

РАБОТА 4

ИССЛЕДОВАНИЕ РЕЗОНАНСА НАПРЯЖЕНИЙ

В работе предлагается исследовать явление резонанса в простых электрических цепях, характеризующихся тем, что вследствие компенсации реактивных сопротивлений напряжение на их отдельных элементах может быть больше напряжения на входе цепи. По указанию преподавателя следует исследовать резонанс в цепи при последовательном соединении катушки индуктивности, конденсатора и резистора (часть 1) либо резонанс в цепи при смешанном соединении катушки индуктивности, конденсатора и резистора (часть 2).

Основы теории

Часть 1. Резонанс в цепи при последовательном соединении катушки индуктивности, конденсатора и резистора

При резонансе в цепи с последовательно соединенными катушкой индуктивности, конденсатором и резистором (рис. 4. 1) напряжения на катушке и конденсаторе могут существенно превышать напряжение на входе цепи (отсюда и название — резонанс напряжений).

Из условия резонанса $\varphi = 0$, которое выполняется при равенстве нулю реактивного сопротивления цепи, получаем соотношение между параметрами реактивных элементов и угловой частотой входного напряжения $\omega^2 LC = 1$. Согласно указанному соотношению резонанса в цепи можно достичь, изменяя либо частоту приложенного напряжения, либо параметры L

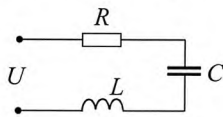


Рис. 4. 1

или C цепи, либо то и другое одновременно. В частности, если L и C заданы, то для резонансной частоты получаем $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$.

Исследуем явление резонанса в рассматриваемой цепи при изменении частоты приложенного напряжения (п. 1), а также при изменении одного из параметров при постоянной частоте напряжения (п. 2).

1. *Исследование резонанса при изменении частоты приложенного напряжения.*

Допуская, что элементы цепи являются идеальными — сопротивление резистора от частоты не зависит, а потери энергии в катушке и конденсаторе пренебрежимо малы, можем записать

$$I = \frac{U}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}},$$

$$U = I \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2},$$

$$U_L = I\omega L, \quad U_C = I \frac{1}{\omega C}.$$

Так как при резонансе полное сопротивление цепи достигает минимального значения, то при постоянстве действующего входного синусоидального напряжения $U_{\text{вх}} = \text{const}$ действующий ток в цепи в точке резонанса имеет максимум. Напряжения на катушке и конденсаторе при резонансе в силу равенства $X_L = X_C$ также равны друг другу. Зависимости $U_L(\omega)$, $U_C(\omega)$, $I(\omega)$ имеют максимум, причем можно убедиться в том, что напряжение на катушке достигает максимума при частоте $\omega_L = \frac{\omega_0}{\sqrt{1 - 0,5d^2}}$, а напряжение на кон-

денсаторе — при частоте $\omega_C = \omega_0 \sqrt{1 - 0,5d^2}$. Здесь d — затухание цепи, $d = \frac{R}{\sqrt{L/C}} = \frac{R}{\omega_0 L} = \frac{R}{1/\omega_0 C}$ или $d = \frac{U}{U_{L0}} = \frac{U}{U_{C0}}$, (U_{L0} , U_{C0} —

напряжения на катушке и на конденсаторе при резонансе). При $d > d_{кр} = \sqrt{2}$ зависимости $U_L(\omega), U_C(\omega)$ максимумов не имеют.

Важными характеристиками контура являются также добротность $Q = \frac{1}{d}$ и полоса пропускания $\omega_0 d = \frac{\omega_0}{Q}$.

На рис. 4.2, а изображены зависимости $R(\omega), X(\omega), Z(\omega)$. На рис. 4.2, б показаны частотные характеристики цепи при $U_{вх} = \text{const}$ и $d = 0,6$.

Если напряжение на входе цепи не зависит от частоты $U_{вх} = \text{const}$, то при ее уменьшении ($\omega \rightarrow 0$) получаем, что $I \rightarrow 0$, $U_L \rightarrow 0$, $U_C \rightarrow U$. При увеличении частоты ($\omega \rightarrow \infty$) имеем $I \rightarrow 0$, $U_L \rightarrow U$, $U_C \rightarrow 0$.

Зависимость $I(\omega)$ обычно строят в безразмерной форме. В качестве базисных величин удобно выбрать ток I_0 и частоту ω_0 при резонансе. Обозначив отношение ω/ω_0 через

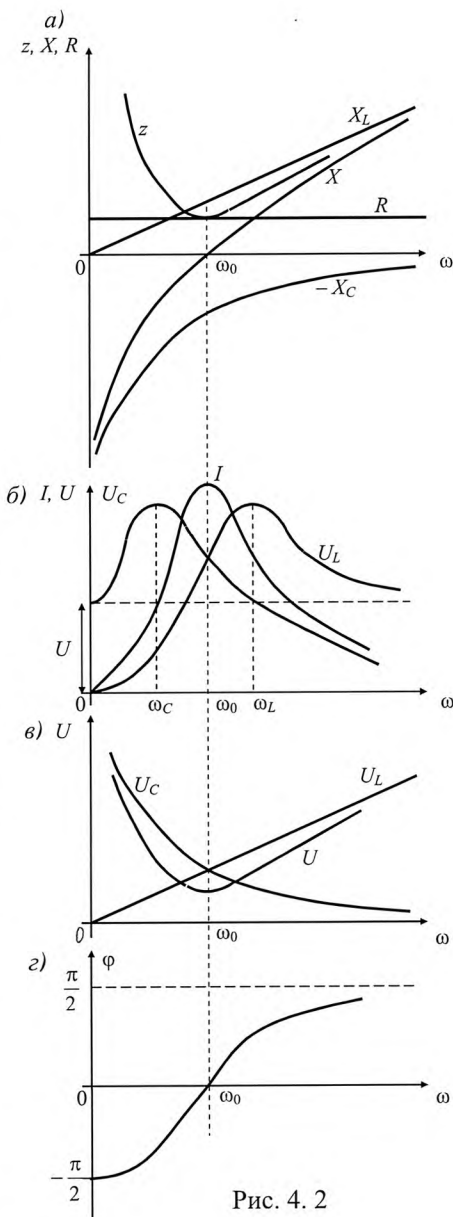


Рис. 4.2

η , можем получить выражение

$$\frac{I}{I_0} = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{1}{d^2} \left(\eta - \frac{1}{\eta} \right)^2}},$$

из которого видно, что единственным параметром, определяющим вид частотной характеристики I/I_0 , является затухание d цепи (рис. 4. 3).

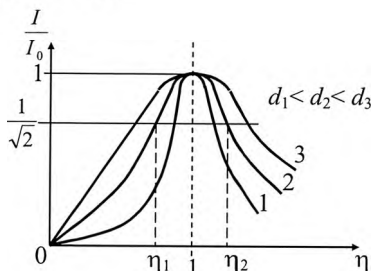


Рис. 4. 3

Приведенные кривые хорошо иллюстрируют избирательные свойства цепи. Чем меньше затухание d (т. е. чем больше добротность Q), тем сильнее выражено избирательное свойство цепи. Его характеризуют понятием *полосы пропускания* — такого диапазона частот, в котором мощность $I^2 R$ в цепи больше половины мак-

симально возможной мощности $I_0^2 R$ при резонансе. Поэтому принято говорить, что цепь пропускает сигналы таких частот, при которых $I > \frac{I_0}{\sqrt{2}}$. На рис. 4. 3 отмечены относительные граничные частоты

полосы пропускания η_1 и η_2 . Полоса пропускания связана с затуханием и добротностью цепи соотношением

$$\omega_0(\eta_2 - \eta_1) = \omega_0 d = \omega_0 / Q.$$

На рис. 4. 2, *в* представлены частотные характеристики $U(\omega)$, $U_L(\omega)$, $U_C(\omega)$ при питании цепи от источника синусоидального тока ($I_{\text{вх}} = \text{const}$). Эти зависимости имеют такой же характер, что и соответствующие зависимости $z(\omega)$, $X_L(\omega)$, $X_C(\omega)$, изображенные на рис. 4. 2, *а*.

На рис. 4. 2, *г* приведена зависимость $\varphi(\omega)$, определяемая выражением

$$\varphi = \text{arctg} \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R}.$$

2. Исследование резонанса при изменении одного из параметров при постоянной частоте приложенного к цепи напряжения.

Вид зависимостей напряжений на элементах цепи, напряжения на ее входе, а также тока от величины индуктивности L катушки определяется видом зависимостей активного, реактивного и полного сопротивлений цепи от L (рис. 4. 4, а).

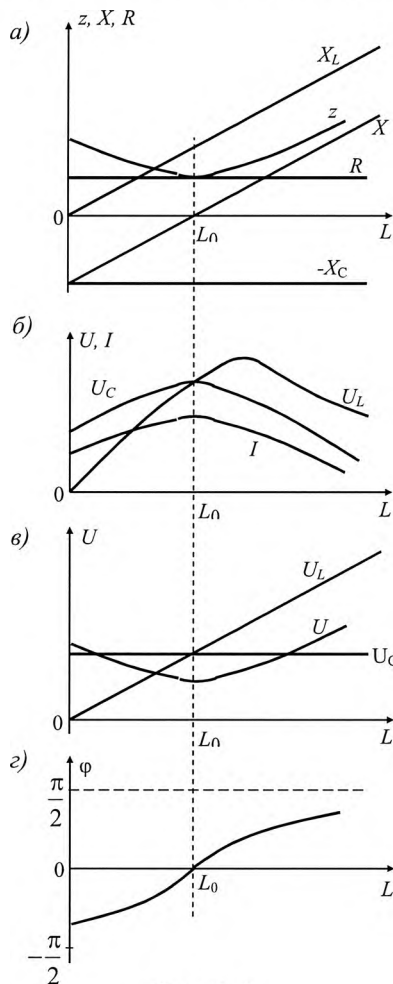


Рис. 4. 4

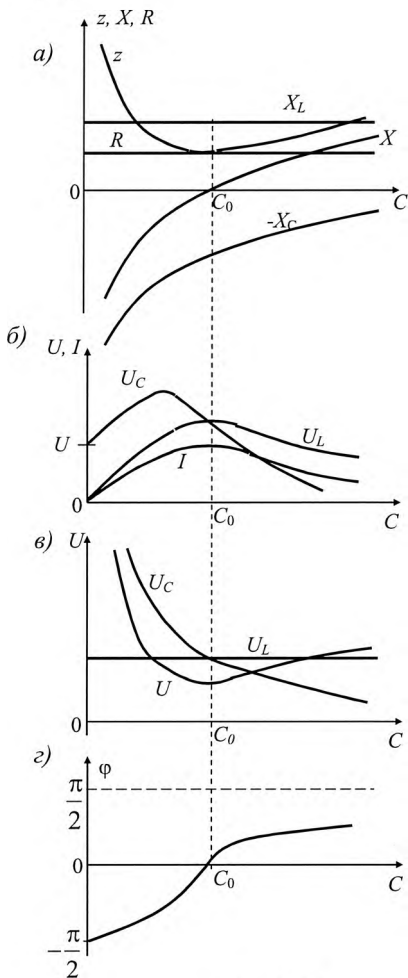


Рис. 4. 5

На рис. 4. 4, б представлены резонансные характеристики при $U_{\text{вх}} = \text{const}$. Так как $z(L)$ имеет при $L = L_0$ минимум, то $I(L)$ достигает максимума. Кривая $U_L(L)$, определяемая выражением $U_L = \omega LI$, также имеет максимум.

Зависимость напряжения на конденсаторе $U_C(L) = I(L) \cdot X_C$ подобна зависимости $I(L)$, так как X_C при изменении L не меняется. При уменьшении индуктивности ($L \rightarrow 0$) имеем

$$I(L) \rightarrow \frac{U}{\sqrt{R^2 + X_C^2}}, U_L(L) \rightarrow 0, U_C(L) \rightarrow U \frac{X_C}{\sqrt{R^2 + X_C^2}}.$$

При увеличении индуктивности ($L \rightarrow \infty$) получаем $I(L) \rightarrow 0$, $U_L(L) \rightarrow U$, $U_C(L) \rightarrow 0$.

Резонансные характеристики при $I_{\text{вх}} = \text{const}$ изображены на рис. 4. 4, в. Напряжение на катушке с ростом L линейно растет, напряжение на конденсаторе остается постоянным, а напряжение на зажимах цепи $U = z(L)I$ повторяет зависимость $z(L)$. На рис. 4. 4, г приведена зависимость $\varphi(L)$, определяемая выражением

$$\varphi = \text{arctg} \frac{U_L - U_C}{U_R}.$$

Вид зависимостей напряжений на элементах цепи, напряжения на входе цепи, а также тока в функции емкости C конденсатора определяется видом зависимостей активного, реактивного и полного сопротивлений цепи от C (рис. 4. 5, а).

На рис. 4. 5, б представлены резонансные характеристики при $U_{\text{вх}} = \text{const}$. Так как $z(C)$ имеет минимум, то $I(C)$ при $C = C_0$ достигает максимума. Кривая $U_C(C)$, определяемая выражением $U_C(C) = I/\omega C$, также имеет максимум.

Зависимость напряжения на катушке $U_L(C) = I(C)X_L$ подобна зависимости $I(C)$, так как X_L при изменении C не меняется. При уменьшении емкости ($C \rightarrow 0$) имеем $I(C) \rightarrow 0$, $U_L(C) \rightarrow 0$, $U_C(C) \rightarrow U$. При увеличении емкости ($C \rightarrow \infty$) получаем

$$I(C) \rightarrow \frac{U}{\sqrt{R^2 + X_L^2}}, U_L(C) \rightarrow U \frac{X_L}{\sqrt{R^2 + X_L^2}}, U_C(C) \rightarrow 0.$$

Резонансные характеристики при $I_{\text{вх}} = \text{const}$ изображены на рис. 4. 5, в. Зависимость напряжения на входе цепи $U = z(C)I$ подобна зависимости $z(C)$. Напряжение на конденсаторе с увеличением C

уменьшается по гиперболическому закону, а напряжение на катушке остается постоянным. На рис. 4. 5, 2 показана зависимость $\varphi(C)$.

Часть 2. Резонанс в цепи при смешанном соединении катушки индуктивности, конденсатора и резистора

Рассмотрим резонанс в цепи (рис. 4. 6) со смешанным соединением катушки индуктивности, конденсатора и резистора.

Этой цепи свойственны следующие особенности. Резонансная частота цепи зависит не только от параметров L , C , но также и от сопротивления R резистора

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{1}{R^2 C^2}}.$$

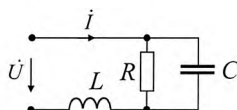


Рис. 4. 6

Можно показать, что в отличие от цепи с последовательным соединением участков R , L , C входной ток достигает максимума при частоте, не совпадающей с частотой резонанса. Кроме того, при постоянных частоте входного напряжения и индуктивности катушки резонанс имеет место при двух различных значениях емкости конденсатора (см. п. 1. Приложения).

На рис. 4. 7 построены резонансные характеристики $I(\omega)$, $U_L(\omega)$, $U_C(\omega)$ при $U_{\text{вх}} = \text{const}$ для случая, когда $R > \sqrt{\frac{L}{C}}$. Вид этих зависимостей определяется видом частотных характеристик $X_L(\omega)$, $X_{CR}(\omega)$, $R_3(\omega)$, $z_3(\omega)$. При $\omega \rightarrow 0$ ток в цепи стремится к значению U/R , напряжение на катушке стремится к нулю, а напряжение на конденсаторе — к напряжению на входе цепи. При $\omega \rightarrow \infty$ напряжение на конденсаторе стремится к нулю, а напряжение на катушке — к напряжению на входе цепи. Обратим внимание на то, что напряжения на катушке и конденсаторе при резонансе не равны друг другу. Из векторной диаграммы (рис. 4. 7), построенной при резонансе, видно, что напряжение на катушке меньше напряжения на конденсаторе.

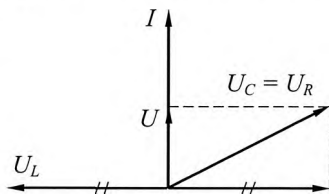


Рис. 4. 7