

Федеральное агентство по образованию Российской Федерации  
Российский государственный профессионально-педагогический университет  
Инженерно-педагогический институт  
Кафедра электрооборудования и автоматизации промышленных предприятий

## КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА

по дисциплине: «Теория автоматического управления»

Студент группы

Преподаватель

Первоуральск

2009



## СОДЕРЖАНИЕ

|  |    |
|--|----|
| 1. ЗАДАЧА № 1 .....                    | 3  |
| 2. ЗАДАЧА № 2 .....                    | 5  |
| 3. ЗАДАЧА № 3 .....                    | 6  |
| 4. ЗАДАЧА № 4 .....                    | 9  |
| 5. ЗАДАЧА № 5 .....                    | 11 |
| 6. ЗАДАЧА № 6 .....                    | 14 |
| 7. ЗАДАЧА № 7 .....                    | 16 |
| 8. ЗАДАЧА № 8 .....                    | 18 |
| СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ ..... | 22 |



# 1. ЗАДАЧА № 1

Определить передаточную функцию элемента системы автоматического управления (рис. 1) и записать его дифференциальное уравнение.

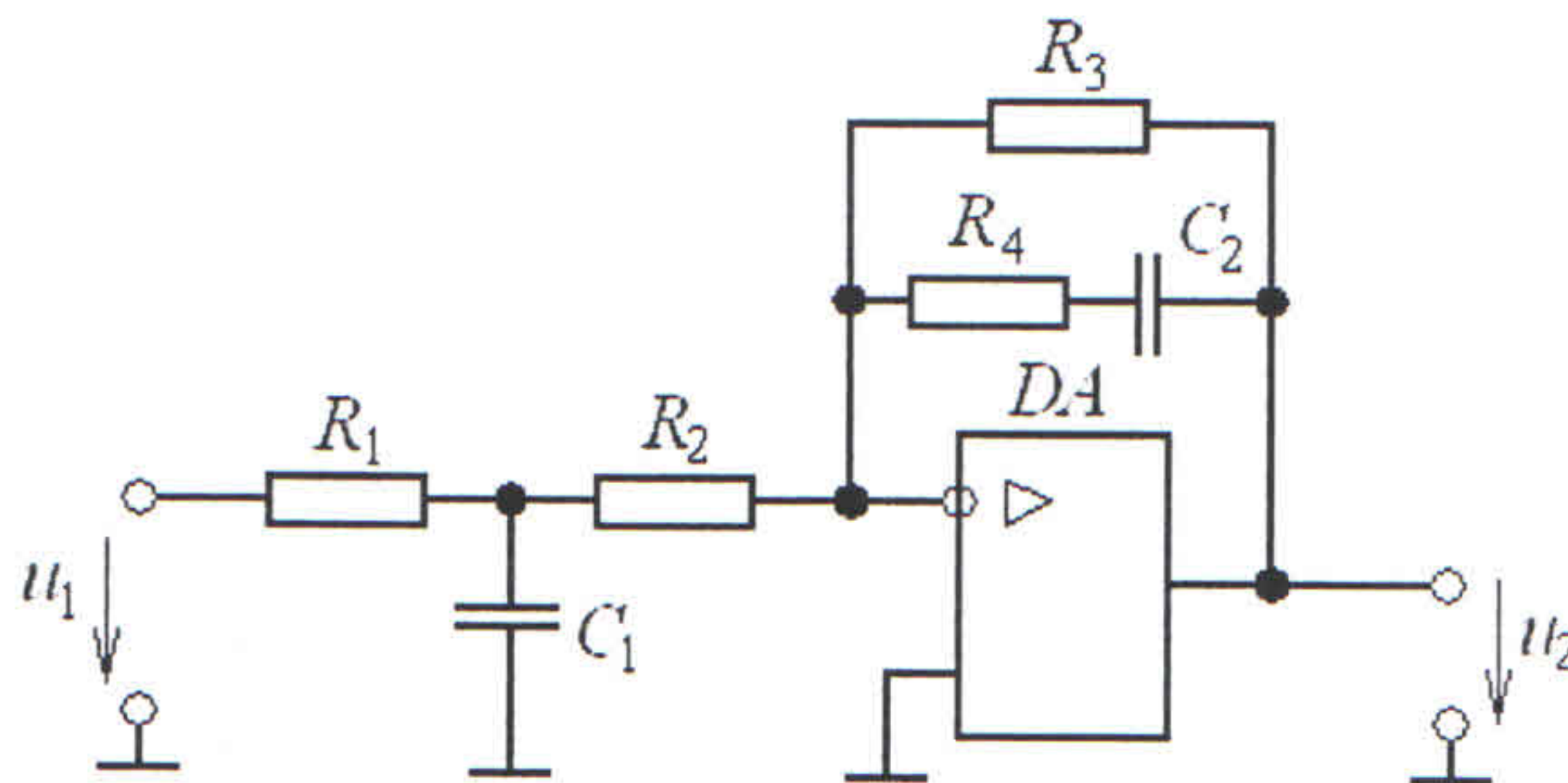


Рис. 1. Исходная схема

*Решение.* Расчетная операторная схема показана на рис. 2. Эта схема состоит из двух звеньев: звено  $W_1(p)$  включено в инверсный канал операционного усилителя  $DA$ , звено  $W_2(p)$  представляет собственно усилитель  $DA$  с его обвязкой.

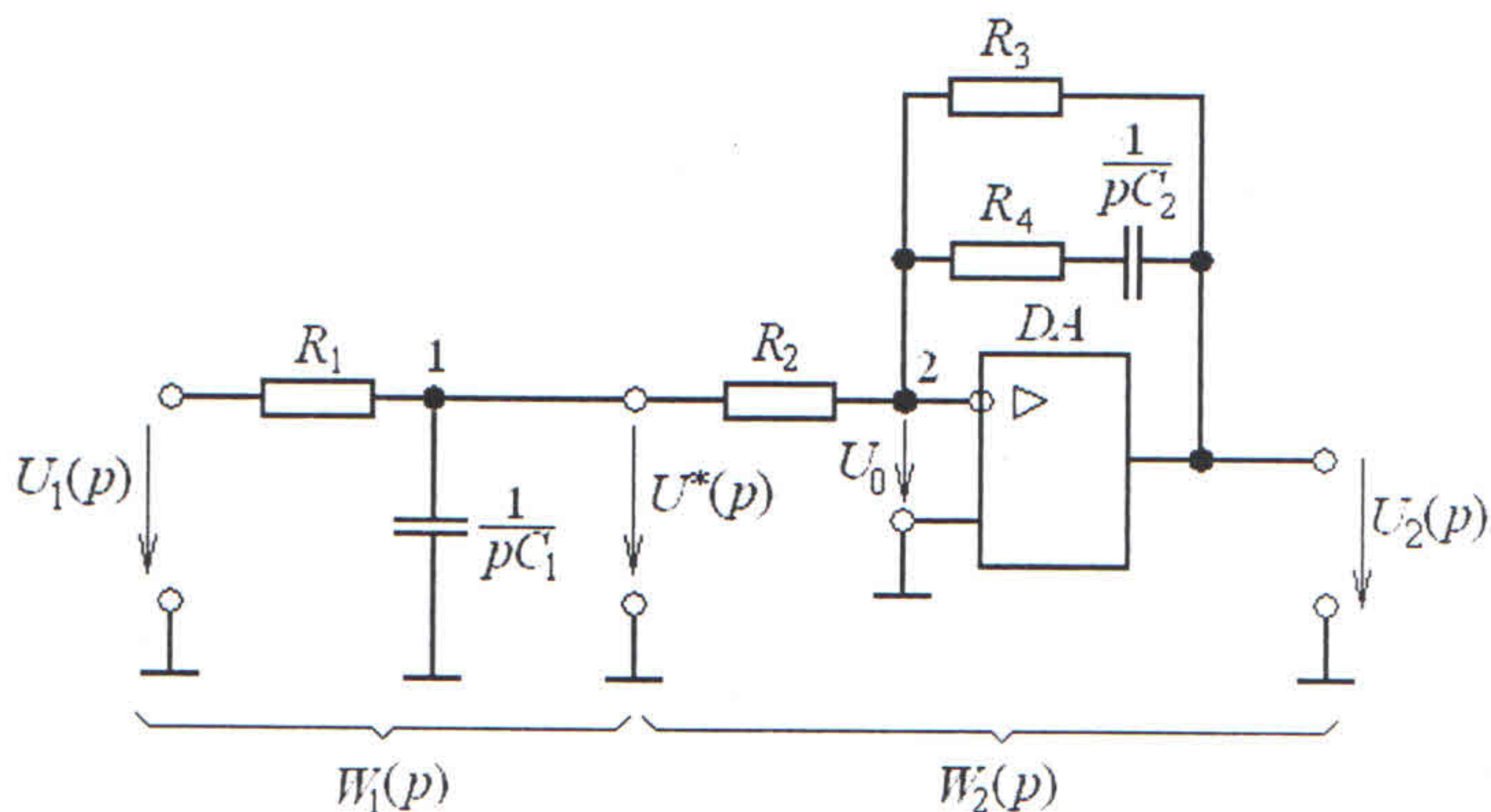


Рис. 2. Расчетная схема

Передаточную функцию  $W_1(p)$  определим, составив для узла 1 уравнение по методу двух узлов:

$$U^*(p) = \frac{U_1(p) \cdot \frac{1}{R_1}}{\frac{1}{R_1} + pC_1 + \frac{1}{R_2}} = \frac{U_1(p) \cdot \frac{R_2}{R_1 + R_2}}{1 + p \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} C_1},$$

откуда



$$W_1(p) = \frac{U^*(p)}{U_1(p)} = \frac{\frac{R_2}{R_1 + R_2}}{1 + p \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} C_1}$$

Введем обозначения:

$$k_1 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} - \text{коэффициент усиления;}$$

$$T_1 = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} C_1 - \text{постоянная времени.}$$

Тогда

$$W_1(p) = \frac{k_1}{T_1 p + 1}.$$

Звено  $W_1(p)$  является пропорционально-апериодическим.

Передаточную функцию  $W_2(p)$  определим, составив для узла 2 уравнение по методу двух узлов:

$$U_0(p) = 0 = \frac{U^*(p) \cdot \frac{1}{R_2} + U_2(p) \cdot \left( \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4 + \frac{1}{pC_2}} \right)}{\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4 + \frac{1}{pC_2}}},$$

откуда

$$\begin{aligned} W_2(p) = \frac{U_2(p)}{U^*(p)} &= - \frac{1}{R_2 \left( \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4 + \frac{1}{pC_2}} \right)} = - \frac{1}{R_2 \left( \frac{1}{R_3} + \frac{pC_2}{pR_4C_2 + 1} \right)} = \\ &= - \frac{R_3(pR_4C_2 + 1)}{R_2[p(R_3 + R_4)C_2 + 1]}. \end{aligned}$$

Введем обозначения:

$$k_2 = \frac{R_3}{R_2} - \text{коэффициент усиления;}$$

$$T_2 = R_4 C_2 - \text{постоянная времени;}$$



$T_3 = (R_3 + R_4)C_2$  – постоянная времени.

Тогда

$$W_2(p) = -k_2 \frac{T_2 p + 1}{T_3 p + 1}.$$

Звено  $W_2(p)$  является интегро-дифференцирующим.

Найдем передаточную функцию  $W(p)$  всей схемы:

$$\begin{aligned} W(p) &= \frac{U_2(p)}{U_1(p)} = W_1(p)W_2(p) = \\ &= -k_1 k_2 \frac{T_2 p + 1}{(T_1 p + 1)(T_3 p + 1)} = -k_1 k_2 \frac{T_2 p + 1}{T_1 T_3 p^2 + (T_1 + T_3)p + 1}. \end{aligned}$$

Для получения дифференциального уравнения, перейдем от изображений к оригиналам – функциям времени:

$$\begin{aligned} \frac{U_2(p)}{U_1(p)} &= -k_1 k_2 \frac{T_2 p + 1}{T_1 T_3 p^2 + (T_1 + T_3)p + 1}. \\ [T_1 T_3 p^2 + (T_1 + T_3)p + 1]U_2(p) &= -k_1 k_2 (T_2 p + 1)U_1(p), \\ T_1 T_3 \frac{d^2 u_2}{dt^2} + (T_1 + T_3) \frac{du_2}{dt} + u_2 &= -k_1 k_2 T_2 \frac{du_1}{dt} - k_1 k_2 u_1. \end{aligned}$$

## 2. ЗАДАЧА № 2

На рис. 3 представлена структурная схема системы автоматического регулирования скорости электродвигателя. Исследовать эту систему на устойчивость по критерию Гурвица. Параметры звеньев системы приведены в табл. 1.

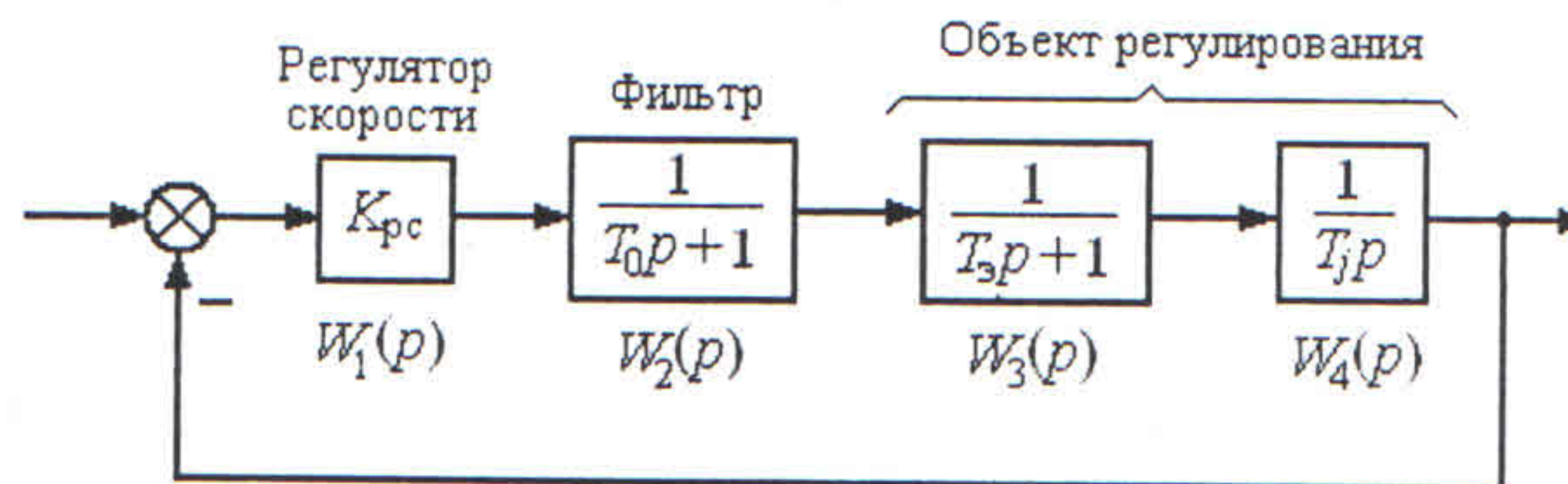


Рис. 3. Структурная схема системы регулирования скорости

Таблица 1. Исходные данные

| № вар. | $K_{pc}$ | $T_0, c$ | $T_3, c$ | $T_j, c$ |
|--------|----------|----------|----------|----------|
| 1      | 2        | 0,005    | 0,02     | 0,1      |



Решение. Запишем передаточную функцию  $W(p)$  разомкнутой системы:

$$W(p) = \frac{K_{pc}}{(T_0 p + 1)(T_3 p + 1)T_j p} = \frac{K_{pc}}{T_0 T_3 T_j p^3 + (T_0 + T_3)T_j p^2 + T_j p}.$$

Передаточная функция  $\Phi(p)$  замкнутой системы:

$$\begin{aligned}\Phi(p) &= \frac{W(p)}{1 + W(p)} = \frac{\frac{K_{pc}}{T_0 T_3 T_j p^3 + (T_0 + T_3)T_j p^2 + T_j p}}{1 + \frac{K_{pc}}{T_0 T_3 T_j p^3 + (T_0 + T_3)T_j p^2 + T_j p}} = \\ &= \frac{K_{pc}}{T_0 T_3 T_j p^3 + (T_0 + T_3)T_j p^2 + T_j p + K_{pc}}.\end{aligned}$$

Знаменатель передаточной функции  $\Phi(p)$  представляет собой характеристический полином. Для данной системы получили полином третьей степени:

$$a_0 p^3 + a_1 p^2 + a_2 p + a_3,$$

где  $a_0 = T_0 T_3 T_j = 0,005 \cdot 0,02 \cdot 0,1 = 10^{-5} > 0$ ;

$a_1 = (T_0 + T_3)T_j = (0,005 + 0,02) \cdot 0,1 = 0,0025 > 0$ ;

$a_2 = T_j = 0,1 > 0$ ;

$a_3 = K_{pc} = 2 > 0$ .

Составим из коэффициентов  $a_i$  определитель  $\Delta_2$  Гурвица второго порядка и вычислим его значение:

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} a_1 & a_3 \\ a_0 & a_2 \end{vmatrix} = a_1 a_2 - a_0 a_3 = 0,0025 \cdot 0,1 - 10^{-5} \cdot 2 = 2,3 \cdot 10^{-4} > 0.$$

Так как все коэффициенты  $a_i$  и определитель  $\Delta_2$  положительны, то система является устойчивой.

### 3. ЗАДАЧА № 3

Определите запасы устойчивости системы из задачи № 2. Определите коэффициент усиления регулятора скорости, при котором система находится на границе устойчивости.

Решение. Задачу решим с помощью логарифмических амплитудных и фазовых характеристик (ЛАЧХ и ЛФЧХ).



Построим асимптотические ЛАЧХ  $L_i(\omega)$  и ЛФЧХ  $\varphi_i(\omega)$  каждого звена системы (см. рис. 4).

- Звено  $W_1(p)$  – пропорциональное.

$L_1(\omega)$  – горизонтальная прямая, поднятая над осью частот на величину

$$\Delta L_1 = 20 \lg K_{pc} = 20 \lg 2 \approx 6 \text{ дБ.}$$

Частота среза отсутствует.  $\varphi_1(\omega) = 0$ .

- Звено  $W_2(p)$  – апериодическое.

$L_2(\omega)$  – ломаная прямая с частотой среза  $\omega_{cp2} = 1/T_0 = 1/0,005 = 200 \text{ рад/с.}$

$$\varphi_2(\omega) = -\arctg(\omega T_0) = -\arctg(0,005\omega).$$

- Звено  $W_3(p)$  – апериодическое.

$L_3(\omega)$  – ломаная прямая с частотой среза  $\omega_{cp3} = 1/T_3 = 1/0,02 = 50 \text{ рад/с.}$

$$\varphi_3(\omega) = -\arctg(\omega T_3) = -\arctg(0,02\omega).$$

- Звено  $W_4(p)$  – интегрирующее.

$L_4(\omega)$  – наклонная прямая с частотой среза  $\omega_{cp4} = 1/T_j = 1/0,1 = 10 \text{ рад/с.}$

$$\varphi_4(\omega) = -90^\circ.$$

Асимптотическую ЛАЧХ  $L_\Sigma(\omega)$  разомкнутой системы получим графическим суммированием ЛАЧХ  $L_1, L_2, L_3, L_4$  (см. рис. 4).

ЛФЧХ  $\varphi_\Sigma(\omega)$  разомкнутой системы построим по точкам (см. рис. 4 и табл. 2), согласно формуле

$$\varphi_\Sigma(\omega) = \varphi_1(\omega) + \varphi_2(\omega) + \varphi_3(\omega) + \varphi_4(\omega) = \underline{-\arctg(0,005\omega) - \arctg(0,02\omega) - 90^\circ}.$$

Таблица 2. Расчетные данные для  $\varphi_\Sigma(\omega)$

| $\omega$ ,<br>рад/с                | 1   | 2   | 4   | 10   | 20   | 40   | 100  | 200  | 400  | 1000 |
|------------------------------------|-----|-----|-----|------|------|------|------|------|------|------|
| $\varphi_\Sigma(\omega)$ ,<br>град | -91 | -93 | -96 | -104 | -118 | -140 | -180 | -211 | -236 | -256 |

По рис. 4 определяем частоту среза  $\omega_{cp}$  разомкнутой системы и частоту  $\omega_\pi$ , на которой ЛФЧХ принимает значение  $-180^\circ$ :

$$\omega_{cp} = 20 \text{ рад/с; } \omega_\pi = 100 \text{ рад/с.}$$

Так как  $\varphi_\Sigma(\omega_{cp}) = -118^\circ > -180^\circ$  и  $L_\Sigma(\omega_\pi) = -20 \text{ дБ} < 0$ , то система устойчива.

Находим запасы устойчивости по фазе и амплитуде:

$$\Delta\varphi = 180^\circ + \varphi_\Sigma(\omega_{cp}) = 180^\circ - 118^\circ = \underline{62^\circ},$$



$$\Delta L = -L_{\Sigma}(\omega_{\pi}) = 20 \text{ дБ.}$$

Находим граничный коэффициент регулятора скорости:

$$K_{\text{рс.гр}} = K_{\text{рс}} \cdot 10^{\frac{\Delta L}{20}} = 2 \cdot 10^{\frac{20}{20}} = 20.$$

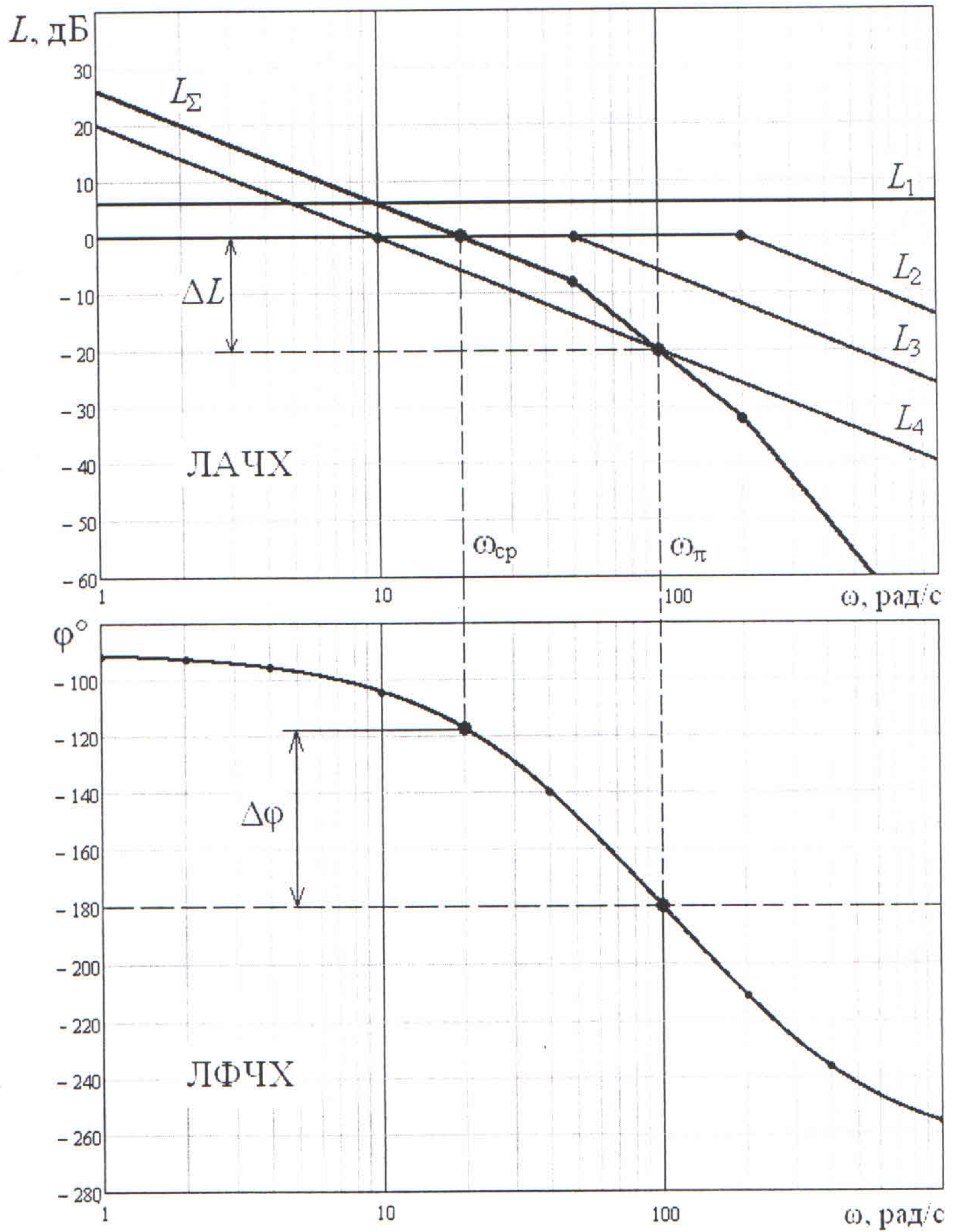


Рис. 4. Логарифмические частотные характеристики



#### 4. ЗАДАЧА № 4

Дана структурная схема системы автоматического регулирования положения (рис. 5). Определите значения установившихся ошибок при отработке программы перемещения механизма, графически показанной на рис. 6, с учетом возмущающего воздействия  $f$ . Все переменные системы выражены в относительных единицах. Параметры системы заданы в табл. 3.



Рис. 5. Структурная схема системы регулирования положения

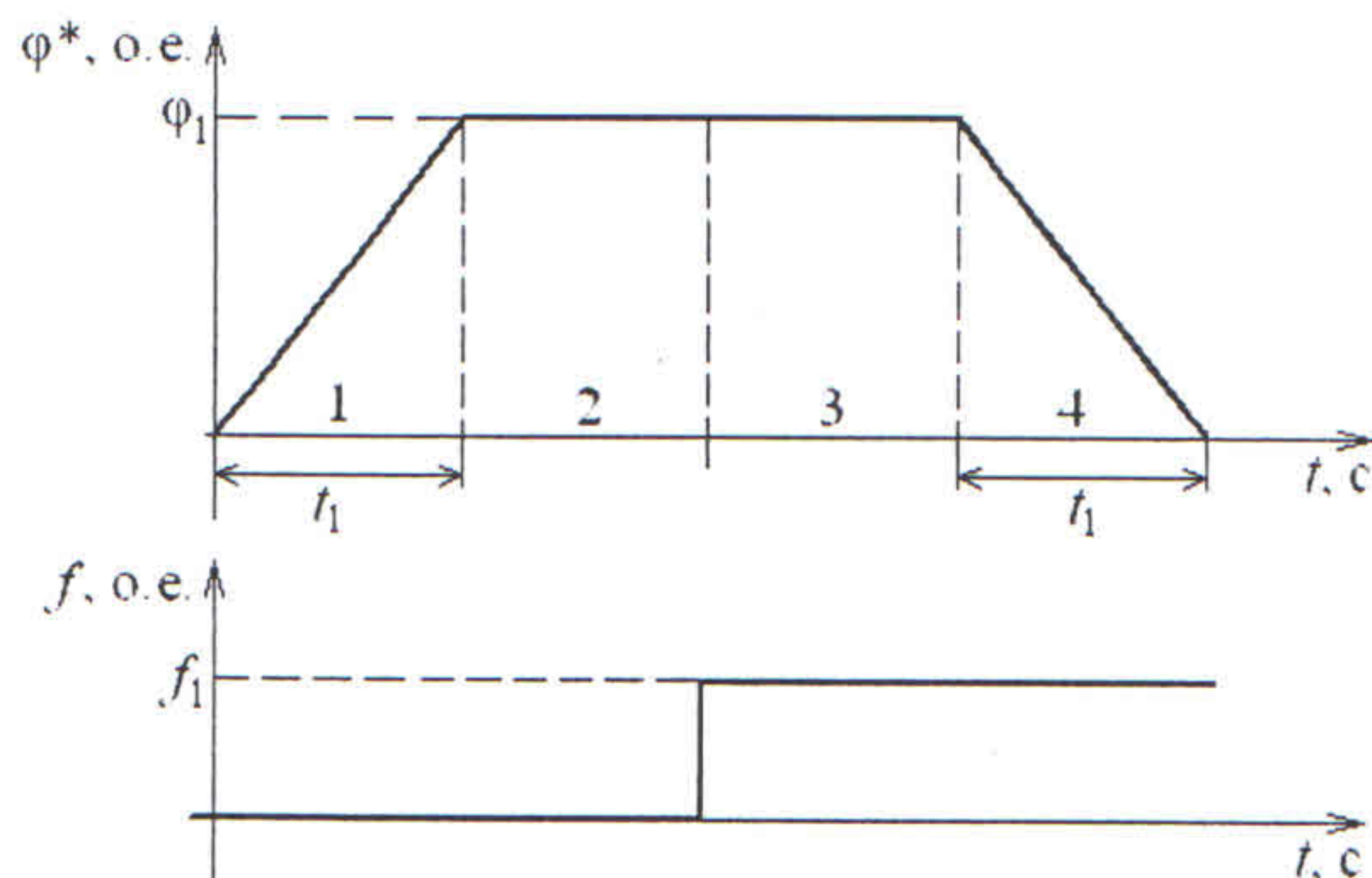


Рис. 6. Программа работы системы регулирования положения

Таблица 3. Исходные данные

| № вар. | $K_{rp}$ | $T_M, c$ | $\gamma$ | $\varphi_1, \text{о.е.}$ | $t_1, c$ | $f_1, \text{о.е.}$ |
|--------|----------|----------|----------|--------------------------|----------|--------------------|
| 1      | 2        | 0,05     | 0,7      | 2                        | 2,5      | 0,15               |

*Решение.* Задачу решим с помощью метода коэффициентов ошибок.

Запишем передаточную функцию  $G_\varphi(p)$  системы относительно ошибки по задающему воздействию:



$$G_{\varphi}(p) = \frac{1}{1 + \frac{5K_{\text{рп}}}{p(T_{\text{м}}^2 p^2 + 2\gamma T_{\text{м}} p + 1)}} = \frac{p(T_{\text{м}}^2 p^2 + 2\gamma T_{\text{м}} p + 1)}{p(T_{\text{м}}^2 p^2 + 2\gamma T_{\text{м}} p + 1) + 5K_{\text{рп}}};$$

и передаточную функцию  $G_f(p)$  системы относительно ошибки по возмущающему воздействию:

$$G_f(p) = \frac{5}{p} \cdot G_{\varphi}(p) = \frac{5}{p} \cdot \frac{p(T_{\text{м}}^2 p^2 + 2\gamma T_{\text{м}} p + 1)}{p(T_{\text{м}}^2 p^2 + 2\gamma T_{\text{м}} p + 1) + 5K_{\text{рп}}} = \frac{5(T_{\text{м}}^2 p^2 + 2\gamma T_{\text{м}} p + 1)}{p(T_{\text{м}}^2 p^2 + 2\gamma T_{\text{м}} p + 1) + 5K_{\text{рп}}}.$$

Задающее воздействие может иметь и нулевой, и первый порядок. Возмущающее воздействие имеет нулевой порядок (см. рис. 6). Следовательно, необходимо найти два коэффициента ( $C_{\varphi 0}$  и  $C_{\varphi 1}$ ) ошибки по задающему воздействию и один коэффициент ошибки по возмущающему воздействию:

$$C_{\varphi 0} = G_{\varphi}(0) = 0;$$

$$C_{\varphi 1} = \left( \frac{dG_{\varphi}(p)}{dp} \right)_{p=0} = \lim_{p \rightarrow 0} \frac{G_{\varphi}(p)}{p} = \lim_{p \rightarrow 0} \frac{p(T_{\text{м}}^2 p^2 + 2\gamma T_{\text{м}} p + 1)}{p^2(T_{\text{м}}^2 p^2 + 2\gamma T_{\text{м}} p + 1) + 5K_{\text{рп}}} = \frac{1}{5K_{\text{рп}}} = \frac{1}{5 \cdot 2} = 0,1 \text{ с}$$

(при вычислении  $C_{\varphi 1}$  было использовано правило Лопиталя);

$$C_{f0} = G_f(0) = 1/K_{\text{рп}} = 1/2 = 0,5.$$

По полученным значениям коэффициентов ошибки делаем вывод о том, что система имеет первый порядок астатизма по задающему воздействию и нулевой порядок астатизма по возмущающему воздействию.

Общая формула для нахождения установившейся ошибки с учетом обоих воздействий при  $C_{\varphi 0} = 0$  имеет вид:

$$\Delta\varphi_{\text{уст}} = C_{\varphi 1} \frac{d\varphi^*(t)}{dt} + C_{f0} f(t).$$

Вычислим установившуюся ошибку на каждом участке цикла (см. рис. 7):

$$\text{Участок 1: } \Delta\varphi_{\text{уст1}} = C_{\varphi 1} \cdot \frac{\varphi_1}{t_1} + C_{f0} \cdot 0 = 0,1 \cdot \frac{2}{2,5} = 0,08 \text{ о.е.}$$

$$\text{Участок 2: } \Delta\varphi_{\text{уст2}} = C_{\varphi 1} \cdot 0 + C_{f0} \cdot 0 = 0.$$

$$\text{Участок 3: } \Delta\varphi_{\text{уст3}} = C_{\varphi 1} \cdot 0 + C_{f0} \cdot f_1 = 0,5 \cdot 0,15 = 0,075 \text{ о.е.}$$

$$\text{Участок 4: } \Delta\varphi_{\text{уст4}} = C_{\varphi 1} \cdot \left( -\frac{\varphi_1}{t_1} \right) + C_{f0} \cdot f_1 = -0,1 \cdot \frac{2}{2,5} + 0,5 \cdot 0,15 = -0,005 \text{ о.е.}$$



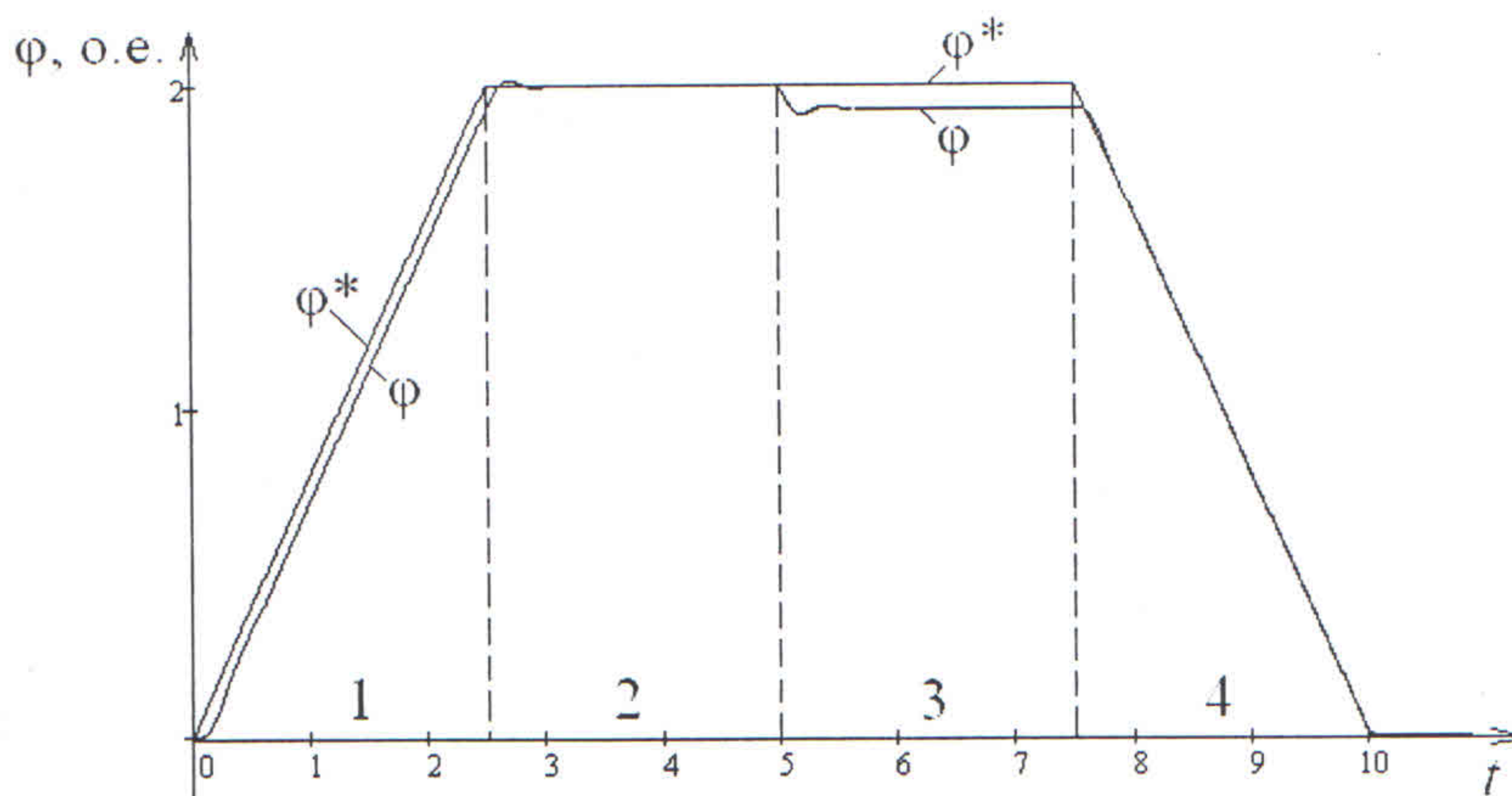


Рис. 7. Заданное  $\varphi^*$  и действительное  $\varphi$  значения перемещений

### 5. ЗАДАЧА № 5

Составьте структурную схему объекта управления по его дифференциальным уравнениям. Объектом управления является электропривод валка прокатного стана (рис. 8).

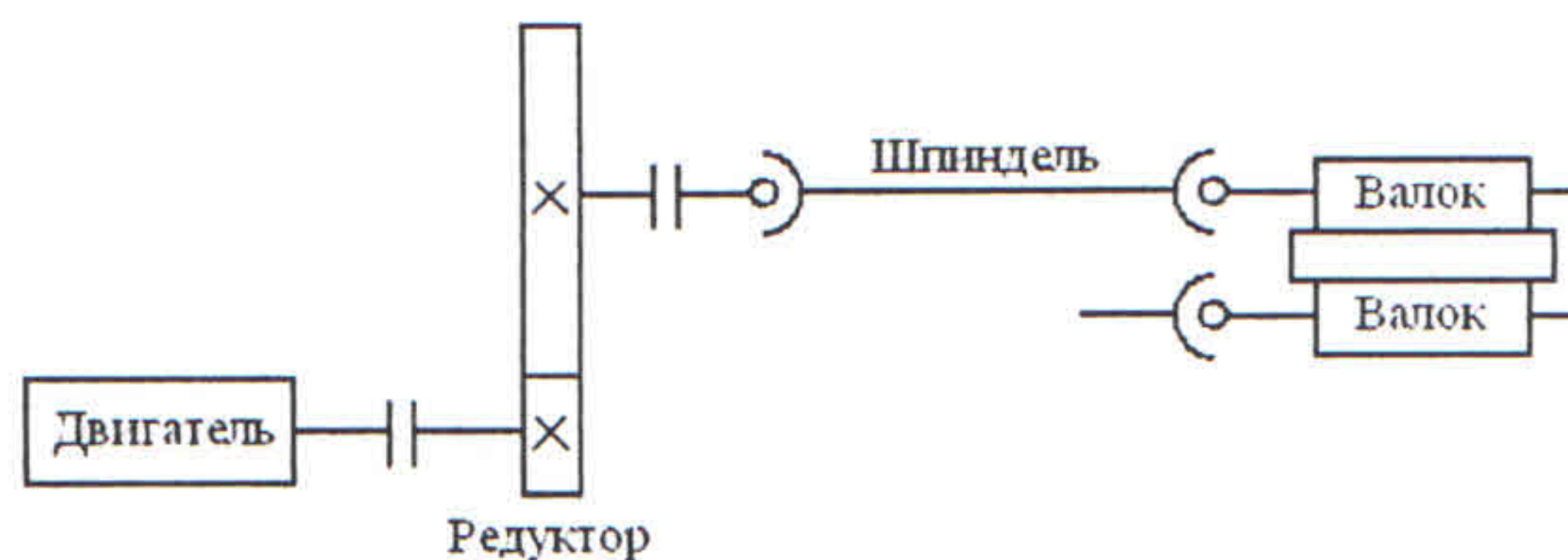


Рис. 8. Кинематическая схема электропривода валка прокатного стана

Переменными объекта управления являются:

$M$  – момент двигателя;

$M_y$  – упругий момент шпинделя;

$\omega$  – угловая скорость двигателя;

$\omega_v$  – угловая скорость валка;

$M_c$  – момент сопротивления на валке (момент прокатки).

Постоянными параметрами объекта управления являются:



$J_d$  – момент инерции ротора двигателя;

$J_b$  – момент инерции валка;

$i_p$  – передаточное число редуктора;

$c$  – коэффициент жесткости шпинделя.

Объект управления описывается следующими уравнениями.

$$M(t) - \frac{M_y(t)}{i_p} = J_d \frac{d\omega(t)}{dt};$$

$$c \left[ \frac{\omega(t)}{i_p} - \omega_b(t) \right] = \frac{dM_y(t)}{dt};$$

$$M_y(t) - M_c(t) = J_b \frac{d\omega_b(t)}{dt}.$$

Внешними воздействиями на объект управления являются момент двигателя (управляющее воздействие) и момент прокатки (возмущающее воздействие). Главной управляемой величиной является угловая скорость валка. Ее следует показать на выходе структурной схемы.

После составления структурной схемы найдите передаточную функцию объекта управления относительно входной и выходной переменных, указанных в табл. 4.

Таблица 4. Исследуемые переменные

| № вар. | Входная переменная | Выходная переменная    |
|--------|--------------------|------------------------|
| 1      | Момент двигателя   | Угловая скорость валка |

### Решение

Запишем уравнения объекта в операторной форме:

$$M(p) - \frac{M_y(p)}{i_p} = J_d p \omega(p);$$

$$c \left[ \frac{\omega(p)}{i_p} - \omega_b(p) \right] = p M_y(p);$$

$$M_y(p) - M_c(p) = J_b p \omega_b(p).$$

Из полученных уравнений в операторной форме выразим в явном виде величины  $\omega$ ,  $M_y$  и  $\omega_b$ :



$$\omega(p) = \frac{1}{J_d p} \left[ M(p) - \frac{M_y(p)}{i_p} \right];$$

$$M_y(p) = \frac{c}{p} \left[ \frac{\omega(p)}{i_p} - \omega_B(p) \right];$$

$$\omega_B(p) = \frac{1}{J_B p} [M_y(p) - M_c(p)].$$

Далее составляем структурную схему объекта – рис. 9.

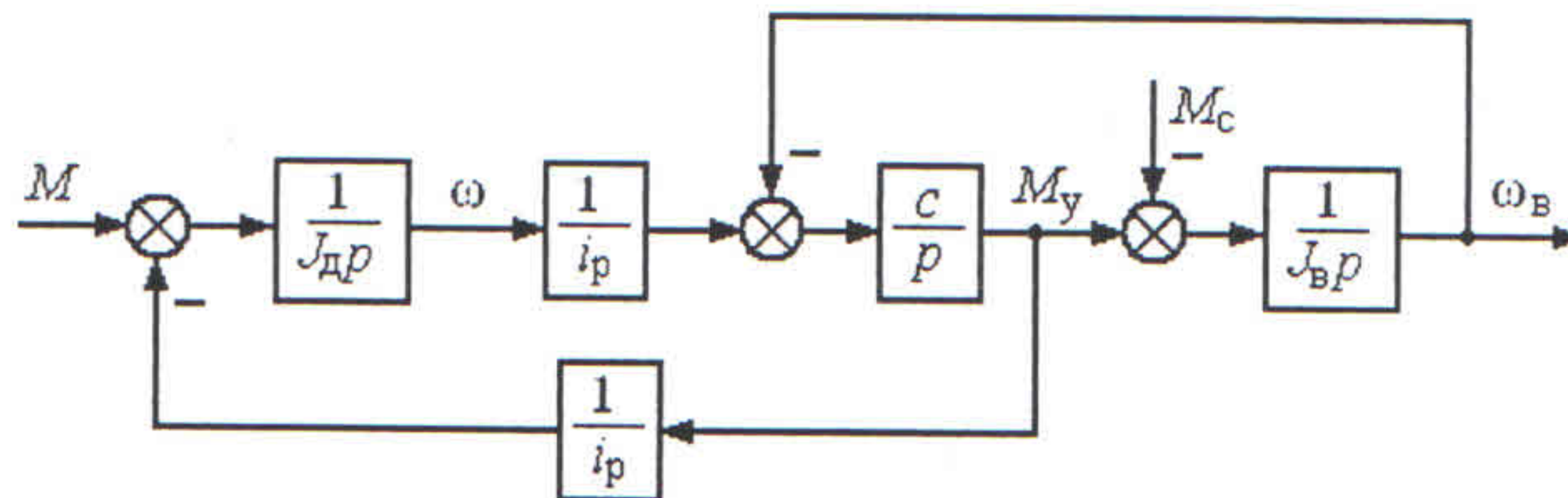


Рис. 9. Структурная схема электропривода валка прокатного стана

Для нахождения передаточной функции  $W(p) = \frac{\omega_B(p)}{M(p)}$  положим в схеме на рис.

9 момент прокатки равным нулю:  $M_c = 0$  и перенесем второй сумматор на вход схемы – см. рис. 10.

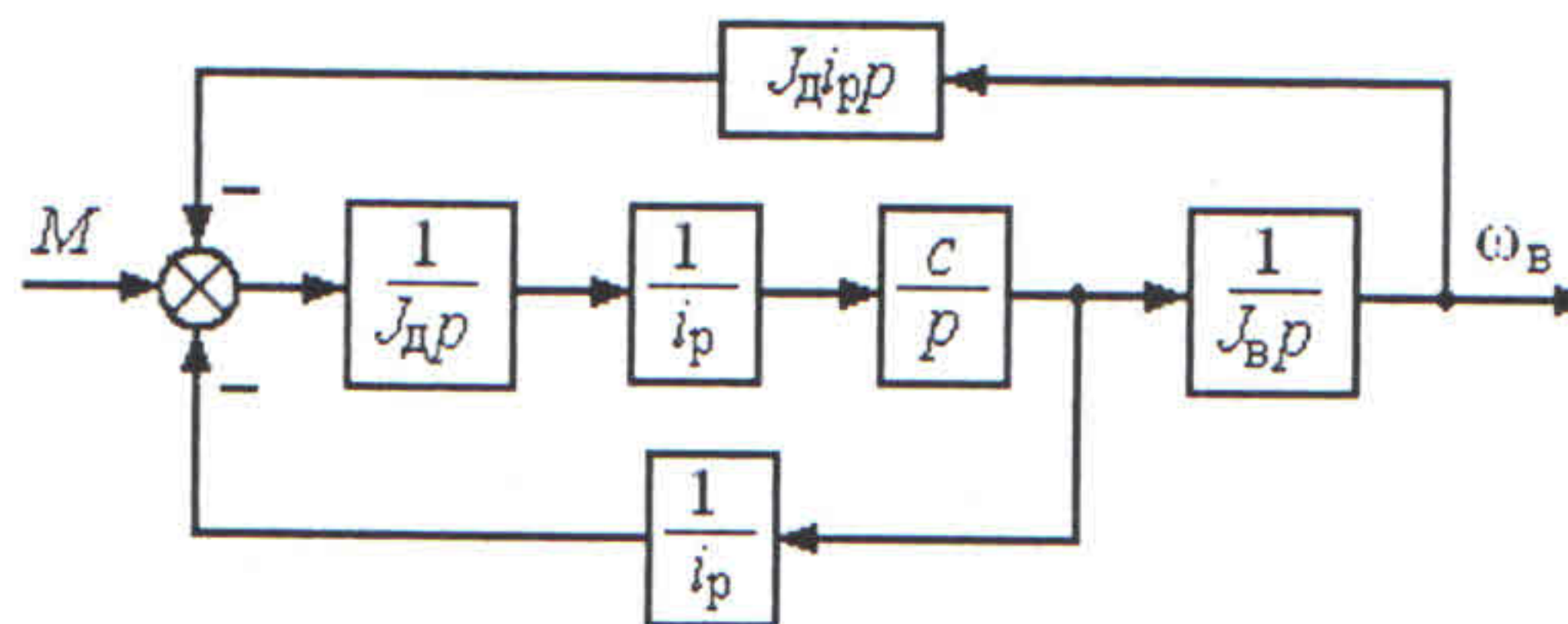


Рис. 10. Преобразованная схема относительно переменных  $M$  и  $\omega_B$

Полученная схема содержит два контура обратной связи: внутренний и внешний. Ее передаточная функция  $\Phi(p)$ :



$$\begin{aligned}
\Phi(p) &= \frac{\frac{ci_p}{J_d i_p^2 p^2 + c} \cdot \frac{1}{J_b p}}{1 + J_d i_p p \cdot \frac{ci_p}{J_d i_p^2 p^2 + c} \cdot \frac{1}{J_b p}} = \frac{ci_p}{J_b p (J_d i_p^2 p^2 + c) + c J_d i_p^2 p} = \\
&= \frac{ci_p}{p [J_d J_b i_p^2 p^2 + c (J_b + J_d i_p^2)]} = \frac{i_p}{p (J_b + J_d i_p^2) \left( \frac{J_d J_b i_p^2}{c (J_b + J_d i_p^2)} p^2 + 1 \right)} = \\
&= \frac{i_p}{p (J_b + J_d i_p^2) \left( \frac{1}{c \left( \frac{1}{J_d i_p^2} + \frac{1}{J_b} \right)} p^2 + 1 \right)}.
\end{aligned}$$

## 6. ЗАДАЧА № 6

Выполнить синтез последовательного корректирующего устройства, обеспечивающего настройку системы автоматического регулирования на модульный оптимум. Структурная схема системы показана на рис. 12. В контуре регулирования находятся два звена – неизменяемая часть системы  $W_n(p)$ , куда входит объект управления, и корректирующее устройство  $W_k(p)$ . Передаточная функция неизменяемой части системы задана в табл. 5. Для обеспечения настройки на модульный оптимум ЛАЧХ разомкнутой системы должна иметь вид, показанный на рис. 13. Корректирующее устройство должно обеспечить определенное быстродействие системы. В табл. 4 задано требуемое время достижения максимума переходной функции системы.

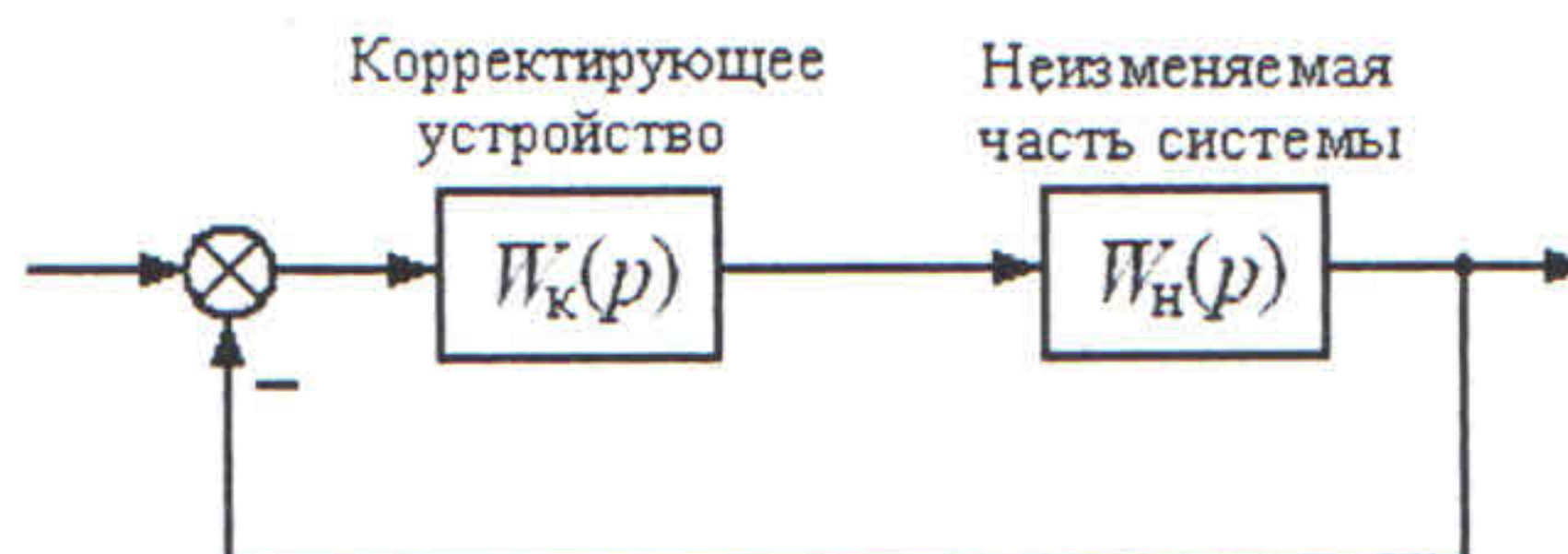


Рис. 12. Структурная схема системы регулирования с последовательным корректирующим устройством



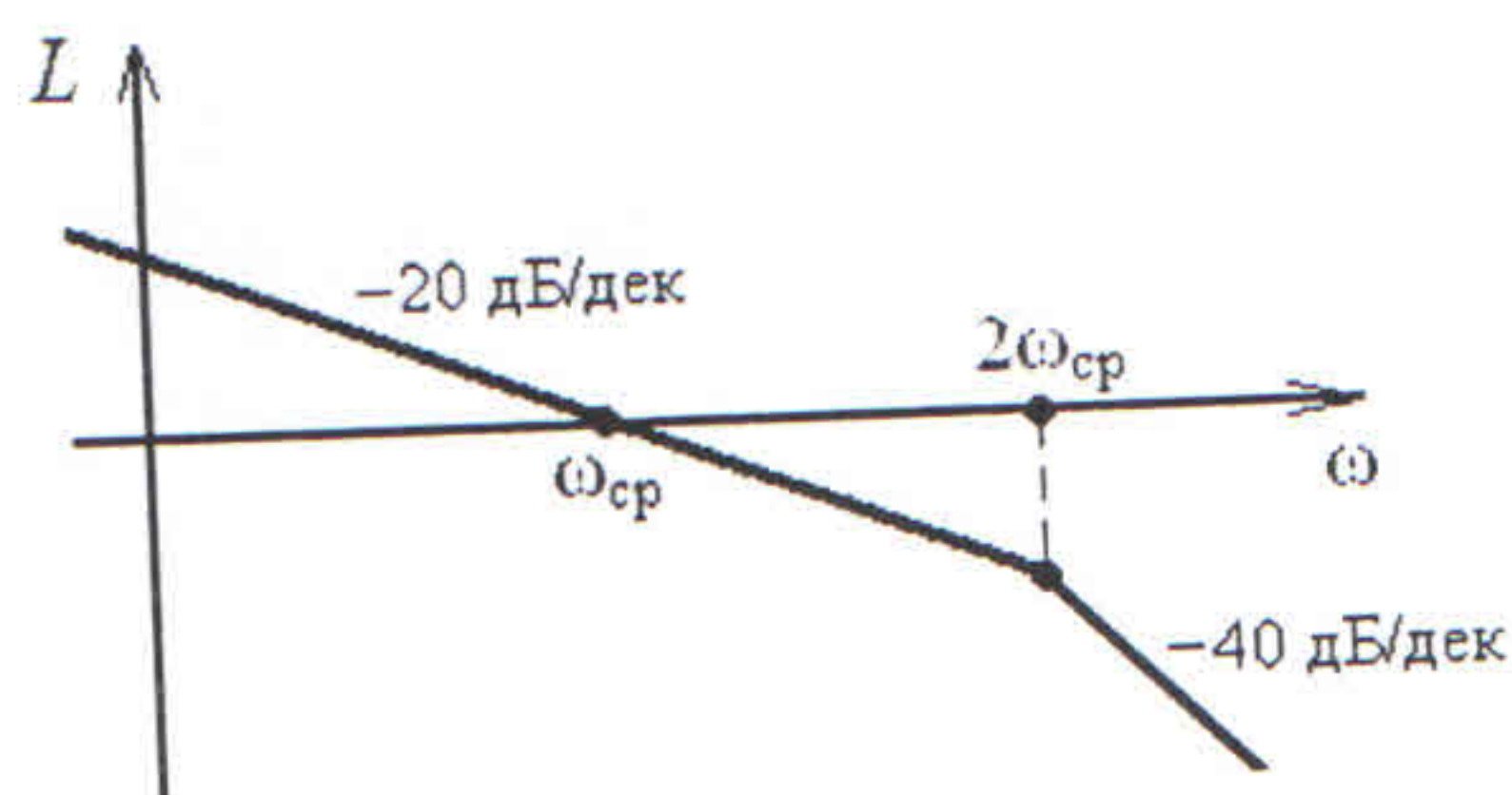


Рис. 13. ЛАЧХ разомкнутой системы при настройке на модульный оптимум

Табл. 5. Исходные данные

| № вар. | $W_n(p)$              | $t_m, \text{с}$ |
|--------|-----------------------|-----------------|
| 1      | $\frac{1}{p(1,5p+1)}$ | 0,2             |

### Решение

Построим ЛАЧХ  $L_n$  неизменяемой части системы (см. рис. 14), которая состоит из двух типовых звеньев:

- интегрирующего с постоянной времени  $T_n = 1 \text{ с}$ ;
- апериодического с постоянной времени  $T_a = 1,5 \text{ с}$ .

Для построения рассчитаем по передаточной функции  $W_n(p)$  сопрягающую частоту ЛАЧХ  $L_n$ :

$$\omega_1 = \frac{1}{T_a} = \frac{1}{1,5} = 0,67 \text{ рад/с.}$$

Построим желаемую ЛАЧХ  $L_{\text{ж}}$  разомкнутой системы (см. рис. 14). Для этого рассчитаем следующие величины:

- частота среза  $\omega_{\text{ср}}$  желаемой ЛАЧХ

$$\omega_{\text{ср}} = \frac{\pi}{t_m} = \frac{\pi}{0,2} = 15,71 \text{ рад/с;}$$

- сопрягающая частота желаемой ЛАЧХ

$$2\omega_{\text{ср}} = 2 \cdot 15,71 = 31,42 \text{ рад/с.}$$

Графически на рис. 14 строим ЛАЧХ корректирующего устройства  $L_k$  по формуле

$$L_k = L_{\text{ж}} - L_n.$$



ЛАЧХ  $L_k$  состоит из двух участков с частотами сопряжения:  $\omega_1 = 1$  рад/с и  $\omega_2 = 31,42$  рад/с, низкочастотный горизонтальный участок ЛАЧХ  $L_k$  поднят над осью частот на величину  $\Delta L_{k,нч} = 27,4$  дБ. Наклон среднечастотного участка 20 дБ/дек.

Полученная ЛАЧХ корректирующего устройства соответствует передаточной функции пропорционально-интегро-дифференцирующего звена:

$$W_k(p) = k_k \frac{T_{k,д} p + 1}{T_{k,и} p + 1},$$

$$\text{где } T_{k,д} = \frac{1}{\omega_1} = \frac{1}{0,67} = 1,5 \text{ с}; \quad T_{k,и} = \frac{1}{2\omega_{ср}} = \frac{1}{31,42} = 0,032;$$

$$k_k = 10^{\frac{\Delta L_{k,нч}}{20}} = 10^{\frac{27,4}{20}} = 23,56.$$

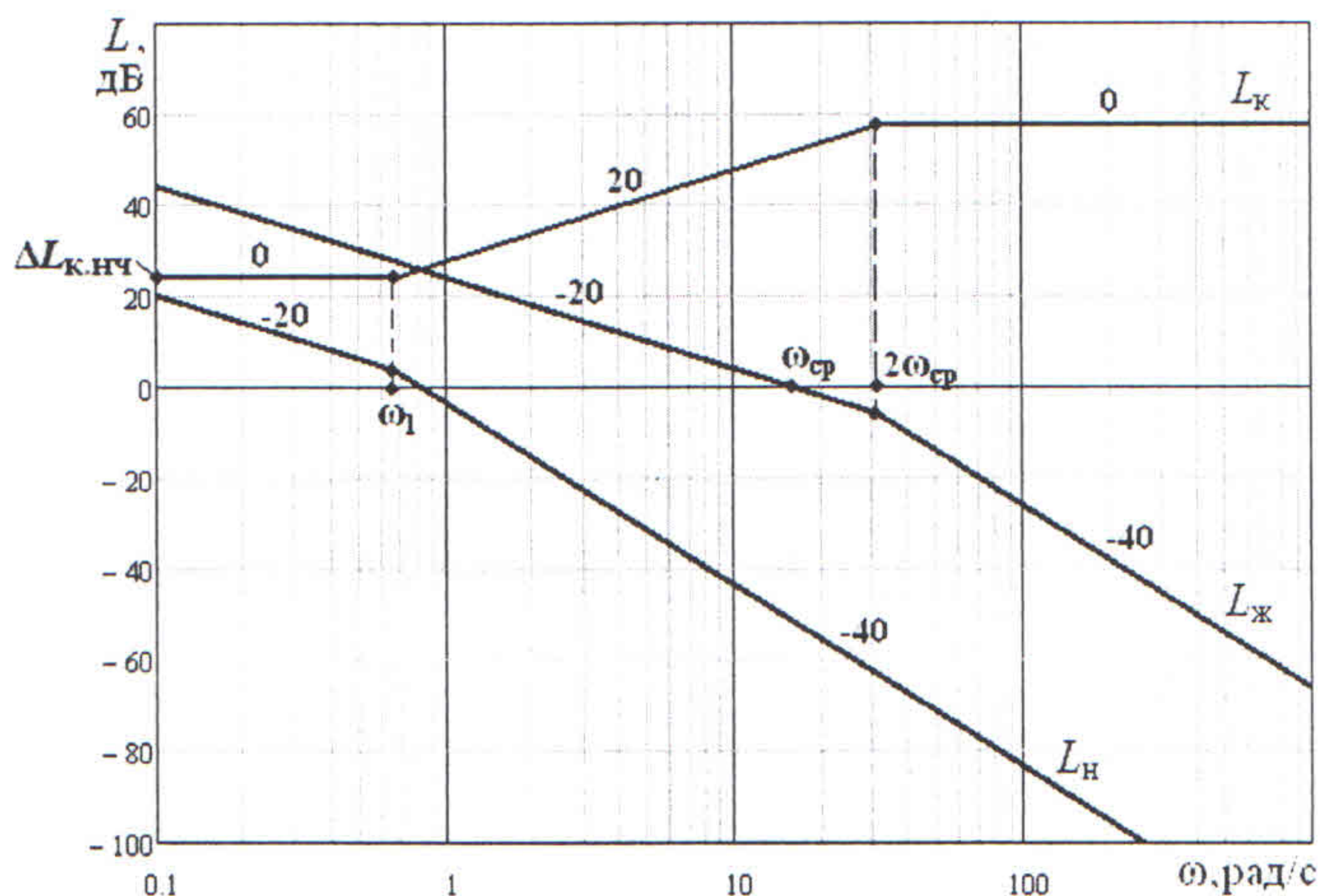


Рис. 14. Синтез корректирующего устройства методом ЛАЧХ

## 7. ЗАДАЧА № 7

Найти передаточную функцию системы с перекрестными связями путем преобразования ее структурной схемы. Схема изображена на рис. 15.

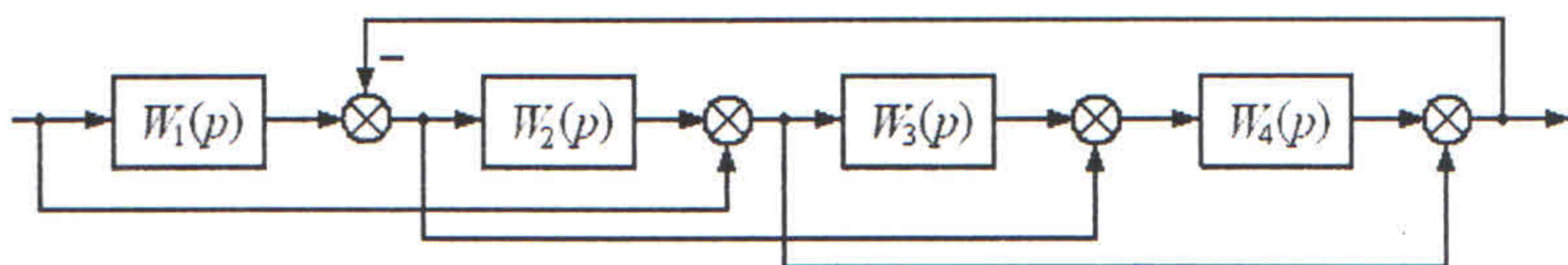


Рис. 15. Структурная схема с перекрестными связями



# Решение

Последовательность преобразований структурной схемы к простейшему виду показана на рис. 16. Преобразования включают в себя перенос сумматоров на выход схемы и сворачивание параллельных соединений звеньев в одно звено.

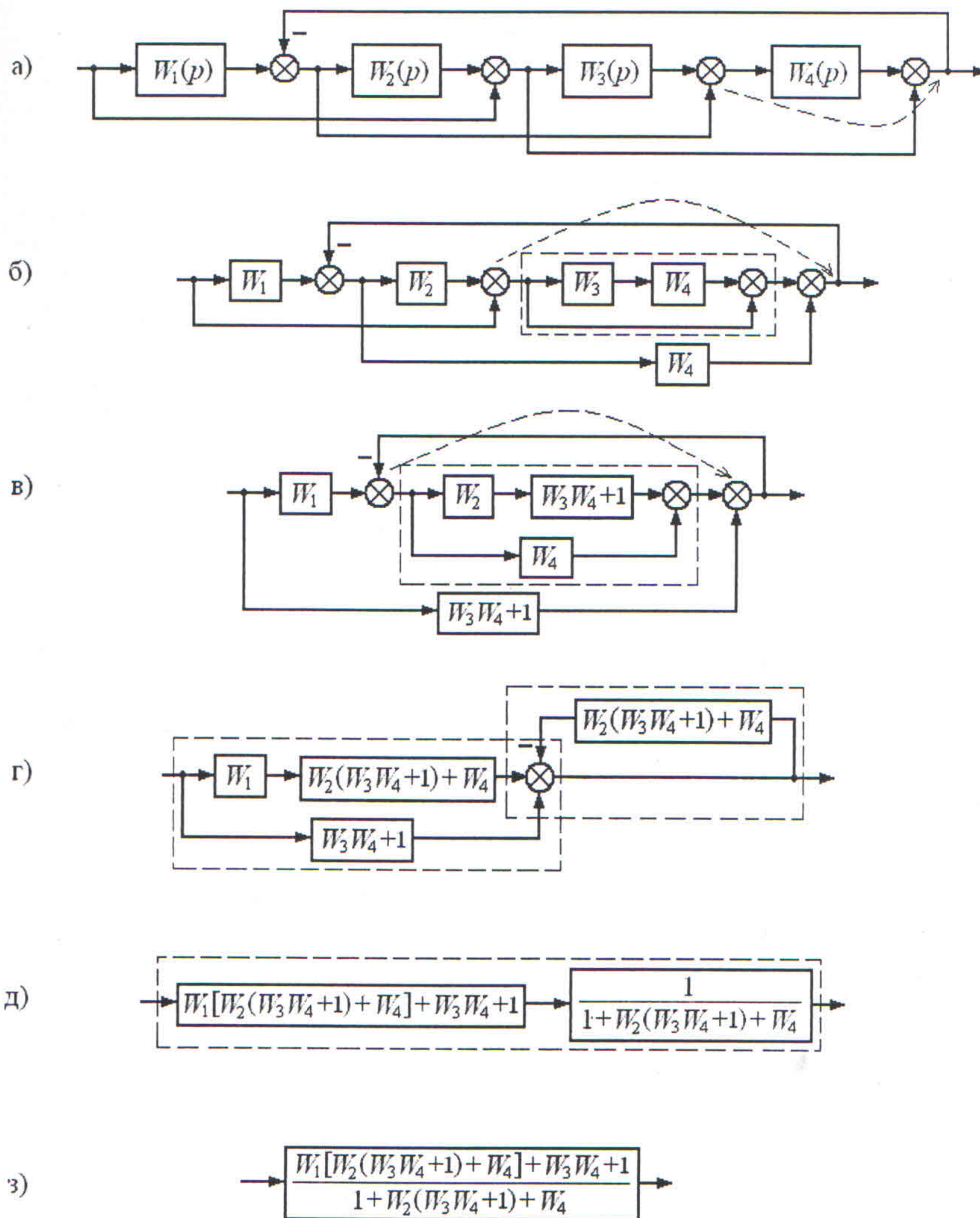


Рис. 16. Преобразования структурной схемы



## 8. ЗАДАЧА № 8

Для заданного звена

$$\frac{2}{0,8p + 1}$$

построить следующие характеристики:

- переходную функцию;
- весовую функцию;
- амплитудную частотную характеристику;
- фазовую частотную характеристику;
- амплитудно-фазовую частотную характеристику;
- логарифмическую амплитудную частотную характеристику;
- логарифмическую фазовую частотную характеристику.

*Решение*

Заданная передаточная функция соответствует апериодическому звену первого порядка (фильтр)

$$\frac{k}{Tp + 1},$$

где  $k = 2$  – коэффициент усиления;

$T = 0,8$  с – постоянная времени.

Задаваясь значениями времени  $t$  от 0 до  $5T = 5 \cdot 0,8 = 4$  с, построим переходную  $h(t)$  и весовую  $w(t)$  характеристики колебательного звена по следующим формулам:

$$h(t) = k \left( 1 - e^{-\frac{t}{T}} \right) \cdot 1(t) = 2 \cdot \left( 1 - e^{-\frac{t}{0,8}} \right) \cdot 1(t),$$

$$w(t) = \frac{k}{T} e^{-\frac{t}{T}} \cdot 1(t) = \frac{2}{0,8} e^{-\frac{t}{0,8}} \cdot 1(t) = 2,5 e^{-\frac{t}{0,8}} \cdot 1(t).$$

Так, при  $t = +0$

$$h(+0) = 2 \cdot \left( 1 - e^{-\frac{0}{0,8}} \right) \cdot 1(+0) = 2 \cdot (1 - 1) \cdot 1 = 0,$$

$$w(+0) = 2,5 e^{-\frac{0}{0,8}} \cdot 1(+0) = 2,5 \cdot 1 \cdot 1 = 2,5.$$



Значения характеристик  $h(t)$  и  $w(t)$  при других значениях времени  $t$  рассчитываются аналогично. Расчетные данные для построения графиков  $h(t)$  и  $w(t)$  сведены в табл. 6. Графики  $h(t)$  и  $w(t)$  показаны на рис. 17 и 18.

Таблица 6. Расчетные данные для  $h(t)$  и  $w(t)$

| $t, c$ | +0   | 0,5  | 1    | 1,5  | 2    | 2,5  | 3    | 3,5  | 4     |
|--------|------|------|------|------|------|------|------|------|-------|
| $h(t)$ | 0    | 0,93 | 1,43 | 1,69 | 1,84 | 1,91 | 1,95 | 1,97 | 1,99  |
| $w(t)$ | 1,25 | 1,34 | 0,72 | 0,38 | 0,21 | 0,11 | 0,06 | 0,03 | 0,017 |

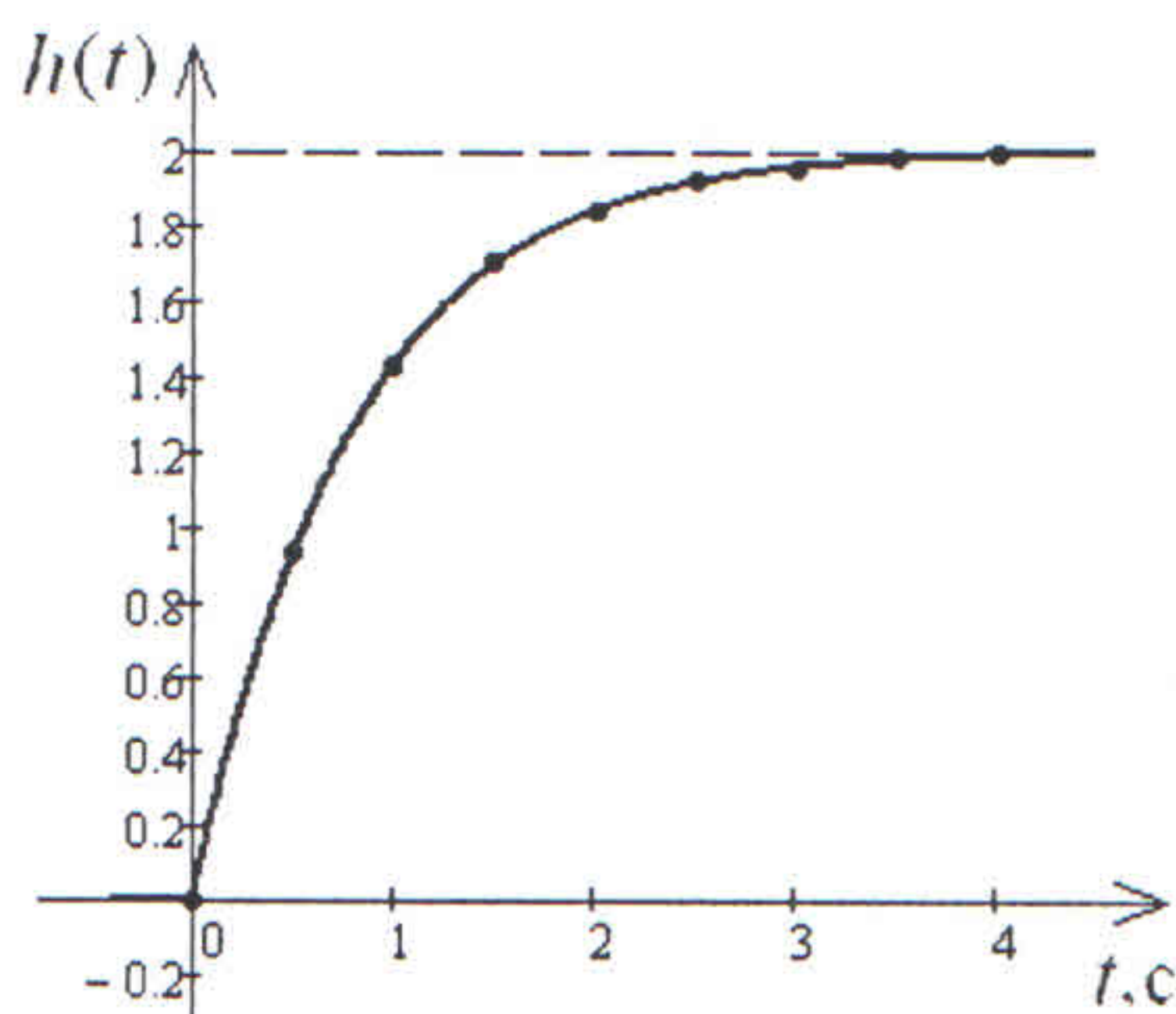


Рис. 17. Переходная функция

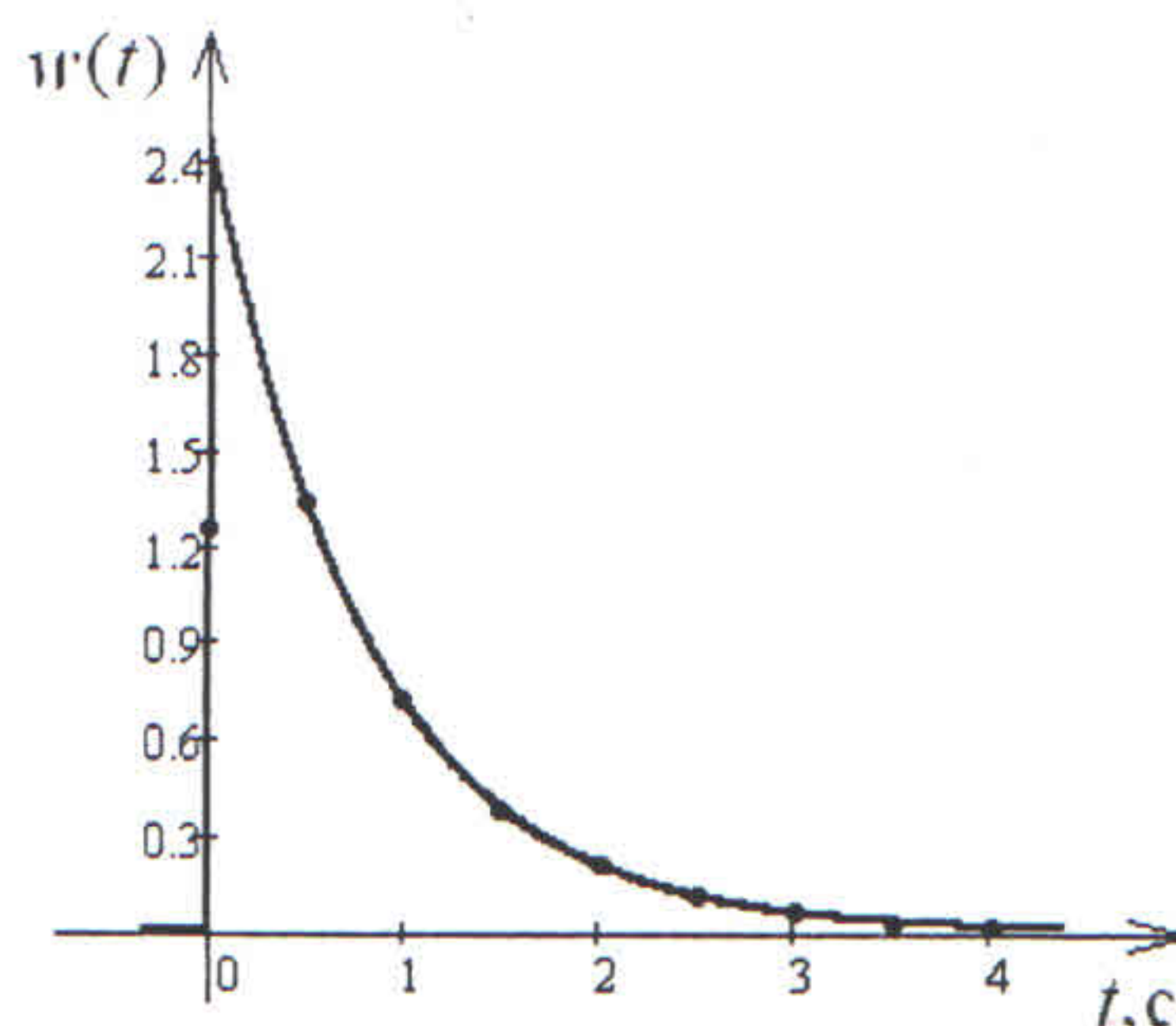


Рис. 18. Весовая функция

Амплитудная  $A(\omega)$ , фазовая  $\varphi(\omega)$  и логарифмическая амплитудная  $L(\omega)$  характеристики колебательного звена описываются следующими формулами

$$A(\omega) = \frac{k}{\sqrt{1 + \omega^2 T^2}} = \frac{2}{\sqrt{1 + 0,64\omega^2}};$$

$$\varphi(\omega) = -\arctg(\omega T) = -\arctg(0,8\omega);$$

$$L(\omega) = 20\lg A(\omega).$$



При  $\omega = 0$

$$A(0) = \frac{2}{\sqrt{1 + 0,64 \cdot 0^2}} = 2;$$

$$\varphi(\omega) = -\arctg(0,8 \cdot 0) = 0^\circ;$$

$$L(0) = 20\lg A(0) = 20\lg 2 = 6,02 \text{ дБ.}$$

Результаты расчетов частотных характеристик  $A(\omega)$ ,  $\varphi(\omega)$  и  $L(\omega)$  при частотах  $\omega$  от 0 до 100 рад/с представлены в табл. 7. По расчетным данным построены все указанные в задании частотные характеристики (см. рис. 19 – 23).

Таблица 7. Расчетные данные для  $A(\omega)$ ,  $\varphi(\omega)$  и  $L(\omega)$

| $\omega$ ,<br>рад/с         | 0         | 0,01 | 0,1 | 0,5  | 1    | 2    | 3    | 4    | 5    | 8    | 10   | 20   | 50   | 100   |
|-----------------------------|-----------|------|-----|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|-------|
| $\lg \omega$                | $-\infty$ | -2   | -1  | -0,3 | 0    | 0,3  | 0,48 | 0,6  | 0,7  | 0,9  | 1    | 1,3  | 1,7  | 2     |
| $A(\omega)$                 | 2         | 2    | 2   | 1,86 | 1,56 | 1,06 | 0,77 | 0,6  | 0,49 | 0,31 | 0,25 | 0,12 | 0,05 | 0,025 |
| $\varphi(\omega)$ ,<br>град | 0         | -0,5 | -5  | -22  | -39  | -58  | -67  | -73  | -76  | -81  | -83  | -86  | -89  | -89   |
| $L(\omega)$                 | 6,02      | 6,02 | 6   | 5,4  | 3,9  | 0,5  | -2,3 | -4,5 | -6,3 | -10  | -12  | -18  | -26  | -32   |

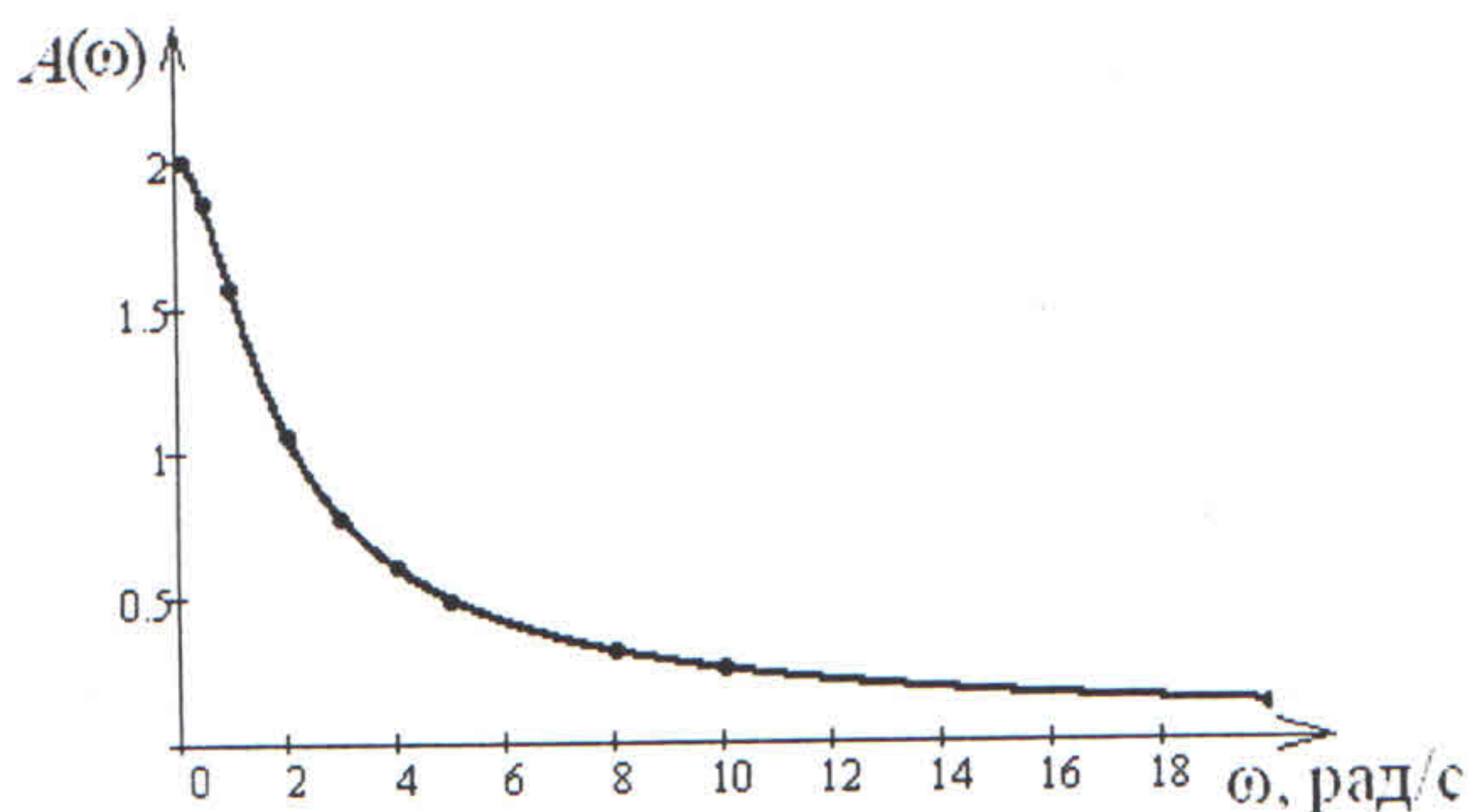


Рис. 19. Амплитудная частотная характеристика



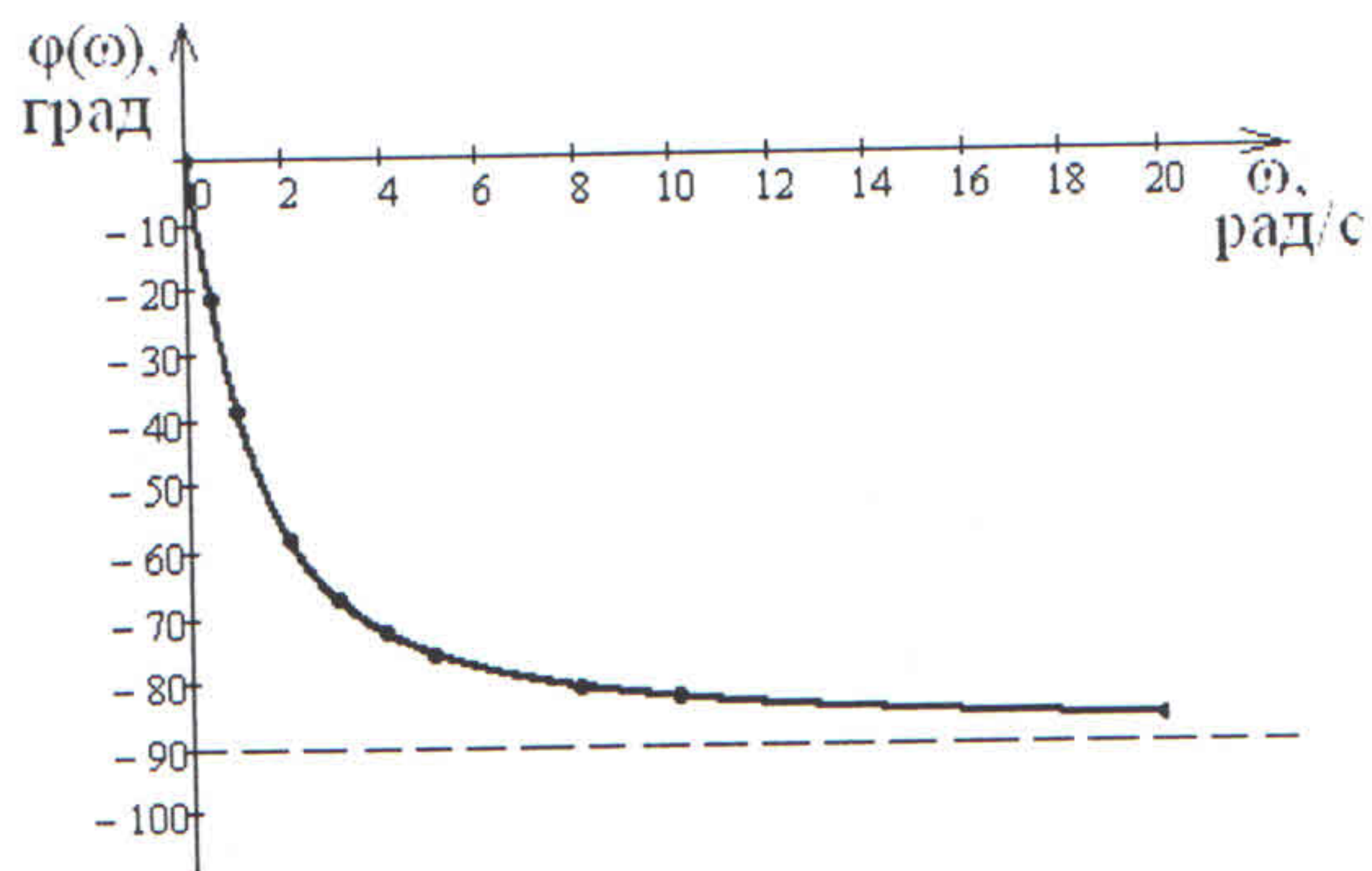


Рис. 20. Фазовая частотная характеристика

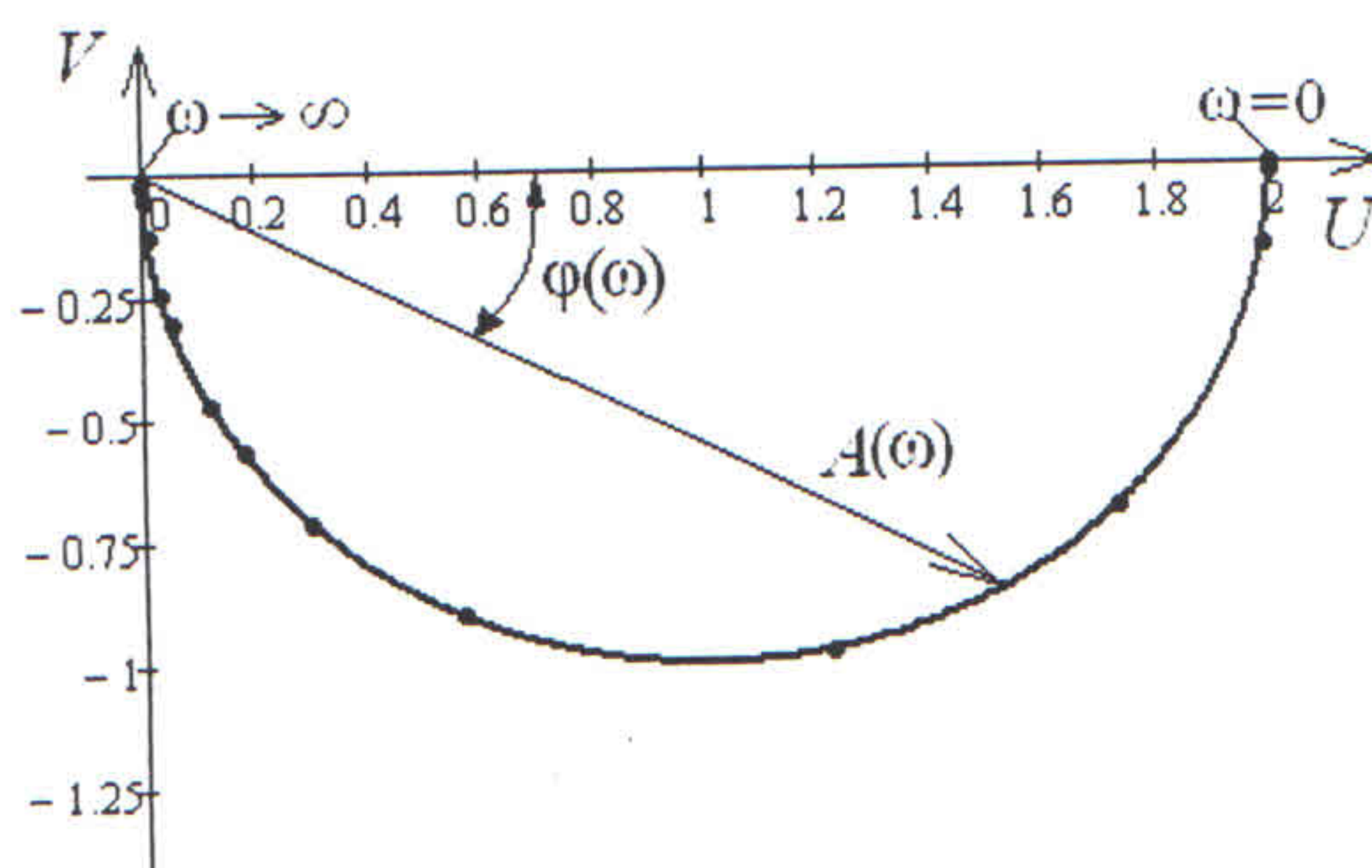


Рис. 21. Амплитудно-фазовая частотная характеристика

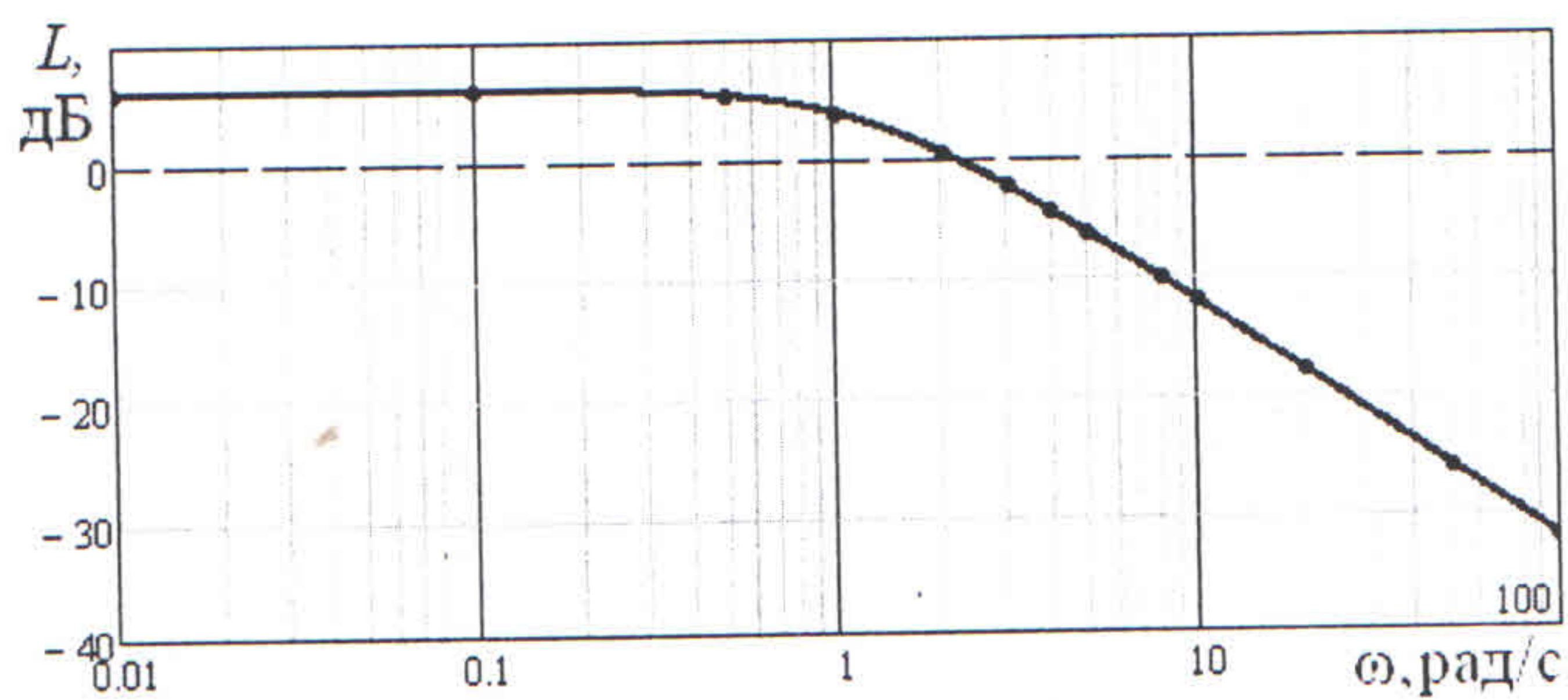


Рис. 22. ЛАЧХ



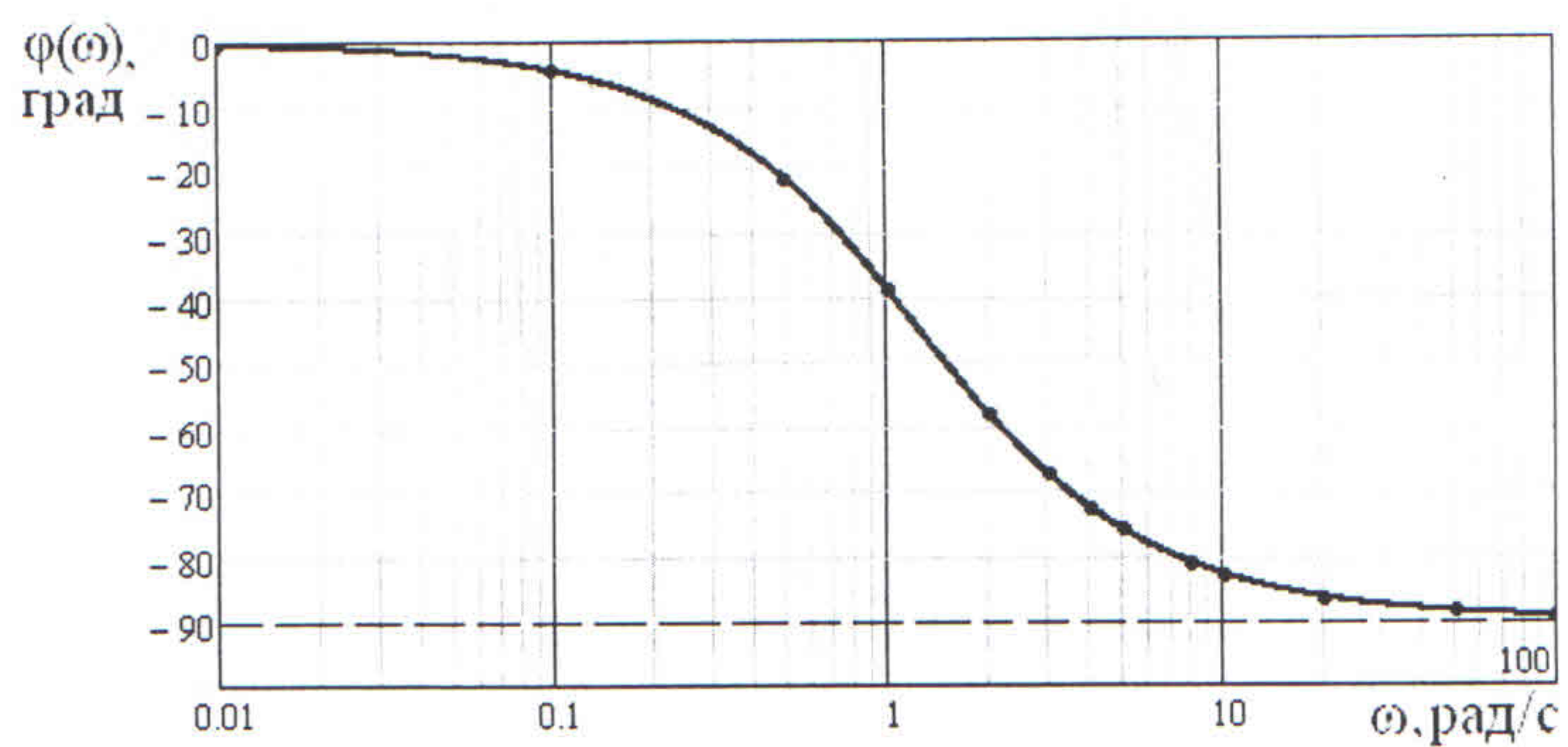


Рис. 23. ЛФЧХ

### СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Бесекерский В.А., Попов Е.П. Теория систем автоматического регулирования. – М.: Наука, 1975. – 767 с.