

## ЗАДАЧА №48

### Контрольные вопросы

1. Как записывают интеграл О.Мора для определения перемещений при изгибе?
2. Какова последовательность определения линейных и угловых перемещений с использованием интеграла О.Мора?
3. Что означает знак «минус» вычисленного значения интеграла О.Мора?
4. В каких случаях при вычислении перемещений методом О.Мора можно применить формулу Симпсона? Как записывают формулу Симпсона?

### Условие задачи

Для стальной балки (рис. 48) с двутавровым поперечным сечением, требуется из расчетов на прочность и жесткость определить величину параметра нагрузки  $P$ .

**Принять:**  $l = 50$  см; материал – Сталь 40;  $[n] = 1,6$ ; профиль поперечного сечения – двутавр №10; допустимое перемещение точки  $A$   $[\Delta_A] = 5$  мм; допустимый угол поворота сечения  $B$   $[\theta_B] = 1^\circ$ ; остальные данные взять из табл. 48 и приложения 3.

Таблица 48

Цифра варианта	Порядковый номер цифры в варианте					
	1	2	3	4		
	$a/l$	$M/Pl$	$c/l$	$F_1/P$	$F_2/P$	№ схемы
1	2,0	1	2,0	1	2	<b>I</b>
2	1,0	2	2,0	–	5	<b>II</b>
3	0,5	3	0,5	1	3	<b>III</b>
4	1,0	1	1,0	2	1	<b>IV</b>
5	1,0	2	2,0	2	1	<b>V</b>
6	2,0	–3	2,0	1	1	<b>VI</b>
7	2,0	–1	1,0	2	1	<b>VII</b>
8	0,5	–2	0,5	1	3	<b>VIII</b>
9	1,0	–3	1,0	1	3	<b>IX</b>
0	2,0	–1	1,0	–	5	<b>X</b>

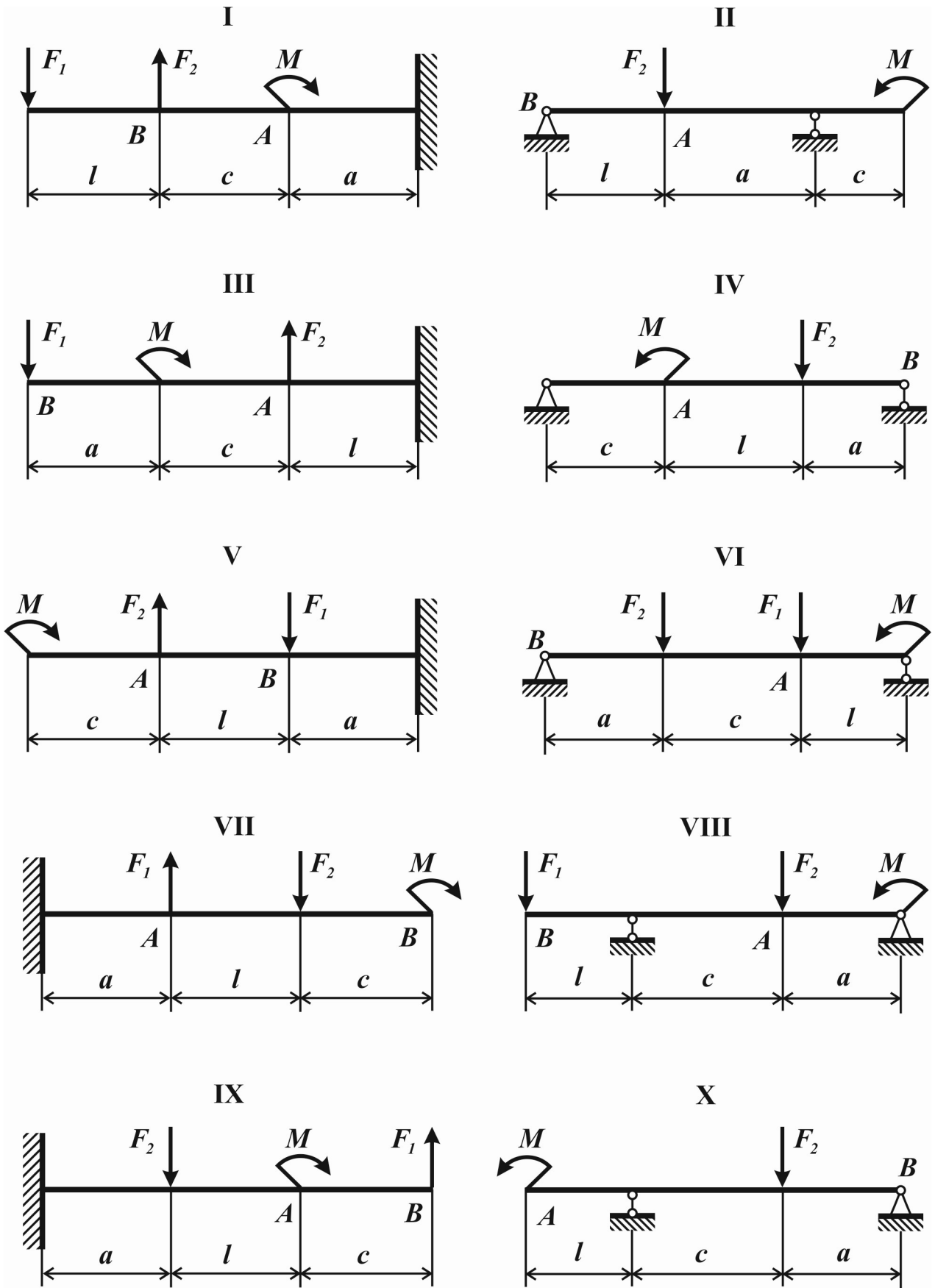


Рис. 48

Задача №48

Для стальной балки двутаврового поперечного сечения требуется из расчетов на прочность и жесткость определить допускаемую величину параметра нагрузки  $P$ .

Принять:

$l = 50$  см; материал – Сталь 40 ( $\sigma_T = 335$  МПа;  $E = 200$  ГПа);  $[n] = 1,6$ ; профиль поперечного сечения – двутавр №10 ( $I_x = 198$  см<sup>4</sup>;  $W_x = 39,7$  см<sup>3</sup>); допускаемое перемещение точки А  $[\Delta] = 5$  мм; допускаемый угол поворота сечения В  $[\theta] = 1$  градус.

Заданная схема

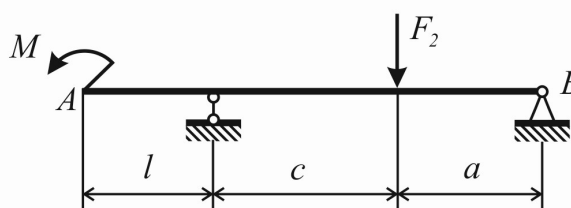


Таблица исходных данных

0	0	0	0		
$a/l$	$M/Pl$	$c/l$	$F_1/P$	$F_2/P$	№ схемы
2,0	-1	1,0	-	5	X

Примечание: при перемножении каких-либо эпюр  $\mathcal{E}M_{(1)}$  и  $\mathcal{E}M_{(2)}$  будем использовать формулу для перемножения линейных или постоянных эпюр

$$\mathcal{E}M_{(1)} * \mathcal{E}M_{(2)} = \sum \frac{l_i}{6(EI_x)_i} (2M_{(1)}^n M_{(2)}^n + M_{(1)}^n M_{(2)}^k + M_{(1)}^k M_{(2)}^n + 2M_{(1)}^k M_{(2)}^k)_i.$$

Здесь  $i$  - это номер участка балки; а индексы “н” и “к” означают начало участка и конец соответственно.

### Решение

Допускаемое значение параметра нагрузки  $P$  будем искать из решения трех неравенств (условие прочности и два условия жесткости):

$$\max \sigma = \frac{\max M}{W_x} \leq \frac{\sigma_T}{[n]}; \quad \Delta_A \leq [\Delta]; \quad \vartheta_B \leq [\vartheta].$$

Максимальные напряжения в опасных точках балки  $\max \sigma = \frac{\max M}{W_x} = \frac{4Pl}{W_x}$ .

Перемещение поперечного сечения в точке  $A$

$$\Delta_A = \mathcal{E}M * \mathcal{E}M_1 = \frac{l}{6EI_x}(Pl * l + 2Pl * l) + \frac{l}{6EI_x}(2Pl * l + Pl \frac{2l}{3} + 4Pl * l + 2 * 4Pl \frac{2l}{3}) + \frac{2l}{6EI_x}(2 * 4Pl * \frac{2l}{3}) = \frac{77Pl^3}{18EI_x}$$

- сечение переместится вверх (по направлению единичной силы на единичной системе "1"), поскольку результат получился положительным.

Угол поворота поперечного сечения в точке  $B$

$$\vartheta_B = \mathcal{E}M * \mathcal{E}M_2 = \frac{l}{6EI_x}(-Pl \frac{1}{3} - 2 * 4Pl \frac{1}{3}) + \frac{2l}{6EI_x}(-2 * 4Pl \frac{1}{3} - 4Pl * 1) = -\frac{49Pl^2}{18EI_x}$$

- сечение повернется против часовой стрелки, поскольку на единичной системе "2" единичный момент направляли по часовой стрелке, а результат получился отрицательным.

Решая систему трех неравенств

$$\max \sigma = \frac{4Pl}{W_x} \leq \frac{\sigma_T}{[n]}; \quad \Delta_A = \frac{77Pl^3}{18EI_x} \leq [\Delta]; \quad |\vartheta_B| = \frac{49Pl^2}{18EI_x} \leq [\vartheta],$$

получим следующее:

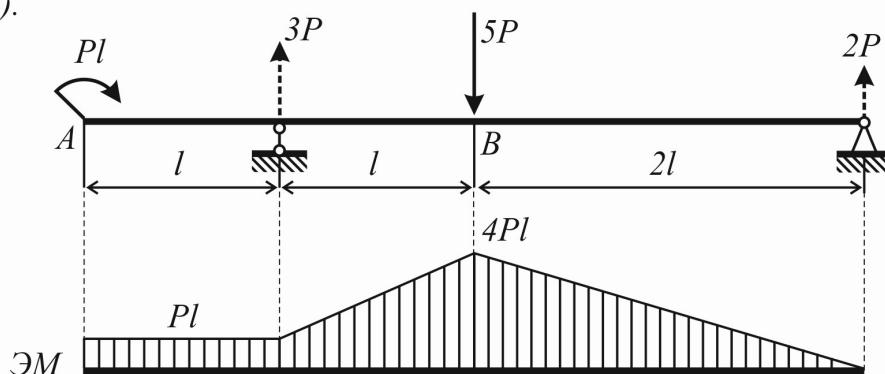
$$P \leq \frac{\sigma_T W_x}{4l[n]} = \frac{335 * 10^6 * 39,7(0,01)^3}{4 * 0,5 * 1,6} = 4,16 \text{ кН};$$

$$P \leq \frac{18EI_x [\Delta]}{77l^3} = \frac{18 * 2 * 10^{11} * 1,98 * 10^{-6} * 0,005}{77(0,5)^3} = 3,70 \text{ кН};$$

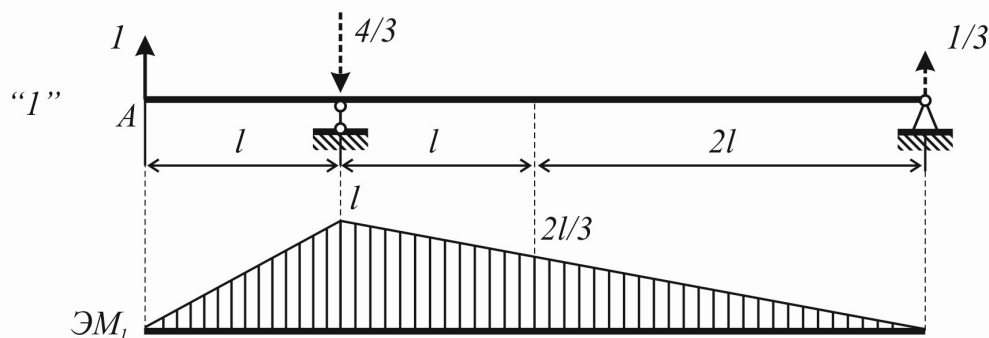
$$P \leq \frac{18EI_x ([\vartheta] * \pi / 180)}{23l^2} = \frac{18 * 2 * 10^{11} * 1,98 * 10^{-6} * 1 * 3,14}{23(0,5)^2 * 180} = 10,2 \text{ кН}.$$

Ответ:  $[P] = 3,70 \text{ кН}$ .

Эпюра ЭМ изгибающих моментов для заданной балки (реакции опор определили устно).



Единичная эпюра ЭМ<sub>1</sub> изгибающих моментов, возникающих от действия безразмерной единичной силы, приложенной в точке А основной системы (реакции опор определили устно - они безразмерны).



Единичная эпюра ЭМ<sub>2</sub> изгибающих моментов, возникающих от действия единичного момента (тоже безразмерного), приложенного в точке В основной системы (реакции опор имеют размерность [1/м]).

