

3.2. Индивидуальное задание.

Расчет на прочность вала при изгибе с кручением

Пример. Для ведущего вала прямозубой цилиндрической передачи редуктора с двумя зубчатыми колесами (рис. 1, а), передающего мощность $P = 15$ кВт при угловой скорости $\omega = 30$ рад/с, определить диаметр вала по двум вариантам: а) используя третью гипотезу прочности; б) используя четвертую гипотезу прочности. Принять: нормативный коэффициент запаса прочности $[n] = 2$, сталь – СТ35. Поверхность вала шлифованная.

$$F_{r1} = F_1; F_{r2} = F_2$$

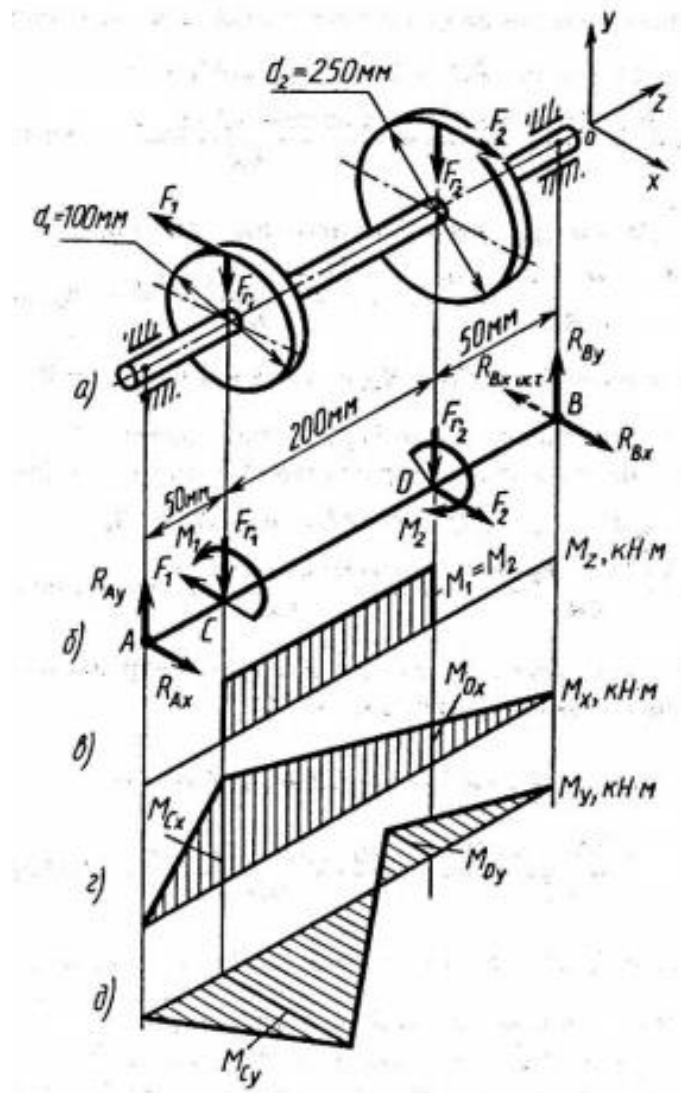


Рис. 1

Решение.

1. Составляем расчетную схему вала, приводя действующие на вал нагрузки к оси (рис. 1, б). При равномерном вращении вала $M_1 = M_2$, где M_1 и M_2 —

скручивающие пары, которые добавляются при переносе сил F_1 и F_2 на ось вала.

2. Определяем вращающий момент, действующий на вал:

$$M_1 = M_2 = P/\omega = 0,5 \cdot 10^3 \text{ Н} \cdot \text{м} = 0,5 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

3. Вычислим нагрузки, приложенные к валу:

$$F_1 = 2M_1/d_1 = 2 \cdot 0,5 \cdot 10^3 / 0,1 = 104 \text{ Н} = 10 \text{ кН}; \quad F_{r1} = 0,4 \cdot 10 = 4 \text{ кН};$$

$$F_2 = 2M_2/d_2 = 2 \cdot 0,5 \cdot 10^3 / 0,25 = 4 \cdot 10^3 \text{ Н} = 4 \text{ кН}; \quad F_{r2} = 0,4 \cdot 4 = 1,6 \text{ кН};$$

4. Определяем реакции опор в вертикальной плоскости (рис. 1, б):

$$\sum M_A = F_{r1} \cdot AC + F_{r2} \cdot AD - R_{By} \cdot AB = 0;$$

$$R_{By} = (F_{r1} \cdot AC + F_{r2} \cdot AD) / AB = (4 \cdot 0,05 + 1,6 \cdot 0,25) / 0,3 = 2 \text{ кН};$$

$$\sum M_B = R_{Ay} \cdot AB - F_{r1} \cdot BC - F_{r2} \cdot DB = 0;$$

$$R_{Ay} = (F_{r1} \cdot BC + F_{r2} \cdot DB) / AB = (4 \cdot 0,25 + 1,6 \cdot 0,05) / 0,3 = 3,6 \text{ кН};$$

$$\sum Y = R_{Ay} - F_{r1} - F_{r2} + R_{By} = 3,6 - 4 - 1,6 + 2 = 0.$$

$\sum Y = 0$, следовательно, R_{Ay} и R_{By} найдены правильно.

Определяем реакции опор в горизонтальной плоскости (рис. 1, б):

$$\sum M_A = F_1 \cdot AC - F_2 \cdot AD - R_{Bx} \cdot AB = 0;$$

$$R_{Bx} = (F_1 \cdot AC - F_2 \cdot AD) / AB = (10 \cdot 0,05 - 4 \cdot 0,25) / 0,3 = -1,66 \text{ кН}$$

Знак минус указывает, на то, что истинное направление реакции противоположно выбранному (см. рис. 1, б):

$$\sum M_B = R_{Ax} \cdot AB - F_1 \cdot CB + F_2 \cdot DB = 0;$$

$$R_{Ax} = (F_1 \cdot CB - F_2 \cdot DB) / AB = (10 \cdot 0,25 - 4 \cdot 0,05) / 0,3 = 7,66 \text{ кН};$$

$$\sum X = R_{Ax} - F_1 + F_2 - R_{Bx} = 7,66 - 10 + 4 - 1,66 = 0.$$

$\sum X = 0$, следовательно, R_{Ax} и R_{Bx} найдены верно.

5. Строим эпюру крутящих моментов M_z (рис. 1, в).

6. Определяем в характерных сечениях значения изгибающих моментов M_x в вертикальной плоскости и M_y в горизонтальной плоскости и строим эпюры (рис. 1, г, д):

$$M_{Cx} = R_{Ay} \cdot AC = 3,6 \cdot 0,05 = 0,18 \text{ кН} \cdot \text{м};$$

$$M_{Dx} = R_{Ay} \cdot AD - F_{r1} \cdot CD = 3,6 \cdot 0,25 - 4 \cdot 0,2 = 0,1 \text{ кН} \cdot \text{м};$$

$$M_{Cy} = R_{Ax} \cdot AC = 7,66 \cdot 0,05 = 0,383 \text{ кН} \cdot \text{м};$$

$$M_{Dy} = R_{Ax} \cdot AD - F_1 \cdot CD = 7,66 \cdot 0,25 - 10 \cdot 0,2 = -0,085 \text{ кН} \cdot \text{м}$$

7. Вычисляем наибольшее значение эквивалентного момента по заданным гипотезам прочности. Так как в данном примере значение суммарного изгибающего момента в сечении *C* больше, чем в сечении *D*,

$$M_{IC} = \sqrt{M_{Cx}^2 + M_{Cy}^2} = \sqrt{0,18^2 + 0,383^2} = 0,423 \text{ кН} \cdot \text{м}$$

$$M_{ID} = \sqrt{M_{Dx}^2 + M_{Dy}^2} = \sqrt{0,1^2 + 0,085^2} = 0,13 \text{ кН} \cdot \text{м}$$

то сечение *C* и является опасным. Определяем эквивалентный момент в сечении *C*.

Вариант а)

$$M_{\text{экв III}} = \sqrt{M_x^2 + M_y^2 + M_z^2} = \sqrt{0,18^2 + 0,383^2 + 0,5^2} = 0,655 \text{ кН} \cdot \text{м}$$

Вариант б)

$$M_{\text{экв IV}} = \sqrt{M_x^2 + M_y^2 + 0,75 M_z^2} = \sqrt{0,18^2 + 0,383^2 + 0,75 \cdot 0,5^2} = 0,605 \text{ кН} \cdot \text{м}$$

8. Вычисляем допускаемое нормальное напряжение:

$$[\sigma] = \sigma_T / [n] = 320 / 2 = 160 \text{ МПа.}$$

9. Определяем требуемые размеры вала по вариантам *a* и *б*. По варианту *a*

$$d = \sqrt[3]{\frac{M_{\text{экв III}}}{0,1[\sigma]}} = \sqrt[3]{\frac{0,655 \cdot 10^6}{0,1 \cdot 160}} = 34,5 \text{ мм}$$

По варианту б

$$d = \sqrt[3]{\frac{M_{\text{экв IV}}}{0,1[\sigma]}} = \sqrt[3]{\frac{0,605 \cdot 10^6}{0,1 \cdot 160}} = 33,6 \text{ мм}$$

Принимаем $d_{\text{вала}} = 36 \text{ мм}$.

Задание для самостоятельной работы

Для ведущего вала прямозубой цилиндрической передачи редуктора с двумя зубчатыми колесами (схемы 0 — 9), передающего мощность P , кВт, при угловой скорости ω , рад/с (числовые значения этих величин для своего варианта взять из табл. 1),

- 1) определить вертикальные и горизонтальные составляющие реакций подшипников;
- 2) построить эпюру крутящих моментов;
- 3) построить эпюры изгибающих моментов в вертикальной и горизонтальной плоскостях;
- 4) определить диаметр вала из условия прочности, полагая $F_{r1} = 0,4F_1$; $F_{r2} = 0,4F_2$.

Стандартные размеры в пределах 20-125 мм следующие: 20; 21; 22; 24; 25; 26; 28; 30; 32; 34; 36; 38; 40; 42; 46; 48; 50; 52; 55; 60; 63; 65; 70; 75; 80; 85; 90; 95; 100; 105; 110; 120; 125.

Допускаемый коэффициент запаса прочности $[n] = 1,8$.

Для схем 1, 3, 5, 7, 9 расчет диаметра вала производить по гипотезе потенциальной энергии формоизменения, для схем 0, 2, 4, 6, 8 — по гипотезе наибольших касательных напряжений. Все размеры (схемы 0 — 9) даны в миллиметрах.

По гипотезе наибольших касательных напряжений (третья гипотеза)

$$M_{\text{эквIII}} = \sqrt{M_{\text{И}}^2 + M_{\text{К}}^2}$$

По гипотезе потенциальной энергии формоизменения (четвертая гипотеза)

$$M_{\text{эквIV}} = \sqrt{M_{\text{И}}^2 + 0,75M_{\text{К}}^2}$$

№ варианта	№ схемы	марка стали	P, кВт	ω , рад/с	Качество обработки поверхности
1	0	10	6	22	1
2	1	20	8	36	2
3	2	30	9	50	3
4	3	35	10	68	4
5	4	45	3	24	5
7	5	50	10	22	1
8	6	20X	12	36	2
9	7	40X	22	45	3
10	8	30XM	20	42	4
11	9	10	15	80	5
12	0	20	8	36	1
13	1	30	9	40	2
14	2	40	20	30	3
15	3	45	20	18	4
16	4	50	14	42	5

Примечание. Состояние поверхности: 1 – полирование, 2 – шлифование, 3 – тонкое точение, 4 – грубое точение, 5 – наличие окарины.

