

Министерство образования Российской Федерации

Томский государственный  
архитектурно-строительный университет

## **ФИЗИКА**

Часть 1.1

Методические указания и задания для контрольной работы № 1

Под редакцией Л.А. Тепляковой и А.С. Тайлашева

Томск 2010

Физика. Часть 1.1: методические указания и задания для контрольной работы № 1 / Сост. Ю.А. Грибов, Л.А. Лисицына, Т.М. Полетика, Н.Р. Сизоненко, Л.А. Теплякова, Л.И. Тришкина, Ю.П. Шаркеев; под ред. Л.А. Тепляковой и А.С. Тайлашева. – Томск: Изд-во Том. гос. архит.-строит. ун-та, 2010. – 34 с.

Рецензент профессор В.Б. Каширин  
Редактор Е.Ю. Глотова

Методические указания и задачи к контрольной работе № 2 по дисциплине ЕН. Ф.3 «Физика» для студентов всех специальностей заочной формы обучения.

Печатаются по решению методического семинара кафедры физики № 11 от 25.05.2010 г.

с 01.09.10  
до 01.09.15

Подписано в печать  
Формат 60×84. Бумага офсет. Гарнитура Таймс.  
Уч.-изд. л. 1,72. Тираж 700 экз. Заказ №

Изд-во ТГАСУ, 634003, г. Томск, пл. Соляная, 2.  
Отпечатано с оригинал-макета в ООП ТГАСУ.  
634003, г. Томск, ул. Партизанская, 15.

# **РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ «ФИЗИКА» (Часть 1)**

## **Введение**

Предмет физики. Физика и другие науки. Роль физики в развитии техники. Физические величины. Методы физического исследования.

## **МЕХАНИКА ПОСТУПАТЕЛЬНОГО И ВРАЩАТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ**

1. Основные понятия кинематики: материальная точка, система отсчета, радиус-вектор, траектория, путь и перемещение. Кинематические уравнения движения.
2. Скорость. Средняя скорость. Мгновенная скорость. Средняя путевая скорость.
3. Ускорение. Среднее ускорение. Мгновенное ускорение.
4. Нормальное и тангенциальное ускорение.
5. Угловая скорость. Угловое ускорение. Связь между линейными и угловыми скоростью и ускорением.
6. Первый закон Ньютона. Инерциальные системы отсчета.
7. Второй закон Ньютона. Импульс тела. Импульс силы.
8. Третий закон Ньютона. Центральные силы.
9. Закон сохранения импульса.
10. Работа. Элементарная работа. Полная работа.
11. Теорема о связи работы с изменением кинетической энергии.
12. Потенциальное поле. Признак потенциального поля. Потенциальная энергия. Изменение потенциальной энергии.
13. Закон сохранения энергии.
14. Момент силы. Момент импульса.
15. Основное уравнение динамики вращательного движения твердого тела.

16. Момент инерции. Главные моменты инерции и главные оси вращения. Теорема Штейнера.
17. Закон сохранения момента импульса.
18. Работа при вращательном движении.
19. Кинетическая энергия вращающегося тела.

### **МЕХАНИЧЕСКИЕ КОЛЕБАНИЯ**

1. Колебательное движение. Период, частота колебаний.
2. Уравнение гармонических колебаний.
3. Скорость и ускорение при гармонических колебаниях.
4. Сила при гармонических колебаниях.
5. Колебания пружинного маятника.
6. Колебания математического маятника.
7. Колебания физического маятника. Приведенная длина.
8. Затухающие колебания.
9. Вынужденные колебания. Резонанс.
10. Сложение колебаний.
11. Энергия гармонических колебаний.

### **МЕХАНИЧЕСКИЕ ВОЛНЫ**

1. Определение волнового движения (волны).
2. Характеристики волны: волновая поверхность, фронтальные волны, длина волны, волновой вектор.
3. Уравнение плоской бегущей волны.
4. Интерференция волн.
5. Дифракция волн.

## ВАРИАНТЫ КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ № 1

Вариант	Номера задач						
1	111	121	131	141	151	161	171
2	112	122	132	142	152	162	172
3	113	123	133	143	153	163	173
4	114	124	134	144	154	164	174
5	115	125	135	145	155	165	175
6	116	126	136	146	156	166	176
7	117	127	137	147	157	167	177
8	118	128	138	148	158	168	178
9	119	129	139	149	159	169	179
0	120	130	140	150	160	170	180

## СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Трофимова, Т.И. Курс физики / Т.И. Трофимова. – М.: Академия, 2008. – 558 с.
2. Волькенштейн, В.С. Все решения к «Сборнику задач по общему курсу физики». В 2 кн. Кн. 1 / В.С. Волькенштейн. – М.: АСТ, 1999. – 432 с.
3. Трофимова, Т.И. Сборник задач по курсу физики с решениями / Т.И. Трофимова, З.Г. Павлова. – М.: Высшая школа, 2003. – 591 с.
4. Теплякова, Л.А. Физика. Механика: учебное пособие / Л.А. Теплякова, А.С. Тайлашев, М.И. Соловьёва [и др.]. – Томск: ТГАСУ, – 2002. – 152 с.

## КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 1

### 1. КИНЕМАТИКА ПОСТУПАТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ

Модуль вектора мгновенной скорости точки равен производной от пути по времени:

$$|\vec{v}| = \left| \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta S}{\Delta t} \right| = \frac{dS}{dt}. \quad (1.1)$$

Вектор перемещения  $\Delta \vec{r}$  есть вектор, проведенный из начального положения материальной точки в конечное положение. Модуль вектора перемещения в общем случае не равен длине пути, пройденном материальной точкой за время движения  $\Delta t$ . В случае прямолинейного движения точки выполняется равенство  $|\Delta \vec{r}| = \Delta S$ .

Модуль средней скорости определяется как

$$\langle v \rangle = \frac{\Delta S}{\Delta t}, \quad (1.2)$$

где  $\Delta S$  – путь, пройденный материальной точкой за промежуток времени  $\Delta t$ .

Модуль вектора ускорения определяется как производная от скорости по времени или как вторая производная от пути по времени:

$$|\vec{a}| = \left| \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} \right| = \left| \frac{d\vec{v}}{dt} \right| = \frac{d^2 S}{dt^2}. \quad (1.3)$$

Модуль среднего ускорение определяется как

$$\langle a \rangle = \left| \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} \right|, \quad (1.4)$$

где  $\Delta \vec{v}$  – приращение мгновенной скорости за время  $\Delta t$ ,

$\Delta \vec{v} = \vec{v}_2 - \vec{v}_1$ , где  $\vec{v}_1$  и  $\vec{v}_2$  – значения мгновенной скорости в момент времени  $t$  и  $t + \Delta t$ .

При движении точки вдоль координатной оси  $OX$  уравнение ее прямолинейного движения записывается в виде:

$$x = x_0 \pm v_{0x}t \pm \frac{a_x t^2}{2}, \quad (1.5)$$

$x_0$  – координата точки в момент времени  $t = 0$ ;  $v_{0x}$ ,  $a_x$  – проекции начальной скорости и ускорения точки на координатную ось  $OX$ .

**Пример.** Зависимость пройденного телом пути от времени задается уравнением  $S = A - Bt + Ct^2 + Dt^3$  ( $A = 6$  м;  $B = 3$  м/с;  $C = 2$  м/с<sup>2</sup>;  $D = 1$  м/с<sup>3</sup>). Определите для тела в интервале времени от  $t_1 = 1$  с до  $t_2 = 4$  с: 1) среднюю скорость; 2) среднее ускорение.

**Дано:**

$$S = A - Bt + Ct^2 + Dt^3$$

$$A = 6 \text{ м}$$

$$B = 3 \text{ м/с}$$

$$C = 2 \text{ м/с}^2$$

$$D = 1 \text{ м/с}^3$$

$$t_1 = 1 \text{ с}$$

$$t_2 = 4 \text{ с}$$

---


$$1) \langle v \rangle - ?$$

$$2) \langle a \rangle - ?$$

**Решение:**

В соответствии с уравнением (1.2) модуль средней скорости равен:

$$\langle v \rangle = \frac{\Delta S}{\Delta t} = \frac{S_2 - S_1}{t_2 - t_1},$$

где

$$S_2 = S \Big|_{t=t_2},$$

$$S_1 = S \Big|_{t=t_1}.$$

В соответствии с уравнением (1.1) модуль мгновенной скорости

$$v = \frac{dS}{dt} = \frac{d}{dt}(A - Bt + Ct^2 + Dt^3) =$$

$$=-B+2Ct+3Dt^2.$$

$\langle a \rangle$  определяется в соответствии с уравнением (1.4):

$$\langle a \rangle = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1},$$

где

$$v_2 = v \Big|_{t=t_2},$$

$$v_1 = v \Big|_{t=t_1}.$$

**Ответ:**  $\langle v \rangle = 28 \text{ м/с}$ ;  $\langle a \rangle = 19 \text{ м/с}^2$ .

### Задачи

**111.** Зависимость пройденного телом пути от времени задается уравнением  $S = A + Bt + Ct^2 + Dt^3$  ( $C = 0,1 \text{ м/с}^2$ ;  $D = 0,03 \text{ м/с}^3$ ). Определите:

1) через сколько времени после начала движения ускорение  $a$  тела будет равно  $2 \text{ м/с}^2$ ;

2) среднее ускорение  $\langle a \rangle$  тела за этот промежуток времени.

[1)  $t = 10 \text{ с}$ ; 2)  $\langle a \rangle = 1,1 \text{ м/с}^2$ ].

**112.** Прямолинейное движение тела описывается уравнением  $x = -2t^2 + 4t + 3$ . Определите модули векторов начальной скорости и ускорения. Определите, какое это движение: ускоренное или замедленное? Найдите координату тела в момент  $t_1 = 2 \text{ с}$ . Какой путь пройдет тело за время  $t_1$ ?

[ $|\vec{v}| = 4 \text{ м/с}$ ;  $|\vec{a}| = 4 \text{ м/с}^2$ ;  $S_x = 0$ ;  $x = 3 \text{ м}$ ].

**113.** Точка движется прямолинейно. Зависимость проекции вектора скорости на ось  $X$  от времени имеет вид

$v_x = -4t + 8$ ; все величины заданы в единицах СИ. Найдите кинематический закон движения материальной точки, считая  $x(0) = 3$  м. Найдите путь, пройденный точкой за время  $t_1 = 2$  с от начала движения. В какой момент времени  $t$  от начала движения точка вернется в исходное положение?

$$[x = -2t^2 + 8t + 3; S_x = 2 \text{ м}; t = 4 \text{ с}].$$

**114.** Скорость материальной точки при прямолинейном движении меняется по закону  $v_x = 2 - 2t$ ; все величины заданы в единицах СИ. Найдите через  $\tau = 4$  с после начала движения модуль вектора перемещения.  $[|\Delta\vec{r}| = 8 \text{ м}]$ .

**115.** Скорость прямолинейного движения материальной точки подчиняется закону  $v = 2t$ . Определите время, необходимое для смещения точки на  $S = 9$  м от места старта. Величины, входящие в уравнение, заданы в единицах СИ.  $[t = 3 \text{ с}]$ .

**116.** Тело движется из начала координат вдоль оси  $X$  согласно закону  $x = C_1 t - C_2 t^2$ , где  $C_1$  и  $C_2$  – положительные постоянные величины. Определите координату  $x_1$  точки, в которой скорость тела равна нулю. В какой момент времени  $t_1$  это произойдет?  $[x_1 = \frac{C_1^2}{4C_2}; t_1 = \frac{C_1}{2C_2} \text{ с}]$ .

**117.** Тело, которому была сообщена начальная скорость  $v_0 = 10$  м/с, движется с постоянным ускорением  $a = 2$  м/с<sup>2</sup>, направленным противоположно начальной скорости. Определите путь, пройденный телом за  $t_1 = 8$  с от начала движения. Считать  $x(0) = 0$ .  $[S = 16 \text{ м}]$ .

**118.** Кинематические уравнения движения двух материальных точек имеют вид:

$$x_1 = A_1 t + B_1 t^2 + C_1 t^3 \text{ и } x_2 = A_2 t + B_2 t^2 + C_2 t^3,$$

где  $B_1 = 4 \text{ м/с}^2$ ;  $C_1 = -3 \text{ м/с}^3$ ;  $B_2 = -2 \text{ м/с}^2$ ;  $C_2 = 1 \text{ м/с}^3$ . Определите момент времени, для которого ускорения этих точек будут равны. [ $t = 0,5 \text{ с}$ ].

**119.** Кинематические уравнения движения двух материальных точек имеют вид:

$$x_1 = A_1 + B_1 t + C_1 t^2 \text{ и } x_2 = A_2 + B_2 t + C_2 t^2,$$

где  $B_1 = B_2$ ,  $C_1 = -2 \text{ м/с}^2$ ;  $C_2 = 1 \text{ м/с}^2$ . Определите: 1) момент времени, для которого скорости этих точек будут равны; 2) ускорения  $a_1$  и  $a_2$  для этого момента.

$$[t = 0; a_1 = -4 \text{ м/с}^2; a_2 = 2 \text{ м/с}^2].$$

**120.** Расстояние между двумя точками в начальный момент  $\ell = 300 \text{ м}$ . Точки движутся навстречу друг другу со скоростями  $v_1 = 1,5 \text{ м/с}$  и  $v_2 = 3,5 \text{ м/с}$ . Выбрав систему отсчета, напишите закон движения для каждой материальной точки. Определите, в какой момент произойдет встреча точек? Найдите пути, пройденные каждой точкой до встречи.

$$\left[ \begin{aligned} x_1 = v_1 t = 1,5t; \quad x_2 = \ell - v_2 t = -3,5t + 300; \quad t_{\text{встр}} = \ell / (v_1 + v_2) = \\ = 60 \text{ с}; \quad S_1 = v_1 t_{\text{встр}} = 90 \text{ м}; \quad S_2 = v_2 t_{\text{встр}} = 210 \text{ м}. \end{aligned} \right]$$

## 2. КИНЕМАТИКА ВРАЩАТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ

### Основные формулы

1. Уравнение кинематики равномерного вращательного движения:

$$\varphi = \omega t,$$

где  $\varphi$  – угол поворота;  $\omega$  – угловая скорость вращения;  $t$  – время вращения.

2. Уравнения кинематики равнопеременного вращательного движения:

$$\varphi = \omega_0 t \pm \frac{\varepsilon t^2}{2};$$

$$\omega = \omega_0 \pm \varepsilon t,$$

где  $\omega_0$  – начальная угловая скорость;  $\omega$  – угловая скорость в момент времени  $t$ ;  $\varepsilon$  – угловое ускорение. Знак «+» относится к равноускоренному, «-» – к равнозамедленному вращению.

3. Связь между характеристиками:

$$\varphi = 2\pi N,$$

$$\omega = 2\pi \nu,$$

$$\nu = \frac{1}{T},$$

где  $N$  – число оборотов;  $\nu$  – частота вращения;  $T$  – период вращения.

**Пример.** Колесо автомашины вращается равнозамедленно. За время  $t = 2$  мин оно изменило частоту вращения от 4 до  $1 \text{ с}^{-1}$ . Определить: 1) угловое ускорение колеса; 2) число полных оборотов, сделанных колесом за это время.

**Дано:**

$$t = 120 \text{ с}$$

$$\nu_0 = 4 \text{ с}^{-1}$$

$$\nu = 1 \text{ с}^{-1}$$

$$\varepsilon = ?$$

$$N = ?$$

**Решение:**

Поскольку колесо автомобиля вращается равнозамедленно, то его движение описывается уравнениями кинематики равнозамедленного движения:

$$\varphi = \omega_0 t - \frac{\varepsilon t^2}{2}; \quad (2.1)$$

$$\omega = \omega_0 - \varepsilon t. \quad (2.2)$$

В этих уравнениях неизвестны:  $\varphi$  (угол поворота),  $\omega_0$  и  $\omega$  – угловая скорость в начале и в конце движения. Их можно выразить, используя связь между угловыми характеристиками:

$$\varphi = 2\pi N, \quad (2.3)$$

$$\omega_0 = 2\pi v_0, \quad (2.4)$$

$$\omega = 2\pi v. \quad (2.5)$$

Решим совместно систему уравнений (2.1)–(2.5). Вначале подставив (2.4) и (2.5) в уравнение (2.2), получим:

$$2\pi v = 2\pi v_0 - \varepsilon t.$$

Отсюда 
$$\varepsilon = \frac{2\pi(v - v_0)}{t}. \quad (2.6)$$

Проверим единицы измерения:

$$[\varepsilon] = \frac{[\pi] [v - v_0]}{[t]} = \frac{\text{рад}}{\text{с} \cdot \text{с}} = \frac{\text{рад}}{\text{с}^2}.$$

Произведем вычисления:

$$\varepsilon = \frac{2 \cdot 3,14(4-1)}{120} = 0,157 \left( \frac{\text{рад}}{\text{с}^2} \right).$$

Далее подставим связи (2.3), (2.4) и (2.6) в уравнение (2.1):

$$2\pi N = 2\pi v_0 t - \frac{2\pi(v_0 - v)t^2}{2t}.$$

Разделим получившееся уравнение на  $\pi$  и раскроем скобки:

$$2N = 2v_0 t - v_0 t + v t,$$

$$2N = v_0 t + v t,$$

$$N = \frac{(v_0 + v)t}{2}.$$

Проверим единицы измерения:

$$[N] = [v_0 + v] [t] = \frac{1}{c} c = 1.$$

Подставим данные задачи и произведем вычисления:

$$N = \frac{(4+1)120}{2} = 300.$$

**Ответ:**  $\varepsilon = 0,157 \text{ рад/с}^2$ ,  $N = 300$ .

### Задачи

**121.** Маховик начал вращаться равноускоренно и за 10 секунд достиг частоты вращения  $5 \text{ с}^{-1}$ . Определить угловое ускорение  $\varepsilon$  маховика и число оборотов, которое он сделал за это время. [ $\varepsilon = 3,14 \text{ рад/с}^2$ ;  $N = 25$ ].

**122.** Велосипедное колесо вращается с частотой  $5 \text{ с}^{-1}$ . Под действием сил трения через одну минуту оно остановилось. Определить угловое ускорение  $\varepsilon$  маховика и число оборотов  $N$ , которое он сделает за это время. [ $\varepsilon = 0,523 \text{ рад/с}^2$ ;  $N = 150$ ].

**123.** Колесо автомашины вращается равноускоренно. Сделав 50 полных оборотов, оно изменило частоту вращения от 4 до  $6 \text{ с}^{-1}$ . Определить угловое ускорение колеса. [ $\varepsilon = 1,26 \text{ рад/с}^2$ ].

**124.** Диск вращается с угловым ускорением  $\varepsilon = -2 \text{ рад/с}^2$ . Сколько оборотов  $N$  сделает диск при изменении частоты вращения от 6 до  $1,5 \text{ с}^{-1}$ ? Найти время  $t$ , в течение которого это произойдет. [ $N = 21,6$ ;  $t = 7,85 \text{ с}$ ].

**125.** Вал начинает вращаться и в первые 10 секунд совершает 50 оборотов. Считая вращение вала равноускоренным, оп-

ределить его угловое ускорение и конечную угловую скорость. [ $\varepsilon = 6,28 \text{ ад/с}^2$ ;  $N = 62,8$ ].

**126.** Колесо при вращении имеет начальную частоту  $5 \text{ с}^{-1}$ . После торможения в течение времени  $t = 4 \text{ с}$  частота стала  $3 \text{ с}^{-1}$ . Определить угловое ускорение колеса и число оборотов за это время. [ $\varepsilon = 3,14 \text{ рад/с}^2$ ;  $N = 16$ ].

**127.** Вентилятор, вращающийся с частотой  $15 \text{ с}^{-1}$ , после выключения сделал до остановки  $75$  оборотов. Сколько времени длился процесс выключения вентилятора до полной остановки? [ $t = 10 \text{ с}$ ].

**128.** Колесо, вращаясь равноускоренно, достигло угловой скорости  $20 \text{ рад/с}$  через  $10$  оборотов после начала вращения. Определить угловое ускорение колеса. [ $\varepsilon = 6,369 \text{ рад/с}^2$ ].

**129.** Вал вращается с частотой  $3 \text{ с}^{-1}$ . С некоторого момента вал начал вращаться равнозамедленно с угловым ускорением  $2 \text{ рад/с}^2$ . Через какое время вал остановится? Какое число оборотов он сделает за это время? [ $t = 9,42 \text{ с}$ ;  $N \approx 14$ ].

**130.** Якорь электродвигателя, имеющий частоту вращения  $50 \text{ с}^{-1}$ , после выключения тока, сделав  $N = 628$  оборотов, остановился. Определить угловое ускорение колеса. [ $\varepsilon = 12,5 \text{ ад/с}^2$ ].

### **3. ДИНАМИКА ПОСТУПАТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ. ЗАКОН НЬЮТОНА**

#### **Основные формулы**

1. Основное уравнение динамики материальной точки или тела, движущегося поступательно (II закон Ньютона), в векторной форме:

$$m\vec{a} = \sum_{i=1}^n \vec{F}_i,$$

где  $\sum_{i=1}^n \vec{F}_i$  – геометрическая сумма сил, действующих на материальную точку;  $m$  – масса её.

2. Сила трения скольжения

$$F_{\text{тр}} = \mu N,$$

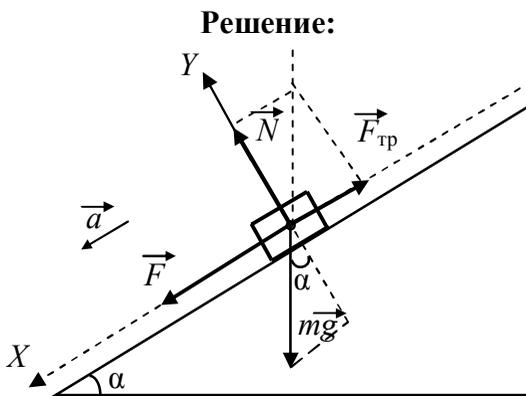
где  $\mu$  – коэффициент трения;  $N$  – сила нормальной реакции опоры.

**Пример.** Тело массой 10 кг находится на наклонной плоскости, составляющей угол наклона к горизонту  $30^\circ$ . Коэффициент трения 0,6. Какую силу нужно приложить к телу, чтобы перемещать его вниз по наклонной плоскости с ускорением  $2 \text{ см/с}^2$ ?

**Дано:**  
 $m = 10 \text{ кг}$   
 $\alpha = 30^\circ$   
 $\mu = 0,6$   
 $a = 2 \text{ см/с}^2$   


---

 $F = ?$



Уравнение динамики равноускоренного движения имеет вид:

$$\vec{F} + \vec{N} + \vec{F}_{\text{тр}} + m\vec{g} = m\vec{a},$$

где  $\vec{F}$  – сила, приложенная к телу;  $\vec{N}$  – сила нормальной реакции опоры;  $m\vec{g}$  – сила тяжести;  $\vec{F}_{\text{тр}}$  – сила трения.

Выберем оси координат и запишем это уравнение в скалярной форме в проекциях на оси  $X$  и  $Y$ .

Пусть ось  $X$  совпадает с направлением ускорения, тогда

$$\begin{cases} F + mg\sin\alpha - F_{\text{тр}} = ma; & (3.1) \\ N - mg\cos\alpha = 0. & (3.2) \end{cases}$$

Далее:

$$\begin{cases} F = F_{\text{тр}} - mg\sin\alpha + ma; & (3.1') \\ N = mg\cos\alpha. & (3.2') \end{cases}$$

но  $F_{\text{тр}} = \mu N$ . Тогда с учетом (3.2')  $F_{\text{тр}} = \mu mg\cos\alpha$ . Подставим это выражение в уравнение (3.1'):

$$F = \mu mg\cos\alpha - mg\sin\alpha + ma = m[g(\mu\cos\alpha - \sin\alpha) + a].$$

Проверим единицы измерения:

$$[F] = [m]([g] + [a]) = \text{кг} \cdot \text{м}/\text{с}^2 = \text{Н}.$$

Вычислим величину  $F$ :

$$F = 10[9,8(0,6 \cdot \cos 30^\circ - \sin 30^\circ) + 0,02] = 2,1(\text{Н}).$$

**Ответ:**  $F = 2,1 \text{ Н}$ .

### Задачи

**131.** Тело скользит по наклонной плоскости, составляющей с горизонтом угол  $45^\circ$ . Зависимость пройденного пути  $S$  от времени  $t$  даётся уравнением  $S = Ct^2$ , где  $C = 1,73 \text{ м}/\text{с}^2$ . Найти коэффициент трения тела о плоскость. [ $\mu = 0,5$ ].

**132.** На автомобиль массой  $1 \text{ т}$  во время движения действует сила трения  $F_{\text{тр}}$ , равная  $0,1$  действующей на него силе тяжести  $mg$ . Какова сила тяги  $F$ , развиваемая мотором автомобиля, если автомобиль движется с ускорением  $a = 1 \text{ м}/\text{с}^2$  в гору с уклоном  $1 \text{ м}$  на каждые  $25 \text{ м}$  пути. [ $F = 2,37 \text{ кН}$ ].

**133.** Брусок массой  $M = 300$  г соединен с грузом массой  $m = 200$  г невесомой и нерастяжимой нитью, перекинутой через блок. Брусок скользит без трения по наклонной плоскости, составляющей угол  $30^\circ$  с горизонтом. Чему равна сила натяжения нити? Массой блока пренебречь. [ $T = 1,8$  Н].

**134.** На столе стоит тележка массой  $m_1 = 4$  кг. К тележке привязан один конец шнура, перекинутого через блок. С каким ускорением  $a$  будет двигаться тележка, если к другому концу шнура привязать гиру массой  $m = 1$  кг? [ $a = 3,3$  м/с<sup>2</sup>].

**135.** Невесомый блок укреплен на конце стола. Гири одинаковой массы  $1$  кг соединены нитью и перекинуты через блок. Коэффициент трения второй гири о стол  $k = 0,1$ . Найти ускорение  $a$ , с которым движутся гири, и силу натяжения нити  $T$ . Массой блока пренебречь. [ $a = 2,02$  м/с<sup>2</sup>;  $T = 7,78$  Н].

**136.** Две гири с массами  $m_1 = 2$  кг и  $m_2 = 1$  кг соединены нитью и перекинуты через невесомый блок. Найти ускорение  $a$ , с которым движутся гири, и силу натяжения нити  $T$ . Трением в блоке пренебречь. [ $a = 3,27$  м/с<sup>2</sup>].

**137.** Два груза, масса которых  $m_1 = 2$  кг и  $m_2 = 3$  кг, связаны через блок нерастяжимой нитью. В начальный момент оба груза неподвижны и второй груз находится выше первого на  $h = 2$  м. Через какое время после начала движения грузы будут находиться на одинаковой высоте? Массами блока и нити пренебречь. [ $t = 1$  с].

**138.** Два тела, массы которых отличаются в  $2$  раза, связаны нитью, перекинутой через неподвижный блок. Определите первоначальное расстояние между телами  $h$ , если они окажутся на одном уровне через  $1,2$  с после начала движения. Трением в блоке пренебречь. [ $h = 1,56$  м].

**139.** Автомобиль делает поворот радиусом 16 м. Какую наибольшую скорость может развить автомобиль, чтобы его не «занесло», если коэффициент трения скольжения 0,4?  
 [ $v \leq 8$  м/с].

**140.** Тело начинает скользить по наклонной плоскости, составляющей с горизонтом угол  $45^\circ$ . Пройдя путь  $S = 36,4$  см, тело приобретает скорость  $v = 2$  см/с. Найти коэффициент трения тела о плоскость. [ $\mu = 0,2$ ].

#### 4. ИМПУЛЬС. ЗАКОН СОХРАНЕНИЯ ИМПУЛЬСА

##### Основные формулы

1. Импульс тела

$$\vec{p} = m\vec{v},$$

где  $m$  – масса тела,  $\vec{v}$  – скорость его движения.

2. Закон сохранения импульса замкнутой системы  $n$  тел:

$$\sum_{i=1}^n m_i \vec{v}_i = \text{const.}$$

**Пример.** Шар массой  $m_1 = 12$  кг сталкивается с шаром массой  $m_2 = 5$  кг. Удар шаров неупругий. Скорость первого шара до удара  $v_1 = 4$  м/с, а второго  $v_2 = 12$  м/с. Найдите общую скорость шаров после удара  $v$ , если шары до удара двигались навстречу друг другу.

**Дано:**

$$m_1 = 12 \text{ кг}$$

$$m_2 = 5 \text{ кг}$$

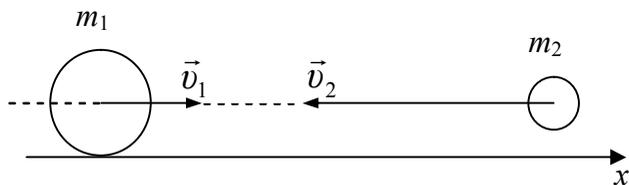
$$v_1 = 4 \text{ м/с}$$

$$v_2 = 12 \text{ м/с}$$

$$v - ?$$

$$18$$

**Решение**



Воспользуемся законом сохранения импульса для замкнутой системы тел. Во время удара сталкивающиеся шары можно считать замкнутой системой тел.

$$m_1\bar{v}_1 + m_2\bar{v}_2 = (m_1 + m_2)v.$$

Запишем закон сохранения импульса в скалярной форме в проекциях оси координат, в данном случае на ось  $X$ :

$$m_1v_1 - m_2v_2 = (m_1 + m_2)v.$$

Отсюда

$$v = \frac{m_1v_1 - m_2v_2}{m_1 + m_2}.$$

Проверим единицы измерения:

$$[v] = \frac{[m] [v]}{[m]} = \frac{\text{кг} \cdot \frac{\text{м}}{\text{с}}}{\text{кг}} = \frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

Проведем вычисления:

$$v = \frac{12 \cdot 5 - 4 \cdot 12}{12 + 4} = 0,75 \left( \frac{\text{м}}{\text{с}} \right).$$

**Ответ:**  $v = 0,75$  м/с.

### Задачи

**141.** Шар массой  $m_1 = 4$  кг сталкивается с шаром массой  $m_2 = 4$  кг. Удар шаров неупругий. Скорость первого шара до удара  $v_1 = 4$  м/с, а второго  $v_2 = 4$  м/с. Найдите общую скорость шаров после удара  $v$ , если шары до удара двигались навстречу друг другу. [ $v = 0$ ]

**142.** Шар массой  $m_1 = 10$  кг сталкивается с шаром массой  $m_2 = 6$  кг. Удар шаров неупругий. Скорость первого шара до удара  $v_1 = 10$  м/с, а второго  $v_2 = 4$  м/с. Найдите общую скорость шаров после удара  $v$ , если шары до удара двигались друг за другом. [ $v = 7,75$  м/с]

**143.** Шар массой  $m_1 = 10$  кг сталкивается с шаром массой  $m_2 = 6$  кг. Удар шаров неупругий. Скорость первого шара до удара  $v_1 = 10$  м/с. После удара шары движутся в направлении движения первого шара до удара. Их общая скорость после удара  $v = 4$  м/с. Найдите величину и направление скорости второго шара до удара  $v_2$ . [ $v_2 = 6$  м/с]

**144.** Шар массой  $m_1 = 10$  кг сталкивается с шаром массой  $m_2 = 6$  кг. Удар шаров неупругий. Скорость первого шара до удара  $v_1 = 10$  м/с. Шары после удара движутся в направлении, противоположном направлению движения первого шара до удара, их общая скорость после удара  $v = 4$  м/с. Найдите величину и направление скорости второго шара до удара  $v_2$ . [ $v_2 = 10,25$  м/с]

**145.** Шар массой  $m_1 = 4$  кг сталкивается со вторым шаром, движущимся в том же направлении, что и первый. Удар шаров неупругий. Скорость первого шара до удара  $v_1 = 10$  м/с, а второго  $v_2 = 9$  м/с. После удара шары двигаются в направлении движения первого шара и их общая скорость  $v = 4$  м/с. Найдите массу второго шара  $m_2$ . [ $m_2 = 4$  кг]

**146.** Шар массой  $m_1 = 4$  кг сталкивается со вторым шаром, движущимся навстречу первому шару. Удар шаров неупругий. Скорость первого шара до удара  $v_1 = 10$  м/с, а второго  $v_2 = 8$  м/с. После удара шары движутся в направлении движения первого

шара и их общая скорость  $v = 4$  м/с. Найдите массу второго шара  $m_2$ . [ $m_2 = 2$  кг]

**147.** Шар массой  $m_1 = 4$  кг сталкивается со вторым шаром, движущимся навстречу первому шару. Удар шаров неупругий. Скорость первого шара до удара  $v_1 = 10$  м/с, а второго  $v_2 = 8$  м/с. После удара шары не движутся. Найдите массу второго шара  $m_2$ . [ $m_2 = 0,5$  кг]

**148.** Снаряд, летевший горизонтально со скоростью  $v = 200$  м/с, разорвался на два осколка. Первый осколок массой  $m_1 = 5$  кг продолжал двигаться в прежнем направлении со скоростью 600 м/с. Найдите направление и величину скорости движения второго осколка  $v_2$ , если его масса  $m_2 = 5$  кг. [ $m_2 = -200$  м/с]

**149.** Снаряд, летевший горизонтально со скоростью  $v = 200$  м/с, разорвался на два осколка. Первый осколок массой  $m_1 = 5$  кг продолжал двигаться в прежнем направлении со скоростью  $v_1 = 600$  м/с. Найдите массу второго осколка  $m_2$ , если он двигался в направлении, противоположном движению снаряда со скоростью  $v_2 = 200$  км/с. [ $m_2 = 5$  кг]

**140.** Шар массой  $m_1 = 8$  кг сталкивается с шаром массой  $m_2 = 8$  кг. Удар шаров неупругий. Скорость первого шара до удара  $v_1 = 4$  м/с, а второй шар покоился. Найдите общую скорость шаров после удара  $v$ . [ $v = 2$  м/с]

## 5. ЗАКОН СОХРАНЕНИЯ ЭНЕРГИИ

### Основные формулы

1. Потенциальная энергия тела, поднятого на высоту  $h$  над Землей:

$$E_{\text{пот}} = mgh,$$

где  $m$  – масса тела;  $g$  – ускорение свободного падения.

2. Потенциальная энергия упруго деформированной пружины

$$E_{\text{пот}} = \frac{k(\Delta x)^2}{2},$$

где  $k$  – коэффициент жесткости;  $\Delta x$  - изменение длины пружины.

3. Кинетическая энергия тела, которое движется поступательно:

$$E_{\text{кин}} = \frac{mv^2}{2},$$

где  $v$  – скорость движения тела.

3. Закон сохранения механической энергии замкнутой системы из  $n$  тел:

$$\sum_{i=1}^n E_{\text{пот}i} + \sum_{i=1}^n E_{\text{кин}i} = \text{const.}$$

**Пример.** Тело массой  $m = 3$  кг свободно падает с высоты  $H = 5$  м. Найти потенциальную и кинетическую энергию на расстоянии  $h = 2$  м от поверхности Земли.

**Дано:**

$$m = 3 \text{ кг}$$

$$H = 5 \text{ м}$$

$$h = 2 \text{ м}$$

$$v_0 = 0$$

$$g = 9,8 \text{ м/с}^2$$

$$E_{\text{кин}} - ?$$

$$E_{\text{пот}} - ?$$

**Решение:**

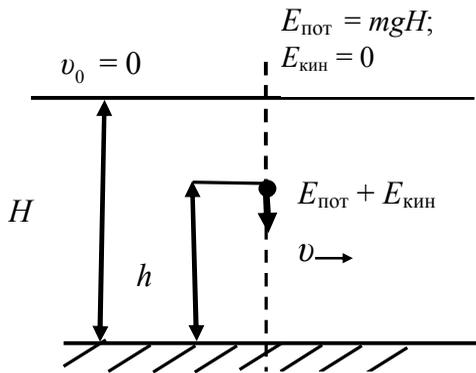


Рис. 5.1

На высоте  $H$  кинетическая энергия тела равна нулю, так как его начальная скорость равна нулю ( $v_0 = 0$ ). На высоте  $H$  тело обладает только потенциальной энергией  $E_{\text{пот}} = mgH$ .

По закону сохранения механической энергии

$$mgH = mgh + E_{\text{кин}},$$

откуда

$$E_{\text{кин}} = mgH - mgh.$$

Подставим данные задачи и проведем вычисления:

$$E_{\text{пот}} = 3 \cdot 9,8 \cdot 2 = 59 \text{ Дж},$$

$$E_{\text{кин}} = 3 \cdot 9,8 \cdot 5 - 59 = 88 \text{ Дж}.$$

Проведем проверку единиц измерения:

$$[E_{\text{кин}}] = \text{кг} \cdot \text{м} / \text{с}^2 \cdot \text{м} - \text{Дж} = \text{Н} \cdot \text{м} - \text{Дж} = \text{Дж} - \text{Дж} = \text{Дж}.$$

### Задачи

**151.** Мяч массой  $M_1 = 0,1$  кг свободно падает с высоты  $h = 10$  м. Определите потенциальную и кинетическую энергию в начале падения и на расстоянии  $h_1 = 4$  м от Земли. Сопротивлением воздуха пренебречь.

$[E_{\text{кин}} = 6 \text{ Дж}.$  В нижней точке  $E_{\text{кин}} = 10 \text{ Дж}]$ .

**152.** Баба копра массой 200 кг свободно падает с высоты 4,9 м без начальной скорости. Определить потенциальную и кинетическую энергию бабы копра в начале и в конце падения, а также в средней точке траектории.

$[E_{\text{пот}}$  (в начале)  $= 9,6 \cdot 10^3 \text{ Дж}; E_{\text{кин}} = 0; E_{\text{пот}}$  (в середине)  $= E_{\text{кин}} = 4,8 \cdot 10^3 \text{ Дж}; E_{\text{пот}}$  (в конце)  $= 0, E_{\text{кин}} = 9,6 \cdot 10^3 \text{ Дж}]$ .

**153.** Тело брошено вертикально вверх со скоростью  $v_0 = 16$  м/с. На какой высоте  $h$  его кинетическая энергия равна потенциальной энергии? Сопротивление воздуха не учитывать.

$[h = 6,5 \text{ м}]$ .

**154.** Определить кинетическую энергию тела массой  $M = 1$  кг, брошенного горизонтально со скоростью  $v_0 = 20$  м/с, в конце четвертой секунды его движения. [ $E_{\text{кин}} = 1 \cdot 10^3$  Дж].

**155.** Тело брошено вертикально вверх со скоростью  $v_0 = 49$  м/с. На какой высоте  $h$  его кинетическая энергия будет в два раза больше потенциальной? Сопротивление воздуха не учитывать. [ $h = 40,8$  м].

**156.** Определить потенциальную и кинетическую энергию тела массой  $M = 3$  кг, падающего свободно с высоты  $H = 5$  м, на расстоянии  $h = 2$  м от поверхности Земли. [ $E_{\text{кин}} = 88$  Дж;  $E_{\text{пот}} = 59$  Дж].

**157.** Свободно падающий камень массой 200 г имеет на высоте 350 м от Земли скорость 20 м/с. Определить потенциальную, кинетическую и полную энергию на этой высоте и через 3 с. [ $E_{\text{кин}} = 40$  Дж;  $E_{\text{пот}} = 720$  Дж;  $E_{\text{полн}} = 250$  Дж;  $E_{\text{пот}} = 560$  Дж].

**158.** Тело массой 5 кг поднимают вертикально вверх на высоту 10 м с помощью силы 120 Н. Найти конечную скорость тела. Начальная скорость равна нулю. [ $v = 5,4$  м/с].

**159.** Шар массой 1 кг, летящий со скоростью 4 м/с, при ударе сжимает пружину. Найдите максимальную энергию сжатия пружины. [ $E_{\text{сжатия}} = 8$  Дж].

**160.** Определите кинетическую энергию пули массой  $M_1 = 9,0$  г, летящей со скоростью  $v_1 = 600$  м/с, и человека массой  $M_2 = 60$  кг, бегущего со скоростью  $v_2 = 18$  км/ч. [ $E_{\text{пули}} = 1,6 \cdot 10^3$  Дж;  $E_{\text{человека}} = 7,5 \cdot 10^2$  Дж].

## 6. ДИНАМИКА ВРАЩАТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ

### Основные формулы

1. Основное уравнение динамики вращательного движения твердого тела:

$$\varepsilon = \frac{M}{I},$$

где  $\varepsilon$  – угловое ускорение вращающегося тела;  $I$  – момент инерции тела относительно оси вращения;  $M$  – момент силы относительно этой оси.

2. Момент силы  $\vec{F}$  относительно оси вращения:

$$M = F_{\perp} \ell,$$

где  $F_{\perp}$  – проекция силы  $\vec{F}$  на плоскость, перпендикулярную оси вращения;  $\ell$  – плечо силы  $\vec{F}$  (кратчайшее расстояние от оси вращения до линии действия силы). Если на тело действует несколько сил, то  $M$  – это результирующий момент сил.

3. Момент инерции однородного цилиндра массой  $m$  и радиусом  $R$  относительно оси цилиндра:

$$I = \frac{1}{2} mR^2.$$

4. Момент инерции стержня длиной  $\ell$ , массы  $m$  относительно оси, перпендикулярной стержню и проходящей через его середину:

$$I = \frac{1}{12} m\ell^2.$$

**Пример.** К ободу однородного диска радиусом  $R = 0,2$  м приложена касательная сила  $F = 98,1$  Н. При вращении на диск действует момент силы трения  $M_{\text{тр}} = 4,9$  Н·м. Найти массу  $m$  диска, если известно, что диск вращается с угловым ускорением  $\varepsilon = 100$  рад/с<sup>2</sup>.

**Дано:**

$$R = 0,2 \text{ м}$$

$$F_{\text{кас}} = 98,1 \text{ Н}$$

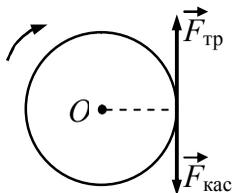
$$M_{\text{тр}} = 4,9 \text{ Н·м}$$

$$\varepsilon = 100 \text{ рад/с}^2$$

$m - ?$

**Решение**

К однородному диску приложена касательная сила, которая определяет его направление вращения (по часовой стрелке).



Ось вращения перпендикулярна плоскости чертежа.

Согласно основному закону динамики вращательного движения, вращающий момент  $M$ , приложенный к диску, равен произведению момента инерции  $I$  диска на его угловое ускорение  $\varepsilon$ :

$$M_{\text{рез}} = I\varepsilon. \quad (6.1)$$

Определим вращающий момент. На диск действуют две силы: касательная сила и сила трения. Эти силы создают вращающие моменты, приложенные к диску:

$$M_1 = F_{\text{кас}} R \text{ и } M_2 = F_{\text{тр}} R. \quad (6.2)$$

Векторы этих моментов направлены противоположно друг другу и результирующий момент сил равен:

$$M = F_{\text{кас}} R - F_{\text{тр}} R.$$

Момент инерции диска  $I = \frac{mR^2}{2}$ , и тогда уравнение (6.1) имеет вид:

$$\frac{1}{2} mR^2 \varepsilon = F_{\text{кас}} R - F_{\text{тр}} R, \quad (6.4)$$

или

$$\frac{1}{2}mR^2\varepsilon = F_{\text{кас}}R - M_{\text{тр}}. \quad (6.5)$$

Из уравнения (6.5) получаем:

$$m = \frac{2(F_{\text{кас}}R - M_{\text{тр}})}{R^2\varepsilon}.$$

Проверим единицы измерения:

$$\begin{aligned} [m] &= \frac{[FR] - [M_{\text{тр}}]}{[R^2] \cdot [\varepsilon]} = \frac{(H \cdot \text{м} - H \cdot \text{м})\text{с}^2}{\text{рад} \cdot \text{м}^2} = \frac{H \cdot \text{м} \cdot \text{с}^2}{\text{рад} \cdot \text{м}^2} = \\ &= \frac{\text{кг} \cdot \text{м} \cdot \text{м} \cdot \text{с}^2}{\text{с}^2 \cdot \text{рад} \cdot \text{м}^2} = \text{кг}. \end{aligned}$$

Проведем вычисления:

$$m = \frac{2(98,1 \cdot 0,2 - 4,9)}{0,2^2 \cdot 100} = 7,36 \text{ (кг)}.$$

**Ответ:**  $m = 7,36 \text{ кг}$ .

### ЗАДАЧИ

**161.** Однородный диск радиусом  $R = 0,2 \text{ м}$  и массой  $m = 0,5 \text{ кг}$  вращается вокруг оси, проходящей через его центр перпендикулярно плоскости вращения. Зависимость угловой скорости вращения диска  $\omega$  от времени  $t$  даётся уравнением  $\omega = A + Bt$ , где  $B = 8 \text{ рад/с}^2$ . Найти касательную силу  $F$ , приложенную к ободу диска. Трением пренебречь. [ $F = 4 \text{ Н}$ ].

**162.** Маховик, момент инерции которого  $I = 63,6 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$ , вращается с угловой скоростью  $\omega = 31,4 \text{ рад/с}$ . Найти момент сил торможения  $M$ , под действием которого маховик останавливается через  $20 \text{ с}$ . Маховик считать однородным диском. [ $M = 100 \text{ Нм}$ ].

**163.** К ободу колеса радиусом  $R = 0,5$  м и массой  $m = 50$  кг приложена касательная сила  $F$ , равная  $98,1$  Н. Найти угловое ускорение  $\varepsilon$  колеса. Через какое время  $t$  после начала действия силы колесо будет иметь частоту вращения  $\nu = 100$  с<sup>-1</sup>? Колесо считать однородным диском. Трением пренебречь. [ $\varepsilon = 80$  с].

**164.** Маховик радиусом  $R = 0,2$  м и массой  $m = 10$  кг соединён с мотором при помощи приводного ремня. Сила натяжения ремня, идущего без скольжения,  $T = 14,7$  Н. Какую частоту вращения  $\nu$  будет иметь маховик через время  $t = 10$  с после начала движения? Маховик считать однородным диском. Трением пренебречь. [ $\nu = 23,4$  рад/с].

**165.** Маховое колесо, момент инерции которого  $I = 245$  кг·м<sup>2</sup>, вращается с частотой  $\nu = 20$  рад/с. Через время  $t = 1$  мин после того, как на колесо перестал действовать момент сил  $M$ , оно остановилось. Найти момент сил трения  $M_{\text{тр}}$  и число оборотов  $N$ , которое сделало колесо до полной остановки после прекращения действия сил. Колесо считать однородным диском. Трением маховика пренебречь. [ $M_{\text{тр}} = 513$  Н·м;  $N = 600$ ].

**166.** Маховик, имеющий вид диска массой  $50$  кг, радиусом  $0,4$  м вращался, делая  $240$  об/мин. После начала торможения маховик остановился через  $10$  с. Найти момент сил трения, замедлявший вращение маховика. [ $M = 10$  Н·м].

**167.** Маховик, имеющий вид диска, массой  $100$  кг и радиусом  $50$  см вращался, делая  $360$  об/мин. На цилиндрическую поверхность маховика начала действовать тормозящая сила, равная  $20$  Н. Сколько оборотов сделает маховик до остановки? [ $N = 140$ ].

**168.** Тонкий однородный стержень длиной  $l = 50$  см и массой  $m = 400$  г вращается с угловым ускорением  $\varepsilon = 3$  рад/с<sup>2</sup> око-

ло оси, проходящей перпендикулярно стержню через его середину. Определить вращающий момент  $M$ . [ $M = 0,025 \text{ Н}\cdot\text{м}$ ].

**169.** Сплошной диск радиусом  $R = 20$  см вращается под действием постоянной касательной силы, равной  $40$  Н. Кроме того, на него действует момент сил трения  $2 \text{ Н}\cdot\text{м}$ . Угловое ускорение диска равно  $30 \text{ рад/с}^2$ . Определить массу диска. [ $m = 10 \text{ кг}$ ].

**170.** Однородный стержень длиной  $l = 1$  м и массой  $m = 0,5$  кг вращается в вертикальной плоскости вокруг горизонтальной оси, проходящей через середину стержня. С каким угловым ускорением  $\varepsilon$  вращается стержень, если на него действует вращающий момент сил  $M = 98,1 \text{ мН}\cdot\text{м}$ ? [ $\varepsilon = 2,35 \text{ рад/с}^2$ ].

## 7. ЗАКОН СОХРАНЕНИЯ МОМЕНТА ИМПУЛЬСА

### Основные формулы

1. Момент импульса ( $\vec{L}$ ) относительно оси вращения:

$$\vec{L} = I\vec{\omega},$$

где  $I$  – момент инерции тела относительно оси вращения;  $\vec{\omega}$  – угловая скорость вращения.

2. Закон сохранения момента импульса: в изолированной системе момент импульса сохраняется, т. е.

$$\vec{L} = \text{const} \quad \text{или} \quad \sum_{i=1}^n I_i \cdot \vec{\omega}_i = \text{const} .$$

3. Момент инерции стержня относительно оси, перпендикулярной стержню и проходящей через его середину,

$$I = \frac{1}{12} m \ell^2 ,$$

где  $m$  – масса стержня;  $\ell$  – длина стержня.

4. Момент инерции стержня относительно оси, перпендикулярной стержню и проходящей через его конец:

$$I = \frac{1}{3} m \ell^2 .$$

5. Момент инерции сплошного цилиндра или диска относительно оси симметрии:

$$I = \frac{1}{2} m R^2 ,$$

где  $m$  – масса цилиндра или диска;  $R$  – радиус цилиндра или диска.

**Пример.** В центре скамьи Жуковского стоит человек и держит в руках стержень, расположенный вертикально по оси вращения. Скамья с человеком вращается с угловой скоростью  $\omega_1 = 1$  рад/с. С какой угловой скоростью будет вращаться система, если повернуть стержень в горизонтальном положении так, что его середина совпадает с осью вращения? Длина стержня  $\ell = 2,4$  м, его масса  $m = 8$  кг. Суммарный момент инерции скамьи и человека  $I_0 = 6,0$  кг·м<sup>2</sup>.

**Дано:**

$$\omega_1 = 1 \text{ рад/с}$$

$$\ell = 2,4 \text{ м}$$

$$m = 8 \text{ кг}$$

$$I_0 = 6 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$$

$$\omega_2 = ?$$

**Решение**

Считая систему замкнутой, применим закон сохранения момента импульса:

$$\vec{L} = \text{const} .$$

В нашем случае:

$$I_0 \omega_1 = (I_0 + I) \omega_2 ,$$

где  $I = \frac{1}{12} m \ell^2$  – момент инерции стержня относительно оси вращения, проходящий через его середину.

Тогда:

$$\omega_2 = \frac{I_0}{I_0 + \frac{1}{12} m \cdot e^2} \omega_1 = \frac{6}{6 + \frac{1}{12} 8 \cdot 2,4^2} \approx 0,61 \text{ (рад/с)}.$$

Ответ:  $\omega_2 = 0,61$  рад/с.

### Задачи

**171.** Платформа в виде сплошного диска радиусом  $R = 1,5$  м и массой  $M = 180$  кг вращается по инерции вокруг вертикальной оси с частотой  $\nu = 10$  об/мин. В центре платформы стоит человек массой  $m = 60$  кг. Какую линейную скорость будет иметь человек, если он перейдет на край платформы? [1 м/с].

**172.** Два горизонтально расположенных диска вращаются вокруг общей оси. Ось проходит через их центры. Моменты инерции дисков относительно этой оси равны:  $I_1 = 5$  кг·м<sup>2</sup>,  $I_2 = 10$  кг·м<sup>2</sup>, а угловые скорости:  $\omega_1 = 2\pi$  рад/с и  $\omega_2 = \pi$  рад/с. После падения верхнего диска на нижний, благодаря трению между ними, оба диска через некоторое время начинают вращаться как одно целое. Найти общую угловую скорость системы из двух дисков. [4,19 рад/с].

**173.** Человек стоит на скамье Жуковского и ловит рукой мяч массой  $m = 0,4$  кг, летящий в горизонтальном направлении со скоростью  $v = 20$  м/с. Траектория мяча проходит на расстоянии  $r = 0,8$  м от вертикальной оси вращения скамьи. С какой угловой скоростью  $\omega$  начнет вращаться скамья Жуковского с человеком, поймавшим мяч, если суммарный момент инерции  $I$  человека и скамьи равен  $6$  кг·м<sup>2</sup>? [1,02 рад/с].

**174.** Платформа в виде диска радиусом  $R = 1$  м вращается по инерции с частотой  $\nu_1 = 6$  мин<sup>-1</sup>. На краю платформы стоит человек, масса,  $m$ , которого равна  $80$  кг. С какой частотой  $\nu_2$

будет вращаться платформа, если человек перейдет в ее центр? Момент инерции  $I$  платформы равен  $120 \text{ кг}\cdot\text{м}^2$ . Момент инерции человека рассчитывать, как для материальной точки. [ $10 \text{ мин}^{-1}$ ].

**175.** Горизонтальная платформа массой  $m = 25 \text{ кг}$  и радиусом  $R = 0,8 \text{ м}$  вращается с частотой  $\nu_1 = 18 \text{ мин}^{-1}$ . В центре стоит человек и держит в расставленных руках гири. Считая платформу диском, определить частоту вращения платформы, если человек, опустив руки, уменьшит свой момент инерции от  $I_1 = 3,5 \text{ кг}\cdot\text{м}^2$  до  $I_2 = 1 \text{ кг}\cdot\text{м}^2$ . [ $23 \text{ мин}^{-1}$ ].

**176.** В центре скамьи Жуковского стоит человек и вместе с ней вращается по инерции. Частота вращения  $\nu_1 = 0,5 \text{ с}^{-1}$ . Момент инерции  $I_0$  тела человека относительно оси вращения равен  $1,6 \text{ кг}\cdot\text{м}^2$ . В вытянутых в стороны руках человек держит по гире массой  $m = 2 \text{ кг}$  каждая. Расстояние между гирями  $\ell_1 = 1,6 \text{ м}$ . Определить частоту вращения  $\nu_2$  скамьи с человеком, когда он опустит руки и расстояние  $\ell_2$  между гирями станет равным  $0,4 \text{ м}$ . Моментом инерции скамьи пренебречь. [ $1,18 \text{ с}^{-1}$ ].

**177.** Человек массой  $m = 60 \text{ кг}$ , стоявший на краю горизонтальной платформы массой  $M = 120 \text{ кг}$ , вращающейся по инерции вокруг неподвижной вертикальной оси с частотой  $\nu_1 = 10 \text{ мин}^{-1}$ , переходит к ее центру. Считая платформу круглым однородным диском, а человека – точечной массой, определить, с какой частотой  $\nu_2$  будет тогда вращаться платформа. [ $20 \text{ мин}^{-1}$ ].

**178.** Человек, стоящий на скамье Жуковского, держит в руках стержень длиной  $\ell = 2,5 \text{ м}$  и массой  $m = 8 \text{ кг}$ , расположенный вертикально вдоль оси вращения скамейки. Эта система (скамья и человек) обладает моментом инерции  $I = 10 \text{ кг}\cdot\text{м}^2$  и вращается с частотой  $\nu_1 = 12 \text{ мин}^{-1}$ . Определить частоту  $\nu_2$  вращения системы, если стержень повернуть в горизонтальное положение. [ $8,5 \text{ мин}^{-1}$ ].

**179.** Студент на скамье Жуковского держит на вытянутых руках гантели и вращается с угловой скоростью  $\omega_1$ . Затем он прижимает руки к груди. В первоначальном положении расстояние между гантелями  $\ell_1 = 120$  см, а во втором  $\ell_2 = 20$  см. Считая, что момент импульса платформы и студента много меньше момента импульса гантелей, сравните начальную и конечную угловую скорости вращения. [0,028].

**180.** Студент вращается на скамье Жуковского и держит на вытянутых руках гантели. Скамья вращается с угловой скоростью  $\omega_1 = 0,5$  рад/с. Затем студент прижимает гантели к груди, и скамья начинает вращаться с угловой скоростью  $\omega_2$ . Определить величину  $\omega_2$ , если расстояние между гантелями в первом случае  $\ell_1 = 120$  см, а во втором –  $\ell_2 = 20$  см. Считать, что в первоначальном состоянии моменты импульса студента и гантелей одинаковы. [0,97 рад/с].

## ОГЛАВЛЕНИЕ

Введение.....	3
1. Кинематика поступательного движения.....	6
2. Кинематика вращательного движения.....	10
3. Динамика поступательного движения. Закон Ньютона.....	14
4. Импульс. Закон сохранения импульса.....	18
5. Закон сохранения энергии.....	21
6. Динамика вращательного движения.....	25
7. Закон сохранения момента импульса.....	29