

Министерство образования и науки Российской Федерации
НОВОСИБИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

ТЕОРИЯ МЕХАНИЗМОВ И МАШИН

Часть 1

Утверждено Редакционно-издательским советом университета
в качестве учебно-методического пособия

НОВОСИБИРСК
2008

УДК 621.01 (075.8)
Т 338

Коллектив авторов:
*В.П. Гилета, Н.А. Чусовитин, Ю.В. Ванаг, Б.В. Юдин,
Ю.С. Поляков, В.И. Капустин*

Рецензенты: канд. техн. наук, доц. *А.Г. Козлов*,
канд. техн. наук, доц. *А.А. Рыков*

Работа подготовлена на кафедре прикладной механики

Т 338 **Теория механизмов и машин** : учебно-метод. пособие /
коллектив авторов. – Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2008. – 96 с.

ISBN 978-5-7782-0971-8

Приведенные материалы систематизированы, содержат теоретическое обоснование, описание лабораторных установок, порядок выполнения и оформления работ, а также контрольные вопросы. Практикум поможет студентам в изучении важнейших разделов ТММ и при выполнении расчетно-графических и курсовых работ.

Может быть рекомендован студентам МТФ, ФЛА, ЭМФ и ИДО для использования в учебном процессе.

УДК 621.01 (075.8)

ISBN 978-5-7782-0971-8

© Коллектив авторов, 2008

ВВЕДЕНИЕ

Курс «Теория механизмов и машин» является одной из дисциплин, обеспечивающих общетехническую подготовку студентов механических специальностей.

Лабораторные работы по курсу закрепляют теоретические знания и прививают практические навыки проведения исследовательских работ и помогают студентам лучше понять суть физических процессов и явлений, происходящих в машинах.

Цель лабораторных работ – научить студентов применять основные методы исследования к моделям механизмов, проводить измерения и испытания машин и механизмов, оформлять техническую документацию в виде отчета, обрабатывать результаты исследования, анализировать получаемые результаты и делать по ним выводы и заключения.

СОДЕРЖАНИЕ И ОБЩИЕ ТРЕБОВАНИЯ К ОТЧЕТУ ПО ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЕ

1. Отчет должен содержать и освещать следующие разделы: название работы; цель работы и исходные данные; необходимые схемы и рисунки; расчетные данные; таблицы с результатами эксперимента; выводы и заключение по работе.

2. Отчет (рис. 0.1) пишется от руки или набирается на компьютере. Цвет текста и формул – черный, синий или фиолетовый.

3. При выполнении чертежей (эскизов) или таблиц допускается применение форматов А2, А3.

4. Для обозначения абзацев пропускается пять знаков от линии левого поля листа.

Требования к тексту отчета

1. Разделы отчета нумеруются арабскими цифрами. Номер и название раздела разделяются точкой. Название раздела пишется прописными буквами посередине страницы. Переносы в названии разделов не допускаются.

2. Разделы могут включать в себя подразделы. Подразделы нумеруются арабскими цифрами в пределах раздела. Номер и название подраздела пишутся строчными буквами (кроме первой прописной) в следующем порядке: номер раздела, точка, номер подраздела, точка, название подраздела. Например:

1. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПЕРЕДАТОЧНОГО ОТНОШЕНИЯ

1.1. Рядовая зубчатая передача

1.2. Планетарная зубчатая передача

3. Страницы отчета нумеруются, включая титульный лист, иллюстрации и приложения (рис. 0.1, а–з): номера страниц указываются в графе 7 (рис. 0.3 и рис. 0.4).

4. Отчет должен быть написан аккуратно, ясно и четко. Сокращения слов, кроме общепринятых, не допускаются.

5. Формулы, приводимые в отчете, сначала должны быть записаны в аналитическом виде с последующей расшифровкой всех символов, а потом с подставленными цифровыми значениями входящих в них величин и указанием результатов расчета, например,

$$E = mV^2 / 2 = 3 \cdot 4^2 / 2 = 24 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

6. Когда по одной формуле выполняется несколько расчетов, то в отчете эта формула и расчеты по ней приводятся только один раз, а все остальные результаты расчетов сводятся в таблицу.

Требования к иллюстрациям

1. Схемы и эскизы должны выполняться в соответствии с требованиями ЕСКД.
2. Рисунки и таблицы должны быть озаглавлены и пронумерованы. Под рисунком обязательна подпись.
3. Заголовки таблиц помещаются сверху, а названия рисунков – снизу.
4. Рисунки можно выполнять карандашом.
5. Для выполнения схем, рисунков и таблиц используется чертежный инструмент.
5. На каждый рисунок и таблицу необходимо дать ссылку в тексте и размещать иллюстрации или таблицы надо сразу после первого упоминания о них.
6. Таблицы следует располагать вертикально. Высота строк таблиц не менее 8 мм.

Требования к оформлению отчета по лабораторной работе

1. Отчет по лабораторной работе (рис. 0.1, *а–г*) должен оформляться на белых листах бумаги формата А4 (210×297 мм) с одной стороны.
2. Первым листом отчета является титульный лист (рис. 0.1, *а*), пример заполнения текста приведен на рис. 0.2.
3. Второй лист (рис. 0.1, *б*), текстовой части выполняется с основной надписью в соответствии с рис. 0.3.
4. Остальные листы (рис. 0.1, *в–г*) выполняются с основной надписью, согласно рис. 0.4.
5. В графе 2 (рис. 0.3, 0.4) указывается вид учебной работы – «лабораторная работа №...», в графе 1 – «название лабораторной работы», в графе 9 – название группы, в которой обучаются студенты.
5. Листы отчета должны быть скреплены (скрепкой, скобкой).

<p>ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА</p> <p>(Название)</p> <p>Факультет:</p> <p>Группа:</p> <p>Студенты: (Ф.И.О.)</p> <p>Преподаватель: (Ф.И.О.)</p> <p>Новосибирск 2008</p>										<table><tr><td colspan="10">Лабораторная работа №</td></tr><tr><td>Изм</td><td>Всг</td><td>Влажность</td><td>Температура</td><td>Давл</td><td colspan="5" rowspan="4">Отчет</td><td>Всг</td><td>Всг</td><td>Всг</td></tr><tr><td>Самол</td><td>Всг</td><td>Всг</td><td>Всг</td><td>Всг</td><td>1</td><td>2</td><td>4</td></tr><tr><td>Давл</td><td>Всг</td><td>Всг</td><td>Всг</td><td>Всг</td><td colspan="3" rowspan="2">Группа</td></tr><tr><td>Всг</td><td>Всг</td><td>Всг</td><td>Всг</td><td>Всг</td></tr></table>										Лабораторная работа №										Изм	Всг	Влажность	Температура	Давл	Отчет					Всг	Всг	Всг	Самол	Всг	Всг	Всг	Всг	1	2	4	Давл	Всг	Всг	Всг	Всг	Группа			Всг	Всг	Всг	Всг	Всг
Лабораторная работа №																																																															
Изм	Всг	Влажность	Температура	Давл	Отчет					Всг	Всг	Всг																																																			
Самол	Всг	Всг	Всг	Всг						1	2	4																																																			
Давл	Всг	Всг	Всг	Всг						Группа																																																					
Всг	Всг	Всг	Всг	Всг																																																											

										<table><tr><td colspan="10">Лабораторная работа №</td><td>Всг</td></tr><tr><td>Изм</td><td>Всг</td><td>Влажность</td><td>Температура</td><td>Давл</td><td colspan="5"></td><td>3</td></tr></table>										Лабораторная работа №										Всг	Изм	Всг	Влажность	Температура	Давл						3
Лабораторная работа №										Всг																															
Изм	Всг	Влажность	Температура	Давл						3																															

										<table><tr><td colspan="10">Лабораторная работа №</td><td>Всг</td></tr><tr><td>Изм</td><td>Всг</td><td>Влажность</td><td>Температура</td><td>Давл</td><td colspan="5"></td><td>4</td></tr></table>										Лабораторная работа №										Всг	Изм	Всг	Влажность	Температура	Давл						4
Лабораторная работа №										Всг																															
Изм	Всг	Влажность	Температура	Давл						4																															

Рис. 0.1

<p>Министерство образования и науки Российской Федерации Федеральное агентство по образованию Государственное образовательное учреждение высшего профессионального образования Новосибирский государственный технический университет Кафедра прикладной механики</p> <p>ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА (название)</p> <p>Факультет: Группа: Студенты (Ф.И.О.): Преподаватель (Ф.И.О.): Новосибирск 2008</p>

Рис. 0.2

Technical drawing of a sheet layout. The sheet is 8x5=40 units high and 50 units wide. It is divided into two main sections: (1) and (2). Section (1) is on the left and contains a table with 5 rows and 5 columns. The rows are labeled: (14), (15), (14), (17), (18); Лист, Лист, Лист, Лист, Лист; Разраб., Пров., Н. контр., Утв.; (10), (11), (12), (13). The columns are labeled: Лист, Лист, Лист, Лист, Лист. Section (2) is on the right and contains a table with 3 rows and 3 columns. The rows are labeled: Лист, Лист, Лист; Лист, Лист, Лист; Лист, Лист, Лист. The columns are labeled: Лист, Лист, Лист. The total width of the sheet is 50 units. The total height is 8x5=40 units. The sheet is divided into two main sections: (1) and (2). Section (1) is on the left and contains a table with 5 rows and 5 columns. The rows are labeled: (14), (15), (14), (17), (18); Лист, Лист, Лист, Лист, Лист; Разраб., Пров., Н. контр., Утв.; (10), (11), (12), (13). The columns are labeled: Лист, Лист, Лист, Лист, Лист. Section (2) is on the right and contains a table with 3 rows and 3 columns. The rows are labeled: Лист, Лист, Лист; Лист, Лист, Лист; Лист, Лист, Лист. The columns are labeled: Лист, Лист, Лист. The total width of the sheet is 50 units. The total height is 8x5=40 units.

Рис. 03

Technical drawing of a sheet layout. The sheet is 110 units wide and 15 units high. It is divided into two main sections: (1) and (2). Section (1) is on the left and contains a table with 5 rows and 5 columns. The rows are labeled: (14), (15), (16), (17), (19); Лист, Лист, Лист, Лист, Лист; Лист, Лист, Лист, Лист, Лист; (14), (15), (16), (17), (19). The columns are labeled: Лист, Лист, Лист, Лист, Лист. Section (2) is on the right and contains a table with 3 rows and 3 columns. The rows are labeled: Лист, Лист, Лист; Лист, Лист, Лист; Лист, Лист, Лист. The columns are labeled: Лист, Лист, Лист. The total width of the sheet is 110 units. The total height is 15 units. The sheet is divided into two main sections: (1) and (2). Section (1) is on the left and contains a table with 5 rows and 5 columns. The rows are labeled: (14), (15), (16), (17), (19); Лист, Лист, Лист, Лист, Лист; Лист, Лист, Лист, Лист, Лист; (14), (15), (16), (17), (19). The columns are labeled: Лист, Лист, Лист, Лист, Лист. Section (2) is on the right and contains a table with 3 rows and 3 columns. The rows are labeled: Лист, Лист, Лист; Лист, Лист, Лист; Лист, Лист, Лист. The columns are labeled: Лист, Лист, Лист. The total width of the sheet is 110 units. The total height is 15 units.

Рис. 04

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 1

СТРУКТУРНЫЙ АНАЛИЗ МЕХАНИЗМОВ

ЦЕЛЬ РАБОТЫ

1. Ознакомление с механизмами и приобретение практических навыков в составлении кинематических схем.
2. Определение степеней свободы механизма.
3. Классификация структурных групп механизма.

ОСНОВНЫЕ СВЕДЕНИЯ

Теория механизмов и машин (ТММ) разрабатывает и изучает научные проблемы построения и исследования механизмов и машин.

Машина – это устройство, выполняющее механическое движение для преобразования энергии, материалов, информации с целью замены или облегчения физического и умственного труда человека.

Механизм – это система взаимосвязанных тел (звеньев), предназначенная для преобразования заданных движений одного или нескольких тел в требуемое движение других тел.

Задачей структурного синтеза является проектирование механизмов выбранной структуры по заданным кинематическим и динамическим условиям.

Структурной схемой механизма называют безмасштабное графическое изображение механизма с применением условных обозначений звеньев и подвижных соединений. На структурных схемах подвижные соединения принято обозначать заглавными латинскими буквами, а звенья – арабскими цифрами.

Кинематическая схема механизма (рис. 1.1, б) представляет собой изображение структурной схемы механизма, выполненное в масштабе μ_l (м/мм).

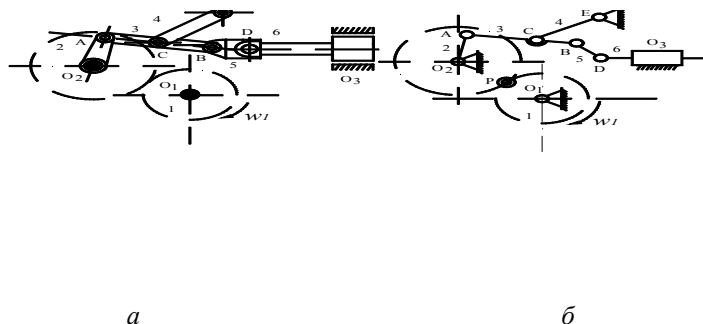


Рис. 1.1. Механизм компрессора:

a – конструктивная схема; *б* – кинематическая схема

Звенья плоских механизмов совершают движения в параллельных плоскостях. Стационарные механизмы образуют подвижные соединения с неподвижным в относительном движении звеном – стойкой.

Деталь – это изделие, которое нельзя разделить на более мелкие части без нарушения возможности исполнения ее функций.

Звеном называется деталь или несколько неподвижно соединенных между собой деталей, движущихся как одно целое. Звенья механизма на схемах изображаются упрощенно в виде линий или геометрических фигур.

В зависимости от характера движения и назначения звенья имеют определенные названия. Перечислим звенья, используемые в рычажных механизмах.

Кривошип – вращающееся звено механизма, которое совершает полный оборот вокруг оси, связанной со стойкой.

Шатун – звено механизма, образующее кинематические пары только с подвижными звеньями.

Ползун, толкатель – звено, образующее поступательную пару со стойкой.

Камень – подвижное звено механизма, образующее поступательную пару с кулисой.

Кулиса – подвижное звено механизма, являющееся направляющей для камня.

Коромысло – звено механизма, которое совершает колебательные движения вокруг неподвижной оси, связанной со стойкой. Классификация звеньев рычажных механизмов приведена в табл. 1.

Звенья механизма соединяются между собой кинематическими парами, обеспечивающими определенный характер их относительного движения. Кинематической парой называют идеальную удерживающую связь между двумя подвижными звеньями.

Связь называется идеальной, если:

- отсутствуют силы трения на поверхностях соприкосновения кинематических пар;
- выполняются условия точности выполнения конструктивных размеров и правильности форм сопрягаемых элементов, образующих пару.

Математически удерживающая связь выражена в виде равенства.

Совокупность поверхностей, линий или точка звена, которые контактируют с другими звеньями, образуя кинематическую пару, называют элементом кинематической пары. Звено с наибольшим числом элементов кинематических пар называется базовым – Т.

Поверхности и линии элементов, образующих кинематическую пару, могут быть сплошными или прерывистыми. В случае прерывистого контакта при одних и тех же кинематических характеристиках пары называют разнесенными.

Обеспечить постоянство соединения (замыкания) звеньев кинематическими парами можно геометрическим или силовым способом. Кинематические пары с силовым замыканием называют открытыми, с геометрическим замыканием – закрытыми.

Тип кинематической пары определяется характером соприкосновения элементов звеньев. Различают характер соприкосновения: высший – В, если звенья, образующие данную пару, касаются по точкам или линиям (высшей кинематической парой является сопряжение зубьев зубчатых колес 1 и 2, рис. 1.1), и низший – Н, по поверхности конечных размеров (цилиндрической, винтовой или плоской).

По характеру относительного движения звеньев кинематические пары разделяются на поступательные (поршень и цилиндр), вращательные (вал и подшипник) и винтовые (пара «винт–гайка»).

Класс пары определен числом степеней свободы звена кинематической пары в относительном движении (равен числу простейших движений одного звена относительно другого).

Т а б л и ц а 1.1

Виды звеньев рычажных механизмов


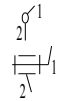


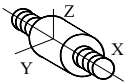

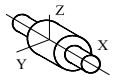

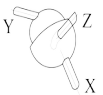

№ п/п	Название	Условное обозначение	Движение	Особенности
1	Стойка		Отсутствует	
2	Кривошип		Вращательное	Полный оборот
3	Кулиса 2		Вращательное колебательное	
4	Шатун		Сложное	Нет пар, связанных со стойкой
5	Коромысло		Качательное	Неполный оборот
6	Камень 5		Сложное	Направляющая 3 подвижна
7	Ползун		Возвратно-поступательное	Направляющая неподвижна
8	Качающийся ползун 7		Колебательное вращательное	Ползун 7 вращается





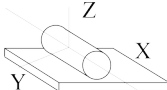

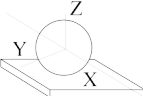

Поступательная, вращательная и винтовая кинематические пары относятся к парам I класса, или одноподвижным, а зацепление двух сопряженных зубьев колес 1 и 2 представляет собой высшую пару II класса, или двухподвижную, (профили перекатываются и скользят

один относительно другого). Классификация кинематических пар приведена в табл. 1.2.

Т а б л и ц а 1.2.

Кинематические пары и их классификация

№ п/п	Название	Условное обозначение	Подвижность пары	Тип контакта элементов пары	Способ замыкания Г – геометрический, С – силовой	Класс пары	Число связей
1	 ВРАЩАТЕЛЬНАЯ		1	Н	Г	1	5
2	 ПРЯМОУГОЛЬНАЯ		1	Н	Г	1	5
3	 ВИНТОВАЯ		1	Н	Г	1	5
4	 ЦИЛИНДРИЧЕСКАЯ		2	Н	Г	2	4
5	 СФЕРИЧЕСКАЯ С ПАЛЬЦЕМ		2	Н	Г	2	4

6	 СФЕРИЧЕСКАЯ		3	Н	Г, С	3	3
7	 ПЛОСКОСТЬ - ПЛОСКОСТЬ		3	Н	С	3	3
8	 ЦИЛИНДР - ПЛОСКОСТЬ		4	В	С	4	2
9	 ШАР - ПЛОСКОСТЬ		5	В	С	5	1

Связанная система звеньев, входящих в кинематические пары, называется кинематической цепью. В зависимости от того, в какое количество пар входит каждое звено, различают простые цепи (каждое звено входит не более чем в две пары) и сложные (имеется хотя бы одно звено, которое входит более чем в две пары), незамкнутые (есть звенья, которые входят только в одну пару) и замкнутые (каждое звено входит, по крайней мере, в две кинематические пары), плоские и пространственные.

«Механизмом называется такая кинематическая цепь, в которой при заданном движении одного или нескольких звеньев относительно любого из них все остальные звенья совершают однозначно определенные движения» [1]. Шарнирным механизмом называют механизм, звенья которого соединены только вращательными парами.

Число степеней свободы кинематической цепи механизма относительно звена, принятого за неподвижное, называется степенью подвижности и обозначается W .

Для плоских механизмов подвижность определяется по формуле П.Л. Чебышева (1821–1894 гг.)

$$W = 3n - 2p_1 - p_2,$$

где n – число подвижных звеньев; p_1 – число пар I класса; p_2 – число пар II класса; числовой коэффициент, равный 3, означает возможное количество неповторяющихся простейших движений, совершаемых звеном на плоскости, а коэффициенты 2 и 1 соответственно – число связей, налагаемых одно- и двухподвижными кинематическими парами на движения звеньев.

Степень подвижности W определяет число независимых между собой обобщенных координат (законов движения), которыми нужно задаться, чтобы все подвижные звенья механизма относительно стойки совершали вполне определенные движения. Звено, которому приписывается одна или несколько обобщенных координат, называется начальным. У механизма (рис. 1.1) ($n = 6$, $p_1 = 8$, $p_2 = 1$) $W = 3 \cdot 6 - 2 \cdot 8 - 1 = 1$, следовательно, входное звено 1 является начальным, закон движения которого имеет вид $\varphi_1 = \varphi_1(t)$, или $\omega_1 = \omega_1(t)$, здесь φ_1 – угол поворота, а ω_1 – угловая скорость звена I, t в конкретном случае – время.

При структурном анализе механизмов необходимо иметь в виду следующее. Кроме степеней свободы звеньев и связей (накладывают кинематические пары), активно воздействующих на характер

движения механизмов, в них могут встречаться так называемые лишние степени свободы и пассивные связи, которые не влияют на характер движения механизма в целом [1–5]. Поэтому на этапе структурного исследования из кинематической цепи механизма удаляют звенья и кинематические пары, которым принадлежат лишние степени свободы и условия связи. При устранении избыточных связей снижают требования к точности изготовления кинематических пар, при этом контролируют значения дополнительных нагрузок от вредных колебаний (расчет конструкции на жесткость).

Кинематическая цепь механизма (рис. 1.1) лишних степеней свободы и пассивных связей не имеет.

Структурная классификация плоских механизмов с вращательными парами впервые была разработана русским ученым профессором Л.В. Ассуром (1878–1920 гг.), а затем развита академиком И.И. Артоболевским (1905–1977 гг.).

Основной принцип образования механизмов сложной структуры состоит в следующем. Любой механизм может быть образован последовательным присоединением к механизму I класса кинематических цепей с нулевой степенью подвижности. Механизм I класса, или элементарный, нельзя более расчленить на части, способные самостоятельно преобразовывать движение.

Степень подвижности любого механизма может быть представлена в форме

$$W = W_1 + 0 + 0 + \dots,$$

где W_1 – степень подвижности механизма I класса, состоящего из начального звена и стойки, объединенных кинематической парой.

Простейшую кинематическую цепь с относительной $W_{\text{гр}} = 0$, не распадающуюся на более простые кинематические цепи, удовлетворяющие тому же условию, называют структурной группой Ассура. При определении групп Ассура участие одних и тех же кинематических пар и звеньев в различных группах не допускается.

Механизмы могут быть образованы также присоединением кинематических цепей с нулевой степенью подвижности к нескольким механизмам I класса. В этих случаях степень подвижности получаемых механизмов будет равна числу механизмов I класса, к которым производится такое присоединение, т. е. – числу начальных звеньев рассматриваемого механизма.

Если в состав группы Ассура входят только пары I класса, то $W_{гр} = 3n - 2p_1 = 0$ и $p_1 = (3/2)n$. Отсюда следует, что, задаваясь сочетанием p_1 и n , можно получить группы любой сложности. В состав групп могут входить замкнутые контуры звеньев с различными степенями относительной подвижности $W_{отн.}$

По классификации И.И. Артоболевского, номер класса группы равен числу кинематических пар, входящих в замкнутый контур, образованный внутренними кинематическими парами. Группы, состоящие из двух звеньев и трех кинематических пар, отнесены ко II классу.

Порядок группы определяется числом элементов кинематических пар, которыми группа присоединена к механизму (или механизмам) I класса.

Вид группы определен местом и количеством размещенных на ней вращательных и поступательных пар.

Поступательные пары, как и вращательные, являются парами I класса, поэтому заменой вращательных пар поступательными могут быть получены различные виды групп Ассура. На рис. 1.2 приведено пять возможных видов группы II класса второго порядка, названных диадами Сильвестра.



Рис. 1.2. Виды группы Ассура II класса

Класс механизма определяется наивысшим классом входящей в механизм группы Ассура.

Плоские механизмы могут иметь в составе звенья, которые входят как в низшие I класса, так и в высшие кинематические пары II класса. Для структурной классификации таких механизмов необходимо пары II класса заменить парами I класса [1–5].

С точки зрения количества налагаемых связей, кинематики выходного звена и картины передачи усилий в плоских механизмах высшая пара II класса эквивалентна одному фиктивному звену, входящему в две низшие пары I класса.

На рис. 1.3 структурная схема совмещена с кинематической, кроме того, на схеме зубчатых колес 1 и 2 показан процесс замены высшей кинематической пары, где для наглядности слева от схемы механизма изображена картина сопряжения зубьев, где P – полюс зацепления, \mathcal{E}_1 и \mathcal{E}_2 – эвольвенты, NN – нормаль, tt – касательная к профилю зубьев проведенные через полюс зацепления.

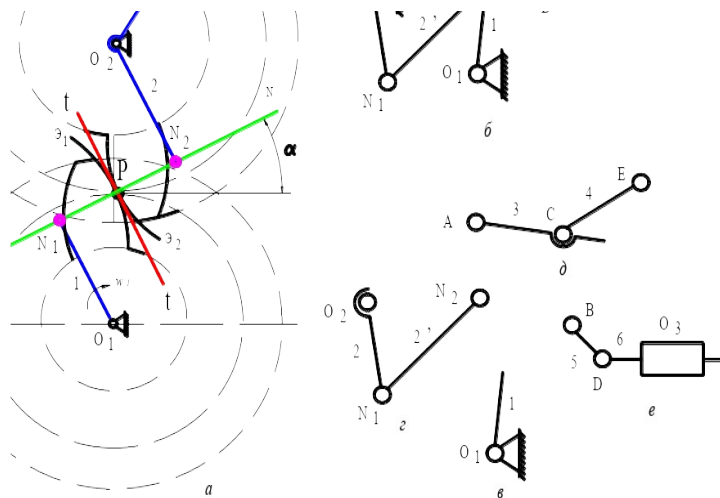


Рис. 1.3. Структурная классификация компрессора:

a – замена высшей кинематической пары (зубчатого зацепления); b – заменяющий механизм II класса; $в$ – механизм I класса; $г, д$ – группы Ассура

II класса, 2 порядка, 1 вида; e – группа II класса, 2 порядка, 2 вида

Механизм компрессора имеет в составе два зубчатых колеса 1 и 2 , сопряженные зубья которых образуют пару II класса.

До замены механизма, состоящего из пары зубчатых колес 1 и 2 , он имеет $W_{(1-2)} = 3n - 2p_1 - p_2 = 3 \cdot 2 - 2 \cdot 2 - 1 = 1$. Процесс замены высшей пары отражен на рис 1.3, a . Эвольвентные профили зубьев колес 1 и 2 соприкасаются в точке контакта P – полюсе зацепления. Точки N_1 и N_2

являются центрами кривизны профилей, а $\rho_1 = N_1P$ и $\rho_2 = N_2P$ представляют собой радиусы кривизны эвольвент зубьев в точке P , передача усилий с одного зуба на другой происходит по линии NN , которая является общей нормалью к профилям.

Эквивалентный заменяющий механизм (рис. 1.3, б) состоит из звеньев 1 и 2 (имитирующих колеса) и фиктивного звена N_1N_2 с двумя вращательными парами, длина которого $l_{N_1N_2} = \rho_1 + \rho_2$, а $W_{(1-2)}$ заменяющего механизма равна $3n - 2p_1 = 3 \cdot 3 - 2 \cdot 4 = 1$. В заменяющем механизме $l_1 = O_1N_1 = r_{b1}$, а $l_2 = O_2N_2 = r_{b2}$, где r_{b1} и r_{b2} – радиусы основных окружностей колес.

Последовательность проведения структурного анализа механизма следующая: выделяем элементарный механизм I класса (рис. 1.3, а), который состоит из входного звена и стойки. Оставшуюся кинематическую цепь расчленим на три группы Ассур II (рис. 1.3, з, д, е). Таким образом, механизм компрессора относится к механизмам II класса.

Исследуемый механизм сложный, так как его структурная схема содержит звено с тремя кинематическими парами, называемыми вершинами t .

В результате объединения между собой нескольких простых механизмов, которые могут существовать как на плоскости, так и в пространстве, получают сложные механизмы. Подвижность сложных механизмов W_{CM} определяют через сумму подвижностей простых механизмов, составляющих сложный, с учетом количества звеньев, участвующих в соединении простых.

$$W_{CM} = \sum_{i=1}^n W_i - \sum_{j=1}^m (K_j - 1),$$

где j – порядковый номер общего звена; m – число звеньев соединяющих простые механизмы; i – число простых механизмов, образующих сложный; K – количество механизмов, объединенных j звеном.

Подвижность простых механизмов компрессора (рис. 1.4. а, б, в) соответственно равна $W_1 = 1$, $W_2 = 1$, $W_3 = 2$. Количество механизмов, объединенных звеном 2, – $K_2 = 2$, звеном 3 – $K_3 = 2$ и звеном 4 – $K_4 = 2$.

$$W_{CM} = 1 + 1 + 2 - [(K_2 - 1) + (K_3 - 1) + (K_4 - 1)] = 1.$$

Число элементов кинематических пар, посредством которых механизм присоединяются к стойке, обозначается S .

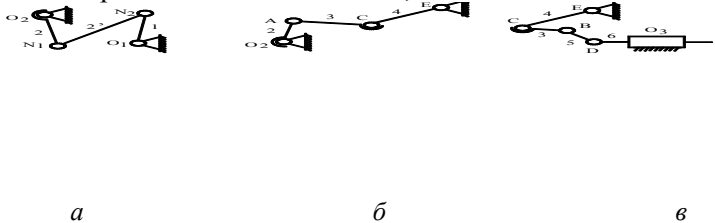


Рис. 1.4. Простые механизмы компрессора

С учетом принятых обозначений одним из дополнительных требований, определяющих существование механизма, является условие, согласно которому количество кинематических пар механизма p равно половине сумм S и произведений количества вершин t звеньев на число звеньев n_i с данным количеством вершин:

$$p = 1/2 \left(\sum_{t=T-j}^m n_i + s \right).$$

Тождественность частей дополнительного структурного требования компрессора, где $p = 1/2 (3 \cdot 2 + 2 \cdot 5 + 4) = 10$, подтверждает то, что исследуемая структура является механизмом.

Классификации звеньев, кинематических пар и структурных групп исследуемого механизма приведены в табл. 1.3–1.5.

Т а б л и ц а 1.3

Классификация звеньев механизма

№ п/п	Название	Условное обозначение	Движение	Особенности

Т а б л и ц а 1.4

Классификация кинематических пар механизма

Название	Условное обозначение	Подвижность пары	Высшая низшая	Геометрическое, силовое замыкание

--	--	--	--	--

Т а б л и ц а 1.5

Классификация структурных групп механизма

№ п/п	Условное обозначение	Номера звеньев, образующих группу	Класс группы	Порядок	Вид группы

ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ И ОФОРМЛЕНИЯ ОТЧЕТА

1. Ознакомиться с моделью механизма, определить характер относительного движения звеньев.

2. Определить число звеньев и кинематических пар и вычертить структурную схему (эскиз) механизма (от руки в произвольном масштабе) при таком положении входного звена, чтобы другие звенья были видны достаточно наглядно и не было их наложения

3. Классифицировать звенья механизма и кинематические пары. Результаты представить в виде таблицы.

4. Определить степень подвижности механизма.

5. При наличии пассивных связей и лишних степеней подвижности показать, в чем они заключаются, удалить те звенья и кинематические пары, которым они принадлежат.

6. Если в состав механизма входят высшие кинематические пары, то необходимо каждую из них заменить фиктивным звеном с двумя парами I класса и вычертить эскиз заменяющего механизма, определить степень подвижности заменяющего механизма.

7. Вычертить в масштабе кинематическую схему механизма.

8. Провести структурную классификацию механизма. В порядке контроля определить степень подвижности каждой группы Ассур, ее класс, порядок и вид.

9. Определить дополнительные структурные параметры, доказывающие, что исследуемая структура является механизмом.

10. Оформить титульный лист и отчет о выполненной работе в указанном выше порядке.

11. Сформулировать выводы по лабораторной работе.

ВОПРОСЫ ДЛЯ САМОКОНТРОЛЯ

1. Что такое машина, механизм?
2. Что такое деталь, звено?
3. Для чего и как составляют структурные и кинематические схемы механизма?
4. Какие бывают типы и виды звеньев механизма?
5. Какие бывают виды кинематических пар?
6. Классификация кинематических пар.
7. Как определяется подвижность механизмов?
8. Что такое структурная группа?
9. Как классифицируются структурные группы?
10. Проведите замену высшей кинематической пары.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 2

ПАРАМЕТРИЧЕСКИЙ СИНТЕЗ РЫЧАЖНЫХ МЕХАНИЗМОВ

ЦЕЛЬ РАБОТЫ

1. Изучение условия проворачиваемости звеньев рычажных механизмов.
2. Определение размеров звеньев механизма из табл. 2.1.
3. Построение кинематической схемы механизма согласно найденным длинам звеньев.
4. Определение крайних положений звеньев исследуемого механизма.

ОСНОВНЫЕ СВЕДЕНИЯ

Параметрическим синтезом механизма называется определение соотношений длин его звеньев, удовлетворяющих определенным условиям.

Выясним, каковы эти соотношения у четырехзвенных механизмов.

В зависимости от выбора в кинематической цепи входного звена и стойки получают различные механизмы с измененным характером относительного движения некоторых звеньев. Если в плоской структурной схеме шарнирного четырехзвенника, образованного плоской замкнутой кинематической цепью, стойкой будет звено 1, то получим кривошипно-коромысловый механизм (рис. 2.1, а). Если закрепить неподвижно наименьшее звено 2 и сделать входным звено 3, то образуется другой вариант этого механизма – двухкривошипный (рис. 2.2, б).

Такой прием получения вариантов механизма и его компоновок посредством замены функций одного звена функциями другого называется *инверсией*. Использование метода инверсии возможно при соотношениях длин звеньев, определяемых условием существования кривошипа в шарнирном четырехзвеннике.

Инверсией кривошипно-ползунного механизма (рис. 2.2, а) при превращении ползуна 3 в стойку, а звена 2 – во входное звено получаем механизм с поступательно движущимся звеном 3 (рис. 2.2,

б). Кривошипно-ползунный механизм превращается в кривошипно-кулисный,

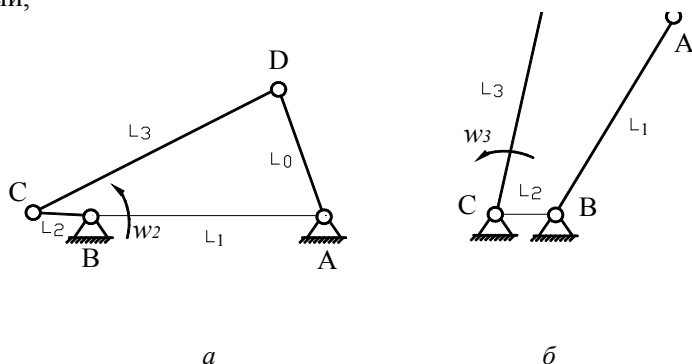


Рис. 2.1. Инверсия механизма шарнирного четырехзвенника

если за стойку принять звено 1, а за входное звено – звено 2 (звено 0 станет кулисой, рис. 2.2, в).

Таким образом, с помощью инверсии можно получить механизмы, обеспечивающие различный характер движения выходного звена.

Связь между размерами звеньев четырехзвенных механизмов и их движением может быть представлена математически в виде некоторых неравенств.

Рассмотрим случай, когда за выходное звено может быть принято любое из четырех звеньев механизма, но при определенном соотношении их размеров. Пусть l_1 – самое короткое звено механизма (рис. 2.3), а l_2 или l_3 – самое длинное.

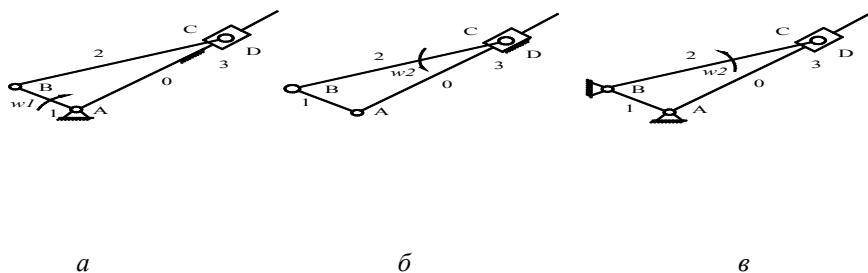


Рис. 2.2. Инверсия кривошипно-ползунного механизма

обеспечивает выполнение остальных условий. При наибольшем звене l_3 условие прохождения точки B через B_1 и B_3 выражается неравенством

$$l_1 + l_3 < l_2 + l_0. \quad (2.6)$$

Неравенства (2.5) и (2.6) позволяют сформулировать условие проворачиваемости звеньев – правило Ф. Грасгофа (1826–1893 гг.).

Самое короткое звено шарнирного механизма (рис. 2.4) будет кривошипом, если сумма длин самого короткого и самого длинного звеньев меньше суммы длин остальных звеньев. Из этого следует, что:

- механизм будет двухкоромысловым (рис. 2.4, *а*), если размеры его звеньев не удовлетворяют указанному правилу;
- кривошипно-коромысловым (рис. 2.4, *б*), если размеры его удовлетворяют правилу и кривошип – самое короткое звено;
- двухкривошипным (рис. 2.4, *в*), если размеры его звеньев удовлетворяют правилу и за стойку принято самое короткое звено.

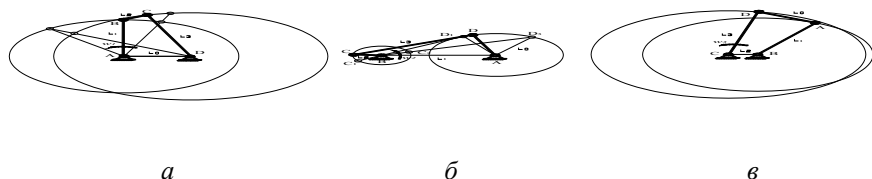


Рис. 2.4. Модификации шарнирного четырехзвенника

Условия проворачиваемости справедливы и для четырехзвенных механизмов, имеющих поступательную кинематическую пару. Рассмотрим преобразование вращательной пары в поступательную пару. Так как центр вращательной пары C движется по окружности радиуса $D'C$ (рис. 2.5, *а*), то кинематика звеньев 1 и 2 не изменяется, если звено 3 механизма заменить ползуном,двигающимся по круговой направляющей того же радиуса.

При увеличении длины l_3 звена 3 направляющая выпрямится и при $l_3 \rightarrow \infty$ станет прямолинейной. В этом случае механизм превратится в кривошипно-ползунный (рис. 2.5, *б*).

Если при $l_3 \rightarrow \infty$ за стойку принять звено 1, а звено 0 освободить (рис. 2.5, *в*), то получим кулисный механизм с вращающимися звеньями 2 и 0 со свойствами, аналогичными двухкривошипному

механизму, приведенному на рис. 2.5, в. При закреплении звена 2 получим другую разновидность кулисного механизма (рис. 2.5, з).

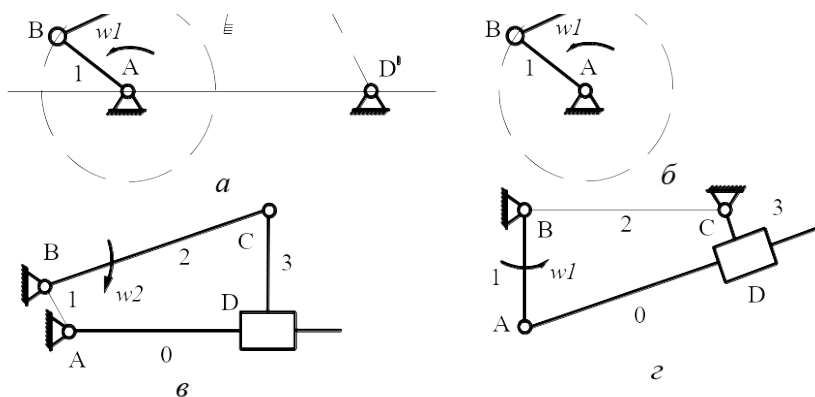


Рис. 2.5. Модификации шарнирного четырехзвенника с поступательными парами

Увеличивая размеры элементов кинематической пары B и не изменяя длину звена $l - l_1$, получают механизмы других типов, но обладающих такой же проворачиваемостью звеньев и кинематикой, как и в шарнирном четырехзвеннике. В этих механизмах звено l превращается в эксцентрик с эксцентриситетом (смещением) $e = l_1$.

Обычно такие механизмы конструктивно удобно выполнять при l_1 , соизмеримых с диаметрами шарниров кинематических пар.

Крайние, мертвые, положения механизма определяют аналитически или графически.

Если начальное и выходное звенья совершают вращательные движения, то крайние положения в механизме отсутствуют. К таким механизмам относят, например, зубчатые, двухкривошипные механизмы.

Покажем определение крайних положений звеньев следующих механизмов.

Пусть выходное звено шарнирного четырехзвенника (рис. 2.6) совершает колебательное (возвратно-вращательное) движение. Тогда

крайними положениями коромысла будут положения, когда кривошип 1 и шатун 2 складываются в одну линию (положение 2, рис. 2.6, а), или вытягиваются (положение 4, рис. 2.6, б).

Соответствующие крайним положениям коромысла положения кривошипа определяются углами, $\varphi_{1н}$, $\varphi_{1к}$.

Рабочим ходом таких механизмов, является перемещение коромысла 3 навстречу моменту сопротивления M_c , поэтому углы $\varphi_{1н}$ и $\varphi_{1к}$ определяют соответственно начало и конец рабочего хода коромысла 3. Отсчет искомых углов проводится от оси OX , против движения часовой стрелки до звена 1, положение которого определяется.

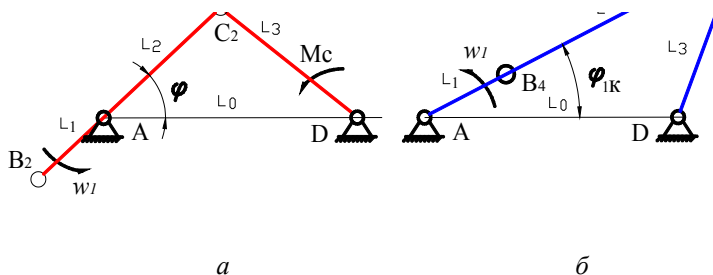


Рис. 2.6. Определение крайних положений шарнирного четырехзвенового механизма:

a – начальное положение коромысла; *б* – конечное положение

В рассматриваемом примере угол $\varphi_{1н} = \varphi + 180^\circ$, где $\varphi = \arccos \frac{l_3^2 - (l_2 - l_1)^2 - l_0^2}{2(l_2 - l_1)l_0}$, а $\varphi_{1к} = \arccos \frac{l_3^2 - (l_2 + l_1)^2 - l_0^2}{2(l_2 + l_1)l_0}$.

Звено 3 является выходным звеном кривошипно-ползунного механизма (рис. 2.7). Крайние положения ползуна 3 определяются положениями кривошипа 1 и шатуна 2 в момент их складывания (положение 2) и распрямления (положение 4). Поскольку направление рабочего хода противоположно направлению основной силовой характеристики механизма – силы сопротивления F_c , крайнее левое положение ползуна 3 будет началом рабочего хода, а крайнее правое положение звена 3 – соответственно концом рабочего хода. Обратное движение ползуна 3, когда $F_c = 0$, называется холостым ходом.

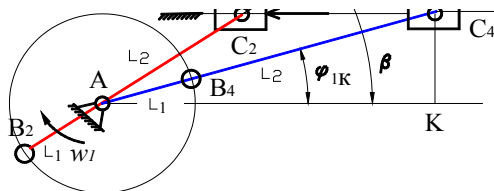


Рис. 2.7. Определение крайних положений кривошипно-ползунного механизма

Положение кривошипа в момент начала движения ползуна 3 характеризуется углом $\varphi_{1н} = \beta + 180^\circ$, где $\beta = \arcsin \frac{C_4 K}{l_2 - l_1}$. Угол при кривошипе в конце рабочего хода определяется из $\varphi_{1к} = \arcsin \frac{C_4 K}{l_2 + l_1}$.

Для кулисного механизма с качающейся кулисой (рис. 2.8) крайними являются положения, когда кривошип 1 и кулиса 3 взаимно перпендикулярны или, что то же самое, когда кулиса является касательной к траектории движения вершины B кривошипа.

Расположим кулисный механизм так, чтобы одна из его координатных осей проходила по линии, соединяющей центры кинематических пар, которыми механизм присоединяется к стойкам, а вторая –

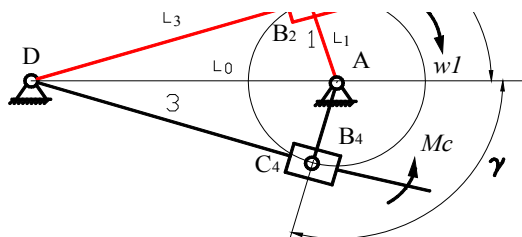


Рис. 2.8. Определение крайних положений кривошипно-кулисного механизма

через стойку кривошипа. Установим направление движения кривошипа по часовой стрелке, а направление M_c – против. Если углы кривошипа $\varphi_{1н}$, $\varphi_{1к}$ определяют начальное и конечное положения кулисы, то их значения вычисляются по $\varphi_{1н} = 180^\circ - \arccos \frac{l_1}{l_0}$, а $\varphi_{1к} = 180^\circ + \arccos \frac{l_1}{l_0}$.

Для построения плана положений i механизма методом засечек необходимо определить масштабный коэффициент длин звеньев механизма

$$\mu_l = l_k / (AB) \text{ (м/мм)},$$

где l_k – истинная длина кривошипа, а (AB) – выбранный чертежный размер кривошипа (50...70 мм).

Выбрав место расположения стойки A начального звена, строим траекторию (окружность) движения подвижной вершины кривошипа B радиусом $R_1 = (AB)$.

Положения i выходного звена 3 , кривошипно-коромыслового механизма (рис. 2.6), соответствующие выбранным положениям кривошипа (AB_i) , определены точками пересечения окружностей $R_2 = (B_i C_i)$

с центром в B_i и $R_3 = (DC_i)$ с центром в стойке D , где $(DC_i) = l_{DC}/\mu_l$, $(AD) = l_{AD}/\mu_l$.

Откладывая $(CK) = l_{CK}/\mu_l$, строим траекторию (линию) движения ползуна 3 , кривошипно-ползунного механизма (рис. 2.7).

Выбрав положение i вращательной пары B_i на траектории движения вершины кривошипа, проводим окружность радиусом $R_2 = (B_i C_i)$, где $(B_i C_i) = l_{BC}/\mu_l$. Пересечение траектории движения ползуна с окружностью R_2 позволяет определить положение ползуна 3 , соответствующее положению i кривошипа 1 .

Прямые (DC_i) , проведенные через стойку D , и положения вершины B_i кривошипа 1 составляют план положений i кривошипно-кулисного механизма (рис. 2.8).

ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ И ОФОРМЛЕНИЯ ОТЧЕТА

1. Ознакомиться с моделью механизма, определить характер относительного движения звеньев.
2. Определить степень подвижности механизма.

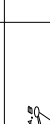
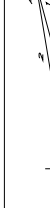


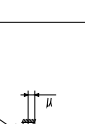



3. Определить размеры звеньев из условия проворачиваемости звеньев.
4. Вычертить в масштабе кинематическую схему механизма.
5. Вычислить углы при кривошипе, соответствующие крайним положениям выходного звена.
5. Рассмотреть другие варианты механизма.
6. Оформить титульный лист и отчет о выполненной работе.
7. Сформулировать выводы по лабораторной работе.

ВОПРОСЫ ДЛЯ САМОКОНТРОЛЯ

1. Что такое инверсия механизмов?
2. Сформулируйте условие проворачиваемости звеньев, правило Ф. Грасгофа.
3. Дайте пояснения к методу построения положений механизма.
4. Какие положения звеньев механизма называют крайними?
5. Как определяются углы кривошипа в крайних положениях?

Задание на лабораторную
О к о н ч а н и е т а б л.

Т а б л и ц а 2.1
работу
2.1

<p>СИМВОЛ</p> 	<p>СИМВОЛ</p> 	<p>СИМВОЛ</p> 	<p>СИМВОЛ</p> 
<p>СИМВОЛ</p> 	<p>СИМВОЛ</p> 	<p>СИМВОЛ</p> 	<p>СИМВОЛ</p> 

КИНЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ЗУБЧАТЫХ МЕХАНИЗМОВ

ЦЕЛЬ РАБОТЫ

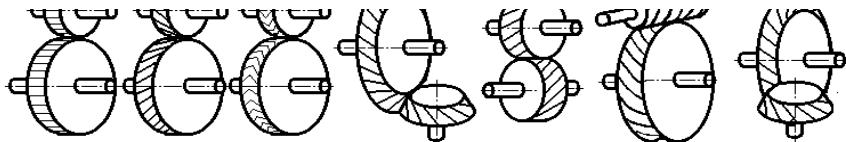
1. Ознакомление с различными видами зубчатых механизмов и составление их кинематических схем.
2. Проведение кинематического анализа этих механизмов аналитическим, графическим и экспериментальным методами.

ОСНОВНЫЕ СВЕДЕНИЯ

Зубчатые передачи относятся к механическим и предназначены для передачи вращательного движения от ведущего вала к ведомому с преобразованием параметров этого движения: угловых скоростей и крутящих моментов.

Трехзвенный зубчатый механизм состоит из двух подвижных звеньев – зубчатых колес, находящихся в зацеплении и образующих кинематическую пару II класса, и входящих во вращательные кинематические пары I класса с третьим неподвижным звеном – стойкой. Основным классификационным признаком трехзвенных зубчатых механизмов является взаимное расположение осей вращения колес. Различают механизмы:

□ с параллельными осями – цилиндрические прямозубые (рис. 3.1, *а*), косозубые (рис. 3.1, *б*), шевронные (рис. 3.1, *в*), реечные, с внешним и внутренним зацеплением;



а б в г д е з

Рис. 3.1. Трехзвенные зубчатые механизмы

□ с пересекающимися осями – конические (рис. 3.1, г) прямозубые, косозубые, тангенциальные);

□ с перекрещивающимися осями – винтовые (рис. 3.1, д), червячные (рис. 3.1, е), гипоидные (рис. 3.1, з).

Трехзвенные зубчатые механизмы в различных сочетаниях могут быть скомбинированы в многозвенных зубчатых механизмах. Например рядовой механизм с промежуточными колесами (рис. 3.2), в котором окружные скорости V_i всех колес одинаковы, а следовательно, промежуточные колеса 2, 3 и 4, изменяя направление вращения, не влияют на величину выходной угловой скорости ω_5 .

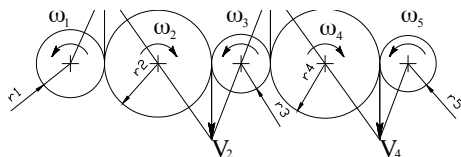


Рис. 3.2. Рядовой зубчатый механизм с промежуточными колесами

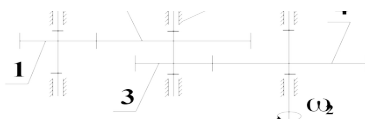
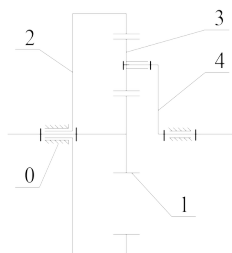


Рис. 3.3. Рядовой ступенчатый зубчатый механизм



Могут быть образованы рядовые ступенчатые зубчатые механизмы (рис. 3.3), в которых промежуточные колеса парами устанавливаются на общей оси и влияют на изменение выходной угловой скорости ω_4 . Существуют более сложные зубчатые механизмы с подвижными осями колес:

Рис. 3.4.
Дифференциальный механизм Давида

планетарные и дифференциальные (рис. 3.4), а также их комбинации с рассмотренными ранее типами механизмов.

Структура зубчатых механизмов

Простой трехзвенный плоский механизм (рис. 3.5) состоит из двух цилиндрических зубчатых колес 1 и 2, закрепленных шарнирно в стойке 0 (корпусе). Такой механизм имеет два подвижных звена (колеса), две кинематические пары I класса p_1 (цилиндрические шарниры) и одну кинематическую пару II класса p_2 (зацепление зубьев). В соответствии с формулой Чебышева степень подвижности такого механизма $W = 3n - 2p_1 - 1p_2 = 3 \cdot 2 - 2 \cdot 2 - 1 \cdot 1 = 1$, т. е. вращение ведущего звена 1 (шестерни) передается ведомому звену 2 (колесу) и однозначно определяет его положение.

Аналогично выполняется расчет степени подвижности и для многозвенных рядовых и ступенчатых механизмов. Причем, несмотря на увеличение числа звеньев и кинематических пар, степень подвижности зубчатых механизмов с неподвижными осями колес остается равной единице.

Иначе обстоит дело в зубчатых механизмах имеющих подвижные оси колес, – дифференциальных механизмах. Дифференциальный механизм Давида (рис. 3.4) содержит стойку 0, три подвижных зубчатых колеса: солнечную шестерню 1, центральное колесо с внутренними зубьями 2 и сателлит 3, ось которого, закрепленная в водиле 4, движется по круговой орбите вокруг центральной оси. Число подвижных звеньев в таком механизме $n = 4$, кинематических пар I класса $p_1 = 4$ и два зубчатых зацепления каждые из которых образуют кинематическую пару II класса ($p_2 = 2$). После подстановки значения n, p_1, p_2 в формулу Чебышева имеем

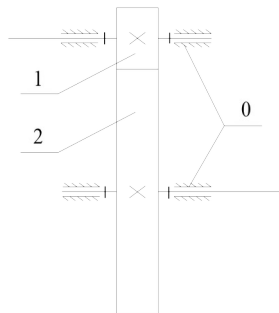


Рис. 3.5. Простой трехзвенный зубчатый механизм

$$W = 3n - 2p_1 - 1p_2 = 3 \cdot 4 - 2 \cdot 4 - 1 \cdot 2 = 2.$$

Это значит, что для получения заданного закона вращения, например колеса 2, необходимо совместно подать вращение на шестерню 1 и водило 4.

Однако, закрепив центральное колесо 2 неподвижно на стойке, можно получить другой механизм с подвижными осями – планетарный. Для него число подвижных звеньев уменьшится на единицу ($n = 3$), кинематических пар первого класса также станет на одну меньше

($p_1 = 3$), а число зубчатых зацеплений не изменится ($p_2 = 2$). Тогда степень подвижности планетарного механизма

$$W = 3n - 2p_1 - 1p_2 = 3 \cdot 3 - 2 \cdot 3 - 1 \cdot 2 = 1.$$

Сложные механизмы, состоящие из рассмотренных выше видов механизмов, могут иметь степень подвижности и больше двух.

Кинематика зубчатых механизмов

Основной задачей кинематического анализа зубчатых механизмов является определение их передаточных отношений. Изучение кинематики начнем с простейших типов зубчатых механизмов. На рис. 3.5 схематично показана цилиндрическая зубчатая передача с внешним зацеплением. Скорости точек начальных окружностей колес, перекатывающихся друг по другу без скольжения, одинаковы и равны V . Следовательно, угловые скорости вращения колес будут обратно пропорциональны их диаметрам: $V = \omega_1 d_1 = \omega_2 d_2$. Отсюда передаточное отношение i , равное отношению угловой скорости ведущего колеса к угловой скорости ведомого, будет

$$i_{1,2} = - \frac{\omega_1}{\omega_2} = - \frac{d_2}{d_1} = - \frac{z_2}{z_1}.$$

Последнее соотношение чисел зубьев колес получено вследствие того, что $d = mz$, а условный знак (–) указывает на то, что вращение колес с внешним зацеплением, происходящее в одной плоскости, является встречным. Максимальное значение передаточного отношения рассматриваемой передачи не рекомендуется принимать более шести из соображений компактности передачи: диаметр колеса будет существенно больше диаметра шестерни. Если все же необходимо получить большее передаточное отношение, целесообразно разбить передачу на две ступени (см. рис.

3.3). В таком ступенчатом зубчатом механизме передаточное отношение (с учетом того, что $\omega_2 = \omega_3$) равно

$$i = \frac{\omega_1}{\omega_4} = \left(- \frac{\omega_1}{\omega_2} \right) \left(- \frac{\omega_3}{\omega_4} \right) = \left(- \frac{z_2}{z_1} \right) \left(- \frac{z_4}{z_3} \right) = (-i_{12})(-i_{34}).$$

Общее передаточное отношение многоступенчатого механизма будет определяться произведением передаточных отношений ступеней. Знак передаточного отношения i для четного числа сомножителей – положительный (вращение первого и последнего колес в одну сторону), а для нечетного – отрицательный.

В рядовых зубчатых механизмах (см. рис. 3.2), в которых промежуточные колеса входят в два зубчатых зацепления,

передаточное отношение будет $i = \left(- \frac{z_2}{z_1} \right) \left(- \frac{z_3}{z_2} \right) \left(- \frac{z_4}{z_3} \right) = - \frac{z_4}{z_1}$, т. е.

промежуточные колеса влияют не на величину передаточного отношения, а только на его знак. Применяют такие механизмы для обеспечения требуемого межцентрового расстояния или изменения направления вращения.

Для исследования кинематики зубчатых механизмов с подвижными осями колес (планетарных и дифференциальных) воспользуемся методом мысленного останова водила (метод Виллиса). Суть этого метода заключается в том, что весь механизм мысленно начинают вращать вокруг центральной оси $O_1 - O_2$ с угловой скоростью, равной по величине и противоположной угловой скорости водила. В результате этого сложения вращений водило останавливается в пространстве. Вновь полученный обращенный механизм превращается в обычный ступенчатый (или рядовой) с неподвижными осями колес. Определить передаточное отношение обращенного механизма можно рассмотренным выше способом.

Перейдем к порядку применения метода Виллиса для кинематического расчета дифференциального механизма (рис. 3.6).

На вход механизма поданы две угловые скорости: ω_1 – угловая скорость шестерни рядового механизма; ω_H – угловая скорость вала водила дифференциального механизма. Для определения угловой скорости центрального колеса дифференциала 2' умножим ω_1 на передаточное отношение $i_{12} = -z_2/z_1$

$$\omega_2 = \omega_1(-) z_2/z_1.$$

Теперь в соответствии с методом Виллиса мысленно преобразуем механизм, сообщив вращение дифференциальному механизму вокруг центральной неподвижной оси с угловой скоростью водила ω_H , но в обратном направлении. Вращение водила и мысленное обратное движение

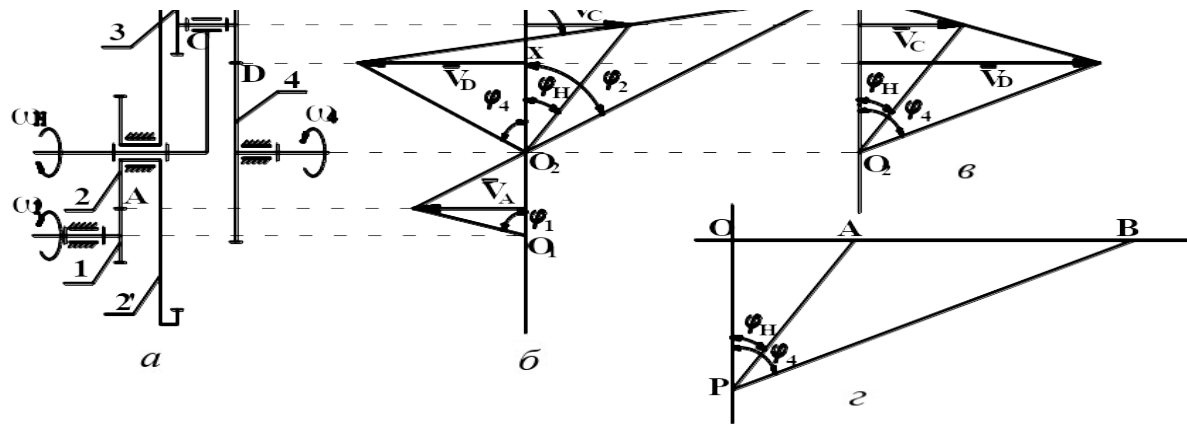


Рис. 3.6. Графические методы определения передаточного отношения:

а – кинематическая схема замкнутого дифференциала; *б* – план скоростей точек звеньев замкнутого дифференциала;
в – план скоростей точек звеньев при неподвижном колесе 2'; *г* – план угловых скоростей звеньев

складываются и в сумме дают нуль, т. е. водило мысленно останавливается, а все остальные колеса получают дополнительную отрицательную скорость водила ω_H . При этом все оси колес мысленно преобразованного механизма становятся неподвижными, т. е. это ступенчатый механизм. Движение в этом механизме будет передаваться от центрального колеса 2', мысленно вращаемого с угловой скоростью $\omega_{2'} - \omega_H$, через блок сателлитов 3-3' с неподвижной осью, к солнечной шестерне 4, скорость вращения которой будет $\omega_4 - \omega_H$. Для преобразованного ступенчатого механизма передаточное отношение

$$i_{пр} = \frac{\omega_{2'} - \omega_H}{\omega_4 - \omega_H} = i_{2'3} i_{3'4} = \left(+ \frac{z_3}{z_{2'}} \right) \left(- \frac{z_4}{z_{3'}} \right).$$

Помножим правую и левую часть на $(\omega_4 - \omega_H)$, получим

$$\omega_{2'} - \omega_H = \left(- \frac{z_3 z_4}{z_{2'} z_{3'}} \right) (\omega_4 - \omega_H).$$

Учитывая, что $\omega_{2'} = \omega_2 = \frac{\omega_1 z_1}{i_{1-2}} = - \frac{\omega_1 z_1}{z_2}$, получаем

$$- \frac{\omega_1 z_1}{z_2} - \omega_H = - \frac{z_3 z_4}{z_{2'} z_{3'}} \omega_4 + \frac{z_3 z_4}{z_{2'} z_{3'}} \omega_H,$$

или

$$- \frac{\omega_1 z_1}{z_2} - \frac{z_3 z_4}{z_{2'} z_{3'}} \omega_H - \omega_H = - \frac{z_3 z_4}{z_{2'} z_{3'}} \omega_4.$$

Найдем ω_4 через передаточную функцию механизма:

$$\omega_4 = \frac{z_1 z_{2'} z_{3'}}{z_2 z_3 z_4} \omega_1 + \left(1 + \frac{z_{2'} z_{3'}}{z_3 z_4} \right) \omega_H.$$

Варьируя значения входных угловых скоростей ω_H и ω_1 , а также их направления (знаки), всегда можно определить по величине и направлению действительную скорость ω_4 выходного вала исследуемого механизма.

Задавая угловую скорость ω_1 равной нулю (планетарный механизм с одним неподвижным центральным колесом $2'$), получаем

$$\omega_4 = \omega_H \left(1 + \frac{z_2' z_3'}{z_3 z_4} \right)$$

или передаточное отношение планетарного механизма

$$i_{пл} = \frac{\omega_H}{\omega_4} = \frac{z_3 z_4}{z_3 z_4 + z_2' z_3'}.$$

Другой способ определения взаимосвязи угловых скоростей дифференциального механизма – графический. Точность этого метода ниже, чем у метода Виллиса, и существенно зависит от точности геометрических построений. Рассмотрим применение графического метода на примере того же дифференциального механизма (рис. 3.6). Зададим точке A зубчатого колеса 1 произвольную скорость V_A и изобразим ее вектором на плане скоростей рис. 3.6, б, откладывая его влево от вертикальной оси нулевых скоростей – положительное направление вращения. Ось вращения колеса 1 остается неподвижной, следовательно, точка O_1 , лежащая на этой оси, имеет скорость, равную нулю, и на плане скоростей располагается на вертикальной нулевой линии. Прямая, соединяющая точку O_1 и конец вектора V_A на плане, является линией концов векторов скоростей точек колеса 1 , лежащих на его радиусе, и называется диаграммой скоростей точек звена 1 .

Точка A принадлежит одновременно и колесу 2 , следовательно, оно имеет в этой точке ту же скорость, а точка O_2 на его оси неподвижна. Проведем через точки конца вектора V_A и O_2 на плане скоростей прямую до пересечения с линией направления вектора скорости V_B , принадлежащей тому же звену, что и колесо 2 . Эта прямая является диаграммой скоростей звена 2 .

Теперь зададим точке C водила, лежащей на оси вращения сателлитов, произвольную скорость V_C , направленную противоположно скорости V_A (отрицательное вращение), и, соединив прямой концы векторов скоростей V_B и V_C , получим диаграмму скоростей радиальных точек блока сателлитов. По этой диаграмме найдем положение конца вектора скорости V_D , которую будет иметь точка D , принадлежащая и сателлиту $3'$ и колесу 4 . Соединив конец вектора скорости V_D с точкой O_2 на плане скоростей, получим диаграмму скоростей радиальных точек колеса 4 .

Перейдем к угловым скоростям вращения колес механизма. Известно, что линейные скорости точек пропорциональны их расстоянию от центра вращения $V = \omega r$. Следовательно, угловая скорость $\omega_i = \frac{V_i}{r_i} = \text{tg } \varphi_i$, что на плане скоростей соответствует

тангенсу угла наклона $\text{tg } \varphi_i$ диаграммы скоростей i -го звена к вертикальной оси, по которой откладывается расстояние r от центра вращения до точки, имеющей соответствующую линейную скорость.

Выразим скорости точек зубчатых зацеплений через радиусы и углы диаграммы скоростей:

- 1) $V_A = r_1 \text{tg } \varphi_1 = r_2 \text{tg } \varphi_2$;
- 2) $V_B = r_2 \text{tg } \varphi_2 = (r_3 + r_3' - x) \text{tg } \varphi_3$;
- 3) $V_C = r_H \text{tg } \varphi_H = (r_3' - x) \text{tg } \varphi_3$;
- 4) $V_D = r_4 \text{tg } \varphi_4 = x \text{tg } \varphi_3$.

Решая полученную систему алгебраических уравнений совместно, получаем выражение для тангенса угла диаграммы скоростей выходного звена:

$$\text{tg } \varphi_4 = \frac{r_1 r_2 r_3'}{r_2 r_3 r_4} \text{tg } \varphi_1 - \left(1 + \frac{r_2 r_3'}{r_3 r_4} \right) \text{tg } \varphi_H.$$

Поскольку при одинаковом модуле зацепления радиус делительной окружности колеса равен $r = \frac{mz}{2}$, тангенсы углов равны угловым скоростям звеньев, а знак (–) определяется отрицательной скоростью водила – ω_H , полученное выражение полностью аналогично уравнению по методу Виллиса.

Рассмотрим порядок исследования графическим методом более простого планетарного механизма, для чего зададим $\text{tg } \varphi_1 = 0$. Тогда в общем случае

$$\text{tg } \varphi_4 = \left(1 + \frac{r_2 r_3'}{r_3 r_4} \right) \text{tg } \varphi_H,$$

а передаточное отношение

$$i_{\text{пл}} = \frac{\text{tg } \varphi_H}{\text{tg } \varphi_4} = - \frac{r_3 r_4}{r_3 r_4 + r_2 r_3'}.$$

Это отношение можно определить и чисто графически, построив план угловых скоростей. Для этого проведем горизонтальную линию (см. рис. 3.6, *з*) и из произвольного полюса P опустим на нее перпендикуляр h . Затем из полюса P под углом φ_H и φ_4 проведем две прямые до пересечения с горизонталью. Получили два прямоугольных треугольника POA и POB , с углами у вершин φ_H и φ_4 соответственно и общим прилежащим катетом $PO = h$. Следовательно, отношение тангенсов углов будет определяться отношением противолежащих катетов:

$$i_{пл} = \frac{\operatorname{tg} \varphi_H}{\operatorname{tg} \varphi_4} = \frac{OA}{OB}.$$

ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЫ

1. Разработать и вычертить в масштабе кинематическую схему исследуемого зубчатого механизма. Обозначить порядковым номером каждое из зубчатых колес механизма. Справа от схемы оставить место для построения плана скоростей.

2. Составить таблицу чисел зубьев колес, взяв данные, указанные на макете зубчатого механизма.

z_1	z_2	z_3	z_n

3. Выделить и классифицировать все кинематические пары и звенья, входящие в состав механизма, определить его степень подвижности.

4. Определить передаточное отношение сложного зубчатого механизма аналитическим методом мысленного останова водила (метод Виллиса).

5. Определить передаточное отношение этого же механизма графическим методом, построив план скоростей точек звеньев.

6. Проверить полученные результаты экспериментально, для этого входной вал повернуть на $n_{вх}$ оборотов, одновременно отсчитывая число оборотов $n_{вых}$, которое совершит выходной вал. Их отношение

$i = \frac{n_{\text{вх}}}{n_{\text{вых}}}$ определит передаточное отношение механизма. Эксперимент повторить три раза при различных $n_{\text{вх}}$. Результаты оформить в таблицу.

№ п/п	1	2	3	среднее
$n_{\text{вх}}$				
$n_{\text{вых}}$				
$i_{\text{общ}}$				

7. Сформулировать вывод о проделанной работе и достижении поставленных целей.

ВОПРОСЫ ДЛЯ САМОКОНТРОЛЯ

1. В чем заключается физический смысл метода Виллиса?
2. Как определить степень подвижности механизма?
3. Что такое передаточное отношение, передаточная функция?
4. В чем отличие дифференциального и планетарного механизмов?
5. Назвать основные звенья дифференциального механизма.
6. Назвать основные классификационные признаки зубчатых механизмов.
7. Порядок построения плана скоростей точек звеньев.
8. Что такое план угловых скоростей звеньев?
9. В чем отличие рядового и ступенчатого зубчатых механизмов?
10. Каким образом можно выразить угловую скорость через план линейных скоростей точек звена?

ИЗУЧЕНИЕ

МЕТОДОВ

**ИЗГОТОВЛЕНИЯ
ЗУБЧАТЫХ КОЛЕС**

ЦЕЛЬ РАБОТЫ

1. Изучение теории зубчатого зацепления.
2. Освоение геометрии зубчатых колес.
3. Исследование возможностей улучшения нагрузочных характеристик зубчатых колес.
4. Изучение способов изготовления зубчатых колес.

ОСНОВНЫЕ СВЕДЕНИЯ

Основы теории зацепления зубчатых механизмов

Назначение зубчатых механизмов – обеспечить непрерывную передачу вращения от одного колеса к другому. Это условие выполняется, если соблюдается постоянство передаточного отношения

($i = \text{const}$). Постоянное передаточное отношение в зубчатом механизме обеспечивается за счет правильного подбора профилей соприкасающихся зубьев. Условия, которым должны отвечать кривые, очерчивающие профили зубьев зубчатых колес, определяет основная теорема зацепления.

Основная теорема зацепления

Основная теорема зацепления (Виллиса) гласит: *Общая нормаль в точке контакта сопряженных профилей в любой момент взаимодействия должна проходить через полюс зацепления,*

положение которого на межосевой линии делит ее на отрезки, обратно пропорциональные скоростям вращения колес, участвующих в зацеплении, т. е.

$$i_{12} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{O_2P}{O_1P} = \text{const}, \quad (4.1)$$

где O_1 , O_2 – центры вращения соответственно шестерни и зубчатого колеса, а O_1O_2 – межцентровое (межосевое) расстояние; P – полюс зацепления (рис. 4.1).

Профили зубьев, удовлетворяющие требованию основной теоремы зацепления, называются **сопряженными**. Таких профилей можно подобрать довольно много, но широкое распространение в машиностроении и приборостроении нашли предложенные Эйлером – **эвольвенты**.

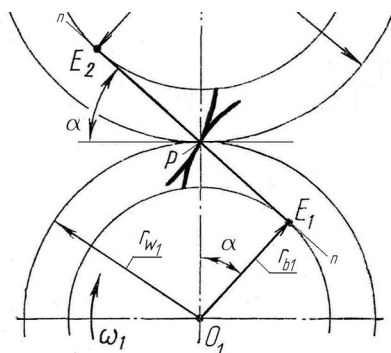


Рис. 4.1. Взаимодействие двух эвольвент

Эвольвента и ее свойства

Эвольвентой называется кривая, которая описывается точкой прямой линии b (рис. 4.2), при перекатывании последней по основной окружности r_b .

Прямая линия b , образующая эвольвенту, называется *производящей*, а окружность, по которой она перекачивается, – *основной окружностью* или *эволютой*, и ей присваивается индекс b .

Геометрическое место центров кривизны любой кривой (эвольвенты) называется *эволютой*. Эвольвенту и эволюту характеризуют следующие геометрические свойства:

- эвольвента начинается на основной окружности и всегда находится вне ее;
- эвольвента является разверткой эволюты, т.е. она описывается точкой прямой, которая перекачивается по эволюте без скольжения, поэтому радиус кривизны эвольвенты равен длине соответствующей дуги эволюты;
- касательная к эволюте является нормалью к эвольвенте;
- точка касания с эволютой нормали к эвольвенте является центром ее кривизны.

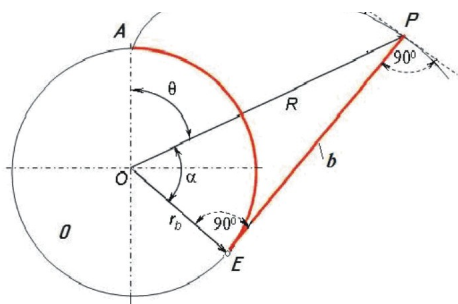


Рис. 4.2. Образование эвольвенты

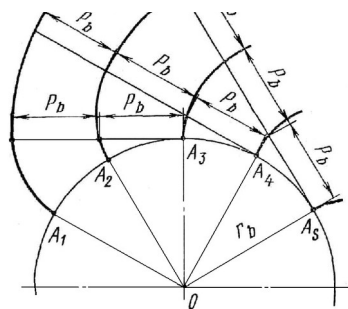


Рис. 4.3. Образование эвольвентных профилей зубьев

Образование эвольвенты характеризуется следующими параметрами: радиусом-вектором R , радиусом основной окружности r_b , углом поворота θ радиуса-вектора R и углом давления.

Длина отрезка производящей прямой равна длине дуги окружности, заключенной в пределах углов θ и α :

$$b = r_b (\theta + \alpha) . \quad (4.2)$$

Длину производящей прямой b можно также определить из прямоугольного треугольника OEP :

$$b = r_b \operatorname{tg} \alpha. \quad (4.3)$$

Приравняв правые части уравнений и сделав математические преобразования, определим угол поворота радиуса-вектора:

$$\theta = \operatorname{inv} \alpha = \operatorname{tg} \alpha - \alpha. \quad (4.4)$$

Величина угла θ при расчетах больше известна как эвольвентная функция $\operatorname{inv} \alpha$ (читается «инволюта»), значения инволют табулированы и приведены в табл. 4.1. Без помощи таблиц эвольвентную функцию можно определить по формуле

$$\operatorname{inv} \alpha = \operatorname{tg} \alpha - \frac{\alpha}{57,296}. \quad (4.5)$$

Из треугольника OEP определяем величину радиуса-вектора:

$$R = \frac{r_b}{\cos \alpha}. \quad (4.6)$$

Радиус кривизны эвольвенты, начиная с точки A , является переменной величиной, в любой точке эвольвенты он соответствует длине производящей прямой b , которая определяется по формуле

$$b = \sqrt{R^2 - r_b^2}. \quad (4.7)$$

Эвольвентные профили зубьев цилиндрических колес внешнего и внутреннего зацепления строятся от общей основной окружности (рис. 4.3). Расстояние между двумя соседними эвольвентами, измеренное по касательной к основной окружности является постоянным. Оно равно длине дуги основной окружности, заключенной между начальными точками $A_1, A_2, A_3, \dots, A_s$ двух соседних эвольвент, и называется *основным шагом*:

$$p_b = \frac{2\pi r_b}{z}, \quad (4.8)$$

где z — число зубьев.

Если одна эвольвента (рис. 4.4), вращаясь с постоянной угловой скоростью, воздействует на другую эвольвенту, то она будет сообщать ей также постоянную угловую скорость независимо от расстояния между центрами их основных окружностей. Отношение скоростей

Т а б л и ц а 4.1

Таблица значений $\operatorname{inv} \alpha = \operatorname{tg} \alpha_i - \alpha_i$

α°	Поря- док	0′	5′	10′	15′	20′	25′	30′	35′	40′	45′	50′	55′	Поря- док	α°
10	0,00	17941	18397	18860	19332	19812	20299	20795	21299	21810	22330	22859	23396	0,00	10
11	0,00	23941	24495	25057	25628	26208	26797	27394	28001	28616	29241	29875	30518	0,00	11
12	0,00	31171	31832	32504	33185	33875	34575	35285	36005	36735	37474	38224	38984	0,00	12
13	0,00	39754	40534	41325	42126	42938	43760	44593	45437	46291	47157	48033	48921	0,00	13
14	0,00	49819	50729	51650	52582	53526	54482	55448	56427	57417	58420	59434	60460	0,00	14
15	0,00	61498	62548	63611	64686	65773	66873	67985	69110	70248	71398	72561	73738	0,00	15
16	0,0	07493	07613	07735	07857	07982	08107	08234	08362	08492	08623	08765	08889	0,0	16
17	0,0	09025	09161	09299	09439	09580	09722	09866	10012	10158	10307	10456	10608	0,0	17
18	0,0	10760	10915	11071	11228	11387	11547	11709	11873	12038	12205	12373	12543	0,0	18
19	0,0	12715	12888	13063	13240	13418	13598	13779	13963	14148	14334	14523	14713	0,0	19
20	0,0	14904	15098	15293	15490	15689	15890	16092	16296	16502	16710	16920	17132	0,0	20
21	0,0	17345	17560	17777	17996	18217	18440	18665	18891	19120	19350	19583	19817	0,0	21
22	0,0	20054	20292	20533	20775	21019	21266	21514	21765	22018	22272	22529	22788	0,0	22
23	0,0	23049	23312	23577	23845	24114	24386	24660	24936	25214	25495	25778	26062	0,0	23
24	0,0	26350	26639	26931	27225	27521	27820	28121	28424	28729	29037	29348	29660	0,0	24
25	0,0	29975	30293	30613	30935	31260	31587	31917	32249	32583	32920	33260	33602	0,0	25
26	0,0	33947	34294	34644	34997	35352	35709	36069	36432	26796	37166	37537	37910	0,0	26
27	0,0	38287	38666	39047	39432	39819	40209	40602	40997	41395	41797	42201	42607	0,0	27
28	0,0	43017	43430	43845	44264	44685	45110	45537	45967	46400	46837	47276	47718	0,0	28
29	0,0	48164	48612	49064	49518	49976	50437	50901	51368	51838	52312	52788	53268	0,0	29
30	0,0	53751	54238	54728	55221	55717	56217	56720	57226	57736	58249	58765	59285	0,0	30
31	0,0	59809	60336	60866	61400	61937	62478	63022	63570	64122	64677	65236	65799	0,0	31

32	0,0	66364	66934	67507	68084	68665	69250	69838	70430	71026	71626	72230	72838	0,0	32
33	0,0	73449	74064	74684	75307	75934	76565	77200	77839	78483	79130	79781	80437	0,0	33
34	0,0	81097	81760	82428	83100	83777	84457	85142	85832	86525	87223	87925	88631	0,0	34
35	0,0	89342	90058	90777	91502	92230	92963	93701	94443	95190	95942	96698	97459	0,0	35
36	0,	09822	09899	09977	10055	10133	10212	10292	10371	10452	10533	10614	10659	0,	36
37	0,	10778	10861	10944	11028	11113	11197	11283	11369	11455	11542	11630	11718	0,	37
38	0,	11806	11895	11985	12075	12165	12257	12348	12441	12534	12627	12721	12815	0,	38
39	0,	12911	13006	13102	13199	13297	13395	13493	13592	13692	13792	13893	13995	0,	39
40	0,	14097	14200	14303	14407	14511	14616	14722	14729	14936	15043	15152	15261	0,	40
41	0,	15370	15480	15591	15703	15815	15928	16041	16156	16270	16386	16502	16619	0,	41
42	0,	16737	16855	16974	17083	17214	17336	17457	17579	17702	17826	17951	18076	0,	42
43	0,	18202	18329	18457	18585	18714	18844	18975	19106	19238	19371	19505	19639	0,	43
44	0,	19774	19910	20047	20185	20323	20463	20603	20743	20885	21028	21171	21315	0,	44
45	0,	21460	21606	21753	21900	22049	22198	22348	22499	22651	22804	22958	23112	0,	45
46	0,	23268	23424	23582	23740	23899	24059	24220	24382	24545	24709	24875	25040	0,	46
47	0,	25206	25374	25543	25713	25883	26055	26228	26401	26576	26752	26929	27107	0,	47
48	0,	27285	27465	27646	27828	28012	28196	28381	28567	28755	28943	29133	29324	0,	48
49	0,	29516	29709	29903	30098	30295	30492	30691	30891	31092	31295	31498	31703	0,	49
50	0,	31909	32116	32324	32534	32745	32957	33171	33385	33601	33818	34037	34257	0,	50

вращения двух эвольвент, действующих одна на другую, будет обратно пропорционально радиусам их основных окружностей:

$$\frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{r_{b2}}{r_{b1}}. \quad (4.9)$$

Это отношение называют *передаточным отношением*.

Основные геометрические параметры, характеризующие зубчатые колеса

Понятия и термины, относящиеся к геометрии и кинематике зубчатых передач, стандартизованы. Стандартами устанавливаются термины, определения и обозначения, а также методы расчета геометрических параметров.

Напомним, что меньшее из пары зубчатых колес называют *шестерней*, а большее – *колесом*. Параметрам шестерни приписывают индекс 1, а параметрам колеса – 2 (рис. 4.4). *Передаточным числом* называют отношение числа зубьев колеса к числу зубьев шестерни.

$$u_{12} = \frac{z_2}{z_1}. \quad (4.10)$$

Касание двух взаимодействующих эвольвент происходит только на общей касательной E_1E_2 к их основным окружностям. Общая касательная к двум основным окружностям называется *линией зацепления*. Участок линии зацепления, ограниченный *окружностями вершин зубьев* $ab = g_{\alpha}$, называется *активной линией зацепления*.

Любая точка линии зацепления может быть *полюсом зацепления* P . Угол, образованный общей касательной к двум основным окружностям и перпендикуляром к линии их центров, называется *углом зацепления* α_w .

Относительное движение двух эвольвент может быть представлено цилиндрами, вращающимися относительно друг друга посредством трения, без скольжения. Такие цилиндры называются *начальными*, а их диаметры – *диаметрами начальных окружностей* (d_{w1} и d_{w2}). У сопряженной пары некоррегированных зубчатых колес, работающих при правильном межосевом расстоянии, *делительные окружности* совпадают с *начальными*.

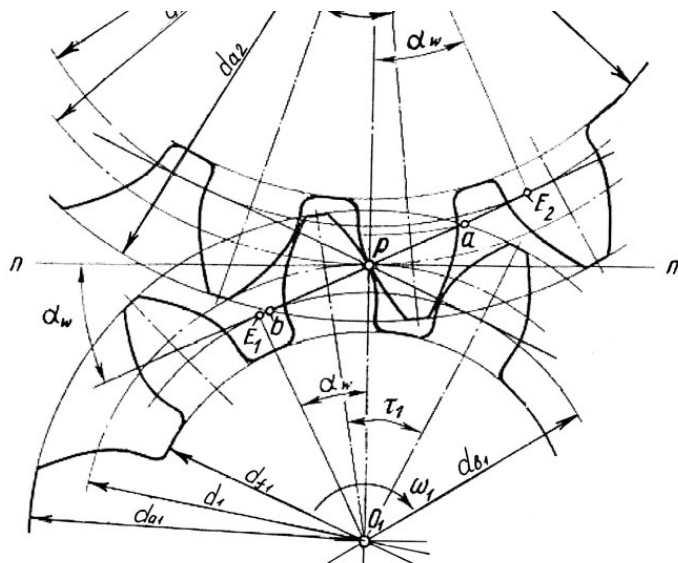


Рис. 4.4. Геометрические параметры зубчатой передачи

Делительная окружность – параметр, введенный для удобства в расчетах, определяемый через модуль и число зубьев колес:

$$d = mz . \quad (4.11)$$

Параметрам, относящимся к делительной поверхности или окружности, дополнительного индекса не приписывают.

Модуль – это часть диаметра делительной окружности, приходящаяся на один зуб колеса (мм):

$$m = \frac{d}{z} .$$

Модуль чаще определяется как отношение шага p по делительной окружности к числу π :

$$m = \frac{P}{\pi}. \quad (4.12)$$

Ряд модулей, применяемых для цилиндрических, шевронных, конических и червячных передач, стандартизован (ГОСТ 9563–60).

Исходным контуром называется контур зубчатой рейки в нормальном к направлению зубьев сечении. Исходный контур для цилиндрических колес внешнего и внутреннего зацепления представляет собой зубчатую рейку с прямолинейным профилем в пределах глубины захода $h_d = 2m$ (рис. 4.5). Под глубиной захода понимается высота зуба, которая участвует в работе.

Угол профиля $\alpha = 20^\circ$, нормальная величина радиального зазора равна $c = 0,25m$, а радиус закругления у корня зуба исходного контура составляет $r_i = 0,40m$.

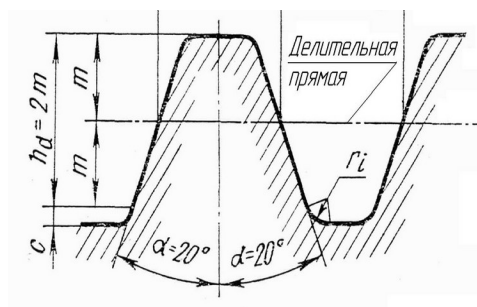


Рис. 4.5. Исходный контур

Расчетные формулы приведены в табл. 4.2.

Т а б л и ц а 4.2

**Формулы для расчета геометрических параметров некоррегированных
прямоугольных цилиндрических колес внешнего и внутреннего зацепления**

№ п/п	Параметр	Обозначения	Расчетная формула	
			Внешнее зацепление	Внутреннее зацепление
1	Передаточное число	u_{12}	$u_{12} = \frac{z_2}{z_1}$	
2	Модуль, мм	m	По ГОСТ 9563–60	
3	Нормальный шаг, мм	p_n	$p_n = m\pi$	
4	Основной шаг, мм	p_b	$p_b = m\pi \cos \alpha$, где $\alpha = 20^\circ$	
5	Диаметры делительных окружностей, мм	d	$d_1 = mz_1$ $d_2 = mz_2$	
6	Диаметры окружностей вершин зубьев, мм	d_a	$d_{a1} = d_1 + 2m$ $d_{a2} = d_2 + 2m$	$d_{a1} = d_1 + 2m$ $d_{a2} = d_2 - 2m$
7	Диаметры окружностей впадин, мм.	d_f	$d_{f1} = d_1 - 2,5m$ $d_{f2} = d_2 - 2,5m$	$d_{f1} = d_1 - 2,5m$ $d_{f2} = d_2 + 2,5m$
8	Высота зуба, мм	h	$h = h_a + h_f = 2,25m$	
9	Высота головки зуба, мм	h_a	$h_a = m$	
10	Высота ножки зуба, мм	h_f	$h_f = 1,25m$	
11	Радиальный зазор, мм	c	$c = h_f - h_a = 0,25m$	
12	Ширина зубчатого венца, мм	b	до $10m$	
13	Межосевое расстояние, мм	a_w	$a_w = \frac{d_1 + d_2}{2} = m \frac{z_1 + z_2}{2}$	$a_w = \frac{d_2 - d_1}{2} = m \frac{z_2 - z_1}{2}$

Корректирование зубчатых колес

Корректированием зубчатых колес называют преднамеренное изменение стандартных пропорций зубьев, заданных исходным контуром. Чаще всего корректирование производят, чтобы устранить *подрезание* зубьев (рис. 4.6, а), возникающее при нарезании колес с малым числом зубьев методом обкатки, и получать равную прочность у сопряженной пары – шестерни и колеса. Подрезание снижает прочность зубьев, сокращает продолжительность их зацепления и отрицательно влияет на плавность работы. Наименьшее число зубьев шестерни, свободное от подрезания, определяется из уравнения

$$z_{\min} = \frac{2h_a}{\sin^2 \alpha}, \quad (4.13)$$

где $z_{\min} = 17$ при $\alpha = 20^\circ$.

Цилиндрические колеса с числом зубьев меньше z_{\min} необходимо корректировать. Корректирование зубчатых колес производят смещением режущего инструмента реечного типа при нарезании зубьев. Принцип смещения инструмента при корректировании показан на рис. 4.6. За нулевое положение принимают такое положение инструмента, при котором делительная окружность радиусом r катится по средней линии l рейки исходного контура.

При изменении положения режущего инструмента относительно центра нарезаемого зубчатого колеса делительная окружность будет

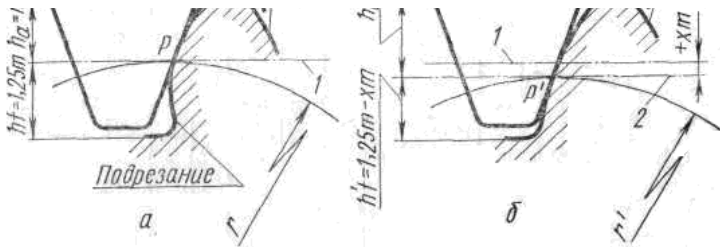


Рис. 4.6. Смещение зуборезного инструмента при корректировании зубчатых колес

катиться по делительной прямой 2, смещенной относительно средней линии на величину

$$\delta = x m. \quad (4.14)$$

Смещение средней линии рейки относительно делительной окружности в направлении от оси колеса называют *положительным смещением*, а в направлении к оси колеса – *отрицательным* смещением.

Коэффициентом смещения x называют отношение величины радиального смещения делительной линии исходного контура к модулю, $x = \frac{\delta}{m}$.

Наибольшее распространение получили два способа корригирования зубчатых колес – *высотный* и *угловой*. При высотном корригировании шестерню изготавливают с положительным смещением исходного контура ($x_1 > 0$), а колесо – с равным ему по абсолютной величине отрицательным смещением ($x_2 < 0$). Сумма коэффициентов смещения равна нулю ($x_1 + x_2 = 0$). Высотное корригирование характеризуется изменением окружной толщины, диаметров вершин и впадин зубьев. Причем у шестерни диаметр вершин и впадин зубьев возрастает на величину, равную удвоенному смещению, а у колеса на эту же величину уменьшается. Межосевое расстояние и угол зацепления у корригированной зубчатой пары остаются неизменными.

При угловом корригировании сумма коэффициентов смещения не равна нулю ($x_1 + x_2 \neq 0$). Межосевое расстояние корригированной зубчатой пары будет отличаться от некорригированной. Изменится также и угол зацепления зубчатой пары. Угловое корригирование применяют в том случае, если необходимо зубчатую пару спроектировать с заданным межосевым расстоянием или одновременно повысить прочность зубьев шестерни и колеса.

Нарезание зубьев с высотным и угловым корригированием производят стандартным зуборезным инструментом.

В табл. 4.3 приведены формулы для расчета геометрических параметров корригированных прямозубых цилиндрических колес внешнего зацепления.

Т а б л и ц а 4.3

**Формулы для расчета геометрических параметров прямозубых
цилиндрических колес внешнего зацепления при угловой коррекции**

№ п/п	Параметр	Обозначения	Расчетная формула
1	Передаточное число	u_{12}	$u_{12} = \frac{z_2}{z_1}$
2	Модуль, мм	m	По ГОСТ 9563–60
3	Коэффициент смещения шестерни	x_1	$x_1 = \frac{(z_{\min} - z)h_a^*}{z_{\min}}$, где $z_{\min} = 17$
4	Коэффициент смещения колеса	x_2	$x_2 = 0$, при $z_2 > z_{\min}$
5	Диаметры делительных окружностей, мм	d	$d_1 = mz_1$ $d_2 = mz_2$
6	Инволюта угла зацепления передачи, рад.	$\text{inv } \alpha_w$	$\text{inv } \alpha_w = \text{inv } \alpha + [2 (x_1 + x_2) / (z_1 + z_2)] \text{tg } \alpha$, где $\alpha = 20^\circ$
7	Нормальный шаг, мм	p_n	$p_n = m\pi$
8	Основной шаг, мм	p_b	$p_b = m\pi \cos \alpha$, где $\alpha = 20^\circ$
9	Диаметры начальных окружностей, мм	d_w	$d_{w1} = d_1 \cos \alpha / \cos \alpha_w$ $d_{w2} = d_2 \cos \alpha / \cos \alpha_w$
10	Диаметры основных окружностей, мм	d_b	$d_{b1} = d_1 \cos \alpha$ $d_{b2} = d_2 \cos \alpha$
11	Высота зуба, мм	h	$h = h_a + h_f = 2,25m$
13	Высота головки зуба, мм	h_a	$h_a = h_a^* m$
14	Высота ножки зуба, мм	h_f	$h_f = 1,25m$

Окончание табл. 3.3

№ п/п	Параметр	Обозначения	Расчетная формула
15	Диаметры окружностей вершин зубьев, мм	d_a	$d_{a1} = \underbrace{d_1 + 2\delta_1}_{d_{w1}} + 2h_a^* = m(z_1 + 2 + 2x_1)$ $d_{a2} = \underbrace{d_2 + 2\delta_2}_{d_{w2}} + 2h_a^* = m(z_2 + 2 + 2x_2)$
16	Диаметры окружностей впадин, мм	d_f	$d_{f1} = \underbrace{d_1 + 2\delta_1}_{d_{w1}} - 2h_f = m(z_1 - 2,5 + x_1)$ $d_{f2} = \underbrace{d_2 + 2\delta_2}_{d_{w2}} - 2h_f = m(z_2 - 2,5 + x_1)$
17	Толщина зуба по делительной окружности, мм	S	$S_1 = m(\pi/2 + 2x_1 \operatorname{tg} \alpha)$ $S_2 = m(\pi/2 + 2x_2 \operatorname{tg} \alpha)$
18	Межосевое расстояние, мм	a_w	$a_w = (m/2)(z_1 + z_2)(\cos \alpha / \cos \alpha_w)$
19	Угол профиля зуба на окружности вершин, мм	α_a	$\alpha_{a1} = \arccos \left(\frac{d_{b1}}{d_{a1}} \right)$ $\alpha_{a2} = \arccos \left(\frac{d_{b2}}{d_{a2}} \right)$
20	Толщина зуба по окружности вершин, мм	S_a	$S_{a1} = d_{a1} (S_1/d_1 + \operatorname{inv} \alpha - \operatorname{inv} \alpha_{a1})$ $S_{a2} = d_{a2} (S_2/d_2 + \operatorname{inv} \alpha - \operatorname{inv} \alpha_{a2})$
21	Допускаемая минимальная толщина зуба по окружности вершин, мм	$[S_a]$	$[S_a] = (0.1 \dots 0.3) m$

Оценка качества зацепления

Коэффициенты смещения x_1 и x_2 влияют не только на геометрические параметры зубчатой передачи, но и на ее качественные показатели.

Качественные показатели взаимодействия двух сопряженных колес определяются характеристиками зацепления: коэффициентом перекрытия, удельным скольжением, правильностью зацепления – отсутствием интерференции.

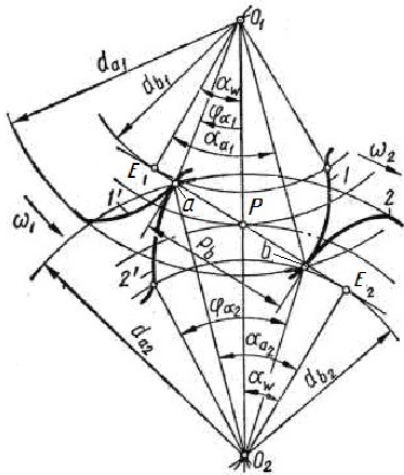


Рис. 4.7. Определение коэффициента перекрытия прямозубого зацепления

чтобы выполнялись условия непрерывности взаимодействия зубьев, этот угол должен быть больше углового шага τ (рис. 4.7).

Отношение угла перекрытия колеса к его угловому шагу называется коэффициентом торцевого перекрытия ε_α :

$$\varepsilon_\alpha = \frac{\varphi_\alpha}{\tau}, \quad \text{где } \tau - \text{угловой шаг, } \tau = \frac{2\pi}{z};$$

$$\varepsilon_\alpha = \frac{g_\alpha}{p_b} = \frac{g_\alpha}{\pi m \cos \alpha}$$

или

1. Коэффициент перекрытия. Для плавной и безударной работы пары зубчатых колес должно быть выполнено условие непрерывности смены зубьев. Это обеспечивается только в том случае, когда последующая пара зубьев начнет зацепление раньше, чем предыдущая его закончит. Непрерывность зацепления зубьев оценивается коэффициентом торцевого перекрытия ε_α .

Угол поворота зубчатого колеса от положения входа зуба в зацепление до выхода из зацепления называется углом перекрытия колеса. Для того

$$\varepsilon_{\alpha} = \frac{1}{2\pi} [z_1 \operatorname{tg} \alpha_{a1} + z_2 \operatorname{tg} \alpha_{a2} - (z_1 + z_2) \operatorname{tg} \alpha_w]. \quad (4.15)$$

Условие непрерывности взаимодействия зубьев выражается условиями $\varphi_{\alpha} > \tau$ и $\varepsilon_{\alpha} > 1$. В зависимости от технологического процесса обработки зубчатых профилей на основе опытных данных наименьшие величины коэффициентов перекрытия ε_{α} рекомендуется брать от 1,05 до 1,35.

Косвенным признаком повышения контактной прочности является увеличение угла зацепления α_w . Максимально возможной контактной прочности соответствуют $\alpha_w = 26...27^\circ$. Более высокие α_w ограничиваются явлением заострения зубьев при значительном положительном смещении, а также снижением коэффициента перекрытия ε_{α} .

Признаком повышения контактной прочности является также более высокая величина межосевого расстояния a_w по сравнению с делительным межосевым расстоянием a (в нулевой передаче они совпадают).

2. Зубья зацепляющихся колес перекатываются и скользят друг по другу. Характеристикой степени скольжения является *удельное скольжение* λ – отношение скорости скольжения \bar{v}_{12} в точке контакта K к тангенциальной составляющей этой скорости \bar{v}^{τ} (рис. 4.8, а). Скорость скольжения определяется как разность тангенциальных составляющих абсолютных скоростей \bar{v}_{K1}^{τ} и \bar{v}_{K2}^{τ} , а удельное скольжение для первого и второго колеса будет соответственно

$$\lambda_1 = \frac{v_{K1}^{\tau} - v_{K2}^{\tau}}{v_{K1}^{\tau}} \quad \text{и} \quad \lambda_2 = \frac{v_{K2}^{\tau} - v_{K1}^{\tau}}{v_{K2}^{\tau}}. \quad (4.16)$$

Так как в точке $E_1 - \bar{v}_{K1}^{\tau} = 0$, то $\lambda_1 = -\infty$ и $\lambda_2 = 1$; в точке $E_2 - \bar{v}_{K2}^{\tau} = 0$ и $\lambda_2 = -\infty$, $\lambda_1 = 1$. В полюсе P имеем $\bar{v}_{K1}^{\tau} = \bar{v}_{K2}^{\tau}$ и, следовательно, $\lambda_1 = 0$ и $\lambda_2 = 0$. Результаты расчетов величин *удельного скольжения* колес удобно представить в виде табл. 4.4.

Воспользовавшись этими и промежуточными значениями λ_1 и λ_2 для различных точек контакта зубьев на линии зацепления E_1E_2 , можно

построить графики изменения этих величин (рис. 4.8, б). Чем больше удельное скольжение, тем сильнее возможное изнашивание профилей. Фактические удельные скольжения ограничены значениями, соответствующими границам активной линии зацепления ab .

Т а б л и ц а 4.4

Значения величин удельного скольжения колес

Параметр	Значения x , мм				
	0	...	$x = E_1 P$...	$g = E_1 E_2$
λ_1	$-\infty$...	0	...	1
λ_2	1	...	0	...	$-\infty$

Расчетные формулы для λ_1 и λ_2 имеют следующий вид:

$$\lambda_1 = 1 + i_{21} - \frac{g}{x} i_{21} \quad \text{и} \quad \lambda_2 = 1 + i_{12} - \frac{g}{g - x} i_{12}, \quad (4.17)$$

где i_{21} – передаточное отношение от колеса к шестерне; $g = E_1 E_2$ – длина линии зацепления (в мм), берется из построения с учетом масштаба; x – расстояние от точки E_1 до текущей точки на линии зацепления, $x_{\max} = g$ (рис. 4.8, б). Из опыта эксплуатации следует, что удельное скольжение не должно быть больше $\lambda = |3|$.

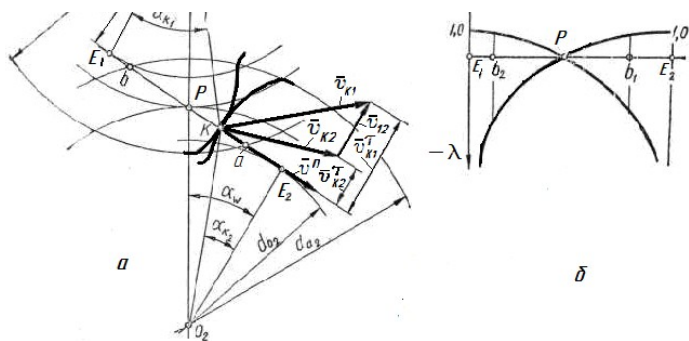


Рис. 4.8. Скорости в зацеплении

Максимальная износостойкость будет обеспечена в случае равенства максимальных ординат суммарных относительных скольжений шестерни и колеса; на этот критерий влияют величины смещений инструмента, позволяющие перемещать точки a и b , на линии зацепления за счет изменения диаметров вершин.

3. *Интерференция зубьев.* Правильное зацепление зубчатых колес происходит лишь в том случае, если точка касания эвольвентных участков профиля взаимодействующих зубьев находится на линии зацепления. Поэтому должна быть устранена возможность касания этих профилей вне линии зацепления, что имеет место при *кромочном касании*, когда в работу вступают кромки зубьев (точки пересечения профилей с поверхностями вершин зубьев).

Причинами кромочного касания являются недостаточный коэффициент перекрытия $\varepsilon_\alpha < 1$, погрешность основного шага, чрезмерное сближение осей при монтаже передачи и интерференция.

Интерференцией зубьев называется всякое неправильное касание профилей вне активного участка линии зацепления, т.е. явление, когда траектория кромки одного зуба пересекает профиль сопряженного зуба. При этом зуб одного колеса врезается в тело зуба другого колеса. Это имеет место при работе пары зубчатых колес и обычно называется *внедрением* профилей, как и при нарезании методом обкатки, когда происходит *подрезание зубьев* обрабатываемого колеса.

При *профильной* интерференции (рис. 4.9, б) кромка зуба одного колеса внедряется в эвольвентную часть профиля зуба сопряженного колеса. При интерференции *с переходной кривой* (рис. 4.9, а) кромка зуба одного из зубчатых колес пересекает переходную поверхность другого зубчатого колеса. В случае нарезания зубьев методом обкатки интерференция кромки инструмента приводит к подрезанию зубьев колеса 2, а интерференция кромки зуба нарезаемого колеса с профилем инструмента приводит к срезу части профиля у головок зубьев колеса 1.

Как указывалось выше, ограничениями для значений коэффициентов x является не только подрезание зубьев. Поэтому задача выбора коэффициентов смещения для зубчатого зацепления решается как задача оптимизации двух параметров x_1 и x_2 при нескольких критериях в зависимости от конкретных требований к проектируемому зубчатому зацеплению. В этом случае область допустимых решений

представляет собой плоскость, на которой в системе координат x_1 и x_2 (рис. 4.10)

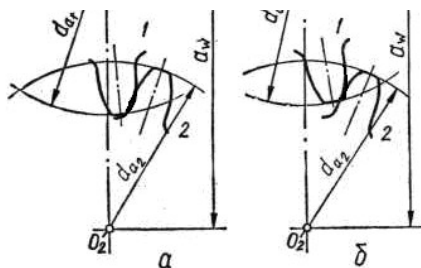


Рис. 4.9. Интерференция зубьев

нанесены ограничения при выборе коэффициентов смещений: отсутствие подрезания и заострения зубьев, минимальные допустимые коэффициенты перекрытия и т. д. Эта область для определенного сочетания зубьев z_1 и z_2 называется *блокирующим контуром*. Граничные линии блокирующего контура относятся к предельным значениям параметров

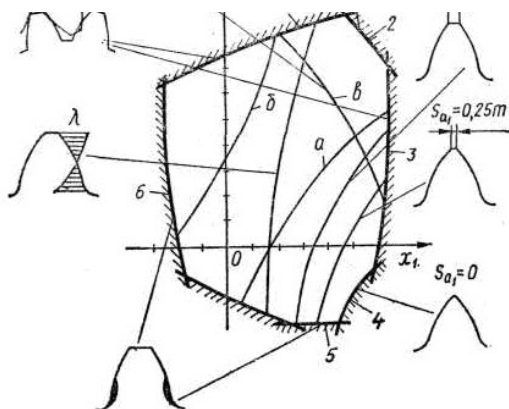


Рис. 4.10. Блокирующий контур

зацепления: 1 – граница интерференции на ножке зуба второго колеса; 2 – линия минимально допустимого коэффициента перекрытия; 3 – граница интерференции на ножке зуба первого колеса; 4 – граница заострения зуба на первом колесе; 5 и 6 – линии, определяющие подрезание эвольвентного профиля зацепляющихся зубьев. Для оптимального подбора коэффициентов смещений внутри блокирующего контура изображены линии, соответствующие наилучшим значениям качественных показателей зацепления: a – определяющие равную прочность зубьев обоих колес на изгиб при ведущем колесе 1; b – то же, при ведущем колесе 2; c – рекомендуемое значение коэффициента перекрытия $\varepsilon_{\alpha} = 1,2$.

Смещение инструмента при нарезании эвольвентных колес расширяет возможности эвольвентной зубчатой передачи, а именно:

- 1) предотвращает подрезание зубьев при $z_1 < 17$;
- 2) позволяет выравнять относительные скольжения и тем самым увеличить износостойкость, работоспособность поверхностей зубьев и уменьшить опасность заедания;
- 3) повышает изгибную прочность зубьев;
- 4) во всех случаях обеспечивает неподрезание зубьев шестерни, толщина зубьев по вершинам $s_a > 0,25m$ и коэффициент перекрытия $\varepsilon_{\alpha} > 1,2$.

Методы изготовления зубчатых колес

Эвольвентные профили зубчатых колес нарезают на металлорежущих станках методом *копирования* (рис. 4.11) и методом *обкатки* или *огибания* (рис. 4.12).

1. *Метод копирования* заключается в последовательном *фрезеровании* *впадин* между двумя зубьями. Профиль инструмента должен совпадать с профилем впадины между зубьями нарезаемого колеса (рис. 4.11, *в*). За один проход инструмент нарезает одну впадину между двумя соседними зубьями. Затем возвращается в исходное положение и заготовка поворачивается на угол τ .

Инструментом могут быть модульная (рис. 4.11, *а*), дисковая модульная фреза или пальцевая модульная фреза (рис. 4.11, *б*), строгальный или долбежный резец, протяжка, шлифовальный круг и др.

Недостаток метода – большая номенклатура применяемого инструмента, так как для колес с разными числами зубьев нужен новый инструмент из-за изменения профиля впадины. Кроме этого, в процессе нарезания зубьев колес режущий инструмент изнашивается, изменяя профиль режущей части, а также при изготовлении самого инструмента неизбежны погрешности, которые переносятся на нарезаемое колесо, в результате чего точность зацепления снижается. Для внесения изменений в геометрию зубьев необходимо изготовить новый (специальный) инструмент, что трудоемко и неэкономично.

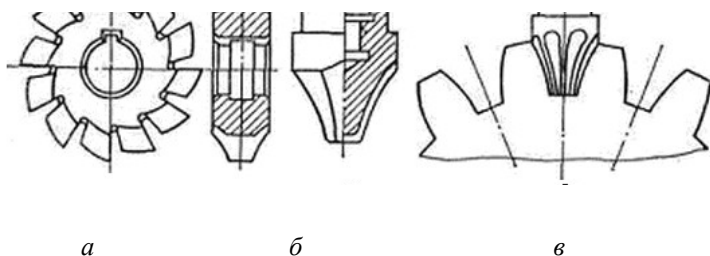


Рис. 4.11. Методы копирования для нарезания зубчатых колес

Для уменьшения номенклатуры инструментов допускается одним инструментом нарезать колеса одинакового модуля с одинаковой формой впадины между зубьями (когда число зубьев колес незначительно различается, например, $z = 10...12$), при этом вносится допустимая погрешность изготовления.

2. *Метод обкатки* (огибания) заключается в том, что режущему инструменту и заготовке сообщается такое же относительное движение, которое совершают зубчатые колеса, находящиеся в зацеплении.

В качестве инструмента применяются производящее колесо 2 – *долбяк* (рис. 4.12, б), производящая рейка 2 (*гребенка*) (рис. 4.12, а) с прямолинейным профилем зубьев, *червячная фреза* 2 (рис. 4.12, в) и др.

Инструмент, применяемый при нарезании колес методом обкатки на зубострогальных и зубофрезерных станках, стандартизован. Угол профиля рейки $\alpha = 20^\circ$, коэффициент высоты головки зуба для нормальных зубьев $h_a^* = 1$, для укороченных – $h_a^* = 0,8$ (рис. 4.5).

Преимуществом метода (огибания) обкатки является то, что одним и тем же инструментом изготавливают колеса с различными числами зубьев, поэтому номенклатура зуборезного инструмента получается значительно меньшей, чем при методе копирования.

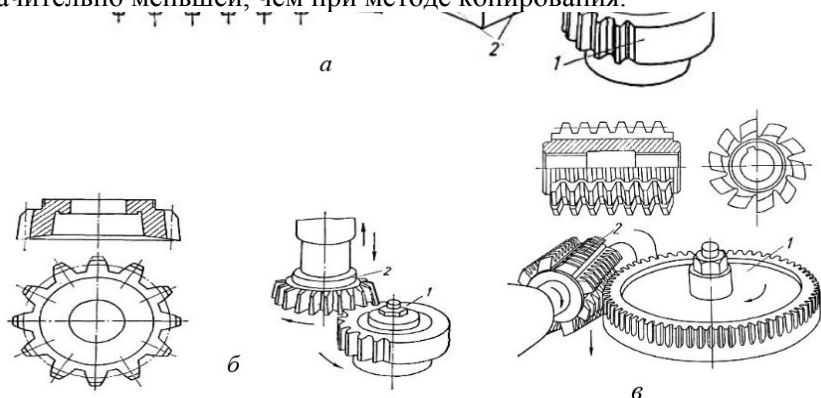


Рис. 4.12. Метод обкатки

При нарезании зубчатых колес копированием и огибанием могут иметь место соответственно наложение (интерференция) и подрезание ножки зуба. Число зубьев, при котором происходит подрезание ножки зуба, называют минимальным.

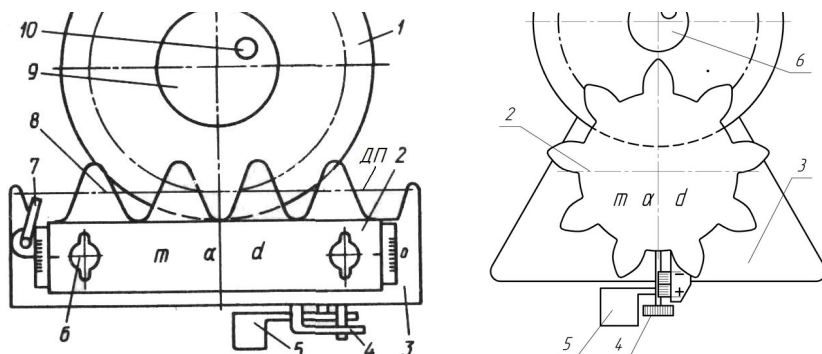
Описание лабораторной установки

Лабораторная установка ТММ-2 (рис. 4.13, а) или ТММ-3 (рис. 4.13, б) позволяет моделировать процесс изготовления зубчатого колеса методом огибания (обкатки) – нарезания зубьев инструментальной рейкой.

Установка ТММ-2 состоит: из подвижной каретки 3, на которой крепится рейка 2; поворотного диска 1, на котором крепится с помощью зажимного диска 9 и винта 10 бумажный диск-заготовка 11; клавиши 5 и зажимного рычага 4; прижимных винтов 6; направляющей проволоки 8 и рукоятки 7.

На этой установке бумажный диск *11* имитирует заготовку колеса, зубчатая рейка *2* – исходный производящий контур режущего инструмента. В процессе движения рейка огибает диск *11* как ИПК заготовку. При перемещении рейки *2* влево на один шаг Δy заготовка поворачивается на угол $\Delta\varphi = \Delta y/r$. При последовательном обведении зубьев рейки карандашом на диске получают профили зубьев, которые моделируют в реальном масштабе зубья колеса, изготавливаемого на станке.

Рейку *2* можно смещать относительно заготовки (диска *11*) в радиальном направлении с фиксацией положения на линейной шкале.



a *б*
Рис. 4.13. Лабораторные установки ТММ

ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

1. Получить у преподавателя или учебного мастера (лаборанта): установку ТММ-2 (рис. 4.13, *a*) или ТММ-3 (рис. 4.13, *б*) и бумажный диск.

2. Выписать (из табл. 4.5 и с лабораторной установки) исходные данные для расчета геометрических параметров колес i_{12} , h_a^* , c^* , d_1 , m .

3. Определить число z_1 зубьев колеса, нарезаемого на установке, по формуле 5, табл. 4.3.

4. Нанести на бумажный диск 1 делительную окружность 11 диаметром d_1 .

5. Установить бумажный диск 1 на установку. Ослабить винт 10 (рис. 4.13) и установить бумажный диск 1.

Т а б л и ц а 4.5

Исходные данные

Название параметра		Номер бригады					
		1	2	3	4	5	6
Передаточное число	i_{12}	2	1	2	1	2	1
Коэффициент высоты головки зуба	h_a^*	$h_a^* = 1$					
Коэффициент радиального зазора, мм	c^*	$c^* = 0,25$					
Модуль, мм	m	С лабораторной установки					
Делительный диаметр шестерни, мм	d_1	С лабораторной установки					
Угол профиля рейки, град.	α	20					

6. Ослабить винты 6 и установить рейку 2 в нулевое положение. При этом риска на рейке 2 должна совпадать с нулевой отметкой на шкале, а делительная прямая рейки касаться делительной окружности изготавливаемого (нарезаемого) колеса.

7. Повернуть рычаг 4 в сторону клавиши 5 и переместить рейку 2 вправо до упора. При необходимости поворотом рукоятки 7 ослабить натяжение проволоки 8 и повернуть диск 1 в начальное положение. Рукоятку 7 вернуть в исходное положение. Нажимая на клавишу 5 и обрисовывая карандашом профили зубьев рейки, получить на диске 1 три четких профиля зубьев шестерни. Убедиться в подрезания ножки зуба на изображении заготовки при числе зубьев z_1 меньше минимального z_{\min} , для случая зацепления с рейкой.

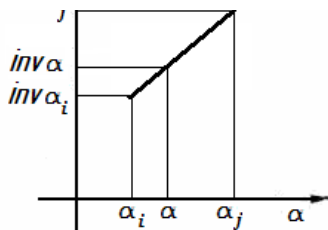
8. Найти минимальное смещение рейки δ , по формуле (4.14).

9. Ослабить винты 10 (рис. 4.13) и установить рейку 2 в положение соответственно величине минимального смещения δ для предотвращения подрезания ножки зуба.

10. Переустановить диск 1 для возможности изображения скорректированных профилей зубьев. Для этого необходимо выполнить действия п. 7.

11. Повторить нарезание профилей зубьев (см. п. 7). Убедиться в *отсутствии подрезания* ножки.

12. Рассчитать в соответствии с табл. 4.3 геометрические параметры прямозубых цилиндрических колес внешнего зацепления, у которых будет исключено подрезание ножки зуба.



Чтобы точно, до градусов, определить угол зацепления передачи по значению инволюты, необходимо выполнить интерполяцию.

Из рис. 4.14 следует линейная взаимосвязь параметров:

$$\frac{\text{inv } \alpha - \text{inv } \alpha_i}{\text{inv } \alpha_j - \text{inv } \alpha_i} = \frac{\alpha - \alpha_i}{\alpha_j - \alpha_i}.$$

Рис. 4.14. График линейной интерполяции

13. Снять диск *I* с установки и обозначить на нем все геометрические параметры согласно рис. 4.4 и формулам табл. 4.3.

14. Измерить на диске *I* параметры зубчатого зацепления, перечисленные в табл. 4.3, и сопоставить их с расчетными значениями. Данные сравнительных расчетов поместить в табл. 4.6.

Т а б л и ц а 4.6

Сравнение геометрических параметров колес, полученных при нарезании с расчетными параметрами

№ п/п	Параметры	Расчетные	Экспериментальные	Погрешность $\delta = \frac{A - \Gamma}{A} 100 \%$
1	Шаг по делительной окружности p , мм			
2	Толщина зуба по делительной окружности S , мм			
3	Толщина зуба по окружности вершин S_{a1} , мм			
4	Угол зацепления передачи, $\alpha_{ц}$ град.			

15. На формате А4 (А3) изобразить взаимодействие двух эвольвентных профилей (рис. 3.1) по размерам, вычисленным согласно табл. 4.3, и обозначить все геометрические параметры сопряженных колес (см. рис. 4.4).

16. Оценить качество зацепления колес, для этого вычислить ε_α по формуле (4.15) и λ_1 , λ_2 по формулам (4.17).

17. Оформить отчет.

СОДЕРЖАНИЕ ОТЧЕТА

1. Первый лист отчета должен содержать: цель работы; исходные данные (в форме табл. 4.6).

2. Последующие листы должны содержать последовательное изложение хода работы с пояснениями, расчетными формулами (из табл. 4.3).

3. Последний лист должен содержать выводы по работе.

4. К скрепленному отчету приложить бумажный диск-заготовку с зубьями шестерни (рис. 4.15), нарезанными без смещения и со смещением инструмента.

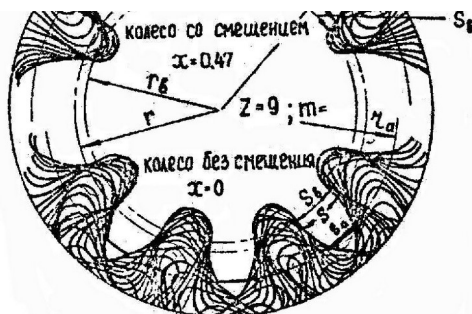


Рис. 4.15

ВОПРОСЫ ДЛЯ САМОКОНТРОЛЯ

1. Сформулировать основной закон зубчатого зацепления.
2. Привести примеры профилей зубьев, соответствующие основному закону зубчатого зацепления.
3. Дать понятие эвольвенты окружности.
4. Преимущества применения эвольвентного профиля зубьев.
5. Понятие модуля зубчатого зацепления.
6. Способы изготовления зубчатых колес.
7. Что такое коррегирование зубчатых колес?
8. Для чего выполняют коррегирование колес?
9. Какие виды коррегирования существуют?
10. Как выбираются коэффициенты смещения сопряженных колес в зависимости от вида коррегирования?
11. По каким параметрам можно оценить качество зацепления?
12. Metallорежущие станки и инструменты, используемые для нарезания зубчатых колес.
13. Отличие методов копирования и огибания (обкатки) изготовления зубчатых колес.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПРИВЕДЕННОГО КОЭФФИЦИЕНТА ТРЕНИЯ И КОЭФФИЦИЕНТА ПОЛЕЗНОГО ДЕЙСТВИЯ ВИНТОВОЙ ПАРЫ

ЦЕЛЬ РАБОТЫ

1. Изучение трения в винтовой паре.
2. Определение приведенного коэффициента трения и коэффициента полезного действия (КПД) винтовой пары.

ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ

Трение представляет собой сопротивление относительному перемещению двух тел, возникающее в касательном направлении в зоне их соприкосновения. Сила сопротивления является силой трения.

Существуют трение скольжения и трение качения. Трение скольжения имеет место при относительном движении двух тел, скорости которых в точках касания различны. Трение качения возникает в высших кинематических парах, скорости которых в точках касания одинаковы по величине и направлению.

Различают два вида сил трения скольжения: сила трения при покое и сила трения при движении.

Трение скольжения при покое

При попытке сдвинуть одно тело по поверхности другого в плоскости соприкосновения тел возникает сила трения (или сила сцепления), которая может принимать любые значения от нуля до величины $F_{\text{тр}}$, называемой *предельной силой трения*.

Экспериментально коэффициент трения можно найти с помощью прибора (рис. 5.1). Горизонтальная плита AB и прямоугольный брус C

изготавливаются из материалов, для которых определяется коэффициент трения покоя.

На брус C будут действовать сила тяжести Q , уравновешенная нормальной реакцией плиты N , и сдвигающая сила F , которая при

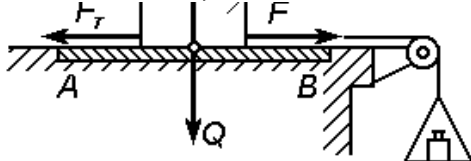


Рис. 5.1. Определение коэффициента трения скольжения

покое уравнивается силой трения F_t (сила F численно равна весу груза). Меняя грузы, находим нагрузку F^* , при которой брус трогается с места.

Прodelав ряд опытов, можно убедиться, что при изменении силы тяжести Q бруса C величина F^* возрастает пропорционально Q .

Опыты показывают следующее.

1. Величина предельной силы трения $F_{\text{пр}}$ равна произведению коэффициента трения покоя f_0 (статического коэффициента трения) на нормальную реакцию (нормальное давление):

$$F_{\text{пр}} = f_0 N.$$

Учитывая, что $F_{\text{пр}} = F^*$ и $N = Q$, находим

$$f_0 = \frac{F_{\text{пр}}}{N} = \frac{F^*}{Q}.$$

Для данных условий опыта значение f_0 – величина постоянная.

Коэффициент трения покоя f_0 (статический коэффициент трения) определяется опытным путем и зависит от материала соприкасающихся тел и состояния поверхностей (шероховатости, температуры, влажности, наличия смазки и др.).

2. Величина предельной силы трения $F_{\text{пр}}$ в широких пределах не зависит от размеров соприкасающихся при трении поверхностей.

Объединяя вместе положения А и Б, получаем, что при равновесии сила трения покоя (сила сцепления тела с поверхностью)

$$F_{\text{т}} \leq F_{\text{пр}} \quad \text{или} \quad F_{\text{т}} \leq f_0 N.$$

Следовательно, пока тело находится в покое, сила трения $F_{\text{т}}$ равна сдвигающей силе F , а не величине $F_{\text{пр}} = f_0 N$. Сила трения $F_{\text{т}}$ принимает значение $F_{\text{пр}} = f_0 N$ только тогда, когда положение равновесия становится предельным.

Реакции шероховатых связей. Угол трения

Реакция реальной (шероховатой) связи будет складываться из двух составляющих: из нормальной реакции N и перпендикулярной к ней силы трения $F_{\text{т}}$.

Полная реакция связи R будет отклонена от нормали к поверхности на некоторый угол. При изменении силы трения $F_{\text{т}}$ от нуля до $F_{\text{пр}}$ сила R будет меняться от N до $R_{\text{пр}}$, а ее угол с нормалью будет расти от нуля до некоторого предельного значения φ_0 (рис. 5.2). Наибольший угол φ_0 , который полная реакция шероховатой связи образует с нормалью к поверхности, называется углом трения

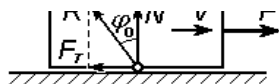


Рис. 5.2. Движение тела по шероховатой поверхности

$$\operatorname{tg} \varphi_0 = \frac{R}{N} = \frac{F_{\text{пр}}}{N}.$$

Так как $F_{\text{пр}} = f_0 N$, имеем

$$\operatorname{tg} \varphi_0 = f_0.$$

При равновесии реакция шероховатой связи R в зависимости от сдвигающих сил может проходить где угодно внутри угла трения. Когда равновесие становится предельным, реакция R будет отклонена от нормали на угол φ_0 .

Сила трения при движении

Сила трения направлена в сторону, противоположную движению, и равна произведению динамического коэффициента трения f (далее коэффициент трения) на нормальную реакцию (нормальное давление):

$$F_{\tau} = fN.$$

Это выражение представляет собой закон Кулона–Амонтона, установленный опытным путем.

Значения коэффициента трения f зависят от материала, состояния поверхностей и в некоторой степени от скорости движения тел. В большинстве случаев с повышением скорости величина f сначала несколько убывает, а затем сохраняет почти постоянное значение.

Коэффициент трения

$$f = \operatorname{arctg} \varphi.$$

Величину φ называют углом трения при движении. Коэффициент трения f определяется опытным путем.

Винтовая пара

Винтовая пара представляет собой две детали (винт и гайку), соединенные по винтовой поверхности. Винтовую пару используют для преобразования вращательного движения в поступательное, или наоборот.

Винтовые пары бывают с треугольным, прямоугольным и круглым профилем винтовой поверхности.

В технике винтовую поверхность часто называют резьбой. Резьбы с треугольным профилем подразделяют на метрические, дюймовые, трапецеидальные и упорные.

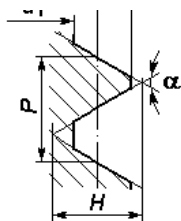


Рис. 5.3. Геометрические параметры

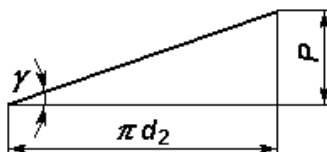


Рис. 5.4. Угол подъема резьбы

метрической резьбы

Основные геометрические параметры метрической резьбы по ГОСТ 9150–81 (рис. 5.3):

H – высота исходного профиля (равносторонний треугольник);

d, d_2, d_1 – диаметры наружный, средний и внутренний;



Рис. 5.5. Винтовые пары с прямоугольной и треугольной резьбой:

v – винт, $г$ – гайка, P и d_2 – шаг и средний диаметр резьбы

шаг P – расстояние между ближайшими сходственными точками контура по линии, параллельной оси резьбы;

угол профиля $\alpha = 60^\circ$;

угол подъема винтовой линии резьбы γ (рис. 5.4).

Передаточное отношение i винтовой пары равно отношению окружной V_t и осевой V_a скоростей гайки (винта) (рис. 5.6).

$$i = \frac{V_t}{V_a} = \frac{1}{\tan \gamma} \quad \text{или} \quad i = \frac{V_t t}{V_a t} = \frac{\pi d}{F}$$

Здесь t – период вращательного движения.

Период вращательного движения гайки

$$t = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{60}{n} \quad \left(\omega = \frac{\pi n}{30} \right),$$

где ω и n – угловая скорость и частота вращения гайки.

Скорость поступательного перемещения гайки

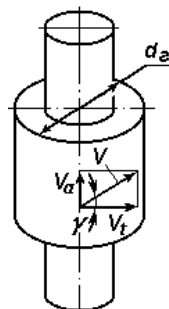


Рис. 5.6. Винтовая пара:

V_t и V_a – окружная и осевая скорости гайки; d_2 – наружный диаметр гайки; γ – угол подъема винтовой линии

$$V_a = \frac{P}{t} = \frac{P\omega}{2\pi} = \frac{Pn}{60}.$$

Трение в винтовой паре

Рассмотрим винтовую пару с прямоугольным профилем резьбы (рис. 5.7). Полагаем, что осевая нагрузка F_a на винт сосредоточена на одном витке и что реакция гайки приложена по средней линии резьбы, т. е. по d_2 .

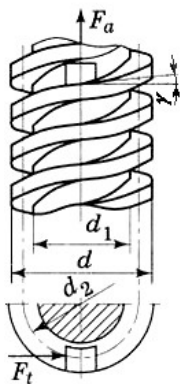


Рис. 5.7. К определению сил трения в винтовой паре с прямоугольным профилем резьбы

Перемещение гайки по винту можно рассматривать как движение ползуна по наклонной плоскости с углом наклона γ (рис. 5.8).

При равномерном движении ползуна справедливым является следующее уравнение равновесия:

$$\sum \bar{F} = \bar{F}_t + \bar{F}_a + \bar{R} + \bar{F}_\tau = 0,$$

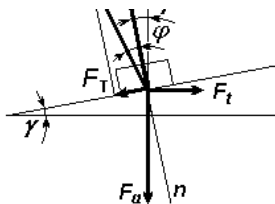


Рис. 5.8. Силы, действующие на ползун



Рис. 5.9. План сил, действующих на ползун

где $F_t = M/r_2$ – горизонтальная сила, действующая на ползун (гайку), M – крутящий момент пары сил, приложенных к гайке на расстоянии r_2 от оси винта в плоскости, перпендикулярной оси (в горизонтальной плоскости).

Из плана сил (рис. 5.9) видно, что движущая сила F_t , необходимая для равномерного движения ползуна вверх по наклонной плоскости, связана с величиной осевой силы F_a соотношением

$$F_t = F_a \operatorname{tg} (\gamma + \varphi),$$

а крутящий момент M пары, приложенный к гайке, будет

$$M = F_t r_2 = F_a \operatorname{tg} (\gamma + \varphi) r_2.$$

Из закона Кулона–Амонтона следует

$$F_t = fN = N \operatorname{tg} \varphi.$$

Из плана сил определим силу трения, действующую в винтовой паре:

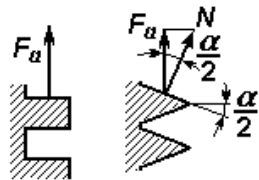
$$F_t = R \sin \varphi = F_t \frac{\sin \varphi}{\sin (\gamma + \varphi)}.$$

Разделив числитель и знаменатель этого выражения на $\cos \varphi$ и учитывая, что $f = \operatorname{tg} \varphi$, получим

$$F_t = F_t \frac{\frac{\sin \varphi}{\cos \varphi}}{\frac{\sin (\gamma + \varphi)}{\cos \varphi}} = \frac{\operatorname{tg} \varphi}{\sin \gamma + \operatorname{tg} \varphi \cdot \cos \gamma} = F_t \frac{f}{\sin \gamma + f \cos \gamma}.$$

В винтовой паре с треугольной резьбой нормальная сила $N > F_a$ (рис. 5.10), поэтому сила трения F_t больше, чем в рассмотренной выше винтовой паре с прямоугольным профилем резьбы. Соответственно

Рис. 5.10. Соотношения между нормальной и осевой силами в винтовых парах с треугольным и прямоугольным профилями резьбы



угол трения φ и коэффициент трения f у винтовой пары с треугольной резьбой будут больше, чем в винтовой паре с прямоугольным профилем резьбы.

В винтовой паре с треугольной резьбой коэффициент и угол трения будут

$$f' = \frac{f}{\cos \frac{\alpha}{2}} \quad \text{и} \quad \varphi' = \frac{\arctg f}{\cos \frac{\alpha}{2}}.$$

Полученные для винтовой пары с треугольным профилем резьбы коэффициент f' и угол φ' трения называются приведенными коэффициентом и углом трения.

Коэффициент полезного действия винтовой пары

Сравнивая затраты потенциальных энергий при подъеме тела с силой тяжести $G = mg$ по наклонной плоскости (по винтовой линии) без трения и с трением, получим

$$\eta = \frac{A_{\text{пол}}}{A_{\text{затр}}} = \frac{GH}{GH'} = \frac{\pi d_2 \operatorname{tg} \gamma}{\pi d_2 \operatorname{tg}(\gamma + \varphi')} = \frac{\operatorname{tg} \gamma}{\operatorname{tg}(\gamma + \varphi')},$$

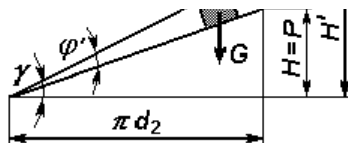


Рис. 5.11. К определению КПД винтовой пары

где $A_{\text{пол}}$ – полезная работа, затрачиваемая на подъем груза по гладкой наклонной поверхности; $A_{\text{затр}}$ – работа, затрачиваемая на подъем груза по шероховатой наклонной поверхности треугольного профиля; φ' – приведенный угол трения.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПРИВЕДЕННОГО КОЭФФИЦИЕНТА ТРЕНИЯ И КПД ВИНТОВОЙ ПАРЫ

Экспериментальная установка (рис. 5.12) состоит из плиты 1, в вертикальной стенке которой выполнено отверстие для установки винтовой пары (болта 2 и гайки 3). К плите 1 прикреплена скоба 4, перемещение которой фиксируется индикатором часового типа 5.

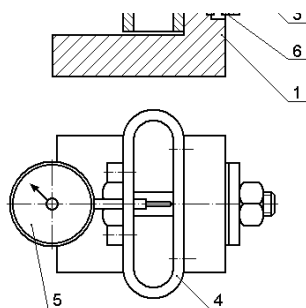


Рис. 5.12. Схема экспериментальной установки

В вертикальной стенке плиты 1 выполнена расточка под упорный шарикоподшипник 6, который предназначен для уменьшения трения между торцом гайки 3 и плитой 1. Торцы гайки 3 взаимодействуют с шарикоподшипником 6 через шайбу 7.

При ограничении осевых перемещений элементов винтовой пары (болта и гайки) и при вращении одного из ее элементов (гайки) в винтовой паре возникнет осевая сила F_a . Осевая сила F_a будет вызывать деформацию скобы. Вращение гайки осуществляют динамометрическим ключом (на рисунке не показан), который позволяет

контролировать величину крутящего момента M (момента завинчивания), прикладываемого к гайке.

ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

1. Из условия прочности болта определить верхнюю границу величины осевой силы F_a :

$$(F_a)_{\max} = \frac{\pi d_1^2 [\sigma_T]}{4n},$$

где d_1 – внутренний диаметр резьбы болта (табл. 5.1); $[\sigma_T] = 200$ МПа – предел текучести материала болта; $n = 5 \dots 10$ – коэффициент запаса прочности.

2. Выбрать четыре значения осевой силы F_a , которыми будем нагружать винтовую пару: $F_1 = 0,25(F_a)_{\max}$, $F_2 = 0,50(F_a)_{\max}$, $F_3 = 0,75(F_a)_{\max}$ и $F_4 = (F_a)_{\max}$.

3. Величины сил, деформирующих скобу (рис. 12), контролировать по показаниям (делениям) Δy индикатора часового типа 5, установленного на скобе.

Тарировочная зависимость силы от величины деформации скобы

$$F = 396\Delta y, \text{ Н.}$$

4. Указанные в п. 2 величины F_a и соответствующие им значения Δy занести в табл. 5.2.

Т а б л и ц а 5.1

Некоторые геометрические параметры винтовых пар

Параметры*	Тип винтовой пары (резьбы)							
	метрическая				трапецеидальная			
$d, \text{ м} \cdot 10^{-3}$	14	16	18	20	14	16	18	20
$d_1, \text{ м} \cdot 10^{-3}$	11,84	13,84	15,29	17,29	12	14	16	18
$d_2, \text{ м} \cdot 10^{-3}$	12,7	14,7	16,38	18,38	13	15	17	19
$P, \text{ м} \cdot 10^{-3}$	2	2	2,5	2,5	2	2	2	2
$\gamma, \text{ град}$	2°52'	2°28'	2°47'	2°29'	2°48'	2°26'	2°8'	1°55'

* ГОСТ 9150–81; ГОСТ.6958–78.

5. Собрать на экспериментальной установке винтовую пару (болт и гайку). Торец гайки опереть через шайбу на шарикоподшипник.

6. Гайку затянуть от руки.

7. Выставить стрелку индикатора 5 на скобе посредством его смещения относительно скобы. При смещении стрелка должна совершить два оборота. Зафиксировать индикатор винтом (на схеме не показан) и установить «ноль» на подвижной шкале индикатора.

8. Динамометрическим ключом вращать гайку до реализации в винтовой паре осевой силы $F_1 = 0,25(F_a)_{\max}$. (Перед вращением гайки установить стрелку индикатора динамометрического ключа в нулевое положение.)

9. При достижении $F_1 = 0,25(F_a)_{\max}$ зафиксировать показания ΔK индикатора динамометрического ключа и записать их в табл. 5.2.

10. Величину крутящего момента M , прикладываемого к винтовой паре, определить по тарировочной зависимости динамометрического ключа:

$$M = K_T \cdot \Delta K, \text{ Н} \cdot \text{м},$$

где $K_T = 0,5977; 0,5715; 0,4981$ – тарировочные коэффициенты динамометрических ключей № 1, 2 и 3; ΔK – показания (деления) индикатора динамометрического ключа.

11. Повторить работу в соответствии с пп. 8–10 для значений осевых сил: F_2, F_3 и F_4 .

12. Используя значения F_a и M , определить приведенный угол трения φ' в винтовой паре по формуле

$$\varphi' = \arctg \left(\frac{2M}{F_a d_2} \right) - \gamma,$$

где d_2 – средний диаметр резьбы; γ – угол подъема резьбы (табл. 5.1).

13. Определить приведенные коэффициенты трения f' в винтовой паре:

$$f' = \tg(\varphi').$$

14. Определить значения коэффициентов полезного действия (КПД) винтовой пары η по формуле

$$\eta = \frac{\operatorname{tg} \gamma}{\operatorname{tg}(\gamma + \varphi')}.$$

15. Все опыты повторить три раза.

16. Вычислить средние значения $f'_{\text{ср}}$ и $\eta_{\text{ср}}$. Занести их в табл. 5.2.

Т а б л и ц а 5.2

Результаты расчетов

Параметры	Ед. изм.	Значения осевой силы F_a											
		F_1			F_2			F_3			F_4		
		Серия опытов			Серия опытов			Серия опытов			Серия опытов		
		1	2	3	1	2	3	1	2	3	1	2	3
Осевая сила F_a	Н												
Показания индикатора скобы Δy	Дел.												
Показания индикатора ключа ΔK	Дел.												
Момент на ключе M	Н · м												
Приведенный угол трения в винтовой паре φ'	Град.												
Приведенный коэффициент	—												

трения в винтовой паре f													
КПД винтовой пары $\eta_{\text{ср}}$	—												
Средний приведенный коэффициент трения в винтовой паре $f'_{\text{ср}}$	—												
Средний КПД винтовой пары $\eta_{\text{ср}}$	—												

17. Построить графики, иллюстрирующие изменение в винтовой паре средних значений приведенного коэффициента трения $f'_{\text{ср}}$ и КПД $\eta_{\text{ср}}$ от величины осевой силы F_a (рис. 5.13).

18. Проанализировать результаты и сделать вывод.

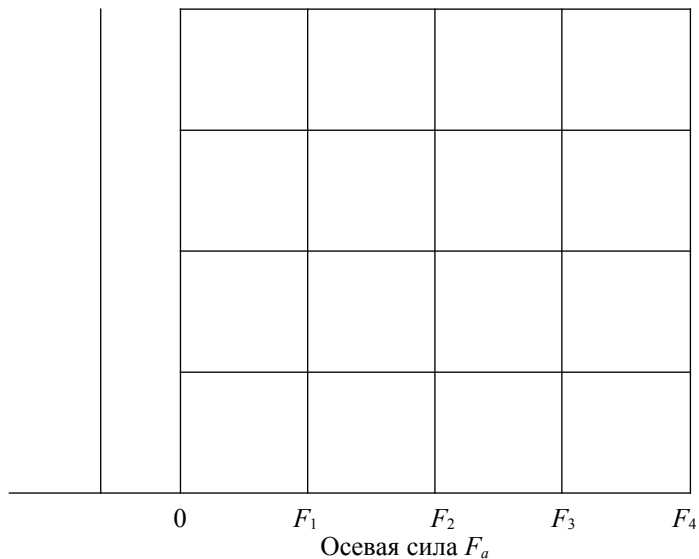


Рис. 5.13. Зависимость $f'_{\text{ср}}$ и $\eta_{\text{ср}}$ от величины осевой силы F_a

СОДЕРЖАНИЕ ОТЧЕТА ПО РАБОТЕ

1. Цель работы.
2. Схема экспериментальной установки.
3. Результаты экспериментов и расчетов записать в таблицу 2.
4. Зависимости средних значений $f'_{\text{ср}}$ и $\eta_{\text{ср}}$ от осевой силы F_a .
5. Вывод.

ВОПРОСЫ ДЛЯ САМОКОНТРОЛЯ

1. Что такое трение?
2. Виды трения.
3. Что является коэффициентом и углом трения?
4. Геометрические параметры винтовой пары (метрической резьбы).
5. Какие силы действуют в винтовой паре и как они связаны между собой?
6. Почему применяют в расчетах винтовых пар приведенный коэффициент трения f' ?
7. Приведенный угол трения φ' в винтовой паре.
8. Методика расчета приведенного коэффициента трения f' в винтовой паре.
9. Методика расчета КПД η винтовой пары.
10. Дать анализ результатов экспериментов.

ЛАБОРАТОРНАЯ
БАЛАНСИРОВКА

РАБОТА № 6

РОТОРОВ

ЖЕСТКИХ

ЦЕЛЬ РАБОТЫ

1. Ознакомление с устройством балансировочного станка.
2. Статическое уравнивание ротора.
3. Динамическое уравнивание ротора.

ОСНОВНЫЕ СВЕДЕНИЯ

Под уравниванием вращающихся звеньев понимается задача, связанная с распределением масс по звену для снижения давления на стойку механизма. Простейшей задачей этого типа является задача уравнивания вращающегося звена, когда полностью или частично устраняются динамические реакции на его опоры, т. е. реакции, зависящие от сил инерции. Для полного устранения этих реакций необходимо, чтобы главный вектор \bar{F}_n и главный момент сил инерции \bar{M}_n были равны нулю в любой момент движения:

$$\bar{F}_и = 0, \quad (6.1)$$

$$\bar{M}_и = 0. \quad (6.2)$$

Иногда ограничиваются выполнением только условия (6.1), которое равносильно условию расположения центра масс на оси вращения звена. Перераспределение массы звена, переводящее его центр масс на ось его вращения, называется статическим уравниванием вращающегося звена.

Статическое уравнивание вращающихся звеньев

Если условие (6.1) не выполнено, то звено называется статически неуравновешенным. За меру статической неуравновешенности или статического дисбаланса принимают величину статического момента масс звена относительно оси вращения:

$$\bar{\Delta} = m_x \bar{r}_x. \quad (6.3)$$

Здесь m_x – масса звена; \bar{r}_x – расстояние от центра тяжести до оси вращения.

Неуравновешенность в рассматриваемом случае называется статической, так как ее можно обнаружить статическим испытанием. С этой целью ось звена устанавливают на два горизонтальных ножа (опоры). Если центр масс расположен на оси вращения, то звено будет находиться в равновесии при любом положении, в противном случае оно покатится и будет двигаться, пока не достигнет устойчивого равновесия, при котором центр масс имеет самое низкое расположение.

При изготовлении практически невозможно совместить центр масс детали с ее осью вращения, т.е. центр масс вращающейся детали будет смещен на некоторую величину от ее оси.

Для статического уравнивания детали необходимо в направлении, противоположном центру масс, установить корректирующую массу m_x на расстоянии r_x от оси вращения (рис. 6.1).

$$m_x \bar{r}_x = m_k \bar{r}_k. \quad (6.4)$$

Если будет выполнено условие (6.4), то сила инерции противовеса $F_{ик}$ окажется равной и противоположной силе инерции $F_{и}$ неуравновешенного звена:

$$\bar{F}_{и} = \bar{\Delta}\omega^2. \quad (6.5)$$

Результирующая сила инерции при этом условии будет равна нулю. Условие (6.4) достигается обычно путем проб. Иногда установку противовеса заменяют удалением (например, высверливанием) массы m_k . Центр удаляемой массы и центр масс звена располагаются в этом случае по одну сторону от оси вращения.

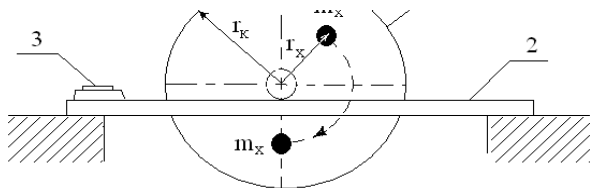


Рис. 6.1. Статическая балансировка ротора:

1 – ротор, 2 – ножи (опора), 3 – уровень

После установки корректирующей массы m_k ротор поворачивают вокруг оси на угол 90° и отпускают. Если корректирующая масса была выбрана правильно, то центр масс ротора будет на оси вращения и отпущенный ротор останется неподвижным. Если корректирующая масса на предыдущем этапе была подобрана или установлена неправильно, то ротор опять придет во вращение и после нескольких колебаний остановится. После остановки ротора устанавливают (удаляют) новую корректирующую массу и описанные выше испытания повторяют. Так поступают до тех пор, пока ротор не будет сбалансирован.

Статического уравнивания достаточно только для звеньев, имеющих малую осевую протяженность (например, шкивы, маховики, фланцы, зубчатые колеса, дисковые фрезы, авиационные винты, велосипедные колеса и т. п.). Для звеньев другой формы (например, для валов) должны быть выполнены оба условия уравниваемости звена (6.1) и (6.2) – главный вектор и главный момент сил инерции в этом случае равны нулю и полностью устраняется давление на стойку от сил инерции.

Полное уравнивание вращающихся звеньев

Пусть необходимо выполнить полное уравнивание твердого тела, вращающегося в опорах (рис. 6.2).

Покажем, что любую вращающуюся деталь можно уравновесить с помощью установки двух корректирующих масс в двух произвольно выбранных плоскостях коррекции I и II.

При вращении твердого тела на его любую элементарную массу, например m_i , действует центробежная сила инерции \bar{F}_{ni} .

$$\bar{F}_{ni} = \bar{r}_i m_i \omega^2,$$

где \bar{r}_i – радиус вектор элементарной массы m_i .

Заменяем эту центробежную силу инерции \bar{F}_{ni} двумя параллельными силами, расположенными в двух произвольно выбранных плоскостях коррекции I и II:

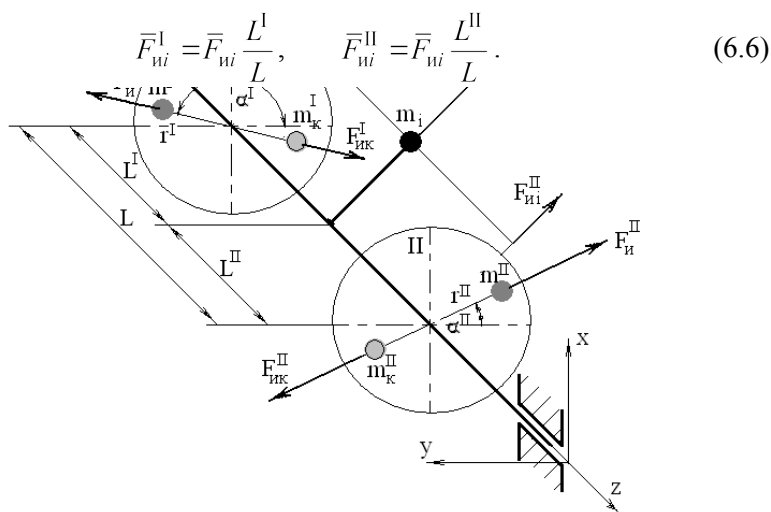


Рис. 6.2. Полное уравнивание вращающегося тела

Найдем силы инерции от всех элементарных масс, распределенных вдоль оси вращения. Для каждой силы выполним процедуру приведения к плоскости I и II по формулам (6.6), найдем суммарные силы инерции, действующие на I и II плоскостях.

$$\bar{F}_{ii}^I = \sum_i \bar{F}_{ii}^I,$$

$$\bar{F}_{ii}^{II} = \sum_i \bar{F}_{ii}^{II}.$$

Тогда корректирующие массы m_K^I и m_K^{II} для плоскости I и II соответственно могут быть выбраны из условий равенства модулей дисбалансов в двух плоскостях:

$$\begin{aligned} m_K^I r_K^I &= m^I r^I, \\ m_K^{II} r_K^{II} &= m^{II} r^{II}. \end{aligned} \quad (6.7)$$

Углы расположения этих масс находятся из уравнений:

$$\begin{aligned} \alpha_K^I &= \alpha^I + \pi, \\ \alpha_K^{II} &= \alpha^{II} + \pi. \end{aligned}$$

Установив соответствующие корректирующие массы в двух плоскостях коррекции, мы полностью сбалансируем деталь.

Экспериментальное определение неуравновешенности вращающегося звена и ее устранение называется балансировкой. Она производится на балансировочных станках.

Уравновешивание жесткого ротора на балансировочном станке

На рис. 6.3 изображена принципиальная схема балансировочного станка Б.В. Шитикова.

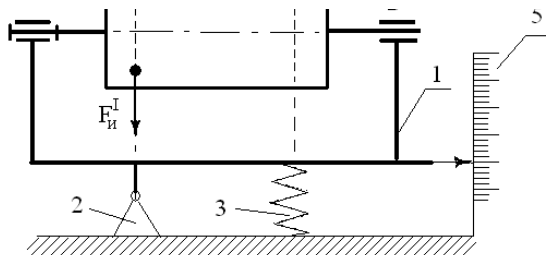


Рис. 6.3. Балансировочный станок:

1 – рама; 2 – неподвижная опора; 3 – подвижная опора; 4 – ротор; 5 – измерительное устройство;
A и B – опоры; I и II – плоскости коррекции

Принцип работы балансировочного станка основан на измерении амплитуды колебаний механической системы с одной степенью свободы при вынужденных колебаниях на резонансе.

Из теории колебаний известно, что амплитуда вынужденных колебаний механической системы с одной степенью свободы на резонансе прямо пропорциональна вынуждающей силе. Амплитуда колебаний A и гармоническая вынуждающая сила $F_{и}$ в этом случае связаны соотношением

$$A_1 = \mu F_{и}, \quad (6.8)$$

где μ – коэффициент пропорциональности, зависящий от параметров станка.

Предположим, что ротор имеет некоторую точечную неуравновешенную массу m_x , которую условно расположим в плоскости II на расстоянии r_x от оси вращения. При вращении ротора 4 с угловой скоростью ω на его неуравновешенную массу m_x будет действовать

центробежная сила инерции $F_{и} = m_x r_x \omega^2$, которая может быть разложена на вертикальную $F_{ив}$ и горизонтальную $F_{иг}$ составляющие:

$$F_{ив} = F_{и} \cos \omega t,$$

$$F_{иг} = F_{и} \sin \omega t ,$$

здесь t – время.

Вертикальная составляющая гармонической силы инерции $F_{ив}$ ротора вызовет колебания рамы вокруг неподвижной опоры 2, горизонтальная составляющая силы инерции $F_{иг}$ приведет к возникновению динамической реакции в опоре.

Если с помощью измерительного устройства 5 измерить амплитуду вынужденных колебаний рамы с ротором на резонансе, тогда из уравнения (6.8) можно определить $\mu F_{и}$ и характеристику несбалансированности ротора – дисбаланс $\Delta = m_x r_x$.

После этого, чтобы сбалансировать ротор, нужно в плоскости коррекции установить корректирующую массу m_k на расстоянии r_k так, чтобы:

- выполнялось равенство

$$\Delta = m_x r_x = m_k r_k ; \quad (6.9)$$

- корректирующая сила инерции была направлена противоположно силе инерции неуравновешенной массы.

Для того чтобы устранить дисбаланс, приведенный ко второй плоскости коррекции, нужно переставить ротор, поменяв опоры местами, и повторить вышеизложенные операции.

Таким образом, для практического решения задачи балансировки ротора в опытах требуется для каждой плоскости коррекции определить: модуль дисбаланса; направление силы инерции неуравновешенной массы.

Динамическое уравнивание жестких роторов на балансировочном станке выполняется следующим образом.

1. Устанавливаем в станок ротор, подлежащий балансировке.
2. Выбираем плоскости коррекции. Это плоскости I и II. В каждой плоскости коррекции проводим ось OX .
3. Включаем станок и раскручиваем ротор так, чтобы его частота вращения лежала в зарезонансной области.
4. Отключаем станок и переводим ротор в режим выбега.
5. При прохождении резонанса с помощью измерительного устройства 5 измеряем амплитуду колебаний A_1 . В соответствии с (6.8) определится $\mu F_{и1} = A_1$.

6. Неизвестная неуравновешенная центробежная сила инерции на резонансе будет расположена в поперечном сечении ротора под некоторым углом α к оси OX (рис. 6.4, а).

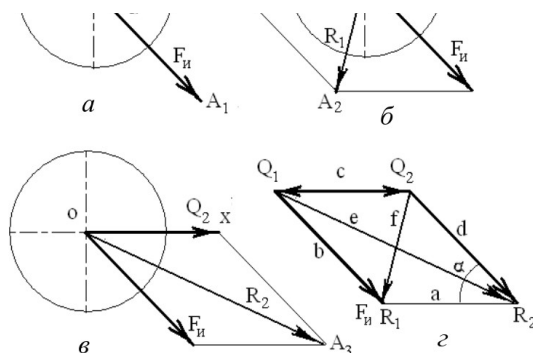


Рис. 6.4. Расположение сил инерции в плоскости коррекции

7. Установим на расстоянии r_d от оси вращения на плоскости коррекции II массу m_d в произвольно выбранном месте (например, на оси OX). При вращении ротора от этой дополнительной массы возникнет сила инерции Q_1 , для которой справедливо равенство

$$Q_1 = m_d r_d \omega^2. \quad (6.10)$$

8. После закрепления дополнительной массы включаем станок и раскручиваем ротор так, чтобы его частота вращения лежала в резонансной области.

9. Отключаем станок и переводим ротор в режим выбега.

10. При прохождении резонанса с помощью измерительного устройства 5 измеряем амплитуду колебаний A_2 .

В соответствии с (6.8) во втором опыте определится $\mu R_1 = A_2$, где R_1 – векторная сумма сил инерции Q_1 и F_i (рис. 6.4, б).

11. Переустанавливаем массу m_d на том же расстоянии r_d от оси вращения, изменяя знак координаты местоположения массы на оси OX .

12. После закрепления дополнительной массы включаем станок, раскручиваем ротор так, чтобы его частота вращения лежала в зарезонансной области, отключаем станок и переводим ротор в режим выбега.

13. При прохождении резонанса с помощью измерительного устройства 5 измеряем амплитуду колебаний A_3 . В соответствии с (6.8) в третьем опыте определится $\mu R_2 = A_3$, где R_2 – модуль векторной суммы сил инерции Q_2 и $F_{и}$ (рис. 6.4, в).

14. Находим модули сил Q_1 и Q_2 от установки дополнительных масс. Для этого совместим планы сил на рис. 6.4, б и 6.4, в.

В результате этих действий получим параллелограмм, который изображен на рис. 6.4, г.

Для параллелограмма со сторонами a, b, c, d и диагоналями e, f справедливы соотношения:

$$a^2 + b^2 + c^2 + d^2 = e^2 + f^2$$

или

$$2a^2 + 2b^2 = e^2 + f^2,$$

откуда

$$a = \sqrt{\frac{e^2 + f^2 - 2b^2}{2}},$$

или

$$Q_1 = \sqrt{\frac{R_1^2 + R_2^2 - 2F_{и}^2}{2}}.$$

С учетом (6.8) получим

$$Q_1 = \mu \sqrt{\frac{A_3^2 + A_2^2 - 2A_1^2}{2}} = \mu A_d, \quad (6.11)$$

здесь $A_d = \sqrt{\frac{A_3^2 + A_2^2 - 2A_1^2}{2}}.$

Для коэффициента пропорциональности справедливо

$$\mu = \frac{A_d}{m_d r_d \omega^2} . \quad (6.12)$$

15. Определяем дисбаланс ротора, учитывая, что согласно (6.8) и (6.12)

$$A_l = \frac{A_d}{m_d r_d \omega^2} F_n ,$$

а также

$$F_n = m_x r_x \omega^2 = \Delta \omega^2 ,$$

откуда следует

$$\Delta = m_x r_x = \frac{A_l}{A_d} m_d r_d .$$

16. Определяем параметры коррекции из условия

$$\Delta = m_x r_x = m_k r_k . \quad (6.13)$$

1. Задавая, например, радиус r_k по (6.13), найдем величину корректирующей массы m_k , которую надо установить на корректирующей плоскости.

2. Находим угол, на который нужно отклонить от оси OX радиус r_k при установке корректирующей массы. Для определения угла рассмотрим треугольник со сторонами a, f, d (рис. 6.4, з). В соответствии с теоремой косинусов имеем:

$$f^2 = d^2 + a^2 - 2ad \cos \alpha ,$$

откуда

$$\alpha = \arccos \frac{d^2 + a^2 - f^2}{2ad} + k\pi , \quad (6.14)$$

где $k = 0, 1, 2, \dots$

3. После подстановки в (6.14) амплитуд колебаний в соответствии с рис. 6.4 угол окончательно определится:

$$\alpha = \arccos \frac{A_l^2 + A_d^2 - A_2^2}{2A_d A_l} + k\pi . \quad (6.15)$$

Последнее уравнение дает два значения угла. Чтобы узнать, который из углов является истинным, необходимо провести дополнительный эксперимент. Для этого устанавливаем на деталь

корректирующую массу под любым углом из найденных по формуле (6.15).

Включаем станок и после разгона ротора переводим его в режим выбега. Во время резонанса измеряем амплитуду. Если амплитуда стала значительно меньше, чем была при первом испытании, то угол выбран правильно. Если амплитуда осталась большой, то угол был выбран неверно и корректирующую массу надо переустановить, а эксперимент повторить.

На этом балансировка детали во второй корректирующей плоскости закончена.

Переустанавливаем ротор в станке и проводим его балансировку в первой плоскости коррекции в соответствии с вышеописанным алгоритмом.

ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ И СОСТАВЛЕНИЯ ОТЧЕТА

1. Ознакомиться с конструкцией и принципом действия балансировочной машины резонансного типа. Установить регулировочными винтами маятниковую раму машины в горизонтальное положение и диски корректирующих плоскостей в нулевое положение.

2. Вычертить схему балансировочной машины. Записать значения дополнительной массы и радиус ее установки.

3. Провести балансировку ротора в соответствии с описанным выше алгоритмом. Амплитуды в каждом опыте измерять минимум три раза. В расчетах использовать средние значения амплитуд.

4. Вычислить дисбаланс.

5. Определить угол установки корректирующей массы.

6. Задав массу, найти радиус установки корректирующего груза.

7. Установить массу в прорези диска машины согласно расчетам.

8. Провести опыт для определения снижения амплитуды и в случае его увеличения переустановить противовес в диаметрально противоположное положение.

9. Закрепить окончательно противовес в прорези диска машины под углом α , при котором амплитуда колебаний рамы минимальна.

10. Оформить отчет.

ВОПРОСЫ ДЛЯ САМОКОНТРОЛЯ

1. Отчего машины шумят и вибрируют?

2. Как борются с вибрациями в машинах?
3. Как борются с вибрациями роторов?
4. Какие существуют методы балансировки роторов?
5. В чем состоит физический смысл балансировки роторов?
6. Когда проводят статическую балансировку роторов?
7. Когда проводят динамическую балансировку роторов?
8. Как проводят статическую балансировку роторов?
9. Как проводят динамическую балансировку роторов?
10. Для чего нужна дополнительная масса и как ее выбирают?
11. Как определяют угол установки корректирующей массы?

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. *Левитский Н.И.* Теория механизмов и машин : учеб. пособие для вузов. – 2-е изд., перераб. и доп. – М.: Наука, 1990.
2. Теория механизмов / Под ред. В.А. Гавриленко : учеб. пособие для вузов. – М.: Высш. шк., 1973.
3. *Артоболевский И.И.* Теория механизмов : учебник. – М.: Машиностроение, 1967.
4. *Попов С.А.* Курсовое проектирование по теории механизмов и механики машин : учеб. пособие для машиностроит. спец. вузов / Под ред. К.В. Фролова. – М.: Высш. шк., 1986.
5. *Смелягин А.И.* Структура механизмов и машин : учеб. пособие / Новосиб. гос. техн. ун-т. – Новосибирск, 2002.
6. Теория механизмов и машин / К.В. Фролов, С.А. Попов, А.К. Мусатов и др. / Под ред. К.В. Фролова : учеб. пособие для вузов. – М.: Высш. шк., 1987.

ОГЛАВЛЕНИЕ

Введение.....	3
Содержание и общие требования к отчету по лабораторной работе	
.....	
.....	
3	
Лабораторная работа № 1. Структурный анализ механизмов	
.....	
.....	
8	
Лабораторная работа № 2. Параметрический синтез рычажных механизмов	
.....	
.....	
22	

Лабораторная работа № 3. Кинематический анализ зубчатых механизмов	
.....	
.....	
	33
Лабораторная работа № 4. Изучение методов изготовления зубчатых колес	
.....	
.....	
	44
Лабораторная работа № 5. Определение приведенного коэффициента трения и коэффициента полезного действия винтовой пары	
.....	
.....	
	71
Лабораторная работа № 6. Балансировка жестких роторов	
.....	
.....	
	85
Библиографический список	
.....	
.....	
	95

Коллектив авторов

ТЕОРИЯ МЕХАНИЗМОВ И МАШИН

Учебно-методическое пособие

Редактор *И.Л. Кескевич*
Выпускающий редактор *И.П. Брованова*
Корректор *И.Е. Семенова*
Дизайн обложки *А.В. Ладыжская*
Компьютерная верстка *В.Ф. Ноздрева*

Подписано в печать 26.06.2008. Формат 60×84 1/16. Бумага офсетная. Тираж 150 экз.
Уч.-изд. л. 5,58. Печ. л. 6,0. Изд. № 347. Заказ № . Цена договорная

Отпечатано в типографии
Новосибирского государственного технического университета
630092, г. Новосибирск, пр. К. Маркса, 20