Вторая часть контрольной работы

Задача 1. Образуют ли линейное пространство над R все строки над R следующего вида?

1) $(0,x,y,0)$; 2) $(x,x+1,y,0)$; 3) (x,y,x,y); 4) $(x,y,1\text{-}y,0)$;
5) $(x,0,y,0)$; 6) $(1,x,y,y)$; 7) $(x,y,y,1)$; 8) $(0,1,y,x)$;
9) $(0,x,0,\text{-}x)$; 10) $(x,1,x,y)$; 11) $(0,x,1\text{-}x,y)$; 12) $(0,x,y,1\text{-}y)$.

Задача 2. Пусть A и B – фиксированные, X – произвольная $n \times n$-матрицы. Выяснить, является ли линейным пространством над R множество всех матриц X, удовлетворяющих условию:

1) $AX=0$; 2) $AX=X$; 3) $AX=A$; 4) $AX=B$;
5) $AXA=0$; 6) $AXA=X$; 7) $AXB=0$; 8) $AXB=X$;
9) $AXB=B$; 10) $AX=XA$; 11) $XA+B=0$; 12) $XA+BX=0$.

Задача 3. Выяснить, является ли линейным пространством над R множество всех функций от x, определенных на отрезке [-1,1] и:

1) возрастающих на этом отрезке;
2) убывающих на этом отрезке;
3) монотонных на этом отрезке;
4) принимающих равные значения на концах этого отрезка;
5) ограниченных сверху;
6) ограниченных снизу;
7) ограниченных по модулю данным числом p;
8) ограниченных по модулю;
9) обращающихся в нуль в некоторой точке отрезка;
10) обращающихся в нуль во всех точках отрезка [0,1];
11) имеющих предел при $x \to 0$;
12) имеющих данный предел p при $x \to 0$.

Задача 4. Даны уравнения:

$2x + 2y + z + 2t + 2v = 2$, (1)
$3x + 3y + 2z + 2t + 2v = 4$, (2)
$4x + 4y + 3z + t + v = 5$, (3)
$5x + 5y + 3z + 4t + 4v = 6$, (4)
$2x + 3y + 3z + 3t + 3v = 1$, (5)

а) Исследовать на совместность и определенность системы уравнений:

1) 1,4,6,7; 2) 3,4,5,6; 3) 1,3,4;
4) 2,3,4,6; 5) 3,5,6,8; 6) 4,7,8;
7) 1,2,5; 8) 1,5,6,8; 9) 2,5,6;
10) 3,4,5; 11) 1,6,8; 12) 5,6,7,8.

$2x + y - z + t + v = 3$, (6)

$4x + 3y + z + t + v = 7$, (7)

$2x + 4y + 5z + 4t + 4v = 0$. (8)

Задача 5. В таблице для каждого из 12 вариантов даны системы векторов f_1, f_2 , f_3 (слева) и g_1 , g_2 , g_3 (вверху). Проверить, что каждая из них является базисом арифметического пространства R^3 , и найти матрицу перехода от первого базиса ко второму. Найти координаты вектора x во втором базисе, если в первом базисе он имеет координаты (1,1,1).

f_1	f_2	f_3	g_1 g_2 g_3	(3,3,4) (3,4,4) (4,5,5)	(2,3,3) (3,3,4) (3,4,4)	(2,2,3) (3,4,4) (4,5,5)
(1,1,2)	(1,2,3)	(1,2,4)		1	2	3
(1,2,2)	(2,2,3)	(2,3,4)		4	5	6
(1,2,3)	(2,3,3)	(2,3,4)		7	8	9
(3,4,4)	(4,4,5)	(4,5,5)		10	11	12

Задача 6. В таблице для каждого из 12 вариантов даны два подмножества арифметического пространства $R^4 : V$ состоит из всех строк вида, указанного слева, а W – из всех строк вида, указанного вверху. Найти размерность и базис каждого пространства V, W.

W V	(x,y,y,p)	(x,0,0,p)	(0,x,x,0)	(x,y,x,y)
(x,y,y,x)	1	2	3	4
(x,y,p,x)	5	6	7	8
(x,0,y,p)	9	10	11	12

Задача 7. В таблице для каждого из 12 вариантов даны два подмножества пространства всех (2x2)-матриц над R: V состоит из всех матриц X, удовлетворяющих условию, записанному слева, а W – из всех матриц X, удовлетворяющих условию, записанному вверху таблицы. Найти размерность и базис каждого пространства V, W.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$$

V \ W	$XC = 0$	$CXC = 0$	BX = XB	$AXA = 0$
$CX = 0$	1	2	3	4
AX = XA	5	6	7	8
$BXB = 0$	9	10	11	12

Задача 8. В таблице для каждого из 12 вариантов даны два подмножества пространства всех многочленов от x над R степени не выше 3: V состоит из всех многочленов $f(x)$, удовлетворяющих условию, записанному слева, а W – из всех многочленов $f(x)$, удовлетворяющих условию, записанному вверху таблицы. Найти размерность и базис каждого пространства V, W.

V \ W	$f(1) = 0$	$f(-x) = -f(x)$	$f(0) = f(1) = 0$	$f(-1) = f(1)$
$f(-x) = f(x)$	1	2	3	4
$f(-1) = -f(1)$	5	6	7	8
$f(-1) = f(1) = 0$	9	10	11	12