

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РФ

ИРКУТСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ  
ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

## **Ф И З И К А**

Методические указания и контрольные задания для студентов первого  
курса заочной формы обучения инженерно-технических специальностей

Иркутск – 2021

**УДК (075.8)**  
**ББК 73**

**Физика: Методические указания и контрольные задания. –**  
Сост. Щепин В.И., Коновалов Н.П., Рыбарчук О.В. Иркутск: ИрННТУ,  
2020. – 72 с.

**Составители:**

канд. тех. наук, доцент кафедры физики В.И. Щепин,  
док. тех. наук, заведующий кафедрой физики Н.П. Коновалов,  
канд. тех. наук, доцент кафедры физики О.В. Рыбарчук

Соответствует требованиям ФГОС ВО по направлениям подготовки инженерно-технических специальностей заочной формы обучения. Содержат методические указания и контрольные задания по разделам: механика, молекулярная физика и термодинамика, электростатика и постоянный электрический ток. Приведены основные формулы и примеры решения задач. Предназначено для студентов первого курса, изучающих дисциплину «Физика».

## Оглавление

1. Методические указания к решению задач.....	4
2. Требования к выполнению и оформлению контрольных работ.....	6
3. Механика.....	7
3.1. Основные понятия и формулы.....	7
3.2. Примеры решения задач.....	12
3.3. Контрольная работа № 1. Механика .....	18
4. Молекулярная физика. Термодинамика. ....	30
4.1. Основные понятия и формулы.....	30
4.2. Примеры решения задач .....	36
4.3. Контрольная работа № 1. Молекулярная физика. Термодинамика	40
5. Электростатика. Постоянный электрический ток.....	46
5.1. Основные понятия и формулы.....	46
5.2. Примеры решения задач .....	52
5.3. Контрольная работа № 2. Электростатика. Постоянный электрический ток .....	59

## 1. Методические указания к решению задач

Систематическое решение задач - необходимое условие успешного изучения курса физики. Решение задач помогает уяснить физический смысл явлений, закрепляет в памяти формулы, прививает навыки практического применения теоретических знаний.

При решении задачи необходимо выполнить следующее:

1. Указать основные законы и формулы, которые будете использовать для решения, дать словесную формулировку этих законов, разъяснить буквенные обозначения формул. Если при решении задач применяется формула, полученная для частого случая, не выражающая какой-нибудь физический закон, или не являющаяся определением какой-нибудь физической величины, то ее следует вывести.

2. Выполнить чертеж, поясняющий содержание задачи в тех случаях, когда это необходимо (при помощи чертежных принадлежностей).

3. Решение задачи сопровождать краткими, но исчерпывающими пояснениями.

4. Решить задачу в общем виде, т. е. выразить искомую величину в буквенных обозначениях величин, заданных в условии задачи и взятых из таблицы. Физические задачи весьма разнообразны, и дать единый алгоритм их решения невозможно. Однако, как правило, их следует решать в общем виде. При этом способе не производятся вычисления промежуточных величин; числовые значения подставляются только в окончательную формулу, выражающую искомую величину.

5. Подставить в рабочую формулу размерности или обозначения единиц и убедиться в их правильности.

6. Выразить все величины, входящие в рабочую формулу, в единицах СИ.

7. Подставить в окончательную формулу, полученную в результате решения задачи в общем виде, числовые значения, выраженные в единицах одной системы. Несоблюдение этого правила приводит к неверному результату. Исключение из этого правила допускается лишь для тех однородных величин, которые входят в виде сомножителей в числитель и знаменатель формулы одинаковыми показателями степени. Такие величины необязательно выражать в единицах той системы, в которой ведется решение задачи. Их можно выразить в любых, но только одинаковых единицах.

8. Произвести вычисление величин, подставленных в формулу, руководствуясь правилами приближенных вычислений, записать в ответе числовое значение и сокращенное наименование единицы измерения искомой величины.

9. При подстановке в рабочую формулу, а также при записи ответа числовые значения величин записать как произведение десятичной дроби с одной значащей цифрой перед запятой на соответствующую степень десяти. Например, вместо 3520 надо записать  $3,52 \cdot 10^3$ , вместо 0,00129 записать  $1,29 \cdot 10^{-3}$  и т. д.

10. Оценить, где это является целесообразным, правдоподобность численного ответа. В ряде случаев такая оценка поможет обнаружить ошибочность полученного результата. Например, коэффициент полезного действия тепловой машины не может быть больше единицы, электрический заряд не может быть меньше элементарного заряда  $e = 1,60 \cdot 10^{-19}$  Кл, скорость тела не может быть больше скорости света в вакууме. Умение решать задачи приобретается длительными и систематическими упражнениями.

Чтобы научиться решать задачи и подготовиться к выполнению контрольной работы, следует после изучения очередного раздела учебника внимательно разобрать примеры решения типовых задач из задачников по физике и пособия.

Задачи для самостоятельного решения подобраны так, что содержат элементы задач, предлагаемых для контрольных работ. Поэтому решение задач из раздела «Примеры решения задач» подготавливают студента к выполнению контрольной работы.

## **2. Требования к выполнению и оформлению контрольных работ**

При выполнении и оформлении контрольных работ студенту необходимо руководствоваться следующим:

1. Контрольные работы выполняются самостоятельно. Замена какой-либо контрольной работы другой, взятой из аналогичного пособия, или замена варианта не допускается.

2. Номера задач, которые студент должен выполнить самостоятельно, определяет ведущий преподаватель. Ведущий преподаватель может дать студенту индивидуальное задание.

3. Контрольные работы выполняются разборчивым почерком в обычной школьной тетради. Работу переводят в формат PDF и отправляют на рецензию. Одна страница текста – один слайд. Масштаб страницы должен быть 1:1.

**4. Условия задач переписываются полностью без сокращений. Для замечаний преподавателя на страницах тетради оставляются поля. Каждая следующая задача должна начинаться с новой страницы.**

5. В конце контрольной работы необходимо указать, каким учебником или учебным пособием студент пользовался при изучении физики (название учебника, автор, год издания).

6. Контрольная работа отправляется на проверку ведущему преподавателю (экзаменатору) в соответствии с графиком учебного процесса до начала экзаменационной сессии. Студент должен быть готов дать пояснения по существу решения задач, входящих в его контрольную работу и ответить на дополнительные вопросы.

7. На лицевой стороне тетради (титульный лист) приводятся сведения по образцу, приведённому в установочной лекции.

8. Если контрольная работа при рецензировании не получила положительную оценку, необходимо внести исправления в соответствии с замечаниями преподавателя и отправить повторно на рецензию.

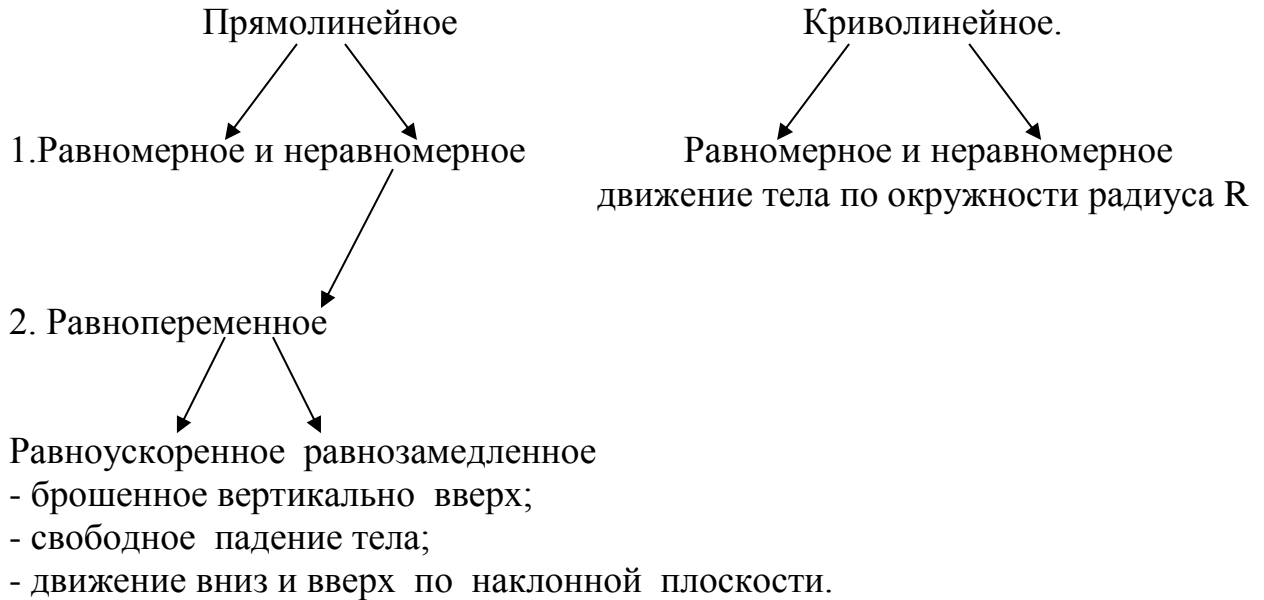
9. Контрольные работы, отправленные на проверку повторно без учёта замечаний преподавателя, получают оценку неудовлетворительно.

### 3. Механика

#### 3.1. Основные понятия и формулы

##### Основные законы кинематики

В механике рассматривают два вида движения: прямолинейное (поступательное) и криволинейное.



1. Уравнение равномерного прямолинейного движения  
( $\vec{v} = const$ ) - любое равномерное движение происходит с постоянной скоростью.  $\vec{a} = const = 0$ ,  $a_\tau = 0$ ,  $a_n = 0$

$x(t) = x_0 + v_x t$  - координата тела в любой момент времени  $t$ ,

$x_0$  - начальная координата,

$v_x$  - проекция скорости на ось  $Ox$ .

$$v = \frac{S}{t} = \frac{S_1}{t_1} = \frac{S_2}{t_2} \dots \frac{S_N}{t_N} = const$$

2. Средняя скорость неравномерного прямолинейного движения тела

а)  $v_{cp} = \frac{S}{t}$ , или  $v_1 = \frac{S_1}{t_1}$ ;  $v_2 = \frac{S_2}{t_2}$ ; .....;  $v_N = \frac{S_N}{t_N}$ , применима для движения в одном и в обратном направлении.

$t$  - время торможения

$S$  - весь путь, пройденный за время  $t$ .

б)  $v_{cp} = \frac{v_0 + v_t}{2}$  - применима для движения в одном направлении.

3. Уравнение равнопеременного прямолинейного движения

( $\vec{a} = a_\tau = const$ ),  $a_n = 0$  - движение с постоянным ускорением.

Если  $a_\tau = f(t)$ ,  $a_n = 0$ , то это движение с переменным ускорением  
 $\vec{a} > 0$  - равноускоренное движение,  $\vec{a} < 0$  - равнозамедленное движение. Знак

“+”, “-” в формулах показывает данное движение. Оно зависит от выбора направления оси X..

а)  $x(t) = x_0 + v_{0x}t + \frac{a_x t^2}{2}$  - уравнение координаты тела в проекциях на ось X;

б)  $v_x = v_{0x} \pm a \cdot t$  - скорость при равнопеременном движении;

где  $v_{0x}$  - проекция начальной скорости на ось OX,

$a_x$  - проекция ускорения.

в)  $S_x = v_{0x}t \pm \frac{a_x t^2}{2}$  - перемещение тела;

г)  $S = \frac{v^2 - v_0^2}{2a}$  - перемещение тела для равноускоренного движения.

#### 4. Уравнение криволинейного равномерного движения тела

Если  $\omega = const$ ,  $a_\tau = 0$ ,  $a_n = const$

а)  $\varphi_t = \varphi_0 + \omega \cdot t$  - уравнение координаты тела при равномерно криволинейном движении тела, где

$\varphi_t$  - угол поворота (угловое перемещение) в момент времени  $t$

$\varphi_0$  - начальный угол поворота

или  $\varphi = \omega \cdot t$ ;

б)  $\omega = \frac{d\varphi}{dt}$  - угловая скорость;

в)  $\omega = 2\pi\nu = \frac{2\pi}{T}$  - связь угловой скорости с частотой и периодом обращения

г)  $v = \omega \cdot R$  - связь между линейной и угловой скорости;

д)  $T = \frac{t}{N} = \frac{2\pi R}{v}$  - период обращения, где  $\nu = \frac{N}{t} = \frac{1}{T}$  - частота вращения,  $N$  - число оборотов;

е)  $a = \frac{v^2}{R} = \omega^2 R$  - центростремительное ускорение;

ж)  $S = \varphi \cdot R$  - длина дуги, пройденной точкой, где  $R$  - радиус окружности.

#### 5. Уравнение криволинейного равнопеременного движения тела

Если  $\varepsilon = const$ ,  $a_\tau = const$ ,  $a_n \neq 0$ , то это криволинейное движение с переменным ускорением.

а)  $\varphi = \omega_0 t \pm \frac{\varepsilon \cdot t^2}{2}$  - уравнение равнопеременного вращения;

б)  $\omega = \omega_0 \pm \varepsilon \cdot t$  - угловая скорость равнопеременного вращения;

в)  $\varphi = \frac{\omega^2 - \omega_0^2}{2\varepsilon}$  - угловое перемещение,  $\omega_0$  - начальное значение угловой скорости;

г)  $a_\tau = \frac{\omega - \omega_0}{t}$  - тангенциальная составляющая ускорения, направленная по касательной к окружности;

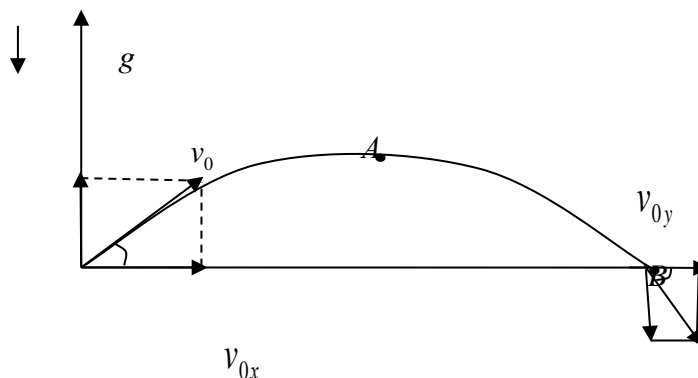


- д)  $a_n = \omega^2 R$  - нормальная составляющая ускорения, направлена к центру кривизны окружности;
- е)  $a_\tau = \varepsilon \cdot R$  - тангенциальная составляющая ускорения, направленная по касательной к окружности;
- ж)  $a = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2}$  - полное ускорение при криволинейном движении.

### Виды сложного движения:

1. Движение тела, брошенного под углом к горизонту:

- а)  $x(t) = x_0 + v_{0x}t$  - координата тела в любой момент времени  $t$  по оси ОХ;
- б)  $y(t) = y_0 + v_{0y}t + \frac{g_x t^2}{2}$  - координата тела в любой момент времени  $t$  по оси ОУ;
- в)  $v_x = v_{0x}$ ,  $v_{0x} = v_0 \cdot \cos \alpha$ ,  $v_x = v_0 \cdot \cos \alpha$  - скорость в проекциях на ось ОХ при движении тела брошенного под углом к горизонту;
- г)  $v_y = v_{0y} \pm gt$ ,  $v_{0y} = v_0 \cdot \sin \alpha$ ,  $v_y = v_0 \cdot \sin \alpha + g_t \cdot t$  - скорость в проекциях на ось ОУ при движении тела брошенного под углом к горизонту;
- д)  $v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$  - скорость в произвольной точке траектории;
- е)  $t = \frac{2v_0 \cdot \sin \alpha}{g}$  - время полета;
- ж)  $l = x_0 + \frac{v_0^2 \cdot \sin 2\alpha}{g}$  - дальность полета;
- з)  $h = h_0 + \frac{v_0^2 \cdot \sin^2 \alpha}{2g}$  - высота подъема.



2) Уравнение движения тела брошенного горизонтально со скоростью  $v_0$  с некоторой высоты:

- а)  $x(t) = x_0 + v_{0x}t$  - координата тела в любой момент времени  $t$  по оси ОХ при движении тела брошенного горизонтально;

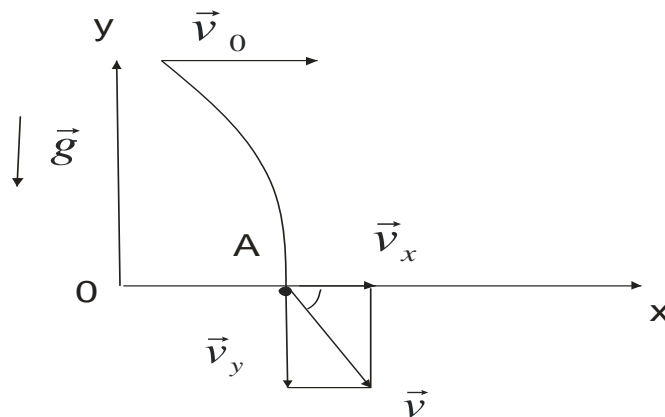
б)  $y(t) = y_0 + v_{0y}t + \frac{g_y t^2}{2}$  - координата тела в любой момент времени  $t$  по оси ОУ;

в)  $v_x = v_{0x}$  - скорость в проекциях на ось ОХ при движении тела брошенного горизонтально с начальной скоростью  $v_0$  с некоторой высоты;

г)  $v_y = g_y \cdot t$ , - скорость в проекциях на ось ОУ при движении тела брошенного горизонтально с начальной скоростью  $v_0$  с некоторой высоты;

д)  $v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$  - скорость в произвольной точке траектории.

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{v_y}{v_x} = \frac{g_y t}{v_0}$$



3) Движение тела, брошенного вертикально вверх:

а)  $v = v_0 - gt$  - скорость тела при данном движении;

б)  $h = v_0 \cdot t - \frac{g \cdot t^2}{2}$  - высота подъема тела;

в)  $h = -\frac{v^2 - v_0^2}{2g}$ .

4) Движение тела при свободном падении:

а)  $v = g \cdot t$  - скорость тела при данном движении;

б)  $h = \frac{g \cdot t^2}{2}$  - высота подъема тела;

в)  $h = \frac{v^2}{2g}$ .

## Динамика

1) Основной закон динамики (второй закон Ньютона)

$$\vec{F} = m\vec{a} = m \frac{d\vec{v}}{dt} \quad \text{или} \quad \vec{F} = \frac{d}{dt}(m\vec{v}) = \frac{d\vec{p}}{dt}$$

где  $\vec{F} = \sum_{i=1}^n \vec{F}_i$  – результирующая сила, а  $\vec{p} = m \cdot \vec{v}$  – импульс материальной точки.

Основной закон динамики материальной точки также может быть записан в виде:

$$d\vec{p} = \vec{F}dt$$

где  $\vec{F}dt$  – элементарный импульс силы.

2) Момент силы относительно оси вращения:  $M_z = F \cdot l$ ,

где  $l$  – кратчайшее расстояние от оси вращения до линии действия силы  $F$

3) Момент инерции материальной точки:  $J = mr^2$

4) Основное уравнение динамики вращательного движения:

если  $J = const$ , то

$$M_z = J_z \frac{d\omega}{dt} = J_z \varepsilon, \quad \omega - \text{угловая скорость, } \varepsilon - \text{угловое ускорение.}$$

$$\text{или } M\Delta t = J\omega_2 - J\omega_1$$

5) Момент инерции для тел различной формы:

- Обруч или кольцо  $J = mR^2$

- Диск или цилиндр относительно оси цилиндра:  $J = \frac{mR^2}{2}$

- Стержень (относительно середины)  $J = \frac{ml^2}{12}$

- Стержень (относительно конца)  $J = \frac{ml^2}{3}$

- Твердый шар  $J = \frac{2mR^2}{5}$

- Сферическая оболочка  $J = \frac{2}{3}mR^2$

- Диск (относительно края)  $J = \frac{3}{2}mR^2$

6) Кинетическая энергия вращающегося тела:  $W_k = \frac{J\omega^2}{2}$

7) Момент импульса вращающегося тела относительно оси:  $L = J \cdot \omega$

8) Теорема Штейнера: момент инерции тела относительно произвольной оси:

$$J = J_0 + md^2$$

где  $J_0$  – момент инерции этого тела относительно параллельной оси, проходящей через центр масс тела;  $m$  – масса тела,  $d$  – расстояние между осями.

9) Момент импульса вращающегося тела относительно оси:  $L = I\omega$

10) Закон сохранения момента импульса:  $\sum_{i=1}^n L_i = const$  или  $\sum_{i=1}^n J_i \omega_i = const$ ,

где  $L_i$  - момент импульса  $i$ -го тела, входящего в состав системы.

11) Закон сохранения момента импульса для двух взаимодействующих тел:  $J_1 \omega_1 + J_2 \omega_2 = J'_1 \omega'_1 + J'_2 \omega'_2$

где  $J_1, J_2, \omega_1, \omega_2$  - моменты инерции и угловые скорости тел до взаимодействия;  $J'_1, J'_2, \omega'_1, \omega'_2$  - те же величины после взаимодействия.

12) Кинетическая энергия тела, катящегося по плоскости без скольжения:

$$T = \frac{mv^2}{2} + \frac{J\omega^2}{2}$$

где  $\frac{mv^2}{2}$  - кинетическая энергия поступательного движения тела

$\frac{J\omega^2}{2}$  - кинетическая энергия вращательного движения тела вокруг оси, проходящей через центр масс.

13) Если тело движется прямолинейно и на него действует постоянная сила  $\vec{F}$ , то работа этой силы

$$A = Fs \cos \alpha$$

где  $s$  - перемещение,  $\alpha$  - угол между направлением силы и перемещения.

14) Работа постоянного момента силы, действующего на вращающееся тело:

$$A = M \cdot \varphi$$

где  $\varphi$  - угол поворота.

15) Закон изменения импульса:

$$\sum_{i=1}^n \Delta(m \cdot v) = \sum_{i=1}^n F \Delta t$$

где  $\Delta mv$  - изменение импульса каждого тела массой  $m_i$  системы, на которое действует внешняя сила  $F_i$ ,  $F \Delta t$  - импульс силы, действующий на это тело.

16) Закон сохранения импульса при отсутствии внешних сил. Импульс замкнутой системы есть величина постоянная:

$$\sum_{i=1}^n m_i \vec{v}_i = const$$

где  $i$  - число материальных точек, входящих в рассматриваемую замкнутую систему,  $m_i$  - масса отдельного тела в системе взаимодействующих тел,  $v_i$  - скорость этого тела,  $n$  - число взаимодействующих тел в системе.

Для системы, состоящей из двух взаимодействующих тел, закон сохранения импульса имеет вид:

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = m_1 u_1 + m_2 u_2 \text{ - при упругом взаимодействии}$$

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = (m_1 + m_2) u \text{ - при неупругом взаимодействии}$$

где  $v_1$  и  $v_2$  - скорости тел до их взаимодействия;  
 $u_1, u_2$ , и  $u$  - скорости тел после взаимодействия.

### 3.2. Примеры решения задач

**Задача 3.2.1** Определить силу трения покоя, действующую на брусок, который покоится на наклонной плоскости.

**Решение:**

На брусок, находящийся на наклонной плоскости, действуют силы: тяжести  $m\vec{g}$ , реакции опоры  $\vec{N}$  и трения покоя  $\vec{F}_{тр.п.}$  (брусок не движется). По закон Ньютона для данного случая можно записать в следующем виде:

$$m\vec{g} + \vec{N} + \vec{F}_{тр.п.} = m\vec{a} = \vec{0}.$$

Для проекций на координатные оси  $OX$  и  $OY$ :

$$mg \sin \alpha - F_{тр.п.} = 0,$$

$$N - mg \cos \alpha = 0.$$

Следовательно,  $F_{тр.п.} = mg \sin \alpha$ .

**Замечание:** В случае отсутствия движения бруска по наклонной плоскости силу трения нельзя рассчитывать, используя формулу  $F_{тр.} = \mu N = \mu mg \cos \alpha$ , которая справедлива только для силы трения скольжения (т.е. для случая, когда брусок скользит по наклонной плоскости). Силы трения покоя и скольжения совпадают ( $F_{тр.п.} = F_{тр.ск.}$ ) только для критического случая, когда брусок на грани скольжения:

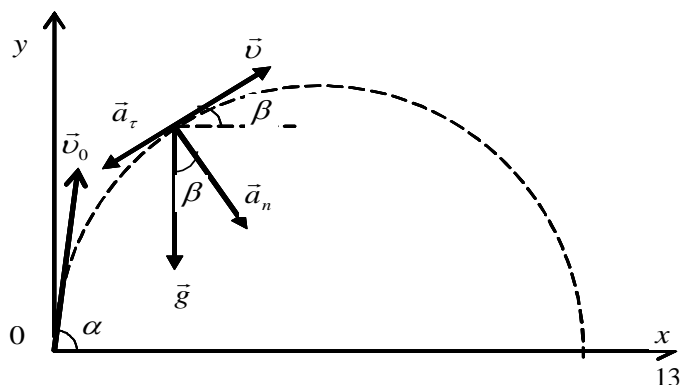
$$F_{тр.} = mg \sin \alpha_{кр} = \mu mg \cos \alpha_{кр},$$

и, следовательно, угол наклона плоскости к горизонту составляет  $\alpha_{кр} = \arctg \mu$ .

**Задача 3.2.2.** Камень брошен с начальной скоростью  $v_0 = 19,6$  м/с под углом  $\alpha = 60^\circ$  к горизонту. Каковы нормальное  $a_n$  и тангенциальное  $a_\tau$  ускорения камня через  $t = 0,5$  с после начала движения?

**Решение:**

Для решения задачи выберем систему отсчета связанную с землей. Ось  $OX$  направим горизонтально по поверхности земли, ось  $OY$  вертикально вверх, начало координат выберем в точке бросания.



Тело, брошенное с начальной скоростью  $v_0$  под углом  $\alpha$  к горизонту, движется под действием силы тяжести, т.е. с ускорением свободного падения  $\vec{g}$ . Траектория такого движения тела – парабола. Скорость тела, выраженная через ее проекции на оси выбранной системы координат, в любой момент времени  $t$ :  $\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{g}t = v_x \vec{i} + v_y \vec{j}$ , где  $v_x = v_0 \cos \alpha$  и  $v_y = v_0 \sin \alpha - gt$ .

Ускорение свободного падения  $\vec{g}$  можно представить как сумму нормального  $\vec{a}_n$  и тангенциального  $\vec{a}_\tau$  ускорений  $\vec{g} = \vec{a}_n + \vec{a}_\tau$ .

$\vec{a}_n$  – нормальное ускорение является проекцией ускорения  $\vec{g}$  на нормаль к траектории тела в момент времени  $t$ :  $a_n = g \cos \beta$ ;

$\vec{a}_\tau$  – тангенциальное ускорение является проекцией ускорения  $\vec{g}$  на касательную к траектории момент времени  $t$ :  $a_\tau = g \sin \beta$ ;

$\beta$  – угол между направлением скорости тела  $\vec{v}$  (касательной к траектории) в момент  $t$  и горизонтом:

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{v_y}{v_x} = \frac{v_0 \sin \alpha - gt}{v_0 \cos \alpha},$$

$$\sin \beta = \frac{v_y}{v} = \frac{v_0 \sin \alpha - gt}{\sqrt{(v_0 \cos \alpha)^2 + (v_0 \sin \alpha - gt)^2}},$$

$$\cos \beta = \frac{v_x}{v} = \frac{v_0 \cos \alpha}{\sqrt{(v_0 \cos \alpha)^2 + (v_0 \sin \alpha - gt)^2}}.$$

После подстановки числовых значений и расчетов, получим

$$a_n = g \cos \beta = 6,3 \text{ м/с}^2; \quad a_\tau = g \sin \beta = 7,7 \text{ м/с}^2.$$

**Задача 3.2.3.** Ракета установлена на поверхности Земли для запуска в вертикальном направлении. При какой минимальной скорости  $v_1$ , сообщенной ракете при запуске, она удалится от поверхности на расстояние, равное радиусу Земли ( $R = 637$  км)? Силами, кроме силы гравитационного взаимодействия ракеты и Земли, пренебречь.

Решение:

Чтобы определить минимальную скорость  $v_1$  ракеты, надо найти ее минимальную кинетическую энергию  $E_{k1}$ . Для этого воспользуемся законом сохранения механической энергии. Этот закон выполняется для замкнутой системы тел, в которой действуют только консервативные силы.

Систему «ракета-Земля» можно считать замкнутой. Единственная сила, действующая на систему, — сила гравитационного взаимодействия, являющаяся консервативной.

Система отсчета, связанная с центром масс замкнутой системы тел, является инерциальной. В рассматриваемом случае центр масс системы «ракета-Земля» будет практически совпадать с центром Земли, так как масса  $M$  Земли много больше массы  $m$  ракеты. Следовательно, систему отсчета,

связанную с центром Земли, можно считать практически инерциальной. Согласно закону сохранения механической энергии, запишем

$$E_{k1} + E_{n1} = E_{k2} + E_{n2}$$

где  $E_{k1}$  и  $E_{n1}$  — кинетическая и потенциальная энергия системы «ракета-Земля» в начальном состоянии (на поверхности Земли);  $E_{k2}$  и  $E_{n2}$  — те же величины в конечном состоянии (на расстоянии, равном радиусу Земли).

В выбранной системе отсчета кинетическая энергия Земли равна нулю.

Поэтому  $E_{k1}$  есть просто начальная кинетическая энергия ракеты:  $E_{k1} = \frac{mv^2}{2}$ .

Потенциальная энергия системы в начальном состоянии  $E_{n1} = -G \frac{Mm}{R}$ .

По мере удаления ракеты от поверхности Земли ее потенциальная энергия будет возрастать, а кинетическая — убывать. В конечном состоянии кинетическая энергия станет равной нулю  $E_{k2} = 0$ , а потенциальная энергия

$E_{n2}$  достигнет максимального значения:  $E_{n1} = -G \frac{Mm}{2R}$ .

Подставив значения  $E_{k1}$ ,  $E_{n1}$ ,  $E_{k2}$  и  $E_{n2}$  в закон сохранения энергии, получим

$$\frac{mv^2}{2} - G \frac{Mm}{R} = -G \frac{Mm}{2R},$$

откуда после сокращения на  $m$  найдем  $v_1 = \sqrt{\frac{GM}{R}}$ .

Так как  $g = G \frac{M}{R^2}$  — ускорение свободного падения у поверхности Земли, то

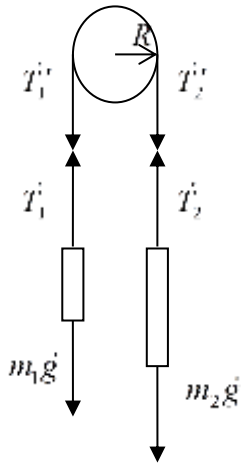
$$v_1 = \sqrt{gR} \approx 7,9 \text{ км/с},$$

что совпадает с выражением для первой космической скорости.

**Задача 3.2.4.** Через блок в виде диска, имеющий массу  $m = 80 \text{ Г}$ , перекинута тонкая гибкая нить, к концам которой подвешены грузы массами  $m_1 = 100 \text{ Г}$  и  $m_2 = 200 \text{ Г}$ . С каким ускорением будут двигаться грузы, если их предоставить самим себе? Трением пренебречь.

Решение:

Применим к решению задачи основные законы поступательного и вращательного движения. На каждый из движущихся грузов действуют две силы: сила тяжести  $m_i \vec{g}$ , направленная вниз, и сила натяжения нити  $\vec{T}_i$ , направленная вверх:



$$\begin{cases} m_1 \vec{a} = \vec{T}_1 + m_1 \vec{g}, \\ m_2 \vec{a} = \vec{T}_2 + m_2 \vec{g}. \end{cases}$$

Так как вектор ускорения  $\vec{a}_1$  ( $|\vec{a}_1| = a$ ) груза  $m_1$  направлен вверх, то  $T_1 > m_1 g$ . Равнодействующая этих сил вызывает равноускоренное движение и, второй закон Ньютона в проекциях на ось  $OY$  запишется в виде

$$m_1 a = T_1 - m_1 g,$$

откуда

$$T_1 = m_1 g + m_1 a = m_1 (a + g) \quad (1)$$

Вектор ускорения  $\vec{a}_2$  ( $|\vec{a}_2| = a$ ) груза  $m_2$  направлен вниз; следовательно,  $T_2 < m_2 g$ . Второй закон Ньютона в проекциях на ось  $OY$  для этого груза запишется в виде:

$$m_2 a = m_2 g - T_2,$$

откуда

$$T_2 = m_2 g - m_2 a = m_2 (g - a) \quad (2)$$

Основное уравнение динамики вращательного движения твердого тела относительно неподвижной оси

$$\frac{dL_z}{dt} = I_z \varepsilon = M_z, \quad (3)$$

произведение момента инерции твердого тела  $I_z$  относительно неподвижной оси вращения  $OZ$  на угловое ускорение  $\varepsilon$  тела равно моменту сил  $M_z$ , действующих на тело относительно этой оси.

Определим вращающий момент  $M_z$ . Силы натяжения нитей действуют не только на грузы, но и на диск. По третьему закону Ньютона, силы  $T_1'$  и  $T_2'$ , приложенные к ободу диска, равны соответственно силам  $T_1$  и  $T_2$ , но по направлению им противоположны. При движении грузов диск ускоренно вращается по часовой стрелке; следовательно,  $T_2' > T_1'$ . Вращающий момент, приложенный к диску, равен произведению разности этих сил на плечо, равное радиусу диска, т.е.

$$M_z = (T_2' - T_1')R.$$

Момент инерции диска относительно оси вращения  $I_z = mR^2/2$ , угловое ускорение  $\varepsilon$  связано с линейным ускорением  $a$  грузов соотношением  $\varepsilon = a/R$ . Подставив в формулу (3) выражения  $M_z, I_z, \varepsilon$ , получим



$$(T_2' - T_1')R = \frac{mR^2 a}{2R}, \quad \text{откуда} \quad (T_2' - T_1') = \frac{ma}{2}.$$

Так как  $T_1' = T_1$ ,  $T_2' = T_2$ , то подставив (1) и (2) получим

$$m_2 g - m_2 a - m_1 g - m_1 a = \frac{ma}{2} \quad \text{или}$$

$$(m_2 - m_1)g = (m_2 + m_1 + m/2)a,$$

$$a = \frac{(m_2 - m_1)}{(m_2 + m_1 + m/2)} g \approx 2,88$$

откуда следует  $\text{м/с}^2$ .

**Задача 3.2.5.** Клин движется по горизонтальной плоскости стола с постоянным ускорением  $\vec{a}_k$ . Угол между наклонной плоскостью клина и поверхностью стола равен  $\alpha$ . На клин положили тело массой  $m$ . Коэффициент трения между плоскостью клина и телом равен  $\mu$ . Найти значение  $a_k$ , при котором тело смещается вверх по наклонной плоскости клина.

Решение:

В неинерциальной системе отсчета, связанной с клином, на тело, кроме сил тяжести  $m\vec{g}$ , реакции опоры  $\vec{N}$  и силы трения  $\vec{F}_{\partial\partial}$ , действует поступательная сила инерции  $\vec{F}_{in} = -m\vec{a}_k$ . В соответствии со II законом Ньютона имеем уравнение

$$m\vec{a}' = m\vec{g} + \vec{N} + \vec{F}_{\partial\partial} + \vec{F}_{in}.$$

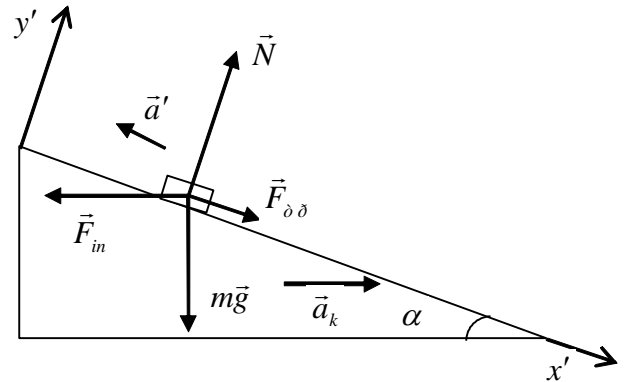
Свяжем с клином систему координат: ось  $OX'$  направим вниз параллельно плоскости клина, ось  $OY'$  – перпендикулярно плоскости клина. В проекции на оси координат получим

$$\begin{cases} ma' = mg \sin \alpha + F_{\partial\partial} - F_{in} \cos \alpha, \\ 0 = N - mg \cos \alpha - F_{in} \sin \alpha; \end{cases}$$

Решая данную систему уравнений, учтем, что тело будет двигаться вверх по наклонной плоскости, если его ускорение относительно клина  $a' \leq 0$ . В этом случае сила трения является силой трения скольжения, т.е.  $F_{\partial\partial} = \mu N = \mu(mg \cos \alpha + F_{in} \sin \alpha)$ . Модуль поступательной силы инерции  $F_{in} = ma_k$ . Тогда

$$a_k \geq \frac{g(\sin \alpha + \mu \cos \alpha)}{\cos \alpha - \mu \sin \alpha} = \frac{g(\operatorname{tg} \alpha + \mu)}{\operatorname{tg} \alpha - \mu}.$$

**Задача 3.2.6.** Определить релятивистский импульс  $P$  и кинетическую энергию электрона, движущегося со скоростью  $v = 0,9c$  (где  $c = 3 \cdot 10^8 \text{ м/с}$  – скорость света в вакууме).



Решение

Импульс релятивистской частицы, движущейся со скоростью  $v$

$$p = mv = \frac{m_0 v}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{m_e 0,9c}{\sqrt{1 - \left(\frac{0,9c}{c}\right)^2}} \approx 5,6 \cdot 10^{-22} \text{ кг} \cdot \text{м/с}.$$

Кинетическая энергия  $E_k$  релятивистской частицы, движущейся со скоростью  $v$

$$E_k = E - E_0 = mc^2 - m_0c^2 = m_0c^2 \left( \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} - 1 \right),$$

Учитывая, что энергия покоя электрона  $m_e c^2 = 0,511 \text{ МэВ}$ , рассчитаем значение кинетической энергии электрона  $E_k \approx 0,66 \text{ МэВ}$ .

### 3.3. Контрольная работа №1. Механика

Для получения варианта задания, номеров задач по контрольной работе № 1 необходимо обратиться к ведущему преподавателю.

1. Уравнение движения материальной точки по окружности радиусом  $r = 3 \text{ м}$  имеет вид  $\varphi = 5 + 3t - 0,1t^2$ . Найти среднюю линейную скорость от начала движения до остановки для  $r = 3 \text{ м}$ .
2. Точка движется по окружности так, что зависимость пути от времени дается уравнением  $S = A - Bt + Ct^2$ , где  $B = 1,0 \text{ м/с}$  и  $C = 1,0 \text{ м/с}^2$ . Найти линейную скорость  $v$  точки, ее тангенциальное  $a_\tau$ , нормальное  $a_n$  и полное  $a$  ускорения через время  $t = 4 \text{ с}$  после начала движения, если известно, что при  $t = 3,0 \text{ с}$  нормальное ускорение точки  $a_n = 0,6 \text{ м/с}^2$ .
3. Колесо радиусом  $r = 0,2 \text{ м}$  вращается так, что зависимость угла поворота радиуса колеса от времени дается уравнением  $\varphi = A + Bt + Ct^2$ , где  $B = 2,0 \text{ рад/с}$  и  $C = 2,0 \text{ рад/с}^2$ . Для точек, лежащих на ободе колеса, найти через время  $t = 2 \text{ с}$  после начала движения: а) угловую скорость  $\omega$ ; б) линейную скорость  $v$ ; в) угловое ускорение  $\varepsilon$ ; г) тангенциальное  $a_\tau$  и нормальное  $a_n$  ускорения.

4. Колесо радиусом  $r = 12,0$  см вращается так, что зависимость линейной скорости точек, лежащих на ободе колеса, от времени дается уравнением  $v = At + Bt^2$ , где  $A = 3,0$  см/с<sup>2</sup> и  $B = 1,0$  см/с<sup>3</sup>. Найти угол  $\varphi$ , составляющий вектором полного ускорения с радиусом колеса в моменты времени, равные  $t_1 = 0,3$  с и  $t_2 = 5$  с после начала движения.
5. Диск радиусом  $r = 30$  см вращается согласно уравнению  $\varphi = A + Bt + Ct^2$ , где  $A = 3,0$  рад,  $B = -1$  рад/с,  $C = 0,1$  рад/с<sup>2</sup>. Определить тангенциальное  $a_\tau$ , нормальное  $a_n$  и полное  $a$  ускорения точек на окружности диска для момента времени  $t = 10$  с.
6. Движение точки по кривой задано уравнениями  $x = A_1 t^2$  и  $y = A_2 t$ , где  $A_1 = 1$  м/с<sup>3</sup>,  $A_2 = 3$  м/с. Найти уравнение траектории точки, ее скорость  $v$  и полное ускорение  $a$  в момент времени  $t = 0,8$  с.
7. Уравнение движения материальной точки по окружности радиусом  $r = 3$  м имеет вид  $s = 3t - 4t^2$ . Определите угловое ускорение через 3 с после начала движения. Выполните рис. и покажите на нём тангенциальное,  $a_\tau$  и нормальное  $a_n$  ускорения.
8. Точка движется по окружности радиуса  $r = 6$  м так, что ее нормальное ускорение зависит от времени согласно уравнению  $a_n = 5t^2$ . Определите полное ускорение через 5 с после начала движения.
9. Уравнение движения материальной точки по окружности радиусом  $r = 5$  м имеет вид  $s = t - 2t^2$ . Определите путь, пройденный за 3 с и угловое ускорение в этот момент времени. Выполните рис.
10. Точка движется по окружности радиуса  $r = 3$  м так, что ее скорость изменяется согласно уравнению  $v = -2 + 3t^2$ . На какой угол повернется точка за 3 с движения?
11. Точка движется по окружности радиусом  $r = 3$  м а её угловая скорость изменяется согласно уравнению  $\omega = 2t^2$ . Определите зависимость скорости от времени, если начальная скорость  $v_0 = 1$  м/с.

12. Уравнение движения материальной точки по окружности радиусом  $r = 3$  м имеет вид  $v = 5 + 2t + t^2$ . Найти среднюю линейную скорость от начала движения до остановки для  $\varepsilon = 2t$ .
13. Точка движется по окружности радиуса  $r = 2,5$  м так, что ее тангенциальное ускорение зависит от времени по закону  $a_\tau = 5 + 3t$ . Найдите значение угловой скорости через 3 с после начала движения.
14. Точка движется по окружности радиуса  $r = 4$  м так, что ее нормальное ускорение изменяется согласно уравнению  $a_n = 4t^2$ . Определите угловое ускорение через 5 с после начала движения.
15. Точка движется по окружности радиуса  $r = 5$  м согласно уравнению  $\varphi = 2 - t + t^2$ . Определите скорость через 5 с после начала движения.
16. Тело, брошенное под углом  $\alpha_0 = 35^\circ$  к горизонту, через время  $t = 5$  с после начала движения имело вертикальную проекцию скорости  $v_y = 9,8$  м/с. Определить расстояние между местом бросания и местом падения, радиус кривизны траектории, соответствующий точке падения.
17. Начальная скорость снаряда  $v_0 = 550$  м/с. Выстрел произведен под углом  $\alpha_0 = 45^\circ$  к горизонту. Определить скорость  $v$ , нормальное  $a_n$  и тангенциальное  $a_\tau$  ускорения и радиус  $R$  кривизны траектории снаряда в ее наивысшей точке. Сопротивлением воздуха пренебречь.
18. Из орудия произведен выстрел под углом  $\alpha_0 = 55^\circ$  к горизонту с начальной скоростью  $v_0 = 1$  км/с. Определить скорость  $v$ , нормальное  $a_n$  и тангенциальное  $a_\tau$  ускорения и радиус  $r$  кривизны траектории снаряда в ее наивысшей точке. Сопротивлением воздуха пренебречь.
19. Тело, брошенное под углом  $\alpha_0 = 40^\circ$  к горизонту, через время  $t = 5$  с после начала движения имело вертикальную проекцию скорости  $v_y = 4,9$  м/с. Определить расстояние между местом бросания и местом падения, радиус кривизны траектории, соответствующий точке падения.

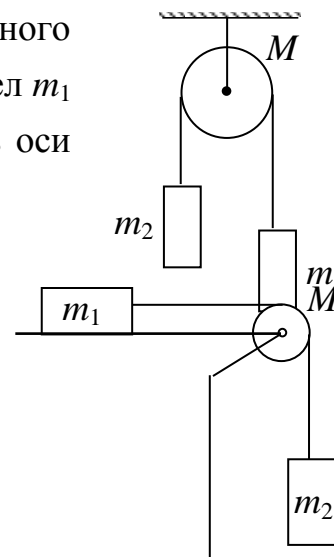
20. Тело брошено под углом  $\alpha_0 = 70^\circ$  к горизонту. Найти тангенциальное  $a_\tau$  и нормальное  $a_n$  ускорения в начальный момент движения. Выполнить рисунок.

21. Под углом  $\alpha_0 = 40^\circ$  к горизонту брошено тело с начальной скоростью  $v = 20$  м/с. Через сколько времени  $t$  оно будет двигаться под углом  $\alpha_1 = 45^\circ$  к горизонту? Сопротивление воздуха отсутствует. Выполнить рис. и показать тангенциальное  $a_\tau$  и нормальное  $a_n$  ускорения.

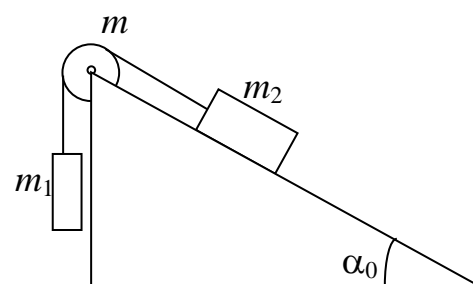
22. Пуля пущена с начальной скоростью  $v_0 = 100$  м/с под углом  $\alpha_0 = 45^\circ$  к горизонту. Определить максимальную высоту  $H$  подъема, дальность  $S$  полета и радиус  $r$  кривизны траектории пули в ее наивысшей точке. Сопротивлением воздуха пренебречь.

23. В установке известны масса однородного сплошного цилиндра  $M = 2$  кг, его радиус  $R = 20$  см и массы тел  $m_1 = 2$  кг и  $m_2 = 1$  кг. Скольжения нити и трения в оси цилиндра нет. Определить ускорения всех тел.

24. В системе известны массы тел  $m_1 = 1,5$  кг и  $m_2 = 2$  кг, коэффициент трения между телом  $m_1$  и горизонтальной плоскостью  $\mu = 0,1$ , а также масса блока  $M = 2$  кг, который можно считать однородным диском. Скольжения нити по блоку нет. В момент  $t = 0$  тело  $m_2$  начинает опускаться. Пренебрегая массой нити и трением в оси блока, определить ускорения, с которым движутся тела, и силы натяжения нити.

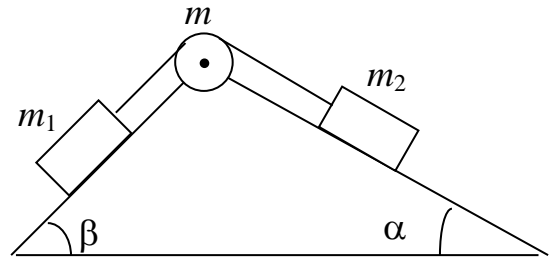


25. Блок массой  $m = 2$  кг укреплен в вершине наклонной плоскости, образующей с горизонтом угол  $\alpha_0 = 30^\circ$ . Тела массой  $m_1 = 2$  кг и  $m_2 = 1$  кг соединены нитью, перекинутой через блок. Определить ускорение, с которым движутся тела и силы натяжения нити.

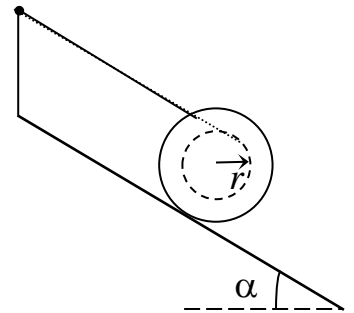


Трением тела 2 о наклонную плоскость и трением в блоке пренебречь

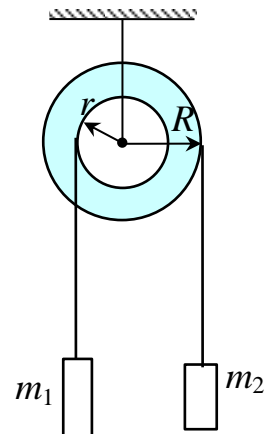
26. Блок массой  $m = 1,5$  кг укреплен в вершине двух гладких наклонных плоскостей, составляющих с горизонтом углы  $\alpha = 30^\circ$  и  $\beta = 45^\circ$ . Тела массы  $m_1 = 3$  кг и  $m_2 = 1$  кг соединены нитью, перекинутой через блок. Определить ускорение  $a$ , с которым движутся тела. Блок можно считать однородным диском, трением в блоке пренебречь.



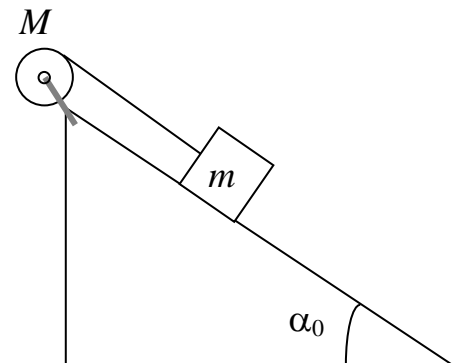
27. На гладкой наклонной плоскости, составляющей угол  $\alpha = 30^\circ$  с горизонтом, находится катушка с ниткой, свободный конец которой укреплен, как показано на рисунке. Масса катушки  $m = 300$  г, её момент инерции относительно собственной оси  $I = 0,45$  г·м<sup>2</sup>, радиус намотанного слоя ниток  $r = 3$  см. Определить ускорение катушки.



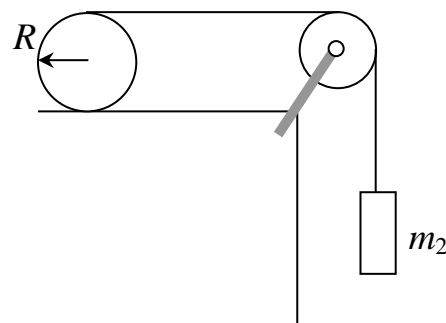
28. На ступенчатый цилиндрический блок намотаны в противоположных направлениях две легкие нити, нагруженные массами  $m_1 = 3$  кг и  $m_2 = 8$  кг. Определить угловое ускорение блока и натяжения  $T_1$  и  $T_2$  нитей, если момент инерции блока  $I = 0,1$  кг·м<sup>2</sup>,  $r = 10$  см,  $R = 20$  см



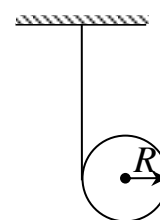
29. На блок массой  $M = 400$  г и радиусом  $R = 10$  см укрепленный в вершине наклонной плоскости, намотана тонкая нерастяжимая нить, к концу которой прикреплено тело массой  $m = 1$  кг. Определить ускорения блока, тела и силу натяжения нити, если коэффициент трения тела о наклонную плоскость  $\mu = 0,1$ , а угол наклона плоскости  $\alpha_0 = 30^\circ$ . Блок можно считать однородным диском с радиусом  $R = 5$  см. Трением в блоке пренебречь.



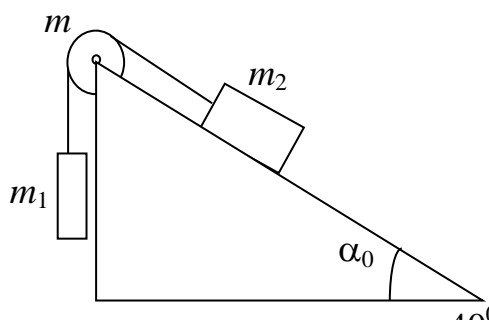
30. На горизонтальной плоскости находится сплошной цилиндр радиусом  $R = 30$  см и массой  $m_1 = 3$  кг. На цилиндр намотана нить, переброшенная через блок, как показано на рисунке. К концу нити привязан груз массы  $m_2 = 2$  кг. Цилиндр катится без проскальзывания. Определить ускорения цилиндра и груза. Массой блока и трением в его оси пренебречь.



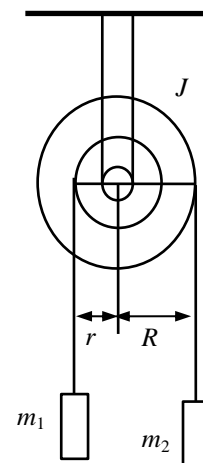
31. На однородный сплошной цилиндр массы  $m = 3$  кг и радиуса  $R = 10$  см намотана гибкая невесомая лента, второй конец которой закреплен, как показано на рисунке. Определить линейное и угловое ускорения цилиндра.



32. Два тела одинаковой массы  $m_1 = m_2 = 3$  кг соединены нитью, перекинутой через блок, как показано на рисунке. Определить ускорение  $a$ , с которым движутся тела и силу натяжения нити, если коэффициент трения тела 2 о наклонную плоскость равен  $\mu = 0,1$ , а угол наклона плоскости  $\alpha_0 = 40^\circ$ . Блок можно считать однородным диском массы  $m = 1$  кг. Трением в блоке пренебречь



33. На ступенчатый цилиндрический блок намотаны в противоположных направлениях две легкие нити, нагруженные массами  $m_1$  и  $m_2$ . Найти угловое ускорение блока и натяжения  $T_1$  и  $T_2$  нитей, если момент инерции блока равен  $J$ .



34. Тело массой  $m_1 = 3$  кг движется навстречу второму телу массой  $m_2 = 1,5$  кг и соударяется с ним. Скорости тел непосредственно перед ударом были  $v_1 = 1$  м/с и  $v_2 = 2$  м/с. Определить расстояние, пройденное телами после удара, если коэффициент трения  $\mu = 0,05$ . Соударение считать неупругим.
35. Человек, стоящий на неподвижной тележке бросает в горизонтальном направлении камень массой  $m = 3$  кг. Тележка с человеком покатила назад, и в первый момент после бросания ее скорость была  $v = 0,1$  м/с. Масса тележки с человеком  $M = 100$  кг. Определить кинетическую энергию  $W_k$  брошенного камня через время  $t = 0,04$  с после начала его движения.
36. Конькобежец массой  $M = 80$  кг, стоя на коньках на льду, бросает в горизонтальном направлении камень массой  $m = 3$  кг со скоростью  $v = 8$  м/с. На какое расстояние  $S$  откатился при этом конькобежец, если коэффициент трения коньков о лед  $\mu = 0,02$ ?
37. Шар массой  $m_1 = 3$  кг движется со скоростью  $v_1 = 3$  м/с и нагоняет шар с массой  $m_2 = 8$  кг, движущийся со скоростью  $v_2 = 1$  м/с. Считая удар центральным, определить скорости  $v'_1$  и  $v'_2$  шаров после удара, если удар: а) абсолютно упругий; б) абсолютно неупругий.
38. Тело массой 4 кг ударяется о неподвижное тело массой 2,5 кг, которое после удара начинает двигаться с кинетической энергией 5 Дж. Считая удар центральным и упругим, определить кинетическую энергию первого тела до и после удара.
39. Два тела движутся навстречу друг другу и соударяются. Скорость первого тела до удара  $v_1 = 3$  м/с, скорость второго  $v_2 = 4$  м/с. Общая скорость тел после удара по направлению совпадает с направлением скорости  $v_1$  и равна  $v = 1$  м/с. Во сколько раз кинетическая энергия первого тела была больше кинетической энергии второго тела, если соударение неупругое.
40. Конькобежец, стоя на коньках на льду, бросает камень массой  $m_1 = 2,5$  кг под углом  $\alpha_0 = 35^\circ$  к горизонту со скоростью  $v = 10$  м/с.



Какова будет начальная скорость  $v_0$  движения конькобежца, если масса его  $m_2 = 60$  кг? На какое расстояние откатится конькобежец после броска, если коэффициент трения коньков о лед  $\mu = 0,01$ ?

41. Два груза массами  $m_1 = 10$  кг и  $m_2 = 25$  кг подвешены на нитях длиной  $l = 2$  м так, что грузы соприкасаются между собой. Меньший груз был отклонен на угол  $\alpha_0 = 60^\circ$  и отпущен. Определить высоту  $h$ , на которую поднимутся оба груза после удара. Соударение грузов неупругое.
42. Орудие, жестко закрепленное на железнодорожной платформе, производит выстрел вдоль полотна железной дороги под углом  $\alpha = 30^\circ$  к линии горизонта. Определить скорость  $v_2$  отката платформы, если снаряд вылетает со скоростью  $v_1 = 480$  м/с. Масса платформы с орудием и снарядами  $m_2 = 18$  т, масса снаряда  $m_1 = 50$  кг. На какое расстояние откатится платформа, если коэффициент трения платформы о рельсы  $0,05$ ?
43. Молот массой  $m_1 = 5$  кг ударяет небольшой кусок железа, лежащий на наковальне. Масса  $m_2$  наковальни равна  $200$  кг. Массой куска железа пренебречь. Удар неупругий. Определить к.п.д. удара молота при данных условиях.
44. Стержень длиной  $l = 1,5$  м и массой  $m_1 = 20$  кг может вращаться вокруг неподвижной оси, проходящей через верхний конец стержня. В середину стержня ударяет пуля массой  $m_2 = 10$  г, летящая в горизонтальном направлении со скоростью  $v_0 = 500$  м/с и застревает в нем. На какой угол отклонится стержень после удара?
45. Пуля массой  $m = 50$  г, двигаясь со скоростью  $v = 2$  м/с, ударяется о выступ покоящегося зубчатого колеса, момент инерции которого  $I = 0,25$  кг·м<sup>2</sup>. Расстояние от точки попадания пули до оси вращения  $r = 30$  см. Определить угловую скорость колеса, считая удар неупругим. Пуля двигалась в плоскости вращения колеса.
46. Горизонтальная платформа массой  $m_1 = 250$  кг вращается вокруг вертикальной оси, проходящей через центр платформы, с частотой  $n = 8$

- мин<sup>-1</sup>. Человек массой  $m_2 = 70$  кг стоит при этом на краю платформы. С какой угловой скоростью  $\omega$  начнет вращаться платформа, если человек перейдет от края платформы к ее центру? Считать платформу круглым, однородным диском, а человека материальной точкой.
47. Шарик массой  $m = 200$  г, привязанный к концу нити длиной 1 м, вращается, опираясь на горизонтальную плоскость, делая 1 об/с. Нить медленно укорачивают, приближая шарик к оси вращения до расстояния 0,5 м. С какой угловой скоростью будет при этом вращаться шарик? Какую работу совершает внешняя сила, укорачивая нить? Трением шарика о плоскость пренебречь.
48. Платформа, имеющая форму диска, может вращаться около вертикальной оси. На краю платформы стоит человек. На какой угол  $\varphi$  повернется платформа, если человек пойдет вдоль края платформы и, обойдя ее, вернется в исходную (на платформе) точку? Масса платформы  $m_1 = 380$  кг, масса человека  $m_2 = 80$  кг.
49. На краю платформы в виде диска, вращающейся по инерции вокруг вертикальной оси с частотой  $n_1 = 9$  мин<sup>-1</sup>, стоит человек массой  $m_1 = 60$  кг. Когда человек перешел в центр платформы, она стала вращаться с частотой  $n_2 = 10$  мин<sup>-1</sup>. Определить массу  $m_2$  платформы. Момент инерции человека рассчитывать, как для материальной точки.
50. На скамье Жуковского стоит человек и держит в руке за ось велосипедное колесо, вращающееся с угловой скоростью  $\omega_1 = 24$  рад/с. Ось колеса, совпадает с осью скамьи Жуковского. С какой скоростью  $\omega_2$  станет вращаться скамья, если повернуть колесо вокруг горизонтальной оси на угол  $\alpha = 30^\circ$ ? Момент инерции человека и скамьи  $I$  равен 2,5 кг·м<sup>2</sup>, момент инерции колеса  $I_0 = 0,5$  кг·м<sup>2</sup>.
51. Горизонтальная платформа массой  $m = 70$  кг и радиусом 1 м, вращается с частотой  $n_1 = 20$  об/мин. В центре платформы стоит человек и держит в расставленных руках гири. С какой частотой  $n_2$  будет вращаться платформа, если человек опустив руки, уменьшит свой момент инерции от  $I_1 = 2,94$  кг·м<sup>2</sup> до  $I_2 = 0,95$  кг·м<sup>2</sup>. Считать платформу однородным диском.

52. Человек массой  $m_1 = 61$  кг находится на неподвижной платформе массой  $m_2 = 100$  кг. С какой частотой начнет вращаться платформа, если человек будет двигаться по окружности радиусом  $r = 5$  м вокруг оси вращения? Скорость движения человека относительно платформы  $v_1 = 4$  км/ч. Радиус платформы  $R = 10$  м. Считать платформу однородным диском, а человека – точечной массой.
53. Человек стоит в центре скамьи Жуковского и держит вертикально стержень, который служит осью вращения колеса, расположенного на верхнем конце стержня. Скамья неподвижна, колесо вращается с частотой  $n_1 = 16$  с<sup>-1</sup>. С какой угловой скоростью  $\omega_2$  будет вращаться скамья, если человек повернет стержень на угол  $\alpha = 180^\circ$  и колесо окажется на нижнем конце стержня? Суммарный момент инерции человека и скамьи  $I = 8,0$  кг·м<sup>2</sup>, радиус колеса  $R = 25$  см. Массу  $m = 2,5$  кг колеса можно считать равномерно распределенной по ободу.
54. Колебания материальной точки происходят согласно уравнению:  $x = A \cdot \cos \omega t$ , где  $A = 8$  см,  $\omega = \pi/4$  с<sup>-1</sup>. В момент, когда возвращающая сила в первый раз достигла значения  $F = -5$  мН, потенциальная энергия точки стала равной  $W_p = 100$  мкДж. Определить этот момент времени  $t$  и соответствующую ему фазу  $\varphi$ .
55. Колебания точки происходят по закону  $x = A \cdot \cos (\omega t + \varphi_0)$ . В некоторый момент времени смещение точки равно  $x = 4$  см, ее скорость  $v = 20$  см/с и ускорение  $a = -80$  см/с<sup>2</sup>. Определить амплитуду, циклическую частоту, период колебаний и фазу в рассматриваемый момент времени.
56. Точка совершает гармонические колебания. Наибольшее смещение точки равно  $x_{\max} = 20$  см, наибольшая скорость точки  $v_{\max} = 20$  см/с. Определить циклическую частоту  $\omega$  колебаний и максимальное ускорение  $a_{\max}$  точки.

57. Материальная точка массой  $m = 60$  г совершает колебания, уравнение которых имеет вид  $x = A \cdot \cos \omega t$ , где  $A = 10$  см,  $\omega = 5$  с<sup>-1</sup>. Определить силу, действующую на точку в положении наибольшего смещения точки.
58. Амплитуда гармонических колебаний материальной точки  $A = 2$  см, полная энергия колебаний  $W = 0,4$  мкДж. Определить смещение точки от положения равновесия в момент, когда на нее действует сила  $F = 22,5$  мкН.
59. Полная энергия тела, совершающего гармоническое колебательное движение,  $W = 30$  мкДж, максимальная сила, действующая на тело,  $F_{\max} = 1,3$  мН. Записать уравнение движения этого тела, если период колебаний  $T = 2$  с и начальная фаза  $\varphi_0 = \pi/4$ .
60. Максимальная скорость точки, совершающей гармонические колебания, равна  $v_{\max} = 20$  см/с, максимальное ускорение  $a_{\max} = 100$  см/с<sup>2</sup>. Определить циклическую частоту  $\omega$  колебаний, их период  $T$  и амплитуду  $A$ . Записать уравнение колебаний, приняв начальную фазу равной нулю.
61. Уравнение колебаний материальной точки массой  $m = 20$  г имеет вид  $x = 0,1 \cdot \sin\left(\frac{\pi}{8} \cdot t + \frac{\pi}{4}\right)$  м. Определить максимальную силу  $F_{\max}$ , действующую на точку, и полную энергию  $W$  колеблющейся точки.
62. Точка совершает гармонические колебания. Период колебаний  $T = 2$  с, амплитуда колебаний  $A = 50$  мм, начальная фаза  $\varphi_0 = 0$ . Определить скорость точки в момент времени, когда смещение точки от положения равновесия  $x = 25$  мм.
63. Начальная фаза гармонического колебания  $\varphi_0 = 0$ . При смещении точки от положения равновесия  $x_1 = 2,4$  см, скорость точки  $v_1 = 3$  см/с, а при смещении  $x_2 = 2,7$  см ее скорость  $v_2 = 2$  см/с. Определить амплитуду  $A$  и период  $T$  колебаний.
64. Точка участвует в двух колебаниях одинакового направления с одинаковыми периодами и одинаковыми начальными фазами.

Амплитуды колебаний  $A_1 = 3$  см и  $A_2 = 5$  см. Определить амплитуду  $A$  результирующего колебания.

65. Точка одновременно совершает два гармонических колебания, происходящих по взаимно перпендикулярным направлениям и выражаемых уравнениями  $x = A_1 \cdot \sin \omega t$  и  $y = A_2 \cdot \cos \omega t$ , где  $A_1 = 0,5$  см и  $A_2 = 3$  см. Найти уравнение траектории точки и построить ее, указав направление движения.
66. Складываются два гармонических колебания одного направления с одинаковыми периодами  $T_1 = T_2 = 1,5$  с и амплитудами  $A_1 = A_2 = 2$  см. Начальные фазы колебаний  $\varphi_1 = \pi/2$  и  $\varphi_2 = \pi/3$ . Определить амплитуду  $A$  и начальную фазу  $\varphi$  результирующего колебания. Найти его уравнение.
67. Материальная точка участвует в двух взаимно перпендикулярных колебаниях, выражаемых уравнениями  $x = A_1 \cdot \cos \omega t$  и  $y = A_2 \cdot \cos 2\omega t$ , где  $A_1 = 2$  см и  $A_2 = 1$  см. Найти уравнение траектории и построить ее.
68. Точка одновременно совершает два гармонических колебания, происходящих по взаимно перпендикулярным направлениям и выражаемых уравнениями  $x = A_1 \cdot \cos \omega t$  и  $y = A_2 \cdot \cos \omega (t + \tau)$ , где  $A_1 = 4$  см;  $A_2 = 9$  см;  $\omega = \pi \text{ с}^{-1}$ ;  $\tau = 1$  с.
69. Найти уравнение траектории точки и построить ее.
70. Точка участвует одновременно в двух взаимно перпендикулярных колебаниях, выражаемых уравнениями  $x = A_1 \cdot \cos \omega t$  и  $y = A_2 \cdot \sin \omega t$ , где  $A_1 = 2$  см;  $A_2 = 2$  см;  $\omega = \pi \text{ с}^{-1}$ . Найти уравнение траектории точки и построить ее.
71. Движение точки задано уравнениями  $x = A_1 \cdot \sin \omega t$  и  $y = A_2 \cdot \sin \omega (t + \tau)$ , где  $A_1 = 12$  см,  $A_2 = 5$  см,  $\omega = 2 \text{ с}^{-1}$ ,  $\tau = \pi/4$  с. Найти уравнение траектории и скорость точки в момент времени  $t = 0,5$  с.

72. Точка участвует одновременно в двух взаимно перпендикулярных колебаниях  $x = \cos \pi t$  и  $y = \cos \frac{\pi}{2} t$ . Найти траекторию результирующего движения точки.

73. Точка участвует одновременно в двух взаимно перпендикулярных колебаниях  $x = \sin \pi t$  и  $y = 4 \sin (\pi t + \pi)$ . Найти траекторию результирующего движения точки.

74. Точка одновременно совершает два гармонических колебания, происходящих в одном направлении с начальными фазами  $\varphi_1 = \frac{\pi}{2}$  и  $\varphi_2 = \frac{\pi}{6}$ , с одинаковыми периодами  $T_1 = T_2 = 3$  с, одинаковыми амплитудами  $A_1 = A_2 = 5$  см. Определить амплитуду  $A$  и начальную фазу  $\varphi$  результирующего колебания.

#### 4. Молекулярная физика. Термодинамика.

##### 4.1. Основные понятия и формулы

1. Количество вещества 
$$\nu = \frac{N}{N_A} = \frac{m}{M},$$

где

$N$  – число молекул,  
 $N_A$  – постоянная Авогадро,  
 $m$  – масса вещества,  
 $M$  – молярная масса.

2. Масса вещества:  $m = m_0 \cdot N$ , где  $m_0$  – масса одной молекулы

3. Уравнение Менделеева-Клапейрона

$$pV = \nu RT, \quad p = nkT$$

где

$p$  – давление газа,  
 $V$  – его объем,

$R$  – молярная газовая постоянная,  $R = N_A \cdot k = 8,31 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}}$ ,  $k = 1,38 \cdot 10^{-23} \frac{\text{Дж}}{\text{К}}$  –

постоянная Больцмана

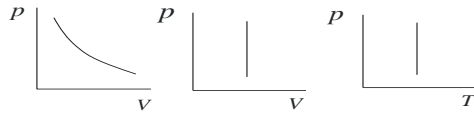
$T$  – термодинамическая температура.

4.Объединенный газовый закон (для газа неизменной массы):

$$\frac{P \cdot V}{T} = const, \frac{P_1 \cdot V_1}{T_1} = \frac{P_2 \cdot V_2}{T_2}$$

- Закон Бойля-Мариотта (изотермический процесс):

$$P \cdot V = const; P_1 V_1 = P_2 V_2, (T = const; m = const)$$



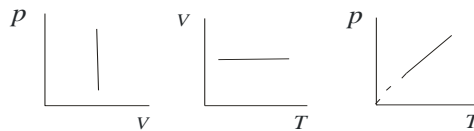
- Закон Гей-Люссака (изобарный процесс):

$$\frac{V}{T} = const; \frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}; (P = const; m = const)$$



- Закон Шарля (изохорный процесс):  $\frac{P}{T} = const; \frac{P_1}{T_1} = \frac{P_2}{T_2};$

$(V = const; m = const)$



5. Закон Дальтона (давление смеси химически не взаимодействующих газов):  $P = \sum_{i=1}^N P_i; P = P_1 + P_2 + \dots + P_n$ ,  $P_i$  - парциальное давление,  $N$  - количество газов в смеси.

6. Основное уравнение молекулярно – кинетической теории газов:

$$p = \frac{2}{3} n \langle E_{\text{пост}} \rangle = \frac{1}{3} n m_0 \langle \mathbf{U}_{\text{кв}} \rangle^2,$$

$$p = \frac{2}{3} n \langle E_{\text{пост}} \rangle \Rightarrow \bar{E} = \frac{3}{2} kT \Rightarrow p = \frac{2}{3} n \frac{3}{2} kT \Rightarrow nkT.$$

где

$n = \frac{N}{V}$  – концентрация молекул,

$\langle E_{\text{пост}} \rangle$  – средняя кинетическая энергия поступательного движения молекул,

$m_0$  – масса молекулы,

$\langle v_{\text{кв}} \rangle$  – средняя квадратичная скорость.

7. Средняя кинетическая энергия теплового движения одной молекулы

$$\langle \bar{E} \rangle = \frac{i}{2} kT, \text{ или } \bar{E} = \frac{m\bar{v}^2}{2}$$

где

$i$  – число степеней свободы,

$k$  – постоянная Больцмана.

8. Внутренняя энергия идеального газа

$$U = \frac{i}{2} \nu RT.$$

9. Скорости молекул:

средняя квадратичная  $\langle v_{\text{кв}} \rangle = \sqrt{\frac{3kT}{m_0}} = \sqrt{\frac{3RT}{M}},$

средняя арифметическая (средняя скорость молекулы)

$$\langle v \rangle = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m_0}} = \sqrt{\frac{8RT}{\pi M}},$$

наиболее вероятная

$$v = \sqrt{\frac{2kT}{m_0}} = \sqrt{\frac{2RT}{M}}.$$

10. Средняя длина свободного пробега молекулы

$$\langle l \rangle = \frac{\langle v \rangle}{\langle z \rangle}; \langle \lambda \rangle = (\sqrt{2} \pi d^2 n)^{-1},$$

где  $d$  – эффективный диаметр молекулы.

11. Среднее число столкновений молекулы в единицу времени

$$\langle z \rangle = \sqrt{2} \pi d^2 n \langle v \rangle.$$

12. Уравнение диффузии

$$dm = -D \frac{d\rho}{dx} dS dt,$$

где

$D$  – коэффициент диффузии,

$\rho$  – плотность,

$dS$  – элементарная площадка, перпендикулярная к оси  $X$ .

13. Уравнение теплопроводности



$$dQ = -\chi \frac{dT}{dx} dS dt,$$

где  $\chi$  – коэффициент теплопроводности.

$$14. \text{ Сила внутреннего трения } dF = -\eta \frac{dV}{dx} dS,$$

где  $\eta$  – динамическая вязкость.

$$15. \text{ Коэффициент диффузии } D = \frac{1}{3} \langle v \rangle \cdot \langle \lambda \rangle.$$

$$16. \text{ Вязкость (динамическая) } \eta = \frac{1}{3} \rho \langle v \rangle \cdot \langle \lambda \rangle = D \rho.$$

$$17. \text{ Теплопроводность } \chi = \frac{1}{3} c_v \rho \langle v \rangle \cdot \langle \lambda \rangle = \eta c_v, \text{ где } c_v - \text{ удельная}$$

изохорная теплоемкость.

18. Молярная теплоемкость идеального газа:

$$\text{Изохорная} \quad C_V = \frac{i}{2} R,$$

$$\text{Изобарная} \quad C_p = \frac{i+2}{2} R.$$

19. Первое начало термодинамики

$$dQ = dU + dA$$

$$dU = \nu C_V dT$$

$$dA = p dV$$

20. Работа расширения газа при процессе:

$$\text{Изобарном} \quad A = p(V_2 - V_1) = \nu R(T_2 - T_1),$$

$$\text{Изотермическом} \quad A = \nu RT \ln \frac{V_2}{V_1} = \nu RT \ln \frac{p_1}{p_2},$$

Адиабатном

$$A = \nu C_V (T_1 - T_2) = \frac{\nu R T_1}{(\gamma - 1)} \left[ 1 - \left( \frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma-1} \right] = \frac{p_1 V_1}{\gamma - 1} \left[ 1 - \left( \frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma-1} \right], \text{ где } \gamma = \frac{C_p}{C_V}$$

21. Уравнение Пуассона (уравнение адиабатного процесса)

$$pV^\gamma = \text{const}, \quad TV^{\gamma-1} = \text{const}, \quad T^\gamma p^{1-\gamma} = \text{const}.$$

22. Коэффициент полезного действия цикла Карно

$$\eta = \frac{Q - Q_0}{Q} = \frac{T - T_0}{T}, \text{ где}$$

$Q$  и  $T$  – количество теплоты, полученное от нагревателя, и его температура,

$Q_0$  и  $T_0$  – количество теплоты, переданное холодильнику, и его температура.

23. Изменение энтропии при переходе из состояния 1 в состояние 2

$$S_2 - S_1 = \int_1^2 \frac{dQ}{T}$$

24. Уравнение Ван - дер - Ваальса:

для 1 моль газа 
$$\left( p + \frac{a}{V_M^2} \right) \cdot (V_M - b) = RT,$$

для  $\nu$  моль газа 
$$\left( p + \frac{m^2}{M^2} \cdot \frac{a}{V^2} \right) \cdot \left( V - \frac{m}{M} b \right) = \nu RT,$$

где  $a$  и  $b$  – постоянные Ван - дер – Вальса,  $V_M$  – объем 1 литра газа.

25. Критические параметры 
$$p_{\text{кр}} = \frac{a}{27b^2}; \quad T_{\text{кр}} = \frac{8a}{27bR}.$$

26. Собственный объем молекулы 
$$V = \frac{b}{4N_A} = \frac{\pi d^3}{6}, \quad b -$$

собственный объем всех молекул.

27. Высота поднятия жидкости в капилляре радиусом  $r$

$$h = \frac{2\sigma \cos \Theta}{\rho g r}$$

28. Связь между молярной ( $C_m$ ) и удельной ( $c$ ) теплоемкостями газа

$C_m = cM$ , где  $M$  — молярная масса газа.

29. Молярные теплоемкости\* при постоянном объеме и постоянном давлении соответственно равны

$$C_v = iR/2; \quad C_p = (i+2)R/2$$

где  $i$  — число степеней свободы;  $R$  — молярная газовая постоянная.

30. Удельные теплоемкости при постоянной объеме и постоянном давлении соответственно равны

$$c_v = \frac{i}{2} \frac{R}{M}, \quad c_p = \frac{i+2}{2} \frac{R}{M}.$$

31. Уравнение Майера

$$C_p - C_v = R.$$

32. Показатель адиабаты

$$\gamma = \frac{c_p}{c_v}, \text{ или } \gamma = \frac{C_p}{C_v}, \text{ или } \gamma = \frac{i+2}{2}.$$

33. Внутренняя энергия идеального газа

$$U = N \langle \epsilon \rangle \text{ или } U = \nu C_v T, \text{ или } \Delta U = \int_{T_1}^{T_2} \nu R dT$$

где  $\langle \epsilon \rangle$  — средняя кинетическая энергия молекулы;  $N$  — число молекул газа;  $\nu$  — количество вещества.

34. Работа, связанная с изменением объема газа, в общем случае вычисляется по формуле

$$A = \int_{V_1}^{V_2} p(\nu) dV,$$

где  $V_1$  — начальный объем газа;  $V_2$  — его конечный объем.

Работа газа:

а) при изобарном процессе ( $p = \text{const}$ )

$$A = p(V_2 - V_1);$$

б) при изотермическом процессе ( $T = \text{const}$ )

$$A = \frac{m}{M} R T \ln \frac{V_2}{V_1};$$

в) при адиабатном процессе

$$A = \frac{m}{M} C_v (T_1 - T_2), \text{ или } A = \frac{RT_1}{\gamma - 1} \frac{m}{M} \left[ 1 - \left( \frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma-1} \right] \Rightarrow \frac{P_1 V_1}{\gamma - 1} \left[ 1 - \left( \frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma-1} \right],$$

где  $T_1$  — начальная температура газа;  $T_2$  — его конечная температура.

$$35. \text{ Уравнение политропы: } p \cdot V^n = \text{const}, \frac{c - C_p}{c - C_v} = n,$$

36. Связь между начальным и конечным значениями параметров состояний газа при адиабатном процессе:

$$\frac{p_2}{p_1} = \left( \frac{V_1}{V_2} \right)^\gamma; \frac{T_2}{T_1} = \left( \frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma-1}; \frac{T_2}{T_1} = \left( \frac{p_2}{p_1} \right)^{(\gamma-1)/\gamma}.$$

37. Первое начало термодинамики в общем случае записывается в виде

$$\delta Q = dU + \delta A, \quad Q = \int_{T_1}^{T_2} \nu C_p dT$$

где  $Q$  — количество теплоты, сообщённое газу;  $\Delta U$  — изменение его внутренней энергии;  $A$  — работа, совершаемая газом против внешних сил.

Первое начало термодинамики:

а) при изотермическом процессе ( $T = \text{const}; m = \text{const}, PV = \text{const}$ ), ( $\Delta U = 0$ ,  $\Delta T = 0$ ,  $\Delta V \neq 0$ ,  $A \neq 0$ ,  $Q = A$ ).

$$Q = A = \frac{m}{M} R T \ln \frac{V_2}{V_1} \Rightarrow \nu R T \ln \frac{p_1}{p_2},$$

б) при изобарном процессе ( $P = \text{const}; m = \text{const}, \frac{V}{T} = \text{const}$ ), ( $\Delta U \neq 0$ ,  $\Delta T \neq 0$ ,  $\Delta V \neq 0$ ,  $A \neq 0$ ,  $Q = \Delta U + A$ ).

$$Q = \Delta U + A = \frac{m}{M} C_v \Delta T + \frac{m}{M} R \Delta T = \frac{m}{M} C_p \Delta T$$

в) при изохорном процессе ( $V = \text{const}; m = \text{const}$ ),  $\frac{P}{T} = \text{const}$ , ( $A = 0$ ,  $\Delta V = 0$ ,  $\Delta T \neq 0$ ,  $\Delta U \neq 0$ ,  $Q = \Delta U$ )

$$Q = \Delta U = \frac{m}{M} C_v \Delta T;$$

г) при адиабатном процессе ( $Q = 0$ ,  $Q = \text{const}$ )

$$A = -\Delta U = -\frac{m}{M} C_v \Delta T.$$

38. Изменение энтропии

$$\Delta S = \int_A^B \frac{\delta Q}{T}$$

где А и В — пределы интегрирования, соответствующие начальному и конечному состояниям системы. Так как процесс равновесный, то интегрирование проводится по любому пути.

### 39. Формула Больцмана

$$S = k \cdot \ln W,$$

где S — энтропия системы; W — термодинамическая вероятность ее состояния; k — постоянная Больцмана.

### 40. Барометрическая формула (распределение давления в однородном

поле силы тяжести):  $p = p_0 e^{-\frac{mgh}{kT}} \Rightarrow p_0 e^{-\frac{Mgh}{RT}}$ , где  $p$  - давление газа,  $M$  - молярная масса,  $h$  - координата (высота) точки по отношению к уровню, принятому за нулевой,  $m$  - масса частицы,  $p_0$  - давление на этом уровне

$g$  - ускорение свободного падения,  $R$  - универсальная газовая постоянная

### 43. Функция распределения молекул по скоростям: $f(v) = \frac{dN(v)}{Ndv}$

определяет относительное число молекул скорости которых лежат в интервале от  $v$  до  $v + dv$ .

44. Закон Максвелла о распределении молекул идеального газа по скоростям:

$$f(v) = 4\pi \left( \frac{m_0}{2\pi kT} \right)^{\frac{3}{2}} v^2 e^{-m_0 v^2 / 2kT}$$

## 4.2 Примеры решения задач

**Задача 4.2.1.** Определить количество вещества  $\nu$  и число  $N$  молекул кислорода массой  $m=0,5$  кг.

Решение:

Количество молей в массе вещества  $m$  равно  $\nu = \frac{m}{M}$ , где  $M$  – молярная масса

вещества. Поэтому  $\nu = \frac{0,5 \text{ кг}}{0,032 \text{ кг / моль}} = 15,63 \text{ моль}$ .

Число молекул в  $\nu$  количестве молей равно  $N = N_A \times \nu$ , где  $N_A = 6.023 \times 10^{23} \text{ моль}^{-1}$  – число Авогадро. Тогда

$$N = N_A \times \nu = 6.023 \times 10^{23} \text{ моль}^{-1} \times 15,63 \text{ моля} = 9,4 \times 10^{24} \text{ молекул}.$$

**Задача 4.2.2.** Количество вещества гелия  $\nu = 1,5$  моль, температура  $T = 120$  К. Определить суммарную кинетическую энергию  $E_K$  поступательного движения всех молекул этого газа.

Решение:

Средняя кинетическая энергия поступательного движения одной молекулы равна  $\langle \epsilon_{\text{кин}} \rangle = \frac{i}{2} kT$ ,

где  $k = 1.38 \times 10^{-23}$  Дж/К – постоянная Больцмана,  $i$  – поступательные степени свободы молекулы ( $i=3$  в нашем случае т.к. три поступательных движения возможны).

Общее количество молекул в  $\nu$  молей вещества равно

$$N = N_A \times \nu,$$

где  $N_A = 6.023 \times 10^{23}$  моль<sup>-1</sup> – число Авогадро.

Поэтому суммарная кинетическая энергия равна

$$E_K = N \times \langle \epsilon_{\text{кин}} \rangle = N_A \times \nu \times \frac{i}{2} kT = \nu \times \frac{i}{2} RT,$$

где  $R = 8.31$  Дж/(К×моль) – газовая постоянная.

Поэтому

$$E_K = \nu \times \frac{i}{2} RT = 1.5 \text{ моль} \times \frac{3}{2} \times 8.31 \text{ Дж/Кмоль} \times 120 \text{ К} = 2240 \text{ Дж} = 2,24 \text{ кДж}.$$

**Задача 4.2.3.** Определить молярные теплоемкости газа, если его удельные теплоемкости  $c_v = 10,4$  кДж/(кг×К) и  $c_p = 14,6$  кДж/(кг×К).

Решение:

По определению молярные теплоемкости  $C_p = c_p \times M$  и  $C_v = c_v \times M$ .

С другой стороны  $C_p - C_v = R$ , где  $R = 8.31$  Дж/(моль×К) – молярная газовая постоянная. Поэтому

$$C_p - C_v = (c_p - c_v) \times M = R.$$

Откуда молярная масса газа равна

$$M = \frac{R}{c_p - c_v} = \frac{8.31 \text{ Дж/мольК}}{(14,6 - 10,4) \times 1000 \text{ Дж/кгК}} = 2 \times 10^{-3} \text{ кг/моль} =$$

$= 2 \text{ г/моль}$ . Этот газ – водород  $\text{H}_2$ .

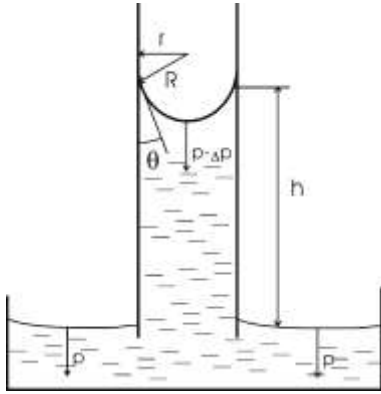
Тогда

$$C_p = c_p \times M = 14,6 \times 10^3 \text{ Дж/кгК} \times 2 \times 10^{-3} \text{ кг/моль} = 29,2 \text{ Дж/мольК}$$

$$C_v = c_v \times M = 10,4 \times 10^3 \text{ Дж/кгК} \times 2 \times 10^{-3} \text{ кг/моль} = 20,8 \text{ Дж/мольК}$$

**Задача 4.2.4.** Глицерин поднялся в капиллярной трубке диаметром канала  $d=1$  мм на высоту  $h = 20$  мм. Определить поверхностное натяжение  $\alpha$  глицерина. Смачивание считать полным.

Решение:



Так как поверхность жидкости в капилляре принимает вогнутую сферическую форму, то внутреннее давление  $p$  жидкости в капилляре будет меньше, чем вне капилляра, на величину избыточного давления под

сферической поверхностью:  $\Delta p = \frac{2\alpha}{R}$ , где  $R$  – радиус кривизны мениска,  $\alpha$  – коэффициент поверхностного натяжения жидкости. Поэтому жидкость в капилляре поднимается на такую высоту  $h$ , при которой оказываемое ею давление станет равным избыточному:

$h \times \rho \times g = \frac{2\alpha}{R}$ , откуда  $h = \frac{2\alpha}{R \times \rho \times g}$ , где  $\rho$  – плотность жидкости ( $\rho=1260 \text{ кг/м}^3$  для глицерина),  $g$  – ускорение силы тяжести. Так как угол между радиусами

$r$  и  $R$  и краевой угол  $\theta$  равны между собой, то  $R = \frac{r}{\cos \theta}$ . Подставляя это

значение в формулу высоты, получим  $h = \frac{2\alpha \times \cos \theta}{r \times \rho \times g}$ . При условии полного

смачивания  $\theta=0^\circ$  получаем  $h = \frac{2\alpha}{r \times \rho \times g}$ . Из этого уравнения можно найти

коэффициент поверхностного натяжения жидкости.  $\alpha = \frac{h \times r \times \rho \times g}{2}$ . Так как

нам дан диаметр  $d=2 \times r$ , то  $\alpha = \frac{h \times d \times \rho \times g}{4}$ .

Подставляем числа (переводя одновременно все величины в систему

СИ).  $\alpha = \frac{20 \times 10^{-3} \text{ м} \times 1 \times 10^{-3} \text{ м} \times 1260 \text{ кг/м}^3 \times 9,81 \text{ м/с}^2}{4} = 0,062 \text{ Н/м}$ .

**Задача 4.2.5.** Определить давление  $p$  внутри воздушного пузырька диаметром  $d = 4$  мм, находящегося в воде у самой ее поверхности. Считать атмосферное давление нормальным.

Решение:

Так как поверхность жидкости в пузыре принимает выпуклую сферическую форму, то внутреннее давление  $p$  в пузыре будет больше, чем внешнее, на величину избыточного давления под сферической поверхностью:  $\Delta p = \frac{2\alpha}{R}$ ,

где  $R$  – радиус кривизны пузыря,  $\alpha$  – коэффициент поверхностного натяжения жидкости ( $\alpha=0,04\text{Н/м}$  в нашем случае). Так как  $d=2\times R$ , то  $\Delta p = \frac{4\alpha}{d}$ .

Тогда полное давление равно  $p = p_0 + \Delta p = p_0 + \frac{4\alpha}{d}$ , где  $p_0$  – атмосферное давление так как пузырек находится на поверхности воды.

Подставляем числа.  $p = 10^5 \text{ Па} + \frac{4 \times 0,04 \text{ Н/м}}{0,004 \text{ м}} = 100040 \text{ Па}$ .

**Задача 4.2.6.** Во сколько раз увеличится объем водорода, содержащий количество вещества  $\nu=0,4$  моль при изотермическом расширении, если при этом газ получит теплоту  $Q=800$  Дж? Температура водорода  $T=300$  К.

Решение:

Применим первый закон термодинамики. Согласно которому, количество теплоты  $Q$ , переданное системе, расходуется на увеличение внутренней энергии  $\Delta U$  и на внешнюю механическую работу  $A$ :  $Q=\Delta U+A$ . Величина  $\Delta U = m \times c_v \times \Delta T = 0$  при изотермическом процессе так как  $T = \text{const}$  и  $\Delta T=0$ .

Поэтому изменение внутренней энергии газа равно нулю.

Тогда  $Q=\Delta U+A=A$ , откуда работа совершаемая газом  $A=Q=800$  Дж.

С другой стороны работа равна  $A = \int_{V1}^{V2} P(V)dV$ . Воспользуемся

уравнением Клапейрона – Менделеева  $PV = \frac{m}{M}RT = \nu RT$  где  $P$  давление,  $\nu$  – количество молей,  $V$  – объем сосуда,  $T$  – температура газа,  $R = 8,31 \text{ Дж/(моль}\times\text{К)}$  – молярная газовая постоянная. Поэтому  $P(V) = \frac{\nu RT}{V}$ .

Подставляем в интеграл и получаем  $A = \int_{V1}^{V2} \frac{\nu RT}{V} dV = \nu RT \int_{V1}^{V2} \frac{dV}{V} = \nu RT \ln \frac{V2}{V1}$ .

Работа  $A$  нам известна, поэтому мы можем найти  $V2/V1$ :

$$\frac{V2}{V1} = \exp\left(\frac{A}{\nu RT}\right) = \exp\left(\frac{Q}{\nu RT}\right) = \exp\left(\frac{800 \text{ Дж}}{0,4 \text{ моль} \times 8,31 \text{ Дж/моль}\times\text{К} \times 300 \text{ К}}\right) = 2,23.$$

То есть объем увеличится в 2.23 раза.

**Задача 4.2.7.** При каком давлении  $P$  средняя длина свободного пробега  $\langle \lambda \rangle$  молекул азота равна 1 м, если температура газа  $T=10^\circ\text{C}$ ?

Решение:

Средняя длина свободного пробега молекул вычисляется по формуле  $\langle \lambda \rangle = \frac{1}{\sqrt{2}\pi d^2 n}$ , где  $d$  – эффективный диаметр молекулы,  $n$  – число молекул в единице объема, которое можно найти из уравнения  $n = \frac{P}{kT}$ , где  $k$  – постоянная Больцмана. Поэтому  $\langle \lambda \rangle = \frac{kT}{\sqrt{2}\pi d^2 P}$ .

Откуда  $P = \frac{kT}{\sqrt{2}\pi d^2 \times \langle \lambda \rangle}$ .

Подставляем числа

$$P = \frac{1,38 \times 10^{-23} \text{ Дж/К} \times (10 + 273) \text{ К}}{\sqrt{2} \times 3,14 \times (3 \times 10^{-10} \text{ м})^2 \times 1 \text{ м}} = 9,7 \times 10^{-3} \text{ Па} = 9,7 \text{ мПа}.$$

### 4.3. Контрольная работа №1

#### Молекулярная физика. Термодинамика.

Для получения варианта задания, номеров задач по контрольной работе № 1 необходимо обратиться к ведущему преподавателю.

1. Во сколько раз средняя квадратичная скорость пылинки, взвешенной в воздухе, меньше средней квадратичной скорости молекул воздуха? Масса пылинки  $m = 10^{-8}$  г. Воздух считать однородным газом, молярная масса которого  $\mu = 0,029$  кг/моль.
2. Плотность некоторого газа  $\rho = 0,06$  кг/м<sup>3</sup> средняя квадратичная скорость его молекул равна 500 м/с. Определить давление  $p$ , которое газ оказывает на стенки сосуда. Определить число молекул  $n$  водорода в единице объема сосуда при давлении  $p = 266,6$  Па, если средняя квадратичная скорость его молекул равна 2,6 км/с.
3. В сосуде объемом  $V = 2$  л находится масса  $m = 10$  г кислорода при давлении  $p = 90,6$  кПа. Определить среднюю квадратичную скорость молекул газа, число молекул  $n$ , находящихся в сосуде и плотность  $\rho$  газа.



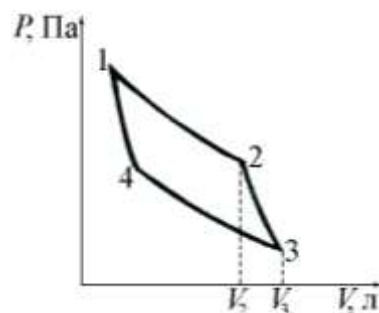
4. Средняя квадратичная скорость молекул некоторого газа равна 450 м/с. Давление газа  $p = 60$  кПа. Определить плотность  $\rho$  газа при этих условиях.
5. Плотность некоторого газа  $\rho = 0,082$  кг/м<sup>3</sup> при давлении  $p = 100$  кПа и температуре  $t = 18^\circ\text{C}$ . Определить среднюю квадратичную скорость молекул газа. Какова молярная масса  $\mu$  этого газа?
6. Определить среднюю квадратичную скорость молекул газа, заключенного в сосуд объемом  $V = 2$  л под давлением  $p = 200$  кПа. Масса газа  $m = 0,3$  г.
7. При какой температуре средняя кинетическая энергия поступательного движения молекул газа равна  $4,14 \cdot 10^{-21}$  Дж.
8. Частицы гуммигута диаметром  $d = 1$  мкм участвуют в броуновском движении. Плотность гуммигута  $\rho = 10^3$  кг/м<sup>3</sup>. Определить среднюю квадратичную скорость  $\langle v_{\text{кв}} \rangle$  частиц гуммигута при температуре  $T = 274$  К.
9. Масса  $m = 11$  г азота находится в закрытом сосуде при температуре  $T_1 = 290$  К. Какое количество теплоты  $Q$  надо сообщить азоту, чтобы увеличить среднюю квадратичную скорость его молекул вдвое? Во сколько раз при этом изменится температура газа? Во сколько раз при этом изменится давление газа на стенки сосуда?
10. Определить количество теплоты  $Q$ , которое надо сообщить кислороду объемом  $V = 40$  л при его изохорном нагревании, чтобы давление газа повысилось на  $\Delta p = 0,5$  МПа.
11. При изотермическом расширении азота при температуре  $T = 290$  К объем его увеличился в два раза. Определить: 1) совершенную при расширении газа работу  $A$ ; 2) изменение  $\Delta U$  внутренней энергии; 3) количество теплоты  $Q$ , полученное газом. Масса азота  $m = 0,2$  кг.

12. Азот массой  $m = 0,2$  кг был изобарно нагрет от температуры  $T_1 = 200$  К до температуры  $T_2 = 400$  К. Определить работу  $A$ , совершенную газом, полученную им теплоту  $Q$  и изменение  $\Delta U$  внутренней энергии.
13. Определить работу  $A$ , которую совершит азот, если ему при постоянном давлении сообщить количество теплоты  $Q = 31$  кДж. Найти также изменение  $\Delta U$  внутренней энергии.
14. Водород занимает объём  $V_1 = 10$  м<sup>3</sup> при давлении  $p_1 = 100$  кПа. Газ нагревали при постоянном объёме до давления  $p_2 = 300$  кПа. Определить: 1) изменение  $\Delta U$  внутренней энергии газа; 2) работу  $A$ , совершаемую газом; 3) количество теплоты  $Q$ , совершаемую газом.
15. Кислород при неизменном давлении  $p = 80$  кПа нагревается. Его объём увеличивается от  $V_1 = 1$  м<sup>3</sup> до  $V_2 = 2$  м<sup>3</sup>. Определить: 1) изменение  $\Delta U$  внутренней энергии кислорода; 2) работу  $A$ , совершённую им при расширении; 3) количество теплоты  $Q$ , сообщённое газу.
16. Кислород массой  $m = 3$  кг занимает объём  $V_1 = 1$  м<sup>3</sup> и находится под давлением  $p_1 = 0,2$  МПа. Газ был нагрет сначала при постоянном давлении до объёма  $V_2 = 3$  м<sup>3</sup>, а затем при постоянном объёме до давления  $p_2 = 0,5$  МПа. Определить: 1) изменение  $\Delta U$  внутренней энергии газа; 2) совершённую им работу  $A$ ; 3) количество теплоты  $Q$ , переданное газу. Построить график процесса.
17. В цилиндре под поршнем находится азот массой  $m = 0,6$  кг, занимающий объём  $V_1 = 1,3$  м<sup>3</sup> при температуре  $T = 560$  К. В результате подвода теплоты газ расширился и занял объём  $V_2 = 4,2$  м<sup>3</sup>, при постоянной температуре. Определить: 1) изменение  $\Delta U$  внутренней энергии; 2) совершённую им работу  $A$ ; 3) количество теплоты  $Q$ , сообщённое газу.

18. При адиабатическом расширении кислорода с начальной температурой  $T_1 = 320$  К внутренняя энергия уменьшилась на  $\Delta U = 8,3$  кДж, а его объём увеличился в  $n = 10$  раз. Определить массу  $m$  кислорода.
19. Расширяясь, водород совершил работу  $A = 6$  кДж. Определить количество теплоты  $Q$ , подведённое к газу, если процесс протекал:  
1) изобарически; 2) изотермически.
20. Идеальный многоатомный газ совершает цикл, состоящий из двух изохор и двух изобар, причём наибольшее давление газа в два раза больше наименьшего, а наибольший объём в четыре раза больше наименьшего. Определить термический КПД  $\eta$  цикла.
21. Идеальный газ совершает цикл Карно. Температура  $T_2$  охладителя равна 290 К. Во сколько раз увеличивается КПД цикла, если температура нагревателя повысится от  $T_1 = 400$  К до  $T_1' = 650$  К?
22. Идеальный газ, совершающий цикл Карно, получив от нагревателя количество теплоты  $Q_1 = 4,2$  кДж, совершил работу  $A = 690$  Дж. Найти термический КПД этого цикла. Во сколько раз температура  $T_1$  нагревателя больше температуры  $T_2$  охладителя?
23. Наименьший объём  $V_1$  газа, совершающего цикл Карно, равен 154 л. Определить наибольший объём  $V_3$ , если объём  $V_2$  в конце изотермического расширения и объём  $V_4$  в конце изотермического сжатия равны соответственно 600 и 189 л.
24. Идеальный газ совершает цикл Карно. Температура  $T_1$  нагревателя равна 470 К, температура  $T_2$  охладителя равна 280 К. При изотермическом расширении газ совершает работу  $A = 200$  Дж. Определить термический КПД цикла  $\eta$ , а также количество теплоты  $Q_2$ , которое газ отдаёт охладителю при изотермическом сжатии.

25. Газ, совершающий цикл Карно, получает теплоту  $Q_1 = 84$  кДж. Определить работу  $A$  газа, если температура  $T_1$  теплоотдатчика в три раза выше температуры  $T_2$  теплоприемника.
26. Идеальная тепловая машина работает по циклу Карно. Температура теплоотдатчика  $T_1 = 500$  К, температура теплоприемника  $T_2 = 260$  К. Определить термический КПД цикла  $\eta$ , а также работу  $A_1$  рабочего вещества при изотермическом расширении, если при изотермическом сжатии совершена работа  $A_2 = 70$  Дж.
27. Определить работу  $A_2$  изотермического сжатия газа, совершающего цикл Карно, КПД которого  $\eta = 0,5$ , если работа изотермического расширения равна  $A_1 = 8$  Дж. Показать процесс на графике
28. Газ совершая цикл Карно получил от нагревателя  $Q_1 = 5$  кДж. Какое количество теплоты было отдано холодильнику, если К. П. Д. тепловой машины 30%. Показать процесс на графике
29. Тепловая машина работающая по циклу Карно получила от нагревателя  $Q_1 = 42$  кДж и произвела работу  $A = 7 \cdot 10^3$  Дж. Определить температуру нагревателя, если температура холодильника равна  $27^\circ\text{C}$ . Показать процесс на графике
30. Газ, совершающий цикл Карно, отдал теплоприемнику 67% теплоты, полученной от теплоотдатчика. Определить температуру  $T_2$  теплоприемника, если температура теплоотдатчика  $T_1 = 440$  К. Показать процесс на графике

31. Идеальный двухатомный газ совершает цикл Карно, график которого изображен на рисунке. Объемы газа в состояниях 2 и 3 соответственно равны  $V_2 = 12$  л и  $V_3 = 19$  л. Найти термический КПД цикла  $\eta$ .



32. Определить приращение  $\Delta S$  энтропии при превращении массы  $m = 11$  г льда ( $t = -20^\circ\text{C}$ ) в пар ( $t_n = 100^\circ\text{C}$ ).
33. Определить приращение  $\Delta S$  энтропии при переходе массы  $m = 8$  г кислорода от объема  $V_1 = 10$  л при температуре  $T_1 = 353$  К к объему  $V_2 = 40$  л при температуре  $T_2 = 573$  К.
34. Определить приращение  $\Delta S$  энтропии при переходе массы  $m = 6$  г водорода от объема  $V_1 = 20$  л под давлением  $p_1 = 160$  кПа к объему  $V_2 = 60$  л под давлением  $p_2 = 100$  кПа.
35. Масса  $m = 6,7$  г водорода расширяется изобарически от объема  $V_1$  до объема  $V_2 = 2V_1$ . Определить приращение  $\Delta S$  энтропии при этом расширении.
36. Определить приращение  $\Delta S$  энтропии при изотермическом расширении массы  $m = 4$  г водорода от давления  $p_1 = 100$  кПа до давления  $p_2 = 50$  кПа.
37. Масса  $m = 10,5$  г азота изотермически расширяется от объема  $V_1 = 2$  л до объема  $V_2 = 5,5$  л. Определить приращение энтропии при этом процессе.
38. Масса  $m = 10$  г кислорода нагревается от температуры  $T_1 = 325$  К до температуры  $T_2 = 423$  К. Определить приращение  $\Delta S$  энтропии, если нагревание происходит: а) изохорически; б) изобарически.
39. Определить приращение  $\Delta S$  энтропии при изобарическом расширении массы  $m = 8$  г гелия от объема  $V_1 = 10$  л до объема  $V_2 = 22$  л.
40. В результате изохорического нагревания водорода массой  $m = 1$  г давление  $p$  газа увеличилось в 3 раза. Определить приращение  $\Delta S$  энтропии газа.

41. Кислород массой  $m = 2$  кг увеличил свой объём в  $n = 5$  двумя способами: а) изотермически, б) адиабатически. Определить изменения энтропии в каждом из указанных процессов.

## 5. Электростатика. Постоянный электрический ток.

### 5.1. Основные понятия и формулы

*Закон Кулона в скалярной форме*

$$F = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon\epsilon_0 r^2},$$

где  $F$  – сила взаимодействия точечных зарядов  $q_1$  и  $q_2$ ,  
 $r$  – расстояние между зарядами,  
 $\epsilon$  – диэлектрическая проницаемость среды,  
 $\epsilon_0$  – электрическая постоянная, равная  $8,85 \cdot 10^{-12}$  Ф/м.

*Напряженность электрического поля*

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q},$$

где  $\vec{E}$  – напряженность поля в точке, вектор, совпадающий по направлению с силой, действующей на единичный положительный заряд  $q$ , помещенный в эту точку поля.

*Потенциал поля*

$$\varphi = \frac{W_n}{q},$$

где  $\varphi$  – потенциал, скаляр;

$W_n$  – потенциальная энергия единичного положительного заряда  $q$  помещенного в данную точку поля.

*Принцип суперпозиции*

$$\vec{E} = \sum_{i=1}^N \vec{E}_i, \quad \varphi = \sum_{i=1}^N \varphi_i,$$

где  $\vec{E}_i, \varphi_i$  – напряженность и потенциал в данной точке поля, создаваемого  $i$ -м зарядом.

Для двух зарядов выражение можно записать в векторном виде  $\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$  и модуль вектора  $\vec{E}$  определить из выражения

$$E = \sqrt{E_1^2 + E_2^2 + E_1 \cdot E_2 \cdot \cos \alpha}.$$

*Напряженность и потенциал поля точечного заряда*

$$E = \frac{q}{4\pi\epsilon\epsilon_0 r^2}, \quad \varphi = \frac{q}{4\pi\epsilon\epsilon_0 r},$$

где  $r$  – расстояние от точечного заряда до точки, в которой определяются  $E$  и  $\varphi$ .

*Поток вектора напряженности  $\Phi_E$*

а) через произвольную поверхность  $S$ , помещенную в неоднородное поле

$$\Phi_E = \int_S E \cos \alpha \, dS, \text{ или } \Phi_E = \int_S E_n \, dS,$$

где  $\alpha$  – угол между вектором напряженности  $\vec{E}$  и положительной нормалью  $\vec{n}$  к элементу поверхности,  $dS$  – площадь элемента поверхности,  $E_n$  – проекция вектора напряженности на нормаль;

б) через плоскую поверхность, помещенную в однородное электрическое поле

$$\Phi_E = E S \cos \alpha ;$$

в) поток вектора напряженности  $E$  через замкнутую поверхность

$$\Phi_E = \oint_S E_n \, dS,$$

а интегрирование ведется по всей поверхности.

*Теорема Остроградского-Гаусса*

Поток вектора напряженности  $E$  через любую замкнутую поверхность

$$\Phi_E = \frac{1}{\epsilon \epsilon_0} \sum_{i=1}^N q_i ,$$

где  $\sum_{i=1}^N q_i$  – алгебраическая сумма зарядов, заключенных внутри замкнутой поверхности,  $N$  – число зарядов.

*Напряженность электрического поля заряженной металлической сферы радиусом  $R$  на расстоянии  $r$  от центра сферы*

а)  $r < R$  ,  $E = 0$  ,

б)  $r = R$  ,  $E = \frac{q}{4\pi\epsilon\epsilon_0 R^2}$  ,

в)  $r > R$  ,  $E = \frac{q}{4\pi\epsilon\epsilon_0 r^2}$  ,

где  $q$  – заряд на сфере.

*Напряженность поля, создаваемого бесконечно длинной равномерно заряженной нитью (или цилиндром) на расстоянии  $r$  от ее оси.*

$$E = \frac{2\tau}{4\pi\epsilon\epsilon_0 r} ,$$

где  $\tau$  – линейная плотность заряда, равная отношению величины заряда нити (цилиндра) к длине.

$$\tau = \frac{q}{l} , [\tau] = \text{Кл/м}.$$

*Напряженность поля, создаваемого бесконечной равномерно заряженной плоскостью*

$$E = \frac{\sigma}{2\epsilon\epsilon_0},$$

где  $\sigma$  – поверхностная плотность заряда, равная отношению заряда плоскости к ее площади:

$$\sigma = \frac{q}{S}, \quad [\sigma] = \text{Кл/м}^2.$$

*Напряженность поля двух параллельных бесконечных равномерно и разноименно заряженных плоскостей*

Если расстояние между пластинами много меньше линейных размеров пластин

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon\epsilon_0}$$

Электрическое смещение  $\vec{D}$ , вектор электростатической индукции в изотропной среде связано с напряженностью поля следующим соотношением:

$$\vec{D} = \epsilon\epsilon_0 \vec{E}.$$

*Связь потенциала поля  $\varphi$  с напряженностью  $\vec{E}$*

$$\vec{E} = -\text{grad } \varphi,$$

или в скалярной форме:  $E = -\frac{d\varphi}{dr},$

где  $\frac{d\varphi}{dr}$  – градиент потенциала, равный  $\frac{\varphi_2 - \varphi_1}{r_2 - r_1}$ , т. е. отношению изменения

потенциала к расстоянию между двумя точками поля с потенциалами  $\varphi_1$  и  $\varphi_2$ .

Для однородного поля

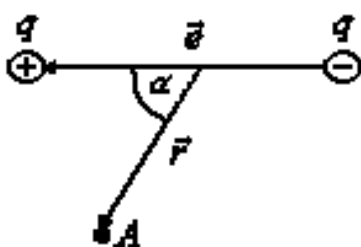
$$E = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{d},$$

где  $\varphi_1$  и  $\varphi_2$  – потенциалы двух эквипотенциальных поверхностей (поверхности равного потенциала),  $d$  – расстояние между ними вдоль силовой линии.

*Работа  $A$  поля по перемещению точечного заряда  $q$  из одной точки поля в другую с соответствующими потенциалами  $\varphi_1$  и  $\varphi_2$*

$$A = q(\varphi_1 - \varphi_2) \quad \text{или} \quad A = q \int_l E_l dl,$$

где  $E_l$  – проекция вектора напряженности на направление перемещения,  $dl$  – перемещение. Для однородного поля  $A = qEl \cos\alpha$ , где  $l$  – перемещение,  $\alpha$  – угол между  $\vec{E}$  и  $\vec{l}$ .



*Диполь* – система двух точечных зарядов, равных по величине и противоположных по знаку, расстояние между которыми значительно меньше расстояния от центра диполя до точки наблюдения.



Вектор  $\vec{l}$ , проведенный от отрицательного заряда диполя до положительного заряда, называется плечом диполя.

Произведение заряда  $|q|$  диполя на его плечо  $\vec{l}$  называется электрическим моментом диполя

$$\vec{p} = |q| \vec{l}.$$

Напряженность поля диполя

$$E = \frac{p}{4\pi\epsilon_0 r^3} \sqrt{1 - 3\cos^2 \alpha},$$

где  $p$  – электрический момент диполя,  $r$  – модуль радиус-вектора  $\vec{r}$ ,  $\alpha$  – угол между радиусом-вектором  $\vec{r}$  и плечом диполя  $\vec{l}$ .

Поляризованность диэлектрика (вектор поляризации)

$$\vec{P} = \frac{1}{\Delta V} \sum_{i=1}^N \vec{p}_i$$

где  $p_i$  – электрический момент отдельной ( $i$ -ой) молекулы,  $N$  – число молекул в объеме  $\Delta V$ .

Связь поляризованности с напряженностью  $E$  поля в диэлектрике

$$\vec{P} = \chi \epsilon_0 \vec{E},$$

где  $\chi$  – диэлектрическая восприимчивость (табличное значение),  $\epsilon_0$  – электрическая постоянная.

Связь диэлектрической проницаемости  $\epsilon$  с диэлектрической восприимчивостью  $\chi$

$$\epsilon = 1 + \chi.$$

Напряженность поля в диэлектрике связана с напряженностью внешнего поля соотношениями

$$\vec{E} = \vec{E}_0 / \epsilon \quad \text{и} \quad \vec{E} = \vec{E}_0 - \frac{\vec{P}}{\epsilon_0}.$$

Емкость уединенного проводника

$$C = \frac{q}{\varphi},$$

где  $q$  – заряд проводника,  $\varphi$  – его потенциал.

Емкость плоского конденсатора

$$C = \frac{\epsilon \epsilon_0 S}{d},$$

где  $S$ ,  $d$  – площадь и расстояние между пластинами плоского конденсатора соответственно.

Энергия электрического поля конденсатора

$$W = \frac{q^2}{2C} = \frac{CU^2}{2}.$$

Емкость параллельно соединенных конденсаторов

$$C = C_1 + C_2 + \dots + C_n.$$

Емкость последовательно соединенных конденсаторов

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \dots + \frac{1}{C_n}.$$

*Сила электрического тока*

$$I = \frac{dq}{dt},$$

где  $dq$  – заряд, протекающий через поперечное сечение проводника за время  $dt$ .

*Плотность электрического тока*, есть векторная величина, модуль которой равен отношению силы тока к площади поперечного сечения проводника

$$\vec{j} = \frac{I}{S} \cdot \vec{k},$$

где  $\vec{j}$  – плотность тока (вектор);  $I$  – сила тока;  $S$  – сечение проводника

(площадь);  $\vec{k}$  – единичный вектор, совпадающий по направлению с направлением движения положительных носителей заряда.

*Связь плотности тока со средней скоростью  $\langle \vec{u} \rangle$  направленного движения заряженных частиц*

$$\vec{j} = qn\langle \vec{u} \rangle,$$

где  $q$  – заряд частицы;  $n$  – концентрация заряженных частиц.

*Законы Ома*

$$\text{а) } I = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{R} = \frac{U}{R} \quad \text{– для однородного участка цепи;}$$

где  $\varphi_1 - \varphi_2 = U$  – напряжение на участке цепи;  $R$  – его сопротивление.

$$\text{б) } I = \frac{(\varphi_1 - \varphi_2) \pm \varepsilon}{R} \quad \text{– для неоднородного участка цепи,}$$

где  $\varepsilon$  – ЭДС источника тока;  $R$  – полное сопротивление цепи.

$$\text{в) } I = \frac{\varepsilon}{R + r} \quad \text{– для замкнутой цепи,}$$

где  $R$  – внешнее сопротивление цепи;  $r$  – внутреннее сопротивление источника тока.

г)  $\vec{j} = j \cdot \vec{E}$  – закон Ома в дифференциальной форме, где  $j$  – удельная проводимость проводника;  $\vec{E}$  – напряженность электрического поля;  $\vec{j}$  – плотность тока.

*Сопротивление однородного проводника  $R$  определяется по формуле:*

$$R = \rho \cdot \frac{l}{s},$$

где  $\rho$  – удельное сопротивление проводника,  $l$  – его длина,  $s$  – площадь поперечного сечения.

Проводимость  $G$  проводника и удельная проводимость  $j$ :

$$G = \frac{1}{R}; \quad j = \frac{1}{\rho}.$$

Температурная зависимость удельного сопротивления  $\rho$  определяется как:

$$\rho = \rho_0 \cdot (1 + \alpha t^\circ),$$

где  $\rho_0$  – удельное сопротивление при  $0^\circ\text{C}$ ,  $t^\circ$  – температура по шкале Цельсия,  $\alpha$  – температурный коэффициент сопротивления.

Сопротивление соединенных проводников:

а) последовательно 
$$R = \sum_{i=1}^N R_i;$$

б) параллельно 
$$\frac{1}{R} = \sum_{i=1}^N \frac{1}{R_i},$$

где  $R_i$  – сопротивление  $i$ -го проводника,  $N$  – число проводников.

Правила Кирхгофа:

Первое правило Кирхгофа

$$\sum_{i=1}^N I_i = 0,$$

где  $\sum_{i=1}^N I_i$  – алгебраическая сумма токов, сходящихся в узле;

Второе правило Кирхгофа

$$\sum_{i=1}^N I_i R_i = \sum_{k=1}^M \varepsilon_k,$$

$\sum_{i=1}^N I_i R_i$  – алгебраическая сумма падений напряжений контура;

$\sum_{k=1}^M \varepsilon_k$  – алгебраическая сумма ЭДС источников, включенных в контур;

$N$  – количество сопротивлений контура;  $M$  – число источников ЭДС.

Работа тока  $A$  вычисляется следующим формулам:

$$A = I \cdot U \cdot t, \quad A = I^2 R \cdot t, \quad A = \frac{U^2}{R} \cdot t,$$

где  $t$  – время движения зарядов по проводнику.

Мощность тока  $P$  можно определить используя выражения:

$$P = I \cdot U; \quad P = I^2 R; \quad P = \frac{U^2}{R}.$$

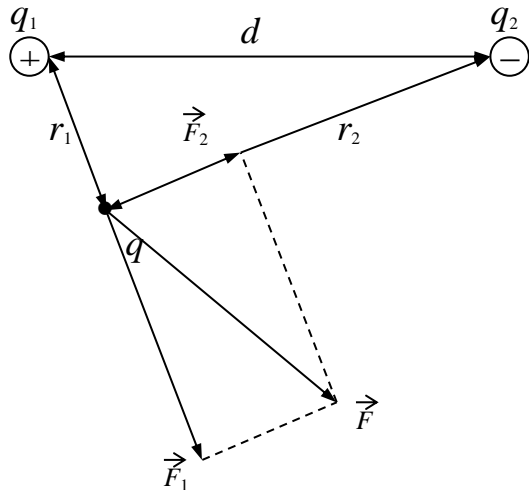
Закон Джоуля-Ленца для постоянного тока:

$$dQ = I^2 \cdot R \cdot dt;$$
$$Q = I^2 \cdot R \cdot t.$$

## 5.2. Примеры решения задач

**Задача 5.2.1.** Расстояние между двумя точечными зарядами  $q_1 = 1 \text{ мкКл}$  и  $q_2 = -q_1$  равно 10 см. Определить силу  $F$ , действующую на точечный заряд  $q = 0,1 \text{ мкКл}$ , удаленный на  $r_1 = 6 \text{ см}$  от первого и на  $r_2 = 8 \text{ см}$  от второго зарядов.

*Решение.* По рисунку треугольники расстояний и сил подобны и



прямоугольны (для  $\Delta$  расстояний:  $d^2 = r_1^2 + r_2^2$ ,  $100 = 36 + 64$ ).

По принципу суперпозиции сила, действующая на заряд  $q$ , является векторной суммой сил, действующих со стороны зарядов  $q_1$  и  $q_2$ , т.е.

$$\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2,$$

а так как  $\vec{F}_1 \perp \vec{F}_2$ , то

$$F = \sqrt{F_1^2 + F_2^2} \quad (1)$$

Сила  $F_1$  – взаимодействие заряда  $q$  с  $q_1$  определяется

$$F_1 = \frac{qq_1}{4\pi\epsilon_0 r_1^2}.$$

Сила  $F_2$  – взаимодействие заряда  $q$  с  $q_2$  определяется

$$F_2 = \frac{qq_2}{4\pi\epsilon_0 r_2^2}.$$

Подставляя  $F_1$  и  $F_2$  в (1) и учитывая, что  $|q_1| = |q_2|$ , получим

$$F = \sqrt{\left(\frac{qq_1}{4\pi\epsilon_0 r_1^2}\right)^2 + \left(\frac{qq_2}{4\pi\epsilon_0 r_2^2}\right)^2} = \frac{qq_1}{4\pi\epsilon_0} \sqrt{\frac{1}{r_1^4} + \frac{1}{r_2^4}}, \quad (2)$$

Переводим данные в единицы системы СИ

$$q_1 = |q_2| = 1 \cdot 10^{-6} \text{ Кл}, \quad d = 0,1 \text{ м}, \quad r_1 = 0,06 \text{ м}, \quad r_2 = 0,08 \text{ м}, \quad q = 0,1 \cdot 10^{-6} \text{ Кл}.$$

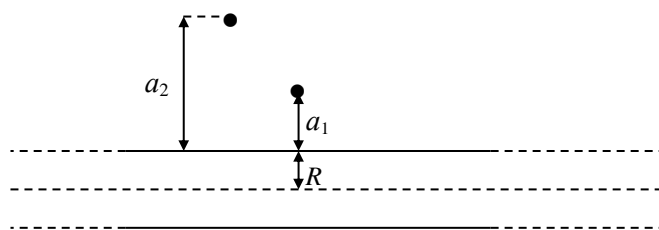
Подставляем данные задачи в выражение (2) и рассчитываем силу

$$F = \frac{1 \cdot 10^{-6} \cdot 0,1 \cdot 10^{-6}}{4 \cdot 3,14 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12}} \sqrt{\frac{1}{36 \cdot 10^{-4}} + \frac{1}{64 \cdot 10^{-4}}} = 2,87 \cdot 10^{-3} \text{ Н}.$$

**Задача 5.2.2.** Электрическое поле создано длинным цилиндром радиусом  $R = 1 \text{ см}$ , равномерно заряженным с линейной плотностью  $\tau = 20 \text{ нКл/м}$ .

Определить разность потенциалов двух точек поля, находящихся на расстояниях  $a_1 = 0,5 \text{ см}$  и  $a_2 = 2 \text{ см}$  от поверхности цилиндра, в средней его части.

*Решение.* Для определения разности потенциалов используем соотношение между напряженностью поля и градиентом потенциала.



$$\vec{E} = -\text{grad } \varphi.$$

Для симметричного поля, таким является поле заряженного цилиндра, это соотношение можно записать в виде

$$E = - \frac{d\varphi}{dr} \quad \text{отсюда} \quad d\varphi = -E dr. \quad (1)$$

Интегрируя выражение (1)

$$\varphi_1 - \varphi_2 = - \int_{r_1}^{r_2} E dr, \quad (2)$$

где  $r$  – расстояние от оси цилиндра до точек.

Так как точки взяты вблизи средней части длинного цилиндра, можно воспользоваться формулой напряженности поля бесконечно длинного цилиндра

$$E = \frac{\tau}{2\pi\epsilon_0 r}.$$

Подставив значение напряженности  $E$  в формулу (2), получим

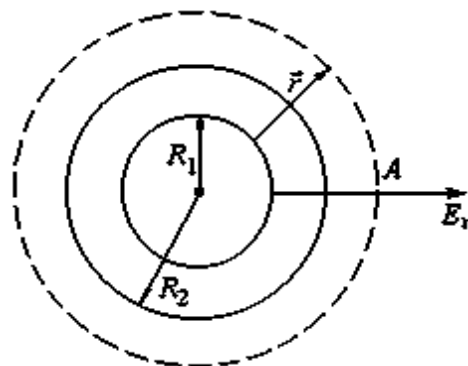
$$\begin{aligned} \varphi_2 - \varphi_1 &= -\frac{\tau}{2\pi\epsilon_0} \int_{r_1}^{r_2} \frac{dr}{r} = -\frac{\tau}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{r_2}{r_1} \quad \text{или} \\ \varphi_2 - \varphi_1 &= \frac{\tau}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{r_2}{r_1}. \end{aligned} \quad (3)$$

Произведем вычисления, учитывая, что  $r_1 = R + a_1$ ,  $r_2 = R + a_2$  и переведем данные задачи в единицы СИ

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \frac{2 \cdot 10^{-8}}{6,28 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12}} \ln \frac{3 \cdot 10^{-2}}{1,5 \cdot 10^{-2}} = \frac{2 \cdot 10^4}{628 \cdot 8,85} \ln 2 = 250 \text{ В}.$$

**Задача 5.2.3.** Две концентрические металлические сферы радиусами  $R_1 = 6$  см,  $R_2 = 10$  см заряжены с поверхностными плотностями заряда  $\sigma_1$  и  $\sigma_2$ . Напряженность поля в точке на расстоянии  $r = 15$  см от центра сферы равна 200 В/м. Определить заряд второй сферы, если  $\sigma_1 = 22$  нКл/м<sup>2</sup>.

**Решение.** Для решения задачи применим теорему Остроградского Гаусса.



$$\oint E_n dS = \frac{1}{\epsilon_0} \sum_{i=1}^N q_i, \quad (1)$$

где левая часть уравнения, это поток вектора напряженности, равный интегралу по замкнутой поверхности от произведения проекции напряженности поля в данной точке на элемент Гауссовой поверхности, а правая, это алгебраическая сумма зарядов, находящихся внутри Гауссовой поверхности.

Поверхность Гаусса должна быть интегрируемая, симметричная источнику поля и проходить через точку, для которой определяется напряженность.

В данной задаче через точку, для которой напряженность известна.

Этим условиям соответствует сфера, центр которой совпадает с центром концентрических заряженных сфер, имеющая радиус 15 см.

Так как напряженность поля в каждой точке этой сферы постоянна и совпадает с нормалью к поверхности, то искомая напряженность  $E = E_n = \text{const}$ .

После интегрирования уравнения (1), получим

$$E \cdot S = \frac{q_1 + q_2}{\varepsilon_0}, \quad (2)$$

отсюда

$$q_2 = E \cdot S \cdot \varepsilon_0 - q_1, \quad (3)$$

где  $S$  – площадь поверхности Гаусса, равная  $S = 4\pi r^2$ ;  $q_1$  – заряд на сфере с радиусом  $r_1$ , равный  $q_1 = \sigma_1 \cdot S_1$  ( $\sigma_1$  – плотность заряда,  $S_1$  – площадь первой сферы, равная  $4\pi R_1^2$ ).

Подставим в уравнение (3) площадь первой сферы и Гауссовой поверхности, получим

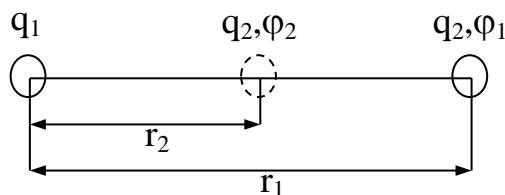
$$q_2 = E \cdot 4\pi r^2 \cdot \varepsilon_0 - \sigma_1 \cdot 4\pi R_1^2.$$

Подставим в последнее уравнение данные задачи в единицах СИ и рассчитаем

$$q_2 = 200 \cdot 4 \cdot 3,14 \cdot 225 \cdot 10^{-4} \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} - 22 \cdot 10^{-9} \cdot 4 \cdot 3,14 \cdot 36 \cdot 10^{-4}$$

$$q_2 = -0,5 \text{ нКл}$$

**Задача 5.2.4.** Два точечных заряда  $q_1 = 6 \text{ нКл}$  и  $q_2 = 3 \text{ нКл}$  находятся на расстоянии  $d = 60 \text{ см}$  друг от друга. Определить работу внешних сил при уменьшении расстояния между зарядами вдвое.



*Решение.* Положим, что первый заряд  $q_1$  остается неподвижным, а второй заряд  $q_2$  под действием внешних сил перемещается в поле, созданном зарядом  $q_1$ , приближаясь к нему.

Работа  $A'$  внешних сил по перемещению заряда  $q_2$  из точки 1, потенциал которой  $\varphi_1$  в точку 2, потенциал которой  $\varphi_2$ , равна по модулю и противоположна по знаку работе  $A$  сил поля по перемещению заряда между этими же точками

$$A' = -A.$$

Работа сил поля определяется соотношением  $A = q_2(\varphi_1 - \varphi_2)$ , тогда работа внешних сил может быть записана

$$A' = -q_2(\varphi_1 - \varphi_2) = q_2(\varphi_2 - \varphi_1) \quad (1)$$

Потенциал точек 1 и 2 выразятся формулами

$$\varphi_1 = \frac{q_1}{4\pi\epsilon_0 r_1}; \quad \varphi_2 = \frac{q_1}{4\pi\epsilon_0 r_2}.$$

Подставляя выражения для потенциалов  $\varphi_1$  и  $\varphi_2$  в формулу (1), получим

$$A' = q_2 \left( \frac{q_1}{4\pi\epsilon_0 r_2} - \frac{q_1}{4\pi\epsilon_0 r_1} \right) = \frac{q_1 \cdot q_2}{4\pi\epsilon_0} \left( \frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_1} \right)$$

(2)

Переводим данные задачи в систему СИ  $q_1 = 6 \cdot 10^{-9}$  кл,  $q_2 = 3 \cdot 10^{-9}$  кл.

Учтем также, что  $\frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 9 \cdot 10^9$  м/Ф  $d = r_1 = 0,6$  м,  $r_2 = \frac{d}{2} = 0,3$  м,

подставляем в конечную формулу (2) и, вычисляя, найдем

$$A' = 9 \cdot 10^9 \cdot 6 \cdot 10^{-9} \cdot 3 \cdot 10^{-9} \cdot \left( \frac{1}{0,3} - \frac{1}{0,6} \right) \approx 2,7 \cdot 10^{-7} \text{ Дж}.$$

**Задача 5.2.5.** Электрон со скоростью  $v = 1,83 \cdot 10^6$  м/с влетел в однородное электрическое поле в направлении, противоположном вектору напряженности поля. Какую разность потенциалов  $U$  должен пройти электрон, чтобы обладать энергией  $E = 13,6$  эВ? [Электрон-вольт (эВ) – энергия, которую приобретает частица, несущая элементарный заряд т. е. заряд электрона и прошедшая разность потенциалов 1 В].

*Решение.* Электрон в поле должен пройти такую разность потенциалов, чтобы приобретенная им энергия  $W$  в сумме с начальной кинетической энергией  $W_{k_0}$  составила энергию  $E$ , т. е.

$$W = W_{k_0} + \Delta W$$

(1)

Кинетическая энергия электрона равна

$$\Delta W = \frac{mv^2}{2},$$

где  $m$  – масса электрона,  $v$  – его начальная скорость. Энергия, приобретенная в поле, выражается соотношением

$$\Delta W = e \cdot U,$$

где  $e$  – заряд электрона.

Подставляем выражения для  $T$  и  $W$  в уравнение (1), получим формулу,

$$W = eU + \frac{mv^2}{2},$$

из которой следует конечная формула:

$$U = \frac{2W - mv^2}{2e}.$$

Вычисления производим в единицах СИ  $m = 9,1 \cdot 10^{-31}$  кг,  $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$  кл,  $v = 1,86 \cdot 10^6$  м/с,  $E = 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 1 \cdot \text{В} = 1,6 \cdot 10^{-19}$  Дж  $\approx 4,15$  эВ.

Произведя вычисления, получим

$$U = 4,1 \text{ В}.$$

**Задача 5.2.6.** Разность потенциалов между пластинами плоского конденсатора  $U = 280$  В. Площадь пластин  $S = 0,01 \text{ м}^2$ , поверхностная плотность заряда на пластинах  $\sigma = 495 \text{ нКл/м}^2$ . Определить напряженность  $E$  поля внутри конденсатора, расстояние  $d$  между пластинами, емкость  $C$  конденсатора, энергию  $W$  конденсатора, силу притяжения  $F$  пластин конденсатора.

*Решение.* 1. Напряженность поля внутри конденсатора определяется по формуле

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon \epsilon_0}.$$

В задаче не сказано о среде внутри конденсатора, предполагаем, что конденсатор воздушный и тогда  $\epsilon = 1$ , переводим плотность заряда в единицы системы СИ  $\sigma = 495 \cdot 10^{-9} \text{ кл/м}^2$  и вычисляем

$$E = \frac{495 \cdot 10^{-9}}{8,85 \cdot 10^{-12}} = 55,9 \cdot 10^3 \approx 5,6 \cdot 10^4 \text{ В/м}$$

( $\epsilon_0$  – электрическая постоянная, равная  $8,85 \cdot 10^{-12} \text{ м/Ф}$ ).

2. Расстояние между пластинами  $d$  найдем из соотношения между напряжением  $U$  и напряженностью  $E$ .

$$E = \frac{U}{d}, \text{ откуда } d = \frac{U}{E},$$

подставляем данные и решаем

$$d = \frac{280}{5,6 \cdot 10^4} = 50 \cdot 10^{-4} = 5 \cdot 10^{-3} \text{ м}.$$

3. Емкость плоского конденсатора по определению равна

$$C = \frac{\epsilon \epsilon_0 \cdot S}{d}.$$



Подставляем данные задачи и определяем

$$C = \frac{8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 0,01}{5 \cdot 10^{-3}} = 1,77 \cdot 10^{-11} \text{ Ф.}$$

4. Энергия плоского конденсатора определяется по формуле

$$W = \frac{CU^2}{2}.$$

Подставим исходные данные и получим

$$W = \frac{1,77 \cdot 10^{-11} \cdot (280)^2}{2} = 693,8 \cdot 10^{-9} \approx 7 \cdot 10^{-7} \text{ Дж.}$$

5. Силу взаимодействия между пластинами можно рассматривать как действие поля одной пластины на заряд другой пластины, то есть

$$F = q \cdot E_1,$$

где  $q$  – заряд одной пластины, равный  $q = \sigma \cdot S$ ,

$E_1$  – напряженность поля одной пластины, равная половине напряженности поля конденсатора.

Подставив данные, получим:

$$F = \sigma \cdot S \cdot \frac{E}{2} = 495 \cdot 10^{-9} \cdot 0,01 \cdot \frac{5,6 \cdot 10^4}{2} = 1,4 \cdot 10^{-4} \text{ Н.}$$

Можно рассчитать силу взаимодействия по соотношению  $W$  и  $F$  для однородного поля (поле внутри конденсатора однородно)

$$|F| = \frac{W}{d}.$$

После подстановки данных получим

$$|F| = \frac{7 \cdot 10^{-7}}{5 \cdot 10^{-3}} = 1,4 \cdot 10^{-4} \text{ Н.}$$

**Задача 5.2.7.** К батарее аккумуляторов, ЭДС которой равна 2 В и с внутренним сопротивлением  $r = 0,5$  Ом, присоединен проводник. Определить сопротивление  $R$  проводника, при котором выделяемая в нем мощность максимальна и величине этой мощности.

*Решение.* В замкнутой цепи мощность, выделяемая на внешнем участке можно рассчитать по уравнению

$$P = I \cdot U = I^2 R = \varepsilon^2 \cdot \frac{R}{(R + r)^2}, \quad (1)$$

так как ток в такой цепи рассчитывается по закону Ома  $I = \frac{\varepsilon}{R + r}$ .

Для расчета максимальной мощности, нужно уравнение (1) продифференцировать по  $R$ , приравнять полученное выражение к нулю, то есть исследовать функцию на экстремум

$$\frac{dP}{dR} = \varepsilon^2 \cdot \frac{r^2 - R^2}{(R + r)^2} = 0 \quad (2)$$

Из уравнения (2) следует  $r^2 = R^2$  или  $R = r$ , таким образом, максимальную мощность на внешнем участке цепи можно получить при условии, если

$$R_{P_{max}} = r.$$

Следовательно, внешнее сопротивление равно внутреннему сопротивлению источника при  $P_{max}$ . Из условия задачи  $R_{P_{max}} = 0,5 \text{ Ом}$ .

Это уравнение подставляем в уравнение (1)

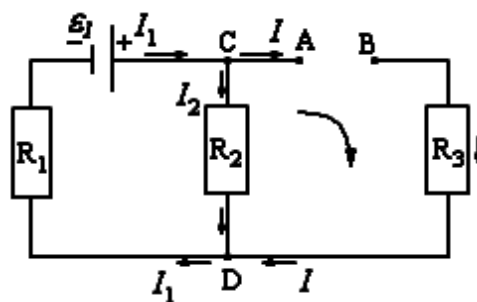
$$P_{max} = \varepsilon^2 \cdot \frac{R_{P_{max}}}{(R_{P_{max}} + r)^2}$$

и получаем

$$P_{max} = 4 \cdot \frac{0,5}{(0,5 + 0,5)^2} = 2 \text{ Вт}.$$

**Задача 5.2.8.** Три сопротивления  $R_1 = 5 \text{ Ом}$ ,  $R_2 = 10 \text{ Ом}$  и  $R_3 = 3 \text{ Ом}$ , а так же источник тока с ЭДС  $\varepsilon_1 = 1,4 \text{ В}$  соединены, как показано на рисунке.

Определить ЭДС источника тока, который надо включить в цепь между точками А и В, так чтобы через сопротивление  $R_3$  шел ток силой  $I = 1 \text{ А}$  в направлении, указанном стрелкой. Внутренним сопротивлением источников тока пренебречь.



Решение. Определим неизвестные величины с помощью правил Кирхгофа. Выберем направления токов и обхода контура по часовой стрелке, как показано на рисунке. В схеме – два узла С и D. По первому закону Кирхгофа запишем уравнение для узла С

$$I_1 - I - I_2 = 0. \quad (1)$$

При составлении этого уравнения соблюдается правило знаков: ток, подходящий к узлу, входит в уравнение со знаком плюс ( $I_1$ ), ток, отходящий от узла – со знаком минус ( $I$  и  $I_2$ ).

При составлении уравнений по второму закону Кирхгофа соблюдаются следующие правила знаков:

а) если ток по направлению совпадает с выбранным направлением обхода

контура, соответствующее произведение ( $I \cdot R$ ) входит в уравнение со знаком плюс, в противном случае произведение ( $I \cdot R$ ) входит в уравнение со знаком минус;

б) если ЭДС при обходе контура по выбранному направлению приходится идти от минуса к плюсу внутри источника тока, то соответствующая ЭДС входит в уравнение со знаком плюс, в противном случае – со знаком минус.

В данной задаче три неизвестных  $I_2$ ,  $I_3$  и ЭДС второго источника  $\varepsilon_2$ , поэтому к уравнению (1) нужно добавить еще два уравнения.

Выберем два контура CABDC через сопротивление  $R_2$  и контур CABDC через сопротивление  $R_1$ .

Следуя правилам написания уравнений, запишем для выбранных контуров следующие уравнения:

$$I \cdot R_3 - I_2 \cdot R_2 = \varepsilon_2 \quad (2)$$

$$I \cdot R_3 + I_1 \cdot R_1 = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 \quad (3)$$

Решим совместно три уравнения:

$$\text{из уравнения (2) найдем} \quad I_2 = \frac{I \cdot R_3 - \varepsilon_2}{R_2},$$

$$\text{из уравнения (3) найдем} \quad I_1 = \frac{\varepsilon_1 + \varepsilon_2 - I \cdot R_3}{R_1},$$

подставим в (1) и получим:

$$\frac{\varepsilon_1 + \varepsilon_2 - I \cdot R_3}{R_1} - I - \frac{I \cdot R_3 - \varepsilon_2}{R_2} = 0.$$

Последнее уравнение решим относительно  $\varepsilon_2$  с подстановкой данных задачи и получим значение неизвестной ЭДС, равной  $\varepsilon_2 = 5,4$  В.

### 5.3. Контрольная работа № 2.

#### Электростатика. Постоянный электрический ток

Для получения варианта задания, номеров задач по контрольной работе № 2 необходимо обратиться к ведущему преподавателю.

1. Расстояние между зарядами  $q_1 = 105$  нКл и  $q_2 = -50$  нКл равно  $d = 10$  см. Определить силу  $F$ , действующую на заряд  $q_3 = 1$  мкКл, отстоящий на  $r_1 = 12$  см от заряда  $q_1$  и на  $r_2 = 10$  см от заряда  $q_2$ .
2. Точечные заряды  $q_1 = 10$  мкКл,  $q_2 = -6$  мкКл находятся на расстоянии  $a = 10$  см друг от друга. Определить напряженность поля в точке, удаленной на  $r_1 = 5$  см от первого и на  $r_2 = 4$  см от второго заряда. Определить также силу, действующую в этой точке на точечный заряд  $q = 1$  мкКл.

3. Два шарика массой  $m = 0,1$  г каждый подвешены на нитях, верхние концы которых соединены вместе. Длина каждой нити  $l = 6$  см. Какие одинаковые заряды надо сообщить шарикам, чтобы нити разошлись на угол  $\alpha = 60^\circ$ ?

Как изменится угол  $\alpha$  если длину нити увеличить в два раза. Ответ обосновать. Выполнить рис.

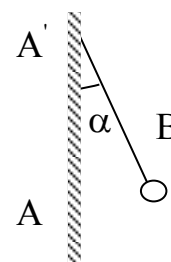
4. Три одинаковых точечных заряда  $q_1 = q_2 = q_3 = 4$  нКл находятся в вершинах равностороннего треугольника со сторонами  $a = 5$  см. Определить модуль и направление силы  $F$ , действующей на один из зарядов со стороны двух других.

5. Два одинаково заряженных шарика подвешены в одной точке на нитях одинаковой длины. При этом нити разошлись на угол  $\alpha$ . Какова плотность  $\rho$  масла, если угол расхождения нитей при погружении в масло остается неизменным? Плотность материала шариков  $\rho_0 = 1,5 \cdot 10^3$  кг/м<sup>3</sup>, диэлектрическая проницаемость масла  $\epsilon = 2,2$ . Как изменится угол  $\alpha$  если длину нити увеличить в два раза. Ответ обосновать. Выполнить рис.

6. Четыре одинаковых заряда  $q_1 = q_2 = q_3 = q_4 = 50$  мКл закреплены в вершинах квадрата со стороной  $a = 10$  см. Определить силу  $F$ , действующую на один из этих зарядов со стороны трех остальных.

7. Заряженная бесконечная плоскость с поверхностной плотностью заряда  $\sigma = 30$  мКл/м<sup>2</sup> расположена вертикально. Одноимённо заряженный шарик с массой  $m = 0,5$  г и зарядом  $q = 1$  нКл подвешен на нити к поверхности.

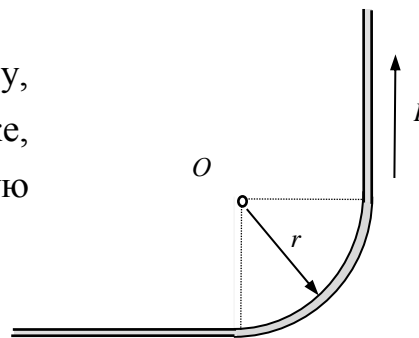
Какой угол  $\alpha$  с плоскостью AA' образует нить, на которой висит шарик? Как изменится угол  $\alpha$  если длину нити увеличить в два раза. Ответ обосновать.



8. Определить силу  $F$  электростатического отталкивания между ядром атома натрия и бомбардирующим его протоном, считая, что протон подошел к ядру атома натрия на расстояние  $r = 7 \cdot 10^{-14}$  м. Заряд ядра натрия в 11 раз больше заряда протона. Влиянием электронной оболочки атома натрия пренебречь.

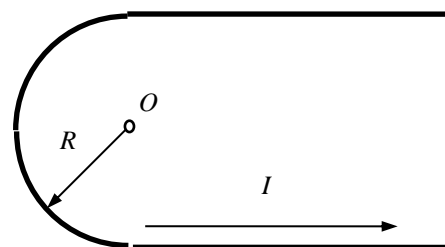
9. Два точечных заряда  $q_1 = -50$  нКл и  $q_2 = 100$  нКл находятся на расстоянии  $d = 20$  см друг от друга. Определить силу  $F$ , действующую на заряд  $q_3 = -10$  нКл, удаленный от обоих зарядов на одинаковое расстояние, равное  $d$ .
10. Два шарика одинаковых радиуса и массы подвешены на нитях одинаковой длины так, что их поверхности соприкасаются. После сообщения шарикам заряда  $q_0 = 0,4$  мкКл они оттолкнулись друг от друга и разошлись на угол  $2\alpha = 60^\circ$ . Определить массу  $m$  каждого шарика, если расстояние от центра шарика до точки подвеса  $l = 21$  см.
11. Расстояние  $d$  между двумя точечными зарядами  $q_1 = 3$  нКл и  $q_2 = 4$  нКл равно 60 см. Определить точку, в которую нужно поместить третий заряд  $q_3$  так, чтобы система зарядов находилась в равновесии. Определить заряд  $q_3$  и его знак. Устойчивое или неустойчивое будет равновесие?
12. Электрическое поле создано двумя точечными зарядами  $q_1 = 10$  нКл и  $q_2 = -20$  нКл, находящимися на расстоянии  $d = 20$  см друг от друга. Определить напряжённость  $E$  и потенциал  $\varphi$  поля в точке, удалённой от первого заряда на  $r_1 = 30$  см и от второго на  $r_2 = 50$  см.
13. Расстояние  $d$  между двумя точечными положительными зарядами  $q_1 = 9q$  и  $q_2 = q$  равно 9 см. На каком расстоянии  $r$  от первого заряда находится точка, в которой напряжённость  $E$  поля зарядов равна нулю? Чему равен потенциал зарядов в этой точке?
14. Электрическое поле создано двумя бесконечными параллельными пластинами, несущими одинаковый равномерно распределённый по площади заряд ( $\sigma = 2$  нКл/м<sup>2</sup>). Определить напряжённость  $E$  поля: 1) между пластинами; 2) вне пластин. Построить график изменения напряжённости вдоль линии, перпендикулярной пластинам.
15. Поле создано точечным зарядом  $q = 7$  нКл. Определить потенциал  $\varphi$  и напряжённость  $E$  поля в точке, удалённой от заряда на расстояние  $r = 20$  см.

16. По бесконечно длинному прямому проводу, изогнутому так, как показано на рисунке, течет ток  $I = 3\text{ А}$ . Определить магнитную индукцию поля в точке  $O$ , если  $r = 20\text{ см}$ .\*



17. Заряды  $q_1 = 1\text{ мкКл}$  и  $q_2 = -1\text{ мкКл}$  находятся на расстоянии  $d = 11\text{ см}$ . Определить напряжённость  $E$  и потенциал  $\phi$  поля в точке, удалённой на расстояние  $r = 10\text{ см}$  от первого заряда и лежащей на линии, проходящей через первый заряд перпендикулярно направлению от  $q_1$  к  $q_2$ .

18. Бесконечно длинный тонкий проводник с током  $I = 5\text{ А}$  имеет изгиб радиусом  $R = 11\text{ см}$ . Определить индукцию магнитного поля в точке  $O$ .\*



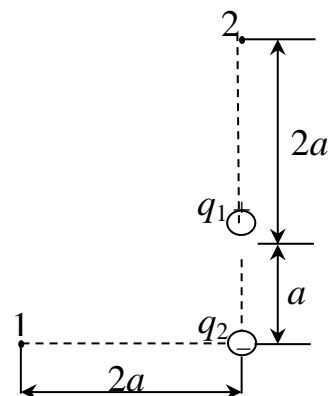
19. Поле создано двумя точечными зарядами  $+2q$  и  $-q$ , находящимися на расстоянии  $d = 15\text{ см}$  друг от друга. Найти точку на прямой, соединяющей заряды, в которой потенциал  $\phi$  поля равен нулю. Определить напряжённость  $E$  поля в этой точке.
20. Две параллельные заряженные плоскости, поверхностные плотности заряда которых  $\sigma_1 = 2\text{ мкКл/м}^2$  и  $\sigma_2 = -0,9\text{ мкКл/м}^2$ , находятся на расстоянии  $d = 0,6\text{ см}$  друг от друга. Определить разность потенциалов  $U$  между плоскостями.
21. В вершинах квадрата со стороной  $a = 10\text{ см}$  находятся заряды  $q_1 = q_2 = q_3 = q_4 = 10\text{ мкКл}$ . Определить напряжённость  $E$  и потенциал  $\phi$  поля, создаваемого этими зарядами в центре квадрата.
22. Точечные заряды  $q_1 = 3\text{ мкКл}$  и  $q_2 = 6\text{ мкКл}$  находятся на расстоянии  $d = 10\text{ см}$  друг от друга. Определить напряженность  $E$  и потенциал  $\phi$  поля в точке, удаленной от первого заряда на расстоянии  $r_1 = 8\text{ см}$ , а от второго – на  $r_2 = 5\text{ см}$ .

23. Заряд равномерно распределен по бесконечной плоскости с поверхностной плотностью  $\sigma = 10 \text{ нКл/м}^2$ . Определить разность потенциалов двух точек поля, одна из которых находится на плоскости, а другая удалена от нее на расстояние  $a = 11 \text{ см}$ .
24. На металлической сфере радиусом  $R = 10 \text{ см}$  находится заряд  $q = 2 \text{ нКл}$ . Определить напряженность  $E$  электрического поля в точках: 1) на расстоянии  $r_1 = 8 \text{ см}$  от центра сферы; 2) на ее поверхности; 3) на расстоянии  $r_2 = 15 \text{ см}$  от центра сферы. Построить график зависимости напряженности  $E$  от расстояния  $r$ .
25. Прямой металлический стержень диаметром  $d = 5 \text{ см}$  и длиной  $l = 4 \text{ м}$  несет равномерно распределенный по его поверхности заряд  $q = 500 \text{ нКл}$ . Определить напряженность  $E$  поля в точке, находящейся на расстоянии  $r = 1 \text{ см}$  от его поверхности.
26. Две концентрические металлические заряженные сферы радиусом  $R_1 = 6 \text{ см}$  и  $R_2 = 10 \text{ см}$  несут соответственно заряды  $q_1 = 2 \text{ нКл}$  и  $q_2 = -0,5 \text{ нКл}$ . Определить напряженность  $E$  электрического поля в точках, отстоящих от центра сфер на расстояниях  $r_1 = 5 \text{ см}$ ,  $r_2 = 9 \text{ см}$  и  $r_3 = 15 \text{ см}$ . Построить график зависимости напряженности  $E$  от расстояния  $r$ .
27. В вакууме образовалось скопление зарядов в форме тонкого длинного цилиндра радиуса  $R$  с постоянной объемной плотностью  $\rho$ . Определить напряженность  $E$  электрического поля в точках, отстоящих от оси цилиндра на расстояниях  $r_1 < R$  и  $r_2 > R$ . Построить график зависимости напряженности  $E$  от расстояния  $r$ .
28. Бесконечно длинная тонкостенная металлическая трубка радиусом  $R = 2 \text{ см}$  несет равномерно распределенный по поверхности заряд  $\sigma = 1 \text{ нКл/м}^2$ . Определить напряженность  $E$  поля в точках, отстоящих от оси трубки на расстояниях  $r_1 = 1 \text{ см}$  и  $r_2 = 3 \text{ см}$ . Построить график зависимости напряженности  $E$  от расстояния  $r$ .
29. Сплошной непроводящий шар радиусом  $R$  обладает зарядом  $q$ , который равномерно распределен по объему. Определить напряженность поля в точках, отстоящих от центра на расстояниях  $r_1 < R$  и  $r_2 > R$ . Построить график зависимости напряженности  $E$  от расстояния  $r$ .

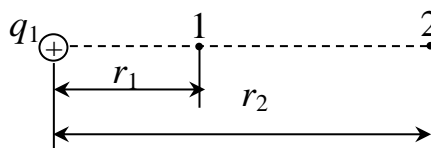
30. Две длинные тонкостенные коаксиальные трубки радиусами  $R_1 = 2$  см и  $R_2 = 4$  см несут заряды, равномерно распределенные по длине с линейными плотностями  $\tau_1 = 1$  нКл/м и  $\tau_2 = -0,5$  нКл/м. Пространство между трубками заполнено эбонитом. Определить напряженность  $E$  поля в точках на расстояниях от оси  $r_1 = 1$  см,  $r_2 = 3$  см и  $r_3 = 6$  см. Построить график зависимости напряженности  $E$  от расстояния  $r$ .
31. Шаровой слой, равномерно заряженный по объему с постоянной объемной плотностью  $\rho = 1$  нКл/м<sup>3</sup>, имеет внутренний радиус  $R_1 = 4$  см и внешний  $R_2 = 5$  см. Определить напряженность  $E$  электрического поля в точках, отстоящих от центра шарового слоя на расстояниях  $r_1 = 2$  см,  $r_2 = 4$  см и  $r_3 = 6$  см. Построить график зависимости напряженности  $E$  от  $r$ .
32. На двух коаксиальных бесконечных цилиндрах радиусами  $R$  и  $2R$  равномерно распределены заряды с поверхностными плотностями  $\sigma_1$  и  $\sigma_2$ . Определить напряженность в трех случаях: а)  $r < R$ ; б)  $R < r < 2R$ ; в)  $r > 2R$  и указать направление вектора напряженности. Принять  $\sigma_1 = -2\sigma$ ;  $\sigma_2 = \sigma$ , где  $\sigma = 60$  нКл/м<sup>2</sup>. Построить график зависимости напряженности  $E$  от расстояния  $r$ .
33. В вакууме образовалось скопление зарядов в форме шара с радиусом  $R = 10$  см. Заряд равномерно распределен по объему с объемной плотностью  $\rho = 2$  нКл/м<sup>3</sup>. Определить напряженность  $E$  электростатического поля в точках, находящихся на расстояниях: а)  $r_1 = 6$  см; б)  $r_2 = 10$  см; в)  $r_3 = 12$  см. Построить график зависимости напряженности  $E$  от расстояния  $r$ .
34. Два металлических шарика радиусами  $R_1 = 6$  см и  $R_2 = 10$  см несут заряды  $q_1 = 40$  нКл и  $q_2 = -20$  нКл соответственно. Определить энергию  $W$ , которая выделится при разряде, если шары соединить проводником. Выполнить рис.
35. Электрическое поле создано заряженным проводящим шаром радиуса  $R$ , потенциал которого  $\varphi = 305$  В. Определить работу сил поля по перемещению заряда  $q = 0,2$  мКл из точки 1 находящейся от поверхности шара  $R$  в точку, удаленную на расстояние  $2R$ . Выполнить рис.



36. Электрическое поле создано зарядами  $q_1 = 2$  мкКл и  $q_2 = -2$  мкКл, находящимися на расстоянии  $a = 11$  см друг от друга, определить работу сил поля, совершаемую при перемещении заряда  $q = 0,5$  мкКл из точки 1 в точку 2.

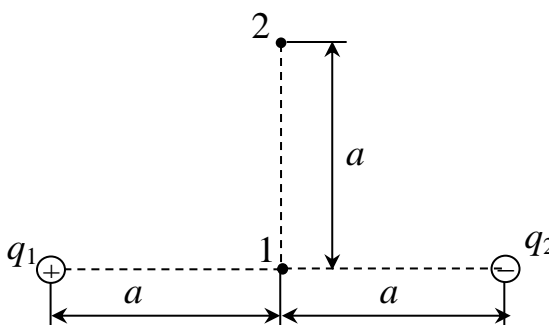


37. Электрическое поле создано точечным положительным зарядом  $q_1 = 6$  нКл. Положительный заряд  $q_2$  переносится из точки 1 этого поля в точку 2. Определить изменение потенциальной энергии  $\Delta W$  приходящееся на единицу переносимого заряда, если  $r_1 = 20$  см и  $r_2 = 50$  см.



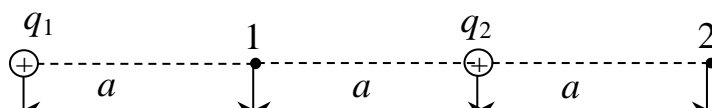
38. При перемещении заряда  $q = 30$  нКл между двумя точками поля внешними силами была совершена работа  $A = 4$  мкДж. Определить работу  $A_1$  сил поля и разность  $\Delta \phi$  потенциалов этих точек поля.

39. Определить работу сил поля, созданного двумя точечными зарядами  $q_1 = 10,0$  нКл и  $q_2 = -1,5$  нКл, при переносе заряда  $q = 1$  нКл из точки 1 в точку 2 поля, если  $a = 6$  см.

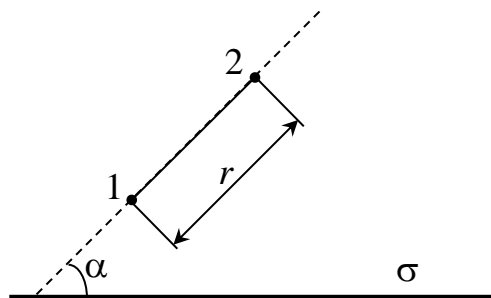


40. Точечные заряды  $q_1 = 1$  мкКл и  $q_2 = 0,2$  мкКл находятся на расстоянии  $r_1 = 10$  см друг от друга. Определить работу  $A$  сил поля при удалении второго заряда от первого на расстояние: а)  $r_2 = 10$  м; б)  $r_3 = \infty$ .

41. Электрическое поле создано двумя одинаковыми положительными зарядами  $q_1$  и  $q_2$ . Определить работу  $A$  сил поля по перемещению заряда  $q = 10$  нКл из точки 1 с потенциалом  $\phi_1 = 305$  В в точку 2.



42. Электрическое поле создано бесконечной равномерно заряженной плоскостью с поверхностной плотностью  $\sigma = 4$  мкКл/м<sup>2</sup>. В этом поле вдоль прямой, составляющей угол  $\alpha = 60^\circ$  с плоскостью, перемещается точечный положительный заряд  $q = 10$  нКл. Определить работу  $A$  сил поля по перемещению заряда  $q$  из точки 1 в точку 2, если расстояние между этими точками  $r = 20$  см.



43. Определить работу  $A$  по перемещению точечного положительного заряда  $q = 40$  нКл из точки, находящейся на расстоянии  $r_1 = 2$  м, в точку, на расстоянии  $r_2 = 1$  см от поверхности сферы радиусом  $R = 2$  см, равномерно заряженной с поверхностной плотностью заряда  $\sigma = 100$  нКл/м<sup>2</sup>.
44. Площадь пластин плоского воздушного конденсатора  $S = 0,01$  м<sup>2</sup>, расстояние между ними  $d_1 = 2$  мм. К пластинам приложена разность потенциалов  $U = 0,1$  кВ. Пластины раздвигаются до расстояния  $d_2 = 25$  мм. Определить энергии  $W_1$  и  $W_2$  конденсатора до и после раздвижения пластин, если источник напряжения перед раздвижением: а) не отключен; б) отключен.
45. Ёмкость плоского конденсатора  $C = 100$  пФ. Диэлектрик – фарфор. Конденсатор зарядили до разности потенциалов  $U = 605$  В и отключили от источника напряжения. Определить работу, которую нужно совершить, чтобы вынуть диэлектрик из конденсатора. Трением пренебречь.

46. Площадь пластин плоского воздушного конденсатора  $S = 100 \text{ см}^2$ , расстояние между ними  $d = 5 \text{ мм}$ . К пластинам приложена разность потенциалов  $U = 305 \text{ В}$ . После отключения конденсатора от источника напряжения, пространство между пластинами заполняется эбонитом. Определить: а) разность потенциалов между пластинами после заполнения; б) поверхностную плотность заряда на пластинах до и после заполнения.
47. Имеется плоский воздушный конденсатор, площадь каждой обкладки которого  $S$ . Определить работу, которую необходимо совершить, чтобы медленно увеличить расстояние между обкладками от  $x_1$  до  $x_2$ , если при этом поддерживать неизменным: а) заряд конденсатора, равный  $q$ ; б) напряжение на конденсаторе, равное  $U$ .
48. К воздушному конденсатору, заряженному до разности потенциалов  $U_1 = 505 \text{ В}$  и отключённому от источника напряжения, присоединили параллельно второй конденсатор таких же размеров и формы, но с другим диэлектриком (стекло). Определить диэлектрическую проницаемость стекла, если после присоединения второго конденсатора разность потенциалов уменьшилась до  $U_2 = 70 \text{ В}$ .
49. Пространство между пластинами плоского конденсатора заполнено диэлектриком (фарфор), объём которого  $V = 105 \text{ см}^3$ . Поверхностная плотность заряда на пластинах конденсатора  $\sigma = 8,85 \cdot 10^{-9} \text{ Кл/м}^2$ . Определить работу  $A$ , которую необходимо совершить для того, чтобы удалить диэлектрик из конденсатора, после отключения его от источника. Трением диэлектрика о пластины конденсатора пренебречь.
50. Плоский воздушный конденсатор ёмкостью  $C = 15 \text{ пФ}$  заряжен до разности потенциалов  $U = 300 \text{ В}$ . После отключения от источника напряжения расстояние между пластинами конденсатора было увеличено в 5 раз. Определить: а) разность потенциалов на обкладках конденсатора после того, как их раздвинули; б) работу внешних сил по раздвижению пластин.
51. Плоский конденсатор заполнен диэлектриком и на его пластины подана некоторая разность потенциалов. Энергия конденсатора в этом случае равна  $W = 25 \text{ мкДж}$ . После того, как конденсатор отключили от источника напряжения, диэлектрик вынули из конденсатора. Работа, которую надо было

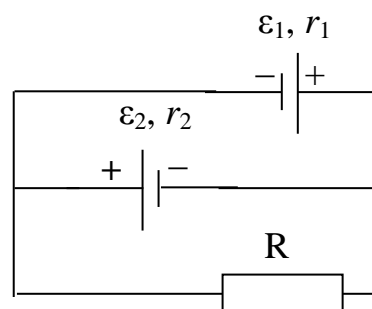
совершить против сил электрического поля, чтобы вынуть диэлектрик,  $A = 70$  мкДж. Определить диэлектрическую проницаемость  $\epsilon$  диэлектрика.

52. Площадь пластин плоского воздушного конденсатора  $S = 0,01 \text{ м}^2$ , расстояние между ними  $d_1 = 3$  мм. К пластинам конденсатора приложена разность потенциалов  $U = 3$  кВ. Определить: а) напряжённость поля конденсатора, если, не отключая его от источника напряжения, пластины раздвинуть до расстояния  $d_2 = 5$  мм; б) энергии  $W_1$  и  $W_2$  конденсатора до и после раздвижения пластин.
53. Пластины плоского конденсатора площадью  $S = 3 \text{ см}^2$  каждая, притягиваются друг к другу с силой  $F = 10$  мН. Пространство между пластинами заполнено слюдой. Определить: а) заряды пластин; б) напряжённость  $E$  поля между пластинами; в) объёмную плотность энергии  $w$  поля.
54. К зажимам батареи аккумуляторов присоединен нагреватель. ЭДС батареи  $\epsilon = 25$  В, внутреннее сопротивление  $r = 1$  Ом. Нагреватель, включенный в цепь, потребляет мощность  $P = 80$  Вт. Определить силу тока  $I$  в цепи и КПД нагревателя  $\eta$ .
55. ЭДС батареи аккумуляторов  $E = 5$  В, сила тока короткого замыкания равна  $I = 2$  А. Какую наибольшую мощность можно получить во внешней цепи, соединенной с такой батареей?\*
56. ЭДС батареи равна  $E = 21$  В. Сопротивление внешней цепи равно  $R = 2$  Ом, сила тока  $I = 4$  А. Найти КПД батареи. При каком значении внешнего сопротивления КПД будет равен 99%? \*
57. Сила тока в проводнике сопротивлением  $R = 200$  Ом равномерно нарастает от  $I_0 = 0$  до  $I_{\max} = 5$  А в течение времени  $\tau = 2$  с. Определить количество теплоты  $Q$ , выделившейся за это время в проводнике\*.
58. По проводнику сопротивлением  $R = 9$  Ом течет ток, сила которого равномерно возрастает. Количество теплоты, выделившейся в проводнике за время  $\tau = 4$  с, равно  $Q = 200$  Дж. Определить количество электричества  $q$ , прошедшее за это время по проводнику. В начальный момент времени сила тока в проводнике равна нулю.

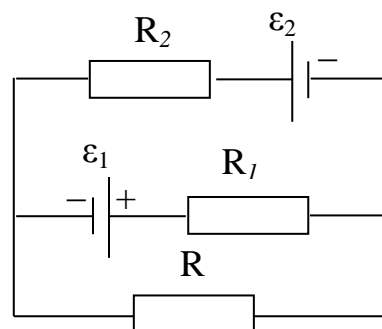
59. При силе тока  $I_1 = 4$  А во внешней цепи батареи аккумуляторов выделяется мощность  $P_1 = 8$  Вт, при силе тока  $I_2 = 1$  А – соответственно  $P_2 = 10$  Вт. Определить ЭДС и внутреннее сопротивление  $r$  батареи.
60. ЭДС батареи аккумуляторов  $\varepsilon = 11$  В, сила тока короткого замыкания равна  $I = 5$  А. Определить наибольшую мощность  $P$ , которую можно получить во внешней цепи, соединенной с такой батареей.
61. Лампочка и реостат, соединенные последовательно, присоединены к источнику тока. Напряжение на зажимах лампочки равно  $U = 44$  В, сопротивление реостата  $R = 10$  Ом. Внешняя цепь потребляет мощность  $P = 120$  Вт. Определить силу тока в цепи.
62. Элемент с ЭДС  $\varepsilon$  и внутренним сопротивлением  $r$  замкнут на внешнее сопротивление  $R$ . Наибольшая мощность, выделяющаяся во внешней цепи,  $P = 9$  Вт. В цепи течет ток  $I = 3$  А. Определить ЭДС и внутреннее сопротивление элемента.
63. Две лампочки рассчитаны на напряжение  $U = 220$  В, их мощность  $P_{01} = 100$  Вт и  $P_{02} = 200$  Вт и сопротивления  $R_1 = 484$  Ом и  $R_2 = 2420$  Ом. Определить мощности  $P_1$  и  $P_2$ , выделяемые в каждой лампочке, если их параллельно присоединить к источнику тока с ЭДС 11 В, внутренним сопротивлением  $r = 1$  Ом. Выполнить рис.
64. При включении электромотора в сеть с напряжением  $U = 220$  В он потребляет ток  $I = 5$  А. Определить мощность, потребляемую мотором, и его КПД, если сопротивление обмотки мотора  $R = 5$  Ом.
65. К батарее аккумуляторов, ЭДС которой равна 3 В и внутреннее сопротивление  $r = 0,5$  Ом, присоединен проводник. Определить: 1) сопротивление  $R$  проводника, при котором мощность, выделяемая в нем, максимальна; 2) мощность  $P$ , которая при этом выделяется в проводнике.
66. Батарея с ЭДС 240 В и внутренним сопротивлением  $r = 1$  Ом замкнута на внешнее сопротивление  $R = 24$  Ом. Определить полную мощность  $P_{\text{полн}}$ , полезную  $P_{\text{полез}}$  и КПД батареи  $\eta$ .

67. Определить: 1) внутреннее сопротивление  $r$  генератора, если известно, что мощность  $P$ , выделяющаяся во внешней цепи, одинакова при внешних сопротивлениях  $R_1 = 6 \text{ Ом}$  и  $R_2 = 0,2 \text{ Ом}$ ; 2) КПД генератора в каждом из этих случаев.

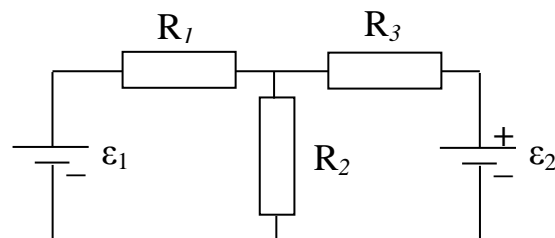
68. Две батареи аккумуляторов ( $\varepsilon_1 = 11 \text{ В}$ ,  $r_1 = 1 \text{ Ом}$ ;  $\varepsilon_2 = 8 \text{ В}$ ,  $r_2 = 2 \text{ Ом}$ ) и реостат ( $R = 6 \text{ Ом}$ ) соединены, как показано на рисунке. Определить силу тока в батареях и реостате.



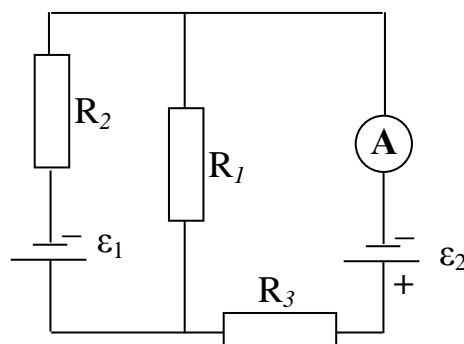
69. Определить значение и направление тока через сопротивление  $R = 5 \text{ Ом}$  в схеме на рисунке, если ЭДС источников  $\varepsilon_1 = 1,5 \text{ В}$ ,  $\varepsilon_2 = 3,7 \text{ В}$  и сопротивления  $R_1 = 11 \text{ Ом}$ ,  $R_2 = 20 \text{ Ом}$ . Внутренним сопротивлением источников тока пренебречь.



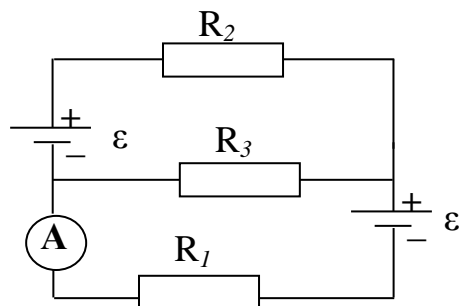
70. Определить силу тока  $I_3$  в резисторе сопротивлением  $R_3$  и напряжением  $U_3$  на концах резистора, если  $\varepsilon_1 = 4 \text{ В}$ ,  $\varepsilon_2 = 4 \text{ В}$ ,  $R_1 = 2 \text{ Ом}$ ,  $R_2 = 6 \text{ Ом}$ ,  $R_3 = 1 \text{ Ом}$ . Внутренним сопротивлением источников пренебречь.



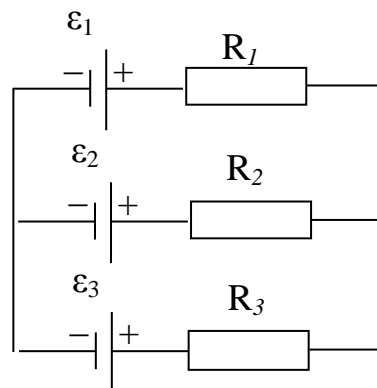
71. Батареи имеют ЭДС  $\varepsilon_1 = 2 \text{ В}$  и  $\varepsilon_2 = 3 \text{ В}$ , сопротивление амперметра  $R_A = 0,5 \text{ кОм}$ . Падение потенциала на сопротивлении  $R_2$  равно  $U_2 = 1 \text{ В}$  (ток через  $R_2$  направлен сверху вниз). Определить ток, текущий через амперметр.



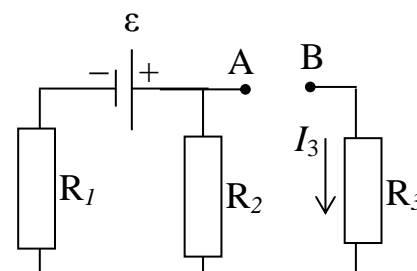
72. В схеме на рисунке  $\varepsilon_1 = 3 \text{ В}$ ,  $\varepsilon_2 = 4 \text{ В}$ ,  $R_1 = 0,50 \text{ Ом}$  и падение потенциала на сопротивлении  $R_2$  равно  $U_2 = 1 \text{ В}$  (ток через  $R_2$  направлен справа налево). Определить показание амперметра. Внутренним сопротивлением элементов и амперметра пренебречь.



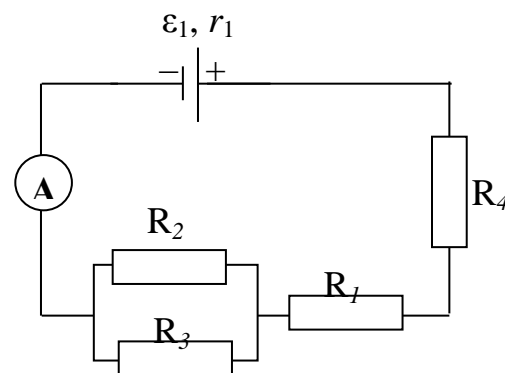
73. Три источника тока с ЭДС  $\varepsilon_1 = 12$  В,  $\varepsilon_2 = 4$  В и  $\varepsilon_3 = 7$  В и три реостата с сопротивлением  $R_1 = 5$  Ом,  $R_2 = 10$  Ом и  $R_3 = 2$  Ом соединены, как показано на рисунке. Определить силы токов  $I$  в реостатах. Внутренним сопротивлением источников тока пренебречь.



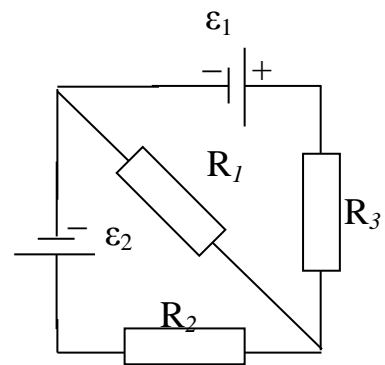
74. Три сопротивления  $R_1 = 5$  Ом,  $R_2 = 11$  Ом и  $R_3 = 3$  Ом, а также источник тока с ЭДС равной 1,4 В соединены, как показано на рисунке. Определить ЭДС источника тока, который надо подключить в цепь между точками А и В, чтобы через сопротивление  $R_3$  шел ток силой  $I = 1$  А в направлении, указанном стрелкой. Внутренним сопротивлением источника тока пренебречь.



75. ЭДС батареи  $\varepsilon = 120$  В, сопротивления  $R_3 = 21$  Ом и  $R_4 = 25$  Ом. Падение напряжения на сопротивлении  $R_1$  равно  $U_1 = 40$  В. Амперметр показывает ток  $I = 2$  А. Определить сопротивление  $R_2$ .



76. В схеме на рисунке  $\varepsilon_1 = 2,2 \text{ В}$ ,  $\varepsilon_2 = 1,9 \text{ В}$ ,  $R_1 = 45 \text{ Ом}$ ,  $R_2 = 10 \text{ Ом}$  и  $R_3 = 10 \text{ Ом}$ . Определить силу тока во всех участках цепи. Внутренним сопротивлением источников пренебречь.



77. Элементы имеют ЭДС  $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = 1,6 \text{ В}$  и внутренние сопротивления  $r_1 = r_2 = 0,5 \text{ Ом}$ , сопротивления  $R_1 = R_2 = 2 \text{ Ом}$  и  $R_3 = 10 \text{ Ом}$ , сопротивление амперметра  $R_A = 3 \text{ Ом}$ . Определить ток, текущий через амперметр.

