ЗАДАЧА №60

Контрольные вопросы

1. Ответьте на вопросы к задаче №51.

9. Что понимают под предельным состоянием системы?

10. Что представляет собой диаграмма идеально упругопластического материала?

11. Что называют предельной нагрузкой?

12. Какой вид имеет условие прочности для расчета по предельным нагрузкам (по предельному равновесию)?

13. В чем суть кинематического метода определения предельной нагрузки?

14. Что называют пластическим шарниром?

15. Какой вид имеет эпюра нормальных напряжений в пластическом шарнире стержня из идеально упругопластического материала?

16. Что называют пластическим моментом сопротивления сечения? Как его определяют в случае идеально упругопластического материала?

17. В каких случаях нейтральная ось сечения, совпадающего с пластическим шарниром, не проходит через центр тяжести сечения? В каких случаях проходит?

18. Совпадают ли расчеты на прочность по максимальным напряжениям и по предельному равновесию для статически определимых балок? Если не совпадают, то в чем отличие расчетов?

Условие задачи

Для статически неопределимой балки (рис.60, табл.60) требуется:

1) раскрыть статическую неопределимость; построить эпюру изгибающих моментов; выполнить кинематическую проверку;

2) из расчета на прочность по максимальным напряжениям определить характерный размер t поперечного сечения;

3) найти прогиб в точке A и угол поворота сечения B; с учетом найденных значений изобразить изогнутую линию балки;

4) вычислить коэффициент запаса по предельному равновесию, приняв размеры сечения согласно расчету по пункту №2; материал считать идеально упругопластическим.

Принять: $[n] = 1{,}5$; $l = 20$ см; $P = 2$ кН; $E = 2\cdot 10^5$ МПа; $\sigma_T = 260$ МПа. Остальные данные взять из табл.60 и приложения 3.

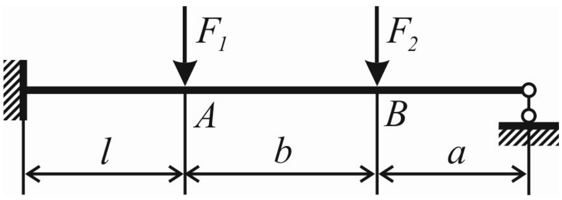
Примечания:

1) возможной потерей устойчивости стержней фермы пренебречь;

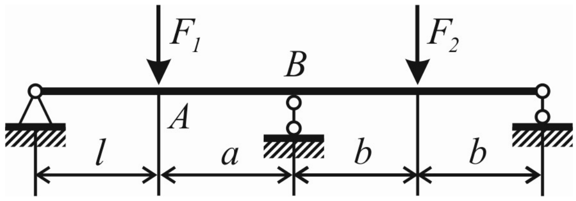
2) в пунктах №2 и №3 механическое нагружение не учитывать.

Таблица 60

Цифра варианта	Порядковый номер цифры в варианте								
	1		2		3			4	
	b/l	F_2/P	№ схемы	a/l	F_1/P	c/t	h/t	d/t	№ сечения
1	1	4	I	1	1	6	8	1	**1**
2	2	–3	II	2	–1	5	6	2	**2**
3	3	2	I	2	1	7	8	3	**1**
4	4	–1	II	3	–1	6	7	1	**2**
5	1	1	I	1	2	5	9	2	**1**
6	2	–2	II	3	1	6	10	3	**2**
7	3	–2	I	2	2	7	9	1	**1**
8	4	–3	II	1	1	6	7	3	**2**
9	1	1	I	2	1	5	8	2	**1**
0	2	–4	II	3	–1	8	9	1	**2**

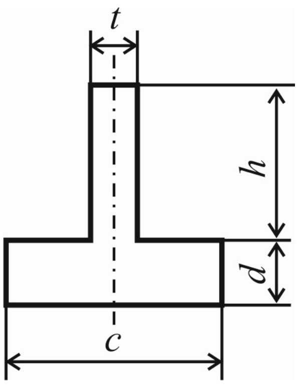


I

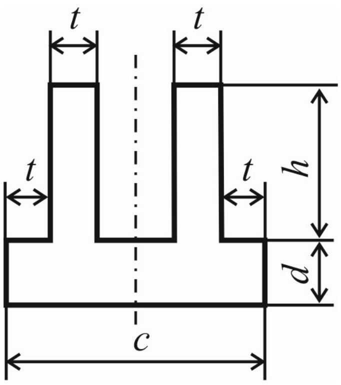


II

а)



1



2

б)

Рис. 60

Сидоров И.А, МТ-292
вариант 0000

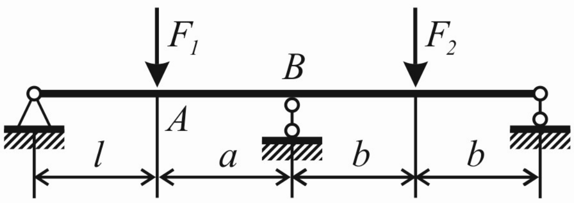
Задача №60 (1-3)

Для статически неопределимой балки требуется:
1) раскрыть статическую неопределимость; построить эпюру изгибающих моментов; выполнить кинематическую проверку;
2) из расчета на прочность по максимальным напряжениям определить характерный размер t поперечного сечения;
3) найти прогиб в точке A и угол поворота сечения B; с учетом найденных значений изобразить изогнутую линию балки.

Принять: $[n] = 1{,}5$; $l = 20$ *см*; $P = 2$ *кН*; $E = 2{\cdot}105$ *МПа*; $\sigma_T = 260$ *МПа*.
Остальные данные взять из табл.60 и приложения 4.

Примечания:
1) в пунктах №2 и №3 механическое нагружение не учитывать;
2) в промежуточных расчетах учитывать 4 значащих цифры в десятичных дробях.

Заданная схема



Поперечное сечение

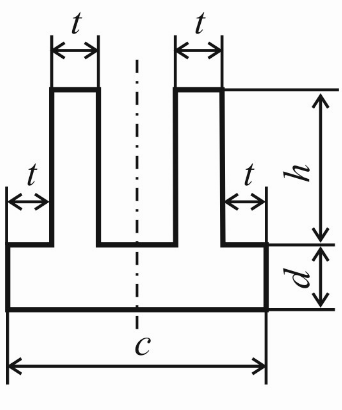
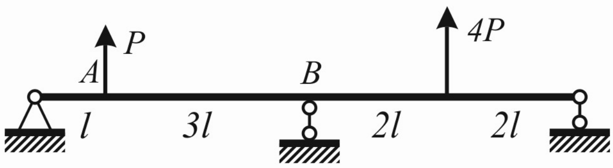


Таблица исходных данных

0		0		0			0	
b/l	F_2/P	№ схемы	a/l	F_1/P	c/t	h/t	d/t	№ сечения
2	-4	II	3	-1	8	9	1	2

Решение

1) Заданная конструкция 1 раз статически неопределима, следовательно, для выполнения расчета на прочность необходимо предварительно раскрыть статическую неопределимость. Воспользуемся для этого методом сил.

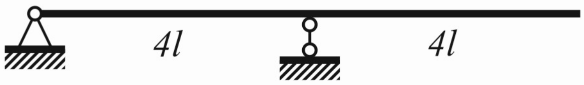


Каноническое уравнение метода сил имеет вид

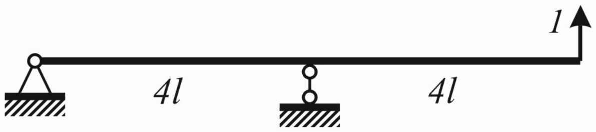
$$\delta_{11}X_1+\Delta_{1P}=0.$$

а) Составим основную систему О.С. (статически определимая, кинематически неизменяемая система, полученная из заданной путем отбрасывания “лишней связи”), единичную “1” (О.С. + единичная сила, приложенная в месте отброшенной связи) и грузовую систему “P” (О.С. + внешние нагрузки).

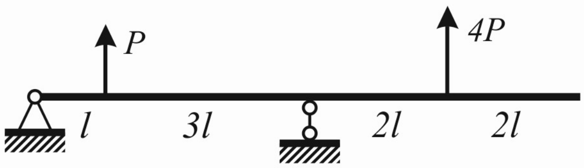
О.С.



“1”

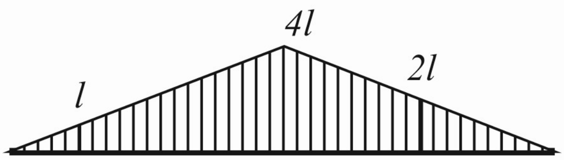


“P”

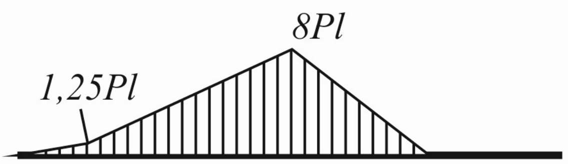


б) Построим соответствующие эпюры изгибающих моментов $ЭМ_1$ и $ЭМ_P$.

$ЭМ_1$



$ЭМ_P$



в) Вычислим коэффициенты канонического уравнения и найдем реакцию X_1 отброшенной связи.

$$\delta_{11}=ЭМ_1\times ЭМ_1=$$

$$=2\frac{4l}{6EI_x}(2\cdot 4l\cdot 4l)=\underline{42,67\frac{l^3}{EI_x}};$$

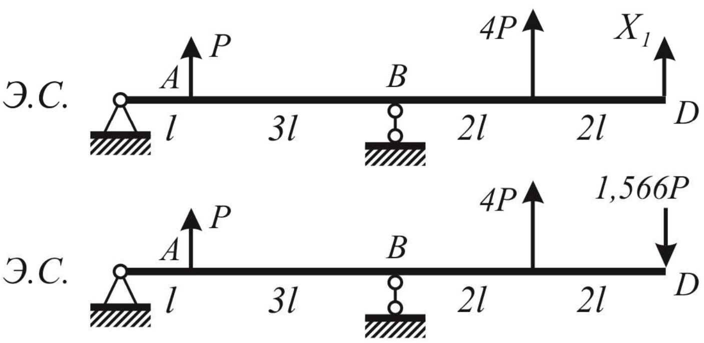
$$\Delta_{1P}=ЭМ_1\times ЭМ_P=$$

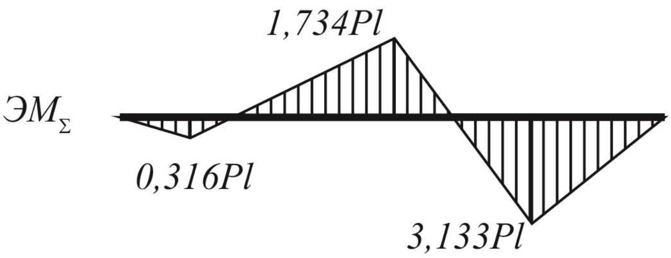
$$=\frac{l}{6EI_x}(2\cdot l\cdot 1,25Pl)+$$

$$+\frac{3l}{6EI_x}(2\cdot l\cdot 1,25Pl+l\cdot 8Pl+4l\cdot 1,25Pl+2\cdot 4l\cdot 8Pl)+\frac{2l}{6EI_x}(2\cdot 4l\cdot 8Pl+2l\cdot 8Pl)=$$

$$=\underline{66,83\frac{Pl^3}{EI_x}};\qquad X_1=-\frac{\Delta_{1P}}{\delta_{11}}=-\frac{66,83Pl^3}{EI_x}\frac{EI_x}{42,67l^3}=\underline{-1,566P.}$$

г) Построим эквивалентную систему Э.С., направив полученное значение X_1 в противоположную сторону, поскольку оно отрицательно. Для полученной статически определимой системы построим суммарную эпюру $ЭM_\Sigma$.





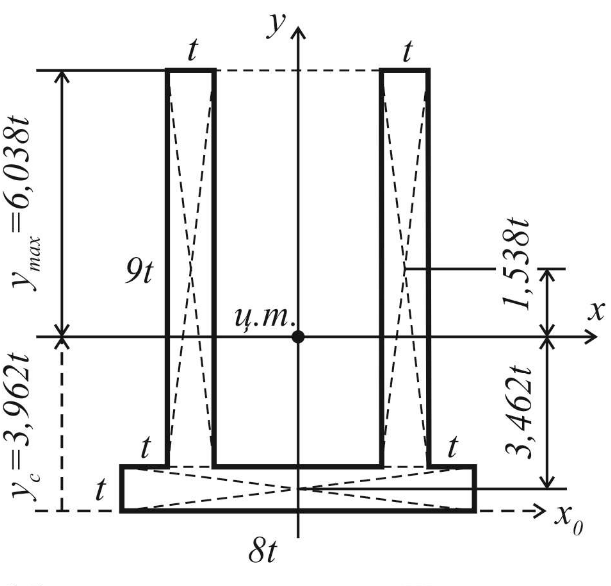
д) Выполним кинематическую проверку (вертикальное перемещение в месте отброшенной связи - точка D - должно быть равно нулю).

$$\Delta_D = ЭM_1 \times ЭM_\Sigma = \frac{l}{6EI_x}(2\cdot l(-0,316Pl) + \frac{3l}{6EI_x}[2\cdot l(-0,316Pl) + 4l(-0,316Pl) + l\cdot 1,734Pl + 2\cdot 4l\cdot 1,734Pl] +$$

$$+\frac{2l}{6EI_x}[2\cdot 4l\cdot 1,734Pl + 4l(-3,133Pl) + 2l\cdot 1,734Pl + 2\cdot 2l(-3,133Pl)] +$$

$$+\frac{2l}{6EI_x}2\cdot 2l(-3,133Pl) = -0,00233\frac{Pl^3}{EI_x} \cong 0.$$

2) Найдем из расчета на прочность размер t. Для этого сначала определим геометрические характеристики поперечного сечения.



Координата y_c центра тяжести поперечного сечения относительно вспомогательной оси x_0

$$y_c = \frac{8t^2 0,5t + 9t^2 5,5t + 9t^2 5,5t}{8t^2 + 9t^2 + 9t^2} = +3,962t.$$

Момент инерции I_x относительно главной центральной оси x

$$I_x = \frac{8t\ t^3}{12} + 8t^2(3,462t)^2 + 2.\frac{t(9t)^3}{12} + 2.9t^2(1,538t)^2 = 260,6t^4.$$

Момент сопротивления W_x сечения

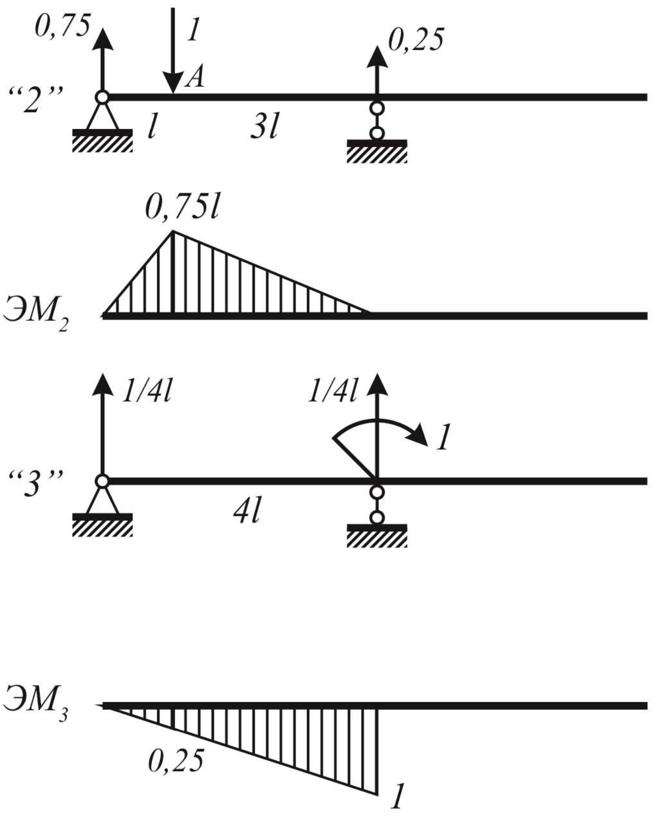
$$W_x = \frac{I_x}{y_{\max}} = \frac{260,6t^4}{6,038t} = 43,16t^3.$$

Условие прочности $\left|\max\sigma\right| = \dfrac{\max M}{W_x} = \dfrac{3{,}133Pl}{43{,}16t^3} \leqslant \dfrac{\sigma_T}{[n]}.$

Отсюда

$$t \geqslant \sqrt[3]{\frac{3{,}133Pl[n]}{43{,}16\sigma_T}} = \sqrt[3]{\frac{3{,}133(20\cdot 10^3)\cdot 0{,}2\cdot 2}{43{,}16(260\cdot 10^6)}} = 5{,}512\text{мм},\ \text{то есть}\ \underline{[t] = 5{,}6\,\text{мм}.}$$

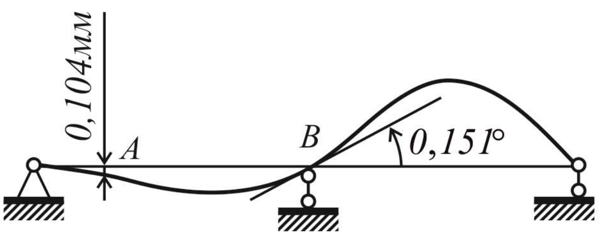
3) Найдем прогиб в точке A и угол поворота сечения B; с учетом найденных значений изобразим изогнутую линию балки.



$$\Delta_A = ЭМ_2 \times ЭМ_\Sigma =$$
$$= \frac{l}{6EI_x}2(0{,}75l)(-0{,}316Pl) +$$
$$+\frac{3l}{6EI_x}[2(0{,}75l)(-0{,}316Pl) +$$
$$+(0{,}75l)(1{,}734Pl)] = 0{,}334\frac{Pl^3}{EI_x} =$$
$$= \frac{0{,}334(2\cdot 10^3)(0{,}2)^3}{(2\cdot 10^{11})(260{,}6\cdot 5{,}6\cdot 10^{-3})} =$$
$$= 0{,}104\text{мм}.$$

$$\vartheta_B = ЭМ_3 \times ЭМ_\Sigma =$$
$$= \frac{l}{6EI_x}2(-0{,}25)(-0{,}316Pl) +$$
$$+\frac{3l}{6EI_x}[2(-0{,}25)(-0{,}316Pl) +$$
$$+(-0{,}25)(1{,}734Pl) + (-1)(-0{,}316Pl) +$$
$$+2(-1)(1{,}734Pl)] = -1{,}687\frac{Pl^2}{EI_x} =$$
$$= \frac{-1{,}687(2\ 10^3)(0{,}2)^2}{(2\ 10^{11})(260{,}6\ \ 5{,}6\ \ 10^{-3})} =$$
$$= -0{,}00263\text{рад} = -0{,}151^\circ$$

Изогнутая линия балки



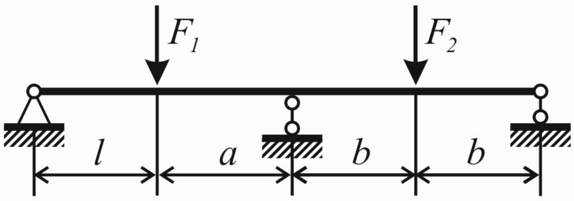
Сидоров И.А, МТ-292
вариант 0000

Задача №60 (4)

Для статически неопределимой балки требуется вычислить коэффициент запаса по предельному равновесию, приняв размеры сечения согласно расчету по пункту №2 той же задачи; материал считать идеально упруго-пластическим.

Принять: l = 20 см; P = 2 кН; σ_T = 260 МПа.
Остальные данные взять из табл.60.

Заданная схема



Поперечное сечение

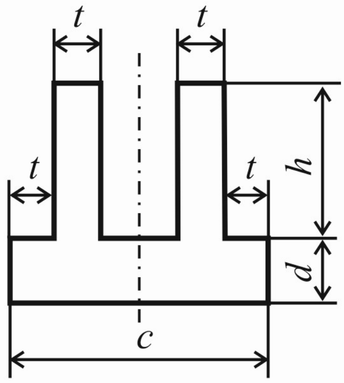


Диаграмма идеально упруго-пластического материала (диаграмма Прандтля)

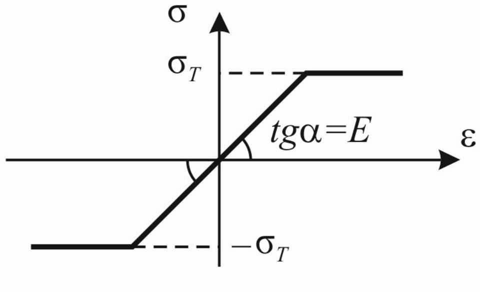


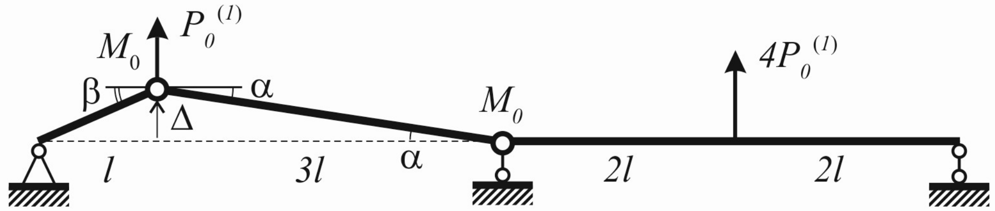
Таблица исходных данных

0		0		0			0	
b/l	F_2/P	№ схемы	a/l	F_1/P	c/t	h/t	d/t	№ сечения
2	-4	II	3	-1	8	9	1	**2**

Решение

4) Воспользуемся кинематическим методом определения предельной нагрузки. Заданная конструкция 1 раз статически неопределима, следовательно, для превращения ее механизм должно возникнуть 2 пластических шарнира. Рассмотрим возможные механизмы:

а)



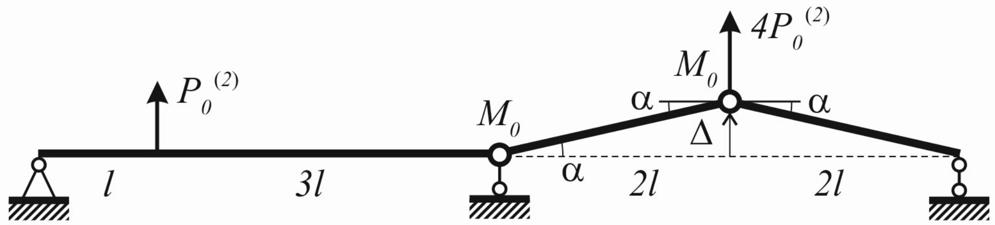
В момент начала движения механизма углы и перемещения бесконечно малы

$$\beta \cong \mathrm{tg}\beta = \Delta/l,\ \alpha \cong \mathrm{tg}\alpha = \Delta/(3l).$$

Принцип возможных перемещений

$$P_0^{(1)}\Delta = M_0(\alpha + \beta) + M_0\alpha \quad \Longleftrightarrow \quad P_0^{(1)} \cong M_0[(2/3l) + (1/l)] = \underline{5M_0/3l}.$$

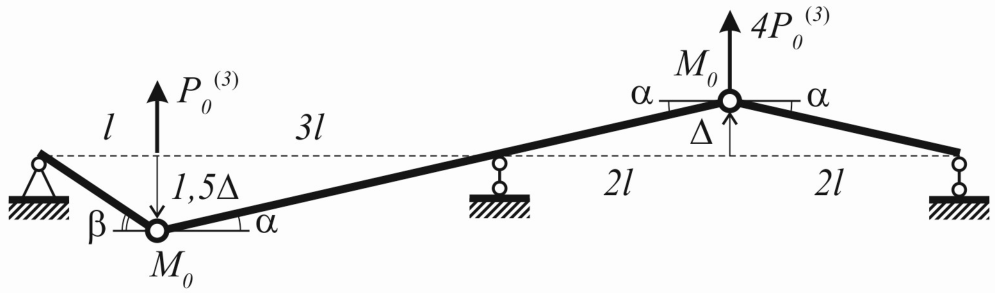
б)



В момент начала движения механизма $\alpha \cong \mathrm{tg}\alpha = \Delta/(2l)$.

Принцип возможных перемещений $\quad 4P_0^{(2)}\Delta = M_0(3\alpha) \quad \Longleftrightarrow \quad P_0^{(2)} \cong \underline{3M_0/2l}.$

в)



В момент начала движения механизма $\alpha \cong \mathrm{tg}\alpha = \Delta/(2l)$, $\beta \cong \mathrm{tg}\beta = 1{,}5\Delta/l$.

Принцип возможных перемещений

$$-P_0^{(3)}(1{,}5\Delta) + 4P_0^{(3)}\Delta = M_0(3\alpha + \beta) \quad \Longleftrightarrow \quad P_0^{(3)} \cong \underline{6M_0/5l}.$$

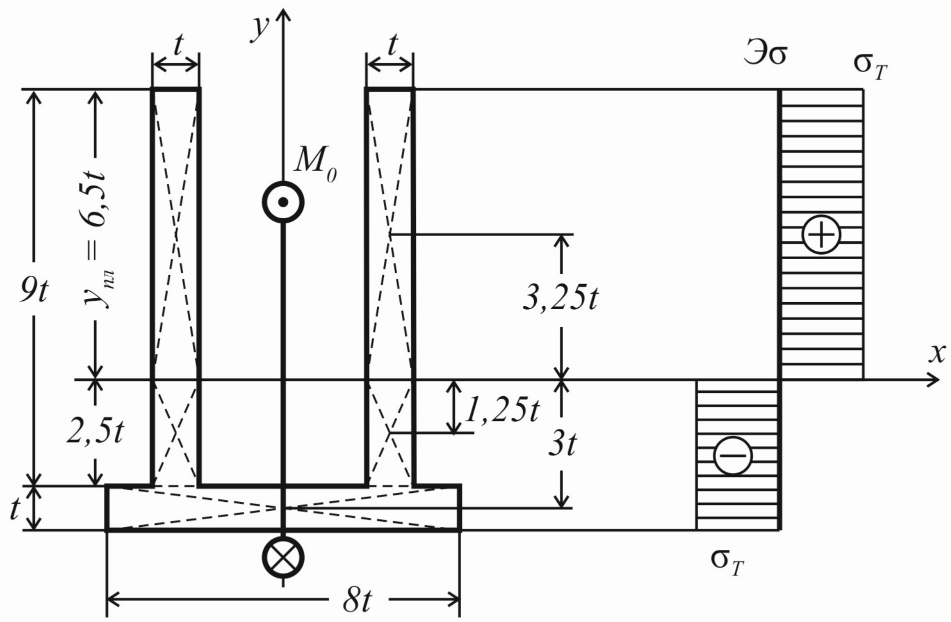
Из рассмотренных механизмов реализуется тот, в котором предельная нагрузка минимальна, то есть

$$P_0 = \min\{P_0^{(1)}, P_0^{(2)}, P_0^{(3)}\} = 6M_0/5l,$$

где M_0 - это изгибающие моменты в пластических шарнирах

$$M_0 = W_{пл}\sigma_T.$$

Определим пластический момент сопротивления $W_{пл}$, для чего сначала найдем положение нейтральной оси x, которая делит площадь сечения пластического шарнира пополам.



Общая площадь поперечного сечения $S = 8t^2 + 9t^2 + 9t^2 = 26t^2$.

Половина этой площади $S^{(½)} = 13t^2$.

Из рассмотрения верхней части сечения найдем $y_{пл} = S^{(½)}/2t = 13/2t = 6,5t$.

Пластический момент сопротивления

$$W_{пл} = \left|S_x^{раст}\right| + \left|S_x^{сж}\right| = 2(6,5t^2)(3,25t) + 2(2,5t^2)(1,25t) + 8t^2(3t) = 72,5t^3.$$

Запас прочности по предельному равновесию

$$n_0 = \frac{P_0}{P} = \frac{6M_0}{5Pl} = \frac{6\cdot 72,5t^3\sigma_T}{5Pl} = \frac{6\cdot 72,5\cdot(5,6\cdot 10^{-3})^3(260\cdot 10^6)}{5(2\cdot 10^3)0,2} = \underline{9,93.}$$