Контрольная работа назад

Контрольная работа по курсу Теория вероятностей

Контрольная работа состоит из пяти задач, текст задачи и её параметры определяются по последней цифре пароля как указано в таблице. Для проверки преподавателю высылаются сразу все задачи, выполненные в редакторе Word . Контрольная может быть выполнена в письменном виде и отправлена по почте только по согласованию с деканатом. Работа, кроме ответов к задачам, должна содержать описание решения задач и номер решаемой задачи. Порядок решения задач значения не имеет, хотя логичнее решать задачи именно в написанном порядке.

Для выполнения контрольной работы вам необходимо ознакомиться с конспектом лекций по соответствующим разделам. В конспекте, кроме теоретического материала, рассмотрены также примеры, демонстрирующие решение задач, аналогичных задачам из контрольной работы. Кроме того, примеры решения подобных задач приведены в конце файла.

Вариант	Задача 1	Задача 2 Текст 3	Задача 3 Текст 4	Задача 4	Задача 5
0	Текст 1 p=0,8 k=3	K=5 L=6 M=4 N=8 P=3 R=4	K=5 P=0,1 R=3	Текст 5 a=0 b=5 $F(x)=c\cdot x^2$ $\alpha=2$ $\beta=3$ p=0,7	Текст 7 $\lambda=0,2$
1	Текст 2 p=0,1 k=4	K=5 L=5 M=4 N=7 P=2 R=3	K=4 P=0,2 R=2	Текст 6 a=0 b=4 $p(x)= c\cdot x^2$ $\alpha=2$ $\beta=3$ p=0,7	Текст 8 $\sigma=40$
2	Текст 1 p=0,9 k=4	K=5 L=4 M=4 N=6 P=3 R=3	K=6 P=0,3 R=3	Текст 5 a=0 b=3 $F(x)= c\cdot x^3$ $\alpha=1,5$ $\beta=2,5$ p=0,8	Текст 7 $\lambda=0,25$
3	Текст 2 p=0,2 k=6	K=5 L=3 M=4 N=5 P=2 R=4	K=5 P=0,4 R=4	Текст 6 a=0 b=4 $p(x)= c\cdot x$ $\alpha=1,5$ $\beta=3$ p=0,9	Текст 8 $\sigma=50$
4	Текст 1 p=0,7 k=5	K=5 L=2 M=4 N=4 P=3 R=4	K=7 P=0,6 R=2	Текст 5 a=0 b=4 F(x)=2cx $\alpha=1$ $\beta=2$ p=0,6	Текст 7 $\lambda=0,3$
5	Текст 2 p=0,3 k=4	K=4 L=3 M=5 N=3 P=3 R=2	K=6 P=0,1 R=3	Текст 6 a=0 b=5 p(x)= 2cx $\alpha=1,5$ $\beta=2,5$ p=0,6	Текст 8 $\sigma=45$
				Текст 5	

6	Текст 1 p=0,85 k=3	K=4 L=4 M=5 N=5 P=4 R=3	K=5 P=0,7 R=3	[illegible] a=0 b=5 F(x)=3cx α=1 β=2,5 p=0,75	Текст 7 λ=0,8
7	Текст 2 p=0,15 k=5	K=4 L=5 M=5 N=4 P=2 R=4	K=6 P=0,8 R=4	Текст 6 a=0 b=3 p(x)=c α=1 β=2,5 p=0,75	Текст 8 σ=35
8	Текст 1 p=0,6 k=3	K=4 L=6 M=5 N=6 P=3 R=3	K=4 P=0,9 R=2	Текст 5 a=1 b=10 F(x)=c(x–1) α=2 β=5 p=0,85	Текст 7 λ=0,35
9	Текст 2 p=0,25 k=4	K=4 L=7 M=5 N=7 P=2 R=4	K=5 P=0,2 R=3	Текст 6 a=0 b=6 p(x)=3cx α=4 β=5,5 p=0,85	Текст 8 σ=55

Текст 1. Вероятность соединения при телефонном вызове равна p. Какова вероятность, что соединение произойдёт только при k - ом вызове?

Текст 2. Вероятность появления поломок на каждой из k соединительных линий равна p. Какова вероятность того, что хотя бы две линии исправны?

Текст 3. В одной урне K белых шаров и L чёрных шаров, а в другой – M белых и N чёрных. Из первой урны случайным образом вынимают P шаров и опускают во вторую урну. После этого из второй урны также случайно вынимают R шаров. Найти вероятность того, что все шары, вынутые из второй урны, белые.

Текст 4. В типографии имеется *K* печатных машин. Для каждой машины вероятность того, что она работает в данный момент, равна *P*. Построить ряд распределения числа работающих машин, построить функцию распределения этой случайной величины, найти МО, дисперсию, а также вероятность того, что число работающих машин будет не больше *R*.

Текст 5. Непрерывная случайная величина задана ее функцией распределения.

$$F(x)=\begin{cases}0, & \text{если} \quad x\le a\\ \text{приведено в таблице}, & a<x\le b\\ 1, & x>b\end{cases}$$

Найти параметр С, плотность распределения, математическое ожидание, дисперсию, а также вероятность попадания случайной величины в интервал [a , b] и квантиль порядка *p*.

Текст 6. Непрерывная случайная величина задана ее плотностью распределения

$$p(x)=\begin{cases}0, & \text{если} \quad x\le a\\ \text{приведено в таблице}, & a<x\le b\\ 0, & x>b\end{cases}$$

Найти параметр С, функцию распределения, математическое ожидание, дисперсию, вероятность попадания случайной величины в интервал [a , b] и квантиль порядка *p*.

Текст 7. Продолжительность телефонного разговора распределена по показательному закону с параметром l (1/мин.). Разговор по телефону - автомату прерывается через три минуты от начала разговора. Какова доля прерванных разговоров? Каким должно быть время до прерывания разговора, чтобы доля прерванных разговоров не превышала 1%?

Текст 8. Суточное потребление электроэнергии исправной печью является случайной величиной, распределенной по нормальному закону со средним 1000 кВт/ч и СКО s . Если суточное потребление превысит 1100 кВт, то по инструкции печь отключают и ремонтируют. Найти вероятность ремонта печи. Каким должно быть превышение по инструкции, чтобы вероятность ремонта печи была равна 0,02?

Ссылки на лекционный материал даны в большой степени условно, т.к. при решении любой задачи используется не только указанная формула, но и ранее полученные знания. К примеру, для построения ряда распределения надо уметь вычислять вероятности событий, а это целая глава.

Задача 1: Глава 1 §1–5.

Задача 2: Глава 1 §3.5; §7; §8.

Задача 3: Глава 1 §9; Глава 2 §1; §2.

Задача 4: Глава 2 §4.

Задача 5: Глава 2 §5.

Примеры решения задач.

Пример решения задачи 1. На предприятии три телефона. Вероятности их занятости равны соответственно 0,6; 0,4; 0,5. Какова вероятность того, что хотя бы два из них свободны?

Решение:

Введём следующие обозначения:

A1– занят первый телефон, P(A1) = 0,6;

A2– занят второй телефон, P(A2) = 0,4;

A3– занят третий телефон, P(A3) = 0,5;

P{хотя бы два свободны}=

P{свободны два телефона или свободны три телефона} =

при помощи введённых обозначений это можно записать так:

$$P\{\overline{A1}\cdot\overline{A2}\cdot A3+\overline{A1}\cdot A2\cdot\overline{A3}+A1\cdot\overline{A2}\cdot\overline{A3}+\overline{A1}\cdot\overline{A2}\cdot\overline{A3}\}=$$

т.к. эти события несовместны, вероятность суммы событий равна сумме вероятностей

$$=P(\overline{A1}\cdot\overline{A2}\cdot A3)+P(\overline{A1}\cdot A2\cdot\overline{A3})+P(A1\cdot\overline{A2}\cdot\overline{A3})+P(\overline{A1}\cdot\overline{A2}\cdot\overline{A3})=$$

т.к. события $A1, A2, A3$ независимы, вероятность произведения событий равна произведению вероятностей

$$=P(\overline{A1})\cdot P(\overline{A2})\cdot P(A3)+P(\overline{A1})\cdot P(A2)\cdot P(\overline{A3})+P(A1)\cdot P(\overline{A2})\cdot P(\overline{A3})+$$
$$P(\overline{A1})\cdot P(\overline{A2})\cdot P(\overline{A3})=(1-0{,}6)(1-0{,}4)\cdot 0{,}5+(1-0{,}6)\cdot 0{,}4\cdot(1-0{,}5)+$$
$$0{,}6\cdot(1-0{,}4)\cdot(1-0{,}5)+(1-0{,}6)(1-0{,}4)(1-0{,}5)=$$
$$0{,}4\cdot 0{,}6\cdot 0{,}5+0{,}4\cdot 0{,}4\cdot 0{,}5+0{,}6\cdot 0{,}6\cdot 0{,}5+0{,}4\cdot 0{,}6\cdot 0{,}5=0{,}62$$

Пример решения задачи 2. В одной урне 3 белых шара и 2 чёрных шара, а в другой – 4 белых и 3 чёрных. Из первой урны случайным образом вынимают 3 шара и опускают во вторую урну. После этого из второй урны также случайно вынимают 4 шара. Найти вероятность того, что все шары, вынутые из второй урны, белые.

Решение:

Введём следующие обозначения для событий:

H1– из первой урны переложили белые шары,

H2 – из первой урны переложили два белых и один черный шар,

H3 – из первой урны переложили один белый и два черных шара.

Т.к. других вариантов вытащить из первой урны три шара нет, эти события составляют полную группу событий, и они несовместны. Найдём вероятности этих событий по формуле гипергеометрической вероятности:

$$P(H1)=P_{5,3}(3,3)=\frac{C_3^3\cdot C_2^0}{C_5^3}=\frac{1\cdot 1}{\frac{5!}{3!\,2!}}=\frac{1}{\frac{4\cdot 5}{2}}=\frac{1}{10}$$

$$P(H2) = P_{5,3}(3,2) = \frac{C_3^2 \cdot C_2^1}{C_5^3} = \frac{\frac{3!}{2!\cdot 1!}\frac{2!}{1!\cdot 1!}}{\frac{5!}{3!\cdot 2!}} = \frac{6}{10}$$

$$P(H3) = P_{5,3}(3,1) = \frac{C_3^1 \cdot C_2^2}{C_5^3} = \frac{\frac{3!}{2!\cdot 1!}\frac{2!}{0!\cdot 2!}}{\frac{5!}{3!\cdot 2!}} = \frac{3}{10}$$

Введём событие A – после перекладывания из второй урны вытащили 4 белых шара. Вероятность этого события зависит от того, что во вторую урну переложили из первой. Найдём условные вероятности:

P(A/H1)={теперь во второй урне 10 шаров, из них 7 белых }$= P_{10,7}(4,4) = \frac{C_7^4 \cdot C_3^0}{C_{10}^4} = \frac{5\cdot 7}{3\cdot 7\cdot 10} = \frac{1}{3\cdot 2} = \frac{1}{6}$

P(A/H2)={теперь во второй урне 10 шаров, из них 6 белых }$= P_{10,6}(4,4) = \frac{C_6^4 \cdot C_4^0}{C_{10}^4} = \frac{15}{3\cdot 7\cdot 10} = \frac{1}{7\cdot 2} = \frac{1}{14}$

P(A/H1)={теперь во второй урне 10 шаров, из них 5 белых }$= P_{10,5}(4,4) = \frac{C_5^4 \cdot C_5^0}{C_{10}^4} = \frac{5}{3\cdot 7\cdot 10} = \frac{1}{3\cdot 7\cdot 2} = \frac{1}{42}$

Теперь найдём вероятность события A по формуле полной вероятности:

P(A)=P(H1) × P(A/H1) + P(H2) × P(A/H2) + P(H3) × P(A/H3)=0,1× 1/6+0,6× 1/14+0,3× 1/42 = 0,0(6).

Пример решения задачи 3. Монету бросают 5 раз. Найти ряд распределения числа выпавших гербов, построить функцию распределения этой случайной величины, найти МО, дисперсию, а также вероятность того, что число выпавших гербов будет не меньше 1 и не больше 3.

Решение:

В этой задаче x – дискретная случайная величина, принимающая значения 0,1,2,3,4,5. Чтобы построить ряд распределения x , требуется найти вероятности, с которыми она принимает эти значения. В данном случае имеется последовательность испытаний по схеме Бернулли, т.к. испытания независимы, и вероятность успеха p =0,5 одинакова во всех испытаниях (успех – выпадение герба). Тогда по формуле Бернулли при n=5, p=0.5, q=1– p=0.5:

$$P(\xi = 0) = C_5^0 \cdot 0{,}5^0 \cdot 0{,}5^5 = 0{,}03125;$$

$$P(\xi = 1) = C_5^1 \cdot 0{,}5^1 \cdot 0{,}5^4 = 0{,}15625;$$

$$P(\xi = 2) = C_5^2 \cdot 0{,}5^2 \cdot 0{,}5^3 = 0{,}3125;$$

$$P(\xi = 3) = C_5^3 \cdot 0{,}5^3 \cdot 0{,}5^2 = 0{,}3125;$$

$$P(\xi = 4) = C_5^4 \cdot 0{,}5^4 \cdot 0{,}5^1 = 0{,}15625;$$

$$P(\xi = 5) = C_5^5 \cdot 0{,}5^5 \cdot 0{,}5^0 = 0{,}03125;$$

Теперь построим ряд распределения:

Значения ξ	0	1	2	3	4	5
вероятность	0,03125	0,15625	0,3125	0,3125	0,15625	0,03125

Найдём мат. ожидание по формуле:

$$M\xi = \sum_{i=1}^{6} x_i \cdot p_i = 0 \cdot 0{,}03125 + 1 \cdot 0{,}15625 + 2 \cdot 0{,}3125 + 3 \cdot 0{,}3125 + 4 \cdot 0{,}15625 + $$
$$+ 5 \cdot 0{,}03125 = 2{,}5$$

Найдём дисперсию:

$$D\xi = \sum_{i=1}^{6} x_i^2 \cdot p_i - (M\xi)^2 = 0 \cdot 0{,}03125 + 1 \cdot 0{,}15625 + 4 \cdot 0{,}3125 + 9 \cdot 0{,}3125 + $$
$$+ 16 \cdot 0{,}15625 + 25 \cdot 0{,}03125 - 2{,}5^2 = 1{,}25.$$

Выпишем в аналитическом виде функцию распределения:

$$F(x)=\begin{cases} 0, \text{ если } x \le 0; \\ 0{,}03125, \text{ если } 0 < x \le 1; \\ 0{,}03125+0{,}15625= 0{,}1875, \text{ если } 1 < x \le 2; \\ 0{,}03125+0{,}15625+0{,}3125 = 0{,}5, \text{ если } 2 < x \le 3; \\ 0{,}03125+0{,}15625+0{,}3125+0{,}3125= 0{,}8125, \text{ если } 3 < x \le 4; \\ 0{,}03125+0{,}15625+0{,}3125+0{,}3125+0{,}15625= 0{,}96875, \text{ если } 4 < x \le 5; \\ 0{,}03125+0{,}15625+0{,}3125+0{,}3125+0{,}15625+0{,}03125= 1, \text{ если } 5 < x; \end{cases}$$

Найдём вероятность того, что число выпавших гербов будет не меньше 1 и не больше 3:

$$P\{1 \le \xi \le 3\}= P\{\xi = 1\}+ P\{\xi =2\}+ P\{\xi = 3\} =0{,}03125+0{,}15625+0{,}3125= 0{,}5.$$

Примеры решения задачи 4.

А) Непрерывная случайная величина задана ее функцией распределения.

$$F(x)=\begin{cases} 0, & \text{если} \quad x \le 1 \\ c(x^2-1) & 1 < x \le 3 \\ 1, & \text{если } x > 3 \end{cases}$$

Найти параметр с, плотность распределения случайной величины, математическое ожидание, дисперсию, а также вероятность попадания случайной величины в интервал [1,5;2] и квантиль порядка 0,9.

Решение:

Найдём сначала плотность распределения как производную от функции распределения:

$p_\xi(x)=F_\xi'(x)$. Тогда

$$p(x)=\begin{cases} 0, & \text{если} \quad x \le 1 \\ 2cx, & 1 < x \le 3 \\ 0, & x > 3 \end{cases}$$

Теперь найдём параметр с из уравнения:

$$\int_{-\infty}^{\infty} p(x)dx = 1$$

Т.к. плотность на разных интервалах задана разными функциями, разбиваем область интегрирования на соответствующее количество интервалов.

$$\int_{-\infty}^{\infty} p(x)dx = \int_{-\infty}^{1} 0dx + \int_{1}^{3} 2cxdx + \int_{3}^{\infty} 0dx = 2c\int_{1}^{3} xdx = 2c(\frac{x^2}{2})\Big|_1^3 = c\cdot 8 = 1,$$

$$\text{тогда} \quad c = \frac{1}{8}.$$

Т.е. функция распределения

$$F(x)=\begin{cases} 0, & \text{если} \quad x \le 1 \\ \frac{1}{8}(x^2-1) & 1 < x \le 3 \\ 1, & \text{если } x > 3 \end{cases}$$

Найдём мат. ожидание по формуле:

$$M\xi = \int_{-\infty}^{\infty} x\cdot p(x)dx$$

Опять разбиваем область интегрирования на три интервала

$$M\xi = \int_{-\infty}^{1} 0dx + \int_{1}^{3} \frac{2\cdot x^2}{8}dx + \int_{3}^{\infty} 0dx = \frac{1}{4}\int_{1}^{3} x^2dx = \frac{1}{4}(\frac{x^3}{3})\Big|_1^3 = \frac{13}{6},$$

Дисперсию находим по формуле

$$D\xi = \int_{-\infty}^{\infty} x^2 \cdot p(x)dx - (M\xi)^2 =$$

$$= \int_{-\infty}^{0} 0dx + \int_{1}^{3} \frac{2\cdot x^3}{8}dx + \int_{3}^{\infty} 0dx - (\frac{13}{6})^2 = \frac{1}{4}\int_{1}^{3} x^3dx - (\frac{13}{6})^2 = \frac{1}{4}(\frac{x^4}{4})|_1^3 - (\frac{13}{6})^2 =$$
$$= 5 - (\frac{13}{6})^2 \approx 0{,}306.$$

Вероятность попадания случайной величины в интервал [a,b] найдём по формуле

$$P(a \le \xi \le b) = F(a) - F(b)$$

В данном случае

$$P(1{,}5 \le \xi \le 2) = F(2) - F(1{,}5) = \frac{1}{8}(2^2 - 1) - \frac{1}{8}(1{,}5^2 - 1) = 0{,}21875$$

Квантиль порядка 0,9 – это решение уравнения F(x)=0,9:

$$\frac{1}{8}(x^2 - 1) = 0{,}9$$
$$x^2 - 1 = 7{,}2$$
$$x^2 = 7{,}2 + 1 = 8{,}2$$
$$x = \pm\sqrt{8{,}2}$$
$$x_1 = +\sqrt{8{,}2} = 2{,}86,$$
$$x_2 = -\sqrt{8{,}2} = -2{,}86 - \text{не принадлежит интервалу, где функция распределения}$$
$$\text{принимает значения от } 0 \text{ до } 1. \text{ Квантиль один: } x_{0,9} = 2{,}86.$$

Б) Непрерывная случайная величина задана ее плотностью распределения

$$p(x) = \begin{cases} 0, & \text{если} \quad x \le 0 \\ c(x-1), & \text{если } 0 < x \le 3 \\ 0, & \text{если } x > 3 \end{cases}$$

Найти параметр с, функцию распределения, математическое ожидание, дисперсию, вероятность попадания случайной величины в интервал [a , b] и квантиль порядка *p*=0,9.

Решение:

Найдём параметр с из уравнения:

$$\int_{-\infty}^{\infty} p(x)dx = 1$$

Т.к. плотность на разных интервалах задана разными функциями, разбиваем область интегрирования на соответствующее количество интервалов.

$$\int_{-\infty}^{\infty} p(x)dx = \int_{-\infty}^{0} 0dx + \int_{0}^{3} c(x-1)dx + \int_{3}^{\infty} 0dx = c\int_{0}^{3}(x-1)dx = c(\frac{x^2}{2} - x)|_0^3 = c\cdot(\frac{9}{2} - 3) = 1,$$
$$\text{тогда} \quad c = \frac{2}{3}.$$

Найдём функцию распределения по формуле

$$F_\xi(x) = \int_{-\infty}^{x} p(t)dt$$

(т.к. переменная x стоит в пределе интегрирования, в выражении для плотности надо её заменить другой переменной, например, t). Т.к. плотность распределения задаётся разными выражениями в зависимости от интервала, функция распределения так же будет задаваться разными выражениями на этих интервалах:

если x < 0, $F_\xi(x) = \int_{-\infty}^{x} 0dt = 0,$

если 0 £ x £ 3, $F_\xi(x) = \int_{-\infty}^{0} 0dt + \int_{0}^{x} \frac{3}{2}(t-1)dt = \frac{2}{3}(\frac{t^2}{2} - t)\Big|_0^x = \frac{x^2}{3} - \frac{2}{3}x,$

если x > 3, $F_\xi(x) = \int_{-\infty}^{0} 0dt + \int_{0}^{3} \frac{3}{2}(t-1)dt + \int_{3}^{\infty} 0dt = \frac{2}{3}(\frac{t^2}{2} - t)\Big|_0^3 = \frac{3^2}{3} - \frac{2}{3}3 = 1$

Т.о. можно записать:

$$F(x) = \begin{cases} 0, & \text{если} \quad x \le 0 \\ \dfrac{x^2}{3} - \dfrac{2}{3}x, & \text{если} \quad 0 < x \le 3 \\ 1, & \text{если } x > 3 \end{cases}$$

Найдём квантиль порядка 0,9: это решение уравнения F(x)=0,9:

$$\frac{x^2}{3} - \frac{2}{3}x = 0{,}9 \quad \Rightarrow \quad x^2 - 2x = 2{,}7 \quad \Rightarrow \quad x^2 - 2x - 2{,}7 = 0.$$

Решаем квадратное уравнение:

$d = 14{,}8 \Rightarrow$ *два корня:*

$x_1 = 2{,}92;$

$x_2 = -0.92$ – *этот корень не попадает в интервал, где функция распределения принимает значения от 0 до 1.* $\Rightarrow x_{0,9} = 2{,}92.$

Вероятность попадания в интервал находим аналогично задаче А).

Примеры решения задачи 5.

А) Время безотказной работы прибора распределено по показательному закону с параметром l =1,2 (1/год). Согласно инструкции прибор заменяют через 2 года эксплуатации. Найти вероятность безотказной работы до замены. Определить такой срок эксплуатации до замены, при котором доля отказавших приборов составит 0,05%.

Решение:

ξ – время безотказной работы прибора.

P{безотказная работа до замены}=P{$2 \le \xi$}= P{$2 \le \xi \le \infty$} = $F_\xi(\infty) - F_\xi(2)$=

{т.к. случайная величина распределена по показательному закону, её функция распределения известна и равна $1 - e^{-\lambda \cdot x} = 1 - e^{1{,}2x}$} =

$1 - (1 - e^{-1{,}2 \cdot 2}) = e^{-2{,}4} = 0{,}0907$

Для решения второй части задачи обозначим переменной t срок эксплуатации до замены.

P{прибор отказал до срока}=P{ $\xi \le t$}= P{$0 \le \xi \le t$} = $F_\xi(t) - F_\xi(0)$=0,05 по условию. Т.о. получаем уравнение:

$(1 - e^{-1{,}2t}) - (1 - e^{-1{,}2 \cdot 0}) = 1 - e^{-2{,}4} = 0{,}05;$

Решаем уравнение относительно t:

$e^{-1{,}2t} = 0{,}95,$ *логарифмируем:*

$-1{,}2 \cdot t = \ln 0{,}95;$ *отсюда*

$t = -\dfrac{\ln 0{,}95}{1{,}2} \approx 0{,}04\,(1/год)$ *т.е. приблизительно полмесяца.*

Б) Валики, изготавливаемые автоматом, считаются стандартными, если отклонение диаметра валика от проектного размера не превышает 2 мм. Случайные отклонения диаметра валиков подчиняются нормальному закону со средним a =0, и s =1,6 мм. Сколько процентов стандартных валиков изготавливает автомат? Каким должно быть допустимое отклонение от стандартного размера, чтобы количество стандартных валиков было не меньше 90%?

Решение:

Пусть ξ – отклонение диаметра от проектного размера.

Процент стандартных валиков – это, другими словами, вероятность того, что случайно выбранный валик будет стандартным. Т.к. отклонение в данной задаче может быть как в большую, так и в меньшую сторону, надо найти

$P\{\ |\ \xi\ |\ \le 2\}=P\{-2 \le \xi \le 2\}=F_{\xi}\ (2)-F_{\xi}\ (-2)=$

т.к. это нормальное распределение, то функцию распределения можно вычислить либо через функцию $\Phi_0(x)$, либо через $\Phi(x)$, в зависимости от того, таблица какой из функций имеется в наличии:

$Fx\ (x)=0,5+\Phi_0((x-a)/s)=\Phi((x-a)/s)$. Тогда искомая вероятность

$= \Phi_0((2-0)/1,6) - \Phi_0((-2-0)/1,6) = \Phi_0(2/1,6) - \Phi_0(-2/1,6) =$

{т.к. функция нечётная}

$= \Phi_0(2/1,6) + \Phi_0(2/1,6) = 2\times \Phi_0(2/1,6) = 2\times \Phi_0(2/1,6) = 2\times \Phi_0(1,25) = 2\times 0,39435 = 0,7887.$

Т.е. процент стандартных валиков равен приблизительно 79%.

Для решения второй части задачи обозначим переменной t допустимое отклонение от стандартного размера. Получим неравенство:

$P\{\ |\ \xi\ |\ \le t\}=P\{-t \le \xi \le t\}=F_{\xi}\ (t)-F_{\xi}\ (-t)=$\{аналогичные рассуждения\} $=2\cdot\ \Phi_0(t/1,6)\ \le 0,9$

по условию задачи. Тогда $\Phi_0(t/1,6)\ \le\ 0,45$. Теперь в таблице функции Φ_0 находим значение, наиболее близкое к 0,45 и определяем аргумент, при котором функция принимает это значение. В данном случае аргумент равен 1,645, т.е.

$t/1,6 = 1,645,$

$t = 1,645\times 1,6 = 2,635$

назад