ЗАДАНИЕ 3.

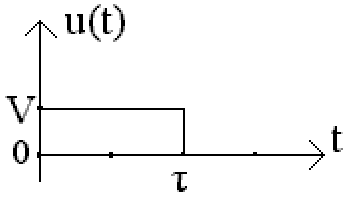
<u>Внимание</u>!

Вариант задания определяется по двум последним цифрам номера студенческого билета: последняя цифра – N0, предпоследняя цифра – N1.

На рисунках 3.5 (0 … 9) изображены электрические схемы. Номер схемы Вашего варианта определяется в соответствии со значением N_0 (последней цифры номера студенческого билета), а параметры элементов определяются в соответствии со значением N_1 (предпоследней цифры номера студенческого билета) по таблице 3.3. На рисунке 3.6 изображён график входного сигналов.

Таблица 3.3

N_1	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
R, кОм	1.0	2.2	3.4	4.5	5.5	1.4	3.6	2.5	5.2	1.5
L, мГн	2.2	1.5	4.1	5.2	1.6	8.5	2.8	3.6	4.5	7.5
C, нФ	3.4	1.8	1.5	2.4	3.1	2.8	1.5	1.8	2.2	1.4



Для всех вариантов:
V = 5 вольт
τ = 5 микросекунд

Рис. 3.6.

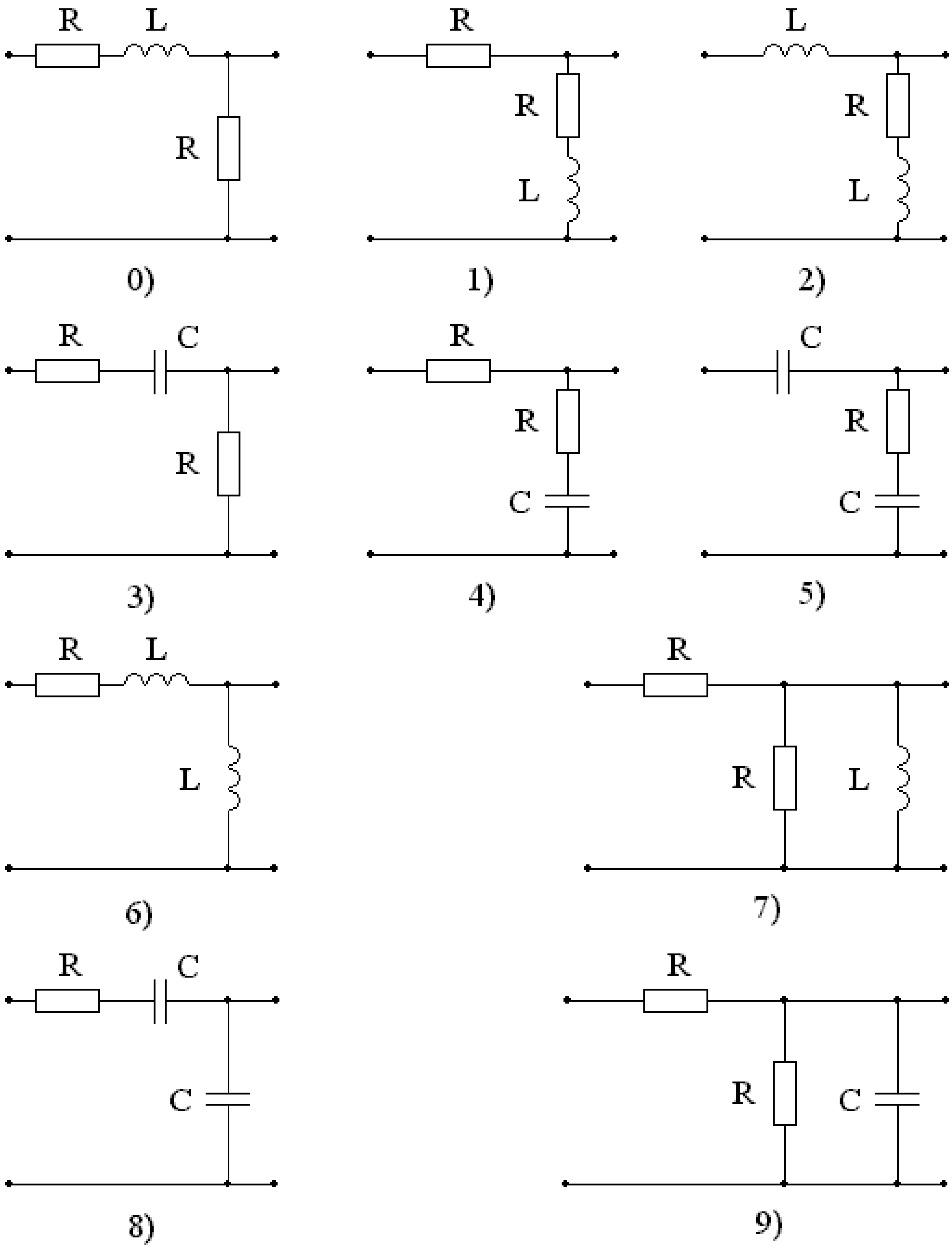


Рис. 3.5. (0 ... 9)

Задание 3 представляет собой исследование прохождения сигнала через четырёхполюсник с применением частотных и временных методов анализа, и заключается в следующем:

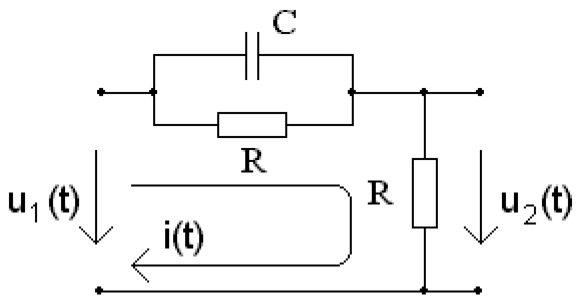
3.1. Определить следующие характеристики цепи:

- комплексную передаточную функцию по напряжению H(jω) (построить графики её АЧХ H(ω) и ФЧХ θ(ω); по эквивалентным схемам цепи для ω = 0 и ω = ∞ определить значения H(0) и H(∞) и по этим значениями проверить правильность расчёта АЧХ;
- операторную передаточную функцию по напряжению H(p);
- переходную характеристику g(t), построить график.

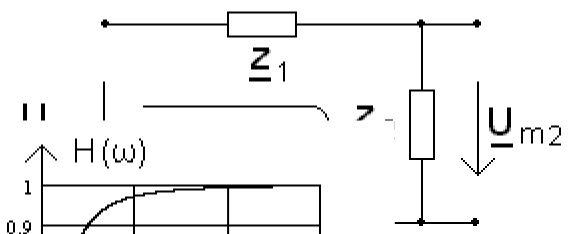
3.2. Определить $S_{ВХ}(j\omega)$ - комплексную спектральную плотность сигнала, представленного на рисунке 3.6; рассчитать и построить график амплитудного спектра $S_{ВХ}(\omega)$.

Определить $S_{ВЫХ}(j\omega)$ - комплексную спектральную плотность сигнала на выходе цепи; рассчитать и построить график амплитудного спектра $S_{ВЫХ}(\omega)$.

3.3. Определить функцию мгновенного напряжения на выходе цепи $u_{ВЫХ}(t)$; построить график.



(1)



Методические указания к выполнению задания 3.1.

Изобразите схему Вашего варианта задания в соответствии со значением N0 (рис. 3.5) и составьте таблицу значений параметров элементов схемы в соответствии со значением N_1 (табл. 3.3).

Все схемы, изображённые на рис. 3.5, можно представить в виде эквивалентной схемы на рис. 3.7 (2).

<u>Комплексная передаточная функция</u> цепи не зависит от входного воздействия, а определяется только структурой цепи и параметрами её элементов. Для простоты вычислений допустим, что на вход цепи подаётся гармонический сигнал, определяемый значением комплексной амплитуды: $\underline{U}_{m1}$. Тогда комплексное амплитудное значение тока в контуре будет равно: $\underline{I}_{m1} = \frac{\underline{U}_{m1}}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2}$, а комплексное амплитудное значение напряжения на выходе цепи: $\underline{U}_{2m} = \underline{I}_{1m} \cdot \underline{Z}_2 = \frac{\underline{U}_{1m}}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2} \cdot \underline{Z}_2$.

Для схемы на рисунке 3.7(1) $\underline{Z}_1 = \frac{R \cdot \frac{1}{j\omega C}}{R + \frac{1}{j\omega C}} = \frac{R}{1 + j\omega \cdot CR}$, $\underline{Z}_2 = R$. Комплексная передаточная функция цепи:

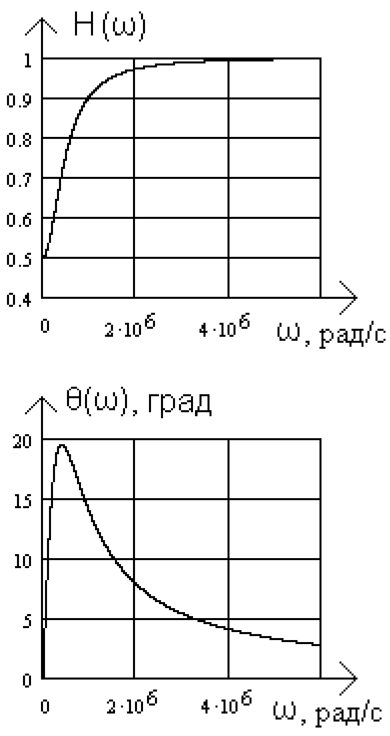


Рис. 3.8

$H(j\omega) = \frac{\underline{U}_{m2}}{\underline{U}_{m1}} = \frac{\underline{z}_2}{\underline{z}_1 + \underline{z}_2} = \frac{R + j\omega \cdot C \cdot R^2}{2R + j\omega \cdot C \cdot R^2} = \frac{1 + j\omega \cdot CR}{2 + j\omega \cdot CR}$. Эта функция может быть представлена в показательной форме: $H(j\omega) = \frac{\sqrt{1+(\omega \cdot CR)^2} \cdot e^{j \cdot \operatorname{arctg}\left(\frac{\omega \cdot CR}{1}\right)}}{\sqrt{4+(\omega \cdot CR)^2} \cdot e^{j \cdot \operatorname{arctg}\left(\frac{\omega \cdot CR}{2}\right)}}$.

Амплитудно-частотная характеристика (АЧХ) – это зависимость модуля комплексной функции от частоты. АЧХ передаточной функции по напряжению:

$H(\omega) = \sqrt{\frac{1+(\omega \cdot CR)^2}{4+(\omega \cdot CR)^2}}$. Фазочастотная характеристика (ФЧХ) – это зависимость аргумента комплексной функции от частоты. ФЧХ передаточной функции по напряжению:

$$\theta(\omega) = \operatorname{arctg}\left(\frac{\omega \cdot CR}{1}\right) - \operatorname{arctg}\left(\frac{\omega \cdot CR}{2}\right).$$

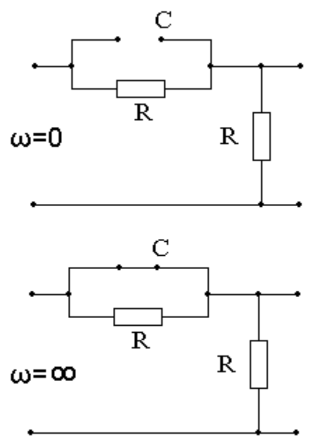


Рис. 3.9

Графики АЧХ и ФЧХ показаны на рисунке 3.8.

Эквивалентные схемы на частотах ω = 0 и ω = ∞ показаны на рисунке 3.9.

Сопротивление ёмкостного элемента зависит от частоты: $\underline{z}_C = \frac{1}{j\omega C}$.

Модуль сопротивления: $|\underline{z}_C| = \frac{1}{\omega C}$.

На частоте ω = 0, $|\underline{z}_C(0)| = \frac{1}{0\,C} \to \infty$ ёмкостный элемент эквивалентен ветви с бесконечно большим сопротивлением (на рисунке ветвь разомкнута), модуль передаточной функции равен

$$H(0) = \sqrt{\frac{1+(0 \cdot CR)^2}{4+(0 \cdot CR)^2}} = 0.5.$$

На частоте ω → ∞, $|\underline{z}_C(\infty)| = \frac{1}{\infty\,C} \to 0$ ёмкостный элемент эквивалентен ветви с бесконечно малым сопротивлением (ветвь замкнута), модуль передаточной функции равен

$$H(\infty) = \sqrt{\frac{1+(\infty \cdot CR)^2}{4+(\infty \cdot CR)^2}} = \sqrt{\frac{(\infty \cdot CR)^2}{(\infty \cdot CR)^2}} = 1.$$

Для определения <u>операторной передаточной функции</u> по напряжению H(p) необходимо составить операторную схему замещения и выполнить те же действия, что и для определения H(jω). Поэтому операторную передаточную функцию H(p) можно найти, заменив $j\omega \div p$ в выражении H(jω). Для цепи (рис. 3.3) операторная передаточная функция по напряжению $H(p) = \frac{1 + p \cdot CR}{2 + p \cdot CR}$.

Переходная характеристика g(t) численно совпадает с реакцией цепи на воздействие в виде единичной ступенчатой функции 1(t):

$$g(t) = u_2(t)\Big|_{u_1(t)=1(t)}\ .$$

Изображение функции $1(t) \div \frac{1}{p}$. Операторное выражение реакции цепи $U_2(p)$ на воздействие $U_1(p) = \frac{1}{p}$ определяется с использованием операторной передаточной функции по напряжению: $U_2(p) = U_1(p) \cdot H(p) = \frac{H(p)}{p}$. Для цепи (рис. 3.3) изображение переходной характеристики равно:

$$\frac{H(p)}{p} = \frac{1 + p \cdot CR}{p \cdot (2 + p \cdot CR)} = \frac{CR \cdot (p + \frac{1}{CR})}{CR \cdot p \cdot (p + \frac{2}{CR})} = \frac{p + \frac{1}{CR}}{p \cdot (p + \frac{2}{CR})} = \frac{F_1(p)}{F_2(p)}$$

Переход к оригиналу можно выполнить с использованием теоремы разложения или по таблицам Лапласа. Можно перейти к оригиналу, выполняя расчёты в системе Matcad (смотри файл с примером выполнения задания №3).

Переход к оригиналу с использованием **теоремы разложения**:

- корни полинома знаменателя: $p_1 = 0,\ \ p_2 = -\frac{2}{CR}$;

- производная полинома знаменателя: $F_2'(p) = 2 \cdot p + \frac{2}{CR}$;

- $g(t) = \sum_k \left(\frac{F_1(p_k)}{F_2'(p_k)} \cdot \exp(p_k \cdot t) \right) = \frac{0 + \frac{1}{CR}}{2 \cdot 0 + \frac{2}{CR}} \cdot \exp(0 \cdot t) + \frac{\left(-\frac{2}{CR}\right) + \frac{1}{CR}}{2 \cdot \left(-\frac{2}{CR}\right) + \frac{2}{CR}} \cdot \exp\left(-\frac{2 \cdot t}{CR}\right)$

$g(t) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cdot \exp\left(-\frac{2 \cdot t}{CR}\right)$. График переходной характеристики на рисунке 3.10.

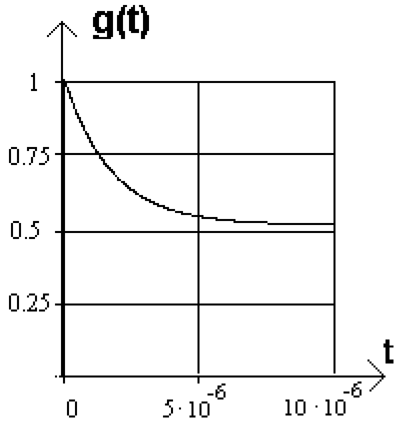
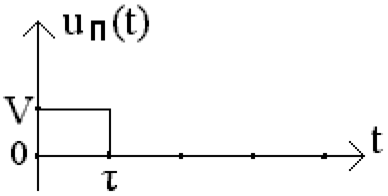


Рис. 3.10

Методические указания к выполнению задания 3.2.

Сигнал, изображённый на рисунке 3.11, $u_П(t)$ - видеоимпульс прямоугольной формы.



$$u_П(t) = \begin{cases} V, & t \in (0 \ldots \tau) \\ 0, & t \notin (0 \ldots \tau) \end{cases}$$

Рис. 3.11

Выражение, описывающее мгновенное значение сигнала на входе цепи, имеет следующий вид:

$$u_{ВХ}(t) = V \cdot 1(t) - V \cdot 1(t - \tau).$$

Умножение функции V на $1(t)$ означает, что эта функция существует только при t ≥ 0; аналогично, умножение функции -V на $1(t-\tau)$ означает, что эта функция существует только при t ≥ τ.

Одно из свойств преобразования Фурье заключается в следующем:

- если некоторой функции мгновенных значений f(t) соответствует изображение F(jω), то функции, задержанной на интервал времени τ, соответствует изображение: $F(j\omega) \cdot e^{-j\omega\tau}$.

Следовательно, сигналу на рисунке 3.11 соответствует изображение:

$$S_{ВХ}(j\omega) = V \cdot \left(\frac{1}{j\omega} - \frac{1}{j\omega} \cdot e^{-j\omega \cdot \tau} \right),$$

где $\frac{1}{j\omega}$ - комплексная спектральная плотность функции $1(t)$.

Далее в курсовой работе следует показать вывод выражения $S_П(j\omega)$, начиная с записи прямого преобразования Фурье: $S_П(j\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} u_П(t) \cdot e^{-j\omega t}\, dt$, и заканчивая выражением: $S_П(j\omega) = V\tau \cdot \frac{\sin(\omega \cdot \frac{\tau}{2})}{(\omega \cdot \frac{\tau}{2})} \cdot \exp(-j\omega \cdot \frac{\tau}{2})$.

Для выполнения этого задания рекомендуется изучить [8, задача 10.4] [1, раздел 9.4].

Амплитудный спектр: $S_П(\omega) = V\tau \cdot \frac{\left|\sin(\omega \cdot \frac{\tau}{2})\right|}{(\omega \cdot \frac{\tau}{2})}$, В · с.

График представлен на рисунке 3.12.

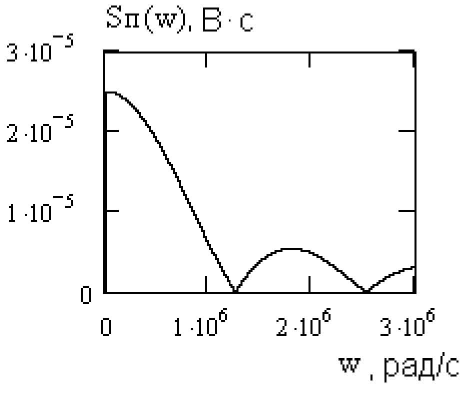


Рис. 3.12

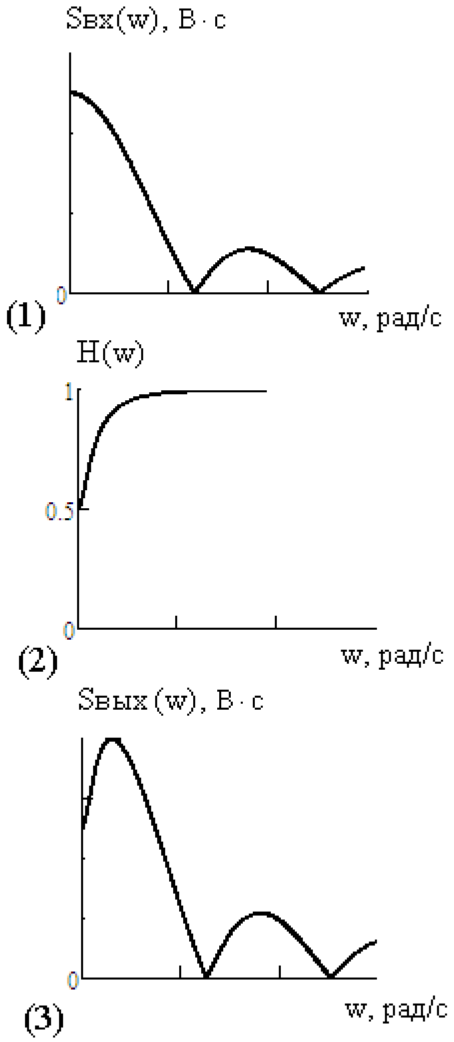


Рис. 3.13

Поскольку передаточная функция цепи

$$H(j\omega) = \frac{S_{вых}(j\omega)}{S_{вх}(j\omega)},$$

то комплексная спектральная плотность сигнала на выходе цепи определяется

$$S_{вых}(j\omega) = H(j\omega) \cdot S_{вх}(j\omega).$$

Амплитудный спектр сигнала на выходе цепи $S_{вых}(\omega) = H(\omega) \cdot S_{вх}(\omega)$. Для рассматриваемой цепи (рис. 3.7) АЧХ передаточной функции

$$H(\omega) = \sqrt{\frac{1 + (\omega \cdot CR)^2}{4 + (\omega \cdot CR)^2}};$$

график АЧХ изображён на рисунке 3.13(2). Амплитудный спектр выходного сигнала:

$$S_{вых}(\omega) = \sqrt{\frac{1 + (\omega \cdot CR)^2}{4 + (\omega \cdot CR)^2}} \cdot V\tau \cdot \frac{\left|\sin(\omega \cdot \frac{\tau}{2})\right|}{(\omega \cdot \frac{\tau}{2})}, \ В \cdot с$$

представлен на рисунке 3.13(3).

Для удобства сопоставления на рисунке 3.13(1) изображён амплитудный спектр входного сигнала.

Методические указания к выполнению задания 3.3.

1. Входное напряжение (рис. 3.14(1)) надо представить с использованием единичных ступенчатых функций 1(t), сдвинутых во времени на различные интервалы:

$$u_{ВХ}(t) = V \cdot \left[1(t) - 1(t-\tau)\right]$$ (рис. 3.14(2)).

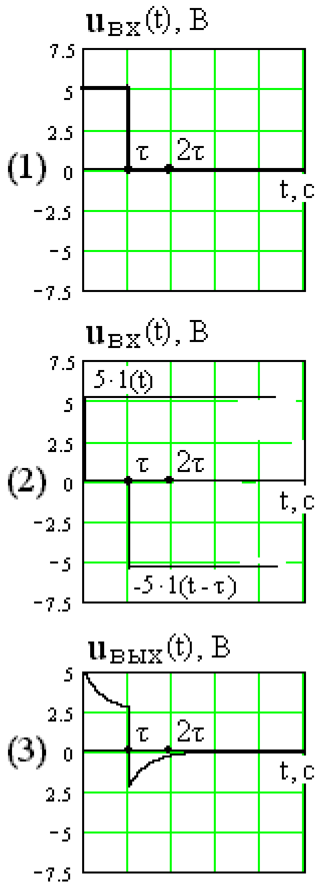


Рис. 3.14

- реакция на единичный скачок - переходная характеристика g(t) - была определена ранее:

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cdot \exp\left(-\frac{2 \cdot t}{CR}\right) = \frac{1}{2} \cdot \left(1 + \exp\left(-\frac{2 \cdot t}{CR}\right)\right);$$

- функция мгновенных значений напряжения на выходе цепи представлена на рисунке 3.14(3):

$$u_{ВЫХ}(t) = \frac{V}{2} \cdot \left[\left(1 + \exp\left(-\frac{2 \cdot t}{CR}\right)\right) \cdot 1(t) - \left(1 + \exp\left(-\frac{2 \cdot (t-\tau)}{CR}\right)\right) \cdot 1(t-\tau)\right]$$

.