1 ОБЩИЕ МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ К ВЫПОЛНЕНИЮ РГР

## 1.1 Цель РГР

Закрепление знаний студентов по соответствующим разделам учебной дисциплины. В ходе самостоятельного выполнения студенты приобретают практические навыки анализа и расчета электрических цепей переменного синусоидального тока в установившихся режимах, построения частотных характеристик, а также анализа цепей при переходных режимах.

## 1.2 Требования к оформлению

Работа выполняется и оформляется на листах стандартного формата А4, которые должны быть обязательно сшиты.

Электрические схемы, графики, диаграммы выполняются на миллиметровой бумаге с соблюдением требований ЕСКД и использованием чертежных инструментов (не от руки), допускается применение компьютерной графики. В случае использования при расчетах компьютерных средств соответствующие распечатки должны быть выполнены также на стандартных листах и вложены в работу. Рисунки необходимо пронумеровать, а в тексте поместить ссылки на них.

Условия задачи необходимо приводить полностью в том виде, как они сформулированы в задании. Основные положения решений должны быть подробно пояснены; в решение включать необходимый минимум промежуточных расчетов, без которых проверка конечного результата становится затруднительной. Окончательный результат расчета привести с указанием единицы измерения соответствующей величины.

Необходимо выполнить следующие условия:

1. Начертить схему электрической цепи, соблюдая требования ЕСКД. На схеме выбрать и указать направления токов во всех ветвях схемы, обозначить все точки цепи, различающиеся потенциалами.
2. Для заданной частоты (*f*) и амплитуды (*Um*) приложенного входного напряжения рассчитать мгновенные и действующие значения токов во всех ветвях, а также выходного напряжения. Начальную фазу приложенного напряжения принять равной нулю.
3. По результатам расчета п.2 построить на комплексной плоскости топографическую диаграмму цепи.
4. Определить комплексную частотную передаточную функцию цепи для указанных входного и выходного напряжений. Записать выражения для амплитудно-частотной (АЧХ) и фазо-частотной (ФЧХ) характеристик и построить их на графиках в обычном и логарифмическом масштабах.
5. Определить переходную функцию цепи, *h(t)*, для указанных входного и выходного напряжений, выполнив расчет классическим и операторным методами.
6. Найти реакцию цепи (*uвых(t)*) на воздействие (*uвх(t)*) в форме прямоугольного импульса высотой U0 и длительностью Tимп. Результат представить на гра-

фике *uвх(t)* и *uвых(t)*.

Условия к заданию

|  |  |
| --- | --- |
| № вар. | 4 |
| *L*1, мГн | 4 |
| *L*2, мГн | 6 |
| *C*1, мкФ | 6 |
| *C*2, мкФ | 1 |
| *R*1, Ом | 10 |
| *R*2, Ом | 100 |
| *R*3, Ом | 8 |
| *U*m, В | 27 |
| ƒ, Гц | 500 |
| *U0*, В | 30 |
| *Tимп* | 2τ |

Примечания:

Если в схеме один индуктивный или емкостной элемент, то принять L=L1, или C=C1 соответственно.

В качестве значения τ принять:

- в случае колебательного переходного процесса – постоянную времени цепи; - в случае апериодического процесса - максимальную из постоянных времени двух экспонент.

(Постоянные времени определяются после выполнения п.5 задания).

|  |
| --- |
| Рис. 2.1 схема |

# ПРИМЕРЫ И МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ К РЕШЕНИЮ

Рассмотрим пример выполнения Задания для схемы, изображенной на рисунке 3.1:

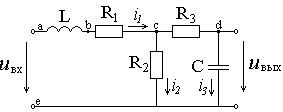


Рис. 3.1

при следующих значениях параметров цепи:

*R*1 = 5 Ом, *R*2 = 200 Ом, *R*3 = 2 Ом, *L* = 1 мГн, *C* = 8 мкФ,

*Um* = 30 В, f = 1500 Гц,

U0 = 10 В, Tимп = 3τ.

Результаты вычислений будем брать с тремя значащими цифрами.

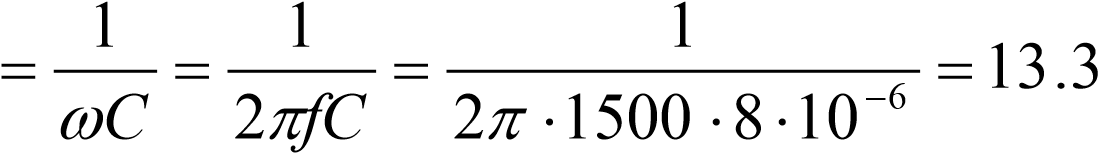
3.1 Соблюдая требования ЕСКД, чертим сопротивления в виде прямоугольников размером 10х4 мм, источники э.д.с. – окружностей, диаметром 10 мм, индуктивности 3 или 4 витка радиусом от 1,5 до 4 мм, емкость – параллельные отрезки длиной 8 мм на расстоянии 1,5 мм друг от друга, все линии одинаковой толщины. В данной цепи имеется три ветви, два узла и пять точек, отличающихся потенциалами. На рис. 3.1 расставлены направления и обозначены токи, а также буквами от *a* до *e* обозначены точки.

3.2 Для выполнения п.2 задания воспользуемся символическим методом анализа цепей синусоидального тока, иначе называемым методом комплексных амплитуд.

Для приложенного входного напряжения *uвх*( )*t* = *Um* sin(ω*t*) комплексная амплитуда напряжения: *U*& *m* = *U m* ⋅*e j*0° = 30 ⋅*e j*0°

Рассчитаем индуктивное сопротивление катушки и емкостное сопротивление конденсатора для заданной частоты:

*XL* =ω*L* = 2π*fL* = 2π⋅1500 10⋅ −3 = 9.43*Ом*

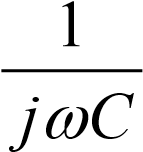
*X C* *Ом*

Комплексные сопротивления элементов цепи:

*Z*1 = *j L*ω = *jX L* = *j*9.43*Ом*

*Z* 2 = *R*1 = 5*Ом*

*Z*3 = *R*3 = 2*Ом*

*Z* 4 =  = − *jX C* = − *j*13.3*Ом*

*Z*5 = *R*2 = 200*Ом*

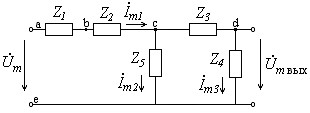


Рис. 3.2

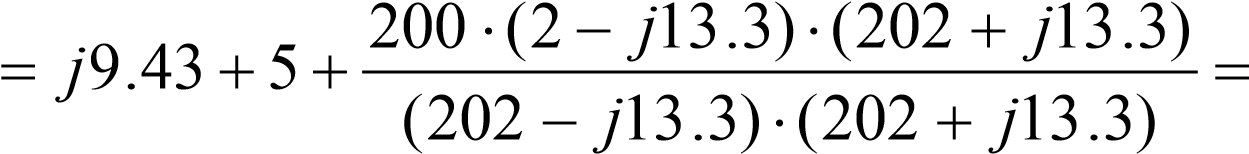
Расчет комплексных амплитуд токов ведется аналогично расчету цепей постоянного тока по схеме Рис 3.2. Здесь сопротивления Z1 и Z2 соединены между собой последовательно так же, как и сопротивления Z3 и Z4, с последними параллельно соединено сопротивление Z5.

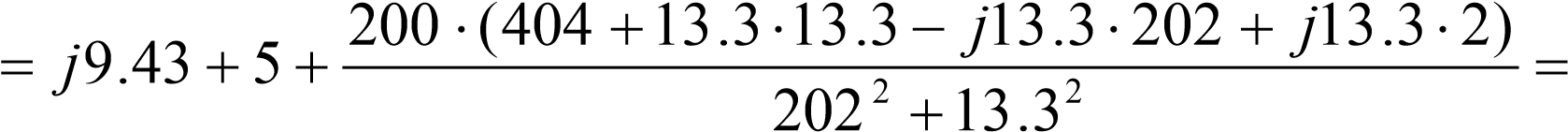
Находим входное сопротивление всей цепи по отношению к точкам, где приложено входное напряжение:

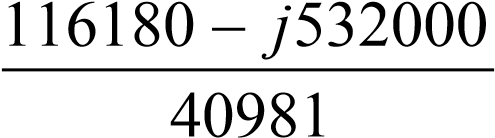
*Z*5(*Z*3 + *Z*4) 200(2 − *j*13.3)

*Zвх* = *Z*1 + *Z*2 + = *j*9.43 + 5 + =

*Z*5 + *Z*3 + *Z*4 200 + 2 − *j*13.3



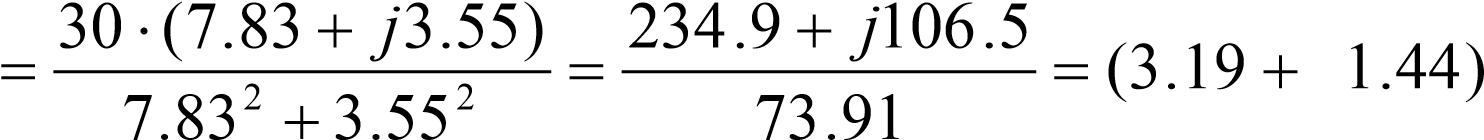


= *j*9.43 + +5 = (7.83 − *j*3.55)*Ом*

По закону Ома находим комплексную амплитуду тока в первой ветви:

*I*&*m*1 = *U*& *m* = 30 = 30 (7.83⋅ + *j*3.55) =

*Zвх* 7.83 − *j*3.55 (7.83 − *j*3.55) (7.83⋅ + *j*3.55)

*j A*

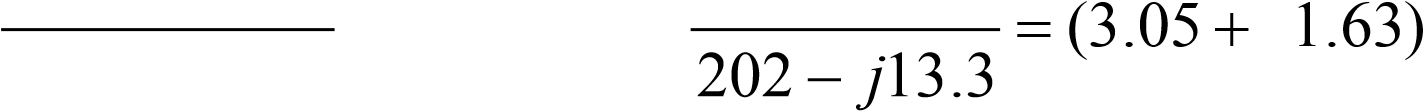
Или в показательной форме: *I*&*m*1 = 3.5⋅*e j*24.3o *A* ,

Токи второй и третьей ветвей найдем по формуле «разброса токов»:

*I*& = *I*&*m*1 *Z*3 + *Z*4 = 3.5⋅*e j*24.3o ⋅ 2− *j*13.3 = (0.139− *j*0.187)*A*

*m*2

*Z*5 + *Z*3 + *Z*4 202− *j*13.3

 *I*&*m*3 = *I*&*m*1 *Z*5 = 3.5⋅*e j*24.3o ⋅ 200 *j A*

*Z*5 + *Z*3 + *Z*4

|  |  |
| --- | --- |
| В показательной форме: | *I*&*m*2 = 0.571⋅*e*− *j*53.4o *A* , |

*I*&*m*3 = 3.46⋅*e j*28.1o *A*

Мгновенные значения токов:

*i t*1( ) = 3.5⋅sin(ω*t* + 24.3 )o *A* *i t*2( ) = 0.571⋅sin(ω*t* − 53.4 )o *A* *i t*3 ( ) = 3.46 ⋅sin(ω*t* + 28.1 )o *A*

*I*

Действующие значения токов ( *I* =  ):

2

*m*

I1 = 2.47 A, I2 = 0.404 A, I3 = 2.45 A

Комплексную амплитуду выходного напряжение найдем по закону Ома:

*U*& *m*⋅*вых* = *I*&*m*3 ⋅ *Z* 4 = 3.46 ⋅*e j*28.1o ⋅ −( *j*13.3) = 46 ⋅*e*− *j*61.9o *В*

Мгновенное значение: *uвых* ( )*t* = 46 ⋅sin(ω*t* − 61,9 )o *В*

Действующее значение: U = 32.5 В.

3.3 Для построения топографической диаграммы рассчитаем комплексные потенциалы всех точек цепи. При этом потенциал точки e примем равным нулю, иначе говоря, заземлим эту точку. Тогда ϕ&*e* =0,

ϕ&*a* =*U*&*m* = 30 В,

ϕ&*b* = −ϕ&*a Z I*1 1&*m* = 30 – j9,43(3,19+j1.44) = (43.6 – j30.1) В, ϕ&*c* = −ϕ&*b Z I*2 &*m*1 = (43.6 – j30.1)-5(3,19+j1.44) = (27.6 – j37.3) В, ϕ&*d* = −ϕ&*c Z I*3&*m*3 = (27.6 – j37.3)-2(3.05 + j1.63) = (21.5 + j40.5)В,

Для построения топографической и векторной диаграммы на комплексной плоскости, выбрав удобный масштаб (обязательно одинаковый по действительной и мнимой осям), отложим в виде точек найденные комплексные значения потенциалов ϕ&*a* …ϕ&*e* . Затем соединим точки так, чтобы получить разности соответствующих потенциалов, или векторы, изображающие напряжения на каждом элементе цепи, а именно: a-e, a-b, b-c, c-d, d-e, причем стрелку ставим в сторону первой буквы каждой пары. Результаты построения диаграммы – на рисунке 3.

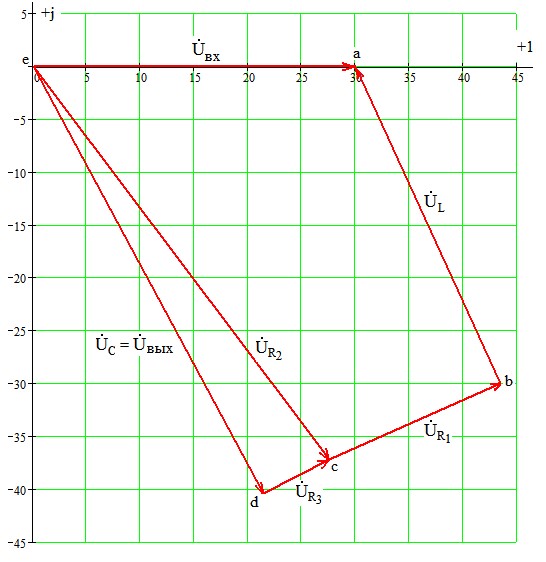


Рис. 3.3

3.4 Для определения комплексной передаточной функции цепи

*U*&*вых*

*W j*( ω) = *U*&*вх*

необходимо выразить выходное напряжение через входное, иначе говоря, проделать практически те же действия, что и при расчете в п.3.2, но только в общем виде:

*Z*5(*Z*3 + *Z*4)

*Zвх* = *Z*1 + *Z*2 + ; *Z*5 + *Z*3 + *Z*4

*I*&*m*1 = *U*&*вх* = *U*&*вх*

*Zвх Z*1 + *Z* 2 + *Z*5 (*Z*3 + *Z* 4 ) ;

*Z*5 + *Z*3 + *Z* 4

*I*&*m*3 = *I*&*m*1 *Z*5 + *ZZ*35 + *Z*4 = *Z*1 + *Z*2 +*UZ Z*&*вх*5 ( 3 + *Z*4 ) ⋅ *Z*5 + *ZZ*35 + *Z*4 =

*Z*5 + *Z*3 + *Z*4

*U*&*вх* ⋅*Z*5

=  ,

*Z*1 ⋅*Z*5 + *Z*1 ⋅*Z*3 + *Z*1 ⋅*Z*4 + *Z*2 ⋅*Z*5 + *Z*2 ⋅*Z*3 + *Z*2 ⋅*Z*4 + *Z*5 ⋅*Z*3 + *Z*5 ⋅*Z*4

*U*&*вых*=*I*&*m*3⋅*Z*4 = *U*&*вх*⋅*Z Z*5⋅ 4 .

*Z Z*1⋅ 5 +*Z Z*1⋅ 3 +*Z Z*1⋅ 4 +*Z Z*2⋅ 5 +*Z Z*2⋅ 3 +*Z Z*2⋅ 4 +*Z Z*5⋅ 3 +*Z Z*5⋅ 4

Таким образом

*Z Z*5⋅ 4

*W j*( ω)= *Z Z*1⋅ 5 +*Z Z*1⋅ 3 +*Z Z*1⋅ 4 +*Z Z*2⋅ 5 +*Z Z*2 ⋅ 3 +*Z Z*2⋅ 4 +*Z Z*5⋅ 3 +*Z Z*5⋅ 4

Подставляем соответствующие выражения для комплексных сопротивлений, получаем

1

*W j*( ω)=

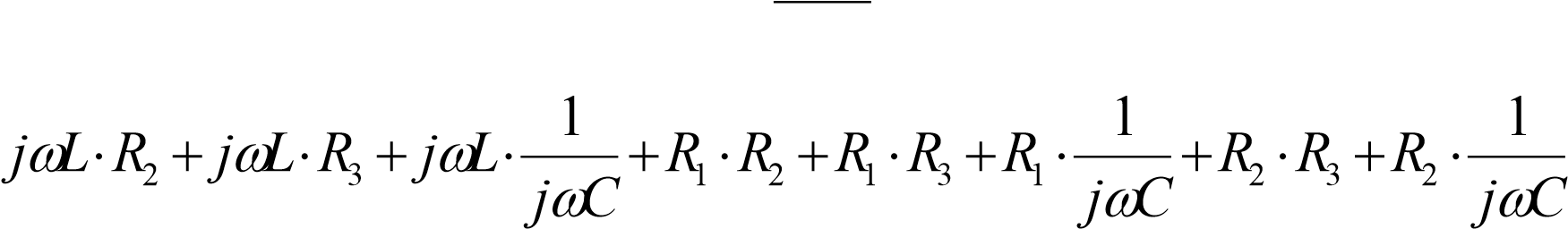
*jC*

*R*

ω

2

⋅



После домножения на *jωC* и с учетом того, что  *j2=-1*, окончательно получаем выражение комплексной передаточной функции:

*R*2

*W j*( ω) = 2 Ам-

[*R*1 + *R*2 −ω *LC R*( 2 + *R*3)]+ *j*ω[*L* +*C R*( 1 ⋅ *R*2 + *R*1 ⋅ *R*3 + *R*2 ⋅ *R*3)]

плитудно-частотная характеристика (АЧХ) – это зависимость от частоты отношения амплитуд выходного и входного напряжений, или модуль комплексной частотной характеристики:

*Uвых*

*A*( )ω = = *W j*( ω), *Uвх*

*R*2

*A*( )ω = 2 2 2 2 По

[*R R*1 + 2 −ω*LCR R*( 2 + 3)] +ω[*L C R R R R R R*+ ( 1 ⋅ 2 + 1 ⋅ 3 + 2 ⋅ 3)]

этой формуле строим график (рис.3.4). На этом графике фактически построена зависимость от частоты f, выраженной в герцах, с учетом связи с угловой частотой: *ω=2πf*.

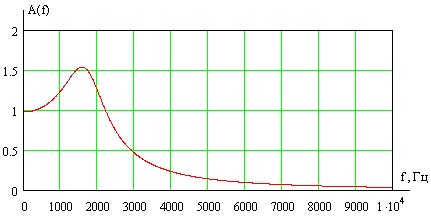


Рис. 3.4

При построении логарифмической амплитудно-частотной характеристики (ЛАЧХ) по оси ординат откладывают значения частоты в логарифмическом масштабе, а по оси ординат - величину 20lg(A(ω)), измеряемую в децибелах.

График ЛАЧХ представлен на рис. 3.5.

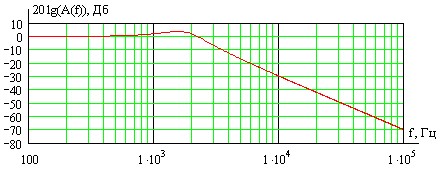


Рис. 3.5

Фазо-частотная характеристика (ФЧХ) – это зависимость от частоты разности фаз между выходным и входным напряжениями, или аргумент комплексной частотной характеристики:

ΔΨ( )ω = Ψ*Uвых* − Ψ*Uвх* = arg(*W j*( ω)) ,

ω[*L* +*C R*( 1 ⋅ *R*2 + *R*1 ⋅ *R*3 + *R*2 ⋅ *R*3)]

ΔΨ( )ω = −*arctg*( 2 )

[*R*1 + *R*2 −ω *LC R*( 2 + *R*3)]

График ФЧХ обычно изображают при логарифмическом масштабе оси частот. Соответствующая кривая приведена на рис.3.6

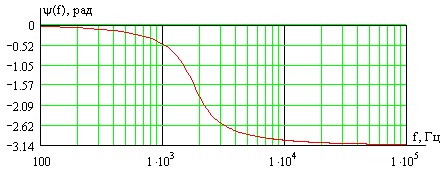


Рис. 3.6

3.5 Определение переходной функции цепи *h(t)*.

Переходной функцией цепи называется реакция на воздействие в виде единичной ступенчатой функции. Значит, для ее определения необходимо проанализировать переходный процесс *uвых(t)* при подключении цепи к источнику постоянной э.д.с., равной 1В, при нулевых начальных условиях, рис. 3.7.

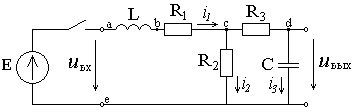


Рис. 3.7

Операторный метод.

Действия операторным методом при нулевых начальных условиях в значительной мере подобны действиям при анализе символическим методом цепей синусоидального тока при замене в выражениях сопротивлений комбинации «jω» на букву «p». Поэтому можем воспользоваться полученным в п.3.4 выражением для комплексной частотной характеристики, записав на месте «jω» букву

«p». Таким образом, мы найдем то, что называется передаточной функцией цепи:

1

*W p*( )==

*pL R*⋅ 2 + *pL R*⋅ 3 + *pL*⋅ +*R R*1⋅ 2 +*R R*1⋅ 3 +*R*1⋅ +*R R*2 ⋅ 3 +*R*2⋅

⋅

*pC*

*R*

1

1

1

2

*pC pC pC*

*R*2

= 2 = *p LC R*( 2 + *R*3)+ *p L*[ +*C R R*( 1 ⋅ 2 + *R R*1 ⋅ 3 + *R*2 ⋅*R*3)]+ *R*1 + *R*2

С помощью этой функции легко записать операторное выходное напряжение при заданном операторном входном напряжении:

*U p W p U pвых*( )= ( )⋅ *вх*( )

В нашем случае на входе действует постоянная э.д.с., равная 1В. Ее операторным изображением является 1/p. Значит, операторным изображением переходной функции *h(t)* будет

*W p*( ) *R*2

*H p*( )= = 2

*p p p LCR*[ ( 2 +*R*3)+*p L C R R*[ + ( 1⋅ 2 +*R R*1⋅ 3 +*R R*2⋅ 3)]+*R*1+*R*2]

Остается найти оригинал по формуле разложения:

*m*

*N p*( *k* ) *p tk*

*h t*( ) = ∑*k*=1 ′(*pk* ) *e* , где

*M*

*N(p) = R2, M(p) = p[p2LC(R2+R3)+p[L+C(R1R2+R1R3+R2R3)]+R1+R2]*  pk – корни многочлена M(p), m –степень многочлена M(p). Находим корни *p p*( 21.616 10⋅ −6 + *p*0.01228+ 205) = 0

Так как выражение в скобках в точности совпадает с характеристическим уравнение, которое решали классическим методом, то к ранее определенным корням следует добавить еще нулевой корень: p1 = -3800+j10603, p2 = -3800-j10603, p3 = 0.

N(p) не зависит от p, поэтому N(p1) = N(p2) = N(p3) = R2 = 200

M΄(p) = 4.848·10-6p2 + 0.02456p + 205 M΄(p1) = M΄(-3800+j10603) =

= 4.848·10-6(-3800+j10603)2 + 0.02456(-3800+j10603) + 205 =

= -363.4 – j130.3

M΄(p2) = M΄(-3800-j10603) = -363.4 + j130.3

M΄(p3) = M΄(0) =205

*N p*( 1) 200 200 *j*160.3o

1. *p*′( 1) = −363.4− *j*130.3 = 386*e*−*j*160.3o =0.518*e*
2. *p*( 2 ) − *j*160.3o

= 0.518*e*

1. *p*′( 2 )
2. *p*( 3 ) 200

= = 0.976

*M p*′( 3 ) 205

Подставляем в формулу разложения:

*j*160.3o ( 3800− + *j*10603)*t* − *j*160.3o ( 3800− − *j*10603)*t*

*h t*( ) = 0.518*e e* + 0.518*e e* + 0.976 =

= 0.518*e*−3800*t* (*e j*(10603*t*+160.3 )o + *e*− *j*(10603*t*+160.3 )o ) + 0.976 =

=1.04*e*−3800*t* cos(10603*t* +160.3 )o + 0.976 =

= 0.976−1.04*e*−3800*t* sin(10603*t* + 70.3 )o

Последнее в точности соответствует результату, полученному классическим методом. График переходной функции приведен на рис.3.8

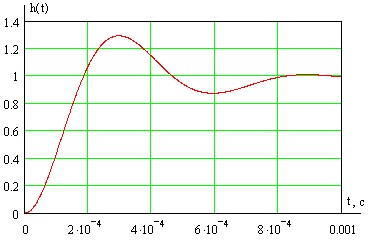
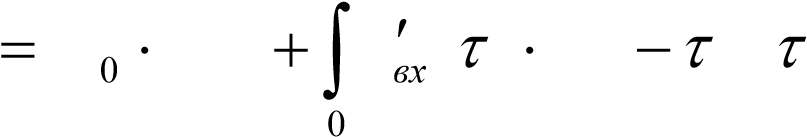


Рис. 3.8

3.6 При выполнении последнего пункта задания следует иметь в виду, что зная переходную функцию цепи *h(t)*, нетрудно записать выражение для реакции на любое заданное воздействие с помощью интеграла Дюамеля:

*t*

*uвых*( )*t* *U h t*( ) *u* ( ) *h t*( )*d*

Результатом применения интеграла Дюамеля к воздействию в форме пря-

моугольного импульса длительностью Tимп и высотой U0 , будет:

⎧*U*0 ⋅*h t*( ), *для* 0 ≤ *t* < *Tимп*

*uвых*( )*t* = ⎨

⎩*U*0 ⋅*h t*( ) −*U*0 ⋅*h t*( −*Tимп*), *для t* ≥ *Tимп*

Конкретно при заданных *U0* = *10В*, *Tимп = 3τ=3·0,263·10-3* и определенной в

п.3.5 переходной функции графики входного и выходного напряжений приведены на рис.3.9.

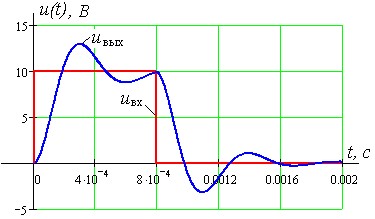


Рис. 3.9