

Задача К2

Тело, которому принадлежат точки A , B и C , (рис. 9а,б,в) движется в плоскости чертежа. Исходные данные приведены в таблице 4. Определить:

1. Скорости точек B и C ;
2. Угловую скорость и угловое ускорение тела ABC ;
3. Ускорение точки B .

Указания

Данная задача на исследование плоскопараллельного движения твердого тела.

Для расчета скоростей удобно пользоваться понятием мгновенного центра скоростей (МЦС). МЦС (т. P) – это точка, скорость которой в данный момент времени равна нулю. Если эту точку принять за полюс, то скорость любой точки плоской фигуры можно найти как ее скорость во вращении фигуры вокруг МЦС: $V_A = \omega \cdot AP$, где ω – угловая скорость фигуры.

Если обозначить полюс точкой A , то ускорение любой точки плоской фигуры определяется по формуле:

$$\vec{a}_B = \vec{a}_A + \vec{a}_{AB}. \quad (1)$$

Ускорение точки B во вращении плоской фигуры вокруг полюса т. A \vec{a}_{AB} определяется векторным равенством:

$$\vec{a}_{AB} = \vec{a}_{AB}^u + \vec{a}_{AB}^{ep}.$$

Здесь \vec{a}_{AB}^u и \vec{a}_{AB}^{ep} – центростремительная и вращательная составляющие вектора вращательного ускорения \vec{a}_{AB} . Вектор \vec{a}_{AB}^u должен быть направлен к полюсу (точке A), а вектор $\vec{a}_{AB}^{ep} \perp \vec{a}_{AB}^u$ и его направление определяется направлением углового ускорения фигуры ϵ .

Пример решения задачи

Для кривошипно-шатунного механизма (рис. 7) найти:

1. Скорости точек B , C ,
 2. Ускорение точки B ,
 3. Угловую скорость и угловое ускорение звена ABC .
- $OA=3$ см, $AC=BC=5$ см, $\omega_{OA}=2$ с⁻¹=const.

Расчет скоростей:

Кривошипно-шатунный механизм состоит из трех звеньев: кривошип OA (ведущее звено) – вращательное движение; поршень

(ползун) B – поступательное прямолинейное движение; шатун AB – плоское движение.

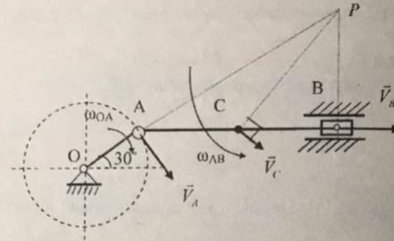


Рис. 7

Рассмотрим движение кривошипа OA . Определяем скорость точки A : $V_A = \omega_{OA} \cdot OA = 2 \cdot 3 = 6$ см/с.

Вектор $\vec{V}_A \perp OA$ и направлен в сторону вращения ω_{OA} .

Рассмотрим движение шатуна AB . Определяем положение МЦС звена AB точку P_{AB} , как точку пересечения перпендикуляров к вектору \vec{V}_A и линии действия вектора \vec{V}_B (линия действия \vec{V}_B – направляющие ползуна B).

Определяем угловую скорость звена AB :

$$\omega_{AB} = \frac{V_A}{AP_{AB}}.$$

$$\text{Из прямоугольного } \triangle ABP_{AB} \quad AP = \frac{AB}{\cos 30^\circ} = \frac{10}{0,866} = 11,55 \text{ см.}$$

$$\text{Тогда } \omega_{AB} = \frac{6}{11,55} = 0,52 \text{ с}^{-1}.$$

Угловая скорость ω_{AB} звена AB направлена против часовой стрелки, так как в этом направлении вектор скорости \vec{V}_A поворачивает вокруг точки P_{AB} звено AB .

Определяем скорости точек B и C :

$$V_B = \omega_{AB} BP_{AB}; \quad V_C = \omega_{AB} CP_{AB}.$$

$$\text{Из прямоугольного } \triangle ABP_{AB} \quad BP = AB \operatorname{tg} 30^\circ = 10 \cdot 0,578 = 5,78 \text{ см}$$

$$\text{Тогда } V_B = 0,52 \cdot 5,78 = 3,0 \text{ см/с.}$$

Вектор $\vec{V}_B \perp BP_{AB}$ и направлен в сторону вращения ω_{AB} .

$$\text{Из прямоугольного } \triangle CBP_{AB} \quad CP = \sqrt{BP^2 + CB^2} = \sqrt{5,78^2 + 5^2} = 7,64 \text{ см.}$$

$$\text{Тогда } V_C = 0,52 \cdot 7,64 = 3,97 \text{ см/с, } \vec{V}_C \perp BP_{AB} \text{ и направлен в сторону } \omega_{AB}.$$

р. хс по
 нуж при зей. рядк лови нужнс моме
 Точке АВ де ния си в точ сти б.
 = 30°
 адаче учить адели адели
 ютри 2). Н оскос
 ЛИМ
 = α
 ДИС
 = R

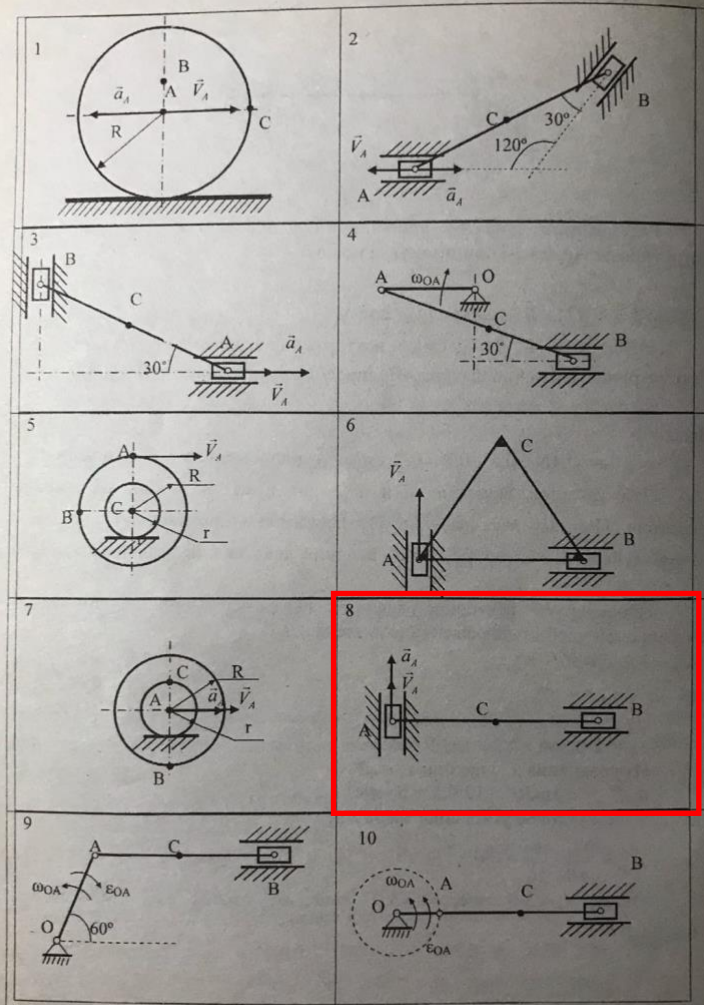


Рис. 9а

Таблица 4

Вариант	ω_{OA} с ⁻¹	ϵ_{OA} с ⁻²	V_A см/с	a_A см/с ²	OA см	AB см	AC см	Примечание
1			50	10		10		R = 20 см
2			50	10		20	10	
3			40	20		20	10	R = 20 см, r = 10 см
4	5	0			10	30	15	
5			60	0				R = 20 см, r = 10 см
6			50	0		40		
7			40	10				R = 20 см, r = 10 см
8			50	10		50	25	
9	10	5			10	20	10	R = 20 см
10	5	2			10	20	10	
11	10	2				40	20	R = 15 см, r = 10 см
12			$V_1 = 30$ см/с, $a_1 = 10$ см/с ²					
13			30	10				R = 20 см
14	10	5			10	20	10	
15			$V_A = 30$ см/с = const, AB = BC = AC = 30 см					R = 20 см
16	6	0			20	40	20	
17	8	0			20	40	20	R = 20 см
18	10	0			15	30	15	
19	5	0			10	30	15	R = 30 см
20			$V_1 = 50$ см/с, $a_1 = 10$ см/с ²					
21			50	10				R = 20 см
22	10	0			20	20	10	
23			40	10		40	20	R = 20 см
24	5	2			15	40	20	
25			50	0		30		R = 20 см
26	10	0			20	40	20	
27	5	0			10	30	15	R = 20 см
28	10	0			20	40	20	
29	8	0			10	30	15	R = 20 см
30			50	0		40		

AB = BC = AC