Лабораторная работа №1

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ И ГРАФИЧЕСКАЯ ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ ИЗМЕРЕНИЙ И ПРЕДСТАВЛЕНИЕ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ ДАННЫХ

Виды измерений

Под измерением понимают сравнение измеряемой физической величины с другой величиной, принятой за эталон. Измерения подразделяют на **прямые** и **косвенные**.

При **прямых** измерениях о**пределяемую величину** сравнивают с **эталоном** непосредственно или при помощи измерительного прибора, проградуированного в соответствующих единицах (линейка, весы, часы и др.). При **косвенных** измерениях **искомая величина** определяется (вычисляется) из результатов прямых измерений других величин, которые связаны с измеряемой величиной определённой ф**ункциональной зависимостью (вычисляется по формуле)**. Например, измеряя длину, ширину, высоту коробки, и используя линейку, мы осуществляем прямое измерение, а определяя объем коробки, перемножая значения длины, ширины, высоты, мы производим косвенное измерение.

При измерении любой физической величины выполняют следующее:

1. выбирают измерительный прибор или установку;
2. производят измерение;
3. вычисляют искомую величину по результатам измерений, оценивают погрешность.

Истинное значение физической величины обычно абсолютно точно определить нельзя. Каждое измерение даёт значение определяемой величины x с погрешностью Δx. Это значит, что истинное значение лежит в интервале:

$$x_{изм} - \Delta x \leq x_{ист} \leq x_{изм} + \Delta x, \tag{1}$$

где $x_{изм}$ – значение величины x, полученное при измерении; Δx характеризует **точность измерения** x.

Величину Δx называют **абсолютной погрешностью**, с которой определяется x.

Таким образом, **абсолютная погрешность** измеряемой величины называется разность между этой величиной и её точным значением (при этом из большего числа вычитается меньшее). Абсолютная погрешность измеряется в тех же единицах измерения, что и сама величина.

Относительной погрешностью измеряемой величины называется отношение абсолютной погрешности к самой этой величине.

$$\delta_x = \frac{\Delta x}{x_{\tilde{n}\eth}} 100\ \%. \tag{12}$$

Все погрешности при измерении физической величины подразделяются на **систематические**, **случайные** и **грубые** (ошибки). Причины возникновения погрешностей самые разнообразные. Понять возможные причины погрешностей и свести их к минимуму – это и означает грамотно поставить опыт и провести измерения.

1. ВИДЫ ПОГРЕШНОСТЕЙ ИЗМЕРЕНИЙ

Систематической называют такую погрешность, которая остаётся постоянной или закономерно изменяется при повторных измерениях одной и той же величины. Такие погрешности возникают в результате конструктивных особенностей измерительных приборов, неточности метода исследования, одних и тех же упущений экспериментатора, а также при применении для вычислений неточных формул, округлённых констант.

Измерительным прибором называют такое устройство, с помощью которого осуществляется сравнение измеряемой величины с эталоном. В любом приборе заложена та или иная **систематическая погрешность**, которую невозможно устранить, но порядок, которой можно учесть. Систематические погрешности либо увеличивают, либо уменьшают результаты измерения, т. е. эти погрешности характеризуются постоянством знака.

Случайные погрешности – ошибки, появление которых не может быть предупреждено. Поэтому они могут оказать определённое влияние на отдельное измерение, но при многократных измерениях они подчиняются статистическим законам и их влияние на результаты измерений можно учесть или значительно уменьшить. **Грубые погрешности** – чрезмерно большие ошибки, которые искажают результат измерения. Этот класс погрешностей вызван чаще всего неправильными действиями наблюдателя. Измерения, содержащие промахи и грубые погрешности, следует отбрасывать.

При лабораторных методах измерений, как правило, делают несколько измерений, отбрасывают заведомо неверные и вычисляют среднее арифметическое полученных значений, которое принимают за наиболее достоверное значение измеряемой величины. Затем производят оценку точности результата измерений.

2. ОЦЕНКА ТОЧНОСТИ РЕЗУЛЬТАТА ПРЯМОГО ИЗМЕРЕНИЯ

Пусть при повторении измерений в одних и тех же условиях 3-4 раза получено одинаковое значение $x = x_0$. Можно ли утверждать что $x_{ucm} = x_0$. Нет. Данный результат означает лишь, что истинное значение x находится в пределах интервала:

$$[x_0 - \Delta x,\ x_0 + \Delta x]. \qquad (2)$$

Погрешность Δx определяется в данном случае воспроизводящимися от опыта к опыту ошибками, обычно связанными с неточностью измерительных приборов или метода измерений. Такую погрешность Δx, как отмечалось, называют **систематической**. Проведение дальнейших измерений в этих условиях бессмысленно. Результат измерений записывают в виде равенства (2), где $\Delta x = \Delta x_{сист}$. Для более точного определения физической величины x в данном случае необходимо изменить постановку самого опыта: взять прибор более высокого класса точности, улучшить методику измерений и т. п. Оценка $\Delta x_{сист}$ требует анализа всех возможных причин, способных исказить результаты опыта. В простейшем случае $\Delta x_{сист}$ определяется погрешностями измерительных приборов, т. е. для поверенных приборов – их **классом точности**.

3. КЛАССЫ ТОЧНОСТИ ПРИБОРОВ

Для характеристики большинства измерительных приборов часто используют понятие **приведенной погрешности** $E_П$ (**класса точности**). Приведенная погрешность – это отношение абсолютной погрешности Δx к предельному значению $x_{пр}$ измеряемой величины (т.е. к наибольшему её значению, которое может быть измерено по шкале прибора). Приведенная погрешность, являясь по существу относительной погрешностью, выражается в процентах:

$$E_П = |\Delta x / x_{пр}| \cdot 100\ \%. \qquad (3)$$

По приведённой погрешности приборы разделяют на семь классов:0,1; 0,2; 0,5; 1,0; 1,5; 2,5; 4. Приборы класса точности 0,1; 0,2; 0,5 применяют для точных лабораторных измерений и называют прецизионными. В технике применяют приборы классов 1; 1,5; 2,5 и 4, называемые техническими приборами.

Класс точности прибора указывают на шкале прибора. Если на шкале такого обозначения нет, то данный прибор внеклассный, т. е. его приведенная погрешность более 4%. Завод, выпускающий прибор, гарантирует относительную погрешность измерения данным прибором, равную классу точности (приведенной погрешности) прибора при измерении величины, дающей отброс указателя прибора на всю шкалу. Определив по шкале прибора класс точности и предельное значение, легко рассчитать его абсолютную погрешность $\Delta x_{сист} = \pm / E_{П}\, x_{пр} / \cdot 100\ \%$, которую принимают одинаковой на всей шкале прибора. Знаки «+» и «-» означают, что погрешность может быть допущена как в сторону увеличения, так и в сторону уменьшения от истинного значения измеряемой величины. Правда, при использовании прибора для конкретных измерений редко бывает так, чтобы измеряемая величина давала отклонение на всю шкалу. Как правило, измеряемая величина меньше. Это увеличивает относительную погрешность измерения.

Для оптимального использования прибор (или соответствующую шкалу измерений) подбирают так, чтобы значение измеряемой величины попало в конец шкалы прибора, это уменьшит относительную погрешность измерения и приблизит её к классу точности прибора. **В тех случаях, когда на приборе класс точности не указан, абсолютная погрешность принимается равной половине цены наименьшего деления. Так, при измерении линейкой, наименьшее деление 1 мм, допускается ошибка до 0,5 мм. Для приборов, оснащённых нониусом, за приборную погрешность принимают погрешность, определяемую нониусом (для штангенциркуля – 0,1 мм или 0,05 мм; для микрометра – 0,01 мм).**

Точность прибора невозможно превзойти никаким методом измерения на нём. Для более точных измерений применяют прибор более высокого класса. Выбирая прибор для измерения какой-либо физической величины, руководствуются, прежде всего, целью измерения. Для измерения толщины проволоки нельзя пользоваться миллиметровой линейкой, нужен штангенциркуль, микрометр или другой более точный прибор (например, микроскоп). А для измерения площади лабораторного стола метровой линейки с сантиметровыми делениями достаточно.

4. ОЦЕНКА ТОЧНОСТИ ПРЯМЫХ МНОГОКРАТНЫХ ИЗМЕРЕНИЙ

Пусть при повторении измерений физической величины x в одинаковых условиях получили некоторые различные значения: x_1, x_2, …, x_n (n – число измерений). Это означает, что:

1) есть причины, приводящие к случайному отклонению каждого из измеренных значений х от постоянного значения из опыта хист (например, случайные помехи, трение в измерительных узлах и т. п.);

2) измеряемая величина х имеет случайный (статистический) характер, подобно тому, как случайно меняется во времени, например, транспортный поток на магистрали.

В первом случае наилучшей оценкой $x_{ист}$ является среднее арифметическое найденных значений x_i :

$$x_{ист} \approx x_{ср} = \frac{1}{n}(x_1 + x_2 + ... + x_n)\,. \qquad (4)$$

Во втором случае смысл $x_{ср}$, очевидно, не исчерпывается его определением как среднего измеренных значений x_i. Погрешность Δx, которую в этих условиях называют **случайной**, оценивают по формуле

$$\Delta x_{\text{сл}} = \sqrt{\frac{(x_1 - x_{\text{ср}})^2 + (x_2 - x_{\text{ср}})^2 + ... + (x_n - x_{\text{ср}})^2}{n(n-1)}}, \qquad (5)$$

где $x_{ср}$ находится из соотношения (4), а $n \geq 2$. Для оценки полной погрешности Δx необходимо знать и $\Delta x_{сл}$, *и* $\Delta x_{сист}$. Тогда

$$\Delta x = \sqrt{(\Delta x_{\text{сл}})^2 + (\Delta x_{\text{сист}})^2}, \qquad (6)$$

и результат измерений записывают в виде

$$x = x_{ср} \pm \Delta x, \qquad (7)$$

где $x_{ср}$ и Δx определяются соотношениями (4) и (6), а $\Delta x_{сист}$ – погрешность измерительного прибора.

Бессмысленно добиваться такого результата, при котором $\Delta x_{сл} << \Delta x_{сист}$. Наоборот, необходимое число измерений n можно определить из условия $\Delta x_{сл} \leq \Delta x_{сист}$, и почти всегда достаточно взять $n \leq 10$. Опыт показывает, что в студенческой лаборатории число измерений физических величин обычно равно 3–5.

При наличии случайных погрешностей появление того или иного значения x_i в процессе измерения является случайным событием. Существует некоторая вероятность появления значения x_i в интервале $\left(x_i - \Delta x_i, x_i + \Delta x_i \right)$, которая известна из теории вероятностей и определяется законом нормального распределения Гаусса[1]:

$$y(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\ \sigma} e^{\frac{-x(x-x_{cp})^2}{2\sigma^2}}, \qquad (8)$$

где σ – постоянная величина, называемая **дисперсией распределения**. Нормальное распределение характеризуется двумя параметрами: средним значением случайной величины $x_{ср}$, которое при бесконечно большом количестве измерений ($n \to \infty$) совпадает с её истинным значением, и дисперсией σ.

Доверительным интервалом называют интервал $(x_{ср} - \Delta x, x_{ср} + \Delta x)$, в который по определению попадает истинное значение $x_{ист}$ измеряемой величины с заданной вероятностью. **Надёжностью** α результата серии измерений называют вероятность того, что истинное значение $x_{ист}$ измеряемой величины попадает в данный доверительный интервал. Выражается α или в долях единицы, или в процентах. Чем больше доверительный интервал, т. е. чем больше задаваемая погрешность результата измерений Δx (6), тем с большей надёжностью искомая величина x попадает в этот интервал. Естественно, что величина α зависит от числа n произведённых измерений, а также от задаваемой погрешности Δx.

В случае большого числа измерений ($n \to \infty$) дисперсия σ, входящая в закон (8), оказывается равной среднеквадратичной погрешности отдельного измерения $\Delta x_{сл}$:

$$\Delta x_{сл} = \sigma \approx \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - x_{ср})^2}{n}}. \qquad (9)$$

Величина σ характеризует степень влияния случайных погрешностей на результаты измерения: чем меньше σ, тем точнее проведено измерение.

Обработка результатов серии измерений сводится к возможно более точному нахождению $x_{ср}$ и σ. Если при измерении абсолютная погрешность $\Delta x > 3\sigma$, то это измерение следует отнести к **грубым погрешностям** или **промаху**.

Величину 3σ обычно принимают за предельную абсолютную погрешность отдельного измерения (иногда вместо 3σ берут абсолютную погрешность измерительного прибора).

Смысл σ, как меры приближения измеренного значения величины x к истинному значению x_{ucm}, определяется физической сущностью измеряемой величины, а также физическими и конструктивными принципами, заложенными в методику измерений. Эти принципы в рамках данной методики не зависят от экспериментатора; следовательно, даже бесконечное увеличение числа измерений не даст заметного увеличения точности.

Поскольку нет смысла стремиться к очень большому числу измерений, то возникает вопрос: как изменяется надежность при изменении числа измерений? Зависимость эта сложна и не выражается элементарными функциями. Существуют специальные таблицы коэффициентов Стьюдента $t(\alpha,\ n)$, по которым можно определить, во сколько раз нужно увеличить стандартный доверительный интервал $[\pm S_x]$, чтобы при определённом числе измерений n получить заданную надёжность α (табл. 1). За стандартный принимают интервал $[\pm S_x]$, где

$$S_x = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - x_{cp})^2}{n\ \ (n-1)}} \tag{10}$$

Порядок обработки результатов измерений следующий:

3) выполняют n измерений и записывают их результаты в таблицу;

4) вычисляют по формуле (4) x_{cp};

5) по формуле (10) вычисляют Sx и находят по табл. 1 коэффициент Стьюдента t (α, n) в зависимости от заданной надёжности α и числа измерений n;

6) результат записывают в виде

$$x = x_{ср} \pm t(\alpha, n) S_x . \qquad (11)$$

Таблица 1

Число измерений, n	Надежность, α							
	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	0,95	0,98	0,999
2	1,00	1,38	2,0	3,1	6,3	12,7	31,8	636,6
3	0,82	1,06	1,3	1,9	2,9	4,3	7,0	31,6
4	0,77	0,98	1,3	1,6	2,4	3,2	4,5	12,9
5	0,74	0,94	1,2	1,5	2,1	2,8	3,7	8,6
6	0,73	0,92	1,2	1,5	2,0	2,6	3,4	6,9
7	0,72	0,90	1,1	1,4	1,9	2,4	3,1	6,0
8	0,71	0,90	1,1	1,4	1,9	2,4	3,0	5,4
9	0,71	0,90	1,1	1,4	1,9	2,3	2,9	5,0
10	0,70	0,88	1,1	1,4	1,8	2,3	2,8	4,8
15	0,69	0,87	1,1	1,3	1,8	2,1	2,6	4,1
20	0,69	0,86	1,1	1,3	1,7	2,1	2,5	3,9
40	0,68	0,85	1,1	1,3	1,7	2,0	2,4	3,6
60	0,68	0,85	1,0	1,2	1,7	2,0	2,4	3,5
120	0,68	0,85	1,0	1,2	1,7	2,0	2,4	3,4
∞	0,67	0,84	1,0	1,2	1,6	2,0	2,3	3,3

Это означает, что истинное значение измеряемой величины $x_{ист}$ находится в интервале $[\, x_{ср} - t(\alpha, n) S_x ; x_{ср} + t(\alpha, n) S_x \,]$ с надёжностью α.

Мерой точности результатов измерений является относительная погрешность (в %)

$$\delta_x = \frac{\Delta x}{x_{ñð}} 100\,\%. \qquad (12)$$

Обратную ей величину $\psi = 1/\delta_x$ называют точностью измерений. Используя таблицу коэффициентов Стьюдента, часто решают и обратную задачу: по известной абсолютной погрешности измерительного прибора и заданной величине надёжности определяют необходимое число измерений в серии.

5. ОЦЕНКА ТОЧНОСТИ КОСВЕННЫХ ИЗМЕРЕНИЙ

Как быть, если x определяется не прямым измерением, а косвенным, т. е. по результатам измерений других величин y и z . Пусть x является некоторой функцией y и z , т. е.

$$x = f\,(y,\, z). \qquad (13)$$

Тогда наилучшее значение при оценке x равно

$$x_{ср} = f\,(y_{ср},\ z_{ср}), \qquad (14)$$

где $y_{ср}$ *и* $z_{ср}$ находятся по формуле (4). Как же найти Δx, если известны Δy и Δz. Так как сами величины y и z находятся путём прямых измерений, то их погрешности и Δz можно оценить по формулам (5) и (6).

Заметим, прежде всего, что $\Delta x = x - x_{ср}$; следовательно, оценкой для Δx является разность

$$\Delta x = f\,(y_{ñð} + \Delta y,\ z_{ñð} + \Delta z) - f\,(y_{ñð},\ z_{ñð}) \approx \frac{\partial f}{\partial y}\Delta y + \frac{\partial f}{\partial z}\Delta z, \quad (15а)$$

т. е. ошибка косвенного измерения находится через ошибки прямых измерений по правилу дифференцирования. Поскольку погрешности всегда складываются, формулу (15а) следует записать в виде:

$$\Delta x = f\,(y_{ср} + \Delta y,\ \ z_{ср} + \Delta z) - f\,(y_{ср},\ \ z_{ср}) \approx \left|\frac{\partial f}{\partial y}\right|\Delta y + \left|\frac{\partial f}{\partial z}\right|\Delta z. (15б)$$

Часто этой оценки оказывается достаточно. Более точным является следующее выражение:

$$\Delta x = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)^2 (\Delta y)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial z}\right)^2 (\Delta z)^2}\ , \qquad (16)$$

где $\partial f / \partial y$ и $\partial f / \partial z$ – частные производные по y и z, взятые при значениях $y = y_{ср}$, $z = z_{ср}$. Часто удобно выражать точность, с которой найдено x, через относительную погрешность δ_x. По определению,

$$\delta_x = \frac{\Delta x}{x_{ñð}}, \qquad (17)$$

где $x_{ср}$ рассчитывают по формуле (4). Относительная погрешность, очевидно, является безразмерной величиной. Заметим, что, исходя из определения относительной погрешности, результат измерений величины x можно записать в виде

$$x = x_{ср}(1 \pm \delta_x),\ \text{т. к.}\ x = x_{ñð} \pm \Delta x = x_{ñð}(1 \pm \frac{\Delta x}{x_{ñð}})\ . \qquad (18)$$

Рассмотрим практически важный случай, когда x является степенной функцией y и z:

$$x = f(y, z) = y^m z^n, \qquad (19)$$

$$\frac{\partial f}{\partial y} = m y^{m-1} z^n,\ \frac{\partial f}{\partial z} = n y^m z^{n-1}, \qquad (20)$$

где m и n могут быть целыми или дробными, больше или меньше 0. Относительная погрешность равна

$$\delta_x = \frac{\Delta x}{x_{ср}} = \sqrt{m^2 \delta_y^2 + n^2 \delta_z^2}. \qquad (21)$$

Из соотношения (21) следует важный вывод: **при измерениях необходимо наиболее точно определять**

значение величины, входящей в расчётную формулу с наибольшим по модулю показателем степени.

Приведем простейшие случаи расчета предельных погрешностей результата косвенного измерения величины Y.

1. Пусть $Y = A + B$, а предельные абсолютные погрешности прямого измерения величин A и B соответственно равны ΔA и ΔB (это или погрешности измерительной аппаратуры, или результат расчёта). Тогда

$$Y \pm \Delta Y = (A \pm \Delta A) + (B \pm \Delta B) . \qquad (22)$$

Очевидно, наиболее невыгодный случай тот, когда ΔA и ΔB будут одинаковы по знаку, например $+\Delta A$ и $+\Delta B$, тогда предельная абсолютная погрешность равна $\pm\Delta Y = \Delta A + \Delta B$, а предельная относительная погрешность

$$\frac{\Delta Y}{Y} = \frac{\Delta Y}{A + B} = \frac{\Delta A + \Delta B}{A + B} . \qquad (23)$$

2. Пусть $Y = A \cdot B$, тогда

$$Y \pm \Delta Y = (A \pm \Delta A)(B \pm \Delta B) = AB \pm A\Delta B \pm B\Delta A \pm \Delta A \cdot \Delta B . \qquad (24)$$

Полагая величину $\Delta A \cdot \Delta B$ малыми, получаем

$$\frac{\Delta Y}{Y} = \frac{\Delta Y}{AB} = \frac{\Delta A}{A} + \frac{\Delta B}{B} . \qquad (25)$$

3. Пусть $Y = A^n$. Тогда $Y = AA \ldots A$. Предельная относительная погрешность равна

$$\frac{\Delta Y}{Y} = n\frac{\Delta A}{A} , \qquad (26)$$

а предельная абсолютная погрешность

$$\Delta Y = \frac{\Delta Y}{Y} Y = nA^{n-1}\Delta A . \qquad (27)$$

4. Пусть $Y = sin\alpha$. Тогда

$$Y \pm \Delta Y = \sin\alpha \pm \Delta(\sin\alpha) . \qquad (28)$$

и

$$Y \pm \Delta Y = \sin\alpha \pm \Delta\alpha\cos\alpha , \qquad (29)$$

и тогда

$$\frac{\Delta Y}{Y} = \frac{\Delta Y}{sin\,a} = \Delta actga\,. \qquad (30)$$

В табл. 2 приведены формулы для расчёта относительных предельных погрешностей физических величин, выражаемых наиболее употребительными функциями. Если в расчёты формулы входят константы, например число π, физические

Таблица 2

Вид функции	Предельная относительная погрешность
Y = A + B + C	$\frac{\Delta Y}{Y} = \frac{\Delta A + \Delta B + \Delta C}{A + B + C}$
Y = A - B	$\frac{\Delta Y}{Y} = \frac{\Delta A + \Delta B}{A - B}$
Y = A · B · C...	$\frac{\Delta Y}{Y} = \frac{\Delta A}{A} + \frac{\Delta B}{B} + \frac{\Delta C}{C} + \ldots$
$Y = A^n$	$\frac{\Delta Y}{Y} = n\frac{\Delta A}{A}$
$Y = \sqrt[n]{A}$	$\frac{\Delta Y}{Y} = \frac{1}{n}\frac{\Delta A}{A}$
$Y = \frac{A}{B}$	$\frac{\Delta Y}{Y} = \frac{\Delta A}{A} + \frac{\Delta B}{B}$
$Y = sin\,a$	$\frac{\Delta Y}{Y} = \Delta\alpha\, ctg\alpha$
$Y = cos\,a$	$\frac{\Delta Y}{Y} = \Delta\alpha\, tg\alpha$
$Y = tga$	$\frac{\Delta Y}{Y} = \frac{2\Delta\alpha}{\sin 2\alpha}$
$Y = ctga$	$\frac{\Delta Y}{Y} = \frac{2\Delta\alpha}{\sin 2\alpha}$

постоянные, табличные значения, то они берутся с такой точностью, чтобы число значащих цифр в них было на единицу больше, чем число значащих цифр в значениях измеряемых величин. Тогда константы практически не вносят погрешностей в результат измерений.

6. ПРАВИЛА ВЫЧИСЛЕНИЯ ПОГРЕШНОСТЕЙ

Погрешность обычно выражают одной значащей цифрой и лишь при особо ответственных измерениях – двумя. Погрешности измерения указывают, какие цифры являются сомнительными в числовом значении измеренной величины. Так как точность определения физической величины определяется измерением, а не вычислением, то округление числового значения результата измерения производится до цифры того же порядка, что и значение погрешности. При округлении результатов измерений необходимо помнить следующие правила приближенных вычислений.

1. «Лишние» цифры у целых чисел заменяются нулями, а у десятичных дробей отбрасываются.

Например, $Y = 123\ 357 \pm 678$ (до округления),

$Y = 123\ 400 \pm 700$ (после округления).

2. Если заменяемая нулём или отбрасываемая цифра старшего разряда меньше 5, то остающиеся цифры не изменяются, а если указанная цифра больше 5, то последняя остающаяся цифра увеличивается на единицу.

Например, $Y = 237{,}46 \pm 0{,}13$ (до округления),

$Y = 237{,}5 \pm 0{,}1$ (после округления).

3. Если заменяемая нулём или отбрасываемая цифра равна 5 (с последующими нулями), то округление производится так: последняя цифра в округлённом числе не изменяется, если она чётная, и увеличивается на единицу, если она нечётная.

Например, $Y = 237{,}465 \pm 0{,}121$ (до округления),

$Y = 237{,}46 \pm 0{,}13$ (после округления).

При представлении окончательных результатов физических измерений часто применяют запись числовых значений в виде десятичной дроби, умноженной на необходимую степень числа десять. Например, числа 3106; 0,0285; 0,120 записываются так: $3{,}106\ 10^{3}$; $2{,}85\ 10^{-2}$; $1{,}2\ 10^{-1}$. Так скорость света, равная 300 000 000 м/с, обычно записывают как $3 \cdot 10^{8}$ м/с.

7. ГРАФИЧЕСКОЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ ЭКСПЕРИМЕНТОВ

Графическое представление результатов измерений отличается простотой и наглядностью. Графическими методами можно находить значения физических величин, сопоставлять экспериментальные данные с теоретическими данными, выявлять характер функциональных зависимостей между величинами. График позволяет легко и быстро обнаружить грубые ошибки. Поэтому первичную графическую обработку данных рекомендуется выполнять непосредственно во время эксперимента. Предполагаемый ошибочный результат перепроверяют, выясняют причины, приведшие к его появлению.

График строят для установления функциональной зависимости между двумя физическими величинами. В лабораторных работах общего курса физики студентам предлагают построить двумерные графики на плоскости. В этом случае, в процессе эксперимента одну из величин изменяют, и при этом меняется вторая физическая величина. Принимается, что значением аргумента является та физическая величина, которую изменяют в эксперименте, а значением функции – искомая вторая физическая величина.

При построении двумерных графиков на плоскости следует руководствоваться рядом правил:

1. Графики строят, как правило, на миллиметровой бумаге. Размер поля графика определяется интервалом

изменения измеряемых физических величин и выбранными для них масштабами.

2. По оси ординат откладывают значения функции, по оси абсцисс – значения аргумента. Например, при изучении вольт – амперной характеристики вакуумного диода, т. е. зависимости силы тока I от приложенного напряжения U между электродами в вакуумном диоде, по оси абсцисс откладывают напряжение U, а по оси ординат – силу тока I.

3. На каждой из осей приводят только тот интервал изменения соответствующей физической величины, в котором велось исследование. Не обязательно, чтобы на графике помещалось начало координат. Например, при изучении зависимости сопротивления металлического проводника от температуры последний нагревался от 20 до 60 ^{0}C, при этом сопротивление образца изменялось от 0,9 до 1,5 кОм. Следовательно, по оси абсцисс достаточно отложить интервал от 20 до 60 ^{0}C, а по оси ординат – интервал от 0,9 до 1,5 кОм.

4. Масштаб осей графика выбирают, учитывая абсолютные погрешности тех величин, которые на них откладываются. Погрешность каждой из величин представляется в выбранном масштабе отрезком заметной длины. Масштаб по каждой из осей выбирают независимо друг от друга. Шкалы на осях, как правило, наносят в виде равноотстоящих чисел. Выбор этих чисел и густота их разметок в каждом конкретном случае должны обеспечивать простоту и удобство и чтения шкал.

5. Около осей указывают обозначения и единицы измерения соответствующих физических величин. Эти обозначения не следует наносить на поле, отведенном для графика. В случае очень больших или очень маленьких величин множители, определяющие порядок чисел, рекомендуется учитывать при обозначении физических величин.

6. Точки на график наносят аккуратно.. Если кривых несколько, то их обозначают по-разному.

7. Кривую по нанесенным точкам проводят карандашом, без изломов и перегибов на кривой так, чтобы она располагалась как можно ближе ко всем точкам, и по обе стороны от нее оказалась приблизительно равное их количество. Не следует проводить кривую через каждую точку. Точка на графике – это результат измерения. Он не абсолютно верен, в нем содержится погрешность. Если провести измерение физической величины несколько раз и нанести на график, то точки будут рассеяны около истинного результата. Отклонение точек от кривой отражает наличие погрешностей; это объективный и закономерный факт.

8. Любая особенность зависимости (максимум, минимум, перегиб и т. д.) на графике должна быть тщательно обоснована и по возможности объяснена. Для этого на соответствующем участке графика, где имеется особенность, необходимо иметь достаточное количество экспериментальных точек. Построение графика непосредственно во время эксперимента позволяет не пропустить такие особенности. Кривую по точкам проводят от руки или при помощи лекала. Для разных кривых на одном графике используют разные типы линий.

9. Каждый график подписывают; в подписи отражают основное его содержание, объясняют все приведенные кривые.

Рассмотрим построение графика на примере. Пусть при исследовании вольт-амперной характеристики вакуумного диода были получены экспериментальные данные, которые приведены в табл. 3. По полученным результатам требуется построить график зависимости силы тока от приложенного напряжения между электродами в вакуумном диоде.

Аргументом в данной задаче является напряжение, а ординатой служит сила тока. На рис. 1 представлен график, который построен по результатам, приведенным в табл. 3. Точками отмечены данные результатов измерений и проведена кривая.

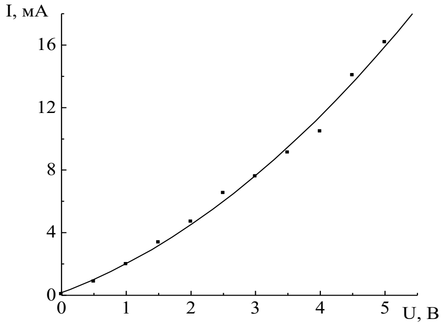

Рис. 1. Экспериментальные результаты измерения вольт-амперной характеристики вакуумного диода.

Шкала охватывает минимальные и максимальные значения, полученные в результате исследований. Масштаб подобран так, чтобы чтение результатов не представляло труда. Оси координат подписаны; также нанесены единицы измерений физических величин, причем ось ординат содержит множитель. При чтении данных с графика силу тока следует умножать на 10^{-3} А, например, первой точке соответствует следующее значение силы тока $0{,}88\ 10^{-3}$ А, и напряжение – 0,5 В. График имеет подпись, в которой отражены экспериментальные результаты исследования вольт-амперной характеристики вакуумного диода.

ЗАДАНИЕ

Цель работы заключается в том, чтобы получить значение физической величины в результате прямых и косвенных измерений. Каждый студент должен выбрать предмет в форме прямоугольного

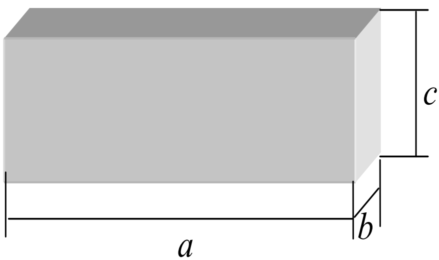

Рис.2.

параллелепипеда (коробка, книга и др.). Рис.2.

1. Измерить a, b, c. Каждую величину измерить по пять раз, определить средние значения $a_{ср}$, $b_{ср}$, $c_{ср}$. и их погрешности. Следуйте пп.4. Результаты запишите в виде:

$a = (a_{ср} \pm \Delta a)$ м,

$в = (b_{ср} \pm \Delta b)$ м ,

$c = (c_{ср} \pm \Delta c)$ м.

2. Определите объем параллелепипеда: $V_{ср} = a_{ср} \cdot b_{ср} \cdot c_{ср}$ (косвенное измерение). Следуйте пп.5. Результаты запишите в виде:

$V = (V_{ср} \pm \Delta V)$ м^3.

Примечание: чтобы определить ΔV, сначала рассчитайте $\frac{\Delta V}{V_{ср}} = \sqrt{\left(\frac{\Delta a}{a}\right)^2 + \left(\frac{\Delta b}{b}\right)^2 + \left(\frac{\Delta c}{c}\right)^2}$, а затем

$$\Delta V = V_{ср} \sqrt{\left(\frac{\Delta a}{a}\right)^2 + \left(\frac{\Delta b}{b}\right)^2 + \left(\frac{\Delta c}{c}\right)^2}$$

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Назовите погрешности результатов измерений.
2. Как оценить точность результата прямого измерения?
3. Чем определяется класс точности прибора?
4. Как рассчитать точность прямых измерений?
5. Как оценить точность косвенных измерений?
6. На основе примера расскажите о правилах вычисления погрешностей.
7. Назовите основные требования к представлению графических результатов эксперимента.

СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Лабораторный практикум по физике /Под ред. К. А. Барсукова и Ю. И. Уханова. М.: Высшая школа, 1988. – 351 с.

2. Майсова Н. Н. Практикум по курсу общей физики. / Н. Н. Майсова. М.: Высшая школа, 1970. – 448 с.
3. Каленков С. Г., Соломахо Г. И. Практикум по физике. Механика. / С. Г. Каленков, Г. И. Соломахо. М.: Высшая школа, 1990. – 111 с.
4. Метрология. Термины и определения. ГОСТ 16262-70. – М.: Издательство стандартов. 1984. – 53 с.