

Контрольные задания и методические указания
по выполнению курсовой работы по дисциплине
«Цифровая обработка сигналов»

для студентов-бакалавров 2 курса
направления подготовки 210700у
«Инфокоммуникационные технологии и системы связи»,
профиля подготовки
«Сети связи и системы коммутации»

Разработала к.т.н., доцент Иванова В.Г.

2012 г.

Оглавление

1. Методическое письмо. Содержание курсовой работы и рекомендации по ее выполнению
2. Задание №1. Моделирование процесса дискретизации аналогового сигнала и восстановления аналогового сигнала из дискретного. Наблюдение эффектов размножения и наложения спектров
3. Методические указания по выполнению задания №1
4. Пример выполнения задания №1
5. Задание №2. Определение системной функции, комплексного коэффициента передачи, АЧХ и ФЧХ цифрового фильтра
6. Примеры выполнения задания №2
7. Задание №3. Синтез нерекурсивного цифрового ФНЧ с линейной ФЧХ и гауссовской АЧХ методом ряда Фурье. Моделирование фильтра при действии на его входе полезного сигнала и помехи
8. Методические указания по выполнению задания №3
9. Пример выполнения задания №3
 - Приложение А. Программа моделирования процесса дискретизации аналогового сигнала и восстановления аналогового сигнала из дискретного
 - Приложение Б. Программа расчета АЧХ и ФЧХ
 - Приложение В. Программа синтеза нерекурсивного цифрового гауссовского ФНЧ
 - Приложение Г. Программа моделирования цифрового ФНЧ при действии на его входе сигнала и помехи

1. Методическое письмо. Содержание курсовой работы и рекомендации по ее выполнению

Материал курсовой работы охватывает два важных раздела курса «Цифровая обработка сигналов»:

- Дискретизация непрерывных сигналов,
- Цифровые фильтры.

По первому разделу выполняется задание №1, а по второму – задания №2 и №3.

У каждого задания имеется 10 вариантов. Студент выполняет вариант, соответствующий последней цифре номера его зачетной книжки.

Перед выполнением задания №1 рекомендуется изучить в конспекте лекций в разделе «Дискретизация непрерывных сигналов» параграфы:

1.1. Спектр дискретной косинусоиды. Эффект размножения спектра.

1.2. Дискретизация периодического аналогового сигнала с ограниченным спектром. Эффект наложения спектров. Выбор частоты дискретизации,

Задание предусматривает моделирование процесса дискретизации аналогового сигнала и последующее восстановление аналогового сигнала из дискретного в программной среде Scilab 5.3.3. Моделирование выполняется по готовой программе. Имя программы: «Diskret».

Вы вводите в программу свои исходные данные и получаете результат в виде временных и спектральных диаграмм, которые нужно проанализировать и сделать соответствующие выводы.

Подробные методические указания по выполнению задания №1 и пример его выполнения приведены в разделах 3 и 4.

Перед выполнением заданий №2 и №3 рекомендуется изучить:

- В разделе «Введение» конспекта лекций систему обозначений, используемую при графическом представлении алгоритмов цифровой обработки сигналов.
- В разделе «Цифровые фильтры» конспекта лекций параграфы:

2.1. Свойства Z-преобразования.

2.2. Импульсная характеристика цифрового фильтра. Понятие о рекурсивных и нерекурсивных цифровых фильтрах.

2.3. Определение выходного сигнала фильтра по входному сигналу и импульсной характеристике.

2.4. Системная функция цифрового фильтра. Формы программной реализации фильтра.

2.5. Частотная характеристика цифрового фильтра.


2.9. Нерекурсивный фильтр с линейной ФЧХ.

2.12. Синтез нерекурсивного фильтра с линейной ФЧХ методом ряда Фурье и «окна»

При выполнении задания №2 можно воспользоваться готовой программой расчета АЧХ и ФЧХ цифрового фильтра «Расчет АЧХ и ФЧХ_1», которую нужно модернизировать применительно к заданному фильтру.

Изучите примеры выполнения задания №2, которые приведены в разделе 6.

При выполнении задания №3 нужно воспользоваться программой синтеза нерекурсивного цифрового гауссовского ФНЧ «FilterGauss» и программой моделирования цифрового ФНЧ при действии на его входе сигнала и помехи «ModelGauss».

Все указанные программы работают в программной среде Scilab 5.3.3. Дистрибутив этого программного продукта  можно получить с сайта <http://www.scilab.org>.

Тексты используемых программ с введенными Вами данными должны быть включены в курсовую работу в качестве Приложения.

2. Задание №1. Моделирование процесса дискретизации аналогового сигнала и восстановления аналогового сигнала из дискретного. Наблюдение эффектов размножения и наложения спектров

Требуется:

1. Сформировать аналоговый сигнал $x(t)$ в виде суммы трех гармонических колебаний

$$x(t) = x_1(t) + x_2(t) + x_3(t), \quad (1)$$

где

$$x_1(t) = X_1 \cos(2\pi F_1 t + \varphi_1),$$

$$x_2(t) = X_2 \cos(2\pi F_2 t + \varphi_2),$$

$$x_3(t) = X_3 \cos(2\pi F_3 t + \varphi_3),$$

$$F_2 = 2 F_1, \quad F_3 = 3 F_1.$$

При моделировании аналогового сигнала на ЭВМ следует принять

$$t = i\Delta t,$$

где Δt - временной интервал между двумя соседними расчетными точками, i – порядковый номер расчетной точки, изменяющийся от 0 до i_{\max} .

Значения X_1 , X_2 , X_3 , φ_1 , φ_2 , φ_3 , F_1 и Δt приведены в таблице 1.

Таблица 1. Исходные данные для выполнения задания №1

Номер варианта- последняя цифра номера студенческого билета	X_1	X_2	X_3	φ_1	φ_2	φ_3	F_1	F_d	Δt
0	1	0	0.5	0	0	0	1кГц	8кГц	1/512 мс
1	1	0	0.8	0	0	0	1кГц	8кГц	1/512 мс
2	1	0	0.5	0	0	π	1МГц	8МГц	1/512 мкс
3	1	0	0.3	0	0	$\pi/2$	1МГц	8МГц	1/512 мкс
4	1	0.5	0	0	0	0	1кГц	8кГц	1/512 мс
5	1	0.5	0	0	π	0	2кГц	16кГц	1/512 мс
6	1	0.5	0	0	$\pi/2$	0	2МГц	16МГц	1/512 мкс
7	1	0.5	0.5	0	0	0	2МГц	16МГц	1/256 мкс
8	2	0.5	0.5	0	0	π	2кГц	16кГц	1/256 мс
9	2	0.5	0.5	0	π	π	1кГц	8кГц	1/512 мс

2. Определить амплитудный спектр аналогового сигнала.

3. Сформировать вспомогательный сигнал $u(t)$ в виде периодической последовательности единичных отсчетов с периодом, равным интервалу дискретизации $T_d = \frac{1}{F_d}$, где F_d – частота дискретизации (рисунок 1). Значение F_d приведено в таблице 1.

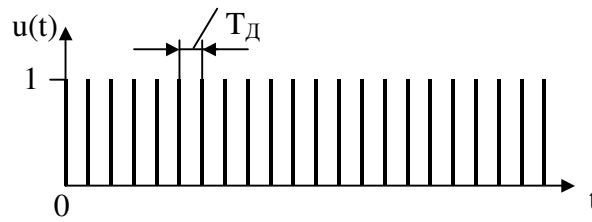


Рисунок 1 – Вспомогательный сигнал в виде последовательности единичных отсчетов

4. Сформировать дискретный сигнал $x_d(t) = x(t)u(t)$.
5. Определить амплитудные спектры аналогового и дискретного сигналов и убедиться в том, что при дискретизации имеет место эффект размножения спектра аналогового сигнала.
6. Восстановить аналоговый сигнал из дискретного путем выделения из спектра дискретного сигнала той части, которая соответствует спектру аналогового сигнала. Сравнить восстановленный сигнал с исходным аналоговым сигналом.
7. Повторить машинный эксперимент при в два раза меньшей частоте дискретизации. Убедиться в том, что восстановленный сигнал отличается от исходного аналогового сигнала, и объяснить причину искажения восстановленного сигнала.

3. Методические указания по выполнению задания №1

3. Для моделирования аналогового сигнала преобразуем соотношение (1), определив количество расчетных точек i_s в периоде T_1 аналогового сигнала

$$i_s = \frac{T_1}{\Delta t} = \frac{1}{F_1 \cdot \Delta t},$$

С учетом последнего соотношения сигнал в расчетной точке i определяется следующим образом:

$$x(i) = x_1(i) + x_2(i) + x_3(i), \quad (2)$$

где

$$x_1(i) = X_1 \cos\left(2\pi \frac{i}{i_s} + \varphi_1\right), \quad x_2(i) = X_2 \cos\left(4\pi \frac{i}{i_s} + \varphi_2\right), \quad x_3(i) = X_3 \cos\left(6\pi \frac{i}{i_s} + \varphi_3\right)$$

Количество расчетных точек в интервале дискретизации равно $i_d = \frac{1}{F_d \cdot \Delta t}$.

Поэтому вместо функции $u(t)$ можно рассматривать функцию $u(i)$, график которой приведен на рисунке 2.

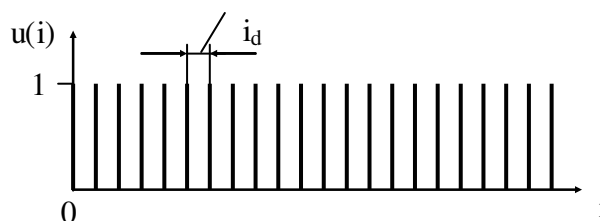


Рисунок 2

Сигнал $u(i)$ формируется в цикле по порядковому номеру расчетной точки i с использованием счетчика расчетных точек, переменная которого z изменяется от нуля до i_d . Алгоритм формирования i – го значения сигнала $u(i)$ приведен на рисунке 3

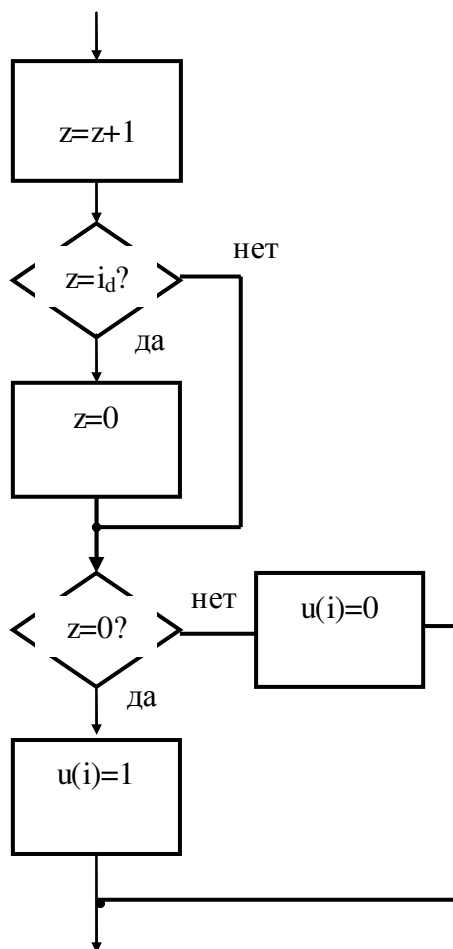


Рисунок 3 – Алгоритм формирования вспомогательного сигнала

Дискретный сигнал определяется следующим соотношением

$$x_d(i) = x(i) \cdot u(i). \quad (3)$$

Соотношения (2), (3) и алгоритм формирования вспомогательного сигнала рисунка 3 используются в программе моделирования «Diskret», приведенной в Приложении А.

4. Рассчитайте частоты спектральных составляющих дискретного сигнала, учитывая, что размножение спектра осуществляется по закону:

$$|kF_d \pm F|,$$

где F – частота спектральной составляющей аналогового сигнала, $k = 0, 1, 2, 3, \dots$

В рассматриваемом случае частота F принимает значения F_1, F_2 и F_3 .

Расчет нужно выполнить при $k = 0$ и $k = 1$, а рассчитанные частоты представить в порядке возрастания.

Постройте спектральные диаграммы аналогового и дискретного сигналов – зависимости амплитуд спектральных составляющих от частоты.

5. Выполните моделирование процесса дискретизации и восстановления аналогового сигнала из дискретного. Моделирование осуществляется по программе «Diskret» в программной среде Scilab 5.3.3. Познакомьтесь с этой программой.

Откройте Scilab 5.3.3. Появится командное окно Scilab. Окно содержит *меню, панель инструментов и рабочую область*. Признаком того, что система готова к выполнению

команды, является наличие знака приглашения (горизонтальной стрелки), после которого расположен мигающий курсор.

Щелчком левой кнопки мыши откройте редактор (Инструменты → Текстовый редактор SciNotes). Появится окно для редактирования. Из редактора откройте файл «Diskret» (File → Open → ... → Diskret. Появится текст программы с комментариями, которые вводятся с использованием знака //. Этот же текст приведен в Приложении А данной методической разработки.

В строках 7-15 осуществляется ввод исходных данных из таблицы 1. В строках 19-23 определяются количество расчетных точек в периоде сигнала i_s и в интервале дискретизации i_d , количество расчетных точек при моделировании аналогового сигнала как функции времени i_{max} и количество расчетных точек I при выводе временных диаграмм на экран монитора. Величина i_{max} равна 2^M , где M – целое число. Это связано с использованием функций быстрого преобразования Фурье для определения спектров аналогового и дискретного сигналов и восстановления аналогового сигнала из дискретного. Проверьте, удовлетворяет ли значение i_{max} этому условию. Величина I выбрана так, чтобы пронаблюдать шесть периодов сигнала.

В строках 26-41 обнуляются массивы данных, которые используются при расчете временных зависимостей и формировании временных диаграмм аналогового и дискретного сигнала.

Затем в цикле по порядковому номеру расчетной точки i формируются аналоговый сигнал $x(i)$ (строки 46-49), последовательность единичных отсчетов $u(i)$ (строки 53-58) и дискретный сигнал $xd(i)$ (строка 61).

В строках 65- 67 в цикле по порядковому номеру расчетной точки i_0 формируются массивы данных для вывода графиков на экран монитора. Строки 69 и 70 формируют массив t временных значений, предназначенный для вывода графиков. Строки 71-82 обеспечивают построение трех графиков:

- Аналогового сигнала на входе дискретизатора,
- Последовательности единичных отсчетов,
- Дискретного сигнала.

В строках 86 и 87 определяются спектры аналогового и дискретного сигналов соответственно методом прямого быстрого преобразования Фурье (функция **fft** – fast Fourier transform). В строке 88 рассчитывается максимальный номер отсчета спектра k_{max} , используемый при построении спектральных диаграмм, который соответствует частоте $30 \cdot F_1$. Затем обнуляются массивы данных, которые используются при построении спектральных диаграмм, (строки 89-92). Строки 93 и 94 формируют массив частот f , используемый при построении спектральных диаграмм. Затем в цикле по порядковому номеру расчетной точки спектра k формируются массивы значений спектральной плотности аналогового s_0 и дискретного sd_0 сигналов для построения спектральных диаграмм (строки 95-98).

Строки 99-106 содержат команды для построения графиков спектров аналогового и дискретного сигналов.

Для восстановления аналогового сигнала из дискретного сначала рассчитывается значение порядкового номера расчетной точки спектра k_1 , которое соответствует половине частоты дискретизации (строка 110), а затем в цикле по k находится массив отсчетов спектра восстановленного сигнала sv (строки 112-118). Массив sv совпадает с массивом sd при $k < k_1$. Остальные элементы массива sv при $k \geq k_1$ равны нулю.

Восстановленный сигнал определяется в строке 120 методом обратного быстрого преобразования Фурье (функция **ifft** – inverse fast Fourier transform).

Строки 121-123 формируют массив отсчетов восстановленного сигнала для построения графика, а в строках 124-127 приведены команды, обеспечивающие построение графика.

3. Введите исходные данные из таблицы 1. При вводе данных учтите, что дробная часть числа отделяется от целой части **точкой**, а не запятой, а идентификатором числа π в программной среде Scilab является **%pi**.

Фазовые сдвиги φ_1 , φ_2 и φ_3 обозначены в программе как phi1, phi2 и phi3 соответственно, а Δt как delta_t.

Значение Δt нужно подставлять в программу в тех единицах, которые указаны в таблице 1. Если эта величина задается в микросекундах, то на временных диаграммах сигналов единицей измерения (по оси абсцисс) будет мкс, а на спектральных диаграммах МГц. Если Δt задается в миллисекундах, то на временных диаграммах единицей измерения вдоль оси абсцисс будет мс, а на спектральных диаграммах кГц.

Запустите программу (Выполнение → Сохранить и выполнить). Появится графическое окно с временными и спектральными диаграммами.

Скопируйте графики в документ Microsoft Word (Файл → Копировать в буфер обмена).

Проанализируйте полученные временные и спектральные диаграммы:

- Сравните спектры аналогового и дискретного сигналов.
- Сравните аналоговый сигнал, восстановленный из дискретного, с исходным аналоговым сигналом, действующим на входе дискретизатора.

Повторите эксперимент при в два раза меньшей частоте дискретизации. Проанализируйте полученный результат и сравните его с предыдущим.

6. Пример выполнения задания №1

Исходные данные: $X_1=1$, $X_2=0.9$, $X_3=0.5$, $\varphi_1=0$, $\varphi_2=0$, $\varphi_3=0$, $F_1=1$ МГц, $F_d=8$ МГц,

$$\Delta t = 1/512 \text{ мкс.}$$

Требуется:

1. Сформировать аналоговый сигнал $x(t)$ в виде суммы трех гармонических колебаний

$$x(t) = x_1(t) + x_2(t) + x_3(t), \quad (1)$$

где

$$x_1(t) = X_1 \cos(2\pi F_1 t + \varphi_1),$$

$$x_2(t) = X_2 \cos(2\pi F_2 t + \varphi_2),$$

$$x_3(t) = X_3 \cos(2\pi F_3 t + \varphi_3),$$

$$F_2 = 2 F_1, \quad F_3 = 3 F_1.$$

2. Определить амплитудный спектр аналогового сигнала.

3. Сформировать вспомогательный сигнал $u(t)$ в виде периодической последовательности единичных отсчетов с периодом, равным интервалу дискретизации

4. Сформировать дискретный сигнал $x_d(t) = x(t)u(t)$.

5. Определить амплитудные спектры аналогового и дискретного сигналов и убедиться в том, что при дискретизации имеет место эффект размножения спектра аналогового сигнала.

6. Восстановить аналоговый сигнал из дискретного путем выделения из спектра дискретного сигнала той части, которая соответствует спектру аналогового сигнала. Сравнить восстановленный сигнал с исходным аналоговым сигналом.

7. Повторить машинный эксперимент при в два раза меньшей частоте дискретизации.

Расчет частот спектральных составляющих дискретного сигнала по формуле

$$|kF_d \pm F|$$

$$k = 0$$

1. $F=F_1, f_1 = F_1 = 1 \text{ МГц}$,
2. $F=F_2, f_2 = F_2 = 2 \text{ МГц}$,
3. $F=F_3, f_3 = F_3 = 3 \text{ МГц}$.

$$K=1$$

4. $F=F_3, f_4 = F_d - F_3 = 8 - 3 = 5 \text{ МГц}$,
5. $F=F_2, f_5 = F_d - F_2 = 8 - 2 = 6 \text{ МГц}$,
6. $F=F_1, f_6 = F_d - F_1 = 8 - 1 = 7 \text{ МГц}$,
7. $F=F_1, f_7 = F_d + F_1 = 8 + 1 = 9 \text{ МГц}$,
8. $F=F_2, f_8 = F_d + F_2 = 8 + 2 = 10 \text{ МГц}$,
9. $F=F_3, f_9 = F_d + F_3 = 8 + 3 = 11 \text{ МГц}$.

Построение спектральных диаграмм аналогового и дискретного сигналов

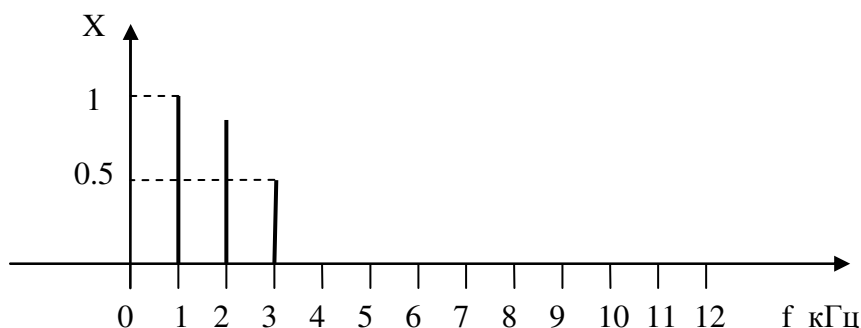


Рисунок 4 – Амплитудный спектр аналогового сигнала

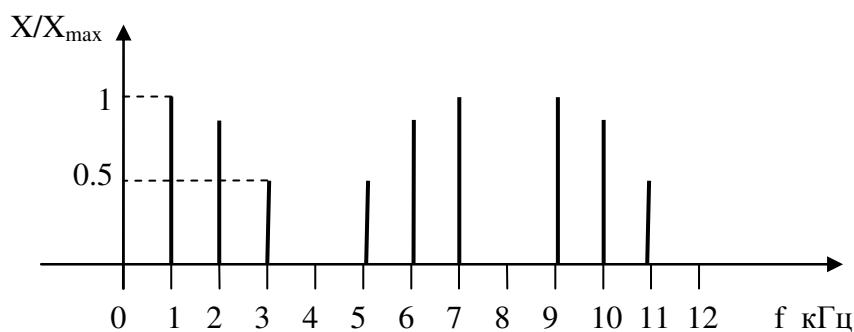


Рисунок 5 – Амплитудный спектр дискретного сигнала

На рисунке 5 амплитудный спектр представлен в относительном масштабе по оси ординат как отношение амплитуды спектральной составляющей X к максимальной амплитуде X_{max} .

7. Результат моделирования по программе «Diskret» при исходных данных таблицы 1 в виде временных и спектральных диаграмм аналогового и дискретного сигнала приведён на рисунке 6

Выводы:

-
-

Студент должен самостоятельно сделать выводы:

- Об особенностях спектра дискретного сигнала по сравнению со спектром соответствующего аналогового сигнала и о соответствии частот спектральных составляющих дискретного сигнала рассчитанным значениям,
- О соответствии восстановленного сигнала исходному аналоговому сигналу.

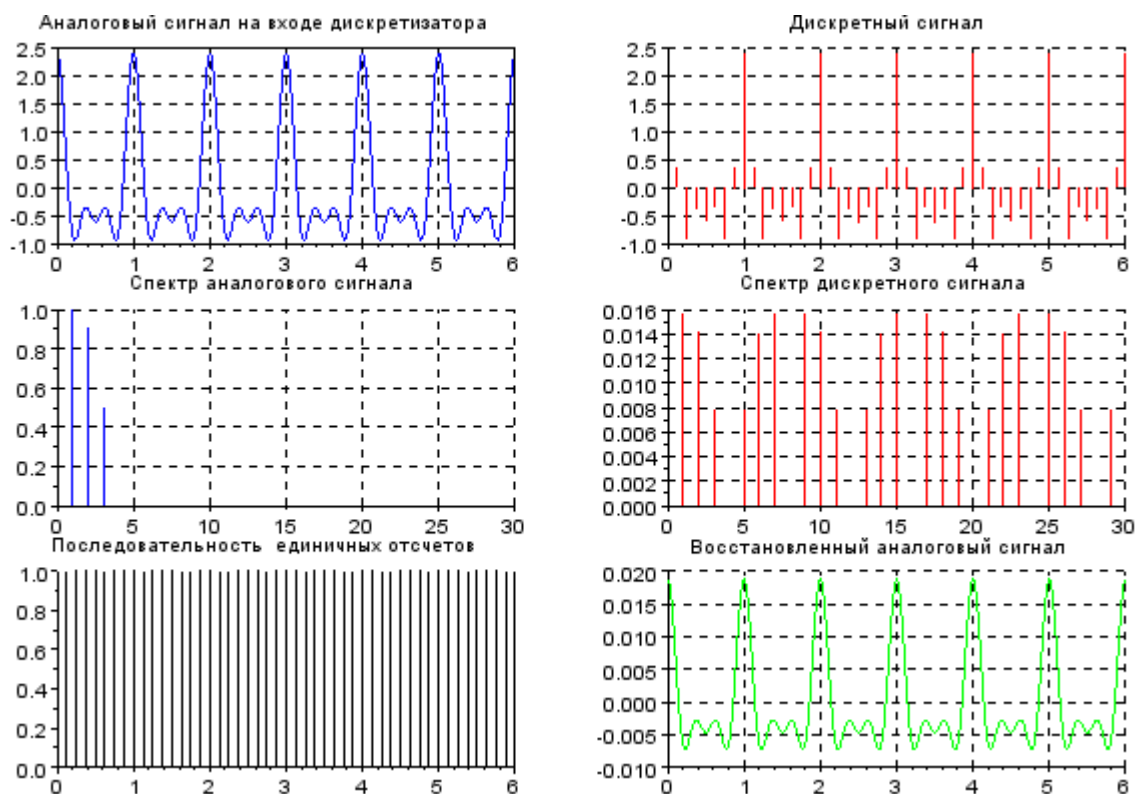


Рисунок 6. Временные и спектральные диаграммы при $F_d > 2F_3$

- Повторение эксперимента при в два раза меньшей частоте дискретизации. Результат моделирования в виде временных и спектральных диаграмм аналогового и дискретного сигнала приведён на рисунке 7.

Выводы:

-
-

Студент должен самостоятельно сделать выводы:

- О соответствии сгустков спектра дискретного сигнала спектру соответствующего аналогового сигнала.
- О соответствии восстановленного сигнала исходному аналоговому.
- О причине несоответствия восстановленного сигнала исходному аналоговому сигналу.

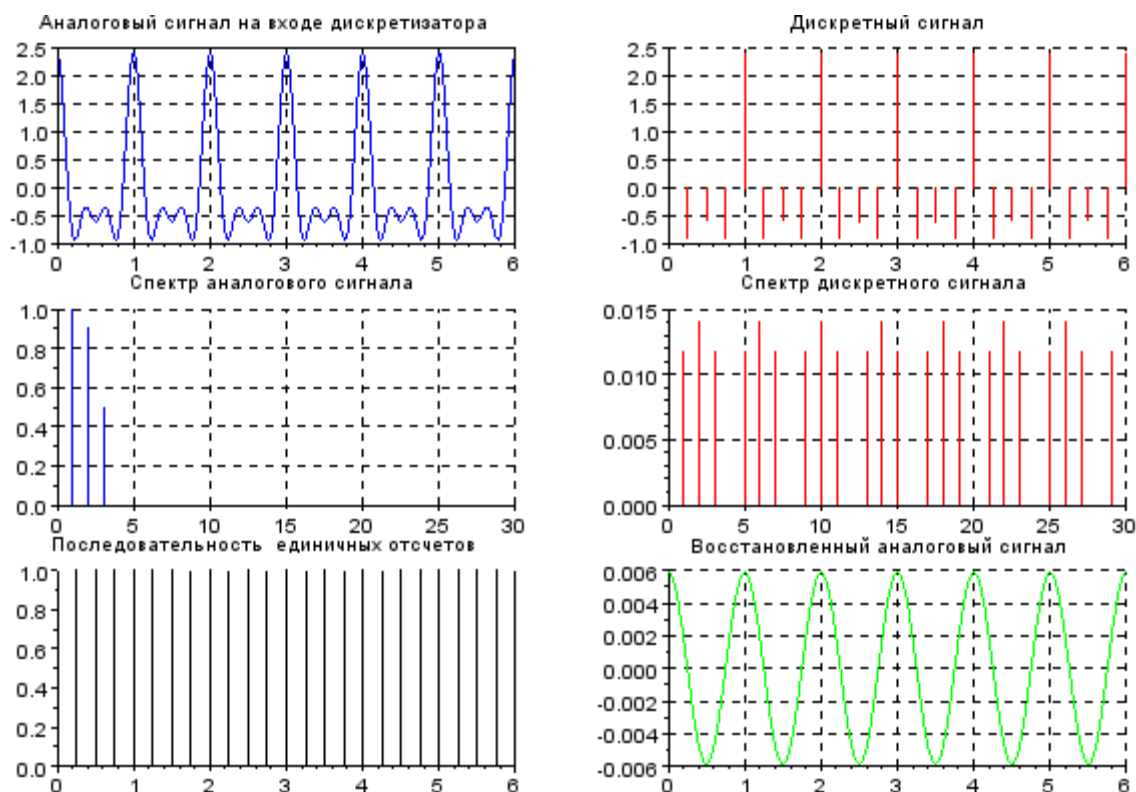


Рисунок 7. Временные и спектральные диаграммы при $F_d < 2F_3$

9. Задание №2. Определение системной функции, комплексного коэффициента передачи, АЧХ и ФЧХ цифрового фильтра

Требуется определить системную функцию $H(z)$, комплексный коэффициент передачи $K(j\theta)$, АЧХ $K(f_N)$ и ФЧХ $\phi(f_N)$ цифрового фильтра, где $\theta = 2\pi f_N$, $f_N = f/F_d$ – нормированная частота.

Построить графики АЧХ и ФЧХ

В таблице 2 приведены номер рисунка с графическим изображением алгоритма функционирования цифрового фильтра и коэффициенты системной функции фильтра.

Номер варианта – последняя цифра номера студенческого билета.

Таблица 2. Алгоритм функционирования и параметры цифрового фильтра

Номер варианта	Номер рисунка	Коэффициенты системной функции фильтра
0	8	$B_0 = B_2 = 0.65, \quad B_1 = 1$
1	9	$A = -0.9, \quad M = 1 + A$
2	10	$A = -0.75, \quad M = 1 + A$
3	11	$b_0 = 0.5, \quad b_1 = 0, \quad b_2 = -0.3$
4	12	$A1_1 = -A1_2 = -0.2, \quad A2_1 = A2_2 = 0.9$
5	13	$A1_1 = -0.5, \quad A1_2 = -1, \quad A2_2 = 0.25$
6	14	$B = -1$
7	14	$B = 1$
8	11	$b_0 = 0.5, \quad b_1 = 0, \quad b_2 = 0.3$

9	12	$A1_1 = -A1_2 = -0.2, \quad A2_1 = A2_2 = 0.8$
---	----	--

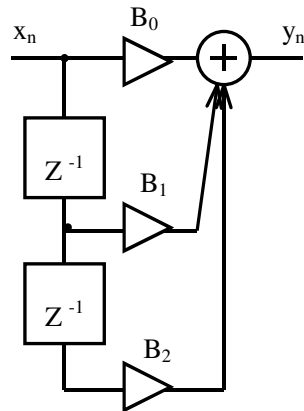


Рисунок 8

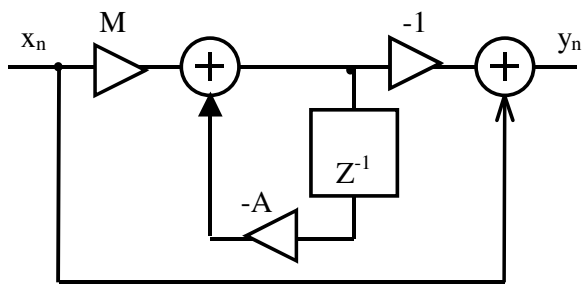


Рисунок 9

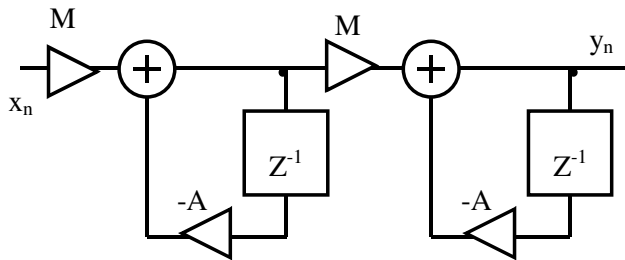


Рисунок 10

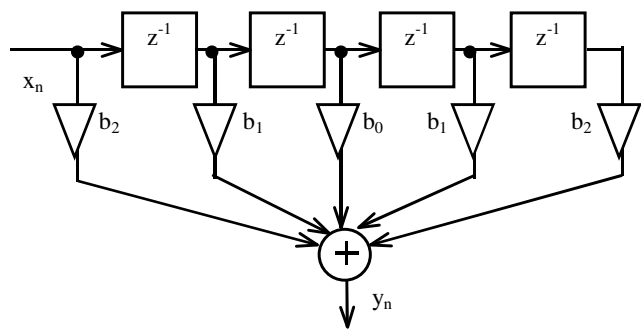


Рисунок 11

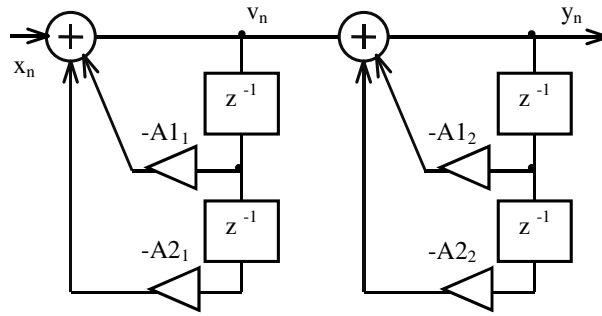


Рисунок 12

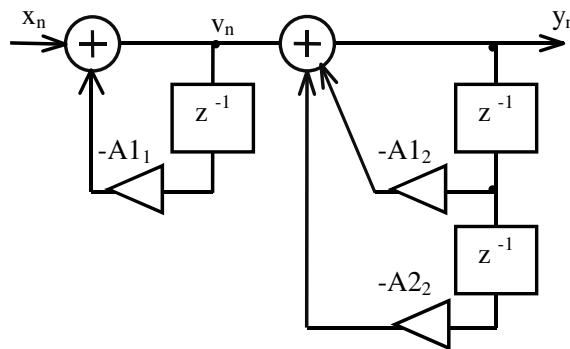


Рисунок 13

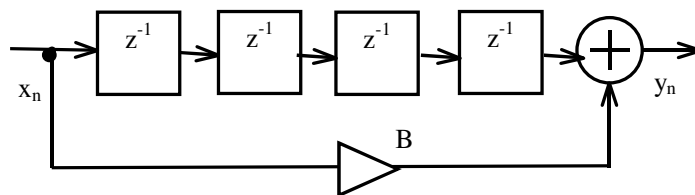


Рисунок 14

6. Примеры выполнения задания №2

Пример №1.

Задан алгоритм функционирования цифрового фильтра. Коэффициент $A = 0.9$ (рисунок 15)

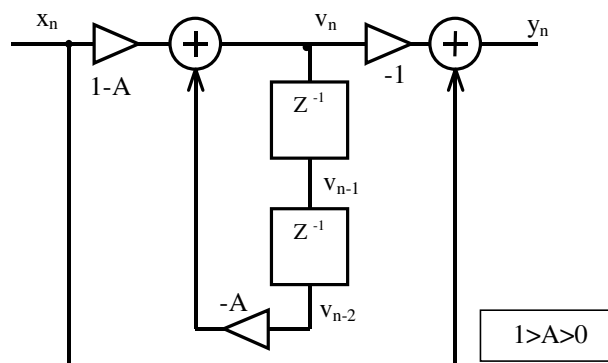


Рисунок 15 – Графическое представление алгоритма функционирования фильтра

Требуется определить системную функцию $H(z)$, комплексный коэффициент передачи $\dot{K}(j\theta)$, АЧХ $K(f_N)$ и ФЧХ $\varphi(f_N)$ цифрового фильтра, где $\theta = 2\pi f_N$, $f_N = f/F_d$ - нормированная частота.

Построить графики АЧХ и ФЧХ

1. Из рисунка видно, что

$$v_n = (1 - A)x_n - A v_{n-2},$$

$$y_n = x_n - v_n.$$

2. Воспользовавшись свойствами Z-преобразования, перейдем от разностных уравнений к уравнениям для Z-преобразований дискретных сигналов v_n, x_n, y_n

$$V(z) = (1 - A)X(z) - A z^{-2} V(z),$$

$$Y(z) = X(z) - V(z).$$

Выразим $V(z)$ через $X(z)$

$$V(z) = \frac{(1 - A)X(z)}{1 + A z^{-2}}.$$

Подставляя $V(z)$ во второе уравнение, получим

$$Y(z) = \frac{A(1 + z^{-2})}{1 + A z^{-2}} X(z).$$

Разделив $Y(z)$ на $X(z)$, получим системную функцию цифрового фильтра

$$H(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{A(1 + z^{-2})}{1 + A z^{-2}}.$$

3. Для нахождения комплексного коэффициента передачи фильтра подставим в выражение системной функции $z = e^{j\theta}$, где j - мнимая единица, $\theta = 2\pi f_N$, $f_N = f/F_d$ - нормированная частота

$$\begin{aligned} \dot{K}(j\theta) &= \frac{A(1 + e^{-j2\theta})}{1 + A e^{-j2\theta}} = \frac{A e^{-j\theta} (e^{j\theta} + e^{-j\theta})}{1 + A e^{-j2\theta}} = 2A e^{-j\theta} \frac{\cos(\theta)}{1 + A e^{-j2\theta}} = \\ &= 2A e^{-j\theta} \frac{\cos(\theta)}{1 + A(\cos(2\theta) - j\sin(2\theta))}. \end{aligned}$$

4. Определим АЧХ фильтра

$$\begin{aligned} K(\theta) &= |\dot{K}(j\theta)| = 2A \frac{|\cos(\theta)|}{\sqrt{1 + 2A \cos(2\theta) + A^2}} \quad \text{или} \\ K(f_N) &= |\dot{K}(j2\pi f_N)| = 2A \frac{|\cos(2\pi f_N)|}{\sqrt{1 + 2A \cos(4\pi f_N) + A^2}} \end{aligned}$$

Построим график АЧХ (рисунок 16) при изменении f_N от 0 до 0.5 с шагом 0.0001. Принятый интервал изменения f_N соответствует интервалу частот от 0 до $F_d/2$. Внутри этого интервала (кроме частоты $F_d/2$) выполняется теорема Котельникова.

Из графика АЧХ следует, что данный фильтр является режекторным. Его коэффициент передачи равен нулю при $f_N = 0.25$, т.е. на частоте, равной четверти частоты дискретизации.

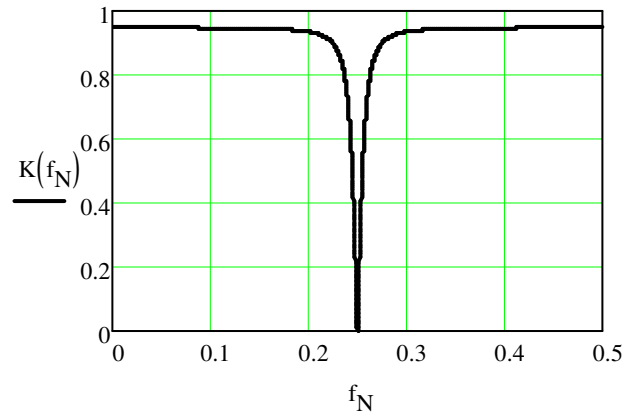


Рисунок 16 – АЧХ фильтра

5. Определим ФЧХ фильтра

$$\varphi(\theta) = \arg(\dot{K}(j\theta)) = \varphi_1(\theta) + \varphi_2(\theta) + \varphi_3(\theta),$$

где

$$\varphi_1(\theta) = -\theta \quad \text{или} \quad \varphi_1(f_N) = -2\pi f_N,$$

$$\varphi_2(\theta) = \begin{cases} 0 & \text{при } \cos(\theta) \geq 0, \\ \pi & \text{при } \cos(\theta) < 0 \end{cases} \quad \text{или} \quad \varphi_2(f_N) = \begin{cases} 0 & \text{при } \cos(2\pi f_N) \geq 0, \\ \pi & \text{при } \cos(2\pi f_N) < 0, \end{cases}$$

$$\varphi_3(\theta) = \arctg\left(\frac{A \sin(2\theta)}{1 + A \cos(2\theta)}\right) \quad \text{или} \quad \varphi_3(f_N) = \arctg\left(\frac{A \sin(4\pi f_N)}{1 + A \cos(4\pi f_N)}\right)$$

Графики $\varphi_1(f_N)$, $\varphi_2(f_N)$ и $\varphi_3(f_N)$ приведены на рисунке 17, а результирующая ФЧХ показана на рисунке 18.

Фазочастотные характеристики принято представлять в пределах интервала от $-\pi$ до π . В рассмотренном случае фазовый сдвиг, вносимый фильтром, не выходит за пределы этого интервала. Поэтому полученный результат следует считать окончательным.

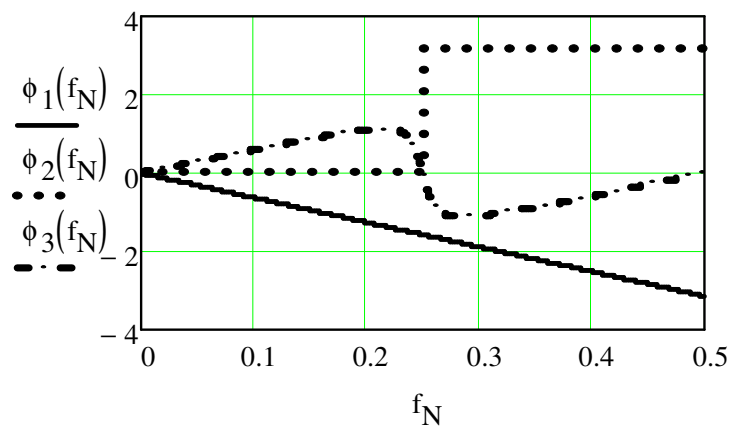


Рисунок 17- Составляющие ФЧХ фильтра

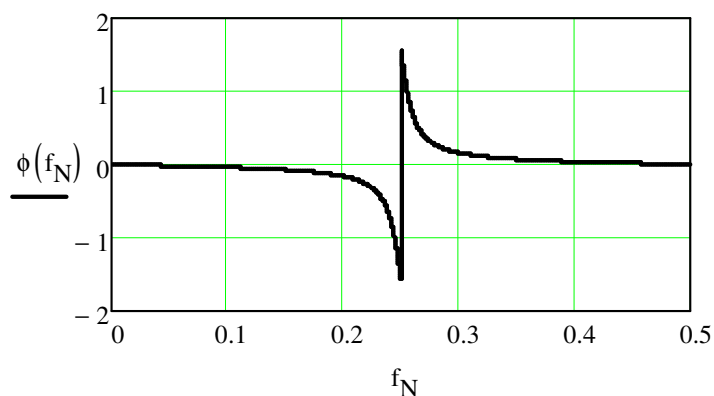


Рисунок 18 – ФЧХ фильтра

Для построения графиков АЧХ и ФЧХ можно воспользоваться программой, приведенной в Приложении Б. Имя программы: Расчет АЧХ и ФЧХ_1.

В строке 2 осуществляется ввод параметра **A**. При большем количестве исходных данных увеличится количество строк ввода.

В строке 3 задается шаг изменения нормированной частоты δf , а в строке 4 диапазон изменения нормированной частоты от 0 до 0.5 с шагом δf . Затем в цикле по порядковому номеру расчетной точки m рассчитываются значения комплексной переменной z , системной функции H , АЧХ $K(m)$ и ФЧХ $\phi(m)$. Строки 12-20 организуют вывод графиков АЧХ и ФЧХ, которые приводятся на рисунке 19.

В среде Scilab основание натурального логарифма **e** записывается в виде **%e**, мнимая единица - **%i**, число π - **%pi**. Эти идентификаторы используются в строке 7 при записи выражения для z .

Чтобы воспользоваться данной программой при расчете других фильтров, нужно изменить строку 8, а вместо строки 2 ввести свои исходные данные.

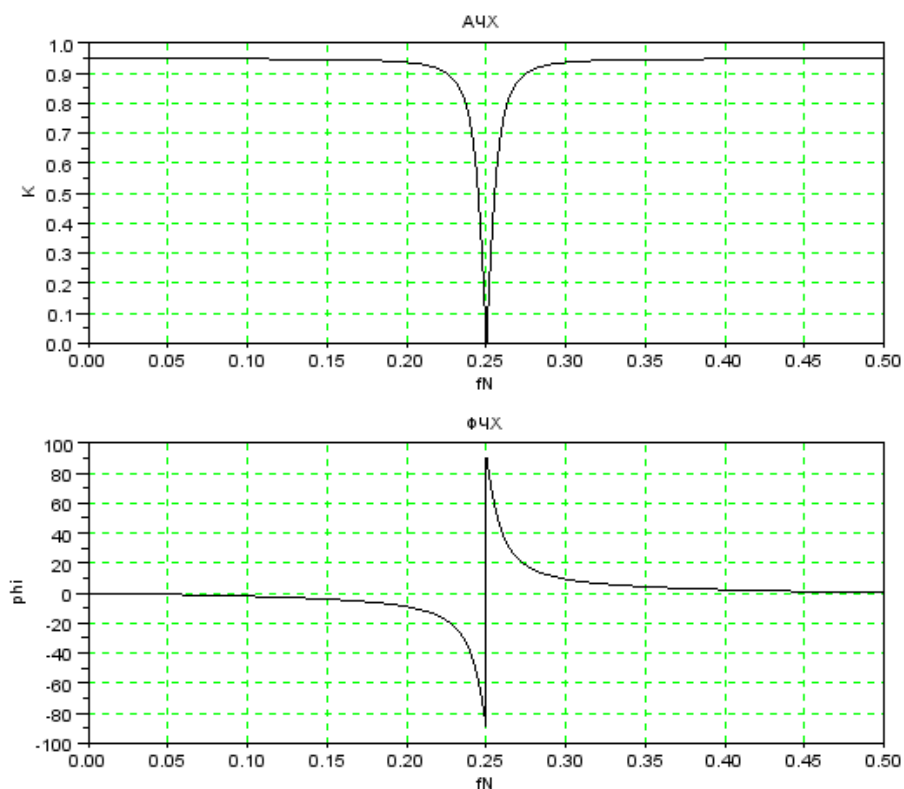


Рисунок 19 – АЧХ и ФЧХ фильтра

Пример №2

Задана линия задержки, состоящая из трех элементов (рисунок 20).

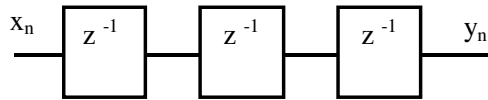


Рисунок 20 – Цифровая линия задержки

Требуется определить системную функцию $H(z)$, комплексный коэффициент передачи $K(j\theta)$, АЧХ $K(f_N)$ и ФЧХ $\varphi(f_N)$ цифрового фильтра, где $\theta = 2\pi f_N$, $f_N = f/F_D$ - нормированная частота.

Построить графики АЧХ и ФЧХ

1. Из рисунка следует, что

$$y_n = x_{n-3}.$$

Выразим Z-преобразование выходного сигнала линии задержки через Z - преобразование входного сигнала

$$Y(z) = z^{-3} X(z).$$

Системная функция определяется следующим соотношением

$$H(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = z^{-3}.$$

2. Определим комплексный коэффициент передачи, используя подстановку $z = e^{j\theta}$

$$\dot{K}(j\theta) = e^{-j3\theta}.$$

3. Найдем АЧХ линии задержки (рисунок 21)

$$K(\theta) = |\dot{K}(j\theta)| = 1.$$

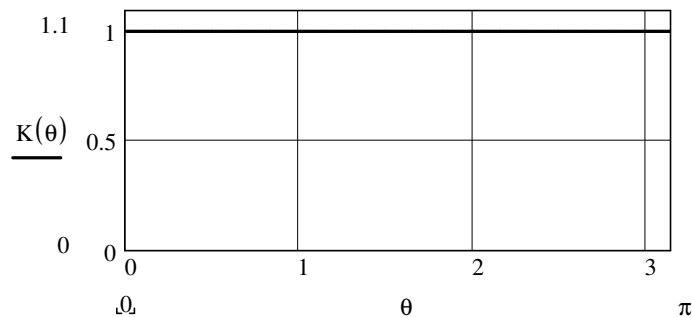


Рисунок 21 - АЧХ линии задержки

4. Определим ФЧХ линии задержки

Из выражения для комплексного коэффициента передачи следует, что его аргумент равен

$$\varphi_0(\theta) = -3\theta \quad \text{или} \quad \varphi_0(f_N) = -6\pi f_N.$$

Полученная зависимость показана на рисунке 22.

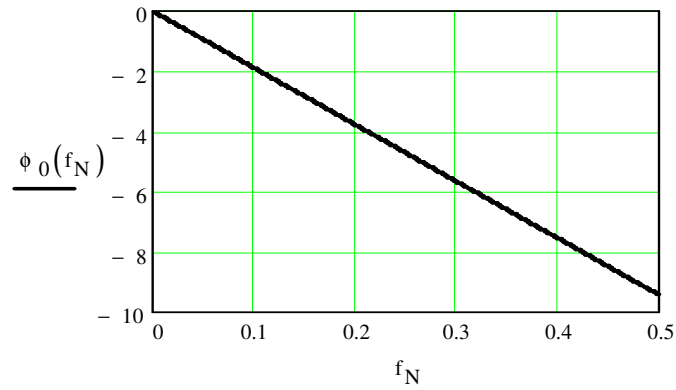


Рисунок 22 – ФЧХ линии задержки без приведения в интервал от $-\pi$ до π

Из рисунка видно, что $\varphi_0(f_N)$ выходит за пределы принятого интервала. Причем максимальное отклонение от заданного интервала равно -2π . Чтобы привести ФЧХ в интервал от $-\pi$ до π к $\varphi_0(f_N)$ нужно прибавить 2π при $\varphi_0(f_N) < -\pi$

$$\varphi(f_N) = \begin{cases} \varphi_0(f_N) & \text{при } \pi > \varphi_0(f_N) \geq -\pi, \\ \varphi_0(f_N) + 2\pi & \text{при } \varphi_0(f_N) < -\pi, \\ \varphi_0(f_N) - 2\pi & \text{при } \varphi_0(f_N) \geq \pi. \end{cases}$$

Последнее соотношение справедливо, если абсолютная величина отклонения ФЧХ от принятого интервала не превышает 2π . Если после выполнения указанной процедуры ФЧХ еще не войдет в пределы установленного интервала, то указанную операцию нужно повторить, приняв полученную функцию $\varphi(f_N)$ за $\varphi_0(f_N)$.

После выполнения указанной процедуры получим окончательный вариант ФЧХ (рисунок 23).

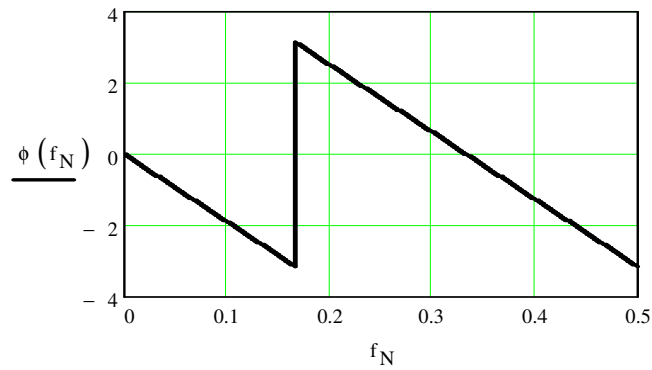


Рисунок 23 – ФЧХ фильтра

7. Задание №3. Синтез нерекурсивного цифрового ФНЧ с линейной ФЧХ и гауссовской АЧХ методом ряда Фурье. Моделирование фильтра при действии на его входе полезного сигнала и помехи

Требуется выполнить синтез цифрового фильтра с линейной ФЧХ и АЧХ, выражаемой функцией Гаусса. Такие фильтры используются, например, при формировании сигналов гауссовской минимальной частотной манипуляции GMSK, применяемых в системе подвижной сотовой связи GSM.

Требуемая АЧХ фильтра выражается следующим соотношением

$$K(f_N) = e^{-\ln \sigma \left(\frac{f_N}{f_{Ng}} \right)^2},$$

где f_N – нормированная частота – отношение абсолютного значения частоты f к частоте дискретизации F_d , σ – неравномерность АЧХ в полосе пропускания – отношение максимального коэффициента передачи фильтра K_{\max} к минимальному K_{\min} в пределах полосы пропускания. Для гауссовской АЧХ

$$K_{\max} = K(0) = 1, \quad K_{\min} = K(f_{Ng}) = e^{-\ln \sigma} = \frac{1}{\sigma}.$$

На рисунке 24 показана гауссовская АЧХ в интервале нормированных частот от нуля до 0.5 с использованием линейного масштаба по оси ординат при $\sigma = \sqrt{2}$ и $f_{Ng} = 0.05$. Пунктирная прямая, параллельная оси абсцисс, проведена на уровне $1/\sigma = 0.707$. Абсцисса точки пересечения пунктирной прямой с АЧХ дает значение нормированной граничной частоты фильтра.

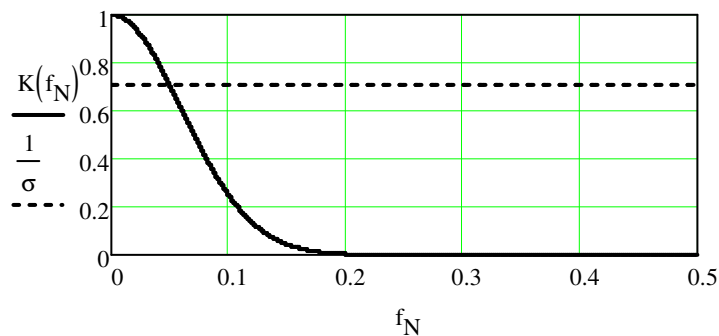


Рисунок 24 – АЧХ, описываемая функцией Гаусса

Параметры σ и f_{Ng} являются исходными данными для синтеза фильтра. Их значения приведены в таблице 3. Номер варианта – последняя цифра номера студенческого билета.

Реальная АЧХ отличается от идеальной пульсациями в полосе задерживания. Максимальный уровень пульсаций задаётся параметром δ_m , приведенным в таблице 3.

Требуется выполнить моделирование процесса фильтрации при действии на входе фильтра полезного сигнала и помехи.

Полезный сигнал представляет собой случайную последовательность элементарных посылок с уровнями 1 и -1. Количество отсчетов в элементарной посылке равно n_0 .

Амплитуда синусоидальной помехи X_p , нормированная частота помехи равна f_{Np} . Параметры n_0 , X_p и f_{Np} приведены в таблице 3.

Таблица 3. Параметры фильтра, сигнала и помехи

Номер варианта	f_{Ng}	σ	δ_m , дБ	n_0	X_p	f_{Np}
0	0.05	$\sqrt{2}$	-30	10	1	0.25
1	0,06	$\sqrt{2}$	-50	10	1	0.25
2	0.07	$\sqrt{3}$	-70	10	1	0.25
3	0.05	$\sqrt{3}$	-50	10	1	0.30
4	0.04	$\sqrt{2}$	-50	25	1	0.30
5	0.03	$\sqrt{2}$	-55	25	2	0.30
6	0.05	2	-60	15	2	0.15
7	0.06	2	-65	15	2	0.15
8	0.07	2	-70	20	2	0.20
9	0.08	2	-80	20	2	0.20

8. Методические указания по выполнению задания №3

На рисунке 25 дано графическое представление алгоритма реализации нерекурсивного цифрового фильтра с линейной ФЧХ. Линейность ФЧХ обусловлена симметрией коэффициентов b относительно середины линии задержки. Длина линии задержки (количество элементов задержки) равна $2K_0$.

Синтез фильтра сводится к определению K_0 и коэффициентов системной функции фильтра b .

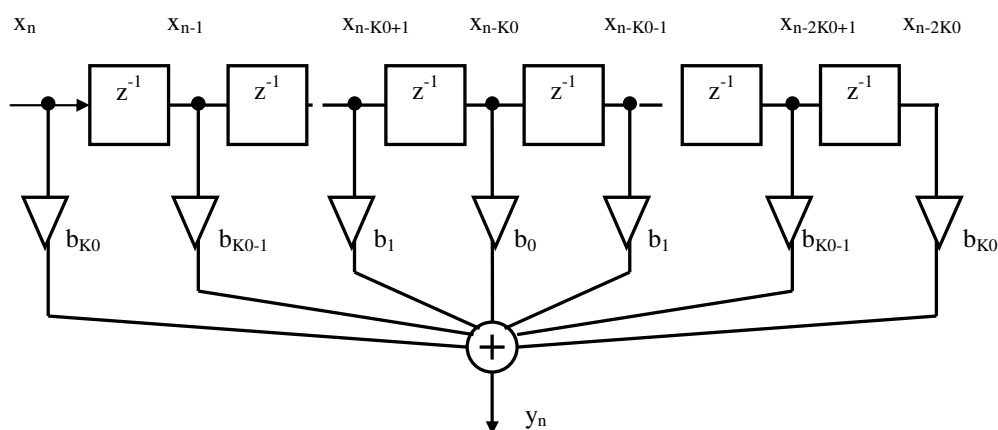


Рисунок 25 – Нерекурсивный цифровой фильтр с линейной ФЧХ

Из схемы рисунка 25 видно, что выходной сигнал фильтра y_n связан с входным сигналом x_n следующим соотношением

$$y_n = b_0 x_{n-K_0} + b_1 (x_{n-K_0+1} + x_{n-K_0-1}) + \dots + b_{K_0-1} (x_{n-1} + x_{n-2K_0+1}) + b_{K_0} (x_n + x_{n-2K_0}).$$

Выразим Z – преобразование выходного сигнала фильтра $Y(z)$ через Z – преобразование входного сигнала $X(z)$

$$Y(z) = b_0 z^{-K_0} X(z) + b_1 (z^{-K_0+1} + z^{-K_0-1}) X(z) + \dots + b_{K_0-1} (z^{-1} + z^{-2K_0+1}) X(z) + b_{K_0} (1 + z^{-2K_0}) X(z) = \\ = X(z) z^{-K_0} [b_0 + b_1 (z^{+1} + z^{-1}) + \dots + b_{K_0-1} (z^{K_0-1} + z^{-K_0+1}) + b_{K_0} (z^{K_0} + z^{-K_0})]$$

Системная функция фильтра определяется следующим соотношением

$$H(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = z^{-K_0} \left[b_0 + \sum_{k=1}^{K_0} b_k (z^k + z^{-k}) \right]$$

Подставляя в последнее соотношение $z = e^{-j\theta}$, найдем комплексный коэффициент передачи фильтра

$$\dot{K}(j\theta) = e^{-jK_0\theta} \left[b_0 + 2 \sum_{k=1}^{K_0} b_k \cos(k\theta) \right].$$

Обозначим

$$A(f_N) = b_0 + 2 \sum_{k=1}^{K_0} b_k \cos(2\pi k f_N). \quad (1)$$

Тогда

$$\dot{K}(f_N) = e^{-j2\pi K_0 f_N} A(f_N). \quad (2)$$

Найдем АЧХ – зависимость модуля комплексного коэффициента передачи от частоты $K(f_N)$ и ФЧХ – зависимость аргумента комплексного коэффициента передачи от частоты $\varphi(f_N)$:

$$K(f_N) = |A(f_N)|, \\ \varphi(f_N) = \arg(A(f_N) e^{-j2\pi K_0 f_N}) = -2\pi K_0 f_N + \arg(A(f_N)), \quad (3)$$

где

$$\arg(A(f_N)) = \begin{cases} 0 & \text{при } A(f_N) > 0, \\ \pi & \text{при } A(f_N) < 0. \end{cases}$$

Из последнего соотношения следует, что ФЧХ фильтра является линейно-ломаной.

Из (1) и (3) видно, что АЧХ фильтра является периодической функцией нормированной частоты с периодом, равным единице (или периодической функцией частоты с периодом, равным частоте дискретизации).

Последнее означает возможность синтеза цифровых фильтров путем разложения функции, описывающей требуемую АЧХ в ряд Фурье, где коэффициенты b_0 и $2b_k$ являются коэффициентами Фурье. На рисунке 26 приведена требуемая АЧХ фильтра в интервале от нуля до 0.5 и её продолжение вдоль оси нормированных частот

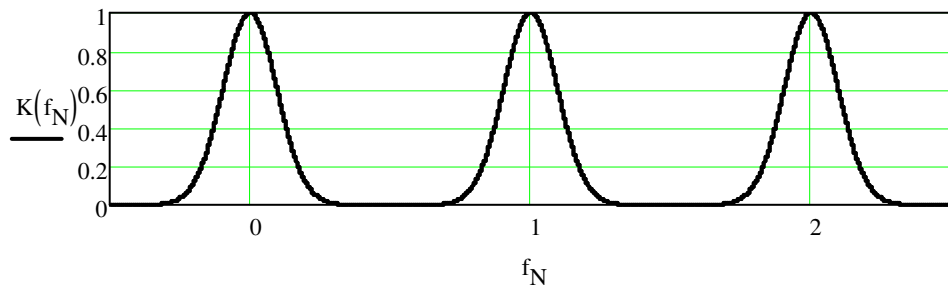


Рисунок 26

Используя выражения для коэффициентов Фурье четной функции $K(f_N)$ и сопоставляя их с коэффициентами системной функции в соотношении (1), получим

$$b_0 = 2 \int_0^{0.5} K(f_N) df_N, \quad b_k = 2 \int_0^{0.5} K(f_N) \cos(2\pi k f_N) df_N, \quad \text{где } k = 1, 2, \dots, K0. \quad (4)$$

Последние соотношения используются в «Программе синтеза нерекурсивного цифрового гауссовского ФНЧ», приведённой в ПРИЛОЖЕНИИ В.

Имя программы: «FilterGauss».

Для определения коэффициентов системной функции фильтра в программу вводятся исходные данные: нормированная граничная частота полосы пропускания фильтра f_{Ng} , неравномерность АЧХ в полосе пропускания σ (sigma), максимальный уровень пульсаций АЧХ в полосе задерживания в дБ δ_m (delta_m) (строки 5-7).

Вводится ориентировочное значение половины длины линии задержки $K0$. В процессе синтеза это значение будет корректироваться. Первоначально можно задаться значением, равным 10.

Обратите внимание на следующие блоки программы. В строках 12 и 13 задаётся гауссовская функция, описывающая требуемую АЧХ $K(f_N)$, а в строках 16-20 – та же функция, но в логарифмическом масштабе по оси ординат. Минимальное значение относительного коэффициента передачи фильтра принято равным -200 дБ.

В строке 21 указывается шаг изменения нормированной частоты при расчете АЧХ, а в строке 22 находится количество расчетных точек АЧХ. Затем в цикле по номеру расчетной точки формируются массивы значений АЧХ в расчетных точках (строки 27-31), используемые при построении графиков АЧХ (строки 32-42).

В строке 45 рассчитывается коэффициент системной функции b_0 по формуле (4). Для этого используется функция программной среды Scilab $\text{intg}(0, 0.5, K)$. Аргументами этой функции являются: значения пределов интегрирования 0 и 0.5 и подинтегральная функция K ($K(f_N)$). В строках 47 и 48 формируется подинтегральная функция $KC(FN, k)$ ($K(f_N) \cos(2\pi k f_N)$) для вычисления коэффициентов b_k , а в строках 49-51 – рассчитываются коэффициенты системной функции $b(k)$ (b_k) в цикле по порядковому номеру расчетной точки.

В строках 54-60 задаётся функция $Kk(FN)$, задающая зависимость комплексного коэффициента передачи от частоты в соответствии с соотношениями (1) и (2), а затем рассчитываются АЧХ и ФЧХ (строки 63 – 71). Строки 73-81 обеспечивают построение графиков АЧХ и ФЧХ.

В строках 82 и 83 происходит выдача значений коэффициентов системной функции в командном окне программы.

Программа выводит графическое окно рисунка 27, на котором представлены требуемые АЧХ в линейном и логарифмическом масштабе, реальная АЧХ и ФЧХ. Этот результат нужно проанализировать.

Из рисунка видно, что рассчитанная АЧХ отличается от требуемой пульсациями в полосе задерживания. Эти пульсации называются явлением Гиббса. Они обусловлены ограничением бесконечного ряда Фурье.

Определите по графику величину максимального уровня пульсаций в децибелах δ . Если эта величина окажется больше, чем δ_m в дБ, то нужно увеличить половину длины линии задержки $K0$, а если меньше, то уменьшить. Последовательными итерациями нужно добиться равенства этих значений или небольшого превышения заданной величиной δ_m фактического максимального уровня пульсаций в полосе задерживания δ .

После этого нужно записать значение $K0$ в таблицу 4 при заданном значении δ в дБ.

Увеличьте значение $K0$ в полтора раза. Если результат умножения $K0$ на 1,5 окажется дробным, округлите его. Запустите программу и запишите вновь полученное значение δ в таблицу 4.

Уменьшите первоначальное значение $K0$ в полтора раза. Если результат деления $K0$ окажется дробным, то округлите полученное значение. Запустите программу и запишите новое значение δ в таблицу 4.

Сделайте вывод о влиянии длины линии задержки на максимальный уровень пульсаций в полосе задерживания, отличающий реальную АЧХ от идеальной..

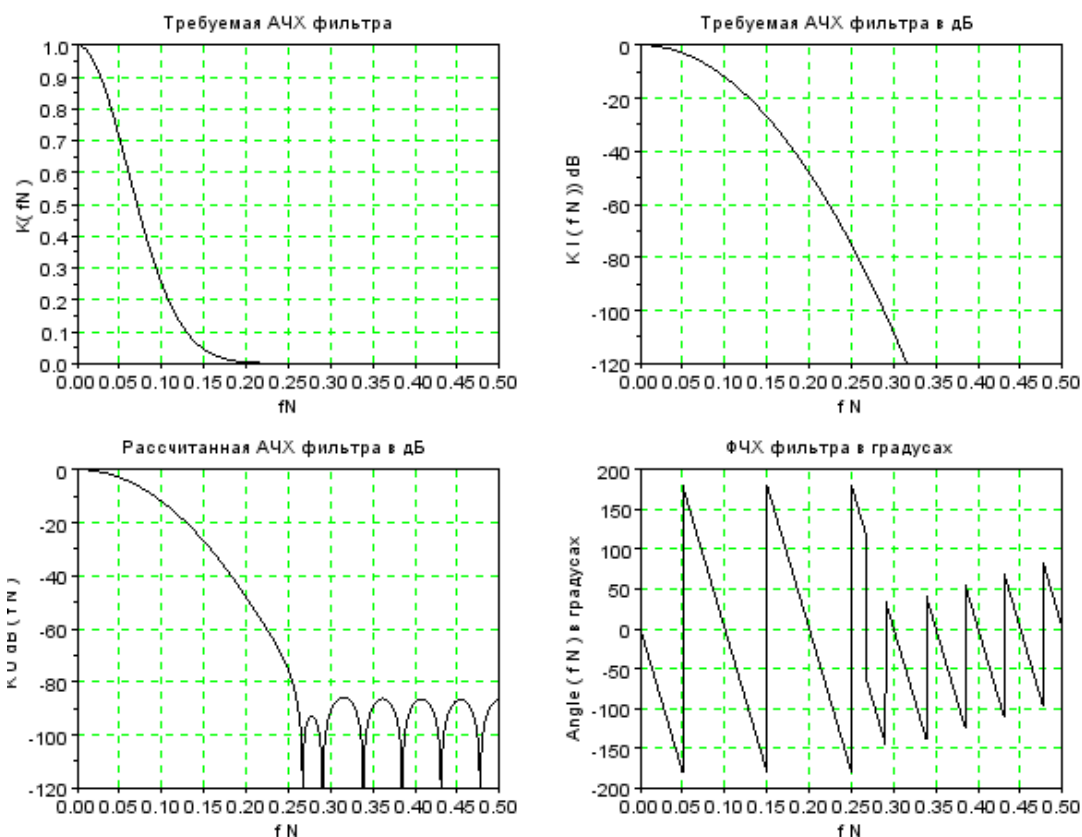


Рисунок 27 – Требуемая АЧХ и рассчитанные АЧХ и ФЧХ фильтра

Таблица 4 – Влияние длины линии задержки на ослабление в полосе задерживания

K0	δ в дБ

Следующий этап выполнения данного раздела курсовой работы состоит в моделировании процесса фильтрации при действии на входе фильтра полезного сигнала и помехи.

Полезный сигнал представляет собой случайную последовательность прямоугольных элементарных посылок x_c с уровнями 1 и -1, формирование которых представлено на рисунке 28.

На рисунке приведена временная диаграмма работы счетчика отсчетов. Переменная счетчика z изменяется в соответствии с соотношением

$$z = \begin{cases} z + 1 & \text{при } z < n0, \\ 0 & \text{при } z = n0. \end{cases} \quad (5)$$

В момент дискретного времени, когда переменная счетчика равна нулю, определяется знак элементарной посылки в зависимости от значения случайной величины $1 \geq \xi \geq 0$.

Если $\xi \geq 0.5$ формируется посылка позитива $x_c = 1$, в противном случае формируется посылка негатива $x_c = -1$. Значение x_c , определённое при $z = 0$, остаётся неизменным до следующего нулевого значения z . Современные математические программные продукты, как правило, содержат генератор случайной величины ξ . В Scilab это функция `rand(1)`.

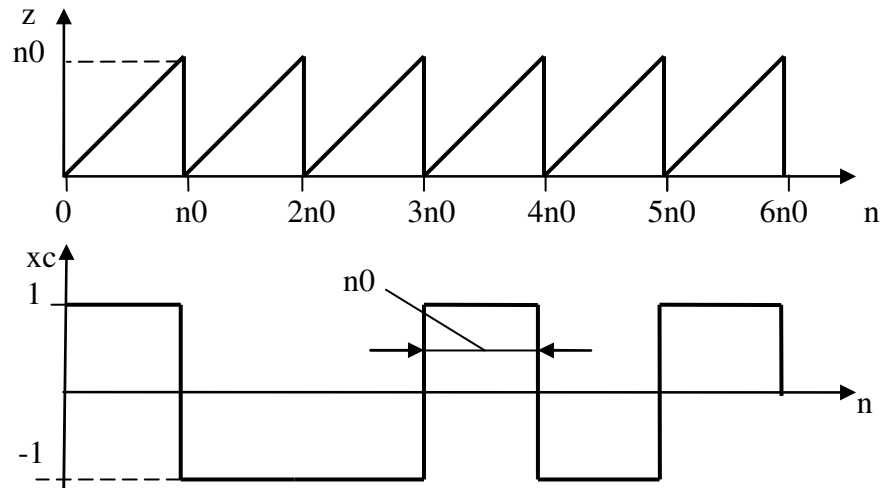


Рисунок 28 – Временная диаграмма работы счетчика отсчетов и временная диаграмма сигнала на входе фильтра

Из рисунка видно, что количество отсчетов в элементарной посылке равно n_0 . Значение n_0 приведено в таблице 3.

При моделировании используется синусоидальная помеха, определяемая соотношением

$$x_p(n) = X_p \cdot \sin(2\pi f_{Np} \cdot n),$$

где X_p – амплитуда помехи, f_{Np} – нормированная частота помехи. Значения X_p и f_{Np} приведены в таблице 3.

Сумма сигнала и помехи $x(n)$ поступает на вход фильтра рисунка 29.

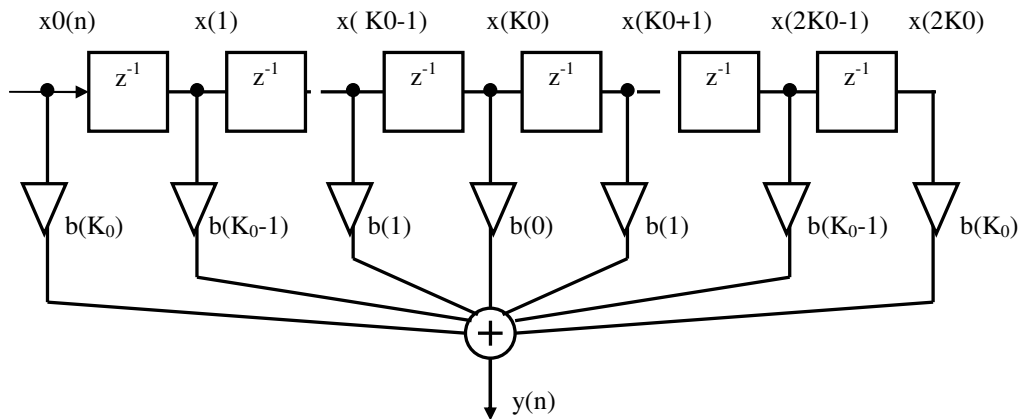


Рисунок 29

Рисунок 29 отличается от рисунка 25 другой системой обозначений, которая максимально приближена к обозначениям элементов массивов в среде Scilab.

Элементы массива x : $x(1), x(2) \dots x(K_0) \dots x(2K_0)$ содержат отсчеты сигнала на выходах элементов задержки. Каждому элементу задержки при графическом представлении алгоритма соответствует ячейка памяти вычислительного устройства, реализующего данный цифровой узел.

$$y(n) = b(0) \cdot x(K0) + \sum_{k=1}^{K0-1} b(k) \cdot (x(K0 - k) + x(K0 + k)) + b(K0) \cdot (x0(n) + x(2K0)). \quad (6)$$

После определения текущего отсчета выходного сигнала фильтра осуществляется сдвиг отсчетов в линии задержки:

$$x(2K0)=x(2K0-1), \quad x(2K0-1)=x(2K0-2), \quad \dots \quad x(K0)=x(K0-1), \quad \dots \quad x(2)=x(1), \quad x(1)=x0(n). \quad (7)$$

В соответствии с рассмотренным алгоритмом фильтрации разработана «Программа моделирования цифрового ФНЧ при действии на его входе сигнала и помехи», приведенная в ПРИЛОЖЕНИИ Г.

Имя программы: «ModelGauss».

В строках 5-14 осуществляется ввод исходных данных. Для того чтобы не вводить в программу большое количество коэффициентов системной функции, рассчитанных программой синтеза фильтра, в программу моделирования введены соотношения для расчета этих коэффициентов (строки 18-26).

Затем в цикле по порядковому номеру отсчета n (строка 34 – открытие цикла) формируется счетчик отсчетов с переменной z в соответствии с (5), полезный сигнал в виде последовательности элементарных посылок (строки 39-44) и синусоидальная помеха (строка 46). На вход фильтра подаётся сумма сигнала и помехи $x0(n)$ (строка 48).

Определяется выходной сигнал фильтра $y(n)$ (строки 55-59) по приведенному выше соотношению (6).

Осуществляется сдвиг отсчетов сигнала в линии задержки (строки 63-67). Строки 68-80) обеспечивают построение временных диаграмм, выдаваемых программой.

9. Пример выполнения задания №3

Требуется выполнить синтез цифрового ФНЧ с линейной ФЧХ и АЧХ, выражаемой функцией Гаусса. Требуемая АЧХ фильтра выражается следующим соотношением

$$K(f_N) = e^{-\ln \sigma \left(\frac{f_N}{f_{Ng}} \right)^2},$$

где $\sigma = \sqrt{2}$ – неравномерность АЧХ в полосе пропускания,

f_{Ng} – нормированная граничная частота полосы пропускания фильтра.

Максимальный уровень пульсаций в полосе задерживания фильтра $\delta m = -60$ дБ.

Требуется выполнить моделирование процесса фильтрации при действии на входе фильтра полезного сигнала и помехи.

Полезный сигнал представляет собой случайную последовательность элементарных посылок с уровнями 1 и -1. Количество отсчетов в элементарной посылке равно $n0 = 20$.

Амплитуда синусоидальной помехи $Xp = 2$, нормированная частота помехи равна $f_{Np}=0.2$.

Схема фильтра приведена на рисунке 30.

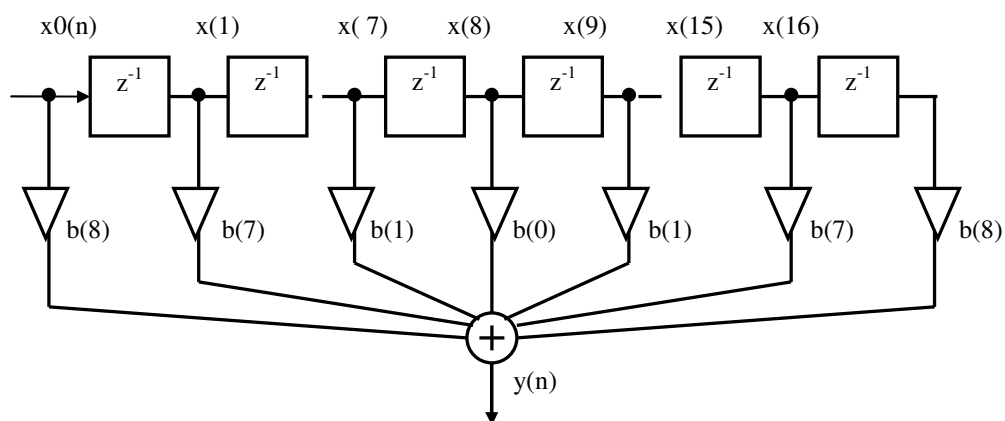


Рисунок 30 – Нерекурсивный фильтр с линейной ФЧХ

Синтез фильтра выполнен по программе «FilterGauss». sce.

Результаты синтеза:

Половина длины линии задержки фильтра $K_0=8$.
Коэффициенты системной функции приведены в таблице 5

Таблица 5 – Коэффициенты системной функции фильтра

Номер коэффициента k	Значение коэффициента b(k)
0	0.1505384
1	0.1401935
2	0.1132323
3	0.0793184
4	0.0481881
5	0.0253902
6	0.0116026
7	0.0045984
8	0.0015806

АЧХ фильтра определяется следующим соотношением:

$$K(f_N) = |A(f_N)|, \quad \text{где} \quad A(f_N) = b(0) + 2 \sum_{k=1}^{K_0} b(k) \cos(2\pi k f_N).$$

ФЧХ фильтра без приведения в интервал от $-\pi$ до π , определяется соотношением

$$\varphi(f_N) = \arg(A(f_N) e^{-j2\pi K_0 f_N}) = -2\pi K_0 \cdot f_N + \arg(A(f_N)).$$

В двух последних соотношениях $K_0=8$

Графики АЧХ и ФЧХ приведены на рисунке 31

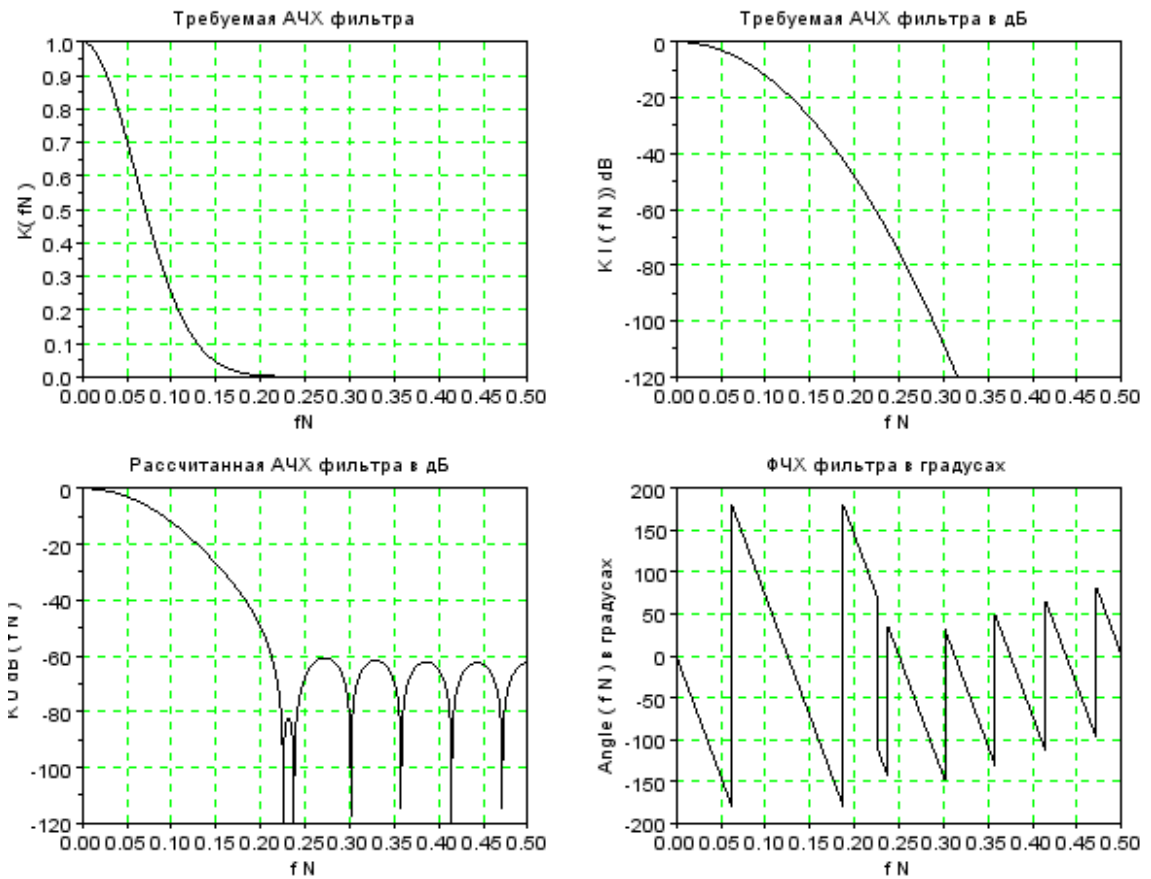


Рисунок 31 – АЧХ и ФЧХ при $K_0 = 8$

Повторение эксперимента при $K_0 = 12$

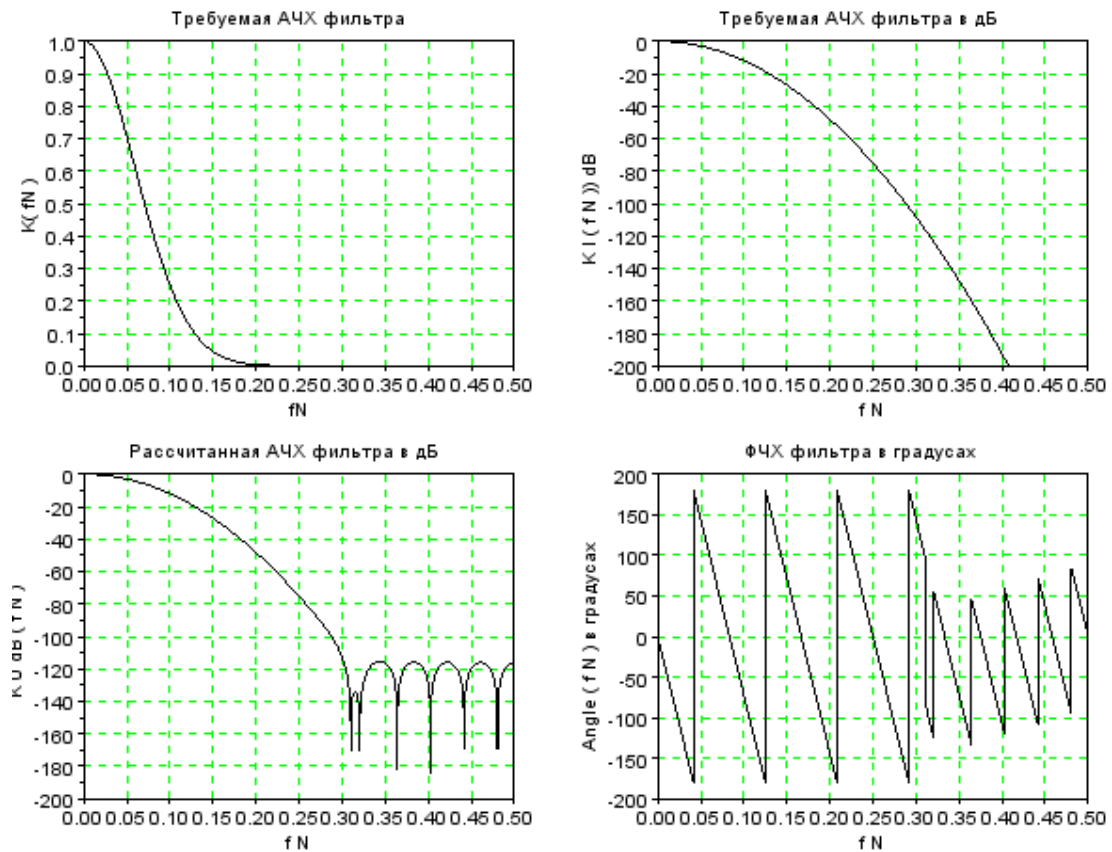


Рисунок 32 – АЧХ и ФЧХ при $K_0 = 12$

Повторение эксперимента при $K_0=5$

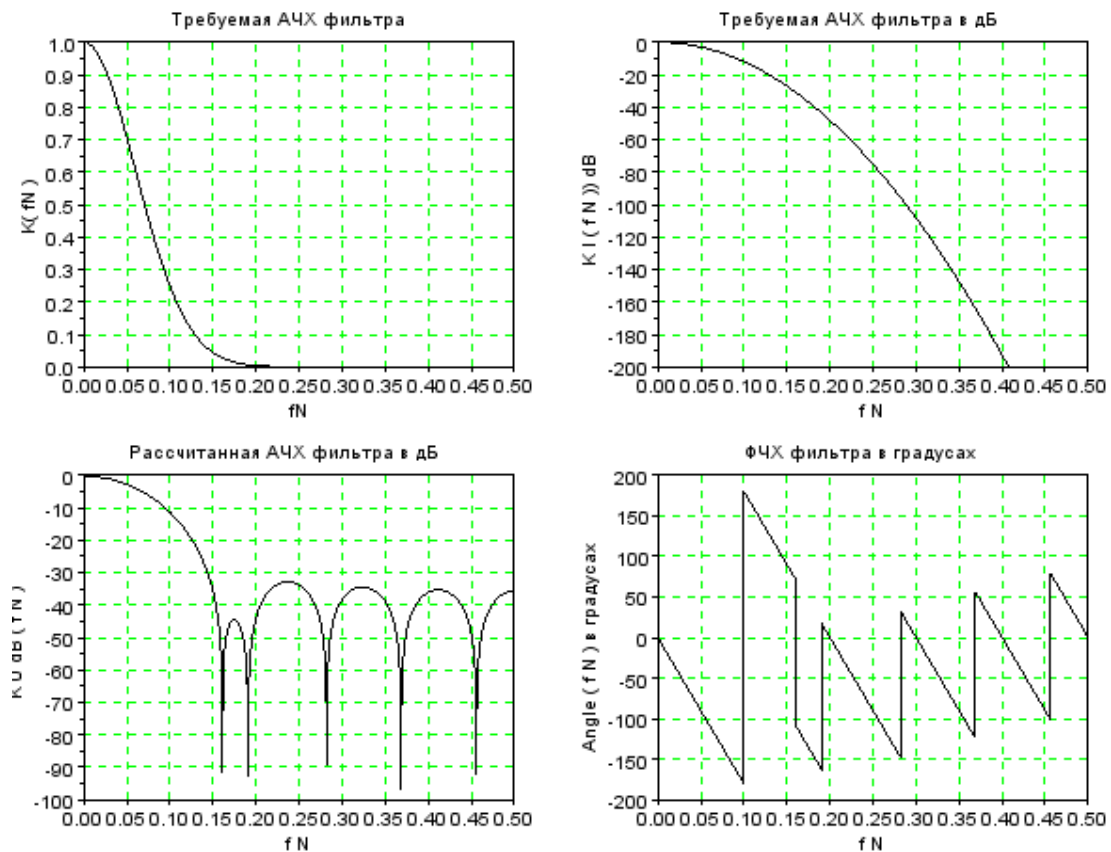


Рисунок 33 – АЧХ и ФЧХ при $K_0 = 5$

Таблица – Влияние длины линии задержки на ослабление в полосе задерживания

K_0	δ в дБ
10	-60
12	-115
8	-33

Выводы (нужно сформулировать самостоятельно):

- Об отличии реальной АЧХ от требуемой и причине этого отличия.
- О влиянии линии задержки на отличие реальной АЧХ от требуемой гауссовской характеристики
- Об особенности ФЧХ.

При моделировании процесса фильтрации на вход фильтра подаётся сумма сигнала и помехи $x_0(n)$.

Полезный сигнал представляет собой случайную последовательность прямоугольных элементарных посылок x_s с уровнями 1 и -1, формирование которых представлено на рисунке 34.

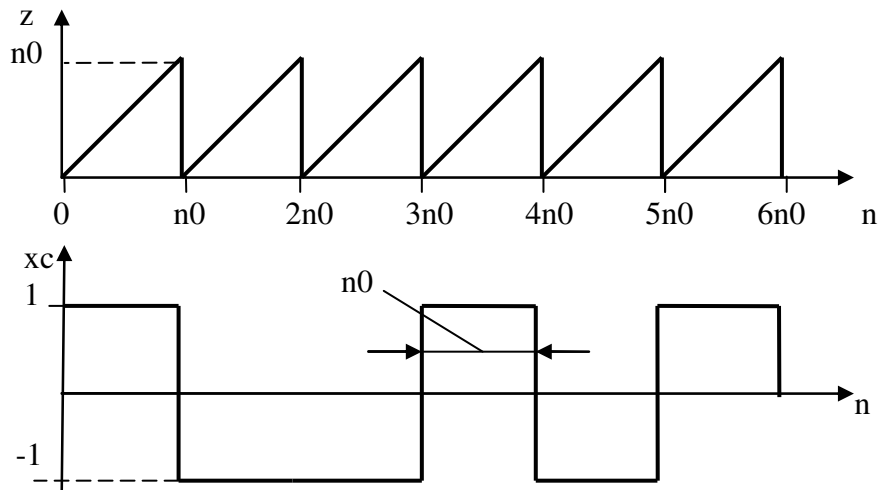


Рисунок 34 - Формирование сигнала на входе фильтра

Формирование элементарных посылкок осуществляется с использованием счетчика отсчетов. Переменная счетчика z изменяется в соответствии с соотношением

$$z = \begin{cases} z + 1 & \text{при } z < n_0, \\ 0 & \text{при } z = n_0. \end{cases} \quad (5)$$

В момент дискретного времени, когда переменная счетчика равна нулю, определяется знак элементарной посылки в зависимости от значения случайной величины $1 \geq \xi \geq 0$.

Если $\xi > 0.5$ формируется посылка позитива $x_c = 1$, в противном случае формируется посылка негатива $x_c = -1$. Значение x_c , определённое при $z = 0$, остаётся неизменным до следующего нулевого значения z .

Помеха определяется соотношением:

$$x_p(n) = X_p \cdot \sin(2\pi f_{Np} \cdot n),$$

где X_p – амплитуда помехи, f_{Np} – нормированная частота помехи.

Моделирование осуществляется с использованием следующих соотношений:

Определение выходного сигнала

$$y(n) = b(0) \cdot x(K_0) + \sum_{k=1}^{K_0-1} b(k) \cdot (x(K_0 - k) + x(K_0 + k)) + b(K_0) \cdot (x_0(n) + x(2K_0)).$$

Сдвиг сигнала в линии задержки

$$x(2K_0) = x(2K_0-1), \quad x(2K_0-1) = x(2K_0-2), \quad \dots \quad x(K_0) = x(K_0-1), \quad \dots \quad x(2) = x(1), \quad x(1) = x_0(n),$$

где $K_0 = 8$.

Результатом моделирования являются следующие временные диаграммы.

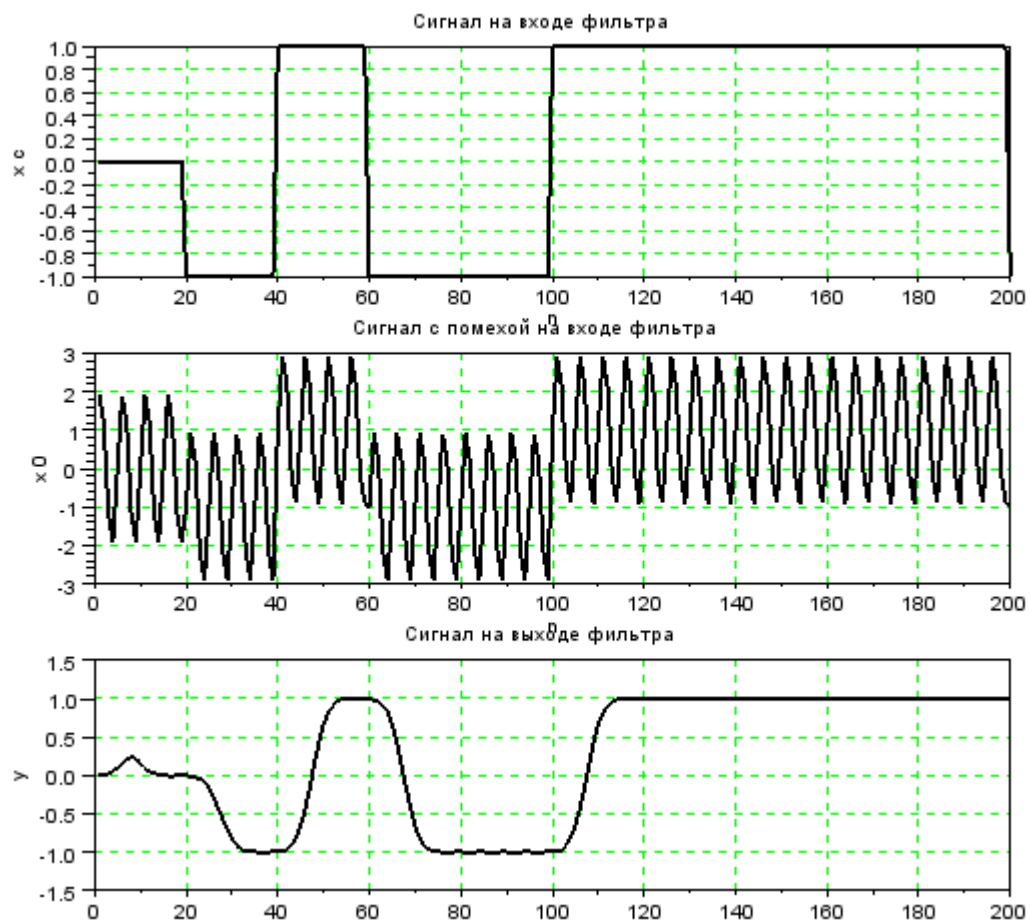


Рисунок 35 – Временные диаграммы входного сигнала, входного сигнала с помехой и выходного сигнала

Результаты моделирования позволяют сделать следующие выводы:

-
-

Требуется сделать выводы о влиянии фильтра на помеху и полезный сигнал.

Моделирование процесса дискретизации аналогового сигнала и восстановления аналогового сигнала из дискретного

```

1 // Программа "Diskret". Моделирование процесса дискретизации
2 // аналогового сигнала и восстановления аналогового сигнала
3 // из дискретного
4 //
5 // Ввод исходных данных для моделирования
6 //
7 X1=1; //Амплитуда первой гармоники
8 X2=0.9; //Амплитуда второй гармоники
9 X3=0.5; //Амплитуда третьей гармоники
10 phi1=0; //Начальная фаза первой гармоники
11 phi2=0; //Начальная фаза второй гармоники
12 phi3=0; //Начальная фаза третьей гармоники
13 F1=1 // Частота первой гармоники сигнала
14 Fd=4 // Частота дискретизации
15 delta_t=1/512; //Временной интервал между двумя соседними
16 //расчетными точками
17 //
18 // Расчет вспомогательных параметров
19 is=ceil(1/(F1*delta_t)); //Количество расчетных точек в периоде сигнала
20 id=ceil(1/(Fd*delta_t)); //Количество расчетных точек в интервале
21 // дискретизации
22 imax=64*is; // Количество расчетных точек
23 I=6*is; // Количество расчетных точек на графике
24 //
25 //Начальная установка (обнуление массивов)
26 i=zeros(1:imax);
27 x=zeros(1:imax);
28 u=zeros(1:imax);
29 xd=zeros(1:imax);
30 xv=zeros(1:imax);
31 s=zeros(1:imax);
32 sd=zeros(1:imax);
33 sv=zeros(1:imax);
34 i0=zeros(1:I);
35 x0=zeros(1:I);
36 u0=zeros(1:I);
37 xd0=zeros(1:I);
38 xv0=zeros(1:I);
39 t=zeros(1:I);
40 u=zeros(1:imax)
41 z=0
42 //
43 // Формирование аналогового сигнала
44 //
45 for i=1:imax
46 x1=X1*cos(2*%pi*Fs*delta_t*i+phi1);
47 x2=X2*cos(4*%pi*Fs*delta_t*i+phi2);

```

```

48 x3=X3*cos(6*%pi*Fs*delta_t*i+phi3);
49 x(i)=x1+x2+x3;
50 //
51 // Формирование последовательности единичных отсчетов
52 //
53 z=z+1
54 if z == id then z=0
55 end
56 if z == 0 then u(i)=1
57 else u(i)=0
58 end
59 //
60 // Дискретизация аналогового сигнала
61 xd(i)=x(i)*u(i);
62 end
63 // Формирование массивов данных для построения графиков
64 for i0=1:I
65 x0(i0)=x(i0);
66 u0(i0)=u(i0);
67 xd0(i0)=xd(i0);
68 end
69 i0=[1:I];
70 t=delta_t*i0;
71 clf()// Очистка графического окна перед выдачей графиков
72 subplot(3,2,1);
73 xtitle('Аналоговый сигнал на входе дискретизатора')
74 plot(t,x0,"b")
75 xgrid
76 subplot(3,2,5);
77 xtitle('Последовательность единичных отсчетов')
78 plot2d3(t,u0)
79 subplot(3,2,2);
80 xtitle('Дискретный сигнал')
81 plot2d3(t,xd0,style=[color("red")])
82 xgrid
83 //
84 //Определение спектра аналогового и дискретного сигнала
85 //
86 s=fft(x);
87 sd=fft(xd);
88 kmax=30*floor(imax/is);
89 k=zeros(1:kmax);
90 f=zeros(1:kmax);
91 s0=zeros(1:kmax);
92 sd0=zeros(1:kmax);
93 k=[1:kmax];
94 f=k/(delta_t*imax);
95 for k=1:kmax
96 s0(k)=s(k)*2/imax;
97 sd0(k)=sd(k)*2/imax;
98 end
99 subplot(3,2,3)

```

```

100 xtitle('Спектр аналогового сигнала')
101 plot2d3(f,abs(s0),style=[color("blue")])
102 xgrid
103 subplot(3,2,4)
104 xtitle('Спектр дискретного сигнала')
105 plot2d3(f,abs(sd0),style=[color("red")])
106 xgrid
107 //
108 // Восстановление аналогового сигнала из дискретного
109 //
110 k1=floor(0.5*imax/id);// Номер отсчета спектра,
111 // соответствующий половине частоты дискретизации
112 for k=1:imax
113 if k<k1 then
114 sv(k)=sd(k);
115 else
116 sv(k)=0;
117 end
118 end
119 // Формирование восстановленного сигнала
120 xv=ifft(sv);
121 for i0=1:I
122 xv0(i0)=xv(i0);
123 end
124 subplot(3,2,6)
125 xtitle('Восстановленный аналоговый сигнал')
126 plot2d(t,xv0,style=[color("green")])
127 xgrid

```

ПРИЛОЖЕНИЕ Б

Программа расчета АЧХ и ФЧХ

```
1 // Программа расчета АЧХ и ФЧХ цифрового фильтра рисунка 15
2 A=0.9
3 delta_f=0.0001
4 fN=0:delta_f:0.5
5 mmax=0.5/delta_f
6 for m=1:mmax+1
7     z=%e^(%i*(m-1)*2*%pi*delta_f);
8     H=A*(1+z^(-2))/(1+A*z^(-2)); // Системная функция фильтра
9     K(m)=abs(H);
10    phi(m)=atand(imag(H),real(H));
11 end
12 clf()
13 subplot(2,1,1)
14 xtitle("АЧХ", "fN", "K")
15 plot(fN,K,"k")
16 xgrid(3)
17 subplot(2,1,2)
18 xtitle("ФЧХ", "fN", "phi")
19 plot(fN,phi,"k")
20 xgrid(3)
```

Программа синтеза нерекурсивного цифрового гауссовского ФНЧ

```

1 //Программа синтеза нерекурсивного цифрового фильтра
2 // с линейной ФЧХ и гауссовской АЧХ
3 //
4 //Ввод исходных данных
5 fNg=0.05; //Нормированная граничная частота фильтра
6 sigma=sqrt(2); //Неравномерность АЧХ в полосе пропускания ( $\sqrt{2}$ )
7 delta_m=-40 ; //Максимальный уровень пульсаций в дБ
8 K0=10; //Половина длины линии задержки
9 //
10 // Функция, описывающая требуемую АЧХ фильтра в интервале
11 // нормированных частот от 0 до 0.5
12 function u=K(fN), u=exp(-log(sigma)*(fN/fNg)^2)
13 endfunction;
14 // Функция, описывающая требуемую АЧХ фильтра в интервале
15 // нормированных частот от 0 до 0.5, заданную в дБ
16 function ul=KdB(fN),
17     if K(fN)>10^-10 then ul=20*log10(K(fN))
18     else ul=-200
19     end
20 endfunction
21 delta_f=0.0001 //Шаг изменения нормированной частоты
22 I=ceil(0.5/delta_f)// Количество расчетных точек АЧХ
23 i=[1:I+1] // Массив номеров расчетных точек
24 fN=(i-1)*delta_f // Массив значений частот при расчете АЧХ
25 y=zeros(1:I+1); // Обнуление массивов y и y1
26 y1=zeros(1:I+1);
27 for i=1:I+1 // Формирование массивов значений АЧХ в расчетных
28     // точках
29     y(i)=K(delta_f*(i-1))
30     y1(i)=KdB(delta_f*(i-1))
31 end;
32 clf()// Очистка графического окна перед выдачей графиков
33 // Построение графика требуемой АЧХ в относительном масштабе
34 subplot(221)
35 xtitle("Требуемая АЧХ фильтра", "fN","K( fN )" )
36 plot(fN,y,"k")
37 xgrid(3)
38 // Построение графика требуемой АЧХ в дБ
39 subplot(222)
40 xtitle("Требуемая АЧХ фильтра в дБ", "f N","K l ( f N )) dB" )
41 plot(fN,y1,"k")
42 xgrid(3)
43 //
44 //Формирование массива коэффициентов системной функции фильтра
45 b0=2*intg(0,0.5,K)// Расчет коэффициента B0
46 b=zeros(1:K0)
47 function w=KC(FN, k), w=K(FN)*cos(2*%pi*k*FN),
48 endfunction

```

```

49 for k=1:K0
50   b(k)=2*intg(0,0.5,KC)
51 end
52 //
53 //Комплексный коэффициент передачи
54 function v=Kk(FN)
55 v=b0
56 for k=1:K0
57   v=v+2*b(k)*cos(2*%pi*k*FN)
58 end
59 v=v*%e^(-%i*2*%pi*K0*FN)
60 endfunction
61 //
62 // Расчет АЧХ и ФЧХ фильтра
63 K0dB=zeros(1:I+1)// Обнуление массива отсчетов реальной АЧХ
64 fi=zeros(1:I+1)// Обнуление массива отсчетов ФЧХ
65 for i=1:I+1 // Формирование массива отсчетов реальной АЧХ
66   FN=(i-1)*delta_f
67   if abs(Kk(FN))>10^-10 then K0dB(i)=20*log10(abs(Kk(FN)))
68     else K0dB(i)=-200
69   end
70   fi(i)=atand(imag(Kk(FN)),real(Kk(FN)))
71 end
72 // График АЧХ
73 subplot(223)
74 xtitle("Расчитанная АЧХ фильтра в дБ", "f N","K 0 dB ( f N ) ")
75 plot(fN,K0dB,"k")
76 xgrid(3)
77 //График ФЧХ
78 subplot(224)
79 xtitle("ФЧХ фильтра в градусах", "f N","Angle ( f N ) в градусах" )
80 plot(fN,fi,"k")
81 xgrid(3)
82 disp(b0) // Выдача в командном окне значения коэффициента b0
83 disp(b) // Выдача в командном окне массива коэффициентов b1, b2..

```

ПРИЛОЖЕНИЕ Г

Программа моделирования цифрового ФНЧ при действии на его входе сигнала и помехи

```

1 // Программа моделирования цифрового ФНЧ при действии на его входе
2 // сигнала и помехи
3 // Ввод исходных данных
4 // Параметры фильтра
5 K0=8 // Половина длины линии задержки фильтра
6 fNg=0.05 // Нормированная граничная частота фильтра
7 sigma=sqrt(2) // Неравномерность АЧХ в полосе пропускания ( $\sqrt{2}$ )
8 delta_m=-60 // Максимальный уровень пульсаций в дБ
9 // Параметры сигнала
10 n0=20 // Количество отсчетов в элементарной посылке
11 // передаваемого первичного сигнала
12 // Параметры помехи
13 Xp=2 // Амплитуда помехи
14 fNp=0.2
15 nmax=10*n0 // Максимальный номер отсчета
16 // Функция, описывающая требуемую АЧХ фильтра в интервале
17 // нормированных частот от 0 до 0.5
18 function u=K(fN), u=exp(-log(sigma)*(fN/fNg)^2)
19 endfunction;
20 b0=2*intg(0,0.5,K) // Расчет коэффициента B0
21 function w=KC(fN, k), w=2*K(fN)*cos(2*pi*k*fN),
22 endfunction
23 b=zeros(1:K0)
24 for k=1:K0
25 b(k)=intg(0,0.5,KC)
26 end
27 clf()
28 z=0
29 u=0
30 xc=zeros(1:nmax)
31 x0=zeros(1:nmax)
32 y=zeros(1:nmax)
33 x=zeros(1:2*K0)
34 for n=1:nmax
35 //Формирование сигнала
36 z=z+1
37 if z==n0 then z=0
38 end
39 if z==0 then
40 if rand(1)< 0.5 then u =-1
41 else u =1
42 end
43 end
44 xc(n)=u
45 // Формирование синусоидальной помехи
46 xp=Xp*sin(2*pi*fNp*n)

```

```

47 // Сигнал и помеха на входе фильтра
48 x0(n)=xc(n)+xp
49 //subplot(311)
50 //xtitle("Сигнал на входе фильтра", "n","x c" )
51 //plot2d3(n,xc)
52 //subplot(312)
53 //xtitle("Сигнал с помехой на входе фильтра", "n","x 0" )
54 //plot2d3(n,x0)
55 y(n)=B0*x(K0)
56 for k=1:K0-1
57 y(n)=y(n)+B(k)*(x(K0-k)+x(K0+k))
58 end
59 y(n)=y(n)+B(K0)*(x0(n)+x(2*K0))
60 //subplot(313)
61 //xtitle("Сигнал на выходе фильтра", "n","y" )
62 //plot2d3(n,y)
63 for k=1:2*K0-1
64 x(2*K0+1-k)=x(2*K0-k)
65 end
66 x(1)=x0(n)
67 end
68 n=1:nmax
69 subplot(311)
70 xtitle("Сигнал на входе фильтра", "n","x c" )
71 plot(n,xc)
72 xgrid(3)
73 subplot(312)
74 xtitle("Сигнал с помехой на входе фильтра", "n","x 0" )
75 plot(n,x0)
76 xgrid(3)
77 subplot(313)
78 xtitle("Сигнал на выходе фильтра", "n","y" )
79 plot(n,y)
80 xgrid(3)

```