**Задача 1.**

**Дано:**

$$f=500 МГц=500∙10^{6} Гц$$

$μ=1$, $ε=2$, $σ=0.02 См/м$, $E\_{m}=1 В/м$

**Решение**

$$ω=2πf=2∙3.14∙500∙10^{6}=3.14∙10^{9} рад/с$$

$$μ\_{0}=4π∙10^{-7}=12.57∙10^{-7}=1.257∙10^{-6} Гн/м$$

$$ε\_{0}=\frac{1}{36π}∙10^{-9}=8.84∙10^{-12} Ф/м$$

* 1. **Определить к какому типу относится данная среда на заданной частоте**

$$tg (∆)=\frac{σ}{ωεε\_{0}}$$

$$tg \left(∆\right)=\frac{σ}{ωεε\_{0}}=\frac{0.02}{3.14∙10^{9}∙8.84∙10^{-12}∙2}=0.36$$

$$∆ =arctg\left(0.36\right)=0.35$$

$tg \left(∆\right)≈1$ – **реальная среда, с потерями.**

* 1. **Рассчитать фазовый набег волны на расстоянии, равном глубине проникновения** $∆^{0}$

$$Ф=\frac{2π}{λ\_{реал}}∙λ$$

$$λ\_{реал}=\frac{2π}{β}$$

$$Ф=2π∙\frac{β}{2π}∙λ=β∙λ$$

$$∆^{0}=\frac{1}{α}$$

$$β=\frac{ω}{c}∙\sqrt{εμ}∙\sqrt{\frac{1}{2}∙\left(1+\sqrt{1+tg^{2}\left(∆\right)}\right)}$$

$$α=\frac{ω}{c}∙\sqrt{εμ}∙\sqrt{\frac{1}{2}∙\left(-1+\sqrt{1+tg^{2}\left(∆\right)}\right)}$$

$$β=\frac{3.14∙10^{9}}{3∙10^{8}}∙\sqrt{2∙1}∙\sqrt{\frac{1}{2}∙\left(1+\sqrt{1+tg^{2}\left(0.35\right)}\right)}=10.46∙1.41∙1.02=15.04 рад/м$$

$$α=\frac{3.14∙10^{9}}{3∙10^{8}}∙\sqrt{2∙1}∙\sqrt{\frac{1}{2}∙\left(-1+\sqrt{1+tg^{2}\left(0.35\right)}\right)}=10.46∙1.41∙0.18=2.65 \frac{1}{м}$$

$$∆^{0}=\frac{1}{α}=\frac{1}{2.65}=0.38 м$$

$$Ф=15.04∙0.38=5.715 рад$$

* 1. **Рассчитать отношение фазовой скорости в реальной среде к фазовой скорости в идеальной среде с теми же значениями диэлектрической и магнитной проницаемости**

$$U\_{Фи}=\frac{c}{\sqrt{εμ}}$$

$$U\_{Фр}=\frac{ω}{β}$$

$$β=15.04 рад/м$$

$$ω=3.14∙10^{9} рад/с$$

$$U\_{Фи}=\frac{c}{\sqrt{εμ}}=\frac{3∙10^{8}}{\sqrt{1}}=3∙10^{8} м/с$$

Неверно, нужно было **с теми же значениями диэлектрической и магнитной проницаемости,** т.е. ε = 2.

$$U\_{Фр}=\frac{ω}{β}=\frac{3.14∙10^{9}}{15.04}=2.088∙10^{8} м/с$$

$$\frac{U\_{Фр}}{U\_{Фи}}=\frac{2.088∙10^{8}}{3∙10^{8}}=0.696$$

* 1. **Вычислить значение амплитуды напряжённости магнитного поля в точке с координатой** $z$**, равной длине волны в реальной среде**

$$\overline{\overline{H}}\_{ m}=\overline{y^{0}}∙\frac{E\_{m}}{\left|Z\_{c}\right|}∙e^{-αz}∙e^{-jβz}∙e^{-j\frac{∆}{2}}$$

$$\overline{y^{0}}=1$$

$$E\_{m}=1 В/м$$

$$z=λ\_{реал}=\frac{2π}{β}=\frac{2∙3.14}{15.04}=0.42 м$$

$$\left|Z\_{c}\right|=\sqrt{\frac{μ\_{0}μ}{ε\_{0}ε}\cos(\left(∆\right))}$$

$$\left|Z\_{c}\right|=\sqrt{\frac{1.257∙10^{-6}∙1}{8.84∙10^{-12}∙2}∙\cos(\left(0.35\right))}=258.43 Ом$$

$$α=2.65 \frac{1}{м}$$

$$\overline{\overline{H}}\_{ m}=1∙\frac{1}{258.43}∙e^{-\left(2.65∙0.42\right)}∙e^{-j\left(15.04∙0.42\right)}∙e^{-j\left(\frac{0.35}{2}\right)}=1.27∙10^{-3}∙e^{-6.492j}$$

$$\left|\overline{\overline{H}}\_{ m}\right|=1.27∙10^{-3} А/м$$

* 1. **Вычислить значение активной составляющей вектора Пойнтинга в точке с координатой** $z$**, равной длине волны в реальной среде**

$$\overline{П}\_{акт}=\frac{1}{2}∙Z\_{0}∙\frac{E\_{m}^{2}}{\left|Z\_{c}\right|}∙e^{-2αz}∙\cos(\left(\frac{∆}{2}\right))$$

$$\overline{П}\_{акт}=\frac{1}{2}∙\frac{1}{258.43}∙e^{-2∙2.65∙0.42}∙\cos(\left(\frac{35}{2}\right))=0.5∙0.0039∙e^{-2.23}∙0.219=0.458∙10^{-4}$$

Неверно, аргумент косинуса должен быть выражен в радианх.

* 1. **Вычислить рабочее ослабление волны на отрезке, равном длине волны в реальной среде**

$$λ=\frac{2π}{β}=\frac{2∙3.14}{15.04}=0.42$$

$$а\_{р}=8.68∙α∙λ$$

$а\_{р}=8.68∙2.65∙0.42=9.66 Дб$ *дБ*!

* 1. **Построить график зависимости амплитуды напряженности электрического поля от координаты** $z$ **в интервале** $0<z<3∆^{0}$

$$3∆=3∙\frac{1}{α}=\frac{3}{α}=\frac{3}{2.65}=1.132 м$$

$$0<z<1.132$$

$$\overline{\overline{E}}\_{ m}=\overline{E}\_{ m}∙e^{-αz}∙e^{-jβz}=e^{-2.65z}∙e^{-j\left(15.04z\right)}$$

$$z=0.000\rightarrow \overline{\overline{E}}\_{ m}=1.000$$

$$z=0.050\rightarrow \overline{\overline{E}}\_{ m}=0.876∙e^{-0.752j}$$

$$z=0.100\rightarrow \overline{\overline{E}}\_{ m}=0.767∙e^{-1.504j}$$

$$z=0.150\rightarrow \overline{\overline{E}}\_{ m}=0.672∙e^{-2.256j}$$

$$z=0.200\rightarrow \overline{\overline{E}}\_{ m}=0.589∙e^{-3.008j}$$

$$z=0.250\rightarrow \overline{\overline{E}}\_{ m}=0.516∙e^{-3.760j}$$

$$z=0.300\rightarrow \overline{\overline{E}}\_{ m}=0.452∙e^{-4.512j}$$

$$z=0.350\rightarrow \overline{\overline{E}}\_{ m}=0.396∙e^{-5.264j}$$

$$z=0.400\rightarrow \overline{\overline{E}}\_{ m}=0.346∙e^{-6.016j}$$

$$z=0.450\rightarrow \overline{\overline{E}}\_{ m}=0.303∙e^{-6.768j}$$

$$z=0.500\rightarrow \overline{\overline{E}}\_{ m}=0.266∙e^{-7.520j}$$

$$z=0.550\rightarrow \overline{\overline{E}}\_{ m}=0.233∙e^{-8.272j}$$

$$z=0.600\rightarrow \overline{\overline{E}}\_{ m}=0.204∙e^{-9.024j}$$

$$z=0.650\rightarrow \overline{\overline{E}}\_{ m}=0.179∙e^{-9.776j}$$

$$z=0.700\rightarrow \overline{\overline{E}}\_{ m}=0.156∙e^{-10.258j}$$

$$z=0.750\rightarrow \overline{\overline{E}}\_{ m}=0.137∙e^{-11.280j}$$

$$z=0.800\rightarrow \overline{\overline{E}}\_{ m}=0.120∙e^{-12.032j}$$

$$z=0.850\rightarrow \overline{\overline{E}}\_{ m}=0.105∙e^{-12.784j}$$

$$z=0.900\rightarrow \overline{\overline{E}}\_{ m}=0.092∙e^{-13.536j}$$

$$z=0.950\rightarrow \overline{\overline{E}}\_{ m}=0.081∙e^{-14.288j}$$

$$z=1.000\rightarrow \overline{\overline{E}}\_{ m}=0.071∙e^{-15.040j}$$

$$z=1.050\rightarrow \overline{\overline{E}}\_{ m}=0.062∙e^{-15.792j}$$

$$z=1.100\rightarrow \overline{\overline{E}}\_{ m}=0.054∙e^{-16.544j}$$

$$z=1.132\rightarrow \overline{\overline{E}}\_{ m}=0.050∙e^{-17.025j}$$

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| $$z$$ | 0.000 | 0.050 | 0.100 | 0.150 | 0.200 | 0.250 | 0.300 | 0.350 | 0.400 | 0.450 | 0.500 | 0.550 |
| $$E\_{m}$$ | 1.000 | 0.876 | 0.767 | 0.672 | 0.589 | 0.516 | 0.452 | 0.396 | 0.346 | 0.303 | 0.266 | 0.233 |
| $$z$$ | 0.600 | 0.650 | 0.700 | 0.750 | 0.800 | 0.850 | 0.900 | 0.950 | 1.000 | 1.050 | 1.100 | 1.132 |
| $$E\_{m}$$ | 0.204 | 0.179 | 0.156 | 0.137 | 0.120 | 0.105 | 0.092 | 0.081 | 0.071 | 0.062 | 0.054 | 0.050 |

­­

Рис. 1. График зависимости амплитуды напряженности электрического поля от координаты

По данному графику можно сделать вывод, что амплитуда напряженности электрического поля уменьшается с увеличением значения координаты.

**Задача 2.**

**Дано:**

$$f\_{1}=14.5 ГГц=14.5∙10^{9} Гц=14500∙10^{6} Гц$$

$$f\_{2}=22.0 ГГц=22.0∙10^{9} Гц=22000∙10^{6} Гц$$

$$H\_{0}=8 А/м$$

$$Материал стенок:серебро$$

$$L=10 м$$

**Решение**

**2.1. Длина волны в волноводе**

$$f\_{0}=\frac{f\_{1}+f\_{2}}{2}=\frac{14500∙10^{6}+22000∙10^{6}}{2}=\frac{36500∙10^{6}}{2}=18250∙10^{6} Гц$$

$$λ\_{0}=\frac{c}{f\_{0}}=\frac{3∙10^{8}}{18250∙10^{6}}=0.0164 м$$

$$a=\frac{λ\_{0}}{\left(1.4÷1.5\right)}\rightarrow a=\frac{λ\_{0}}{1.5}=\frac{0.0164}{1.5}=0.0109 м$$

$$b=\frac{a}{2}=\frac{0.0109}{2}=0.00545 м$$

$$λ=\frac{λ\_{0}}{\sqrt{1-\left(\frac{λ\_{0}}{2∙a}\right)^{2}}}=\frac{0.0164}{\sqrt{1-\left(\frac{0.0164}{2∙0.0109}\right)^{2}}}=0.0249 м$$

**2.2. Отношение фазовой скорости к групповой скорости в волноводе**

$$v\_{гр}=\frac{c^{2}}{v\_{ф}}$$

$$v\_{ф}=λ∙f\_{0}$$

$$\frac{v\_{ф}}{v\_{гр}}=v\_{ф}÷\frac{c^{2}}{v\_{ф}}=\frac{v\_{ф}^{2}}{c^{2}}=\left(\frac{λ∙f\_{0}}{c}\right)^{2}$$

$$\frac{v\_{ф}}{v\_{гр}}=\left(\frac{0.0249∙18250∙10^{6}}{3∙10^{8}}\right)^{2}=2.294 м$$

**2.3. Продольная фазовая постоянная**

$$γ=\frac{2π}{λ}=\frac{2∙3.14}{0.0249}=252.2 рад/м$$

**2.4. Характеристическое сопротивление**

$$Z\_{c}^{H}=\frac{120π}{\sqrt{ε-\left(\frac{λ\_{0}}{2∙a}\right)^{2}}}=\frac{120∙3.14}{\sqrt{1-\left(\frac{0.0164 }{2∙0.0109}\right)^{2}}}=571.92 Ом$$

**2.5. Рабочее ослабление, вносимое отрезком волновода длинною** $L=10$ **м, если материал стенок волновода имеет удельную проводимость** $σ=6.25∙10^{7}$ **См/м**

$$L=10 м$$

$$σ=6.25∙10^{7} См/м$$

$$a\_{p}=8.68∙a\_{m}∙L$$

$$a\_{m}=R\_{S}∙\frac{\left(ε+\frac{2∙b}{a}∙\left(\frac{λ\_{0}}{2∙a}\right)^{2}\right)}{120π∙b∙\sqrt{1-\left(\frac{λ\_{0}}{2∙a}\right)^{2}}}$$

$$R\_{S}=\sqrt{\frac{μ\_{a}ω}{2σ}}$$

$$R\_{S}=\sqrt{\frac{1.257∙10^{-6}∙2π∙18250∙10^{6}}{2∙6.25∙10^{7}}}=3.396∙10^{-2} Ом$$

$$a\_{m}=3.396∙10^{-2}∙\frac{\left(1+\frac{2∙0.00545}{0.0109}∙\left(\frac{0.0164 }{2∙0.0109}\right)^{2}\right)}{120∙3.14∙0.00545∙\sqrt{1-\left(\frac{0.0164 }{2∙0.0109}\right)^{2}}}=3.931∙10^{-2} \frac{1}{м}$$

$$a\_{p}=8.68∙3.931∙10^{-2}∙10=3.412 Дб$$

**2.6. Вычислить среднюю мощность, которую можно передавать по данному волноводу**

$P\_{ср}=\left(\frac{γ∙π}{2∙k\_{S}^{2}∙a}\right)^{2}∙H\_{0}^{2}∙Z\_{c}^{H}∙a∙b$ Нет, нужно было выражать через Е и подставить $Е=3×10^{6} В/м$ (напряжённость пробоя воздуха).

$$λ\_{кр}=2∙a$$

$$k\_{S}=\frac{2π}{λ\_{кр}}=\frac{2π}{2a}$$

$$P\_{ср}=\left(\frac{γ∙π}{2∙k\_{S}^{2}∙a}\right)^{2}∙H\_{0}^{2}∙Z\_{c}^{H}∙a∙b=\left(\frac{γ∙π∙4∙a^{2}}{2∙4π^{2}∙a}\right)^{2}∙H\_{0}^{2}∙Z\_{c}^{H}∙a∙b$$

$$P\_{ср}=\left(\frac{γ∙a}{2π}\right)^{2}∙H\_{0}^{2}∙Z\_{c}^{H}∙a∙b=\left(\frac{252.2∙0.0109}{2∙3.14}\right)^{2}∙8^{2}∙571.92∙0.0109∙0.00545=0.417 Вт$$

Неверно,

**2.7. Определить типы волн, которые могут существовать в данном волноводе**

$$\frac{c}{f\_{0}}\leq λ\_{кр}-условие существования$$

$$\frac{c}{f\_{0}}=\frac{3∙10^{8}}{18250∙10^{6}}=\frac{3∙10^{8}}{18.25∙10^{9}}=0.0164 м$$

$$λ\_{кр}=\frac{2}{\sqrt{\left(\frac{m}{a}\right)^{2}+\left(\frac{n}{b}\right)^{2}}}$$

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| $$m$$ | $$n$$ | $$λ\_{кр}$$ | $$λ\_{кр}-\frac{c}{f\_{0}}$$ |
| 0 | 1 | 0.0109 | -0.0055 |
| 0 | 2 | 0.0055 | -0.0110 |
| 0 | 3 | 0.0036 | -0.0128 |
| 0 | 4 | 0.0027 | -0.0137 |
| **1** | **0** | **0.0218** | **0.0054** |
| 1 | 1 | 0.0097 | -0.0067 |
| 1 | 2 | 0.0053 | -0.0111 |
| 1 | 3 | 0.0036 | -0.0128 |
| 2 | 0 | 0.0109 | -0.0055 |
| 2 | 1 | 0.0077 | -0.0087 |
| 2 | 2 | 0.0049 | -0.0115 |
| 2 | 3 | 0.0034 | -0.0130 |
| 3 | 0 | 0.0073 | -0.0091 |
| 3 | 1 | 0.0060 | -0.0104 |
| 3 | 2 | 0.0044 | -0.0120 |
| 3 | 3 | 0.0032 | -0.0132 |
| 4 | 0 | 0.0055 | -0.0110 |

**В данном волноводе на частоте** $f\_{0}$ **существует только волна** $H\_{10}$