\mathbf{E}} = -\underline{\mathbf{Y}}^{-1}\mathbf{J},$$

тогда предыдущее уравнение преобразуется к виду

$$\dot{\mathbf{U}} = \underline{\mathbf{Z}}\mathbf{I} - \dot{\mathbf{E}}. \quad (11.12)$$

В результате получаем уравнение многополюсника в форме  $\mathbf{Z}$ , в котором

$\underline{\mathbf{Z}}$  – матрица сопротивлений многополюсника;

$\dot{\mathbf{E}}$  – матрица источников э.д.с.

Возможны и другие формы уравнений многополюсника. Некоторые из них будут рассмотрены ниже для случая проходного четырехполюсника. Хотя в общем случае  $n$ -полюсник характеризуется  $n - 1$  уравнениями, однако в некоторых случаях можно использовать меньшее число уравнений. Примером может служить четырехполюсник, анализируемый по от-

ношению к входу и выходу. Такой четырехполюсник называют **проходным**. У проходного четырехполюсника выделяют две пары зажимов: входные и выходные. Внешние элементы подключают к входу и выходу таким образом, что между входными и выходными полюсами нет связи во внешней цепи.

В дальнейшем будем рассматривать только проходные четырехполюсники и будем называть их просто четырехполюсниками. Рассмотрим уравнения такого четырехполюсника.

### 11.1.3. Системы уравнений пассивных четырехполюсников при синусоидальном воздействии и схемы их соединений.

Схема четырехполюсника показана на рис. 11.4. Влияние внешней цепи, подключенной к зажимам 1–1', по теореме о компенсации учитываем источником  $\dot{E}_1$ , а цепи, подключенной к зажимам 2–2' (скажем, нагрузки  $\underline{Z}_H$ ) – источником  $\dot{E}_2$ .

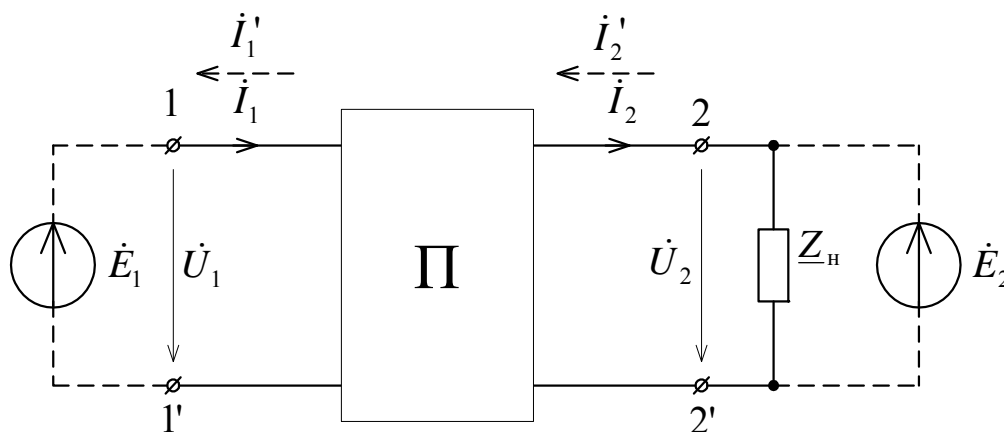


Рис. 11.4

Напряжение на входе четырехполюсника принято обозначать через  $\dot{U}_1$ , а ток – через  $\dot{I}_1$ . Аналогично напряжение на выходе принято обозначать через  $\dot{U}_2$ , а ток – через  $\dot{I}_2$ . Положительные направления токов приняты от входа к выходу. На рис. 11.4 пунктиром показаны обратные направления токов, которые обозначаются со штрихом.

Применяя метод наложения, как это делалось в предыдущем параграфе, получаем уравнения пассивного четырехполюсника в форме  $Y$ :

$$\begin{bmatrix} \dot{I}_1 \\ \dot{I}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{Y}_{11} & \underline{Y}_{12} \\ \underline{Y}_{21} & \underline{Y}_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{U}_1 \\ \dot{U}_2 \end{bmatrix} \quad (11.13)$$

или

$$\dot{\mathbf{I}} = \underline{\mathbf{Y}} \dot{\mathbf{U}}. \quad (11.14)$$

Величины проводимостей четырехполюсника  $\underline{Y}_{11}$ ,  $\underline{Y}_{12}$ ,  $\underline{Y}_{21}$  и  $\underline{Y}_{22}$  в уравнении (11.13) отличаются от соответствующих проводимостей уравне-

ния (11.10), так как при выводе уравнений (11.13) не закорачиваются узлы 1 и 2, как это делалось при выводе уравнений (11.10).

Уравнения в форме  $Y$  можно использовать для анализа показанного на рис. 11.5 последовательного соединения четырехполюсников. В этой схеме вход каждого четырехполюсника связан с выходом через другой четырехполюсник, поэтому для анализа такого соединения в общем случае следует использовать общие уравнения четырехполюсника, согласно которым четырехполюсник описывается системой трех уравнений. Четырехполюсник можно описать системой двух уравнений, если нет связи между входом и выходом четырехполюсника во внешней по отношению к нему цепи. При этом ток, входящий в верхний полюс четырехполюсника (1), равен току, выходящему из нижнего (1').

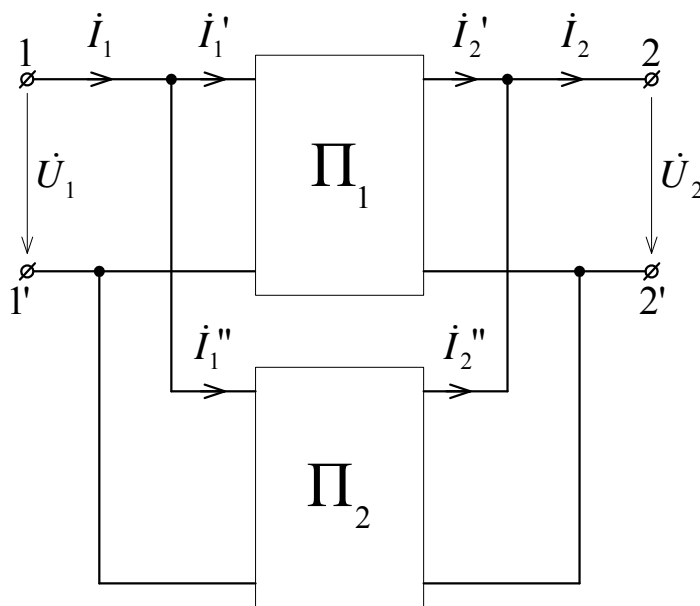


Рис. 11.5

Если внутренняя схема, скажем, первого четырехполюсника состоит из двух индуктивно связанных частей, как показано на рис. 11.6, то можно ограничиться системой двух уравнений. В этом случае ток  $\dot{I}_1 = \dot{I}_1'$  и  $\dot{I}_2 = \dot{I}_2'$  (рис. 11.6) и можно использовать уравнения (11.13).

По первому закону Кирхгофа для цепи на рис. 11.5:

$$\dot{I}_1 = \dot{I}_1' + \dot{I}_1''; \quad \dot{I}_2 = \dot{I}_2' + \dot{I}_2''$$

или в матричной форме

$$\begin{bmatrix} \dot{I}_1 \\ \dot{I}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{I}_1' \\ \dot{I}_2' \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \dot{I}_1'' \\ \dot{I}_2'' \end{bmatrix}.$$

Подставляя в последнее уравнение выражения матриц токов согласно уравнениям четырехполюсников в форме  $Y$ , получаем

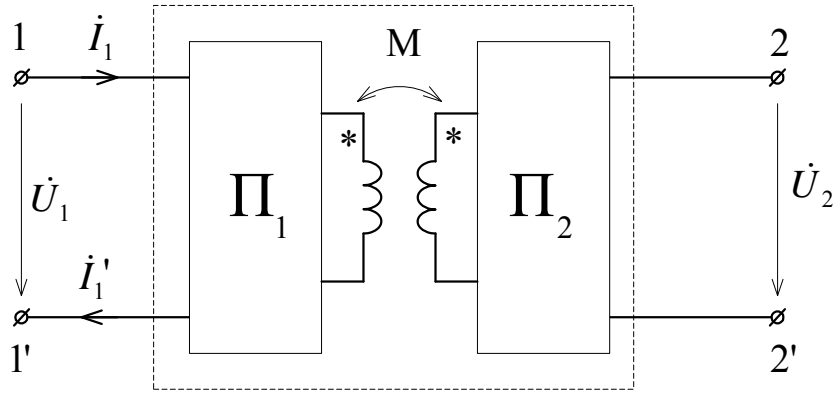


Рис. 11.6

$$\begin{bmatrix} \dot{i}_1 \\ \dot{i}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{i}_1' \\ \dot{i}_2' \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \dot{i}_1'' \\ \dot{i}_2'' \end{bmatrix} = \{\underline{\mathbf{Y}}_1' + \underline{\mathbf{Y}}_2'\} \begin{bmatrix} \dot{U}_1 \\ \dot{U}_2 \end{bmatrix} = \underline{\mathbf{Y}} \begin{bmatrix} \dot{U}_1 \\ \dot{U}_2 \end{bmatrix},$$

где

$$\underline{\mathbf{Y}} = \underline{\mathbf{Y}}_1' + \underline{\mathbf{Y}}_2'.$$

Таким образом, при параллельном соединении обратимых четырехполюсников матрица  $\underline{\mathbf{Y}}$  результирующего четырехполюсника равна сумме матриц соединяемых четырехполюсников.

Помимо уравнений в форме  $Y$  (11.13, 11.14) существуют еще пять форм уравнений, которые отличаются тем, какие напряжения или токи выражаются через другие величины. Из четырех переменных можно выбрать две переменные  $C_4^2 = 6$  способами. Прежде всего, можно отметить форму  $Z$ , рассмотренную в предыдущем параграфе. С учетом отсутствия третьего компенсирующего источника получаем

$$\begin{bmatrix} \dot{U}_1 \\ \dot{U}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{Z}_{11} & \underline{Z}_{12} \\ \underline{Z}_{21} & \underline{Z}_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{i}_1 \\ \dot{i}_2 \end{bmatrix} \quad (11.16)$$

или

$$\dot{\mathbf{U}} = \underline{\mathbf{Z}} \dot{\mathbf{I}}.$$

Матрица сопротивлений  $\underline{\mathbf{Z}}$  является обратной по отношению к матрице проводимостей  $\underline{\mathbf{Y}}$ . Уравнения в форме  $Z$  могут быть использованы для анализа последовательного соединения (рис. 11.7), при котором входы (выходы) четырехполюсников соединены последовательно. Здесь также нужно наложить ограничение, что один из четырехполюсников состоит из двух электрически изолированных частей.

Для последовательного соединения  $\dot{I}_1 = \dot{I}_1' = \dot{I}_1''$  и  $\dot{I}_2 = \dot{I}_2' = \dot{I}_2''$ . С учетом этого по второму закону Кирхгофа получаем

$$\begin{bmatrix} \dot{U}_1 \\ \dot{U}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{U}_1' \\ \dot{U}_2' \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \dot{U}_1'' \\ \dot{U}_2'' \end{bmatrix} = \{\underline{\mathbf{Z}}_1' + \underline{\mathbf{Z}}_2'\} \begin{bmatrix} \dot{i}_1 \\ \dot{i}_2 \end{bmatrix} = \underline{\mathbf{Z}} \begin{bmatrix} \dot{i}_1 \\ \dot{i}_2 \end{bmatrix}.$$



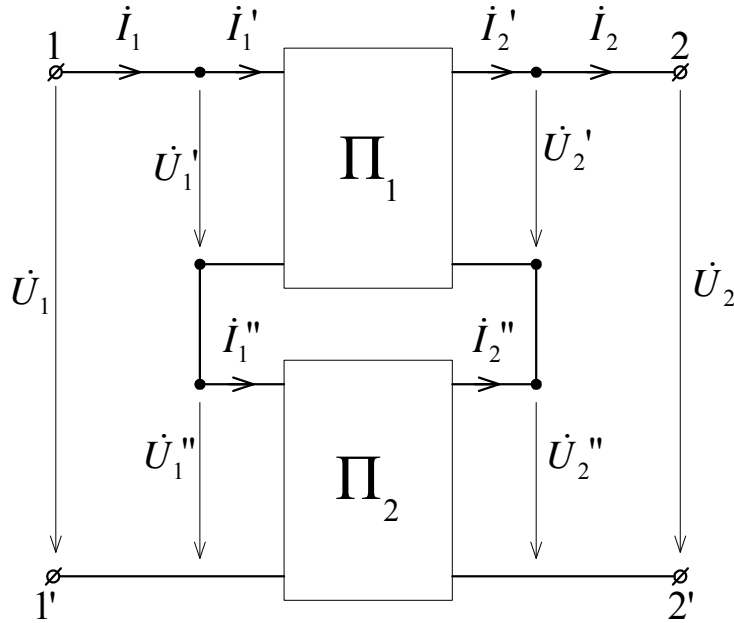


Рис. 11.7

Таким образом, при последовательном соединении обратимых четырехполюсников матрица  $\underline{Z}$  результирующего четырехполюсника равна сумме матриц соединяемых четырехполюсников.

Уравнения четырехполюсников в форме  $A$  выражают входные величины через выходные, то есть:

$$\left. \begin{aligned} \dot{U}_1 &= \underline{A}\dot{U}_2 + \underline{B}\dot{I}_2; \\ \dot{I}_1 &= \underline{C}\dot{U}_2 + \underline{D}\dot{I}_2 \end{aligned} \right\} \quad (11.17)$$

или в матричной форме

$$\begin{bmatrix} \dot{U}_1 \\ \dot{I}_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{A} & \underline{B} \\ \underline{C} & \underline{D} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{U}_2 \\ \dot{I}_2 \end{bmatrix}. \quad (11.18)$$

Параметры четырехполюсника в форме  $A$  можно выразить через  $Y$ -параметры. Для этого преобразуем уравнения (11.13) так, чтобы в левой части оставались величины  $\dot{U}_1$  и  $\dot{I}_1$ , а в правой –  $\dot{U}_2$ ,  $\dot{I}_2$ .

Сопоставляя коэффициенты преобразованных уравнений с уравнениями (11.17), получаем, что

$$\left. \begin{aligned} \underline{A} &= -\frac{\underline{Y}_{22}}{\underline{Y}_{21}}; & \underline{B} &= \frac{1}{\underline{Y}_{21}}; \\ \underline{C} &= -\frac{|\underline{Y}|}{\underline{Y}_{21}}; & \underline{D} &= \frac{\underline{Y}_{11}}{\underline{Y}_{21}}. \end{aligned} \right\} \quad (11.19)$$

Уравнения в форме  $B$ , наоборот, выражают выходные величины через входные:

$$\begin{bmatrix} \dot{U}_2 \\ \dot{I}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{B}_{11} & \underline{B}_{12} \\ \underline{B}_{21} & \underline{B}_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{U}_1 \\ \dot{I}_1 \end{bmatrix}. \quad (11.20)$$

Эта форма является обратной по отношению к форме  $A$  и матрица

$$\underline{B} = \begin{bmatrix} \underline{B}_{11} & \underline{B}_{12} \\ \underline{B}_{21} & \underline{B}_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{A} & \underline{B} \\ \underline{C} & \underline{D} \end{bmatrix}^{-1} = \frac{1}{|\underline{A}|} \begin{bmatrix} \underline{D} & -\underline{B} \\ -\underline{C} & \underline{A} \end{bmatrix}.$$

Для обратимого четырехполюсника

$$|\underline{A}| = \underline{A}\underline{D} - \underline{B}\underline{C} = 1$$

и получаем уравнение

$$\begin{bmatrix} \dot{U}_2 \\ \dot{I}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{D} & -\underline{B} \\ -\underline{C} & \underline{A} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{U}_1 \\ \dot{I}_1 \end{bmatrix}. \quad (11.21)$$

Уравнения в форме  $B$  используют для анализа обратного включения, когда входные и выходные полюсы меняются местами (рис.11.8). При таком включении

$$\begin{bmatrix} \dot{U}_1^o \\ -\dot{I}_1^o \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{U}_2 \\ \dot{I}_2 \end{bmatrix} \quad \text{и} \quad \begin{bmatrix} \dot{U}_2^o \\ -\dot{I}_2^o \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{U}_1 \\ \dot{I}_1 \end{bmatrix}.$$

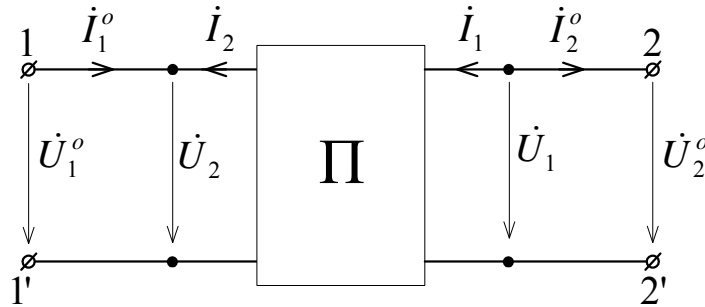


Рис. 11.8

Делая указанные замены в уравнении (11.21), получаем

$$\begin{bmatrix} \dot{U}_1^o \\ -\dot{I}_1^o \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{D} & -\underline{B} \\ -\underline{C} & \underline{A} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{U}_2^o \\ \dot{I}_2^o \end{bmatrix}$$

или

$$\begin{bmatrix} \dot{U}_1^o \\ \dot{I}_1^o \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{D} & \underline{B} \\ \underline{C} & \underline{A} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{U}_2^o \\ \dot{I}_2^o \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{A}_o & \underline{B}_o \\ \underline{C}_o & \underline{D}_o \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{U}_2^o \\ \dot{I}_2^o \end{bmatrix}.$$

Получаем уравнения перевернутого четырехполюсника в форме  $A$ , в которых в отличие от исходного четырехполюсника постоянные  $\underline{A}$  и  $\underline{D}$  поменялись местами ( $\underline{A}_o = \underline{D}$ ;  $\underline{D}_o = \underline{A}$ ).

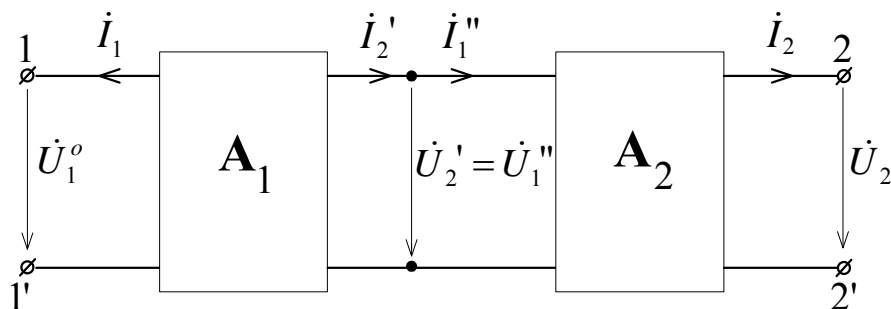


Рис. 11.9

Уравнения в форме  $A$  используют для анализа каскадного соединения четырехполюсников. На рис. 11.9 показано каскадное соединение двух четырехполюсников. При таком соединении к выходным полюсам первого четырехполюсника присоединяются входные полюсы второго.

В соответствии с обозначениями на рис. 11.9 уравнения первого четырехполюсника запишутся как

$$\begin{bmatrix} \dot{U}_1 \\ \dot{i}_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{A}_1 & \underline{B}_1 \\ \underline{C}_1 & \underline{D}_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{U}_2' \\ \dot{i}_2' \end{bmatrix}, \quad (11.22)$$

а второго как

$$\begin{bmatrix} \dot{U}_2' \\ \dot{i}_2' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{U}_1'' \\ \dot{i}_1'' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{A}_2 & \underline{B}_2 \\ \underline{C}_2 & \underline{D}_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{U}_2 \\ \dot{i}_2 \end{bmatrix}. \quad (11.23)$$

Подставляя (11.23) в (11.22), получаем

$$\begin{bmatrix} \dot{U}_1 \\ \dot{i}_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{A}_1 & \underline{B}_1 \\ \underline{C}_1 & \underline{D}_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{A}_2 & \underline{B}_2 \\ \underline{C}_2 & \underline{D}_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{U}_2 \\ \dot{i}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{A} & \underline{B} \\ \underline{C} & \underline{D} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{U}_2 \\ \dot{i}_2 \end{bmatrix},$$

отсюда следует, что матрица эквивалентного четырехполюсника равна произведению матриц каскадно-соединенных четырехполюсников, то есть

$$\begin{bmatrix} \underline{A} & \underline{B} \\ \underline{C} & \underline{D} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{A}_1 & \underline{B}_1 \\ \underline{C}_1 & \underline{D}_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{A}_2 & \underline{B}_2 \\ \underline{C}_2 & \underline{D}_2 \end{bmatrix}.$$

При соединении нескольких четырехполюсников нужно записывать матрицы в том же порядке, в котором они соединены, так как произведение матриц не подчиняется переместительному закону.

Следующая форма уравнений четырехполюсника – форма  $H$ . Уравнения в форме  $H$  имеют вид

$$\left. \begin{aligned} \dot{U}_1 &= \underline{H}_{11}\dot{i}_1 + \underline{H}_{12}\dot{U}_2; \\ \dot{i}_2 &= \underline{H}_{21}\dot{i}_1 + \underline{H}_{22}\dot{U}_2 \end{aligned} \right\} \quad (11.24)$$

и используются при анализе последовательно-параллельного соединения (рис. 11.10). При таком соединении при условии, что один из четырехполюсников состоит из двух изолированных частей,  $\dot{I}_1 = \dot{I}_1' = \dot{I}_1''$ ;  $\dot{U}_2 = \dot{U}_2' = \dot{U}_2''$  и

$$\begin{bmatrix} \dot{U}_1 \\ \dot{I}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{U}_1' \\ \dot{I}_2' \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \dot{U}_1'' \\ \dot{I}_2'' \end{bmatrix}.$$

Подставляя в последнее уравнение выражения матриц согласно уравнениям в форме  $H$ , получаем

$$\begin{bmatrix} \dot{U}_1 \\ \dot{I}_2 \end{bmatrix} = \underline{H}' \cdot \begin{bmatrix} \dot{I}_1' \\ \dot{U}_2' \end{bmatrix} + \underline{H}'' \cdot \begin{bmatrix} \dot{I}_1'' \\ \dot{U}_2'' \end{bmatrix} = \underline{H} \cdot \begin{bmatrix} \dot{I}_1 \\ \dot{U}_2 \end{bmatrix}.$$

Отсюда следует вывод, что при последовательно-параллельном соединении матрица  $H$ -параметров четырехполюсника равна сумме матриц  $H$ -параметров соединяемых четырехполюсников:

$$\underline{H} = \underline{H}' + \underline{H}''.$$

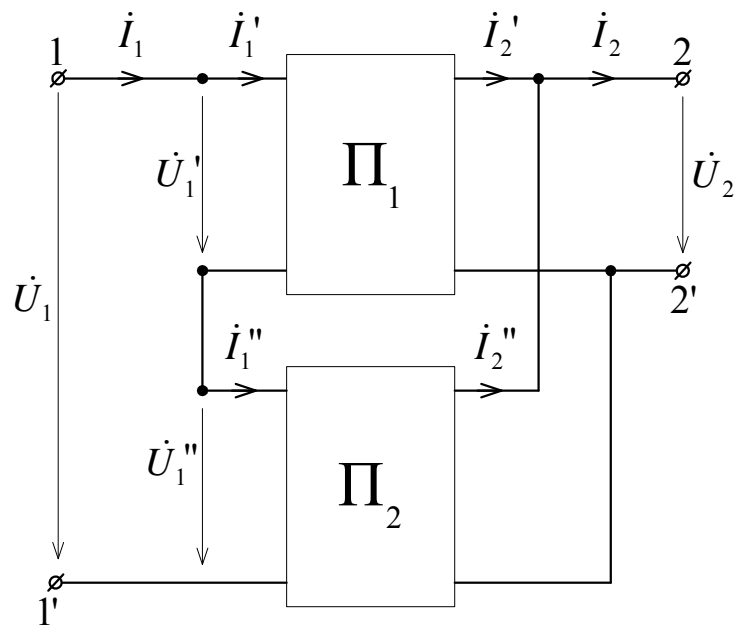


Рис. 11.10

При параллельно-последовательном соединении четырехполюсников (рис. 11.11) используется форма  $G$ . Уравнения четырехполюсника в форме  $G$  имеют вид

$$\left. \begin{aligned} \dot{I}_1 &= \underline{G}_{11}\dot{U}_1 + \underline{G}_{12}\dot{I}_2; \\ \dot{U}_2 &= \underline{G}_{21}\dot{U}_1 + \underline{G}_{22}\dot{I}_2. \end{aligned} \right\} \quad (11.25)$$

По аналогии с формой  $H$  для формы  $G$  получаем, что при параллельно-последовательном соединении четырехполюсников матрица  $G$ -

параметров четырехполюсника равна сумме матриц  $G$ -параметров соединяемых четырехполюсников, то есть

$$\underline{G} = \underline{G}' + \underline{G}''.$$

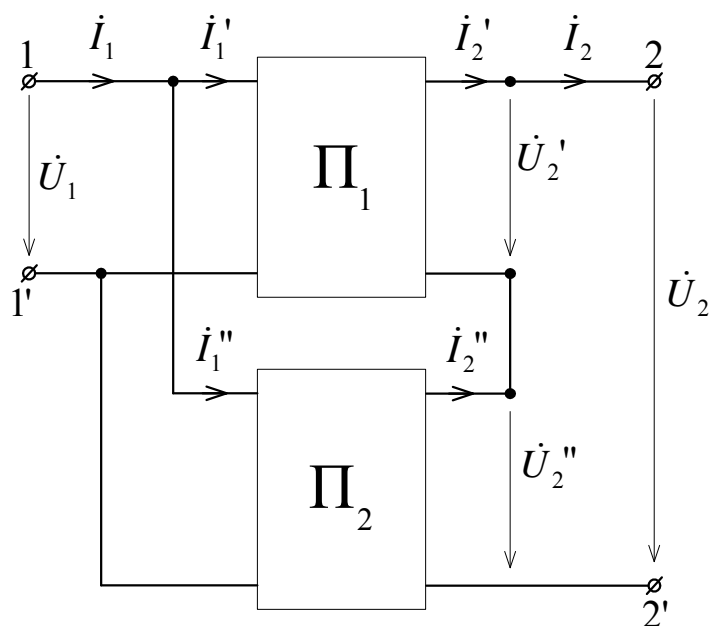


Рис. 11.11

Рассмотренные выше последовательное, параллельное, последовательно-параллельное и параллельно-последовательное соединения четырехполюсников можно иногда использовать, когда ни один из четырехполюсников не состоит из двух изолированных частей, но в этом случае должно соблюдаться равенство втекающего и вытекающего токов со стороны первичных зажимов, а также равенство втекающего и вытекающего токов на вторичной стороне. Если эти равенства для каждого четырехполюсника в сложной схеме не выполняются, формулы для матриц параметров эквивалентных четырехполюсников не справедливы, и такое соединение четырехполюсников называют нерегулярным. Определить регулярность соединения можно лишь при использовании полных уравнений четырехполюсника, но в этом случае проще не определять регулярность, а непосредственно использовать полные уравнения четырехполюсника. Соотношения, полученные для последовательного, параллельного, последовательно-параллельного и параллельно-последовательного соединений четырехполюсников, рекомендуется применять только тогда, когда известно, что внутренняя схема одного из четырехполюсников состоит из двух изолированных частей.

#### Выводы.

1. Основные уравнения четырехполюсника связывают четыре функции  $\dot{U}_1$ ,  $\dot{I}_1$ ,  $\dot{U}_2$ ,  $\dot{I}_2$  на входе и выходе четырехполюсника, выражая какие либо две из них через остальные. Возможны шесть форм записи основных уравнений (см. таблицу). Коэффициенты в уравнениях называют

параметрами или постоянными четырехполюсника. В синусоидальном режиме – это комплексные числа, не зависящие от режима на входе и выходе четырехполюсника. По виду связующих коэффициентов различают уравнения в формах  $A$ ,  $B$ ,  $Y$ ,  $Z$ ,  $G$  и  $H$  параметрах. Группируя параметры в матрицы, уравнения записывают также в матричном виде.

Таблица

Форма	Уравнения	Уравнения в матричном виде	Матрица параметров
$A$	$\left. \begin{aligned} \dot{U}_1 &= \underline{A}\dot{U}_2 + \underline{B}\dot{I}_2; \\ \dot{I}_1 &= \underline{C}\dot{U}_2 + \underline{D}\dot{I}_2 \end{aligned} \right\}$	$\begin{bmatrix} \dot{U}_1 \\ \dot{I}_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{A} & \underline{B} \\ \underline{C} & \underline{D} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{U}_2 \\ \dot{I}_2 \end{bmatrix}$	$\underline{\mathbf{A}} = \begin{bmatrix} \underline{A} & \underline{B} \\ \underline{C} & \underline{D} \end{bmatrix}$
$B$	$\left. \begin{aligned} \dot{U}_2 &= \underline{B}_{11}\dot{U}_1 + \underline{B}_{12}\dot{I}_1 \\ \dot{I}_2 &= \underline{B}_{21}\dot{U}_1 + \underline{B}_{22}\dot{I}_1 \end{aligned} \right\}$	$\begin{bmatrix} \dot{U}_2 \\ \dot{I}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{B}_{11} & \underline{B}_{12} \\ \underline{B}_{21} & \underline{B}_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{U}_1 \\ \dot{I}_1 \end{bmatrix}$	$\underline{\mathbf{B}} = \begin{bmatrix} \underline{B}_{11} & \underline{B}_{12} \\ \underline{B}_{21} & \underline{B}_{22} \end{bmatrix}$
$Y$	$\left. \begin{aligned} \dot{I}_1 &= \underline{Y}_{11}\dot{U}_1 + \underline{Y}_{12}\dot{U}_2 \\ \dot{I}_2 &= \underline{Y}_{21}\dot{U}_1 + \underline{Y}_{22}\dot{U}_2 \end{aligned} \right\}$	$\begin{bmatrix} \dot{I}_1 \\ \dot{I}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{Y}_{11} & \underline{Y}_{12} \\ \underline{Y}_{21} & \underline{Y}_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{U}_1 \\ \dot{U}_2 \end{bmatrix}$	$\underline{\mathbf{Y}} = \begin{bmatrix} \underline{Y}_{11} & \underline{Y}_{12} \\ \underline{Y}_{21} & \underline{Y}_{22} \end{bmatrix}$
$Z$	$\left. \begin{aligned} \dot{U}_1 &= \underline{Z}_{11}\dot{I}_1 + \underline{Z}_{12}\dot{I}_2 \\ \dot{U}_2 &= \underline{Z}_{21}\dot{I}_1 + \underline{Z}_{22}\dot{I}_2 \end{aligned} \right\}$	$\begin{bmatrix} \dot{U}_1 \\ \dot{U}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{Z}_{11} & \underline{Z}_{12} \\ \underline{Z}_{21} & \underline{Z}_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{I}_1 \\ \dot{I}_2 \end{bmatrix}$	$\underline{\mathbf{Z}} = \begin{bmatrix} \underline{Z}_{11} & \underline{Z}_{12} \\ \underline{Z}_{21} & \underline{Z}_{22} \end{bmatrix}$
$G$	$\left. \begin{aligned} \dot{I}_1 &= \underline{G}_{11}\dot{U}_1 + \underline{G}_{12}\dot{I}_2 \\ \dot{U}_2 &= \underline{G}_{21}\dot{U}_1 + \underline{G}_{22}\dot{I}_2 \end{aligned} \right\}$	$\begin{bmatrix} \dot{I}_1 \\ \dot{U}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{G}_{11} & \underline{G}_{12} \\ \underline{G}_{21} & \underline{G}_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{I}_2 \\ \dot{I}_2 \end{bmatrix}$	$\underline{\mathbf{G}} = \begin{bmatrix} \underline{G}_{11} & \underline{G}_{12} \\ \underline{G}_{21} & \underline{G}_{22} \end{bmatrix}$
$H$	$\left. \begin{aligned} \dot{U}_1 &= \underline{H}_{11}\dot{I}_1 + \underline{H}_{12}\dot{U}_2 \\ \dot{I}_2 &= \underline{H}_{21}\dot{I}_1 + \underline{H}_{22}\dot{U}_2 \end{aligned} \right\}$	$\begin{bmatrix} \dot{U}_1 \\ \dot{I}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{H}_{11} & \underline{H}_{12} \\ \underline{H}_{21} & \underline{H}_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{I}_1 \\ \dot{U}_2 \end{bmatrix}$	$\underline{\mathbf{H}} = \begin{bmatrix} \underline{H}_{11} & \underline{H}_{12} \\ \underline{H}_{21} & \underline{H}_{22} \end{bmatrix}$

2. Выше были приведены соотношения между параметрами форм  $A$  и  $Y$ . Аналогичным образом могут быть получены соотношения между параметрами других форм.

## 11.2. Схемы замещения пассивного четырехполюсника

Матрица обратимого четырехполюсника содержит три независимых параметра. Четвертый параметр может быть выражен через остальные три параметра с помощью условия обратимости:

$\underline{Y}_{12} = -\underline{Y}_{21}$  для формы  $Y$  (минус, так как направление  $\dot{I}_2$  из четырехполюсника;  $\underline{Z}_{12} = -\underline{Z}_{21}$  для формы  $Z$ ;  
 $\underline{AD} - \underline{BC} = 1$  для формы  $A$ .

Соответственно схема замещения четырехполюсника должна содержать три элемента. Этому условию удовлетворяют две схемы, показанные на рис. 11.12. Первую схему (рис. 11.12,а) называют Т-образной схемой замещения, вторую схему (рис. 11.12,б) называют П-образной схемой замещения.

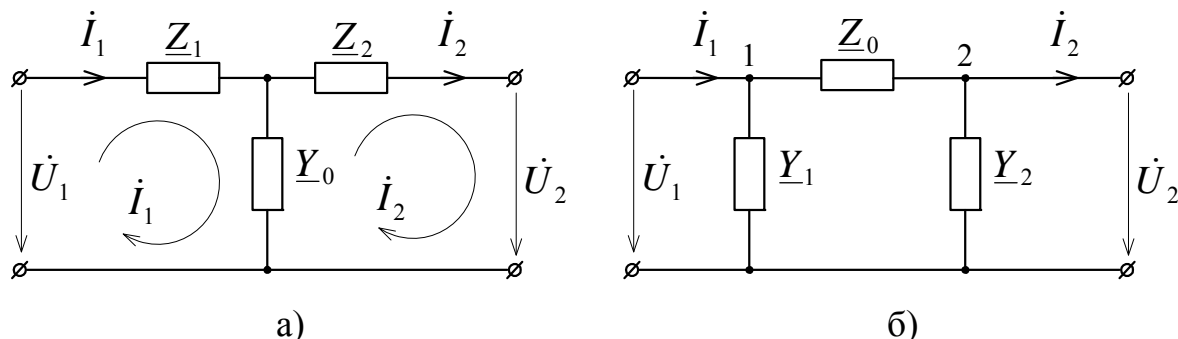


Рис. 11.12

По методу контурных токов для Т-образной схемы замещения (см. рис. 11.12,а), полагая, что на входе включен источник э.д.с.  $\dot{E}_1 = \dot{U}_1$ , а на выходе – источник э.д.с.  $\dot{E}_2 = \dot{U}_2$ , записываем уравнения:

$$\left. \begin{aligned} \left( \underline{Z}_1 + \frac{1}{\underline{Y}_0} \right) \dot{I}_1 - \frac{1}{\underline{Y}_0} \dot{I}_2 &= \dot{U}_1; \\ -\frac{1}{\underline{Y}_0} \dot{I}_1 + \left( \underline{Z}_2 + \frac{1}{\underline{Y}_0} \right) \dot{I}_2 &= -\dot{U}_2. \end{aligned} \right\} \quad (11.26)$$

Здесь учтено, что первый контурный ток равен току на входе, а второй – току на выходе четырехполюсника.

Из второго уравнения системы (11.26), умножая на  $-\underline{Y}_0$  и перенося член с  $\dot{I}_2$  в правую часть уравнения, получаем

$$\dot{I}_1 = \underline{Y}_0 \dot{U}_2 + (1 + \underline{Y}_0 \underline{Z}_2) \dot{I}_2. \quad (11.27)$$

Подставляя выражение для  $\dot{I}_1$  в первое уравнение системы (11.26), получаем

$$\dot{U}_1 = (1 + \underline{Y}_0 \underline{Z}_1) \dot{U}_2 + (\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2 + \underline{Y}_0 \underline{Z}_1 \underline{Z}_2) \dot{I}_2. \quad (11.28)$$

Уравнение (11.28) представляет первое уравнение в форме А, а уравнение (11.27) – второе. Сопоставляя эти уравнения с уравнениями четырехполюсника, получаем формулы для параметров четырехполюсника в форме А:

$$\left. \begin{aligned} \underline{A} &= 1 + \underline{Y}_0 \underline{Z}_1 ; \\ \underline{B} &= \underline{Z}_1 + \underline{Z}_2 + \underline{Y}_0 \underline{Z}_1 \underline{Z}_2 ; \\ \underline{C} &= \underline{Y}_0 ; \\ \underline{D} &= 1 + \underline{Y}_0 \underline{Z}_2 . \end{aligned} \right\} \quad (11.29)$$

При  $\underline{Z}_1 = \underline{Z}_2$  схема четырехполюсника будет симметричной. При этом будет соблюдаться условие симметрии  $\underline{A} = \underline{D}$ .

Решая уравнения (11.29) относительно параметров схемы замещения получаем формулы

$$\underline{Y}_0 = \underline{C}; \quad \underline{Z}_1 = \frac{\underline{A} - 1}{\underline{C}}; \quad \underline{Z}_2 = \frac{\underline{D} - 1}{\underline{C}}. \quad (11.30)$$

Уравнения (11.30) позволяют определить параметры Т-образной схемы замещения.

Для П-образной схемы целесообразнее использовать уравнения по методу узловых потенциалов, считая, что к входу присоединен источник тока  $\dot{J}_1 = \dot{I}_1$ , а к выходу – источник тока  $\dot{J}_{21} = \dot{I}_2$ . Получаем уравнения:

$$\left. \begin{aligned} \dot{I}_1 &= \left( \underline{Y}_1 + \frac{1}{\underline{Z}_0} \right) \dot{U}_1 - \frac{1}{\underline{Z}_0} \dot{U}_2; \\ -\dot{I}_2 &= -\frac{1}{\underline{Z}_0} \dot{U}_1 + \left( \underline{Y}_2 + \frac{1}{\underline{Z}_0} \right) \dot{U}_2. \end{aligned} \right\} \quad (11.31)$$

Из второго уравнения системы (11.31)

$$\dot{U}_1 = (1 + \underline{Y}_2 \underline{Z}_0) \dot{U}_2 + \underline{Z}_0 \dot{I}_2. \quad (11.32)$$

Подставляя выражение (11.32) в первое уравнение системы (11.31), получаем

$$\dot{I}_1 = (\underline{Y}_1 + \underline{Y}_2 + \underline{Y}_1 \underline{Y}_2 \underline{Z}_0) \dot{U}_2 + \underline{Z}_0 \dot{I}_2. \quad (11.33)$$

Отсюда следуют формулы для параметров в форме А

$$\left. \begin{aligned} \underline{A} &= 1 + \underline{Y}_2 \underline{Z}_0 ; \\ \underline{C} &= \underline{Y}_1 + \underline{Y}_2 + \underline{Y}_1 \underline{Y}_2 \underline{Z}_0 ; \\ \underline{B} &= \underline{Z}_0 ; \\ \underline{D} &= 1 + \underline{Y}_2 \underline{Z}_0 . \end{aligned} \right\} \quad (11.34)$$

Обратные формулы для определения параметров схемы замещения:

$$\underline{Z}_0 = \underline{B}; \quad \underline{Y}_2 = \frac{\underline{A} - 1}{\underline{B}}; \quad \underline{Y}_1 = \frac{\underline{D} - 1}{\underline{B}}. \quad (11.35)$$



### Пример 4.1

Какой схемой замещения можно представить заданный четырехполюсник, параметры которого имеют следующие значения:  $\underline{A} = 2$ ;  $\underline{B} = j$ ;  $\underline{C} = 0$ ;  $\underline{D} = 0,5$ .

Заданный четырехполюсник не удастся заменить Т-образной схемой замещения, так как при  $\underline{C} = 0$  в формулах (11.30) приходится делить на ноль. Для П-образной схемы получаем по формулам (11.35):

$$\underline{Z}_0 = \underline{B} = j; \quad \underline{Y}_2 = \frac{\underline{A}-1}{\underline{B}} = \frac{2-1}{j} = -j; \quad \underline{Y}_1 = \frac{\underline{D}-1}{\underline{B}} = \frac{0,5-1}{j} = j.$$

Приведенный пример показывает, что в некоторых случаях не удастся реализовать четырехполюсник в виде той или иной схемы замещения.

## 11.3. Экспериментальное определение параметров четырехполюсника

При заданной внутренней схеме четырехполюсника можно определить аналитически его параметры (постоянные) в любой форме, записывая уравнения по законам Кирхгофа, методу контурных токов или узловых потенциалов и применяя к ним соответствующие преобразования. Примеры аналитического метода определения параметров четырехполюсника содержатся в предыдущем параграфе, в котором определяли параметры четырехполюсника в форме А для Т и П-образных схем.

Если внутренняя схема четырехполюсника не задана, параметры четырехполюсника можно определить экспериментально.

При экспериментальном определении параметров обычно используют следующие опыты:

1) опыт (прямого) холостого хода (х.х.), когда питание подается на вход, а выходные полюсы разомкнуты ( $\dot{I}_2 = 0$ );

2) опыт прямого короткого замыкания (к.з.), когда питание подается на вход, а выходные полюсы закорочены ( $\dot{U}_2 = 0$ );

3) опыт обратного холостого хода (о.х.х.), когда питание подается на выход, а входные полюсы разомкнуты ( $\dot{I}_1 = 0$ );

4) опыт обратного короткого замыкания (о.к.з.), когда питание подается на выход, а входные полюсы закорочены ( $\dot{U}_1 = 0$ ).

Как было отмечено при выводе уравнений в форме  $\underline{Y}$ , постоянная  $\underline{Y}_{11}$  представляет собой входную, а  $\underline{Y}_{21}$  – взаимную проводимости при закороченном выходе, то есть:

$$\underline{Y}_{11} = \underline{Y}_{1к} = \left( \frac{\dot{I}_1}{\dot{U}_1} \right)_{\text{при } \dot{U}_2=0} ; \quad (11.36)$$

$$\underline{Y}_{21} = \left( \frac{-\dot{I}_2}{\dot{U}_1} \right)_{\text{при } \dot{U}_2=0} . \quad (11.37)$$

Аналогично для режима обратного короткого замыкания:

$$\underline{Y}_{22} = -\underline{Y}_{2к} = \left( \frac{-\dot{I}_2}{\dot{U}_2} \right)_{\text{при } \dot{U}_1=0} ; \quad (11.38)$$

$$\underline{Y}_{21} = \left( \frac{\dot{I}_1}{\dot{U}_2} \right)_{\text{при } \dot{U}_1=0} . \quad (11.39)$$

Таким образом, из опытов прямого и обратного коротких замыканий определяются постоянные четырехполюсника в форме  $Y$ . Знак минус в формулах (11.37) и (11.38) объясняется тем, что при определении входного сопротивления  $\underline{Y}_{2к}$  ток на выходе принимается направленным внутрь четырехполюсника. Аналогично из опытов холостого хода определяют постоянные в форме  $Z$  по формулам:

$$\underline{Z}_{11} = \underline{Z}_{1х} = \left( \frac{\dot{U}_1}{\dot{I}_1} \right)_{\text{при } \dot{I}_2=0} ; \quad (11.40)$$

$$\underline{Z}_{21} = \left( \frac{\dot{U}_2}{\dot{I}_1} \right)_{\text{при } \dot{I}_2=0} ; \quad (11.41)$$

$$\underline{Z}_{22} = -\underline{Z}_{2х} = \left( \frac{\dot{U}_2}{-\dot{I}_2} \right)_{\text{при } \dot{I}_1=0} ; \quad (11.42)$$

$$\underline{Z}_{12} = \left( \frac{\dot{U}_1}{-\dot{I}_2} \right)_{\text{при } \dot{I}_1=0} . \quad (11.43)$$

Из уравнений четырехполюсника в форме  $A$  для режима холостого хода ( $\dot{I}_2 = 0$ )

$$\left. \begin{aligned} \dot{U}_{1х} &= \underline{A}\dot{U}_{2х} ; \\ \dot{I}_{1х} &= \underline{C}\dot{U}_{2х} \end{aligned} \right\}$$

получаем формулы:

$$\underline{A} = \left( \frac{\dot{U}_1}{\dot{U}_2} \right)_{\text{при } \dot{I}_2=0} ; \quad \underline{C} = \left( \frac{\dot{I}_1}{\dot{U}_2} \right)_{\text{при } \dot{I}_2=0} . \quad (11.44)$$

Аналогично из уравнений для режима короткого замыкания получаем формулы:

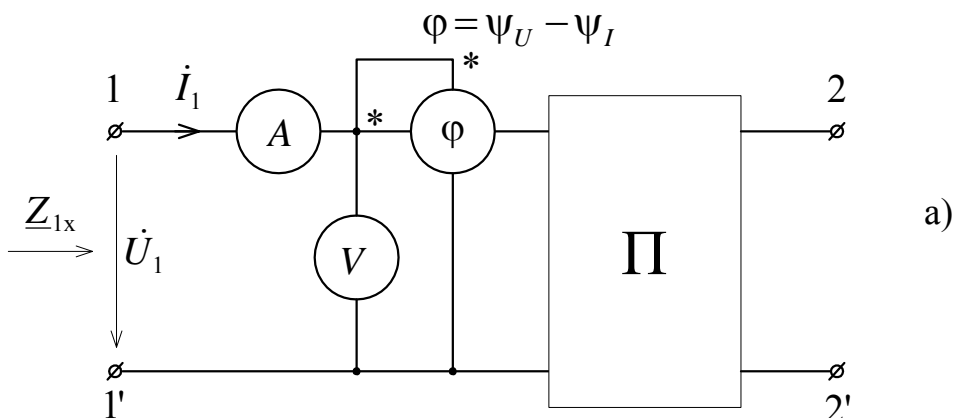
$$\underline{B} = \left( \frac{\dot{U}_1}{\dot{I}_2} \right)_{\text{при } \dot{U}_2=0} ; \quad \underline{D} = \left( \frac{\dot{I}_1}{\dot{I}_2} \right)_{\text{при } \dot{U}_2=0} . \quad (11.45)$$

Формулы (11.39)–(11.45) содержат комплексные напряжения и токи. Действующие значения могут быть измерены с помощью вольтметров и амперметров. Начальные фазы можно определить, замеряя с помощью фазометров углы сдвига фаз по отношению к некоторому базовому напряжению. Однако при этом требуется измерять много углов, и схема измерений получается сложной. Проще определить комплексное входное сопротивление четырехполюсника по схемам на рис. 11.13. На рис. 11.13,а показана схема определения входного сопротивления  $\underline{Z}_{1x}$  со стороны входных зажимов, а на рис. 11.13,б – схема определения входного сопротивления  $\underline{Z}_{2к}$  со стороны выходных зажимов.

1. Питание со стороны зажимов 1 – 1' при разомкнутых зажимах 2 – 2' (режим х.х.  $\dot{I}_2 = 0$ ):

$$\underline{Z}_{1x} = \frac{\dot{U}_{1x}}{\dot{I}_{1x}} = \underline{Z}_{1x} e^{j\varphi_{1x}} = \frac{A}{C} . \quad (11.46)$$

2. Питание со стороны зажимов 1 – 1' при закороченных зажимах 2 – 2' (режим к.з.  $\dot{U}_2 = 0$ ):



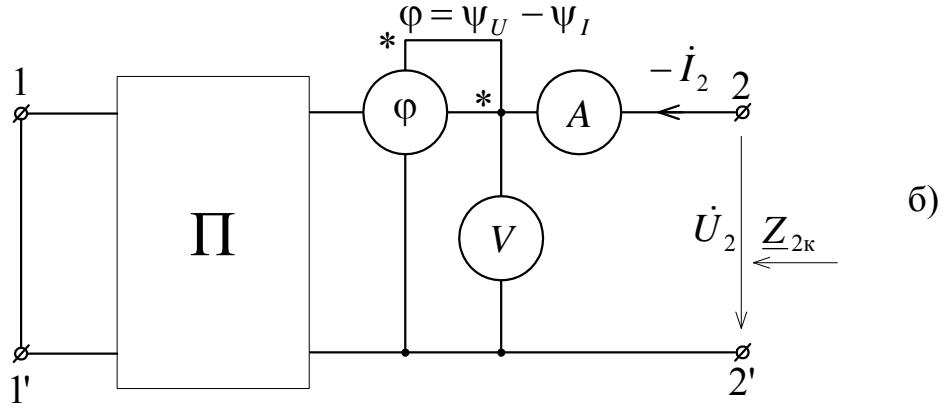


Рис. 11.13

$$\underline{Z}_{1\kappa} = \frac{\dot{U}_{1\kappa}}{\dot{I}_{1\kappa}} = Z_{1\kappa} e^{j\varphi_{1\kappa}} = \frac{\underline{B}}{\underline{D}}. \quad (11.47)$$

3) Питание со стороны зажимов 2 – 2' при разомкнутых зажимах 1 – 1' (режим о.х.х.  $\dot{I}_1 = 0$ ):

$$\underline{Z}_{2\kappa} = \frac{\dot{U}_{2\kappa}}{\dot{I}_{2\kappa}} = Z_{2\kappa} e^{j\varphi_{2\kappa}} = \frac{\underline{D}}{\underline{C}}. \quad (11.48)$$

4. Питание со стороны зажимов 2 – 2' при замкнутых зажимах 1 – 1' (режим о.к.з.  $\dot{I}_1 = 0$ ):

$$\underline{Z}_{2\kappa} = \frac{\dot{U}_{2\kappa}}{\dot{I}_{2\kappa}} = Z_{2\kappa} e^{j\varphi_{2\kappa}} = \frac{\underline{B}}{\underline{A}}. \quad (11.49)$$

Из решения уравнений (11.46) – (11.49) можно получить формулы для параметров четырехполюсника в форме А. Наиболее простую формулу можно получить для постоянной  $\underline{A}$ , для этого вычтем из формулы (11.48) формулу (11.49):

$$\underline{Z}_{2\kappa} - \underline{Z}_{2\kappa} = \frac{\underline{D}}{\underline{C}} - \frac{\underline{B}}{\underline{A}} = \frac{\underline{AD} - \underline{BC}}{\underline{CA}} = \frac{1}{\underline{CA}}.$$

Подставляя в полученное уравнение выражение постоянной  $\underline{C} = \frac{\underline{A}}{\underline{Z}_{1\kappa}}$  из уравнения (11.46), получаем формулу для постоянной  $\underline{A}$ :

$$\underline{A} = \sqrt{\frac{\underline{Z}_{1\kappa}}{\underline{Z}_{2\kappa} - \underline{Z}_{2\kappa}}}. \quad (11.50)$$

Остальные постоянные проще определить из уравнений (11.46) – (11.49):

$$\left. \begin{aligned} \underline{B} &= \underline{Z}_{2к} \underline{A}; \\ \underline{C} &= \frac{\underline{A}}{\underline{Z}_{1х}}; \\ \underline{D} &= \frac{\underline{B}}{\underline{Z}_{1к}}. \end{aligned} \right\} \quad (11.51)$$

При определении на практике постоянных четырехполюсников, имеющих большую мощность или высокое напряжение (трансформаторы, линии электропередачи и т. п.), испытания проводят на пониженном напряжении. При проведении режима х.х. на вход подают напряжение на уровне номинального, а в режиме к.з. напряжение подают такое, чтобы ток короткого замыкания был на уровне номинального тока, то есть тока нормального режима.

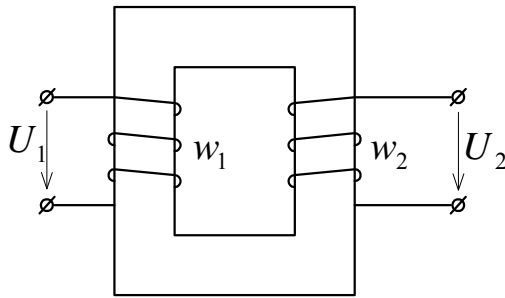


Рис. 11.14

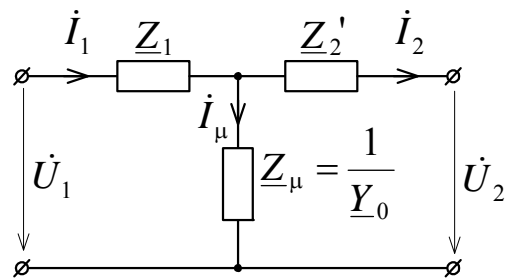


Рис. 11.15

#### Пример. 4.2

Определить параметры схемы замещения трансформатора (рис. 11.14) напряжением 36/5 кВ по следующим данным испытания трансформатора:  $U_{1ном} = 36$  кВ;  $U_{2ном} = 5$  кВ;  $S_{ном} = 60$  МВА;  $P_{1хх} = 50$  кВт;  $I_{1хх} = 0,05 I_{ном}$  (режим х.х. осуществлялся при номинальном напряжении на входе);  $P_{1кз} = 150$  кВт;  $U_{1к} = 0,09 U_{1нн}$ . Рассчитать ток в режиме короткого замыкания.

Расчет ведем по схеме замещения, показанной на рис. 11.15, в которой

$\underline{Z}_1$  – сопротивление первичной обмотки трансформатора;

$\underline{Z}_2'$  – сопротивление вторичной обмотки трансформатора, приведенное к первичной с учетом коэффициента трансформации  $n = \frac{U_{1ном}}{U_{2ном}} = \frac{36}{5} = 7,2$ ;

$\underline{Z}_\mu$  – сопротивление рассеяния.

Сопротивление рассеяния для мощных силовых трансформаторов  $\underline{Z}_\mu \gg \underline{Z}_1$ , поэтому в режиме х.х.

$$\underline{Z}_{\text{BX}} = \underline{Z}_1 + \underline{Z}_{\mu} \approx \underline{Z}_{\mu}, \text{ а } Z_{\mu} = \frac{U_{1\text{НОМ}}}{I_{1\text{XX}}} = \frac{36 \cdot 10^3}{83,3} = 432 \text{ Ом},$$

$$\text{где } I_{1\text{XX}} = 0,05 \cdot I_{\text{НОМ}} = 0,05 \cdot \frac{S_{\text{НОМ}}}{U_{1\text{НОМ}}} = \frac{0,05 \cdot 60 \cdot 10^6}{36 \cdot 10^3} = 83,3.$$

Комплексное сопротивление

$$\underline{Z}_{\mu} = R_{\mu} + jx_{\mu} = Z_{\mu} \cos \varphi_{1\text{X}} + jZ_{\mu} \sin \varphi_{1\text{X}} = 7,2 + j432,$$

где

$$\cos \varphi_{1\text{X}} = \frac{P_{1\text{XX}}}{U_{1\text{НОМ}} I_{1\text{XX}}} = 0,0167.$$

Аналогично при коротком замыкании

$$Z_{\text{КЗ}} = \frac{U_{1\text{К}}}{I_{1\text{КЗ}}} = \frac{U_{1\text{К}}}{I_{1\text{НОМ}}} = 1,95 \text{ Ом}.$$

Комплексное сопротивление

$$\underline{Z}_{\text{КЗ}} = \underline{Z}_1 + \underline{Z}_2' = Z_{\text{КЗ}} \cos \varphi_{1\text{К}} + jZ_{\text{КЗ}} \sin \varphi_{1\text{К}} = 0,054 + j1,95,$$

где

$$\cos \varphi_{1\text{К}} = \frac{P_{1\text{КЗ}}}{U_{1\text{К}} I_{1\text{КЗ}}} = 0,0278.$$

В силовых трансформаторах  $\underline{Z}_1 \approx \underline{Z}_2' \approx \frac{1}{2} \underline{Z}_{\text{КЗ}} = 0,027 + j0,975 \text{ Ом}.$

Сравнивая с сопротивлением намагничения, убеждаемся в правильности принятого вначале допущения, что  $\underline{Z}_{\mu} \gg \underline{Z}_1$  и  $\underline{Z}_{\mu} \gg \underline{Z}_2$ . С учетом этого при расчете переходного процесса отбросим ветвь намагничения, которая шунтируется ветвью с сопротивлением  $\underline{Z}_2$  и сопротивлением нагрузки (рис.11.16).

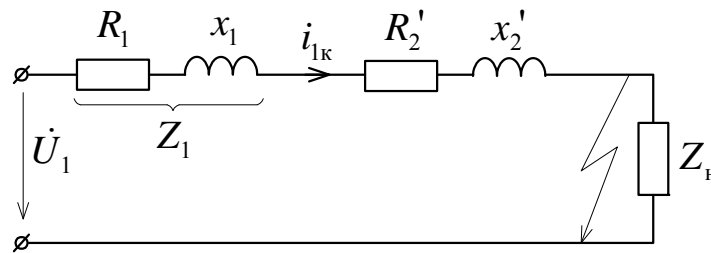


Рис. 11.16

В режиме короткого замыкания сопротивление  $R_{\text{к}} = R_1 + R_2' = 0,054 \text{ Ом}, x_{\text{к}} = x_1 + x_2'$  и  $L_{\text{к}} = \frac{x_{\text{к}}}{\omega} = 6,18 \cdot 10^{-3} \text{ Гн}.$

Ток в цепи при  $t = 0$  до закорачивания нагрузки

$$i_1(0) = \frac{U_{1m}}{\sqrt{(R_k + R_H)^2 + (x_k + x_H)^2}} \sin(\psi - \varphi_H) = I_{1m} \sin(\psi - \varphi_H),$$

где

$$\varphi_H = \arctg \frac{x_k + x_H}{R_k + R_H}.$$

В переходном режиме ищем решение уравнения

$$L_k \frac{di_k}{dt} + R_k i_k = U_m \sin(\omega t + \psi),$$

которое имеет вид

$$i_k(t) = I_{1km} \sin(\omega t + \psi - \varphi_k) - [I_{1km} \sin(\psi - \varphi_k) - I_{1m} \sin(\psi - \varphi_H)] e^{pt},$$

где

$$I_{1km} = \frac{U_{1m}}{\sqrt{R_k^2 + x_k^2}}; \quad \varphi_k = \arctg \frac{x_k}{R_k}; \quad p = -\frac{R_k}{L_k} = -\frac{0,054}{6,18 \cdot 10^{-3}} = -8,74 \text{ 1/с}.$$

Из полученного соотношения видно, что амплитуда переходной составляющей зависит от нагрузки до короткого замыкания и момента замыкания (от угла  $\psi$ ). Наиболее неблагоприятный случай, когда режиму

к.з. предшествует режим холостого хода ( $I_{1m} = 0$ ) и  $\psi - \varphi_k = \frac{\pi}{2}$ . В этом случае

$$i_k(t) = I_{1km} (\cos \omega t - e^{-\frac{R_k}{L_k} t}).$$

Ударное значение тока будет при  $\omega t = \pi$  и составит

$$i_{km} = -I_{1km} (1 + e^{-\frac{R_k}{L_k} t}) = -26,5 \cdot 10^3 (1 + 0,92) = -51 \cdot 10^3 \text{ А}.$$

Для ограничения токов короткого замыкания и продления сроков службы трансформаторов применяют быстродействующую защиту.

#### 11.4. Входное сопротивление четырехполюсника при произвольной нагрузке

При определении параметров четырехполюсника были рассмотрены входные сопротивления при холостом ходе и коротком замыкании. Теперь рассмотрим входное сопротивление

$$\underline{Z}_{1\text{вх}} = \frac{\dot{U}_1}{\dot{I}_1} \quad (11.52)$$

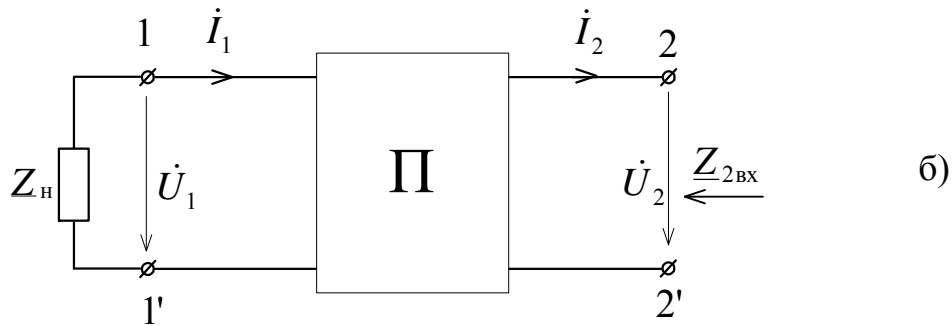
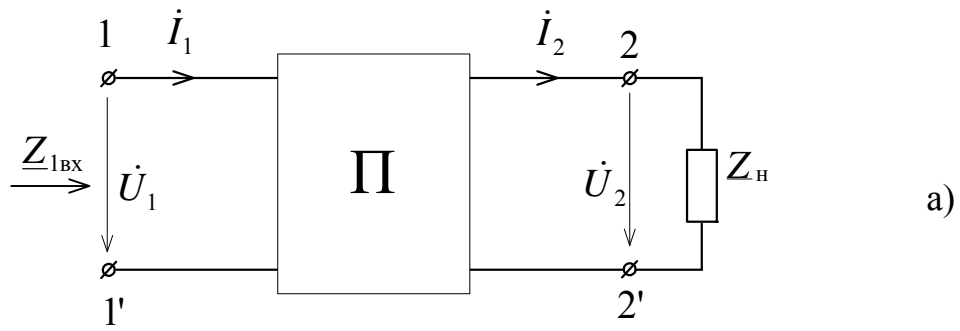


Рис. 11.17

со стороны входных полюсов (рис. 11.17,а) и входное сопротивление

$$\underline{Z}_{2\text{BX}} = \frac{\dot{U}_2}{\dot{I}_2} \quad (11.53)$$

со стороны выходных полюсов при произвольной нагрузке (11.17,б).

Подставив в уравнения (11.52) выражения для напряжения  $\dot{U}_1$  и тока  $\dot{I}_1$  согласно уравнениям в форме А, получим

$$\underline{Z}_{1\text{BX}} = \frac{\underline{A}\dot{U}_2 + \underline{B}\dot{I}_2}{\underline{C}\dot{U}_2 + \underline{D}\dot{I}_2}.$$

Учитывая, что  $\dot{U}_2 = \underline{Z}_\text{H}\dot{I}_2$ , находим

$$\underline{Z}_{1\text{BX}} = \frac{\underline{A}\underline{Z}_\text{H} + \underline{B}}{\underline{C}\underline{Z}_\text{H} + \underline{D}}. \quad (11.54)$$

Поскольку при обратном включении четырехполюсника меняются местами постоянные  $\underline{A}$  и  $\underline{D}$ , то для входного сопротивления со стороны выхода получаем формулу

$$\underline{Z}_{2\text{BX}} = \frac{\underline{D}\underline{Z}_\text{H} + \underline{B}}{\underline{C}\underline{Z}_\text{H} + \underline{A}}. \quad (11.55)$$



На практике представляют интерес формулы для входных сопротивлений, выраженные через сопротивления холостого хода и короткого замыкания. Из выражения (11.54) получаем

$$\underline{Z}_{1\text{вх}} = \frac{\underline{A}}{\underline{C}} \cdot \frac{\underline{Z}_{\text{н}} + \frac{\underline{B}}{\underline{A}}}{\underline{Z}_{\text{н}} + \frac{\underline{D}}{\underline{C}}}.$$

С учетом формул (11.46) – (11.49) получаем

$$\underline{Z}_{1\text{вх}} = \underline{Z}_{1\text{x}} \frac{\underline{Z}_{\text{н}} + \underline{Z}_{2\text{к}}}{\underline{Z}_{\text{н}} + \underline{Z}_{2\text{x}}}. \quad (11.56)$$

Аналогично для входного сопротивления со стороны выхода

$$\underline{Z}_{2\text{вх}} = \underline{Z}_{2\text{x}} \frac{\underline{Z}_{\text{н}} + \underline{Z}_{1\text{к}}}{\underline{Z}_{\text{н}} + \underline{Z}_{1\text{x}}}. \quad (11.57)$$

## 11.5. Характеристические параметры четырехполюсника

При передаче сигналов через четырехполюсники в системах связи необходимо, чтобы сигналы проходили без искажений. Для этого требуется, чтобы входное сопротивление четырехполюсника (рис. 11.18) равнялось внутреннему сопротивлению источника ( $\underline{Z}_{\text{г}} = \underline{Z}_{1\text{вх}}$ ), а входное сопротивление со стороны выходных зажимов (при закороченных зажимах генератора) равнялось сопротивлению нагрузки ( $\underline{Z}_{2\text{вх}} = \underline{Z}_{\text{н}}$ ). Другими словами, входные сопротивления четырехполюсника должны быть согласованы с сопротивлениями генератора нагрузки. Режим работы четырехполюсника, в котором выполнено согласование на выходе четырехполюсника, называется согласованным режимом. Если, кроме того, выполнено согласование на входе четырехполюсника, то такой режим называют режимом полного согласования.

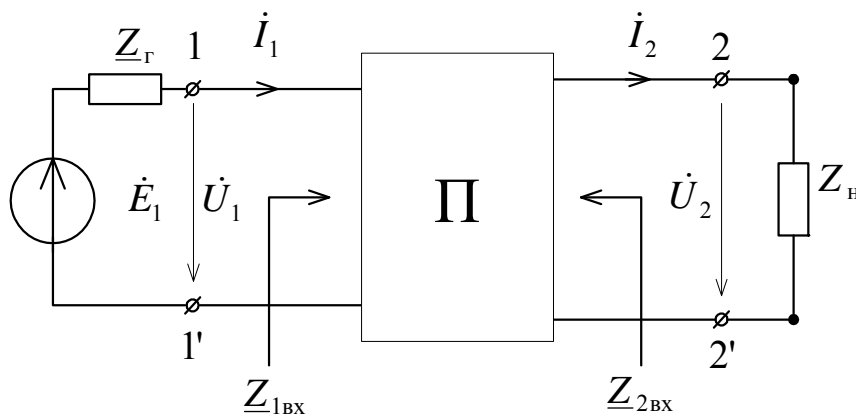


Рис. 11.18

Каждому четырехполюснику соответствуют вполне определенные значения сопротивлений  $\underline{Z}_\Gamma$  и  $\underline{Z}_\Pi$ , при которых четырехполюсник работает в режиме полного согласования. Эти значения сопротивлений можно рассматривать как параметры четырехполюсника, которые называются характеристическими.

### 11.5.1. Характеристические сопротивления четырехполюсника

Характеристические сопротивления четырехполюсника  $\underline{Z}_{1C}$  и  $\underline{Z}_{2C}$  – это параметры, удовлетворяющие следующим условиям:

1) при подключении на выход четырехполюсника сопротивления нагрузки  $\underline{Z}_\Pi = \underline{Z}_{2C}$  входное сопротивление со стороны входных зажимов (рис. 11.17,а) равно  $\underline{Z}_{1C}$ ;

2) при подключении на вход четырехполюсника сопротивления нагрузки  $\underline{Z}_\Pi = \underline{Z}_{1C}$  входное сопротивление со стороны выходных зажимов (рис. 11.17,б) равно  $\underline{Z}_{2C}$ .

Используя формулы для входных сопротивлений, (11.54) и (11.55) получаем:

$$\underline{Z}_{1C} = \frac{\underline{A}\underline{Z}_{2C} + \underline{B}}{\underline{C}\underline{Z}_{2C} + \underline{D}}; \quad (11.58)$$

$$\underline{Z}_{2C} = \frac{\underline{D}\underline{Z}_{1C} + \underline{B}}{\underline{C}\underline{Z}_{1C} + \underline{A}}. \quad (11.59)$$

Решая уравнения (11.58) и (11.59) совместно, находим:

$$\underline{Z}_{1C} = \sqrt{\frac{\underline{A}\underline{B}}{\underline{C}\underline{D}}}; \quad (11.60)$$

$$\underline{Z}_{2C} = \sqrt{\frac{\underline{D}\underline{B}}{\underline{C}\underline{A}}}. \quad (11.61)$$

В частности, для симметричного четырехполюсника при  $\underline{A} = \underline{D}$  получаем

$$\underline{Z}_{1C} = \underline{Z}_{2C} = \sqrt{\frac{\underline{B}}{\underline{C}}}. \quad (11.62)$$

В формулах (11.60) – (11.62) используем значение корня, которое дает положительную действительную часть.

Характеристические сопротивления можно выразить через сопротивления холостого хода и короткого замыкания:

$$\underline{Z}_{1C} = \sqrt{\underline{Z}_{1x}\underline{Z}_{2к}}; \quad \underline{Z}_{2C} = \sqrt{\underline{Z}_{2x}\underline{Z}_{1к}}. \quad (11.63)$$

При согласовании четырехполюсников могут возникнуть следующие задачи.

1. По данным параметрам известного четырехполюсника подобрать согласованные сопротивления генератора и нагрузки. Эта задача решается расчетом согласованных сопротивлений по выражениям (11.60) и (11.61).

2. Во второй задаче ставится вопрос о подборе параметров четырехполюсника по известным сопротивлениям генератора и нагрузки. Эта задача решается в разделе 11.6.

### 11.5.2. Мера передачи четырехполюсника

При рассмотрении режимов работы четырехполюсника нас интересуют соотношения между напряжениями, токами или мощностями на входе и выходе четырехполюсника. Для нахождения этих соотношений рассмотрим согласованный режим работы многополюсника, описываемого уравнениями:

$$\left. \begin{aligned} \dot{U}_1 &= \underline{A}\dot{U}_2 + \underline{B}\dot{I}_2; \\ \dot{I}_1 &= \underline{C}\dot{U}_2 + \underline{D}\dot{I}_2. \end{aligned} \right\} \quad (11.64)$$

Для согласованного режима

$$\frac{\dot{U}_2}{\dot{I}_2} = \underline{Z}_н = \underline{Z}_{2C} = \underline{m}_T^2 \underline{Z}_{1C},$$

где величина  $\underline{m}_T$  называется коэффициентом трансформации. Если заменить в последнем выражении характеристические сопротивления отношения напряжений и токов, то получим

$$\underline{m}_T = \sqrt{\frac{\dot{U}_2}{\dot{I}_2} \frac{\dot{I}_1}{\dot{U}_1}} = \sqrt{\frac{\underline{A}}{\underline{D}}} \quad (11.65)$$

согласно формул (11.60) и (11.61). С учетом (11.65) уравнения системы (11.64) преобразуются следующим образом

$$\left. \begin{aligned} \dot{U}_1 &= \dot{U}_2 \sqrt{\frac{\underline{A}}{\underline{D}}} (\sqrt{\underline{AD}} + \sqrt{\underline{BC}}) = \dot{U}_2 \underline{m}_T e^{\underline{\gamma}}; \\ \dot{I}_1 &= \dot{I}_2 \sqrt{\frac{\underline{D}}{\underline{A}}} (\sqrt{\underline{AD}} + \sqrt{\underline{BC}}) = \dot{I}_2 \frac{1}{\underline{m}_T} e^{\underline{\gamma}}, \end{aligned} \right\} \quad (11.66)$$

где введено обозначение

$$e^{\underline{\gamma}} = \sqrt{\underline{AD}} + \sqrt{\underline{BC}}. \quad (11.67)$$

Из уравнений (11.66) следует, что

$$\underline{\gamma} = \ln \left( \frac{1}{\underline{m}_T} \frac{\dot{U}_1}{\dot{U}_2} \right) = \ln \left( \underline{m}_T \frac{\dot{I}_1}{\dot{I}_2} \right) = \frac{1}{2} \ln \left( \frac{\dot{U}_1}{\dot{U}_2} \frac{\dot{I}_1}{\dot{I}_2} \right). \quad (11.68)$$

Величина  $\underline{\gamma}$  называется **мерой передачи**, так как согласно (11.68) она характеризует изменение напряжения или тока на выходе по сравнению с напряжением или током на входе. Мера передачи – комплексная величина

$$\underline{\gamma} = \alpha + j\beta,$$

где  $\alpha$  – коэффициент затухания;  $\beta$  – коэффициент фазы.

Из уравнения (11.68) следует, что

$$\alpha = \frac{1}{2} \ln \left( \frac{U_1 I_1}{U_2 I_2} \right); \quad \beta = \frac{1}{2} (\psi_{u1} + \psi_{i1} - \psi_{u2} - \psi_{i2}). \quad (11.69)$$

Для симметричного четырехполюсника  $\underline{A} = \underline{D}$  и  $\underline{m}_T = 1$ , тогда  $\underline{Z}_{2C} = \underline{Z}_{1C} = \underline{Z}_C$ , а

$$\underline{\gamma} = \ln \left( \frac{\dot{U}_1}{\dot{U}_2} \right) = \ln \left( \frac{\dot{I}_1}{\dot{I}_2} \right). \quad (11.70)$$

Коэффициент затухания

$$\alpha = \ln \left( \frac{U_1}{U_2} \right) = \ln \left( \frac{I_1}{I_2} \right),$$

а коэффициент фазы  $\beta = \psi_{U1} - \psi_{U2} = \psi_{I1} - \psi_{I2}$ . Коэффициент затухания измеряется в неперах (Нп), а коэффициент фазы в радианах. Коэффициент затухания  $\alpha = 1$  Нп, если  $\frac{U_1}{U_2} = e^1 = e$ , то есть при прохождении через че-

тырехполюсник напряжение уменьшается в  $e$  раз. Имеется более мелкая единица измерения – децибелл (дБ). Формула для коэффициента затухания в децибеллах –

$$\alpha_{\text{дБ}} = 20 \lg \left( \frac{U_1}{U_2} \right) = 20 \lg \left( \frac{I_1}{I_2} \right).$$

Затухание равно одному децибеллу, если  $\frac{U_1}{U_2} = \frac{I_1}{I_2} = 10^{\frac{1}{10}} = 1,12$ . Связь между единицами измерения:

$$1 \text{ Нп} = 8,086 \text{ дБ}; \quad 1 \text{ дБ} = 0,115 \text{ Нп}.$$

### Пример

Определить постоянные четырехполюсника в форме  $A$  и меру передачи.

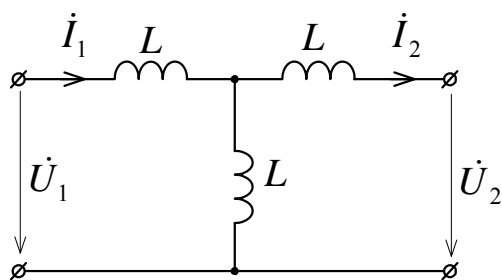


Рис. 11.19

Для определения постоянных четырехполюсника воспользуемся формулами (11.44) для режима х.х., из которых получаем

$$\underline{A} = \frac{\dot{U}_{1x}}{\dot{U}_{2x}} = \frac{2j\omega L \dot{I}_{1x}}{j\omega L \dot{I}_{1x}} = 2;$$

$$\underline{C} = \frac{\dot{I}_{1x}}{\dot{U}_{2x}} = \frac{\dot{I}_{1x}}{j\omega L \dot{I}_{1x}} = \frac{1}{j\omega L}.$$

Поскольку четырехполюсник симметричный, то  $\underline{D} = \underline{A}$ , а из (11.45)

$$\underline{B} = \frac{\dot{U}_{1к}}{\dot{I}_{2к}} = \frac{2\dot{U}_{1к}}{\dot{I}_{1к}} = \frac{2\dot{I}_{1к} \underline{Z}_{\text{BX}}}{\dot{I}_{1к}} = 2\underline{Z}_{\text{BX}} = 2\left(j\omega L + \frac{j\omega L}{2}\right) = 3j\omega L.$$

Согласно формуле (11.67)

$$\underline{\gamma} = \ln(\underline{A} + \sqrt{\underline{B}\underline{C}}) = \ln\left(2 + \sqrt{3j\omega L \cdot \frac{1}{j\omega L}}\right) = \ln(2 + \sqrt{3}) = 1,32 = \alpha.$$

Коэффициент фазы  $\beta = 0$ .

### 11.5.3. Оценка передаваемой мощности

Мера передачи характеризует передаваемую мощность через четырехполюсник в согласованном режиме. Подставив отношение полных мощностей

$$\frac{S_1}{S_2} = \frac{U_1 I_1}{U_2 I_2}$$

в формулу (11.69), получим

$$\alpha = \frac{1}{2} \ln\left(\frac{S_1}{S_2}\right). \quad (11.71)$$

Полученное выражение показывает, как уменьшается мощность на выходе по сравнению с мощностью на входе при передаче энергии через согласованный четырехполюсник. Так, например, затухание в 1 Нп соответствует

$$\frac{S_1}{S_2} = e^2,$$

то есть мощность на выходе  $S_2 = \frac{S_1}{e^2}$  в  $e^2 = 7,39$  раза меньше мощности на входе четырехполюсника.

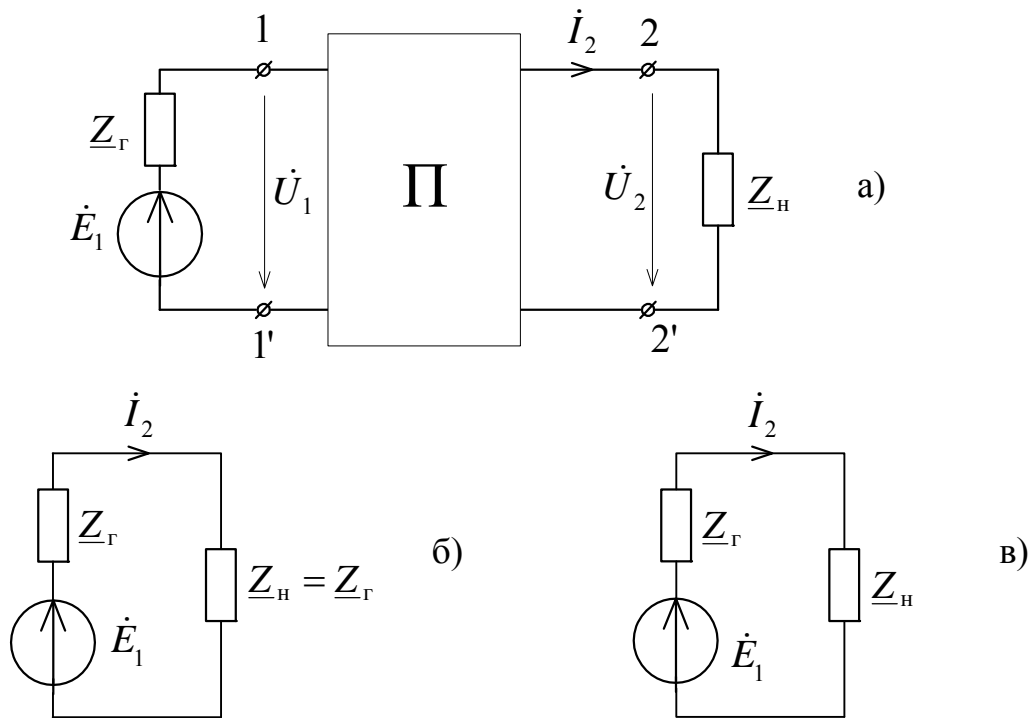


Рис. 11.20

Важной характеристикой изменения мощности являются понятия рабочего и вносимого затуханий. Для выяснения сущности этих понятий рассмотрим цепи на рис. 11.20. На рис. 11.20,а показано подключение нагрузки к генератору через четырехполюсник, а на рис. 11.20,б и 11.20,в непосредственное подключение нагрузки к генератору. Генератор характеризуется внутренним сопротивлением  $\underline{Z}_r = R_r + jx_r$  и э.д.с.  $\dot{E}_1$ . Полагая, что напряжение и ток на выходе четырехполюсника соответственно  $\dot{U}_2$  и  $\dot{I}_2$ . Полная мощность на выходе четырехполюсника  $S_{2a} = U_2 I_2 = I_2^2 z_n$ , где  $z_n$  – полное сопротивление нагрузки. Активная мощность на выходе четырехполюсника  $P_2 = U_2 I_2 \cos \varphi_2 = I_2^2 R_2$ , где  $\varphi_2$  – аргумент комплекса  $\underline{Z}_n$ .

Полная мощность в схеме на рис. 11.20,б

$$S_{2б} = \left| \frac{\dot{E}_1}{\underline{Z}_r + \underline{Z}_n} \right|^2 \cdot z_n = \frac{E_1^2}{4z_n} = \frac{E_1^2}{4z_r}.$$

а полная мощность в нагрузке схемы 11.20,в

$$S_{2в} = \left| \frac{\dot{E}_1}{\underline{Z}_Г + \underline{Z}_Н} \right|^2 \cdot z_Н.$$

Рабочее затухание определяется через отношение полной мощности  $S_{2б}$ , отдаваемой генератором согласованной нагрузке схемы 11.20,б, к полной мощности нагрузки в схеме 11.20,а, то есть

$$\alpha = \frac{1}{2} \ln \frac{S_{2б}}{S_{2а}} = \frac{1}{2} \ln \frac{E_1^2}{4z_Г I_2^2 z_Н}.$$

Все величины, входящие в последнее выражение, могут быть измерены экспериментально, и приведенная формула может использоваться при экспериментальном определении рабочего затухания.

Вносимое затухание определяется отношением полных мощностей в схемах 11.20,в и 11.20,а как

$$\alpha = \frac{1}{2} \ln \frac{S_{2в}}{S_{2а}} = \frac{1}{2} \ln \frac{E_1^2}{4|z_Г + z_Н|^2 I_2^2} = \ln \frac{E_1}{|z_Г + z_Н| I_2}.$$

Если использовать отношение активных мощностей в схемах 11.20,в и 11.20,а, то получим выражение действующего затухания:

$$\alpha = \frac{1}{2} \ln \frac{P_{2в}}{P_{2а}} = \frac{1}{2} \ln \frac{E_1^2}{4R_Г U_2 I_2 \cos \varphi_2}.$$

Такое соотношение будет получено, если в схеме 11.20,в сопротивление нагрузки будет комплексно сопряженным с сопротивлением генератора.

## 11.6. Уравнения четырехполюсника, записанные через характеристические параметры

### 11.6.1. Связь характеристических параметров четырехполюсника с параметрами в форме А

Установим соотношения между параметрами четырехполюсника в форме А и характеристическими параметрами. Из уравнения (11.67)

$$e^{\underline{\gamma}} = \sqrt{\underline{AD}} + \sqrt{\underline{BC}}, \quad (11.72)$$

тогда

$$e^{-\underline{\gamma}} = \frac{1}{\sqrt{\underline{AD}} + \sqrt{\underline{BC}}} = \frac{\sqrt{\underline{AD}} - \sqrt{\underline{BC}}}{\underline{AD} - \underline{BC}},$$

откуда

$$e^{-\underline{\gamma}} = \sqrt{\underline{AD}} - \sqrt{\underline{BC}}. \quad (11.73)$$

Используя уравнения (11.72) и (11.73), находим:

$$\text{sh} \underline{\gamma} = \frac{1}{2} (\underline{e}^{\underline{\gamma}} - \underline{e}^{-\underline{\gamma}}) = \sqrt{\underline{B}\underline{C}}; \quad (11.74)$$

$$\text{ch} \underline{\gamma} = \frac{1}{2} (\underline{e}^{\underline{\gamma}} + \underline{e}^{-\underline{\gamma}}) = \sqrt{\underline{A}\underline{D}}. \quad (11.75)$$

Из уравнений (11.61) и (11.65)

$$\underline{m}_T = \sqrt{\frac{\underline{A}}{\underline{D}}}; \quad (11.76)$$

$$\underline{m}_T \underline{Z}_{2C} = \sqrt{\frac{\underline{B}}{\underline{C}}}. \quad (11.77)$$

Умножая уравнение (11.75) на (11.76), получаем

$$\underline{A} = \underline{m}_T \text{ch} \underline{\gamma}. \quad (11.78)$$

Аналогично из уравнения (11.74) и (11.77) находим

$$\underline{B} = \underline{m}_T \underline{Z}_{2C} \text{sh} \underline{\gamma}. \quad (11.79)$$

Делением уравнения (11.75) на (11.76) находим

$$\underline{D} = \frac{1}{\underline{m}_T} \text{ch} \underline{\gamma}. \quad (11.80)$$

Аналогично

$$\underline{C} = \frac{1}{\underline{m}_T \underline{Z}_{2C}} \text{sh} \underline{\gamma}. \quad (11.81)$$

Подставляя полученные формулы (11.78) – (11.81) для параметров четырехполосника в форме А, получаем уравнения четырехполосника в гиперболической форме:

$$\left. \begin{aligned} \dot{U}_1 &= \underline{m}_T (\dot{U}_2 \text{ch} \underline{\gamma} + \underline{Z}_{2C} \dot{I}_2 \text{sh} \underline{\gamma}) \\ \dot{I}_1 &= \frac{1}{\underline{m}_T} \left( \frac{\dot{U}_2}{\underline{Z}_{2C}} \text{sh} \underline{\gamma} + \dot{I}_2 \text{ch} \underline{\gamma} \right) \end{aligned} \right\} \quad (11.82)$$

Для симметричного четырехполосника, поскольку  $\underline{m}_T = 1$ , уравнения четырехполосника в гиперболической форме примут вид:

$$\left. \begin{aligned} \dot{U}_1 &= \dot{U}_2 \text{ch} \underline{\gamma} + \underline{Z}_{2C} \dot{I}_2 \text{sh} \underline{\gamma}; \\ \dot{I}_1 &= \frac{\dot{U}_2}{\underline{Z}_{2C}} \text{sh} \underline{\gamma} + \dot{I}_2 \text{ch} \underline{\gamma}. \end{aligned} \right\}$$



### 11.6.2. Цепная схема из четырехполюсников

Цепной схемой называют каскадное соединение нескольких четырехполюсников, работающих в режиме полного согласования.

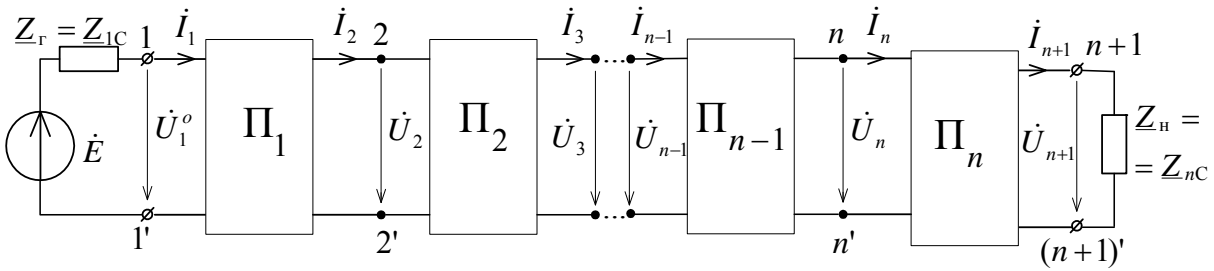


Рис. 11.21

На рис. 11.21 показано соединение  $n$  четырехполюсников. Режим полного согласования означает, что выходное характеристическое сопротивление  $n$ -го четырехполюсника равно сопротивлению нагрузки ( $\underline{Z}_{2C}^{(n)} = \underline{Z}_H$ ), а входное характеристическое сопротивление равно выходному характеристическому сопротивлению  $(n - 1)$ -го четырехполюсника ( $\underline{Z}_{1C}^{(n)} = \underline{Z}_{2C}^{(n-1)}$ ). Входное характеристическое сопротивление  $(n - 1)$ -го четырехполюсника должно быть равно выходному характеристическому сопротивлению  $(n - 2)$ -го четырехполюсника ( $\underline{Z}_{1C}^{(n-1)} = \underline{Z}_{2C}^{(n-2)}$ ) и т.д. Выходное характеристическое сопротивление  $k$ -го четырехполюсника должно быть равно входному характеристическому сопротивлению  $(k + 1)$ -го четырехполюсника ( $\underline{Z}_{2C}^{(k)} = \underline{Z}_{1C}^{(k+1)}$ ), а входное характеристическое сопротивление  $k$ -го четырехполюсника должно быть равно выходному характеристическому сопротивлению  $(k - 1)$ -го ( $\underline{Z}_{1C}^{(k)} = \underline{Z}_{2C}^{(k-1)}$ ). Наконец, выходное характеристическое сопротивление 1-го четырехполюсника должно быть равно выходному характеристическому сопротивлению 2-го четырехполюсника ( $\underline{Z}_{2C}^{(1)} = \underline{Z}_{1C}^{(2)}$ ), а входное характеристическое сопротивление 1-го четырехполюсника должно быть равно сопротивлению генератора ( $\underline{Z}_{1C}^{(1)} = \underline{Z}_r$ ).

Если заменить цепную схему из четырехполюсников одним эквивалентным четырехполюсником, то входное характеристическое сопротивление эквивалентного четырехполюсника будет равно входному характеристическому сопротивлению первого четырехполюсника ( $\underline{Z}_{1C} = \underline{Z}_{1C}^{(1)}$ ), а выходное характеристическое сопротивление будет равно выходному характеристическому сопротивлению последнего четырехполюсника ( $\underline{Z}_{2C} = \underline{Z}_{2C}^{(n)}$ ).

Рассмотрим меру передачи. Согласно формуле для меры передачи (11.68), для  $k$ -го четырехполюсника можно записать

$$\frac{\dot{U}_k \dot{I}_k}{\dot{U}_{k+1} \dot{I}_{k+1}} = e^{2\gamma_k}. \quad (11.83)$$

Здесь учтено, что входными напряжением и током для  $k$ -го четырехполюсника являются напряжение  $\dot{U}_k$  и ток  $\dot{I}_k$ , а выходными –  $\dot{U}_{k+1}$  и  $\dot{I}_{k+1}$ .

Аналогично для эквивалентного четырехполюсника

$$e^{2\gamma_3} = \frac{\dot{U}_1 \dot{I}_1}{\dot{U}_{n+1} \dot{I}_{n+1}}, \quad (11.84)$$

где  $\gamma_3$  – мера передачи эквивалентного четырехполюсника.

Выражение (11.84) можно записать в форме

$$e^{2\gamma_3} = \frac{\dot{U}_1 \dot{I}_1}{\dot{U}_2 \dot{I}_2} \cdot \frac{\dot{U}_2 \dot{I}_2}{\dot{U}_3 \dot{I}_3} \cdot \dots \cdot \frac{\dot{U}_n \dot{I}_n}{\dot{U}_{n+1} \dot{I}_{n+1}},$$

откуда

$$\gamma_3 = \gamma_1 + \gamma_2 + \dots + \gamma_n. \quad (11.85)$$

Таким образом, мера передачи эквивалентного четырехполюсника равна сумме мер передачи всех четырехполюсников в цепной схеме.

В частном случае, когда цепная схема содержит симметричные четырехполюсники, получаем, что четырехполюсники должны быть одинаковыми с одинаковыми параметрами  $\underline{Z}_C$  и  $\underline{\gamma}$ . В этом случае характеристическое сопротивление эквивалентного четырехполюсника равно характеристическому сопротивлению  $\underline{Z}_C$  каждого четырехполюсника, а мера передачи  $\gamma_3 = n\gamma$ .

Таким образом, при соединении  $n$  одинаковых четырехполюсников коэффициенты затухания и фазы увеличиваются в  $n$  раз. Следует отметить, что  $\underline{Z}_r$  и  $\underline{Z}_h$  являются комплексными величинами, зависящими от частоты, поэтому согласование четырехполюсников можно выполнить только при неизменной частоте входного сигнала.

### Пример

Для симметричного четырехполюсника, нагруженного сопротивлением  $\underline{Z}_h = \underline{Z}_C = 100$  Ом, измерены напряжения на входе и выходе. Напряжение на входе  $\dot{U}_1 = 100$  В, напряжение на выходе  $\dot{U}_2 = 90e^{-j90^\circ}$  В. Определить меру передачи и постоянные четырехполюсника в форме А.

### Решение

Из уравнения (11.70) следует

$$\gamma = \ln\left(\frac{\dot{U}_1}{\dot{U}_2}\right) = \ln\left(\frac{100}{90e^{-j90^\circ}}\right) = \ln(1,11e^{j90^\circ}) = 0,105 + j90^\circ.$$

Следовательно, коэффициент затухания  $\alpha = 0,105$  Нп, а коэффициент фазы  $\beta = \frac{\pi}{2} = 90^\circ$ . Из последнего равенства получаем:

$$e^{\underline{\gamma}} = 1,11e^{j90^\circ} = j1,11; \quad e^{-\underline{\gamma}} = \frac{1}{j1,11} = -j0,9,$$

тогда

$$\underline{A} = \underline{D} = \operatorname{ch} \underline{\gamma} = \frac{e^{\underline{\gamma}} + e^{-\underline{\gamma}}}{2} = j0,105;$$

$$\operatorname{sh} \underline{\gamma} = \frac{e^{\underline{\gamma}} - e^{-\underline{\gamma}}}{2} = \frac{j1,11 - (-j0,9)}{2} = j1,005;$$

$$\underline{B} = \underline{Z}_C \operatorname{sh} \underline{\gamma} = 100 \cdot j1,005 = j100,5; \quad \underline{C} = \frac{\operatorname{sh} \underline{\gamma}}{\underline{Z}_C} = j1,005 \cdot 10^{-3} \text{ См.}$$

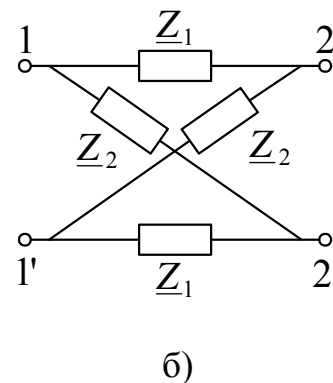
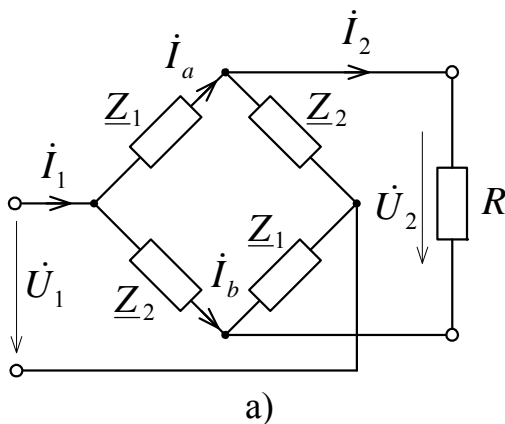
### 11.7. Мостовые схемы четырехполюсников

На рис. 11.22,а изображена симметричная мостовая схема четырехполюсника. На выходе моста включена активная согласованная нагрузка, которая представляет собой активное сопротивление  $R$  при определенных значениях сопротивлений  $\underline{Z}_1$  и  $\underline{Z}_2$ . Такая схема используется в системах связи и автоматики для фазовой коррекции сигналов, при этом схему четырехполюсника изображают, как показано на рис. 11.22, б. На рис. 11.22, в показано упрощенное условное изображение этой схемы.

Уравнения четырехполюсника можно получить из решения уравнений по законам Кирхгофа для цепи на рис. 11.22,а:

$$\dot{I}_a = \dot{I}_b + \dot{I}_2; \quad \dot{I}_1 = \dot{I}_a + \dot{I}_b;$$

$$\dot{U}_1 = \underline{Z}_1 \dot{I}_a + \underline{Z}_2 \dot{I}_b; \quad \dot{U}_2 + \underline{Z}_1 \dot{I}_a = \underline{Z}_2 \dot{I}_b.$$



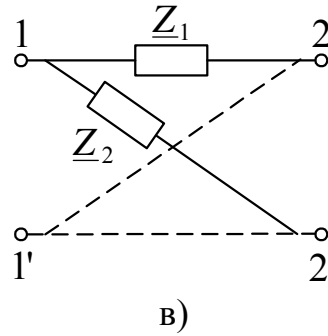


Рис. 11.22

В результате получаем:

$$\left. \begin{aligned} \dot{U}_1 &= \dot{U}_2 \frac{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2}{\underline{Z}_2 - \underline{Z}_1} + \dot{I}_2 \frac{2\underline{Z}_1 \underline{Z}_2}{\underline{Z}_2 - \underline{Z}_1}; \\ \dot{I}_1 &= \dot{U}_2 \frac{2}{\underline{Z}_2 - \underline{Z}_1} + \dot{I}_2 \frac{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2}{\underline{Z}_2 - \underline{Z}_1}. \end{aligned} \right\}$$

Отсюда параметры четырехполюсника в форме A:

$$\underline{A} = \frac{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2}{\underline{Z}_2 - \underline{Z}_1}; \quad \underline{B} = \frac{2\underline{Z}_1 \underline{Z}_2}{\underline{Z}_2 - \underline{Z}_1}; \quad \underline{C} = \frac{2}{\underline{Z}_2 - \underline{Z}_1}; \quad \underline{D} = \frac{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2}{\underline{Z}_2 - \underline{Z}_1}. \quad (11.86)$$

Характеристическое сопротивление, которому должно равняться сопротивление согласованной нагрузки,

$$\underline{Z}_C = \sqrt{\frac{\underline{B}}{\underline{C}}} = \sqrt{\underline{Z}_1 \underline{Z}_2}$$

и должно давать действительное значение. Приняв,  $\underline{Z}_2 = \frac{R^2}{\underline{Z}_1}$ , получаем:

$$\underline{Z}_1 = R \sqrt{\frac{\underline{A}-1}{\underline{A}+1}}; \quad \underline{Z}_1 = R \sqrt{\frac{\underline{A}+1}{\underline{A}-1}}$$

или

$$\underline{Z}_1 = \underline{C} \pm \sqrt{\underline{C}^2 + R^2}; \quad \underline{Z}_2 = \underline{Z}_1 + \frac{\underline{C}}{2}.$$

## 11.8. Передаточные функции четырехполюсника

### 11.8.1. Общие положения

Передаточные функции четырехполюсников являются важными характеристиками четырехполюсника, характеризующими его частотные свойства, и определяются отношением операторных изображений выходной величины (напряжения или тока) к входной величине.

В зависимости от выбора входной и выходной величин различают такие передаточные функции:

1) передаточная функция по напряжению:

$$K_U(p) = \frac{U_2(p)}{U_1(p)}; \quad (11.87)$$

2) передаточная функция по току:

$$K_I(p) = \frac{I_2(p)}{I_1(p)}; \quad (11.88)$$

3) передаточная функция сопротивления:

$$K_Z(p) = \frac{U_2(p)}{I_1(p)}; \quad (11.89)$$

4) передаточная функция проводимости:

$$K_Y(p) = \frac{I_2(p)}{U_1(p)}. \quad (11.90)$$

На практике чаще используют передаточные функции, определяемые отношением спектральных характеристик, которые представляют собой зависимость комплексных напряжений и токов от частоты. Передаточные функции для спектральных характеристик отличаются от приведенных выше заменой  $p$  на  $j\omega$  и называются частотными характеристиками.

Передаточные функции зависят от параметров четырехполюсника и от сопротивления нагрузки. Если подставить выражения напряжений и токов, через параметры четырехполюсника в форме  $A$  в формулы (11.87...11.90), то получим:

$$K_U(j\omega) = \frac{U_2(j\omega)}{A(j\omega)U_2(j\omega) + B(j\omega)I_2(j\omega)} = \frac{Z_H(j\omega)}{A(j\omega)Z_H(j\omega) + B(j\omega)};$$

$$K_I(j\omega) = \frac{I_2(j\omega)}{C(j\omega)U_2(j\omega) + D(j\omega)I_2(j\omega)} = \frac{1}{C(j\omega)Z_H(j\omega) + D(j\omega)};$$

$$K_Z(j\omega) = \frac{U_2(j\omega)}{C(j\omega)U_2(j\omega) + D(j\omega)I_2(j\omega)} = \frac{Z_H(j\omega)}{C(j\omega)Z_H(j\omega) + D(j\omega)};$$

$$K_Y(j\omega) = \frac{I_2(j\omega)}{A(j\omega)U_2(j\omega) + B(j\omega)I_2(j\omega)} = \frac{1}{A(j\omega)Z_H(j\omega) + B(j\omega)}.$$

Передаточные функции для спектральных характеристик принимают комплексные значения, то есть

$$K(j\omega) = K(\omega) \cdot e^{j\psi(\omega)} = K(\omega) \cos \psi(\omega) + jK(\omega) \sin \psi(\omega).$$

Зависимость модуля передаточной функции  $K(\omega)$  от частоты называют амплитудно-частотной характеристикой (АЧХ), а зависимость фазы передаточной функции  $\psi(\omega)$  от частоты называют фазо-частотной характеристикой (ФЧХ).

Частотную характеристику  $K(j\omega)$  можно изобразить вектором на комплексной плоскости (рис. 11.23).

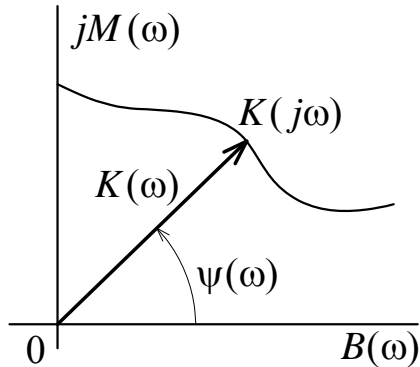


Рис. 11.23

Модуль вектора равен  $K(\omega)$ , а угол с осью абсцисс –  $\psi(\omega)$ . Поскольку модуль и угол этого вектора зависят от частоты, то с изменением частоты  $\omega$  конец вектора  $K(j\omega)$  опишет в комплексной плоскости кривую – годограф частотной характеристики, который также называют амплитудно-фазовой характеристикой.

АЧХ и ФЧХ являются в теории четырехполюсников фундаментальными понятиями и широко используются при проектировании или анализе устройств связи, так как от их характеристик зависит качество передачи информации.

В тех случаях, когда АЧХ сильно изменяются при изменении частоты, используют логарифмический масштаб и вводят понятие логарифмической амплитудно-частотной характеристики (ЛАХ):

$$L(j\omega) = 20 \lg K(j\omega).$$

Последнее выражение дает результат в децибелах [дБ].

Для четырехполюсников, содержащих активные и реактивные элементы, передаточная функция  $K(p)$  описывается дробно-рациональным выражением

$$K(p) = \frac{F_1(p)}{F_2(p)} = \frac{\sum_{k=0}^n a_k p^k}{\sum_{k=0}^m b_k p^k}, \quad (11.91)$$

где  $a_k$  и  $b_k$  – вещественные коэффициенты.

Корни  $p_k$  уравнений  $F_1(p) = 0$  и  $F_2(p) = 0$  называют соответственно нулями и полюсами передаточной функции. Они являются в общем случае комплексными величинами. Полюсы передаточной функции реальных цепей могут располагаться только в левой полуплоскости ком-

плексной переменной. Это связано с тем, что реальные процессы носят затухающий характер, который бывает при отрицательном значении действительной части корней. Степень  $n$  полинома в числителе не превышает степень  $m$  полинома в знаменателе. При этом АЧХ передаточной функции не может принимать бесконечно большие значения, так как это противоречит физическому смыслу.

### 11.8.2. Передаточные функции дифференцирующих и интегрирующих цепей

Дифференцирующей цепью называется четырехполюсник, напряжение на выходе которого пропорционально производной напряжения на входе, то есть

$$u_2 = k \frac{du_1}{dt} \quad \text{или в спектральной форме} \quad U_2(j\omega) = k \cdot j\omega U_1(j\omega).$$

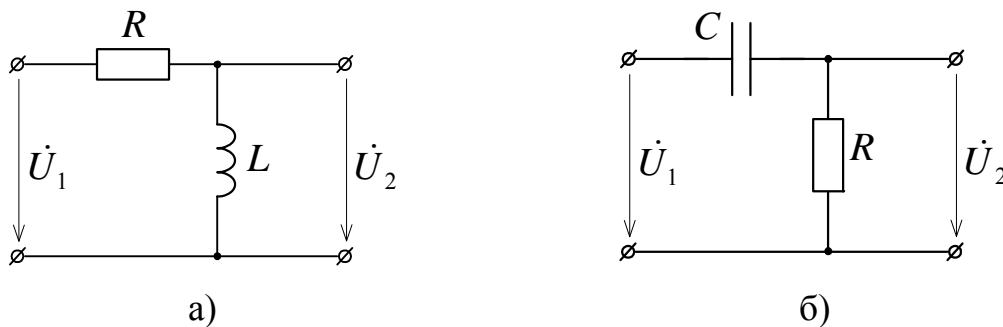


Рис. 11.24

Передаточная функция дифференцирующей цепи

$$K(j\omega) = k \cdot j\omega = k\omega e^{j\frac{\pi}{2}},$$

то есть фазо-частотная характеристика равна  $\pi/2$ , а амплитудно-частотная – пропорциональна частоте.

На рис. 11.24 показаны дифференцирующие цепи. Для цепи на рис. 11.24, а передаточная функция в режиме х.х.

$$K(j\omega) = \frac{U_2(j\omega)}{U_1(j\omega)} = \frac{j\omega L \cdot I(j\omega)}{(R + j\omega L) \cdot I(j\omega)} = \frac{\omega L}{\sqrt{R^2 + (\omega L)^2}} e^{j\left(\frac{\pi}{2} - \arctg \frac{\omega L}{R}\right)}. \quad (11.92)$$

Ей соответствуют частотные характеристики, приведенные на рис. 11.25. При малых частотах амплитудно-частотная характеристика (рис. 11.25,а) близка к линейной, а значения фазо-частотной характеристики (рис. 11.25,б) мало отличаются от  $\pi/2$ , то есть при малых частотах цепь на рис. 11.25,а ведет себя, как дифференцирующая цепь.

Согласно выражению (11.91) АЧХ близка к линейной, а ФЧХ примерно равна  $\pi/2$  при  $\omega L \ll R$ . Для схемы на рис. 11.24, б необходимо,

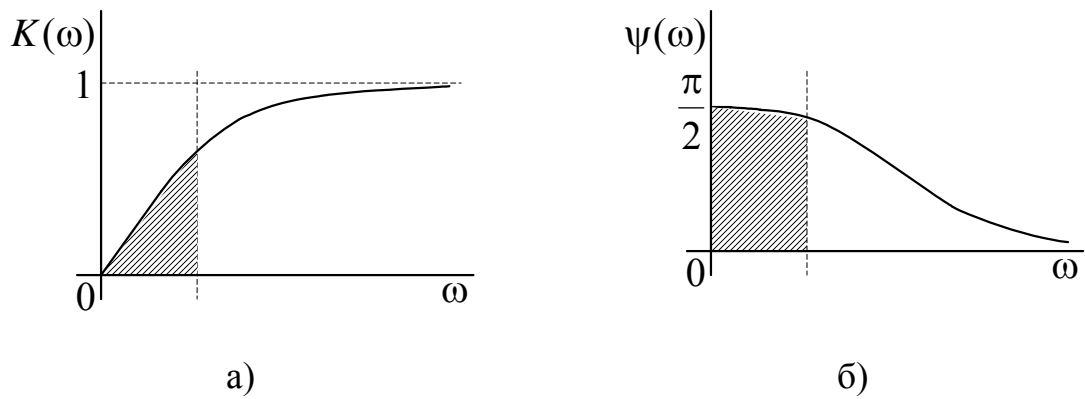


Рис. 11.25

чтобы соблюдалось условие  $\omega RC \ll 1$ . В этом случае передаточная функция

$$K(j\omega) \approx j\omega RC = \omega RC e^{j\frac{\pi}{2}}.$$

Интегрирующей цепью называется четырехполюсник, напряжение на выходе которого пропорционально интегралу напряжения на входе, то есть

$$u_2 = k \int u_1 dt \quad \text{или в спектральной форме} \quad U_2(j\omega) = \frac{k}{j\omega} U_1(j\omega).$$

Передаточная функция дифференцирующей цепи

$$K(j\omega) = \frac{k}{j\omega} = \frac{k}{\omega} e^{-j\frac{\pi}{2}}. \quad (11.93)$$

На рис. 11.26 приведены схемы интегрирующих цепей. Передаточная функция схемы на рис. 11.26,а

$$K(j\omega) = \frac{U_2(j\omega)}{U_1(j\omega)} = \frac{1}{\sqrt{1 + R^2 C^2 \omega^2}} e^{-j \arctg R\omega C}. \quad (11.94)$$

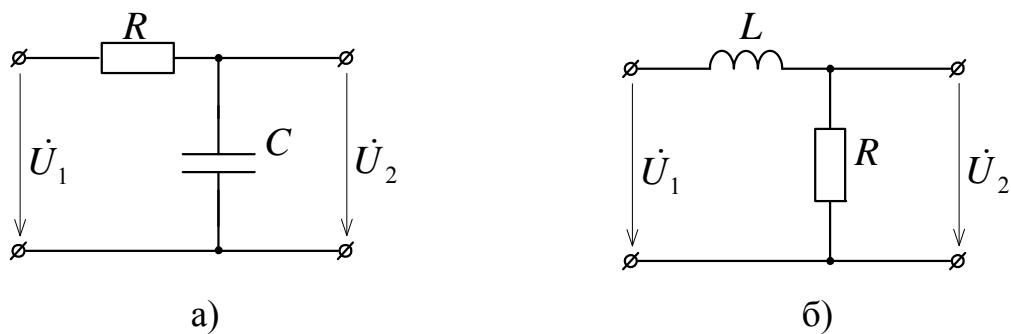


Рис. 11.26



Согласно выражению (11.93) АЧХ передаточной функции должна изменяться обратно пропорционально частоте, а ФЧХ равна  $-\pi/2$ . Эти требования будут с определенной точностью соблюдаться для схемы на рис. 11.26 при  $R\omega C \gg 1$ . В этом случае

$$K(j\omega) \approx \frac{1}{R\omega C} e^{-j\frac{\pi}{2}}.$$

На рис. 11.27 показаны графики АЧХ и ФЧХ.

Для схемы на рис. 11.26,б передаточная функция

$$K(j\omega) = \frac{R}{R + j\omega L} = \frac{\omega L}{\sqrt{r^2 + (\omega L)^2}} e^{-j \arctg \frac{\omega L}{R}}. \quad (11.95)$$

АЧХ и ФЧХ передаточной функции показаны на рис 11.27.

При  $\omega L \gg R$  уравнение (11.95) дает

$$K(j\omega) \approx \frac{R}{\omega L} e^{-j\frac{\pi}{2}},$$

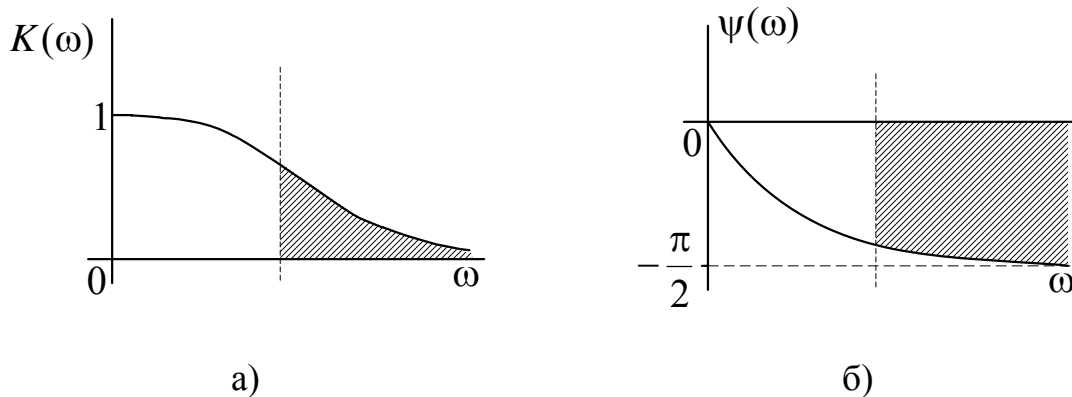


Рис. 11.27

то есть передаточная функция схемы на рис. 11.26,б близка к характеристике идеальной интегрирующей цепи.

### 11.8.3 Условие передачи сигналов через четырехполюсник без искажений

Сигналы, проходящие через четырехполюсники, в общем случае изменяются по форме. Характер изменения сигнала определяется АЧХ и ФЧХ четырехполюсника. Для передачи сигналов по линии связи без искажений необходимо, чтобы формы входного и выходного сигналов были одинаковы. Допускается сдвиг (задержка) сигнала во времени и уменьшение по амплитуде. На рис. 11.28,а и 11.28,б показаны формы входного и выходного сигналов при отсутствии искажений.

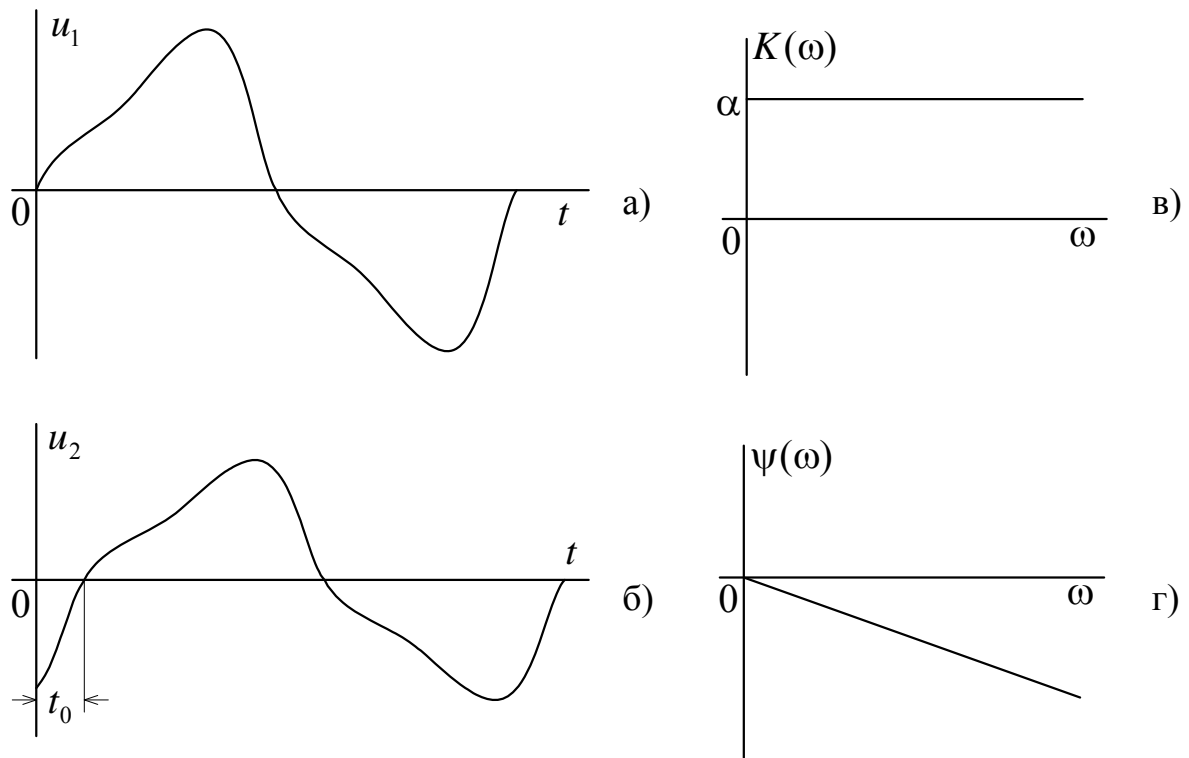


Рис. 11.28

Предположим сигнал на входе является периодическим и может быть представлен в виде

$$u_1(j\omega t) = \sum_{k=1}^{\infty} U_{mk} e^{j(k\omega t + \psi_k)}.$$

Напряжение на выходе отличается от напряжения на входе изменением амплитуды сигнала в  $\alpha$  раз и сдвига во времени на  $t_0$ , то есть

$$u_2(j\omega t) = \alpha \sum_{k=1}^{\infty} U_{mk} e^{j(k\omega(t-t_0) + \psi_k)}.$$

Передаточная функция такого четырехполюсника

$$K(j\omega) = \frac{u_2(j\omega)}{u_1(j\omega)} = \alpha \cdot e^{-jk\omega t_0};$$

амплитудно-частотная характеристика  $K(\omega) = \alpha$ , а фазо-частотная —  $\psi(\omega) = -k\omega t_0$ . АЧХ и ФЧХ четырехполюсника приведены на рисунках 11.28, в, г.

Отметим, что при воздействии на вход четырехполюсника импульсов или сигналов, имеющих разрывы, выходной сигнал будет искажаться в месте скачков входного напряжения вследствие ограниченности полосы пропускания реального четырехполюсника.

#### 11.8.4. Передаточные функции мостовых четырехполюсников

Передаточные функции по напряжению и току для мостовой схемы (рис. 11.29) одинаковы ввиду симметрии схемы и равны

$$K_I(j\omega) = K_U(j\omega) = \frac{i_2(j\omega)}{i_1(j\omega)} = \frac{u_2(j\omega)}{u_1(j\omega)} = \frac{u_2(j\omega)}{A(j\omega)u_2(j\omega) + B(j\omega)i_2(j\omega)}.$$

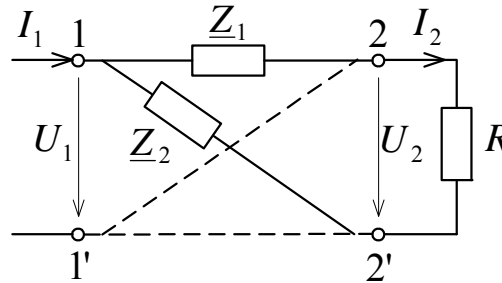


Рис. 11.29

Используя формулы (11.86) для параметров мостового четырехполюсника и учитывая, что в согласованном режиме сопротивление нагрузки

$$R = \sqrt{Z_1(j\omega) \cdot Z_2(j\omega)},$$

преобразуем выражение передаточной функции к виду

$$K_I(j\omega) = K_U(j\omega) = \frac{R - Z_1(j\omega)}{R + Z_1(j\omega)}. \quad (11.96)$$

Из выражения (11.96) получаем:

$$Z_1(j\omega) = R \frac{1 - K_U(j\omega)}{1 + K_U(j\omega)}; \quad Z_2(j\omega) = \frac{R^2}{Z_1(j\omega)}.$$

Передаточные функции сопротивления и проводимости определяются по формулам:

$$K_Z(j\omega) = \frac{U_2(j\omega)}{I_1(j\omega)} = R \frac{R - Z_1(j\omega)}{R + Z_1(j\omega)}; \quad K_Y(j\omega) = \frac{I_2(j\omega)}{U_1(j\omega)} = \frac{1}{R} \cdot \frac{R - Z_1(j\omega)}{R + Z_1(j\omega)}.$$

Симметричные мостовые четырехполюсники используются в связи и автоматике для фазовой коррекции. В качестве примера примем в схеме на рис. 11.29, что сопротивлению  $Z_1$  соответствует емкость  $C$ , а сопротивлению  $Z_2$  – индуктивность  $L$ . Передаточная функция

$$K_U(j\omega) = \frac{R - \frac{1}{j\omega C}}{R + \frac{1}{j\omega C}} = 1 \cdot e^{j \arctg \frac{2R\omega C}{(R\omega C)^2 - 1}}.$$

АЧХ равна единице, то есть проходящий сигнал не меняется по амплитуде. ФЧХ меняется от частоты, и фазы гармоник сигнала соответствующим образом корректируются.

### 11.10. Четырехполюсники с обратной связью

Под обратной связью понимается связь между входом и выходом четырехполюсника через четырехполюсник обратной связи. Обратная связь служит

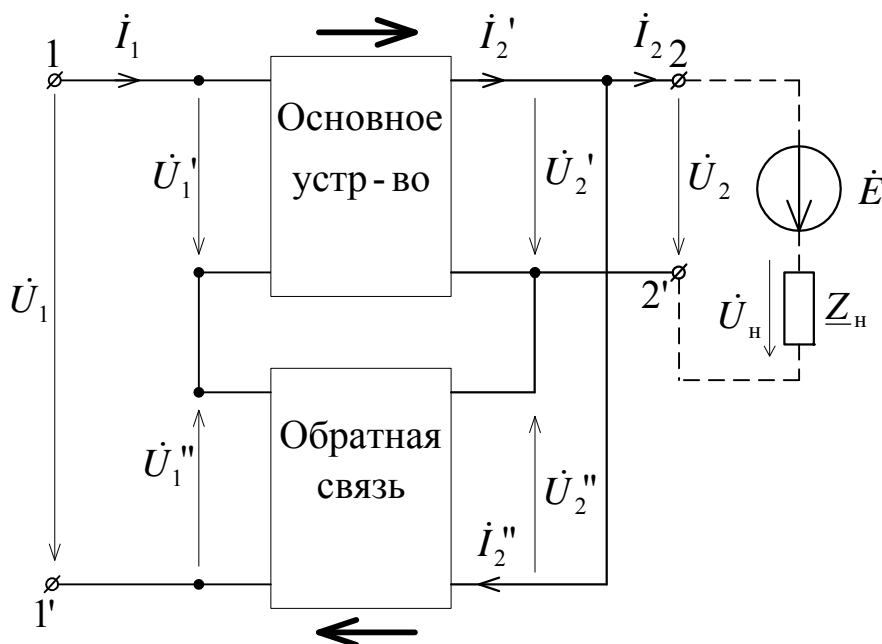


Рис. 11.30

для получения необходимых характеристик четырехполюсников, работающих в режимах усиления или ослабления, стабилизации, запоминания сигналов, автоколебаний и т.д.

Показанное на рис. 11.30 последовательно-параллельное соединение двух четырехполюсников представляет собой один из видов систем с обратной связью, в которой напряжение на выходных зажимах воздействует на напряжение на входных зажимах. В системах с обратной связью обычно используются необратимые четырехполюсники, обладающие способностью передавать энергию преимущественно в одном направлении, которое показано на рис. 11.30 стрелками.

Напряжение на входе первого четырехполюсника складывается из напряжения  $\dot{U}_1$  на входе цепи и напряжения обратной связи  $\dot{U}_1''$ , которое для схемы на рис. 11.30 пропорционально напряжению  $\dot{U}_2 = \dot{U}_2' = \dot{U}_2''$  на выходе основного четырехполюсника. Такой вид обратной связи называется обратной связью по напряжению. Схемы, в которых выходное напряжение обратной связи пропорционально току, называют схемами с об-

ратной связью по току. В технике применяются комбинированные обратные связи: по напряжению и току.

Рассмотрим некоторые общие свойства обратной связи. Выразим передаточную функцию системы с обратной связью. Передаточная функция первого четырехполюсника

$$K_1(j\omega) = \frac{U_2'(j\omega)}{U_1'(j\omega)}, \text{ откуда } U_1'(j\omega) = \frac{U_2'(j\omega)}{K_1(j\omega)}. \quad (11.97)$$

Для второго четырехполюсника

$$K_2(j\omega) = \frac{U_1''(j\omega)}{U_2''(j\omega)}, \text{ откуда } U_1''(j\omega) = K_2(j\omega)U_2''(j\omega). \quad (11.98)$$

Передаточная функция всей системы с учетом (11.97) и (11.98)

$$K_\Sigma(j\omega) = \frac{U_2(j\omega)}{U_1(j\omega)} = \frac{U_2(j\omega)}{U_1'(j\omega) - U_1''(j\omega)} = \frac{K_1(j\omega)}{1 - K_1(j\omega)K_2(j\omega)}. \quad (11.99)$$

Таким образом, передаточная функция всей системы зависит от передаточных функций основного устройства и устройства обратной связи.

Обратная связь может способствовать усилению или ослаблению проходящего сигнала. Для рассмотрения этого свойства примем, что передаточные функции являются вещественными, не зависящими от частоты. Это возможно, если в системе отсутствуют реактивные элементы, а сами четырехполюсники представляют собой усилители с коэффициентами усиления  $K_1$  и  $K_2$ . Если  $K_1 > 0$  и  $K_2 \geq 0$ , а  $K_1 \cdot K_2 \leq 1$ , то суммарный коэффициент усиления при изменении  $K_2$  будет изменяться в пределах  $K_1 \leq K_\Sigma < \infty$ .

Такое устройство называют системой с положительной обратной связью. Оно позволяет усиливать сигнал за счет обратной связи.

Режим работы, когда передаточная функция стремится к бесконечности, а выходное напряжение неограниченно возрастает, является неустойчивым. Его называют режимом самовозбуждения цепи с обратной связью. Такой режим является нежелательным, и возникает задача исследования устойчивости цепей с обратной связью.

В случае, если коэффициент усиления устройства обратной связи  $K_2 < 0$ , то  $U_1(j\omega) = U_1'(j\omega) + U_1''(j\omega)$  и суммарный коэффициент передачи будет равен

$$K_\Sigma = \frac{K_1}{1 + K_1|K_2|} < K_1.$$

При такой передаточной функции выходной сигнал будет ослабляться:

$$U_2(j\omega) = K_\Sigma U_1(j\omega) < U_1(j\omega).$$

В качестве следующего важного свойства обратной связи рассмотрим возможность использования ее для устранения помехи, когда входной сигнал содержит напряжение двух частот:

$$U_1(j\omega) = U_{f1}(j\omega) + U_{f2}(j\omega),$$

где  $U_{f1}(j\omega)$  – частота полезного сигнала, а  $U_{f2}(j\omega)$  – частота помехи.

Если частотная характеристика основного устройства имеет полосу пропускания, охватывающую частоту полезного сигнала и помехи, то выходной сигнал при отсутствии обратной связи будет содержать оба сигнала. Если использовать устройство обратной связи такое, что в диапазоне полезного сигнала  $K_2 \approx 0$ , а в зоне помехи  $K_2 < 0$ , то в зоне полезного сигнала получаем

$$K_{\Sigma f1} \approx K_1,$$

а в диапазоне помехи за счет отрицательной обратной связи

$$K_{\Sigma} = \frac{K_1}{1 + K_1|K_2|} \leq K_1.$$

Соответственно в зоне полезного сигнала  $U_{2f1} \approx U_{f1}$ , а в зоне помехи  $U_{2f1} \approx 0$ . Таким образом, отрицательная обратная связь приводит к уменьшению влияния помехи.

Отрицательная обратная связь может использоваться также в качестве стабилизирующего устройства. Допустим основное устройство подвержено влиянию внешних факторов (изменению температуры, изменению частоты и т.д.), соответственно выходной сигнал будет зависеть от этих факторов при отсутствии обратной связи. Если отрицательная обратная связь удовлетворяет условию  $K_1 K_2 \gg 1$  и не зависит от внешних факторов, то

$$K_{\Sigma} = \frac{K_1}{1 + K_1|K_2|} \approx \frac{1}{|K_2|} = \text{const}.$$

В качестве последнего примера влияния обратной связи рассмотрим схему, в которой четырехполюсник с обратной связью играет роль дополнительной нагрузки для источника э.д.с.  $\dot{E}$  (см. рис. 11.30). Общее сопротивление по отношению к источнику э.д.с.  $\dot{E}$ :

$$\frac{\dot{E}}{\dot{I}_2} = \frac{\dot{U}_n - \dot{U}_2}{\dot{I}_2} = \underline{Z}_n - \frac{\dot{U}_1}{\dot{I}_2} K_{\Sigma} = \underline{Z}_n - \frac{\dot{U}_1}{\dot{I}_2} \frac{K_1}{1 - K_1 K_2} = \underline{Z}_n + \underline{Z}_d.$$

Из последнего соотношения следует, что дополнительное сопротивление  $\underline{Z}_d$  зависит от коэффициентов передачи четырехполюсников и может регулироваться коэффициентом передачи обратной связи. Причем,

при  $K_1 K_2 < 1$  дополнительное сопротивление положительно, а при  $K_1 K_2 > 1$  – отрицательно. При определенных параметрах схемы результирующее сопротивление, присоединенное к источнику, может быть отрицательным.

В заключение отметим, что приведенные примеры не исчерпывают все возможности использования обратных связей, которые рассматриваются в специальных курсах.

## 11.11. Активные четырехполюсники

Как отмечалось в параграфе 11.1.1, различают два типа активных четырехполюсников: автономные и неавтономные четырехполюсники. Автономные четырехполюсники содержат независимые источники, которые при отсутствии во внешней по отношению к четырехполюснику цепи источников создают токи и напряжения на зажимах четырехполюсника. Зависимые источники представляют собой четырехполюсники, которые генерируют напряжения и токи лишь при отличающихся от нуля входных напряжениях или токах. Рассмотрим сначала автономные активные четырехполюсники.

### 11.11.1. Уравнения и схемы замещения автономных четырехполюсников

Автономный четырехполюсник содержит независимые источники. Такой четырехполюсник (рис. 11.31,а) можно заменить пассивным четырехполюсником с источниками э.д.с., подключенными к внешним полюсам четырехполюсника (рис. 11.31,в).

Для доказательства рассмотрим режим при отключенных источниках  $\dot{E}_{B1}$  и  $\dot{E}_{B2}$ , учитывающих внешнюю цепь (рис. 11.31,б). В соответствии с теоремой о компенсации этот режим эквивалентен режиму на рис. 11.31, г при условии, что э.д.с.  $\dot{E}_1' = \dot{U}_{1x}$  и  $\dot{E}_2' = \dot{U}_{2x}$ . Если в схеме на рис. 11.31,в э.д.с.  $\dot{E}_1 = \dot{U}_{1x}$  и  $\dot{E}_2 = \dot{U}_{2x}$ , то режим в исходной цепи на рис. 11.31,а можно получить наложением режимов в схемах на рис. 11.31,в и на рис. 11.31,г. Действительно, действия э.д.с.  $\dot{E}_1$  и  $\dot{E}_1'$  взаимно компенсируются. То же касается э.д.с.  $\dot{E}_2$  и  $\dot{E}_2'$ . В результате получаем режим с действием внутренних источников четырехполюсника и внешних э.д.с.





Иногда выгодно представить активный четырехполюсник пассивным с источниками тока, подключенными к полюсам пассивного четырехполюсника. Для получения схемы замещения представим режим работы исходного четырехполюсника на рис. 11.31,а как результат наложения режимов на рис. 11.32,а и 11.32,б.

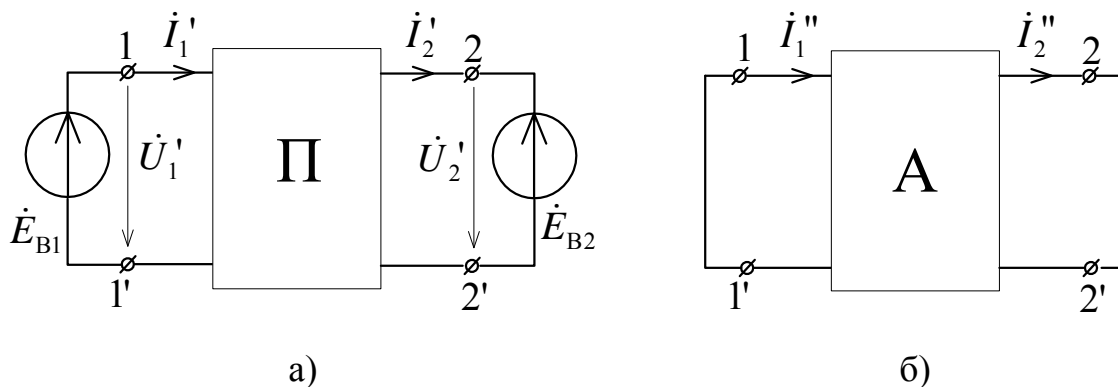


Рис. 11.32

В первом режиме (см. рис. 11.32,а) закорачиваем все источники э.д.с. и размыкаем источники тока внутри исходного четырехполюсника. Для полученного пассивного четырехполюсника справедливы уравнения:

$$\left. \begin{aligned} \dot{U}_1' &= \underline{A}\dot{U}_2' + \underline{B}\dot{I}_2'; \\ \dot{I}_1' &= \underline{C}\dot{U}_2' + \underline{D}\dot{I}_2'. \end{aligned} \right\} \quad (11.100)$$

Во втором режиме (рис. 11.32,б) закорачиваем внешние источники. Внутренние источники создают токи  $\dot{I}_1''$  и  $\dot{I}_2''$ . В соответствии с методом наложения

$$\dot{I}_1 = \dot{I}_1' + \dot{I}_1'' \text{ и } \dot{I}_2 = \dot{I}_2' + \dot{I}_2''.$$

Полагая в уравнениях (11.100)  $\dot{U}_1' = \dot{U}_1$  и  $\dot{U}_2' = \dot{U}_2$  и подставляя значения токов  $\dot{I}_1' = \dot{I}_1 - \dot{I}_1''$  и  $\dot{I}_2' = \dot{I}_2 - \dot{I}_2''$ , получаем уравнения

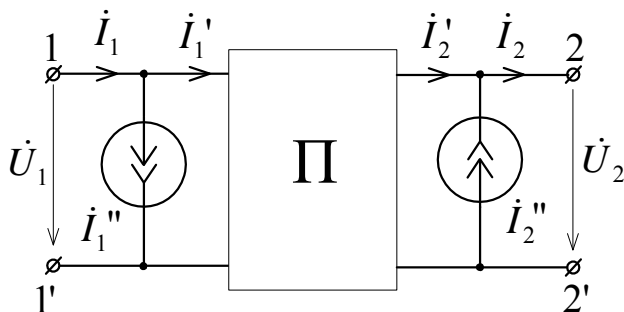


Рис. 11.33

$$\left. \begin{aligned} \dot{U}_1' &= \underline{A}\dot{U}_2' + \underline{B}(\dot{I}_2 - \dot{I}_2''); \\ \dot{I}_1 - \dot{I}_1'' &= \underline{C}\dot{U}_2' + \underline{D}(\dot{I}_2 - \dot{I}_2''). \end{aligned} \right\}$$

Этим уравнениям соответствует схема замещения четырехполюсника, изображенная на рис. 11.33, токи источников в которой определяются из опыта короткого замыкания (рис. 11.32,б).

### 11.11.2. Уравнения и схемы замещения неавтономных четырехполюсников

Неавтономные необратимые четырехполюсники отличаются от пассивных четырехполюсников тем, что все четыре параметра четырехполюсника являются независимыми. Для необратимых четырехполюсников матрицы сопротивлений и матрицы проводимостей являются несимметричными и в некоторых случаях могут не существовать, например, для управляемых источников.

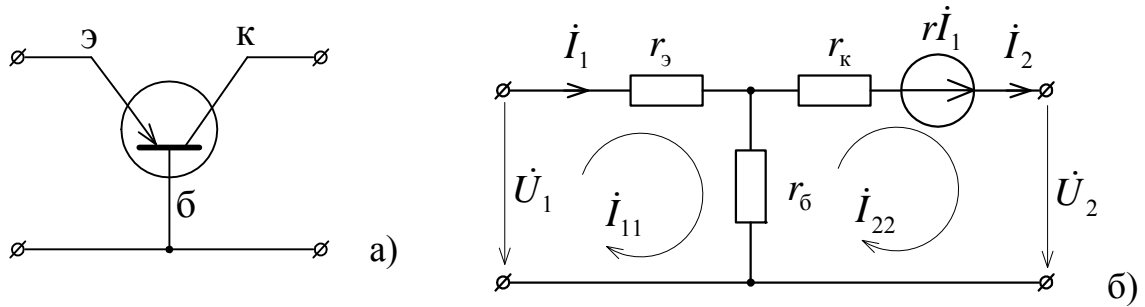


Рис. 11.34

Рассмотрим несколько примеров необратимых четырехполюсников, которые часто используются на практике. На рис. 11.34,а показан транзистор, а на (рис. 11.34,б) его схема замещения, содержащая источник напряжения, управляемый током (ИНУТ)  $r\dot{I}_1$ . Обозначения на рис. 11.34: к – коллектор; э – эмиттер; б – база. Для приведенной цепи запишем уравнения по методу контурных токов:

$$\left. \begin{aligned} \underline{Z}_{11}\dot{I}_{11} + \underline{Z}_{12}\dot{I}_{22} &= \dot{U}_1; \\ \underline{Z}_{21}\dot{I}_{11} + \underline{Z}_{22}\dot{I}_{22} &= r\dot{I}_1 - \dot{U}_2, \end{aligned} \right\} \quad (11.101)$$

в которых зависимый источник учитываем также как независимые источники на входе и выходе четырехполюсника.

Заменяв контурные токи  $\dot{I}_{11}$  и  $\dot{I}_{22}$ , на  $\dot{I}_1$  и  $\dot{I}_2$  и перенеся напряжение зависимого источника  $r\dot{I}_1$  влево, получим уравнения четырехполюсника в форме  $Z$ :

$$\left. \begin{aligned} \underline{Z}_{11}\dot{I}_1 + \underline{Z}_{12}\dot{I}_2 &= \dot{U}_1; \\ \underline{Z}_{21}\dot{I}_1 + \underline{Z}_{22}\dot{I}_2 &= \dot{U}_2, \end{aligned} \right\}$$

в которых

$$\underline{Z}_{11} = r_k + r_b; \quad \underline{Z}_{22} = -r_k - r_b; \quad \underline{Z}_{12} = -r_b; \quad \underline{Z}_{21} = r_b - r\dot{I}_1.$$

Из полученных выражений следует, что условие обратимости  $\underline{Z}_{12} = -\underline{Z}_{21}$  для рассматриваемого четырехполюсника не выполняется.

Источник напряжения, управляемый напряжением (ИНУН) реализуется на практике с достаточной степенью точности операционным усилителем (ОУ), условное обозначение которого показано на рис. 11.35. На рис. 11.36 приведена схема операционного усилителя с обратной связью, роль которой выполняет сопротивление  $\underline{Z}_2$ .

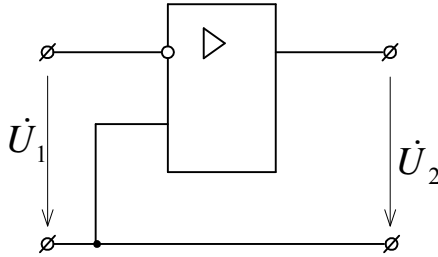


Рис. 11.35

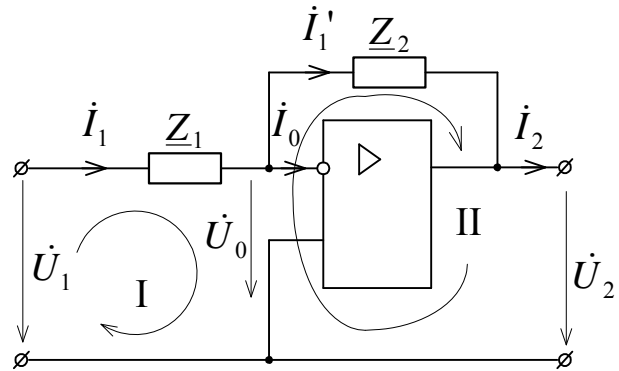


Рис. 11.36

Операционный усилитель имеет большое входное сопротивление, поэтому током  $\dot{I}_0$  на входе ОУ можно пренебречь. Напряжение на выходе усилителя определяется коэффициентом усиления ОУ, то есть  $\dot{U}_2 = -K_0 \dot{U}_0$ . Запишем уравнения по законам Кирхгофа:

$$\left. \begin{aligned} -\dot{U}_1 + \dot{I}_1 \underline{Z}_1 + \dot{U}_0 &= 0; \\ -\dot{U}_0 + \dot{I}_1 \underline{Z}_2 + \dot{U}_2 &= 0, \end{aligned} \right\} \quad (11.102)$$

где принято, что  $\dot{I}_1 \approx \dot{I}_1'$ .

Из первого уравнения системы (11.102)

$$\dot{I}_1 = \frac{\dot{U}_1 - \dot{U}_0}{\underline{Z}_1}.$$

Решая систему (11.102) относительно выходного напряжения, получаем

$$\dot{U}_2 = -\dot{U}_1 \frac{\underline{Z}_2 K_0}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2 + \underline{Z}_1 K_0} \approx -\dot{U}_1 \frac{\underline{Z}_2}{\underline{Z}_1} \quad (11.103)$$

с учетом того, что для ОУ  $K_0 > 10^4$ .

Из выражения (11.103) следует, что, изменяя величины сопротивления  $\underline{Z}_1$  и сопротивления обратной связи  $\underline{Z}_2$ , можно менять коэффициент передачи схемы. Это может быть использовано при решении различных задач. Например, при  $\underline{Z}_1 = R_1$  и  $\underline{Z}_2 = R_2$  получаем устройство инвертирования входного сигнала, для которого напряжение на выходе имеет противоположный знак по сравнению с напряжением на входе:

$$\dot{U}_2 = -\dot{U}_1 \frac{R_2}{R_1}.$$

В случае, когда  $\underline{Z}_1 = 0$ , а  $\underline{Z}_2 = R$ , получаем схему (рис. 11.37), реализующую ИНУТ. Для этой схемы из уравнения (11.103)

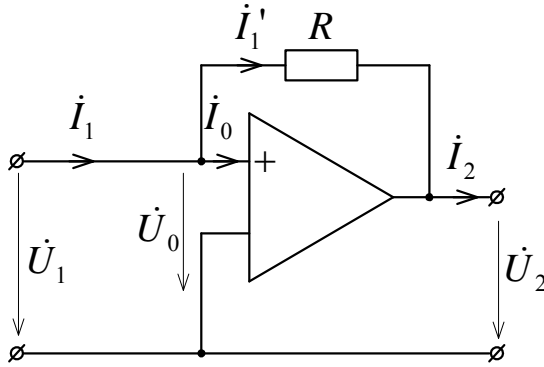


Рис. 11.37

при  $\underline{Z}_1 = 0$  получаем  $\dot{U}_2 = -K_0 \dot{U}_1$ . С учетом этого по второму закону Кирхгофа для внешнего контура получаем

$$\dot{U}_1 = -\frac{\dot{U}_2}{K_0} \approx R\dot{i}_1 + \dot{U}_2,$$

откуда

$$\dot{U}_2 = -\frac{K_0 R}{1 + K_0} \dot{i}_1 \approx -R\dot{i}_1$$

при большом значении коэффициента усиления  $K_0$ , то есть напряжение на выходе пропорционально току на входе. Напряжение на входе в  $K_0$  раз меньше напряжения на выходе, и при большом коэффициенте усиления его можно считать примерно равным нулю. Знак минус в выражении для выходного напряжения означает, что положительное направление источника не противоположно, а совпадает с направлением напряжения  $U_2$ .

В заключение рассмотрим схему на рис. 11.38, которая используется

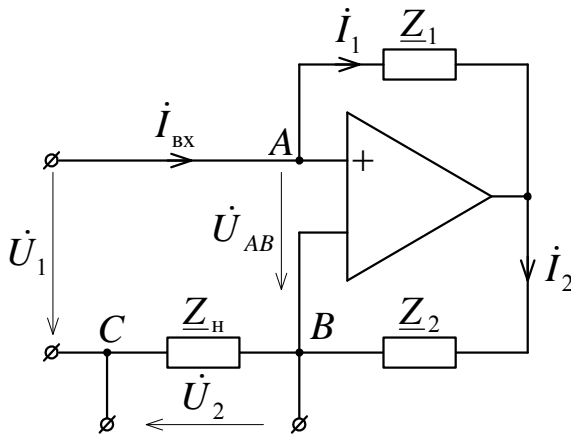


Рис. 11.38

для реализации конвертора отрицательного сопротивления (КОС), преобразующего положительное сопротивление в отрицательное.

Определим входное сопротивление схемы:

$$\underline{Z}_{\text{BX}} = \frac{\dot{U}_{\text{BX}}}{\dot{i}_{\text{BX}}} = \frac{\dot{U}_1}{\dot{i}_{\text{BX}}}. \quad (11.104)$$

По второму закону Кирхгофа

$$\dot{U}_{AB} = \underline{Z}_1 \dot{i}_1 + \underline{Z}_2 \dot{i}_2 \approx 0, \quad (11.105)$$

так как выходное напряжение ОУ  $\underline{Z}_2 \dot{i}_2$  во много раз больше входного напряжения  $\dot{U}_{AB}$ , тогда из равенства (11.105) следует, что

$$\dot{I}_{\text{вх}} \approx \dot{I}_1 = -\dot{I}_2 \frac{\underline{Z}_2}{\underline{Z}_1}$$

и согласно (11.104)

$$\underline{Z}_{\text{вх}} = \frac{\dot{U}_1}{\dot{I}_1} = -\frac{\underline{Z}_{\text{н}} \underline{Z}_1}{\underline{Z}_2}. \quad (11.106)$$

Если сопротивления  $\underline{Z}_1 = R_1$ ,  $\underline{Z}_2 = R_2$ ,  $\underline{Z}_{\text{н}} = R_{\text{н}}$ , то получаем отрицательное активное сопротивление, то есть происходит преобразование положительного активного сопротивления в отрицательное. Такое устройство называют конвертором отрицательного сопротивления (КОС). Если соединить каскадно два КОС, то знак входного сопротивления станет положительным. Такое устройство называют конвертором положительного сопротивления (КПС). Его используют для согласования каскадно-соединенных четырехполюсников.

Схема на рис. 11.38 в зависимости от характера сопротивлений дает различные типы преобразователей. Так при  $\underline{Z}_1 = j\omega C_1$  (емкость),  $\underline{Z}_1 = R_1$  (активное сопротивление) и  $\underline{Z}_{\text{н}} = j\omega C_{\text{н}}$  (емкость) получаем

$$\underline{Z}_{\text{вх}} = -\frac{\underline{Z}_{\text{н}} \underline{Z}_1}{\underline{Z}_2} = \frac{1}{\omega^2 R_2 C_1 C_{\text{н}}},$$

то есть, получаем активное сопротивление, обратно пропорциональное квадрату частоты. Такое устройство называют конвертором положительных резистивных частотно зависимых сопротивлений.

Приведенные примеры показывают большие возможности схем, использующих необратимые четырехполюсники с зависимыми источниками и обратными связями.

## Контрольные вопросы

1. Запишите шесть форм уравнений четырехполюсника с указанием положительных направлений напряжений и токов, для которых записаны уравнения.
2. Какие четырехполюсники называют обратимыми и необратимыми, симметричными и несимметричными?
3. Как опытным путем определяют параметры уравнений четырехполюсника?
4. Как определить постоянные четырехполюсника одной формы при известных постоянных для другой формы?
5. Какие используют схемы замещения для четырехполюсников?
6. Что такое характеристические параметры четырехполюсника?
7. Запишите уравнения четырехполюсника в гиперболической форме.
8. В каких единицах измеряются коэффициент затухания и коэффициент фазы?

9. Что такое операционный усилитель?
10. Какие существуют типы управляемых источников?
11. Какой четырехполюсник называют автономным, и какой активным?
12. Схемы замещения автономных четырехполюсников.
13. Приведите известные Вам схемы соединения четырехполюсников.
14. Что такое симметричная и несимметричная цепная схема соединения четырехполюсников?
15. Как определяются эквивалентные параметры цепной схемы?