Министерство образования Российской Федерации

Томский государственный
архитектурно-строительный университет

# ФИЗИКА

Часть 1.2

Методические указания и задания для контрольной работы № 2

Под редакцией А.С. Тайлашева и Л.А. Тепляковой

Томск 2010

Физика. Часть 1.2: методические указания и задания для контрольной работы № 2 / Сост. И.А. Божко, Н.А. Конева, С.Ф. Киселева, В.П. Пашко, С.В. Старенченко, М.В. Федорищева, Т.В. Черкасова; под ред. А.С. Тайлашева и Л.А. Тепляковой. – Томск: Изд-во Том. гос. архит.-строит. ун-та, 2010. – 42 с.

Рецензент профессор В.Б. Каширин
Редактор Е.Ю. Глотова

Методические указания и задачи к контрольной работе № 2 по дисциплине ЕН. Ф.3 «Физика» для студентов всех специальностей заочной формы обучения.

Печатаются по решению методического семинара кафедры физики № 11 от 25.05.2010 г.

с 01.09.10
до 01.09.15

Подписано в печать
Формат 60×84. Бумага офсет. Гарнитура Таймс.
Уч.-изд. л. 2,15. Тираж 700 экз. Заказ №

Изд-во ТГАСУ, 634003, г. Томск, пл. Соляная, 2.
Отпечатано с оригинал-макета в ООП ТГАСУ.
634003, г. Томск, ул. Партизанская, 15.

## МОЛЕКУЛЯРНАЯ ФИЗИКА И ТЕРМОДИНАМИКА

1. Методы термодинамики и молекулярно-кинетической теории вещества.

2. Уравнение состояния идеального газа.

3. Основное уравнение молекулярно-кинетической теории идеального газа.

4. Температура. Связь между температурой и давлением.

5. Количество теплоты, теплоемкость. Первое начало термодинамики. Термодинамическая работа.

6. Внутренняя энергия идеального газа.

7. Работа и теплоемкость идеального газа при изохорном процессе.

8. Работа и теплоемкость идеального газа при изобарном процессе. Уравнение Майера.

9. Работа и теплоемкость идеального газа при изотермическом процессе.

10. Работа при адиабатическом процессе.

11. Цикл. КПД цикла. Второе начало термодинамики.

12. Цикл Карно. КПД цикла Карно.

13. Приведенное количество теплоты. Энтропия. Свойства энтропии.

## ЭЛЕКТРОСТАТИКА

1. Электрический заряд. Свойства электрического заряда.

2. Закон Кулона.

3. Напряженность электростатического поля. Напряженность поля точечного заряда. Принцип суперпозиции электростатических полей (для напряженностей).

4. Диэлектрическая проницаемость вещества. Линии вектора напряженности – силовые линии. Силовые линии поля точечного заряда, поля диполя. Однородное электростатическое поле.

5. Поток вектора напряженности $\vec{E}$. Теорема Остроградского – Гаусса.

6. Применение теоремы Остроградского – Гаусса для расчета напряженности поля равномерно заряженной нити, поля равномерно заряженной плоскости, поля в плоском заряженном конденсаторе, поля заряженной сферы.

7. Работа по перемещению заряда в электростатическом поле.

8. Признак потенциального поля. Потенциальная энергия взаимодействия зарядов, потенциал электростатического поля, знак потенциала.

9. Принцип суперпозиции полей (для потенциалов). Связь между напряженностью и потенциалом, эквипотенциальные поверхности.

10. Диполь в электростатическом поле. Электрический момент диполя. Электростатическое поле в веществе.

11. Типы диэлектриков. Поляризация диэлектриков.

12. Проводник в электростатическом поле. Электрическое поле в проводнике. Поле вокруг заряженного проводника, острия.

13. Электроемкость проводника.

14. Электроемкость конденсатора. Параллельное и последовательное соединение конденсаторов.

15. Движение заряженных частиц в однородном электростатическом поле.

## ПОСТОЯННЫЙ ЭЛЕКТРИЧЕСКИЙ ТОК

1. Электрический ток.

2. Условия возникновения электрического тока.

3. Электродвижущая сила источника тока.

4. Электросопротивление металлических проводников и его зависимость от температуры.

5. Закон Ома для однородного участка цепи в интегральной и дифференциальной форме.

6. Закон Ома для неоднородного участка цепи. Падение напряжения. Закон Ома для замкнутой цепи.

7. Закон Джоуля–Ленца в интегральной и дифференциальной формах.

## ВАРИАНТЫ КОНТРОЛЬНАОЙ РАБОТЫ № 2

| Вариант | Номера задач | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 211 | 221 | 231 | 241 | 251 | 261 |
| 2 | 212 | 222 | 232 | 242 | 252 | 262 |
| 3 | 213 | 223 | 233 | 243 | 253 | 263 |
| 4 | 214 | 224 | 234 | 244 | 254 | 264 |
| 5 | 215 | 225 | 235 | 245 | 525 | 265 |
| 6 | 216 | 226 | 236 | 246 | 256 | 266 |
| 7 | 217 | 227 | 237 | 247 | 257 | 267 |
| 8 | 218 | 228 | 238 | 248 | 258 | 268 |
| 9 | 219 | 229 | 239 | 249 | 259 | 269 |
| 0 | 220 | 230 | 240 | 250 | 260 | 270 |

## РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. Трофимова, Т.И. Курс физики / Т.И. Трофимова. – М.: Академия, 2008. – 558 с.

2. Волькенштейн, В.С. Все решения к «Сборнику задач по общему курсу физики». В 2 кн. Кн. 1 / В.С. Волькенштейн. – М.: АСТ, 1999. – 432 с.

3. Трофимова, Т.И. Сборник задач по курсу физики с решениями / Т.И. Трофимова, З.Г. Павлова. – М.: Высшая школа, 2003. – 591 с.

4. Физика. Основы молекулярной физики и термодинамики: учебное пособие / С.В. Старенченко, А.С. Тайлашев, Л.И. Тришкина [и др.]. – Томск: ТГАСУ, 2002. – 103 с.

5. Киселева, С.Ф. Физика. Электростатика: учебное пособие / С.Ф. Киселёва, Н.А. Конева, Ю.Ф. Иванов. – Томск: ТГАСУ, 2000. – 97 с.

# КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 2

## 1. УРАВНЕНИЕ СОСТОЯНИЯ ИДЕАЛЬНОГО ГАЗА

### Основные формулы

1. Уравнение состояния идеального газа (уравнение Менделеева–Клапейрона)

$$PV = \frac{m}{\mu} RT,$$

где $P$ – давление газа, $V$ – его объем, $m$ – масса газа, $\mu$ – его молярная масса, $R$ – газовая постоянная, $T$ – температура.

2. Количество вещества (число молей вещества)

$$\nu = \frac{m}{\mu}.$$

3. Плотность вещества

$$\rho = \frac{m}{V}.$$

4. Концентрация молекул

$$n = \frac{N}{V},$$

где $N$ – число молекул, содержащихся в объеме $V$.

5. Постоянная Больцмана

$$k = \frac{R}{N_A},$$

где $N_A$ – число Авогадро, – число структурных элементов (атомов, молекул, ионов), содержащихся в 1 моле вещества.

6. Уравнение состояния идеального газа

$$P = nkT.$$

$N_A = 6{,}02 \cdot 10^{23}$ моль$^{-1}$; $k = 1{,}38 \cdot 10^{-23}$ Дж/К; $R = 8{,}31$ Дж/(моль·К).

**Пример**. Найдите плотность азота при температуре $T = 400$ К и давлении $P = 2$МПа.

**Дано:**
$P = 2$ МПа $= 2 \cdot 10^6$ Па;
$T = 400$ К;
$\mu = 28 \cdot 10^{-3}$ кг/моль.

$\rho$ – ?

**Решение**

Запишем уравнение состояния идеального газа (считаем, что газ идеальный):

$$PV = \frac{m}{\mu} RT. \qquad (1.1)$$

Плотность газа $\rho = \dfrac{m}{V}$, тогда $m = \rho \cdot V$. Подставим последнее выражение для $m$ в (1.1) и найдем из него $\rho$:

$$\rho = \frac{P\mu}{RT}. \qquad (1.2)$$

Подставим в (1.2) необходимые данные и вычислим $\rho$. При вычислении $\rho$ используем единицы СИ.

$$\rho = 2 \cdot 10^{-6} \cdot 28 \cdot 10^{-3} / 8{,}31 \cdot 4 = 56 \cdot 10 / 8{,}31 \cdot 4 = 16{,}8 \text{ (кг/м}^3\text{)}.$$

Проверяем единицы измерения:

$$[\rho] = \frac{\dfrac{\text{Па} \cdot \text{кг}}{\text{моль}}}{\dfrac{\text{Дж} \cdot \text{К}}{\text{К} \cdot \text{моль}}} = \frac{\dfrac{\text{Н} \cdot \text{кг}}{\text{м}^2}}{\text{Н} \cdot \text{м}} = \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}.$$

**Ответ**: $\rho = 17$ кг/м$^3$.

**Задачи**

**211.** В баллоне вместимостью $V = 15$ л находится аргон под давлением $P_1 = 600$ кПа и при температуре $T_1 = 300$ К. Когда из баллона было взято некоторое количество газа, давление в баллоне понизилось до $P_2$ = 400 кПа, а температура установилась $T_2$ = 260 К. Определить массу $\Delta m$ аргона, взятого из баллона. [$\Delta m = 2{,}1\cdot10^{-3}$ кг].

**212**. В баллоне находится газ при температуре $T_1$ = 400 К. До какой температуры $T_2$ надо нагреть газ, чтобы его давление увеличилось в 1,5 раза? [$T_2$ = 600 К].

**213**. Вычислить плотность ρ азота, находящегося в баллоне под давлением $P$ = 2 МПа и имеющего температуру $T$ = 400 К. [ρ = 0,4 г/см$^3$].

**214.** В баллоне вместимостью $V$ = 3 л содержится кислород массой $m$ = 10 г. Определить концентрацию молекул газа ($n$). [$n = 6\cdot10^{25}$ м$^{-3}$].

**215.** Определить концентрацию $n$ молекул газа, находящегося в сосуде вместимостью $V$ = 2 л. Количество вещества ν кислорода равно 0,2 моль. [$n = 6\cdot10^{25}$ м$^{-3}$].

**216.** Определить количество вещества ν газа, заполняющего сосуд объемом $V$ = 3 л, если концентрация молекул в сосуде $n = 2\cdot10^{26}$ м$^{-3}$. [ν = 1 моль].

**217.** В сосуде объемом $V$ = 1 л находится кислород массой $m$ = 1 г. Определить концентрацию $n$ молекул кислорода в сосуде. [$n = 1{,}9\cdot10^{25}$ м$^{-3}$].

**218.** В сосуде емкостью 500 см$^3$ находится газ при температуре 47 $^{\circ}$С. Из-за утечки газа из колбы просочилось $10^{21}$ молекул. Насколько снизилось давление газа в сосуде? [$\Delta P = 8{,}8\cdot10^{-4}$ Па].

**219.** В сосуде вместимостью $V$ = 40 л находится кислород при температуре $T$ = 300 К. Когда часть газа израсходовали, давление в баллоне понизилось на $\Delta P$ = 100 кПа. Определить массу $\Delta m$ израсходованного кислорода. Процесс считать изотермическим. [$\Delta m$ = 1,6 кг].

**220.** Баллон вместимостью $V$ = 20 л заполнен азотом при температуре $T$ = 400 К. Когда часть газа израсходовали, давление в баллоне понизилось на $\Delta P$ = 200 кПа. Определить массу израсходованного газа. Процесс считать изотермическим. [$\Delta m = 1{,}7\cdot 10^{-2}$ кг].

## 2. ОСНОВЫ ТЕРМОДИНАМИКИ

### Основные формулы

1. **Первое начало термодинамики.** Количество теплоты ($Q$), сообщенное системе, идет на увеличение её внутренней энергии ($\Delta U$) и совершения системой работы ($A$) над окружающими телами, т. е.

$$Q = \Delta U + A.$$

Для малого изменения системы первое начало термодинамики запишется:

$$\delta Q = dU + \delta A,$$

где $dU$ – бесконечно малое изменение энергии; $\delta A$ – элементарная работа; $\delta Q$ – бесконечно малое количество теплоты.

2. Внутренняя энергия одного моля идеального газа равна

$$U = \frac{i}{2}\frac{m}{\mu}RT = \frac{i}{2}\nu RT,$$

$i$ – число степеней свободы молекулы; $m$ – масса газа; $\mu$ – молярная масса газа; $R$ – газовая постоянная ($R = 8{,}31\frac{\text{Дж}}{\text{моль}\cdot\text{К}}$);

$T$ – термодинамическая температура; $\nu = \frac{m}{\mu}$ – количество молей газа.

3. Изменение внутренней энергии идеального газа

$$\Delta U = \frac{i}{2}\frac{m}{\mu}R\Delta T.$$

4. Элементарная работа

$$dA = PdV,$$

где $P$ – давление, $dV$ – элементарное изменение объема газа.

5. Полная работа при изменении объема газа от $V_1$ до $V_2$:

$$A = \int_{V_1}^{V_2} PdV.$$

6. Работа газа:

а) при изобарном процессе ($P = \text{const}$)

$$A = P(V_2 - V_1) = P\Delta V \text{ или } A = \frac{m}{\mu}R\Delta T;$$

б) при изохорном процессе ($V = \text{const}$)

$$A = 0;$$

в) при изотермическом процессе ($T = \text{const}$)

$$A = \frac{m}{\mu}RT\ln\frac{V_2}{V_1} \text{ или } A = \frac{m}{\mu}RT\ln\frac{P_1}{P_2}.$$

7. Количество теплоты, сообщенное системе или отданное ею, равно:

$$Q = cm\Delta T \text{ или } Q = C_\mu \frac{m}{\mu}\Delta T = C_\mu \nu \Delta T;$$

где $c$ – удельная теплоемкость, $C_\mu$ – мольная теплоемкость.

8. Связь между молярной и удельной теплоемкостями

$$c = \frac{C_\mu}{\mu}.$$

9. Молярная теплоемкость идеального газа при $V = \mathrm{const}$

равна: $$C_{\mu_V} = \frac{i}{2}R.$$

10. Молярная теплоемкость идеального газа при $P = \mathrm{const}$

$$C_{\mu_P} = \frac{i+2}{2}R.$$

11. Уравнение Майера

$$C_{\mu_P} = C_{\mu_V} + R.$$

12. Термический коэффициент полезного действия (КПД) кругового процесса (цикла):

$$\eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{Q_2}{Q_1},$$

$Q_1$ – количество теплоты, полученное системой; $Q_2$ – количество теплоты, отданное системой.

13. Термический коэффициент полезного действия цикла Карно

$$\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1} = 1 - \frac{T_2}{T_1},$$

где $T_1$ – температура нагревателя; $T_2$ – температура холодильника.

**Пример.** Идеальный трехатомный газ совершает цикл, состоящий из двух изохор и двух изобар (рис. 2.1). Определить работу цикла, количество теплоты $Q$, сообщенное газу при его нагревании, КПД цикла, если $V_1 = 1$ л, $V_2 = 2$ л, $P_1 = 1$ атм, $P_2 = 2$ атм.

**Дано:**

$i = 6$

$V_1 = 1 \text{ л} = 10^{-3} \text{ м}^3$

$P_1 = 1 \text{ атм} = 10^5 \text{ Па}$

$V_2 = 2 \text{ л} = 2 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3$

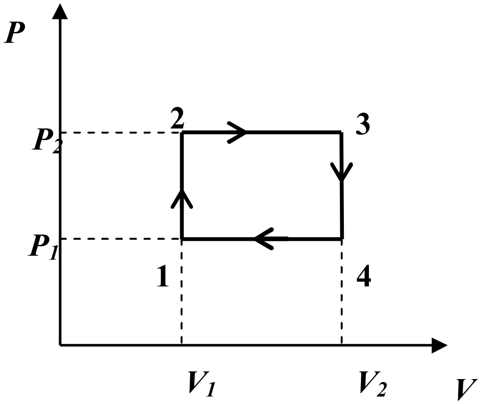
$P_2 = 2 \text{ атм} = 2 \cdot 10^5 \text{ Па}$

$A$ – ?

$Q_i$ – ?

$\eta$ – ?

**Решение:**




Изображенный на рисунке цикл состоит из четырех последовательно протекающих процессов:

(1–2) – изохорный ($V_1 = \text{const}$),

(2–3) – изобарный ($P_2 = \text{const}$),

(3–4) – изохорный ($V_2 = \text{const}$),

(4–1) – изобарный ($P_1 = \text{const}$).

Рассмотрим участок (1–2). При $V_1 = \text{const}$ давление газа увеличивается от $P_1$ до $P_2$. Так как давление газа пропорционально абсолютной температуре, то в этом процессе температура повышается ($T_2 > T_1$). Следовательно, газ при этом получает (от нагревателя) количество теплоты $Q_{12}$.

Количество теплоты $Q_1$, сообщенное газу при его нагревании, определим на основании I закона термодинамики. Учитывая, что газ получает теплоту на участках (1–2), (2–3), запишем:

$$Q_1 = \Delta U + A_{23}.$$

Изменение внутренней энергии $\Delta U$ при переходе из состояния (1) в состояние (3) равно:

$$\Delta U = U_{23} - U_{12} = \frac{i}{2}\frac{m}{\mu}(T_3 - T_1),$$

или на основании уравнения Менделеева – Клапейрона ($PV = \frac{m}{\mu}RT$) запишем $\Delta U = \frac{i}{2}(P_2V_2 - P_1V_1)$, отсюда

$$Q_1 = \frac{i}{2}(P_2V_2 - P_1V_1) + P_2(V_2 - V_1);$$

$$Q_1 = \frac{6}{2}(2\cdot10^5\cdot2\cdot10^{-3} - 1\cdot10^5\cdot1\cdot10^{-3}) + 2\cdot10^5\cdot1\cdot10^{-3} =$$
$$= 9\cdot10^2 + 2\cdot10^2 = 11\cdot10^2 = 1100 \text{ (Дж)}.$$

На участке (2–3) газ расширяется при постоянном давлении ($P_2 = \text{const}$):

$$A_{23} = P_2(V_2 - V_1).$$

Так, при изобарном процессе $V_2 > V_1$, значит $T_3 > T_2$. Следовательно, при этом процессе газ получил количество теплоты $Q_{23}$.

На участке (3–4) процесс изохорический ($V_2 = \text{const}$), давление газа уменьшается от $P_2$ до $P_1$, что свидетельствует о понижении температуры. Следовательно, при этом газ отдает холодильнику количество теплоты $Q_{34}$.

На участке (4–1) газ сжимается от объема $V_2$ до объема $V_1$

и совершает при этом отрицательную работу:

$$A_{41} = P_1(V_1 - V_2) = -P_1(V_2 - V_1).$$

Уменьшение объема связано с понижением температуры газа. Следовательно, газ на этом участке, как и на участке (3–4), отдает холодильнику некоторое количество тепла $Q_{41}$. Определим искомые величины: работа газа, совершенная на участках (2–3) и (4–1) равна:

$$A = A_{23} + A_{41} = P_2(V_2 - V_1) - P_1(V_1 - V_2) = (P_2 - P_1)(V_2 - V_1);$$

$$A = (2\cdot 10^5 - 1\cdot 10^5)(2\cdot 10^{-3} - 1\cdot 10^{-3}) = 100 \text{ (Дж)}.$$

КПД цикла будет равен $\eta = \dfrac{A}{Q_1}$, где $A$ – работа, совершенная за цикл; $Q_1$ – количество теплоты, полученное в данном цикле:

$$\eta = \frac{100}{1100} = 0{,}09 \quad \text{или} \quad \eta = 9\,\%.$$

[$A = 100$ Дж, $Q_1 = 1100$ Дж, $\eta = 9\,\%$].

## Задачи

**221.** Кислород массой $m = 20$ г занимает объём $V_1 = 1$ м$^3$ и находится под давлением $P_1 = 0{,}2$ МПа. Газ был нагрет сначала при постоянном давлении, а затем при постоянном объёме до давления $P_3 = 0{,}5$ МПа. Найти изменение $\Delta U$ внутренней энергии газа, совершенную им работу $A$ и теплоту $Q$, переданную газу. Построить график процесса.

$[\Delta U = 3{,}24$ МДж; $A = 0{,}4$ МДж; $Q = 3{,}64$ МДж$]$.

**222.** Многоатомный идеальный газ из одного и того же состояния расширяется один раз при постоянной температуре, другой – при постоянном давлении. В обоих случаях работа расширения газа одинакова. Начертите график этих процессов. В котором из рассмотренных процессов и во сколько раз количество подведенной к газу теплоты больше? [$\frac{Q_2}{Q_1} = 4$].

**223.** Кислород ($\mu = 32 \cdot 10^{-3}$ кг/моль), находящийся под давлением $P_1 = 0{,}5$ МПа, при температуре $T_1 = 350$ К подвергли сначала адиабатическому расширению от объёма $V_1 = 1$ л до объёма $V_2 = 2$ л, а затем изобарному расширению, в результате которого объём газа увеличился от объёма $V_2$ до объёма $V_3 = 3$ л. Определить для каждого из этих процессов:

1) работу $A$, совершенную газом;
2) изменение его внутренней энергии $\Delta U$;
3) количество подведенной к газу теплоты $Q$.

[$A_{12} = 303$ Дж, $\Delta U_{12} = 303$ Дж, $A_{23} = 189$ Дж, $\Delta U_{23} = 471$ Дж, $Q_{23} = 660$ Дж].

**224.** Двухатомный газ изобарически расширяется при подводе к нему теплоты 800 Дж. Во сколько раз увеличится его объём?

Начальная температура газа была 300 К, а количество газа 0,4 моля. [$\frac{V_2}{V_1} = 1{,}2$].

**225.** Какая доля $\omega_1$ количества теплоты $Q_1$, подведенного к идеальному газу при изобарическом процессе, расходуется на увеличение внутренней энергии газа $\Delta U$ и какая доля $\omega_2$ на работу $A$ расширения газа? Рассмотреть три случая, если газ:

1) одноатомный;

2) двухатомный;

3) трехатомный.

$[\omega_1' = 0{,}6,\quad \omega_1'' = 0{,}7,\quad \omega_1''' = 0{,}75,\quad \omega_2' = 0{,}4,\quad \omega_2'' = 0{,}13,$ $\omega_2''' = 0{,}25]$.

**226.** Определить количество теплоты $Q$, которое надо сообщить кислороду, занимающему объём $V = 50$ л, при его изохорном нагревании, чтобы давление газа повысилось на $\Delta P = 0{,}5$ МПа. $[Q = 62{,}5\ \text{Дж}]$.

**227.** Газ, совершивший цикл Карно, отдал холодильнику 25 % теплоты, полученной от нагревателя. Определить температуру холодильника, работу газа за один цикл и КПД цикла, если температура нагревателя 500 К, а холодильнику было передано 2000 Дж. [$T_2 = 125$ К, $A = 6$ КДж, $\eta' = 75$ %].

**228.** Азот массой $m = 280$ г расширяется при постоянном давлении $P = 1$ МПа. Определить работу расширения газа, его конечный объём, если на расширение газа была затрачена теплота $Q = 5$ КДж, а начальная температура азота была $T_1 = 290$ К. [$A = 1{,}43$ КДж, $V_2 = 0{,}026$ м$^3$].

**229.** Идеальная тепловая машина, работающая по циклу Карно, совершает за один цикл работу $A$ = 2,94 кДж и отдает холодильнику количество теплоты $Q_2$ = 13,4 кДж. Найти КПД цикла. [$\eta$ = 18 %].

**230.** Объем одноатомного газа, находящегося под давлением $1{,}6\cdot10^5$ Па, изобарно увеличился на 0,6 м$^3$. Найти работу, совершенную газом, изменение его внутренней энергии и количество теплоты, полученное газом при этом процессе.

$[A = 960\ \text{кДж},\ \Delta U = 2400\ \text{кДж},\ Q = 3360\ \text{кДж}]$.

# 3. ЭНТРОПИЯ

## Основные формулы

1. Дифференциал энтропии ($dS$) равен приведенному количеству теплоты $\left(\dfrac{dQ}{T}\right)$:

$$dS = \frac{dQ}{T}.$$

Изменение энтропии системы при ее равновесном переходе из состояния 1 в состояние 2:

$$\Delta S = \int_1^2 \frac{dQ}{T}.$$

2. Основное уравнение термодинамики:

$$dS = \frac{dU + PdV}{T},$$

где $dU$ – изменение внутренней энергии ($dU = \nu C_{\mu\nu}\, dT$); $PdV$ – элементарная работа $dA$($dA = PdV$).

3. Изменение энтропии при нагревании $\nu$ молей идеального газа от температуры $T_1$ до температуры $T_2$:

$$\Delta S = \nu C_{\mu\nu} \ln\frac{T_2}{T_1} + \nu R \ln\frac{V_2}{V_1}.$$

4. Изменение энтропии при изохорном ($V$ = const) нагревании идеального газа:

$$\Delta S = \nu C_{\mu\nu} \ln\frac{T_2}{T_1}.$$

5. Изменение энтропии при изобарном ($P$ = const) нагревании идеального газа:

$$\Delta S = \nu C_{\mu p} \ln \frac{V_2}{V_1}.$$

6. Изменение энтропии при нагревании жидкости от температуры $T_1$ до температуры $T_2$:

$$\Delta S = \int_{T_1}^{T_2} \frac{mc\,dT}{T} = mc \ln \frac{T_2}{T_1},$$

где $m$ – масса жидкости; $c$ – ее удельная теплоемкость.

7. Изменение энтропии при плавлении кристаллического вещества массой $m$:

$$\Delta S = \frac{m\lambda}{T_{\text{пл}}},$$

где $\lambda$ – удельная теплота плавления; $T_{\text{пл}}$ – температура плавления.

8. Изменение энтропии при испарении жидкости при температуре кипения $T_{\text{к}}$:

$$\Delta S = \frac{mr}{T_{\text{к}}},$$

где $m$ – масса пара; $r$ – удельная теплота парообразования.

**Пример.** Найти изменение энтропии при превращении 10 г льда ($t$ = –20 °С) в пар ($t$ = 100 °С).

**Решение:** Изменение энтропии при переходе вещества из состояния 1 в состояние 2

$$\Delta S = \int_1^2 \frac{dQ}{T}, \qquad (1)$$

где, согласно первому началу термодинамики,

$$dQ = dU + dA = \frac{m}{\mu} C_v\, dT + p dV. \qquad (2)$$

Из уравнения Менделеева – Клапейрона выразим давление $p = \dfrac{mRT}{\mu V}$ и подставим в (2), получим:

$$dQ = \frac{m}{\mu}\ C_v\, dT + \frac{mRT}{\mu V} dV.$$

При переходе вещества из одного агрегатного состояния в другое общее изменение энтропии складывается из изменений ее в отдельных процессах. При нагревании льда от $T$ до $T_0$ ($T_0$ – температура плавления)

$$\Delta S_1 = \int_T^{T_0} \frac{mc_л dT}{T} = mc_л \ln \frac{T_0}{T}, \tag{3}$$

где $c_л$ = 2,1 (кДж/кг·К) – удельная теплоемкость льда. При плавлении льда

$$\Delta S_2 = \int_1^2 \frac{dQ}{T_0} = \frac{m\lambda}{T_0}, \tag{4}$$

где $\lambda$ = 0,33 МДж/кг – удельная теплота плавления. При нагревании воды от $T_0$ до $T_n$

$$\Delta S_3 = \int_{T_0}^{Tn} \frac{mc_в dT}{T} = mc_в \ln \frac{T_n}{T_0}, \tag{5}$$

где $c_в$ = 4,19 (кДж/кг·К) – удельная теплоемкость воды. При испарении воды при температуре $T_n$

$$\Delta S_4 = \int_1^2 \frac{dQ}{T} = \frac{mr}{T_n}, \tag{6}$$

где $r$ = 2,26 МДж/кг – удельная теплота парообразования. Общее изменение энтропии

$$\Delta S = \Delta S_1 + \Delta S_2 + \Delta S_3 + \Delta S_4;$$

Подставив выражения (3) – (6) в (1), получим:

$$\Delta S = mc_{л}\ln\frac{T_0}{T} + \frac{m\lambda}{T_0} + mc_{в}\ln\frac{T_{п}}{T_0} + \frac{mr}{T_n}.$$

Приведем все имеющиеся данные в систему единиц СИ. Вычислим:

$$\Delta S = 10^{-2}\cdot 2{,}1\cdot 10^3\cdot\ln\frac{273}{250} + 0{,}33\cdot 10^4/273 + 4{,}19\cdot 10^3\cdot 10^{-2}\cdot\ln\frac{373}{273} +$$

$$+2{,}26\cdot 10^4/373 = 88\ \left[\frac{Дж}{К}\right].$$

Проверим единицы измерения: $\left[кг\cdot\frac{Дж}{кг\cdot К}\right] = \left[\frac{Дж}{К}\right]$.

**Ответ:** $\Delta S$ = 88 Дж/К.

## Задачи

**231.** Найти изменение $\Delta S$ энтропии при плавлении 1кг льда ($t$ = 0 °С). [ $\Delta S$ = 1209 Дж/кг].

**232.** Найти изменение $\Delta S$ энтропии при переходе из одного состояния в другое 8 г кислорода от объема $V_1$ = 10 л при температуре $t_1$ = 80 °С к объему $V_2$ = 40 л при температуре $t_2$ = 300 °С. [5,4 Дж/кг].

**233.** Найти изменение $\Delta S$ энтропии при переходе 6 г водорода объемом $V_1$ = 20 л под давлением $p_1$ = 150 кПа до объема $V_2$ = 60 л под давлением 100 кПа. [$\Delta S$ = 71 Дж/К].

**234.** Масса $m$ = 6,6 г водорода расширяется изобарически от объема $V_1$ до объема $V_2 = 2V_1$. Найти изменение энтропии при этом расширении. [66,3 Дж/К].

**235.** Найти изменение $\Delta S$ энтропии при изобарическом расширении 8 г гелия от объема $V_1$ = 10 л до объема $V_2$ = 5 л. [$\Delta S$ = 38,1 Дж/К].

**236.** Найти изменение $\Delta S$ энтропии при изотермическом расширении 6 г водорода от давления $p_1$ = 100 кПа до давления $p_2$ = 50 кПа. [$\Delta S$ = 17,3 Дж/К].

**237.** Изотермически расширяется 10,5 г азота от объема $V_1$ = 2 л до объема $V_2$ = 5 л. Найти изменение $\Delta S$ энтропии при этом процессе. [$\Delta S$ = 2,85 Дж/К].

**238.** Чему равно изменение энтропии при изобарном нагревании 0,1 кг азота от 0 до 125 °С? [$\Delta S$ = 39 Дж/К].

**239.** Определите изменение энтропии при изохорном охлаждении 2 кмоль кислорода от 550 до 275 К. [$\Delta S$ = –4,07 кДж].

**240.** Найти изменение $\Delta S$ энтропии при превращении 1 г воды ($t$ = 0 °С) в пар ($t_п$ = 100 °С). [$\Delta S$ = 7,4 Дж/К]

# 4. ЗАКОН КУЛОНА

## Основные формулы

### 1. Закон Кулона

$$F = k\frac{q_1 q_2}{r^2},$$

где $F$ – сила взаимодействия двух точечных зарядов $q_1$ и $q_2$; $r$ – расстояние между зарядами; $k$ – постоянная $\left(k = 9\cdot10^9\ \frac{\text{Н}\cdot\text{м}^2}{\text{Кл}^2}\right)$.

**Пример.** Два разноименных заряда $q_1 = -\ 4\cdot10^{-4}$ Кл и $q_2 = 2\cdot10^{-4}$ Кл расположены на расстоянии $r = 1$ м друг от друга. Какой величины и где надо поместить заряд $q_3$, чтобы система находилась в равновесии?

**Решение.**

Пусть заряд $q_3$ будет отрицательным. Заряд $q_3$ будет находиться в равновесии в том случае, если геометрическая сумма сил, действующих на него, будет равна нулю. В соответствии с принципом суперпозиции на заряд $q_3$ со стороны зарядов $q_1$ и $q_2$ действуют силы $\vec{F}_{31}$ и $\vec{F}_{32}$, соответственно. Очевидно, что заряд $q_3$ необходимо расположить на линии, соединяющей заряды $q_1$ и $q_2$, так как только в этом случае силы $\vec{F}_{31}$ и $\vec{F}_{32}$ будут располагаться вдоль одной прямой и иметь противоположные направления. Далее необходимо определить, на каком из трех участков I, II, III (рис. 1–3) может быть выполнено это условие.

На участке I (рис. 1) силы $\vec{F}_{31}$ и $\vec{F}_{32}$, действующие на заряд $q_3$, направлены в противоположные стороны. Сила $\vec{F}_{31}$, действующая со стороны заряда $q_1$, в любой точке этого участка будет больше, чем сила $\vec{F}_{32}$, действующая со стороны заряда $q_2$, так как больший по модулю заряд $q_1$ всегда находится ближе к заряду $q_3$, чем меньший заряд $q_2$. Поэтому равновесие на этом участке невозможно.

На участке II (рис. 2) силы $\vec{F}_{31}$ и $\vec{F}_{32}$ направлены в одну сторону: к заряду $q_1$. Следовательно, и на втором участке равновесие невозможно.

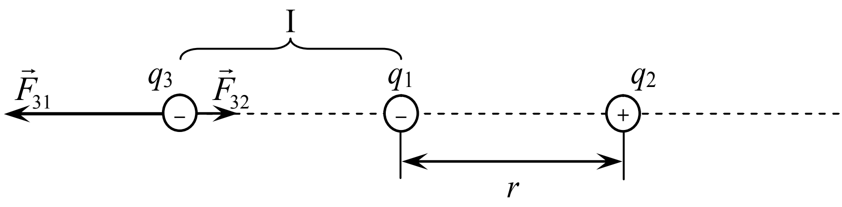



Рис. 1

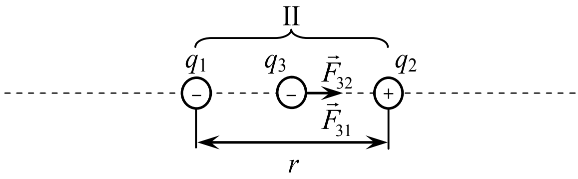



Рис. 2

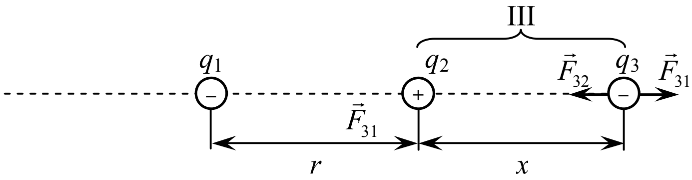



Рис. 3

На участке III (рис. 2) силы $\vec{F}_{31}$ и $\vec{F}_{32}$ направлены в противоположные стороны, так же как и на участке I, но в отличие от него меньший по модулю заряд $q_2$ всегда находится ближе к заряду $q_3$, чем больший заряд $q_1$. Это значит, что можно найти такую точку на прямой, где силы $\vec{F}_{31}$ и $\vec{F}_{32}$ будут одинаковы по модулю. Следовательно, поместим заряд $q_3$ в точку, которая расположена на расстоянии $x$ от заряда $q_1$. Тогда условие равновесия заряда $q_3$ имеет вид:

$$\vec{F}_{31} + \vec{F}_{32} = 0.$$

В проекциях на ось $x$:

$$F_{31} - F_{32} = 0,$$

или

$$F_{31} = F_{32}. \tag{4.1}$$

Модуль сил $F_{31}$ и $F_{32}$ определяем по закону Кулона:

$$F_{31} = k\frac{|q_1||q_3|}{x^2}, \tag{4.2}$$

$$F_{32} = k\frac{|q_2||q_3|}{(l+x)^2}, \tag{4.3}$$

где $x$ – расстояние между зарядами $q_2$ и $q_3$.

Подставив (4.2) и (4.3) в уравнение (4.1), получим:

$$k\frac{|q_1||q_3|}{x^2} = k\frac{|q_2||q_3|}{(l+x)^2}.$$

Отсюда

$$\frac{|q_1|}{x^2} = \frac{|q_2|}{(l+x)^2},$$

$$\frac{\sqrt{|q_1|}}{x} = \frac{\sqrt{|q_2|}}{l+x}.$$

Решив уравнение относительно $x$, найдем искомое расстояние:

$$\sqrt{|q_1|}(l+x) = \sqrt{|q_2|}x,$$

$$x\left(\sqrt{|q_2|} - \sqrt{|q_1|}\right) = \sqrt{|q_1|}l,$$

откуда

$$x = \frac{\sqrt{|q_1|}}{(\sqrt{|q_2|} - \sqrt{|q_1|})}l. \tag{4.4}$$

Чтобы найти величину заряда $q_3$, запишем условие равновесия одного из двух зарядов $q_1$ или $q_2$. Например, для заряда $q_1$:

$$\vec{F}_{12} + \vec{F}_{13} = 0.$$

В проекции на ось $x$:

$$F_{12} - F_{13} = 0,$$

или

$$F_{12} = F_{13}.$$

Подставив значения сил $F_{12}$ и $F_{13}$ по закону Кулона, и произведя сокращения, получим

$$\frac{|q_2|}{l^2} = \frac{|q_3|}{x^2}.$$

Отсюда

$$|q_3| = \frac{|q_2|}{l^2} x^2.$$

Заменив величину $x$ ее значением согласно формуле (4.4), найдем

$$|q_3| = \frac{|q_1| \cdot |q_2|}{(\sqrt{|q_2|} - \sqrt{|q_1|})^2}.$$

Вычисления:

$$x = \frac{\sqrt{2 \cdot 10^{-4}}}{(\sqrt{8 \cdot 10^{-4}} - \sqrt{2 \cdot 10^{-4}})} 1 = 1\,(\text{м}).$$

$$|q_3| = \frac{2 \cdot 10^{-4} \cdot 8 \cdot 10^{-4}}{(\sqrt{8 \cdot 10^{-4}} - \sqrt{2 \cdot 10^{-4}})^2} = 8 \cdot 10^{-4}\ (\text{Кл}).$$

**Ответ**: $x = 1$ м, $q_3 = -8 \cdot 10^{-4}$ Кл.

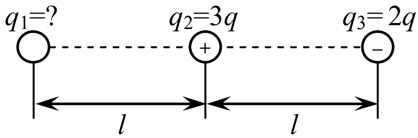
## Задачи

**241.** Точечные заряды $q_1 = +q$ и $q_2 = -2q$ закреплены на расстоянии $r$ друг от друга в вакууме. В середине отрезка, соединяющего эти заряды, поместили точечный заряд $+3q$. Как изменится модуль и направление силы, действующей на заряд $+q$? [Увеличится в 5 раз].

**242.** Заряды $q_1 = 1$ нКл и $q_2 = 2$ нКл размещены на расстоянии $r = 0{,}1$ м друг от друга. Какой заряд $q_3$ необходимо поместить в некоторой точке пространства, чтобы вся система находилась в равновесии? [$q_3 = –0{,}34·10^{-9}$ Кл].

**243.** Заряды $q_1 = 1$ нКл и $q_2 = 2$ нКл размещены на расстоянии $r = 0{,}1$ м друг от друга. На каком расстоянии от заряда $q_2$ необходимо поместить заряд $q_3$, чтобы вся система находилась в равновесии? [0,06 м].

**244.** Три точечных заряда $q_1$, $q_2 = +3q$ и $q_3 = -2q$ расположены последовательно вдоль одной прямой (см. рис.). Определить величину заряда $q_1$, если заряд $q_2$ находится в равновесии. [$q_1 = –2q$].




**245.** Три одинаковых точечных заряда по $q = 20$ нКл расположены в вершинах равностороннего треугольника. На каждый заряд действует сила $F = 10$ мН. Найдите длину стороны треугольника. [$2{,}5·10^{-2}$ м].

**246.** В вершинах равностороннего треугольника со стороной $a = 6$ см расположены заряды $q_1 = 6$ нКл, $q_2 = q_3 = -8$ нКл. Определить направление и величину силы, действующей на заряд $q_4 = 6$ нКл, находящийся в центре треугольника. [$F = 6{,}3·10^{-4}$ Н].

**247.** Три одинаковых точечных заряда $q = 2$ нКл размещены на расстоянии $r = 0{,}1$ м друг от друга в вершинах равностороннего треугольника. Какой заряд необходимо поместить в центр треугольника, чтобы вся система находилась в равновесии? [$1{,}5 \cdot 10^{-9}$ Кл].

**248.** Четыре одинаковых точечных заряда $q = 2$ нКл помещены в вершины квадрата с длиной стороны $a = 0{,}1$ м. Определите величину силы, которая действует на каждый заряд. [$7 \cdot 10^{-6}$ Н].

**249.** Четыре одинаковых точечных заряда $q = 2$ нКл помещены в вершины квадрата с длиной стороны $a = 1$ м. Какой заряд нужно поместить в центр квадрата, чтобы вся система находилась в равновесии? [–1,91 нКл].

**250.** Точечные заряды $q_1 = 1$ нКл и $q_2 = 2$ нКл закреплены на расстоянии $r = 0{,}2$ м в воздухе. Определите величину и направление силы, действующей на заряд $q_3 = 1$ нКл, помещенный в середине отрезка, соединяющего заряды $q_1$ и $q_2$. [$F = 9 \cdot 10^{-7}$ Н].

## 5. ПРИНЦИП СУПЕРПОЗИЦИИ ЭЛЕКТРОСТАТИЧЕСКИХ ПОЛЕЙ

### Основные формулы

1. Принцип суперпозиции электростатических полей – принцип наложения полей, согласно которому электростатические поля накладываются, не взаимодействуя, и напряженность $\vec{E}$ результирующего поля равна векторной сумме напряженностей налагающихся полей:

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \ldots \vec{E}_n,$$

а потенциал $\varphi$ результирующего поля равен алгебраической сумме потенциалов полей:

$$\varphi = \varphi_1 + \varphi_2 + \ldots \varphi_n.$$

2. При наложении двух полей с напряженностями $\vec{E}_1$ и $\vec{E}_2$ в некоторой точке модуль вектора напряженности

$$E = \sqrt{E_1^2 + E_2^2 + 2E_1E_2\cos\alpha},$$

где $\alpha$ – угол между векторами $\vec{E}_1$ и $\vec{E}_2$.

3. Напряженность электростатического поля, созданного точечным зарядом $q$ на расстоянии r от заряда

$$E = k\frac{q}{\varepsilon r^2},$$

где $k = 9 \cdot 10^9\ \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{Кл}^2}$ – постоянная в законе Кулона; $\varepsilon$ – диэлектрическая проницаемость среды (для воздуха $\varepsilon = 1$).

4. Потенциал электростатического поля, созданного точечным зарядом $q$ на расстоянии $r$ от заряда,

$$\varphi = k\frac{q}{\varepsilon r}.$$

**Пример.** Точечные заряды $q_1 = 20$ мкКл и $q_2 = -10$ мкКл находятся на расстоянии $d = 5$ см друг от друга. Определите напряженность электростатического поля в точке, удаленной на $r_1 = 3$ см от первого и $r_2 = 4$ см от второго заряда.

**Дано:**

$q_1 = 20$мкКл $= 2 \cdot 10^{-5}$ Кл

$q_2 = -10$мкКл $= -1 \cdot 10^{-5}$ Кл

$d = 5$ см $= 5 \cdot 10^{-2}$ м

$r_1 = 3$ см $= 3 \cdot 10^{-2}$ м

$r_2 = 4$ см $= 4 \cdot 10^{-2}$ м

$E - ?$

**Решение:**

Напряженность $E_1$ поля, созданного зарядом $q_1$,

$$E_1 = k\frac{q_1}{r_1^2}. \qquad (5.1)$$

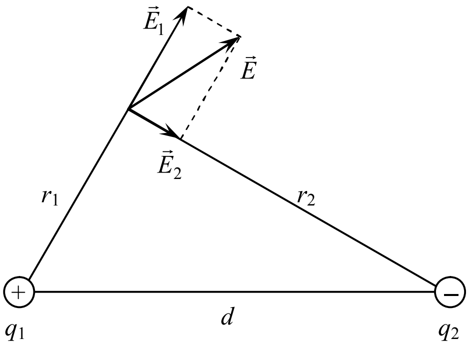
Напряженность $E_2$ поля, созданного зарядом $q_2$,

$$E_2 = k\frac{q_2}{r_2^2}. \qquad (5.2)$$

Согласно принципу суперпозиции

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2\,. \qquad (5.3)$$

Изобразим графически.




Треугольник со сторонами $r_1$ , $r_2$ и $d$ – прямоугольный. Модуль вектора $\vec{E}$ находим по теореме Пифагора:

$$E = \sqrt{E_1^2 + E_2^2}. \qquad (5.4)$$

Подставив выражения (5.1) и (5.2) в равенство (5.4), получаем

$$E = k\sqrt{\frac{q_1^2}{r_1^4} + \frac{q_2^2}{r_2^4}}\,.$$

Проведем вычисления:

$$E = 9\cdot10^9\sqrt{\frac{(2\cdot10^{-5})^2}{(3\cdot10^{-2})^4} + \frac{(1\cdot10^{-5})^2}{(4\cdot10^{-2})^4}} = \frac{9\cdot10^9\cdot10^{-5}}{10^{-4}}\sqrt{\frac{4}{81} + \frac{1}{256}} =$$

$$= 2{,}1\cdot10^8\,(\text{В/м}).$$

**Ответ:** $2{,}1\cdot10^8$ В/м.

## Задачи

**251.** Точечные заряды (+20 мкКл) и (–10 мкКл) находятся на расстоянии 5 см друг от друга. Определить напряженность поля в точке, удаленной на 3 см от первого и 4 см от второго заряда. Сопроводить решение чертежом. $\left[2{,}1\cdot 10^{8}\right]$.

**252.** Точечные заряды (–10 мкКл) и (–20 мкКл) находятся на расстоянии 5 см друг от друга. Определить напряженность поля в точке, удаленной на 3 см от первого и 4 см от второго заряда. Сопроводить решение чертежом. $\left[1{,}5\cdot 10^{8}\right]$.

**253.** Точечные заряды (+20 мкКл) и (–20 мкКл) находятся на расстоянии 6 см друг от друга. Определить напряженность поля в точке, удаленной на 3 см от первого на линии, соединяющей эти заряды. Сопроводить решение чертежом. $\left[1{,}8\cdot 10^{8}\right]$.

**254.** Точечные заряды (+20 мкКл) и (+20 мкКл) находятся на расстоянии 5 см друг от друга. Определить напряженность поля в точке, удаленной на 3 см от первого на линии, соединяющей эти заряды. Сопроводить решение чертежом. $\left[2.28\cdot 10^{8}\right]$.

**255.** Точечные заряды (+10 мкКл) и (–10 мкКл) находятся на расстоянии 7 см друг от друга. Определить напряженность поля в точке, удаленной на 4 см от второго заряда на линии, соединяющей эти заряды. Сопроводить решение чертежом. $\left[0{,}49\cdot 10^{8}\right]$.

**256.** Точечные заряды (–20 мкКл) и (–20 мкКл) находятся на расстоянии 6 см друг от друга. Определить напряженность поля в точке, удаленной на 3 см от первого на линии, соединяющей эти заряды. Сопроводить решение чертежом. $\left[2{,}22\cdot 10^{8}\right]$.

**257.** Точечные заряды (–10 мкКл) и (–10 мкКл) находятся на расстоянии 5 см друг от друга. Определить напряженность поля в точке, удаленной на 4 см от второго заряда на линии, соединяющей эти заряды. Сопроводить решение чертежом. $\left[0{,}67\cdot 10^{8}\right]$.

**258.** Точечные заряды (+10 мкКл) и (+10 мкКл) находятся на расстоянии 7 см друг от друга. Определить напряженность поля в точке, удаленной на 4 см от второго заряда на линии, соединяющей эти заряды. Сопроводить решение чертежом. $\left[0{,}64\cdot 10^{8}\right]$.

**259.** Точечные заряды (+20 мкКл) и (+20 мкКл) находятся на расстоянии 5 см друг от друга. Определить напряженность поля в точке, удаленной на 3 см от первого и находящейся между зарядами. Сопроводить решение чертежом. $\left[2{,}5\cdot 10^{8}\right]$.

**260**. Точечные заряды (+20 мкКл) и (+10 мкКл) находятся на расстоянии 5 см друг от друга. Определить напряженность поля в точке, удаленной на 3 см от первого и 4 см от второго заряда. Сопроводить решение чертежом. $\left[2{,}1\cdot 10^{8}\right]$.

## 6. РАБОТА ПО ПЕРЕМЕЩЕНИЮ ЗАРЯДА. ПОТЕНЦИАЛ

### Основные формулы

1. Потенциал электростатического поля – это величина, равная отношению потенциальной энергии $W_{\text{п}}$ положительного точечного заряда $q$, помещенного в данную точку поля, к величине этого заряда:

$$\varphi = \frac{W_{\text{П}}}{q}.$$

2. Потенциал поля, созданного точечным зарядом $Q$, на расстоянии $r$ от заряда

$$\varphi = k\frac{Q}{r},$$

где $k = 9 \cdot 10^9\ \dfrac{Н \cdot м^2}{Кл^2}$ – постоянная в законе Кулона.

3. Работа электростатического поля по перемещению заряда $q$:
при конечном перемещении

$$A = q(\varphi_1 - \varphi_2),$$

при элементарном перемещении

$$dA = -qd\varphi .$$

4. Разность потенциалов $U$:

а) в поле бесконечной заряженной плоскости между точками, лежащими на расстояниях $x_1$ и $x_2$ от неё:

$$U = \varphi_1 - \varphi_2 = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}(x_2 - x_1),$$

где $\sigma$ – поверхностная плотность заряда на плоскости, $\varepsilon_0$ – электрическая постоянная ($\varepsilon_0 = 8{,}85 \cdot 10^{-12}$ Ф/м);

б) в поле двух бесконечных равномерно заряженных плоскостей между точками, имеющими координаты $x_1$ и $x_2$ на оси $X$, перпендикулярной к плоскостям:

$$U = \varphi_1 - \varphi_2 = \frac{\sigma}{\varepsilon}(x_2 - x_1);$$

в) в поле бесконечной равномерно заряженной нити между точками, лежащими на расстояниях $r_1$ и $r_2$ от нити:

$$U = \varphi_1 - \varphi_2 = \frac{\tau}{2k\varepsilon_0}\ln\frac{r_2}{r_1},$$

где τ – линейная плотность заряда нити.

**Пример.** Определить ускоряющую разность потенциалов $U$, которую должен пройти в электрическом поле электрон, обладающий скоростью $\upsilon_1 = 10^6$ м/с, чтобы скорость его возросла в 2 раза.

| **Дано:** | **Решение:** |
|---|---|
| $\upsilon_1 = 10^6$ м/с<br>$n = 2$ | Ускоряющую разность потенциалов можно найти, вычислив работу $A$ сил электростатического поля: |
| $U$ – ? | |

$$A = eU\ , \tag{6.1}$$

где $e$ – величина заряда электрона; $U$ – разность потенциалов.

В данном случае работа сил электростатического поля равна изменению кинетической энергии электрона:

$$A = \frac{m\upsilon_2^2}{2} - \frac{m_1\upsilon^2}{2}\ , \tag{6.2}$$

где $m$ – масса электрона; $\upsilon_1$ и $\upsilon_2$ – начальная и конечная скорости его.

Приравнивая правые части равенств (6.1) и (6.2), получим

$$eU = \frac{m\upsilon_2^2}{2} - \frac{m\upsilon_1^2}{2}.$$

Учтём, что $\upsilon_2 = n\upsilon_1$, тогда

$$eU = \frac{mn^2\upsilon_1^2}{2} - \frac{m\upsilon_1^2}{2}.$$

Отсюда искомая разность потенциалов равна:

$$U = \frac{mv_1^2(n^2 - 1)}{2e}.$$

Произведем вычисления:

$$U = \frac{9{,}1 \cdot 10^{-31} \cdot (10^6)^2}{2 \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19}}(2^2 - 1)\,\text{В} = 8{,}53\ \text{В}.$$

**Ответ:** $U = 8{,}53\ \text{В}$.

### Задачи

**261.** На расстоянии $r_1 = 2$ см от точечного заряда $Q$ находится точечный заряд $q = +1$ нКл. Определить величину заряда $Q$, если заряд $q$, масса которого $m_q = 5$ мг, переместившись под действием поля в точку $r_2 = 4$ см от заряда $Q$, приобрел скорость $v = 3$ см/с. [$Q = 0{,}01$ нКл].

**262.** Электростатическое поле создано точечным зарядом $Q$. Двигаясь под действием этого поля от точки, находящейся на расстоянии $r_1 = 2$ см от этого заряда, до точки $r_2 = 4$ см точечный заряд $q = +1$ нКл с массой $m = 5$ мг, изменил скорость от $v_1 = 3$ см/с до $v_2 = 5$ см/с. [$Q = 1{,}778 \cdot 10^{-11}$ Кл].

**263.** На расстоянии $r_1 = 2$ см от бесконечно длинной заряженной нити с линейной плотностью заряда $\tau = 0{,}18$ нКл/м находится точечный заряд $q = +1$ нКл. Какую скорость приобретет этот заряд, переместившись под действием поля в точку на расстоянии $r_2 = 4$ см. Масса заряда $m_q = 5$ мг. [$v = 3$ см/с].

**264.** На расстоянии $r_1 = 2$ см от бесконечно заряженной нити находится заряд $q = +1$ нКл. Определить линейную плотность заряда нити $\tau$, если заряд $q$, масса которого $m_q = 5$ мг, переместившись под действием поля в точку $r_2 = 4$ см от нити, приобрел скорость $\upsilon = 3$ см/с. [$\tau = 0{,}18$ нКл/м].

**265.** Электрическое поле образовано бесконечно длинной заряженной нитью с линейной плотностью заряда $\tau$. Двигаясь под действием этого поля от точки, находящейся на расстоянии $r_1 = 2$ см до нити, до точки $r_2 = 4$ см точечный заряд $q = +1$ нКл, массой $m_q = 5$ мг изменил скорость от $\upsilon_1 = 3$ см/с до $\upsilon_2 = 5$ см/с. Найти линейную плотность заряда $\tau$. [$\tau = 0{,}32$ нКл/м].

**266.** На расстоянии $r_1 = 2$ см от бесконечной заряженной плоскости с поверхностной плотностью заряда $\sigma = 1{,}99$ нКл/м$^2$ находится точечный заряд $q = +1$ нКл. Какую скорость приобретет этот заряд, переместившись под действием поля в точку на расстоянии $r_2 = 4$ см от плоскости, если его масса $m_q = 5$ мг. [$\upsilon = 3$ см/с].

**267.** На расстоянии $r_1 = 2$ см от бесконечной заряженной плоскости находится точечный заряд $q = +1$ нКл. Определить поверхностную плотность заряда $\sigma$ плоскости, если заряд $q$, масса которого $m_q = 5$ мг, переместившись под действием поля в точку, находящуюся на расстоянии $r_2 = 4$ см от плоскости, приобрел скорость $\upsilon = 3$ см/с. [$\sigma = 1{,}99$ нКл/м$^2$].

**268.** Электрическое поле образовано бесконечной заряженной плоскостью. Двигаясь под действием этого поля от точки, находящейся на расстоянии $r_1 = 2$ см от этой плоскости, до точки $r_2 = 4$ см, точечный заряд $q = +1$ нКл изменил свою скорость от $\upsilon_1 = 3$ см/с до $\upsilon_2 = 5$ см/с. Найти поверхностную плотность заряда $\sigma$. [$\sigma = 3{,}54$ нКл/м$^2$].

**269.** На расстоянии $r_1 = 2$ см от бесконечной заряженной плоскости с поверхностной плотностью заряда $\sigma = 1{,}99$ нКл/м$^2$ находится точечный заряд $q = +1$ нКл с массой $m_q = 5$ мг. На каком расстоянии от плоскости $r_2$ этот заряд, переместившись под действием поля, приобретет скорость $\upsilon = 3$ см/с. [$r_2 = 4$ см].

**270.** На расстоянии $r_1 = 2$ см от точечного заряда $Q = +0{,}01$ нКл находится точечный заряд $q = +1$ нКл. Какую скорость приобретёт этот заряд, переместившийся под действием поля в точку на расстоянии $r_2 = 4$ см от заряда $Q$, если его масса $m_q = 5$ мг. [$\upsilon = 3 \cdot 10^{-2}$ м/с].

## 7. ТЕОРЕМА ОСТРОГРАДСКОГО – ГАУССА

### Основные формулы

1. Теорема Остроградского – Гаусса для электростатического поля в вакууме: поток напряженности электростатического поля в вакууме сквозь произвольную замкнутую поверхность равен отношению алгебраической суммы электрических зарядов, охватываемых этой поверхностью, к электрической постоянной $\varepsilon_0$:

$$\oint_S (\vec{E}, d\vec{S}) = \oint E_n dS = \frac{q_{\text{охв}}}{\varepsilon_0},$$

где $\vec{E}$ – напряженность электрического поля; вектор $d\vec{S}$, величина которого равна элементарной площади, а направление совпадает с положительной нормалью к поверхности.

2. Принцип суперпозиции электростатических полей: напряженность электростатического поля системы $n$ точечных зарядов $(\vec{E})$ равна сумме напряженностей полей каждого из этих зарядов в отдельности $(\vec{E}_i)$:

$$\vec{E} = \sum_{i=1} \vec{E}_i .$$

**Пример.** На металлической сфере радиусом 15 см находится заряд $q$ = 2 нКл. Определите напряженность электростатического поля:

1) на расстоянии $r_1$ = 10 см от центра сферы;

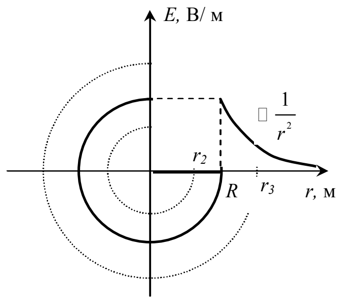
2) на поверхности сферы;

3) на расстоянии $r_3$ = 20 см от центра сферы.

Постройте график зависимости $E(r)$. [0; 800 В/м; 450 В/м].

| **Дано:** | **СИ** |
|---|---|
| $R$ = 15 см | 0,15 м |
| $q$ = 2 нКл | $2 \cdot 10^{-9}$ Кл |
| $r_1$ = 10 см | 0,1 м |
| $r_2 = R$ | |
| $r_3$ = 20 см | 0,2 м |
| $E(r_1)$ – ? | |
| $E(r_2)$ – ? | |
| $E(r_3)$ – ? | |
| $E(r)$ – ? | |

**Решение:**




Согласно теореме Остроградского – Гаусса:

$$\oint_S (\vec{E}, d\vec{S}) = \oint E_n dS = \frac{q_{\text{охв}}}{\varepsilon_0}. \qquad (7.1)$$

Благодаря равномерному распределению заряда по поверхности сферы, поле, создаваемое им, обладает сферической симметрией. Поэтому линии напряженности направлены радиально. Выберем гауссову поверхность в виде сферы радиусом $r_i$, которая имеет общий центр с заряженной сферой.

Рассмотрим следующие случаи:

1) $r_1 < R$, выберем гауссову поверхность в виде сферы радиусом $r_1$. Так как замкнутая поверхность не содержит внутри зарядов, то следовательно $q_{\text{охв}} = 0$ и тогда из (7.1) $E_1 = 0$.

2) $r_2 = R$, выберем гауссову поверхность в виде сферы радиусом $r_2$, то формула (7.1) запишется в следующем виде:

$$E_2 4\pi R^2 = \frac{q_{\text{охв}}}{\varepsilon_0} = \frac{q}{\varepsilon_0}.$$

Отсюда $$E_2 = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 R^2},$$

где $4\pi R^2$ – площадь гауссовой поверхности.

3) $r_3 > R$, выберем гауссову поверхность в виде сферы радиусом $r_3$, тогда формула (7.1) запишется в следующем виде:

$$E_3 4\pi r_3^2 = \frac{q_{\text{охв}}}{\varepsilon_0} = \frac{q}{\varepsilon_0}, \qquad E_3 = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r_3^2}.$$

Проверим единицы измерения полученной величины:

$$E_2 = \frac{\text{Кл}}{\text{м}^2}\frac{\text{Н}\cdot\text{м}^2}{\text{Кл}^2} = \frac{\text{Н}}{\text{Кл}} = \frac{\text{Н}\cdot\text{м}}{\text{Кл}\cdot\text{м}} = \frac{\text{Дж}}{\text{Кл}}\frac{1}{\text{м}} = \frac{\text{В}}{\text{м}}.$$

Проведем вычисления:

$$E_2 = \frac{2 \cdot 10^{-9}}{4 \cdot 3{,}14 \cdot 8{,}85 \cdot 10^{-12} 0{,}15^2} = 800 \ \text{В/м};$$

$$E_3 = \frac{2 \cdot 10^{-9}}{4 \cdot 3{,}14 \cdot 8{,}85 \cdot 10^{-12} 0{,}2^2} = 450 \ \text{В/м}.$$

**Ответ:** $E_1 = 0$; $E_2 = 800$ В/м; $E_3 = 450$ В/м.

## Задачи

**271.** Электростатическое поле создано двумя бесконечными параллельными плоскостями, заряженными равномерно разноименными зарядами с поверхностной плотностью соответственно $\sigma_1 = -5$ нКл/м$^2$ и $\sigma_2 = 2$ нКл/м$^2$. Определите напряженность электростатического поля: 1) между плоскостями; 2) за пределами плоскостей. Постройте график изменения напряженности вдоль линии, перпендикулярной плоскостям. [395 В/м; ±1,6 В/м].

**272.** Поле создано металлической сферой радиусом 15 см, на которой распределен заряд с поверхностной плотностью $\sigma_1 = 2$ нКл/м$^2$. Определите напряженность электростатического поля: 1) на расстоянии $r_1 = 10$ см от центра сферы; 2) на поверхности сферы; 3) на расстоянии $r_3 = 20$ см от центра сферы. Постройте график зависимости $E(r)$. [0; 800 В/м; 0].

**273.** Поле создано двумя равномерно заряженными концентрическими сферами радиусами $R_1 = 5$ см и $R_2 = 8$ см. Заряды сфер соответственно равны $q_1 = 2$ нКл и $q_2 = -1$ нКл. Определите напряженность электростатического поля в точках, лежащих от центра сфер на расстояниях: 1) $r_1 = 3$ см; 2) $r_2 = 6$ см; 3) $r_3 = 10$ см. Постройте график зависимости $E(r)$. [0 В/м; 5 В/м; 0,9 В/м].

**274.** Поле создано двумя равномерно заряженными концентрическими сферами радиусами $R_1 = 5$ см и $R_2 = 8$ см. Заряды сфер соответственно равны $q_1 = –2$ нКл и $q_2 = –1$ нКл. Определите напряженность электростатического поля в точках, лежащих от центра сфер на расстояниях: 1) $r_1 = 3$ см; 2) $r_2 = 6$ см; 3) $r_3 = 10$ см. Постройте график зависимости $E(r)$. [0; –5 В/м; –2,6 В/м].

**275.** Шар радиусом $R = 10$ см заряжен равномерно с объемной плотностью $\rho = 10$ нКл/м$^3$. Определите напряженность электростатического поля: 1) на расстоянии $r_1 = 5$ см от центра шара; 2) на расстоянии $r_2 = 15$ см от центра шара. Постройте график зависимости $E(r)$. [18,8 В/м; 16,7 В/м].

**276.** Длинный прямой провод, расположенный в вакууме, несет заряд, равномерно распределенный по всей длине провода с линейной плотностью 2 нКл/м. Определите напряженность электростатического поля на расстоянии $r = 1$ м от провода. Постройте график зависимости $E(r)$. [36 В/м].

**277.** Поле создано точечными зарядами $q_1 = 10$ нКл, $q_2 = 5$ нКл, $q_3 = –7$ нКл, $q_4 = –6$ нКл, расположенными внутри сферы радиусом 15 см. Определите напряженность электростатического поля: 1) на поверхности сферы; 2) на расстоянии $r_2 = 20$ см от центра сферы. Постройте график зависимости $E(r)$. [800 В/м; 450 В/м].

**278.** Поле создано металлической сферой радиусом 15 см, на которой находится заряд $q_1 = –2$ нКл, и точечным зарядом ($q_2 = 2$ нКл), расположенным в центре сферы. Определите напряженность электростатического поля: 1) на расстоянии $r_1 = 10$ см от центра сферы; 2) на поверхности сферы; 3) на расстоянии $r_3 = 20$ см от центра сферы. Постройте график зависимости $E(r)$. [800 В/м; 0; 0].

**279.** Электростатическое поле создано металлической сферой радиусом 0,15 м. Напряженность электрического поля на поверхности сферы равна 200 В/м. Определите заряд сферы. Постройте график зависимости $E(r)$.

**280.** Электростатическое поле создано двумя бесконечными параллельными плоскостями, заряженными равномерно одноименными зарядами, с поверхностной плотностью соответственно $\sigma_1 = 5$ нКл/м$^2$ и $\sigma_2 = 2$ нКл/м$^2$. Определите напряженность электростатического поля: 1) между плоскостями; 2) за пределами плоскостей. Постройте график изменения напряженности вдоль линии, перпендикулярной плоскостям. [1,6 В/м; ±395 В/м].

## ОГЛАВЛЕНИЕ