

КОНТРОЛЬНЫЕ ЗАДАНИЯ ПО ДИНАМИКЕ

Раздел «Динамика» завершает изучение курса теоретической механики, на материале которой изучаются дисциплины «Сопrotивление материалов», «Прикладная механика», «Теория механизмов и машин», «Строительная механика», «Основы конструирования машин», ряда специальных инженерных дисциплин, где изучаются процессы обработки металлов давлением, механическое оборудование, автоматическое управление, автоматизация и комплексная механизация различных объектов, осуществление технологических процессов и так далее.

Раздел «Динамика» завершает формирование минимума знаний, необходимых специалисту для понимания механических явлений.

Самостоятельная работа студентов над курсом теоретической механики заключается в изучении теоретического материала по учебнику с разбором приведенных в нем примеров, в решении ряда задач по каждой теме из сборника И.В.Мещерского «Сборник задач по теоретической механике».

ПРОГРАММА РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ ПО ДИНАМИКЕ

Программа представляет собой набор операций, последовательное выполнение которых прививает студенту практические навыки и умение решать задачи любой степени сложности.

Программа требует выполнения следующих действий:

- 1. Указать материальный объект и пространство / систему отсчёта /, в котором нужно рассмотреть его движение для решения задачи.*
- 2. Указать внешние заданные силы, приложенные к точкам объекта.*
- 3. Назвать внешние связи, отбросить их и заменить реакциями связей.*
- 4. Выписать систему сил, под действием которой материальный объект движется.*
- 5. Составить уравнения задачи для нахождения искомым величин.*

Каждый пункт программы снабжается дополнительными пояснениями и указаниями с целью их рационального применения.

- 1.** Выбор объекта, движение которого нужно рассмотреть для решения задачи, делается так: необходимо рассматривать движение именно того объекта / материальная точка, твёрдое тело, механическая система /, кинематику и силы взаимодействия которого с другими телами требуется найти по условию задачи. Иногда выбор объекта однозначно определяется условием задачи.

Решая задачу, материальный объект следует изображать в выбранной системе отсчёта в произвольный момент времени.

2. К числу заданных сил относятся силы, модуль и направление которых являются функциями времени, координат и скоростей точек объекта. Примерами таких сил могут служить силы тяжести, силы упругости, силы сопротивления среды.
3. Если связь ограничивает поступательное движение несвободного твёрдого тела по одному направлению, как, например, гладкие опоры, нити и невесомые по своей длине не нагруженные стержни, то реакцию такой связи следует показывать силой, противоположной этому направлению. Если же связь ограничивает поступательное движение твёрдого тела по нескольким направлениям / это относится к цилиндрическим и сферическим подшипникам, шарнирам и подпятникам с гладкими поверхностями/, то её реакцию следует показывать двумя или тремя составляющими. Если связь препятствует не только поступательным перемещениям твёрдого тела, но и его повороту относительно одной или нескольких координатных осей, что относится к деформируемым шероховатым поверхностям, реальным подшипникам, подпятникам и шарнирам, то её реакция состоит из силы, которую следует показывать составляющими вдоль осей координат, и пары сил. В тех случаях, когда уравнения задачи получают из общего уравнения динамики или с помощью принципа возможных перемещений, то реакции связей можно не показывать, если эти связи являются идеальными по условию задачи.
4. Наиболее часто приходится решать задачи, в которых исследуются законы движения различных механизмов, состоящих из нескольких тел, взаимодействующих между собой. Поэтому наряду с внешними силами на точки материального объекта действуют также внутренние силы.
На рисунке следует показывать только те внутренние силы, сумма мощностей или элементарных работ реакций которых не равна нулю.
5. Уравнения задачи составляются с помощью дифференциальных уравнений. Рисунки и текст можно делать либо на компьютере, либо в рукописном варианте. В последнем случае рисунки следует выполнять с использованием чертёжных принадлежностей.

Решение задач следует сопровождать краткими пояснениями выполняемых действий. Уравнения и формулы следует выделять в отдельную строку, отделяя их пробелами от текста.

Необходимо также пояснять значения символов и коэффициентов, входящих в формулу. Для этого, после формулы ставится запятая, первая строка под формулой начинается со слова «где». Каждый символ поясняется отдельной строкой. Располагаются пояснения в «столбик» и разделяются друг от друга точкой с запятой.

Таблица 1

| | | | | |
|----------------------------------|--------------|--------------|--------------|--------------|
| Две последние цифры шифра | 01-30 | 31-60 | 61-90 | 91-00 |
| Варианты | 1-30 | 1-30 | 1-30 | 1-30 |

ЛИТЕРАТУРА

1. Колесников К.С Курс теоретической механики: учебник /К.С. Колесников. - М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2005. – 735 с.
2. Добронравов В.В. Курс теоретической механики: учебник / В.В. Добронравов, Н.Н. Никитин. - М.: Высшая школа, 1983 (и последующие издания) - 576 с.
3. Тарг, С. М. Краткий курс теоретической механики: учеб. для высш. техн. учеб. заведений / С. М. Тарг. – М.: Высшая школа, 2008 и предыдущие издания.
4. Яблонский, А. А. Курс теоретической механики: Динамика: учебник для вузов по техн. специальностям/ А. А. Яблонский. – М.: КноРус , 2010 и предыдущие издания.
5. Бутенин, Н. В. Курс теоретической механики Т. 2: Динамика: учеб. пособие для вузов по техн. специальностям: в 2 т. / Н. В. Бутенин, Я. Л. Лунц, Д. Р. Меркин. – СПб. и др.: Лань, 2009 и предыдущие издания.
6. Бать, М. И. Теоретическая механика в примерах и задачах Т. 2: Динамика: учеб. пособие: в 3 т. / М. И. Бать, Г. Ю. Джанелидзе, А. С. Кельзон. – СПб. и др.: Лань, 2010 и предыдущие издания.
7. Примеры решения задач по теоретической механике: учеб. пособие для студентов-заочников / В. Г. Караваев, И. П. Осолотков, Н. Н. Ведерников и др.– Челябинск: Издательство ЮУрГУ, 1999. – 84 с.
8. Осолотков, И. П. Теоретическая механика. Установоч. лекции для заочников: учебное пособие: в 2 ч / И. П. Осолотков, В. Г. Караваев, М. Г. Чернобривец; Юж.-Урал. гос. ун-т, Каф. Теорет. механика; ЮУрГУ. – Челябинск: Издательство ЮУрГУ, 2002. – 64 с.
10. СТО ЮУрГУ 21 - 2008. Стандарт организации. Система управления качеством образовательных процессов. Курсовая и выпускная квалификационная работа. Требования к содержанию и оформлению /составили: Т.Н. Парубочая, Н.В.Сырейщикова, А.Е. Щевелёв, Е.В. Щевелёва. - Челябинск: Изд- о ЮурГУ, 2008 -55 с.

ЗАДАЧА №1

Материальная точка M брошена из положения A с начальной скоростью \vec{V}_0 , составляющей с горизонтом угол α (рис. 1 – 5).

Пренебрегая сопротивлением среды, определить уравнения движения точки M , абсциссу x_B места падения и время полёта T , если размеры a и b , а также угол β заданы.

Указание

Для решения задачи нужно составить дифференциальные уравнения движения материальной точки M в координатной форме и проинтегрировать их с учётом начальных условий движения.

Необходимые для расчёта данные и расчётная величина времени падения T приведены в таблице 2.

Таблица 2

| № вар. | V_0 (мс ⁻¹) | α (град) | β (град) | a (м) | b (м) | T (с) |
|--------|------------------------------|--------------------|-------------------|------------|------------|------------|
| 1 | 1 | 80 | 30 | 10 | — | 0,168 |
| 2 | 2 | 70 | 30 | 10 | — | 0,763 |
| 3 | 30 | 30 | 30 | 2 | 5 | 1,205 |
| 4 | 40 | 30 | 30 | 1 | 10 | 1,370 |
| 5 | 50 | 60 | 45 | 1 | 5 | 0,861 |
| 6 | 40 | 45 | 20 | 5 | 5 | 0,652 |
| 7 | 10 | 75 | 30 | — | 4 | 0,732 |
| 8 | 10 | 75 | 30 | 2 | 2 | 1,300 |
| 9 | 10 | 60 | — | 5 | 1 | 1,638 |
| 10 | 10 | 50 | — | 5 | 10 | 0,850 |
| 11 | 20 | 70 | — | 8 | 4 | 0,480 |
| 12 | 20 | 80 | 20 | 3 | 3 | 1,890 |
| 13 | 30 | 70 | 30 | 5 | — | 4,480 |
| 14 | 40 | 80 | 30 | 5 | 2,885 | 14,700 |
| 15 | 50 | 80 | 45 | 4 | 10 | 0,019 |
| 16 | 60 | 70 | 45 | 10 | — | 11,250 |
| 17 | 70 | 60 | 45 | 5 | — | 4,640 |
| 18 | 80 | 30 | 30 | 4 | 2 | 8,130 |
| 19 | 30 | 60 | 45 | 5 | 2 | 15,850 |
| 20 | 10 | 45 | 30 | 2 | 2 | 1,204 |
| 21 | 10 | 45 | 45 | 6 | 4 | 2,050 |
| 22 | 20 | 60 | 20 | 5 | 5 | 3,690 |
| 23 | 30 | 50 | 45 | 10 | — | 6,020 |
| 24 | 40 | 50 | 20 | 5 | 1 | 6,420 |
| 25 | 50 | 60 | 45 | 3 | — | 3,625 |
| 26 | 10 | 80 | 45 | 4 | 2 | 1,595 |
| 27 | 20 | 70 | 30 | 5 | 3 | 2,610 |
| 28 | 30 | 60 | 30 | 4 | 2 | 4,060 |
| 29 | 40 | 45 | 30 | 8 | 5 | 2,670 |
| 30 | 50 | 45 | 30 | 10 | 5 | 2,990 |

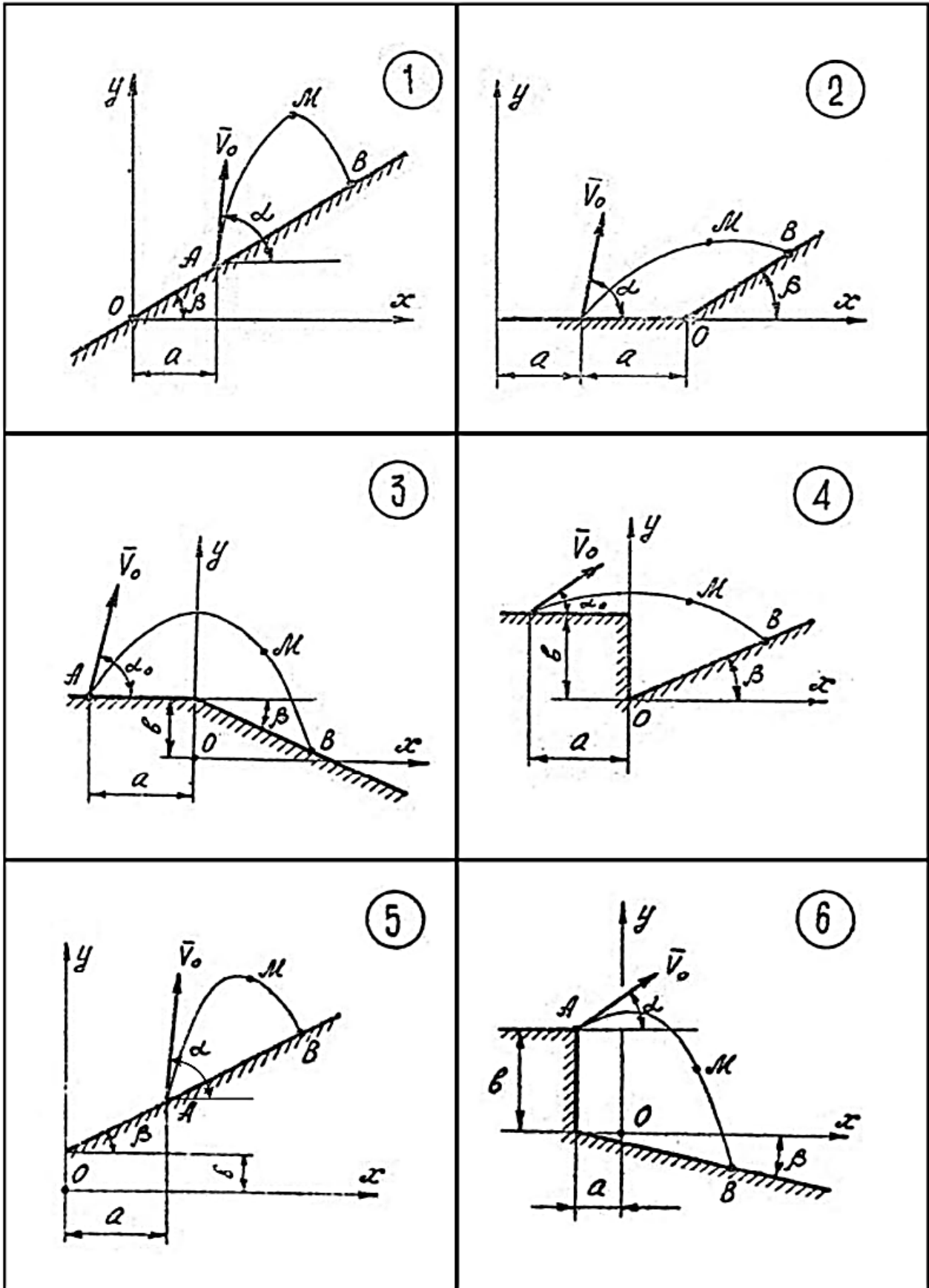


Рис. 1

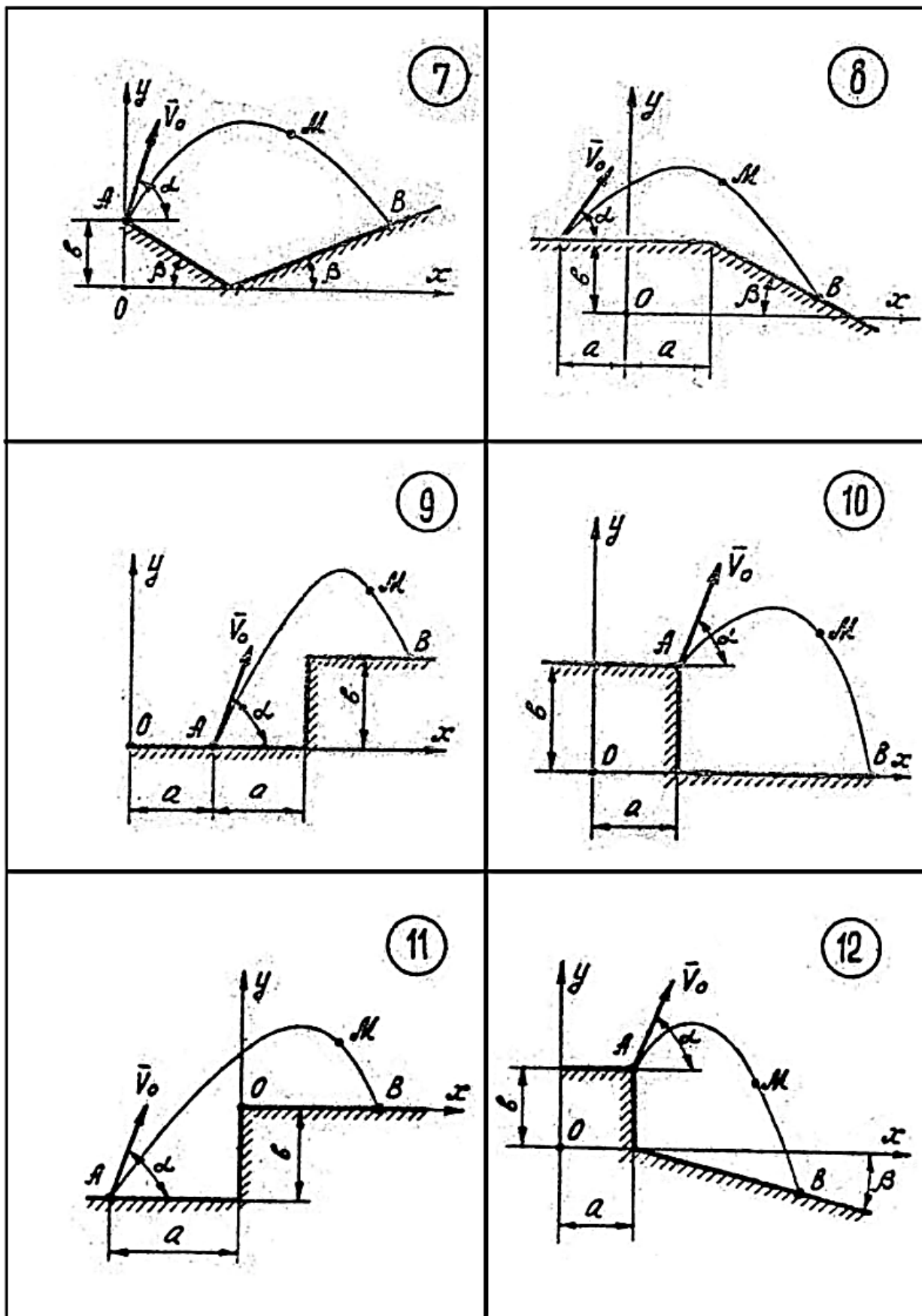


Рис. 2

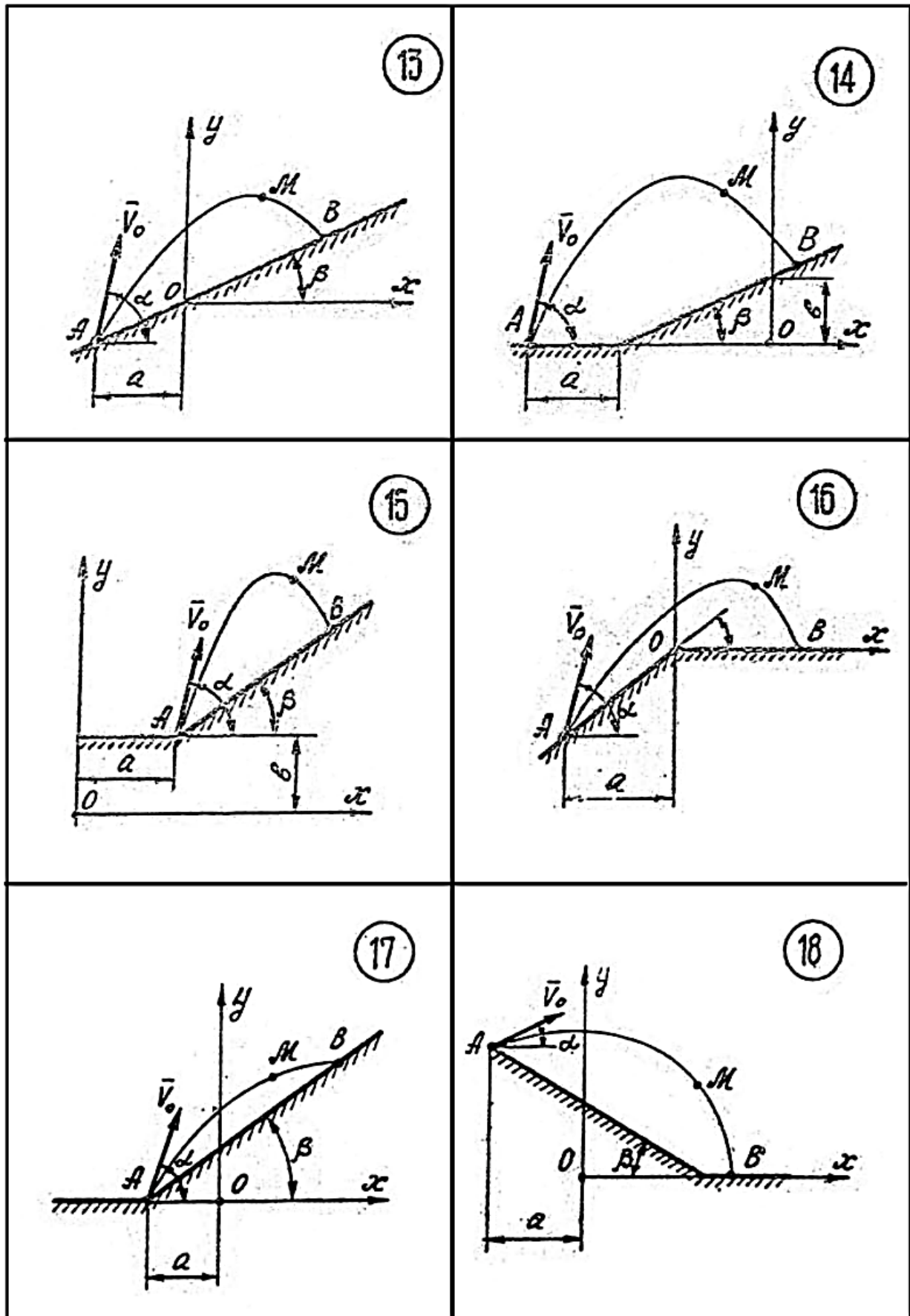
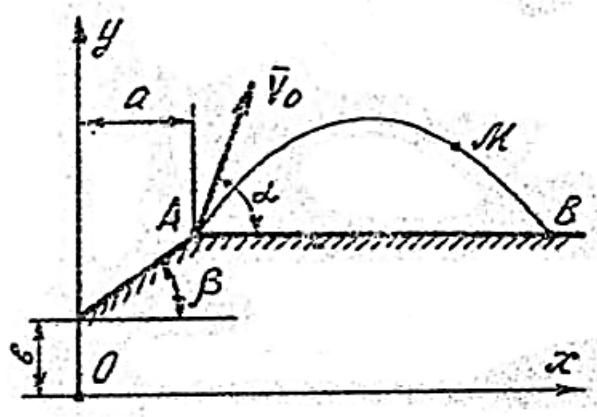
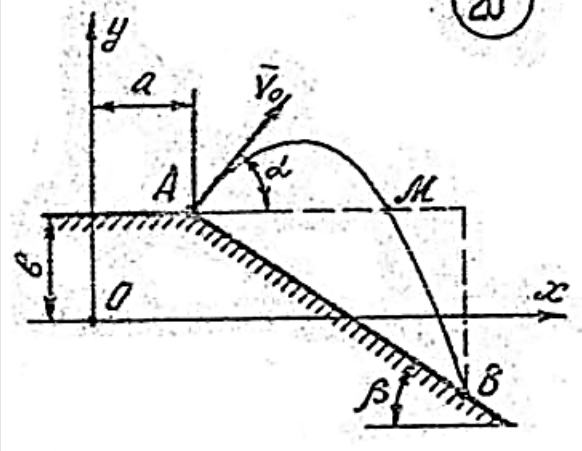


Рис. 3

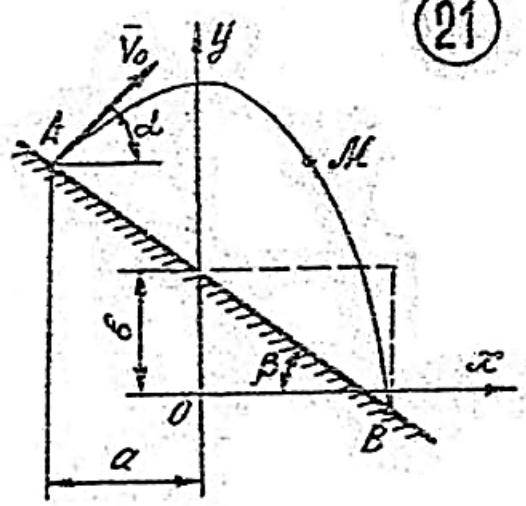
19



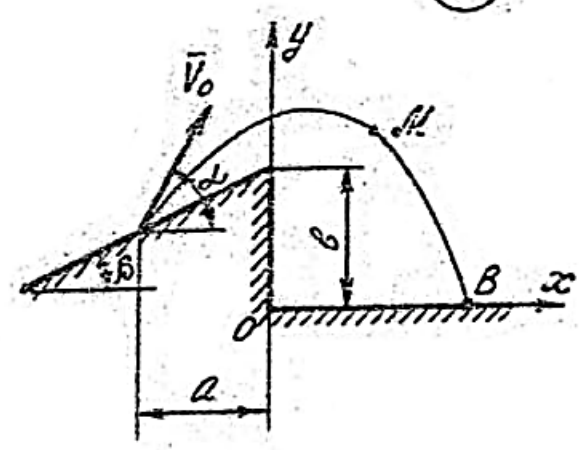
20



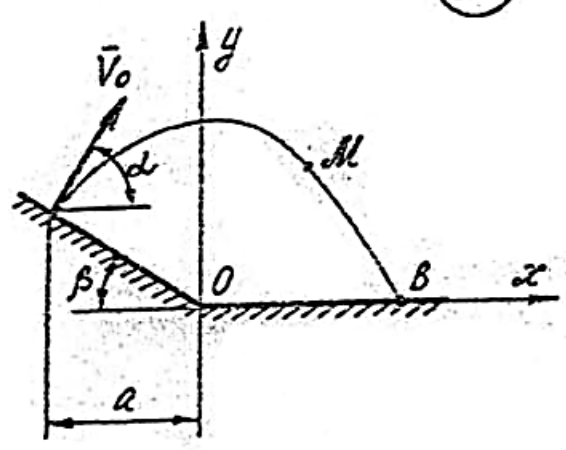
21



22



23



24

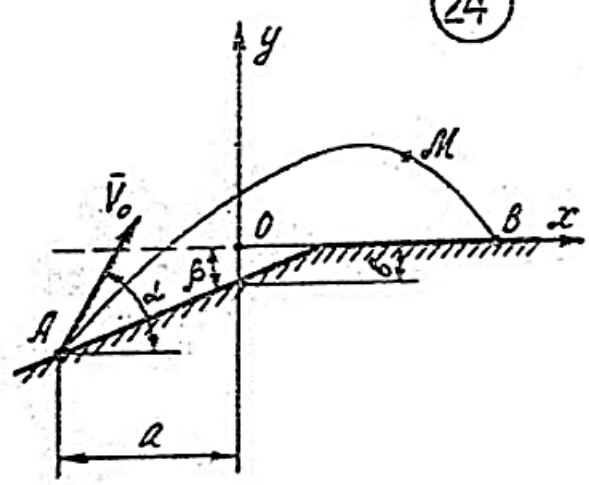


Рис. 4

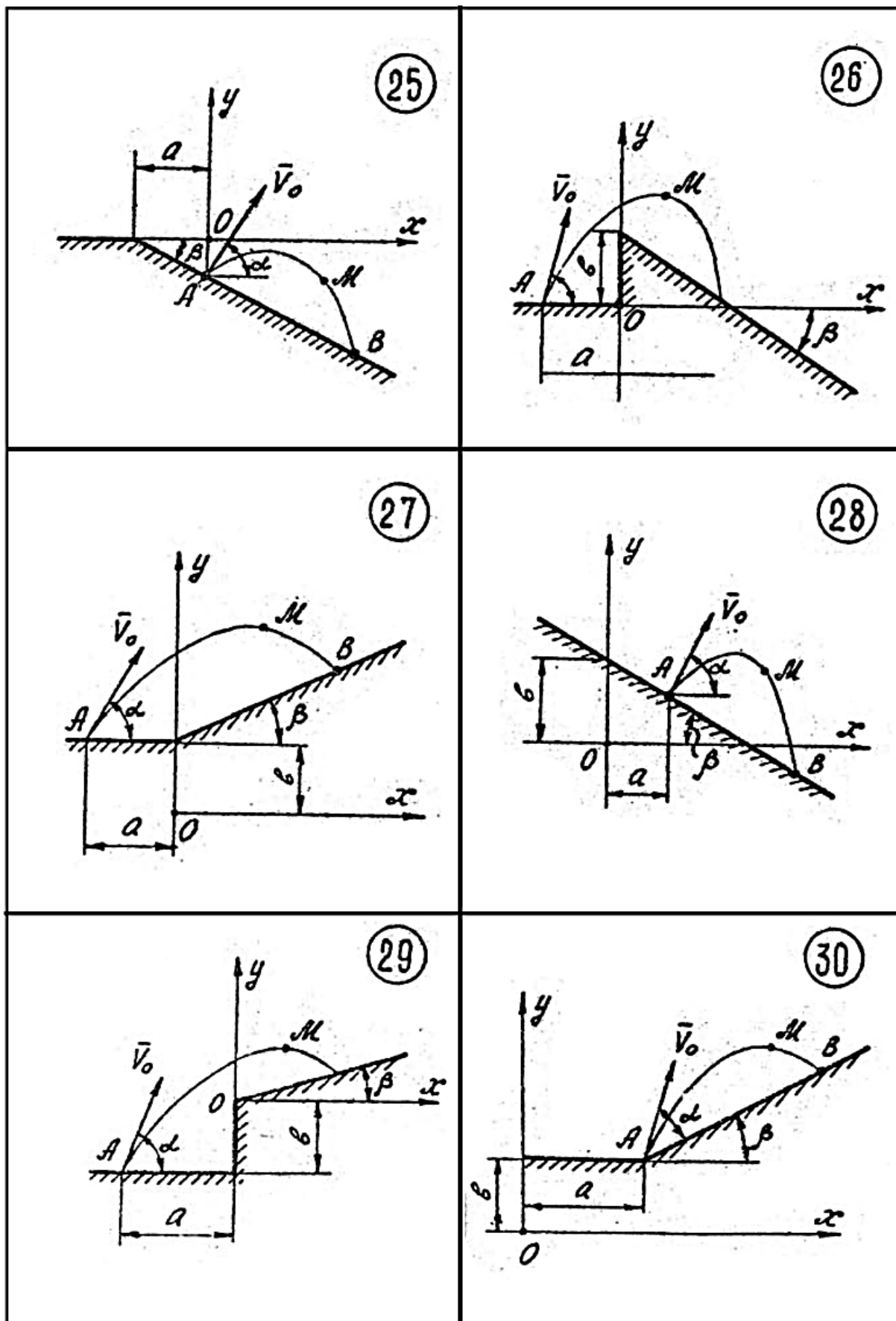


Рис. 5

ЗАДАЧА №2

Механическая система под действием сил тяжести приходит в движение из состояния покоя; начальное положение системы показано на рис. 6 – 10.

Учитывая трение скольжения груза 1 и сопротивление качению катка 3, движущегося по плоскости без проскальзывания, определить ускорение груза 1 и его скорость в тот момент, когда пройденный им путь $S = 2\text{ м}$.

m_1, m_2, m_3, m_4 (кг) – массы тел 1, 2, 3, 4;

R_2, r_2, R_3, r_3 (см) – радиусы больших и малых окружностей;

ρ_2, ρ_3 (см) – радиус инерции блока 2 и катка 3 относительно центральных осей;

$f = 0,1$ – коэффициент трения скольжения;

$k = 0,02 R_2$ (см) – коэффициент трения качения;

необходимые для решения данные – в табл. 3.

Блоки и катки, для которых не указаны радиусы инерции, считать сплошными однородными цилиндрами. Наклонные участки нитей предполагать невесомыми и нерастяжимыми, параллельными соответствующим наклонным плоскостям.

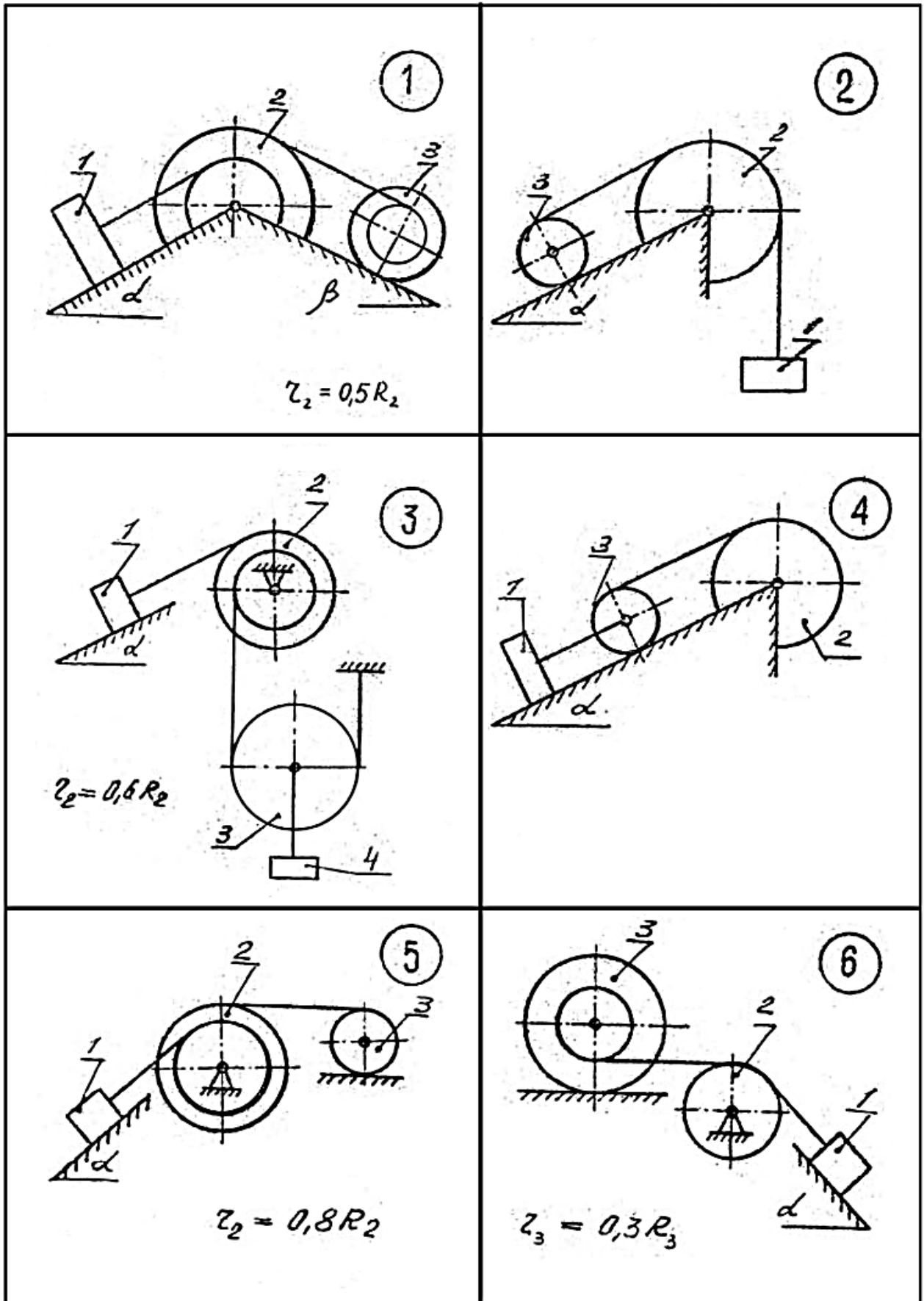


Рис. 6

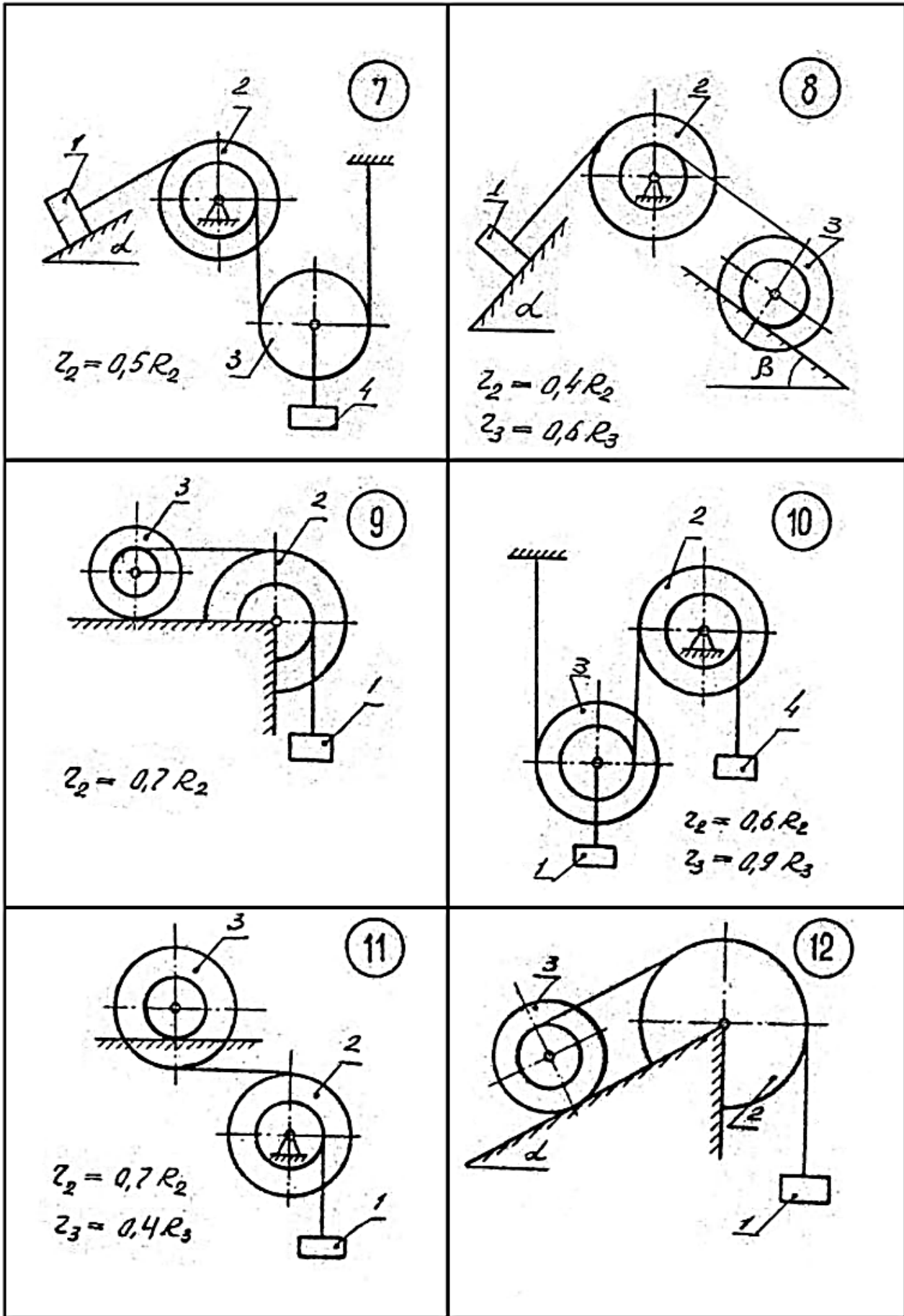


Рис. 7

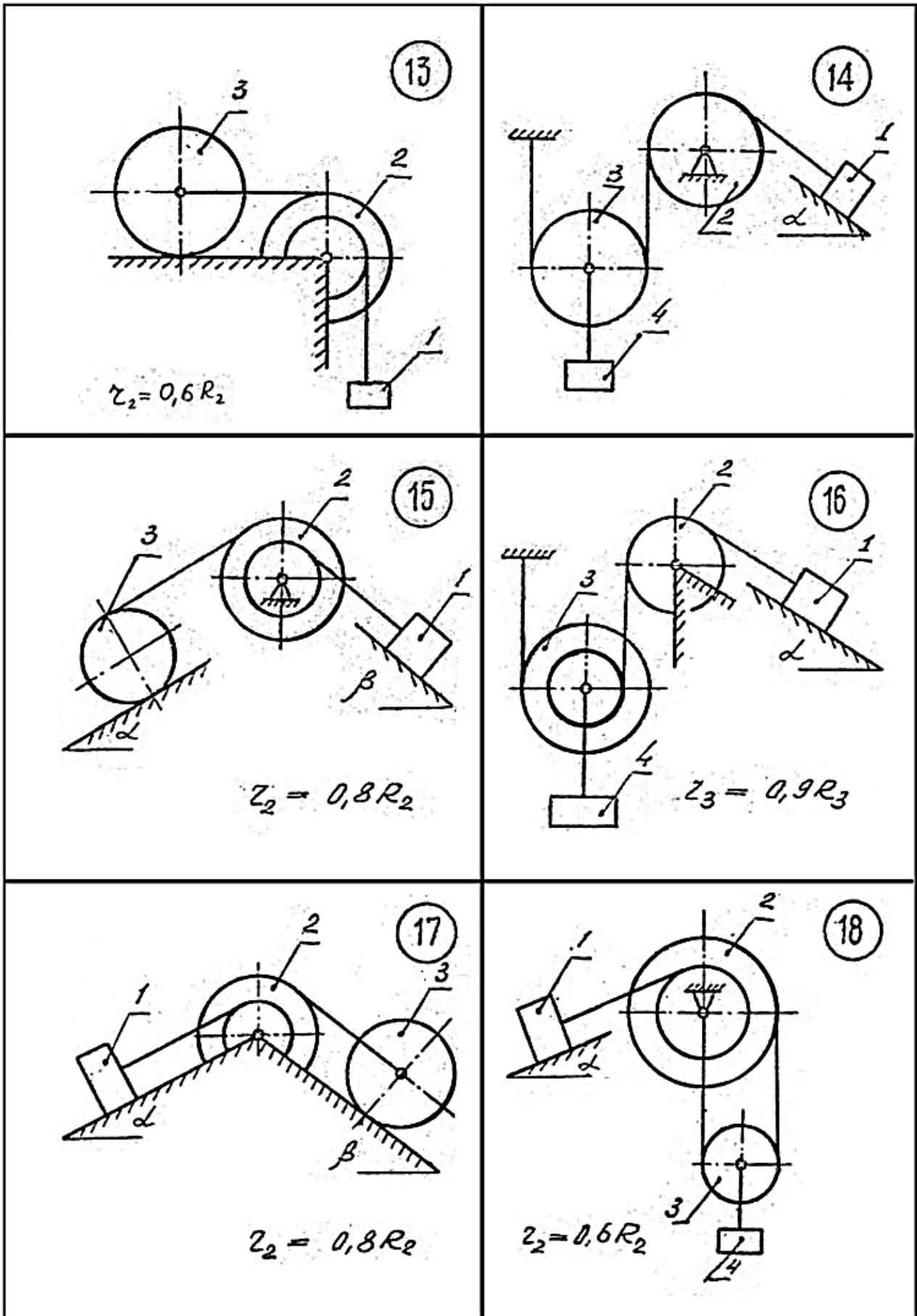


Рис. 8

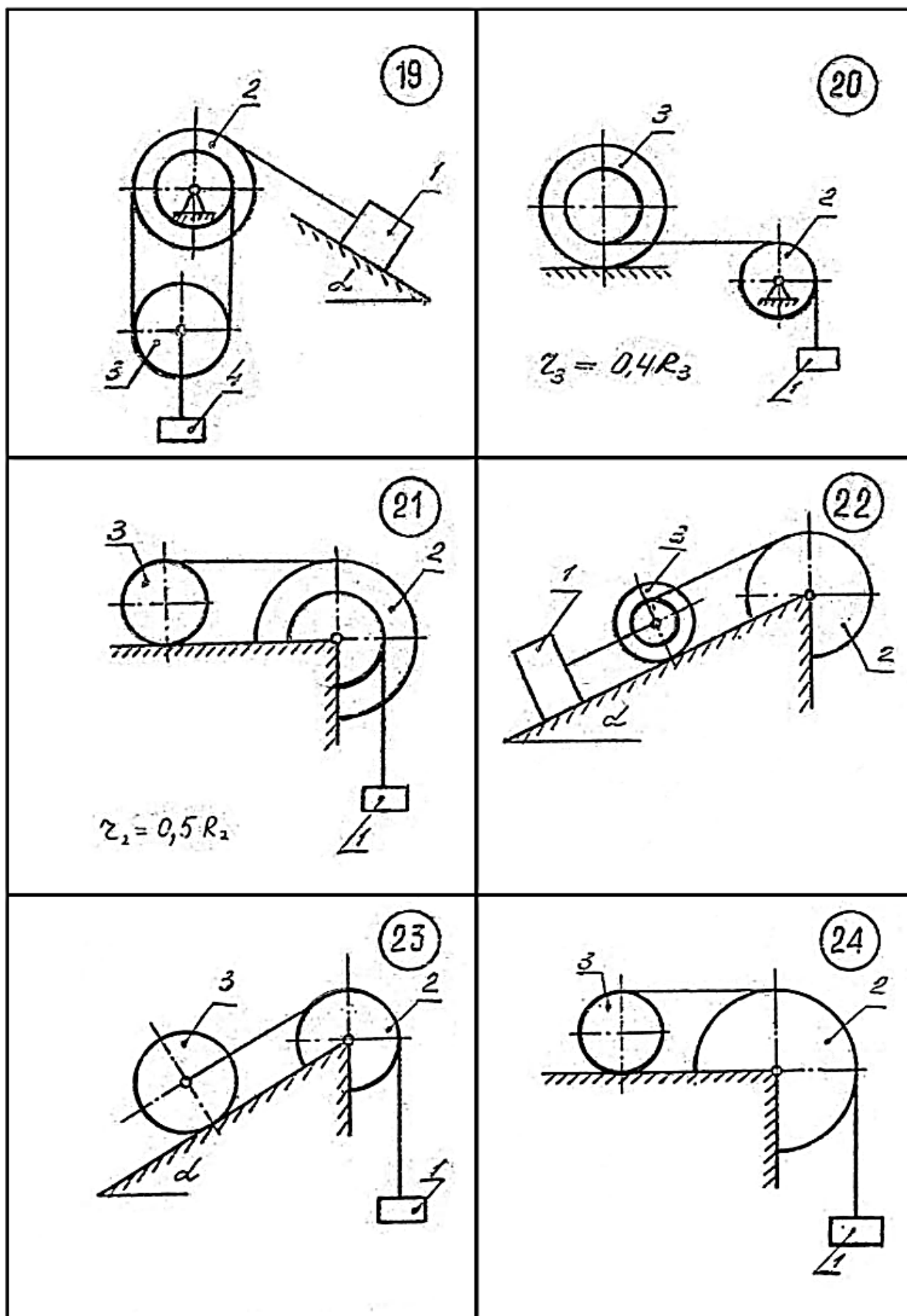


Рис. 9

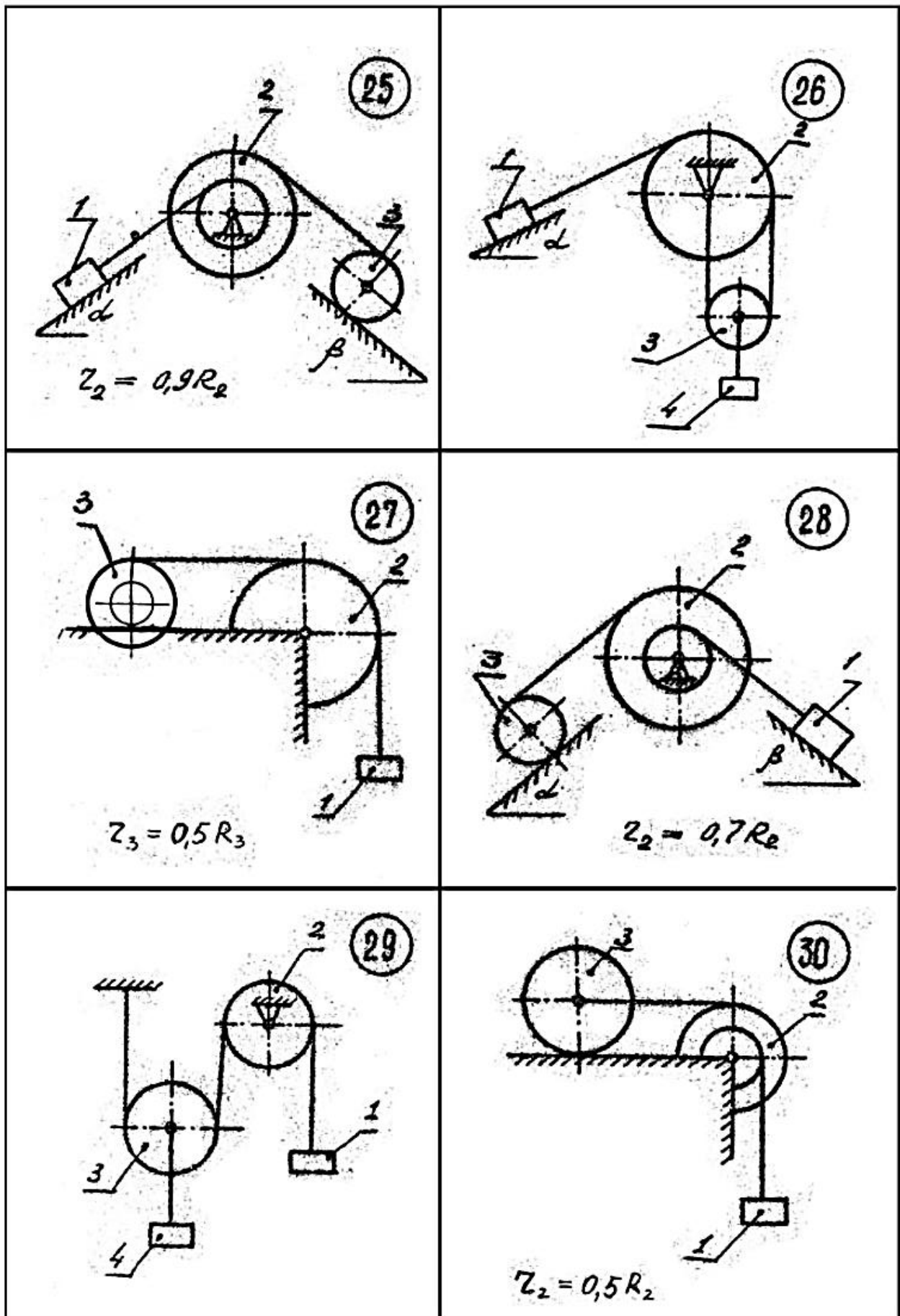


Рис. 10

Таблица 3

| № вар. | m_1 (кг) | m_2 (кг) | m_3 (кг) | m_4 (кг) | R_2 (см) | ρ_2 (см) | R_3 (см) | ρ_3 (см) | α (град) | β (град) |
|-----------|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|------------------|---------------|------------------|--------------------|-------------------|
| 1 | 40 | 15 | 20 | - | 10 | 12 | 10 | 8 | 45 | 30 |
| 2 | 60 | 30 | 10 | - | 20 | - | - | - | 30 | - |
| 3 | 80 | 60 | 50 | 10 | 30 | 16 | 20 | - | 30 | - |
| 4 | 80 | 50 | 30 | - | 20 | 12 | - | - | 30 | - |
| 5 | 40 | 20 | 20 | - | 15 | 10 | - | - | 45 | - |
| 6 | 20 | 40 | 30 | - | 30 | - | 30 | 18 | 60 | - |
| 7 | 200 | 50 | 30 | 20 | 20 | 12 | 15 | - | 45 | - |
| 8 | 100 | 80 | 120 | - | 20 | 16 | 30 | 20 | 30 | 60 |
| 9 | 60 | 150 | 50 | - | 40 | 24 | 30 | 14 | - | - |
| 10 | 40 | 50 | 120 | 60 | 30 | 18 | 20 | 12 | - | - |
| 11 | 50 | 40 | 40 | - | 15 | 11 | 15 | 10 | - | - |
| 12 | 30 | 40 | 15 | - | 20 | - | 15 | 8 | 60 | - |
| 13 | 20 | 50 | 50 | - | 25 | 20 | 25 | - | - | - |
| 14 | 80 | 50 | 50 | 20 | 25 | - | 25 | - | 45 | - |
| 15 | 80 | 50 | 20 | - | 20 | 14 | 10 | - | 45 | 60 |
| 16 | 160 | 40 | 60 | 40 | 30 | - | 20 | 12 | 60 | - |
| 17 | 120 | 80 | 40 | - | 20 | 15 | 20 | - | 30 | 60 |
| 18 | 160 | 240 | 100 | 120 | 30 | 18 | 15 | - | 30 | - |
| 19 | 140 | 200 | 40 | 10 | 20 | 18 | 12 | - | 30 | - |
| 20 | 120 | 150 | 50 | - | 20 | - | 15 | 8 | - | - |
| 21 | 120 | 150 | 80 | - | 30 | 18 | 15 | - | - | - |
| 22 | 140 | 80 | 80 | - | 30 | - | 25 | 20 | 30 | - |
| 23 | 40 | 80 | 30 | - | 20 | - | - | - | 30 | - |
| 24 | 50 | 60 | 80 | - | 20 | - | - | - | - | - |
| 25 | 90 | 120 | 40 | - | 30 | 18 | 20 | - | 60 | 30 |
| 26 | 120 | 80 | 60 | 20 | 30 | - | - | - | 30 | - |
| 27 | 60 | 100 | 80 | - | 30 | - | 20 | 14 | - | - |
| 28 | 120 | 100 | 60 | - | 20 | 12 | 30 | - | 30 | 45 |
| 29 | 60 | 90 | 120 | 30 | 20 | - | 18 | 15 | - | - |
| 30 | 60 | 50 | 40 | - | 15 | 6 | - | - | - | - |

ЗАДАЧА №3

Механическая система, изображенная на рис. 11 – 15, движется под действием сил тяжести и пары сил с моментом M . Считая блоки сплошными однородными дисками, а тросы невесомыми и нерастяжимыми, определить для заданного положения системы реакции опор невесомой балки. Трением пренебречь.

Исходные данные приведены в табл. 4.

Указание. Задачу решить с применением принципа Даламбера для твердого тела, рассматривая движение (равновесие) каждого тела в отдельности. Предполагается, что проскальзывание тросов по блокам отсутствует.

Таблица 3

| № вар. | P_1 [Н] | P_2 [Н] | P_3 [Н] | M [Нм] | a [м] | b [м] | c [м] | r_1 [м] | r_2 [м] | α [град] |
|-----------|--------------|--------------|--------------|-------------|------------|------------|------------|--------------|--------------|--------------------|
| 1 | 100 | 50 | - | - | 2 | - | - | 0,20 | - | - |
| 2 | 200 | 100 | - | - | 2 | 1 | - | 0,40 | - | 30 |
| 3 | 120 | 20 | - | - | 1 | 2 | - | 0,30 | - | - |
| 4 | 40 | 80 | - | 3 | 2 | 2 | 1 | 0,15 | - | - |
| 5 | 100 | 200 | - | - | 3 | - | - | 0,30 | - | 30 |
| 6 | 50 | 100 | - | - | 4 | 1 | 2 | 0,10 | - | 30 |
| 7 | 150 | 150 | - | 6 | 2 | - | - | 0,20 | 0,20 | - |
| 8 | 50 | 50 | 50 | - | 3 | 2 | - | 0,10 | - | 45 |
| 9 | 160 | 90 | - | 10 | 1 | 1 | - | 0,20 | 0,15 | - |
| 10 | 240 | 60 | - | - | 0,8 | 0,8 | - | 0,40 | - | 45 |
| 11 | 240 | 200 | 80 | - | 2 | 1 | - | 0,40 | - | - |
| 12 | 150 | 140 | 80 | - | 1,5 | 1,5 | - | - | 0,25 | - |
| 13 | 150 | 180 | 60 | - | 1,2 | - | - | - | 0,30 | 60 |
| 14 | 100 | 200 | - | - | 1 | 1 | - | - | 0,30 | 30 |
| 15 | 320 | 80 | - | 1,6 | 1,2 | - | - | 0,20 | 0,10 | 45 |
| 16 | 80 | 40 | - | - | 1,4 | 1,5 | - | - | 0,10 | - |
| 17 | 40 | 20 | - | 14 | 2 | 2 | - | - | 0,35 | 60 |
| 18 | 100 | 200 | - | 10 | 3 | 1 | 1 | - | 0,25 | - |
| 19 | 150 | 150 | - | 12 | 0,8 | 1,2 | 0,6 | 0,30 | 0,30 | - |
| 20 | 80 | 120 | - | 15 | 1,5 | - | - | 0,15 | 0,20 | - |
| 21 | 110 | 80 | - | - | 1,8 | 1,8 | - | - | 0,15 | 60 |
| 22 | 200 | 120 | 140 | - | 2 | - | - | - | 0,30 | 30 |
| 23 | 80 | 80 | 120 | - | 1,5 | 1 | - | 0,12 | 0,12 | 30 |
| 24 | 50 | 100 | - | 7 | 1,3 | 1 | 1 | - | 0,14 | 45 |
| 25 | 120 | 160 | - | - | 1 | 2 | 1,5 | - | 0,20 | - |
| 26 | 75 | 50 | 25 | - | 1 | 1 | - | - | 0,10 | 45 |
| 27 | 50 | 100 | - | - | 0,5 | 1 | 1,5 | - | 0,10 | 30 |
| 28 | 100 | 100 | - | 16 | 1 | 2 | 1 | 0,40 | 0,40 | 45 |
| 29 | 100 | 300 | 200 | - | 2 | - | - | 0,10 | 0,17 | - |
| 30 | 150 | 100 | 50 | - | 1,4 | 1,2 | - | - | 0,20 | 60 |

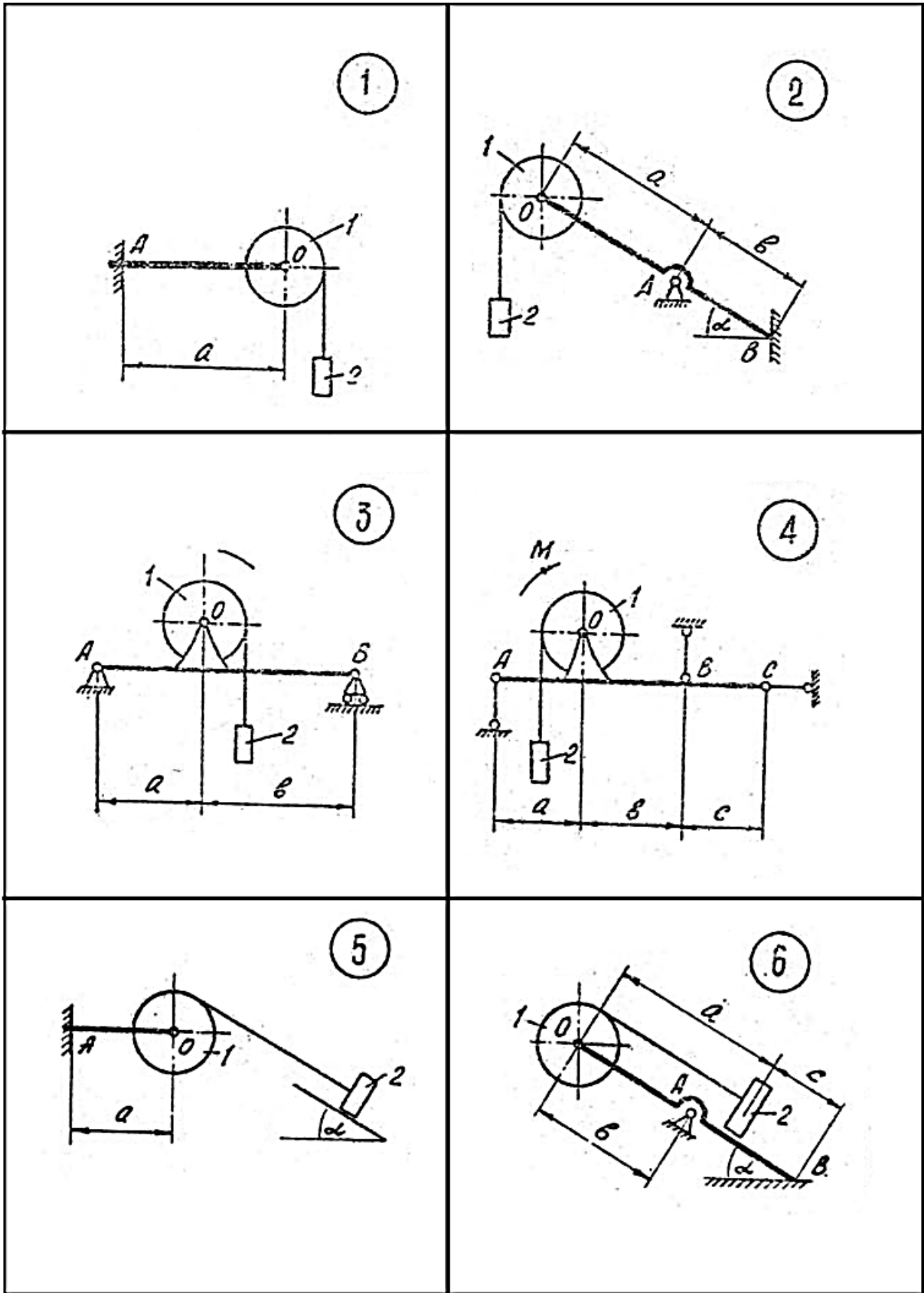


Рис. 11

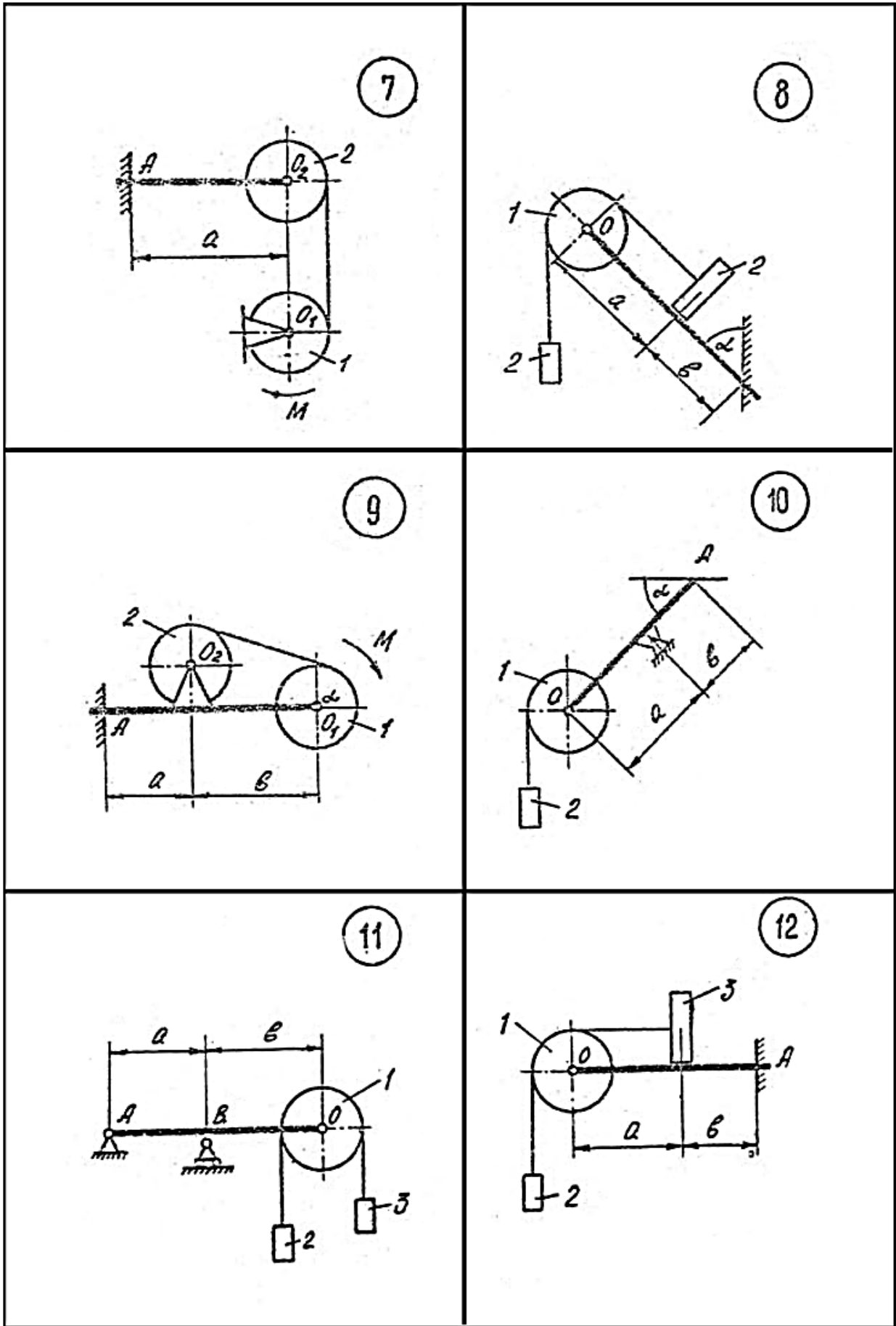


Рис. 12

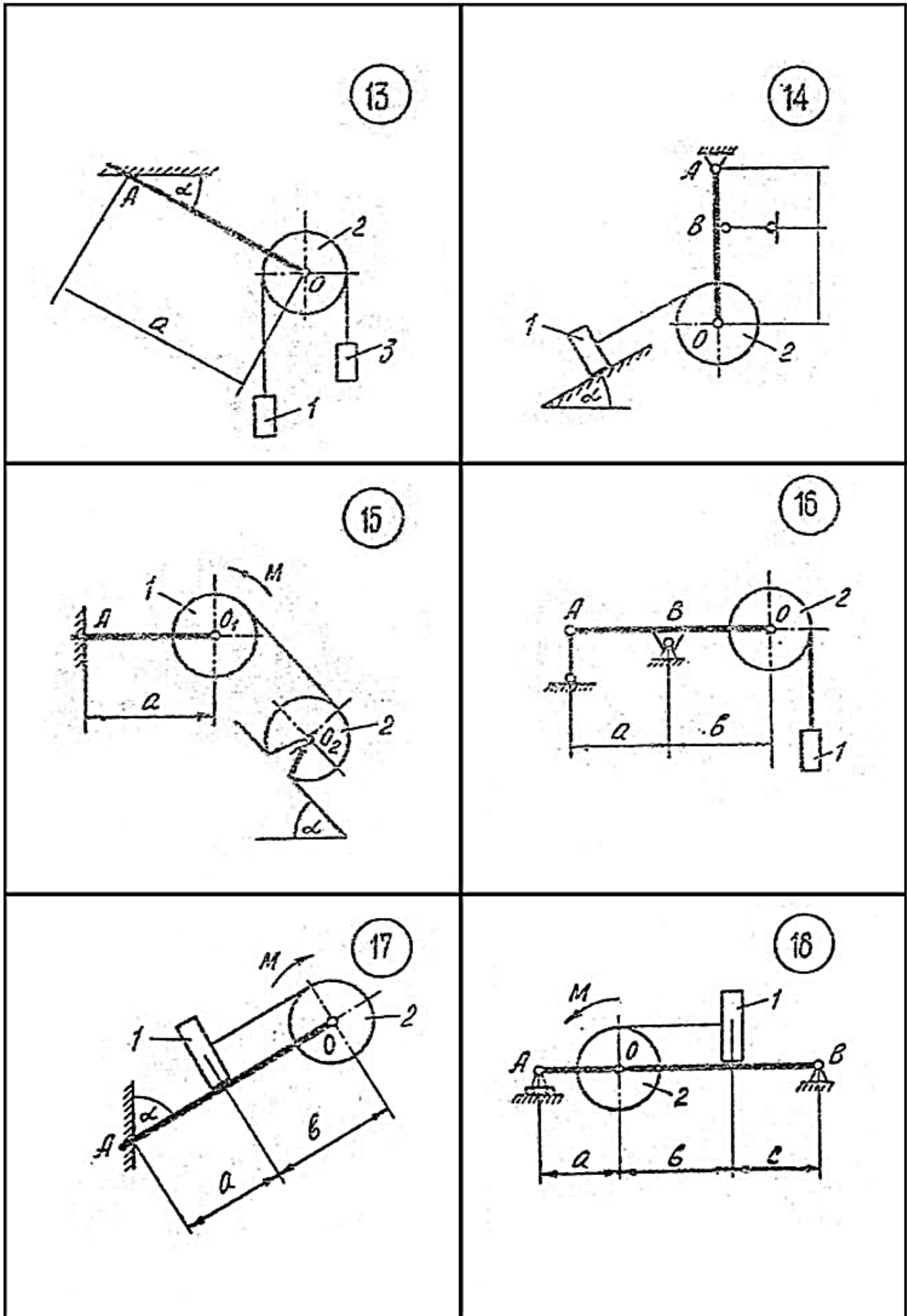


Рис. 13

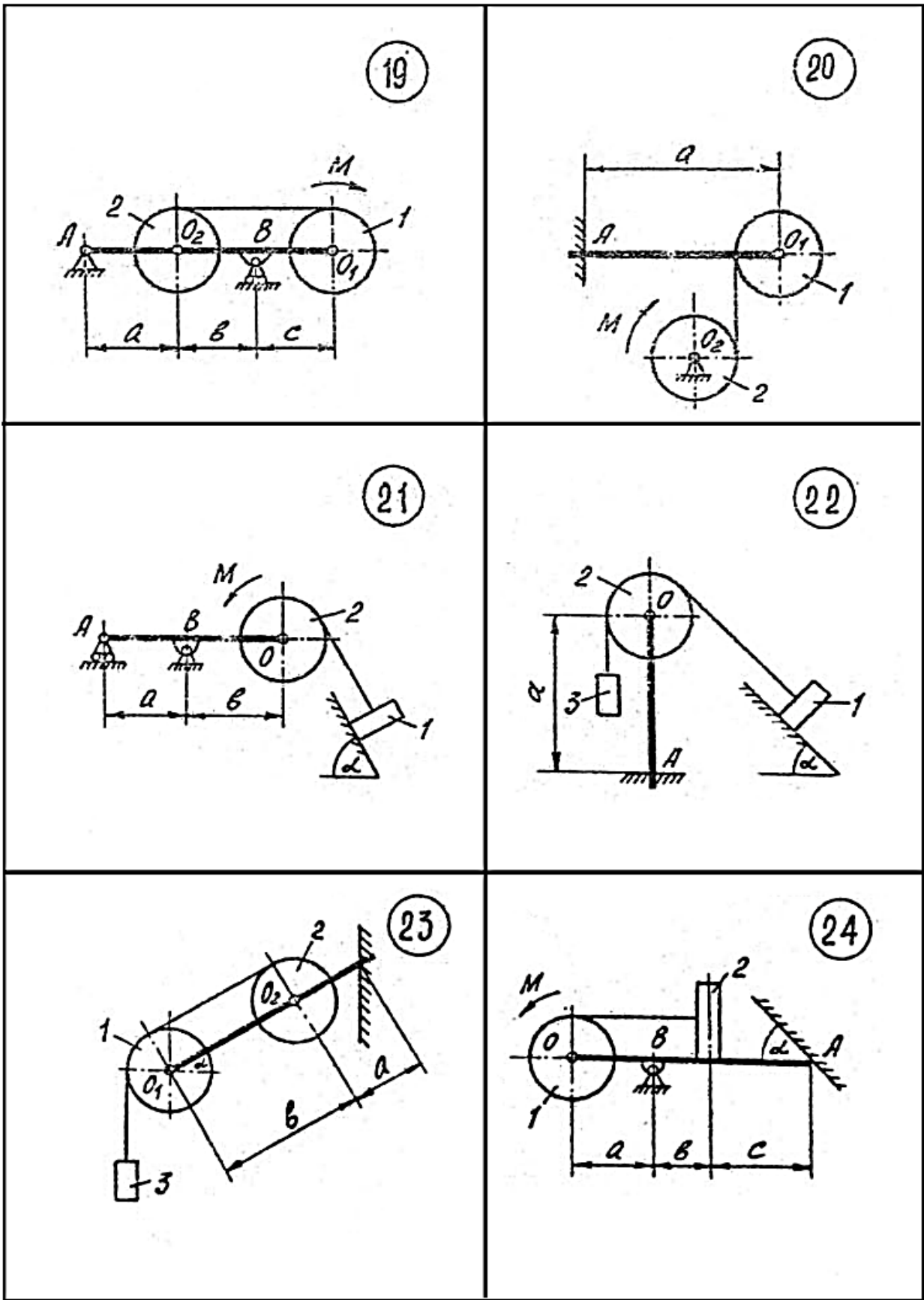


Рис. 14

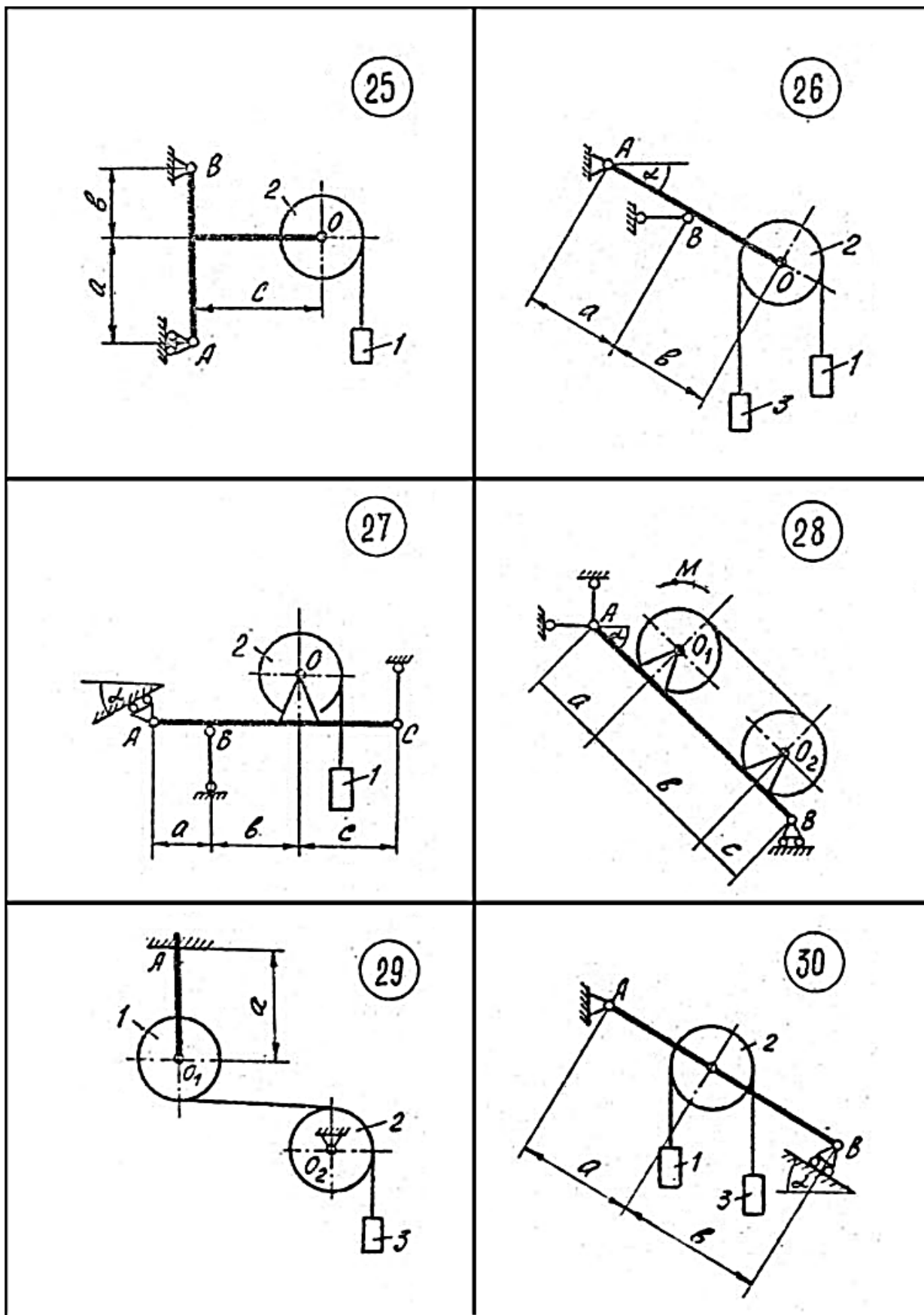


Рис. 15

ЗАДАЧА №4

Механическая система, имеющая 2 степени свободы, приходит в движение из состояния покоя под действием сил тяжести. Найти уравнения движения этой системы в обобщенных координатах, указанных на рис 16 – 20.

φ – угол поворота блока или катка;

ξ – координата центра катка 2 или тела 4 относительно призмы 1;

S – координата призмы относительно основания.

В начальном положении: $S_0 = 0$, $\varphi_0 = 0$, $\xi_0 = 0,6$ м.

Нити считать гибкими, нерастяжимыми невесомыми, параллельными соответствующим граням тела 1. Проскальзывание между нитями и телами отсутствует, качение катков происходит без проскальзывания. Трением скольжения в подшипниках, между скользящими грузами и призмой, между призмой и основанием, а также трением качения пренебречь.

Необходимые для расчётов данные приведены в табл.5.

m_1, m_2, m_3, m_4 – массы тел 1, 2, 3, 4;

R_2, r_2, R_3, r_3 – большие и малые радиусы цилиндрических поверхностей тел 2, 3, 4;

ρ_2, ρ_3 – радиусы инерции катка 2 и блока 3 относительно центральных осей, перпендикулярных плоскости рисунка.

Для всех вариантов $m_4 = m_5$.

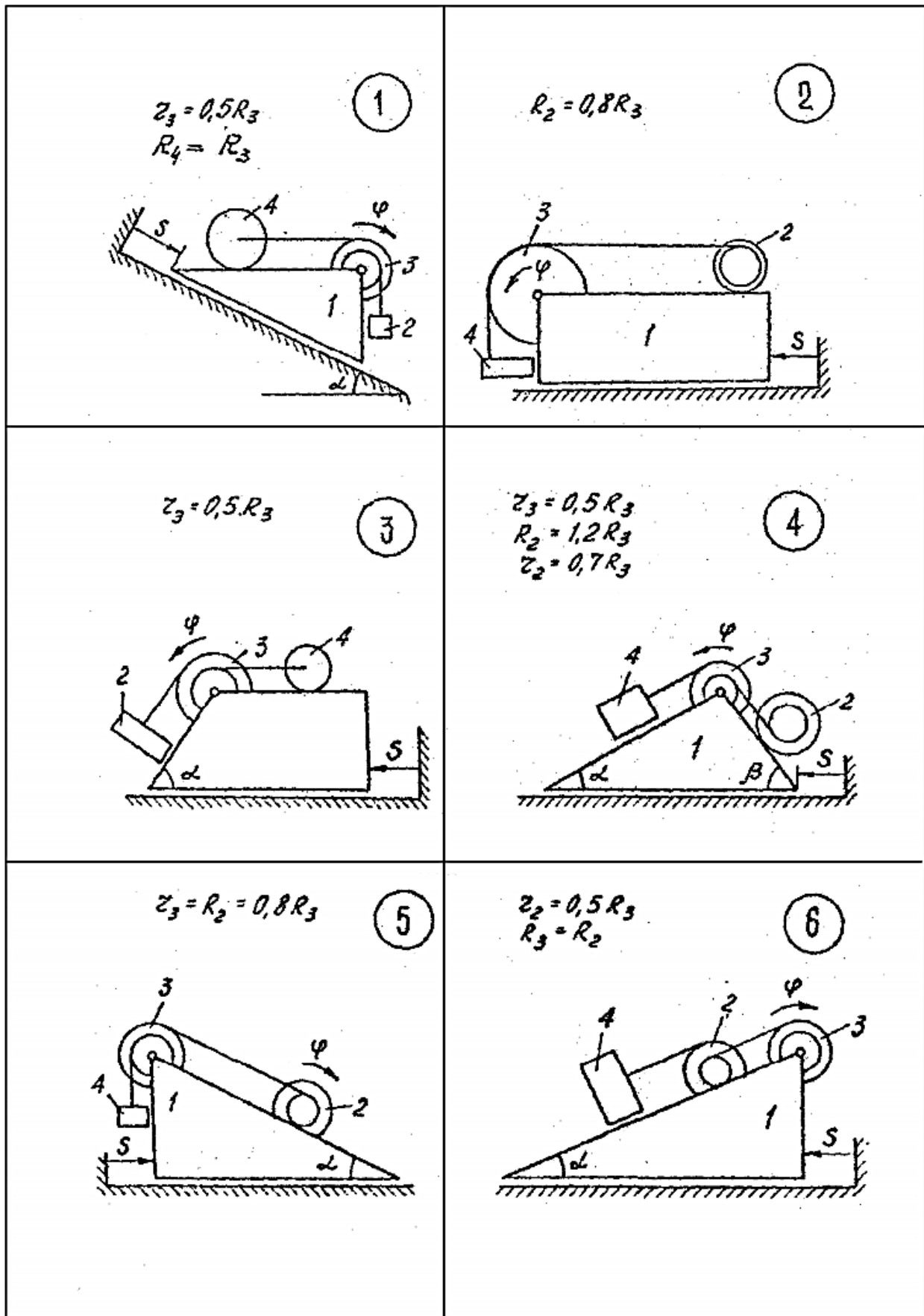


Рис. 16

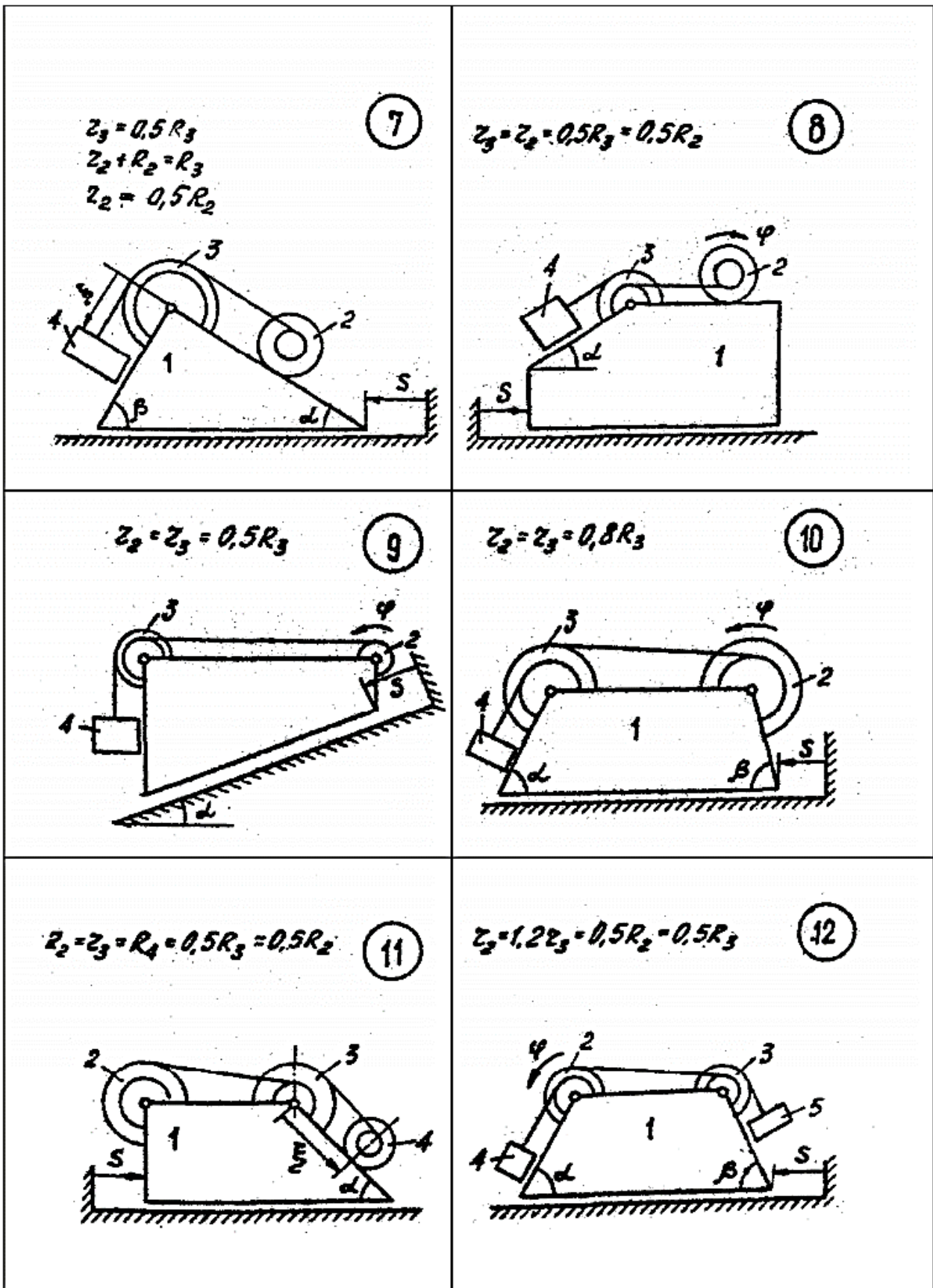


Рис. 17

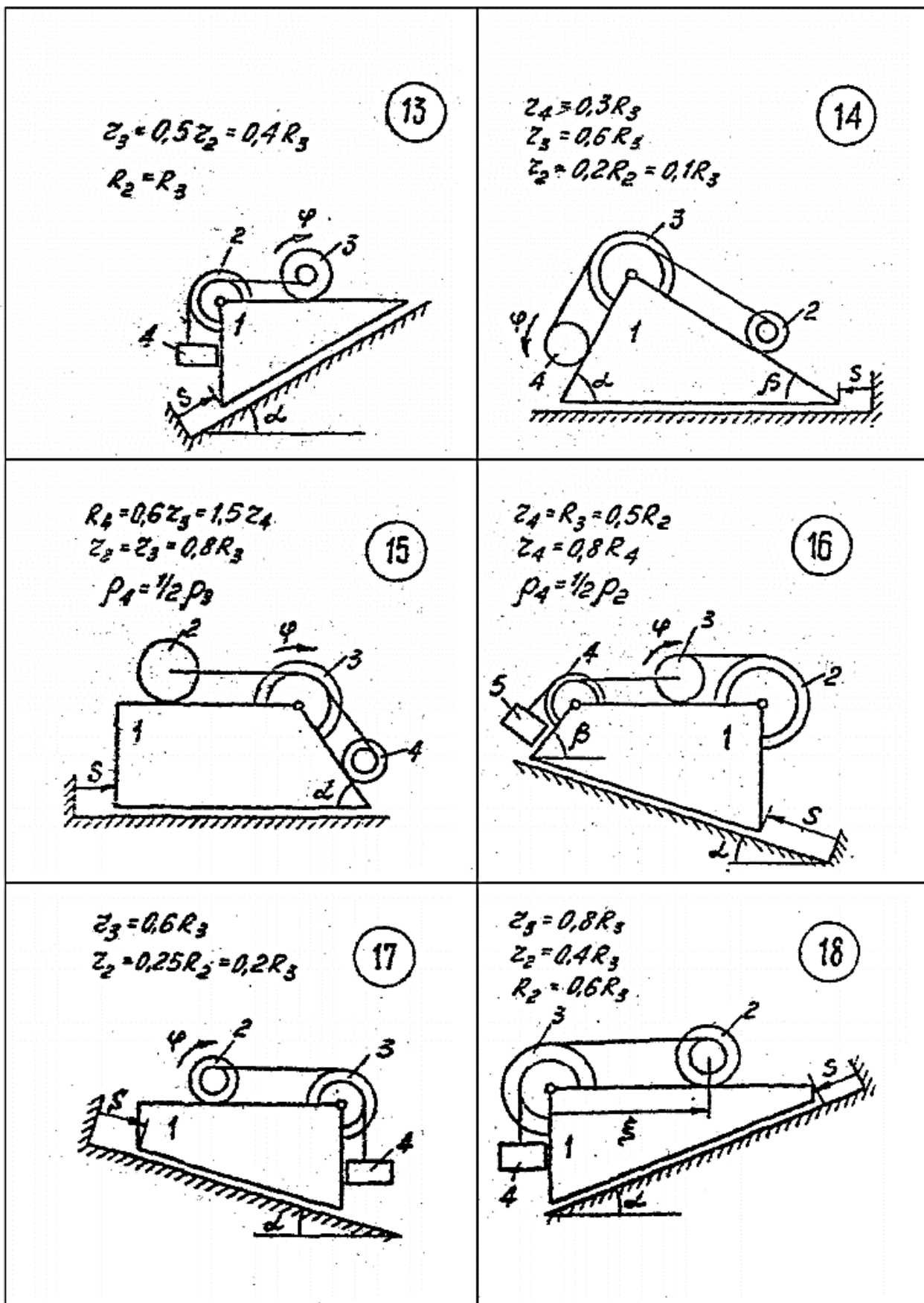


Рис. 18

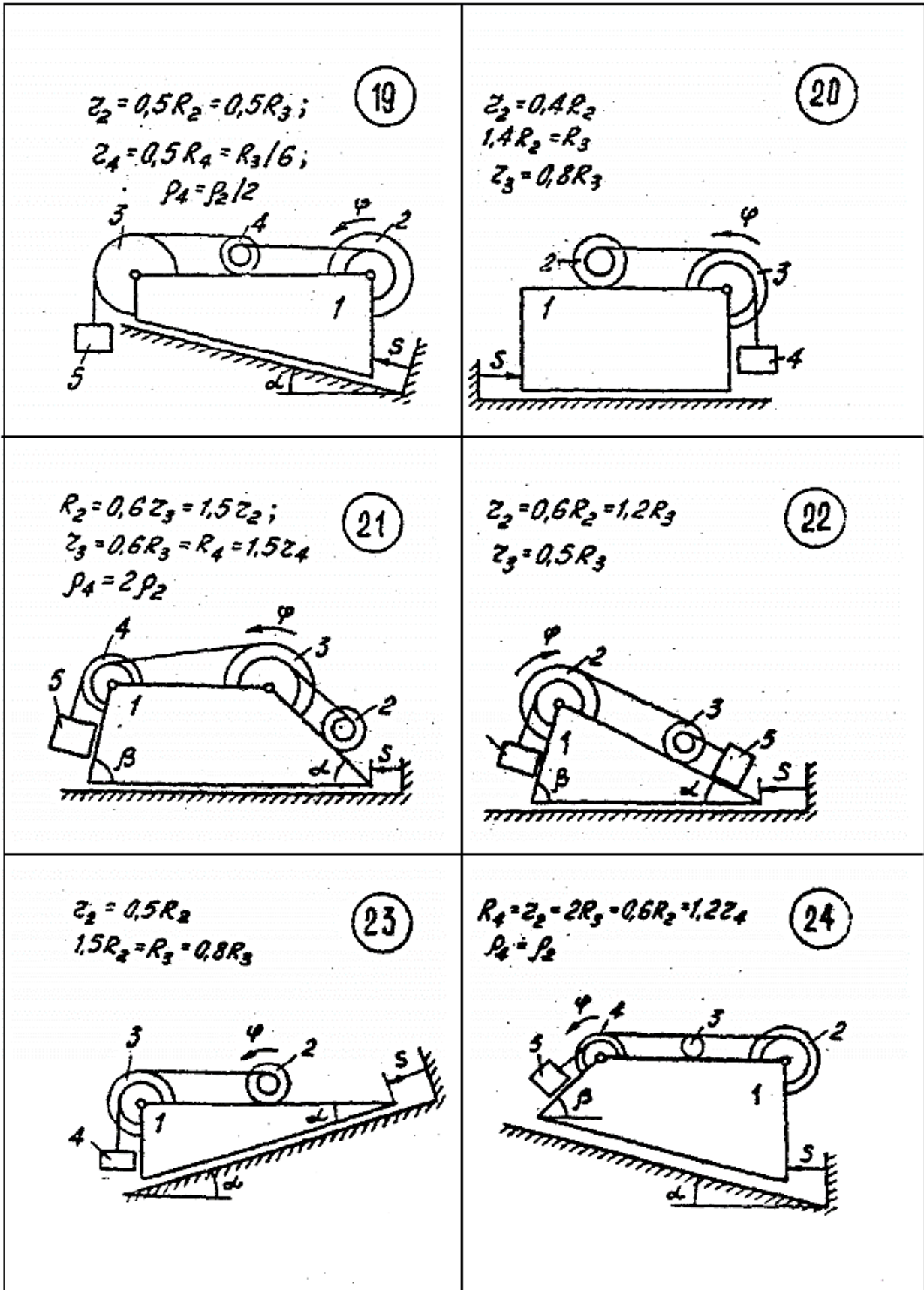


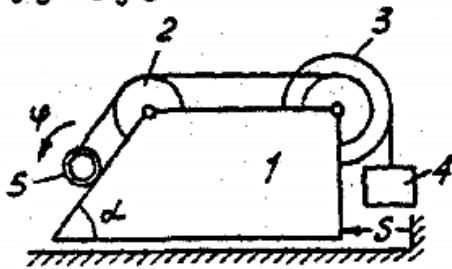
Рис. 19

$$z_3 = 0,8 z_2 = R_2;$$

$$R_5 = 0,6 R_2 = 1,5 z_2;$$

$$P_5 = \frac{1}{3} P_3$$

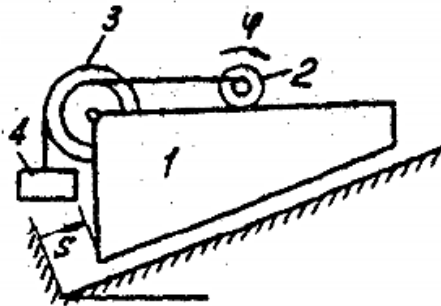
25



$$R_2 = 0,6 z_3 = 1,5 z_2;$$

$$z_3 = 0,8 R_3$$

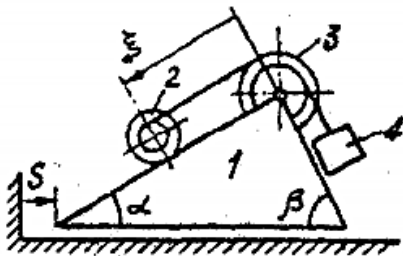
26



$$R_2 = 0,6 R_3 = 1,5 z_2;$$

$$z_3 = 0,6 R_3$$

27

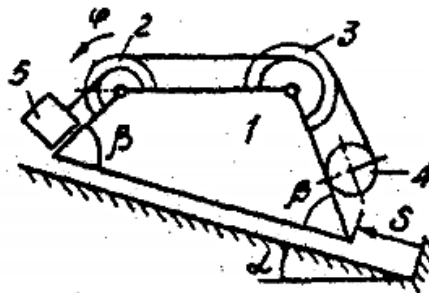


$$R_2 = z_3 = 0,6 R_3;$$

$$z_2 = 0,5 R_2;$$

$$R_4 = 0,5 R_3$$

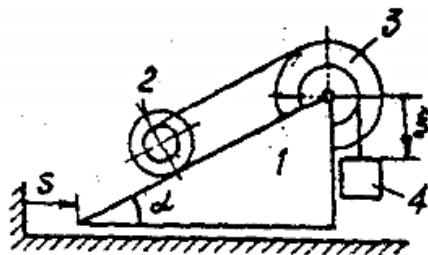
28



$$R_2 = 0,6 z_3 = 1,5 z_2$$

$$z_3 = 0,6 R_3$$

29



$$R_2 = 0,6 z_3 = 1,5 z_2$$

$$z_3 = 0,5 R_3$$

30

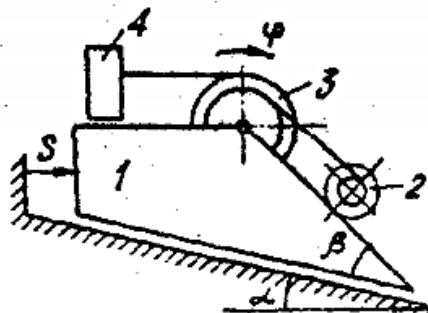


Рис. 20

Таблица 5

| № Вар. | m_1 | m_2 | m_3 | m_4 | R_3 | ρ_2 | ρ_3 | α | β |
|-----------|-------|-------|-------|-------|-------|----------|----------|----------|---------|
| | [кг] | | | | [см] | | | [град] | |
| 1 | 50 | 10 | 20 | 30 | 20 | - | 12 | 30 | - |
| 2 | 50 | 20 | 30 | 10 | 15 | 6 | - | - | - |
| 3 | 50 | 10 | 10 | 20 | 30 | - | 15 | 60 | - |
| 4 | 50 | 20 | 20 | 30 | 20 | 20 | 15 | 30 | 60 |
| 5 | 50 | 30 | 20 | 10 | 40 | 20 | 15 | 30 | - |
| 6 | 100 | 20 | 20 | 30 | 20 | 15 | 15 | 30 | - |
| 7 | 100 | 30 | 40 | 20 | 30 | 20 | 25 | 30 | 45 |
| 8 | 100 | 20 | 25 | 20 | 18 | 15 | 15 | 30 | - |
| 9 | 100 | 15 | 30 | 40 | 20 | - | 15 | 30 | - |
| 10 | 100 | 40 | 40 | 20 | 30 | 20 | 20 | 45 | 40 |
| 11 | 150 | 100 | 80 | 50 | 40 | 30 | 30 | 45 | - |
| 12 | 150 | 30 | 30 | 10 | 20 | 20 | 10 | 60 | 60 |
| 13 | 150 | 40 | 30 | 20 | 30 | 20 | 20 | 30 | - |
| 14 | 150 | 20 | 40 | 10 | 40 | 20 | 30 | 60 | 30 |
| 15 | 150 | 40 | 50 | 20 | 30 | - | 30 | 60 | - |
| 16 | 100 | 60 | 30 | 40 | 20 | 40 | - | 30 | 60 |
| 17 | 100 | 30 | 40 | 20 | 30 | 20 | 25 | 30 | - |
| 18 | 100 | 40 | 60 | 10 | 30 | 15 | 20 | 30 | - |
| 19 | 100 | 40 | 40 | 10 | 24 | 20 | - | 30 | - |
| 20 | 50 | 20 | 40 | 30 | 30 | 15 | 20 | - | - |
| 21 | 100 | 20 | 40 | 30 | 40 | 10 | 30 | 45 | 60 |
| 22 | 50 | 40 | 20 | 20 | 16 | 30 | 10 | 30 | 60 |
| 23 | 50 | 20 | 30 | 20 | 30 | 10 | 20 | 30 | - |
| 24 | 50 | 40 | 20 | 20 | 10 | 20 | - | 30 | 45 |
| 25 | 50 | 20 | 40 | 30 | 30 | - | 25 | 45 | - |
| 26 | 100 | 25 | 50 | 20 | 30 | 10 | 20 | 30 | - |
| 27 | 100 | 25 | 40 | 20 | 25 | 15 | 25 | 30 | 45 |
| 28 | 100 | 40 | 60 | 30 | 40 | 20 | 30 | 30 | 45 |
| 29 | 100 | 20 | 40 | 20 | 25 | 10 | 20 | 30 | - |
| 30 | 100 | 20 | 60 | 40 | 40 | 20 | 40 | 30 | 30 |