

Федеральное агентство связи Государственное образовательное учреждение высшего профессионального образования «Поволжский государственный университет телекоммуникаций и информатики»

Курсовая работа

По дисциплине «Цифровая обработка сигналов»

Выполнил:

студент ИКТиССу-2к группы

Чиркин Максим Владимирович

№з.к.:163522

Самара-2018

Содержание

Задание 1. Моделирование процесса дискретизации аналогового сигнала и восстановления аналогового сигнала из дискретного. Наблюдение эффектов размножения и наложения спектров.....	3
Задание 2. Определение системной функции, комплексного коэффициента передачи, АЧХ и ФЧХ цифрового фильтра.....	6
Задание 3. Синтез нерекурсивного цифрового ФНЧ с линейной ФЧХ и гауссовской АЧХ методом ряда Фурье. Моделирование фильтра при действии на его входе полезного сигнала и помехи.....	7
Приложение А.....	13
ПРИЛОЖЕНИЕ Б.....	16
ПРИЛОЖЕНИЕ В.....	17
ПРИЛОЖЕНИЕ Г.....	19

Задание 1. Моделирование процесса дискретизации аналогового сигнала и восстановления аналогового сигнала из дискретного. Наблюдение эффектов размножения и наложения спектров

Исходные данные:

$$X_1=1, X_2=0, X_3=0,5, \varphi_1=0, \varphi_2=0, \varphi_3=\pi, F_1=1 \text{ МГц}, F_d=8 \text{ МГц}, \Delta t=\frac{1}{512} \text{ мс}.$$

Требуется:

1. Сформировать аналоговый сигнал $x(t)$ в виде суммы трех гармонических колебаний
 $x(t)=x_1(t)+x_2(t)+x_3(t)$ где
 $x_1(t)=X_1 \cdot \cos(2\pi F_1 t + \varphi_1),$
 $x_2(t)=X_2 \cdot \cos(2\pi F_2 t + \varphi_2),$
 $x_3(t)=X_3 \cdot \cos(2\pi F_3 t + \varphi_3),$
 $F_2=2F_1, F_3=3F_1$
2. Определить амплитудный спектр аналогового сигнала.
3. Сформировать вспомогательный сигнал $u(t)$ в виде периодической последовательности единичных отсчетов с периодом, равным интервалу дискретизации
4. Сформировать дискретный сигнал $x_d(t)=x(t) \cdot u(t)$.
5. Определить амплитудные спектры аналогового и дискретного сигналов и убедиться в том, что при дискретизации имеет место эффект размножения спектра аналогового сигнала.
6. Восстановить аналоговый сигнал из дискретного путем выделения из спектра дискретного сигнала той части, которая соответствует спектру аналогового сигнала. Сравнить восстановленный сигнал с исходным аналоговым сигналом.
7. Повторить машинный эксперимент при в два раза меньшей частоте дискретизации. Убедиться в том, что восстановленный сигнал отличается от исходного аналогового сигнала, и объяснить причину искажения восстановленного сигнала.

Расчет частот спектральных составляющих дискретного сигнала по формуле

$$|k F_d \pm F|$$

$$k=0$$

$$1. F=F_1, f_1=F_1=1 \text{ МГц}$$

$$2. F=F_2, f_2=F_2=2 \text{ МГц}$$

$$3. F=F_3, f_3=F_3=3 \text{ МГц}$$

$$k=1$$

$$4. F=F_3, f_4=F_d-F_3=8-1=7 \text{ МГц}$$

$$5. F=F_2, f_5=F_d-F_2=8-2=6 \text{ МГц}$$

$$6. F=F_1, f_6=F_d-F_1=8-3=5 \text{ МГц}$$

$$7. F=F_1, f_7=F_d+F_1=8+1=9 \text{ МГц}$$

$$8. F=F_2, f_8=F_d+F_2=8+2=10 \text{ МГц}$$

$$9. F=F_3, f_9=F_d+F_3=8+3=11 \text{ МГц}$$

Построение спектральных диаграмм аналогового и дискретного сигналов

Результат моделирования по программе ***Diskret*** (приложение А) при исходных данных в виде временных и спектральных диаграмм аналогового и дискретного сигнала приведён на рисунке 3 и рисунке 4.

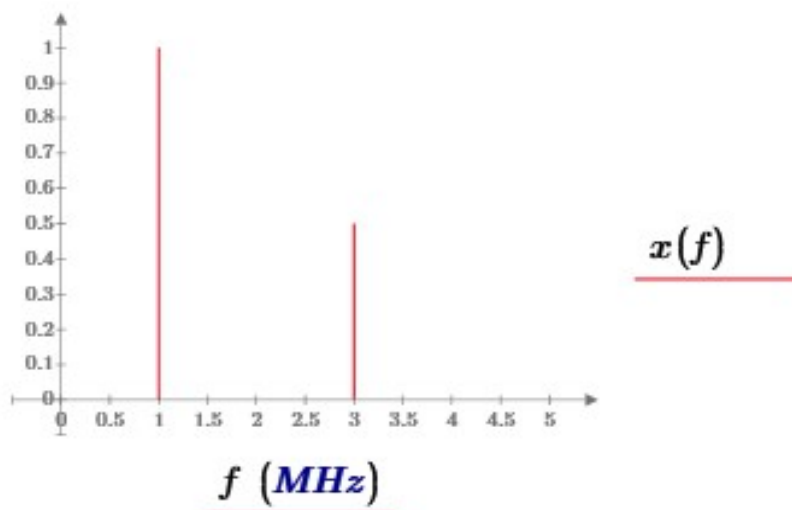


Рисунок 1. Амплитудный спектр аналогового сигнала.

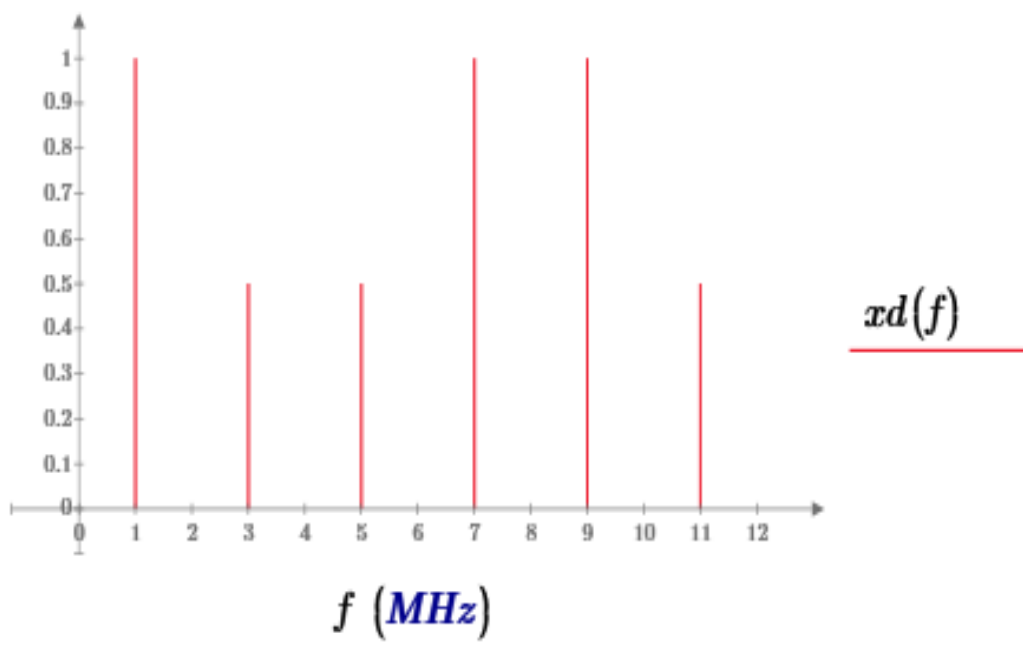


Рисунок 2. Амплитудный спектр дискретного сигнала.

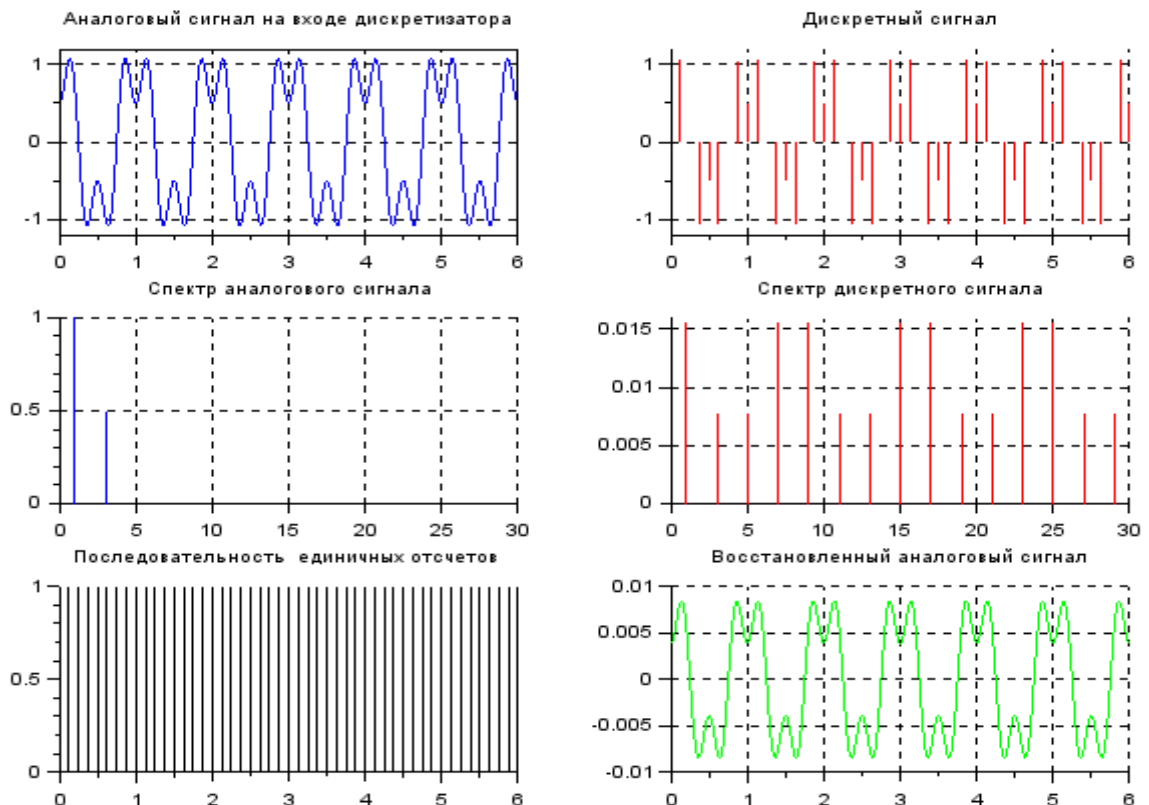


Рисунок 3. Результат моделирования по программе «Diskret» при $F_d > 2F_{max}$.

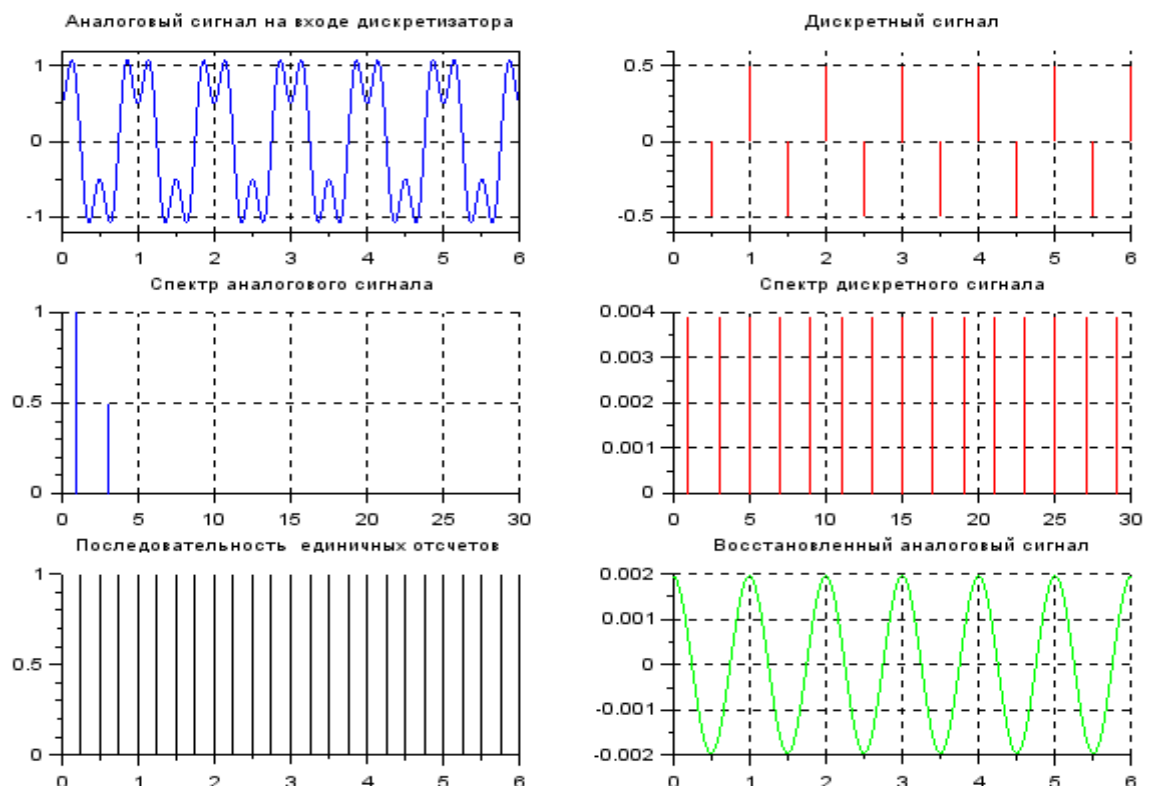


Рисунок 4. Результат моделирования по программе «Diskret» при $F_d < 2F_{max}$.

Выводы:

Из полученных результатов видно, что на рисунке 3 сгустки спектра дискретного сигнала соответствуют спектру аналогового сигнала, восстановленный сигнал соответствует сигналу на входе дискретизатора, так

как выполняется условие $F_d > 2F_{max}$. При несоблюдении условия $F_d > 2F_{max}$ происходит слияние и перекрещивание сгустков спектра дискретного сигнала, в следствии чего восстановленный сигнал не совпадает с исходным.

Задание 2. Определение системной функции, комплексного коэффициента передачи, АЧХ и ФЧХ цифрового фильтра

Задан алгоритм функционирования цифрового фильтра. Коэффициент $A = -0,75$, $M = 1 + A$ (рисунок 5).

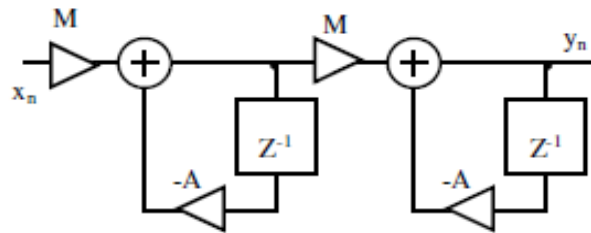


Рисунок 5. Алгоритм функционирования цифрового фильтра и коэффициенты системной функции фильтра.

Требуется определить системную функцию $H(z)$, комплексный коэффициент передачи $K(j\theta)$, АЧХ $K(f_N)$ и ФЧХ $\varphi(f_N)$ цифрового фильтра, где $\theta = 2\pi f_N$, $f_N = f/F_d$ – нормированная частота. Построить графики АЧХ и ФЧХ.

Из рисунка видно что:

$$v_n = M x_n - A v_{(n-1)} = (1 + A) x_n - A v_{(n-1)}$$

$$y_n = M v_n - A y_{n-1} = (1 + A) v_n - A y_{n-1}$$

Воспользовавшись свойствами Z-преобразования, перейдем от разностных уравнений к уравнениям для Z-преобразований дискретных сигналов x_n , v_n , y_n :

$$V(z) = (1 + A) X(z) - A z^{(-1)} V(z)$$

$$Y(z) = (1 + A) V(z) - A z^{(-1)} Y(z)$$

Отсюда

$$V(z) = \frac{(1 + A) X(z)}{1 + A z^{-1}}$$

$$Y(z) = \frac{(1 + A) V(z)}{1 + A z^{-1}}$$

$$Y(z) = \frac{(1 + A)}{1 + A z^{-1}} \cdot \frac{(1 + A) X(z)}{1 + A z^{-1}} = \frac{(1 + A)^2}{(1 + A z^{-1})^2} \cdot X(z)$$

Разделив $Y(z)$ на $X(z)$ получим системную функцию цифрового фильтра

$$H(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{(1+A)^2}{(1+Az^{-1})^2}$$

Определим комплексный коэффициент передачи, используя подстановку $z = e^{j\theta}$:

$$K(j\theta) = \frac{(1+A)^2}{(1+Ae^{-j\theta})^2} = \frac{(1+A)^2}{1+2Ae^{-j\theta}+A^2e^{-2j\theta}} = \frac{(1+A)^2}{1+A(\cos(\theta)-j\sin(\theta))+A^2(\cos(2\theta)-j\sin(2\theta))}$$

Результат моделирования по программе *Расчет_АЧХ_и_ФЧХ.sce* (приложение Б) АЧХ и ФЧХ показаны на рисунке 6.

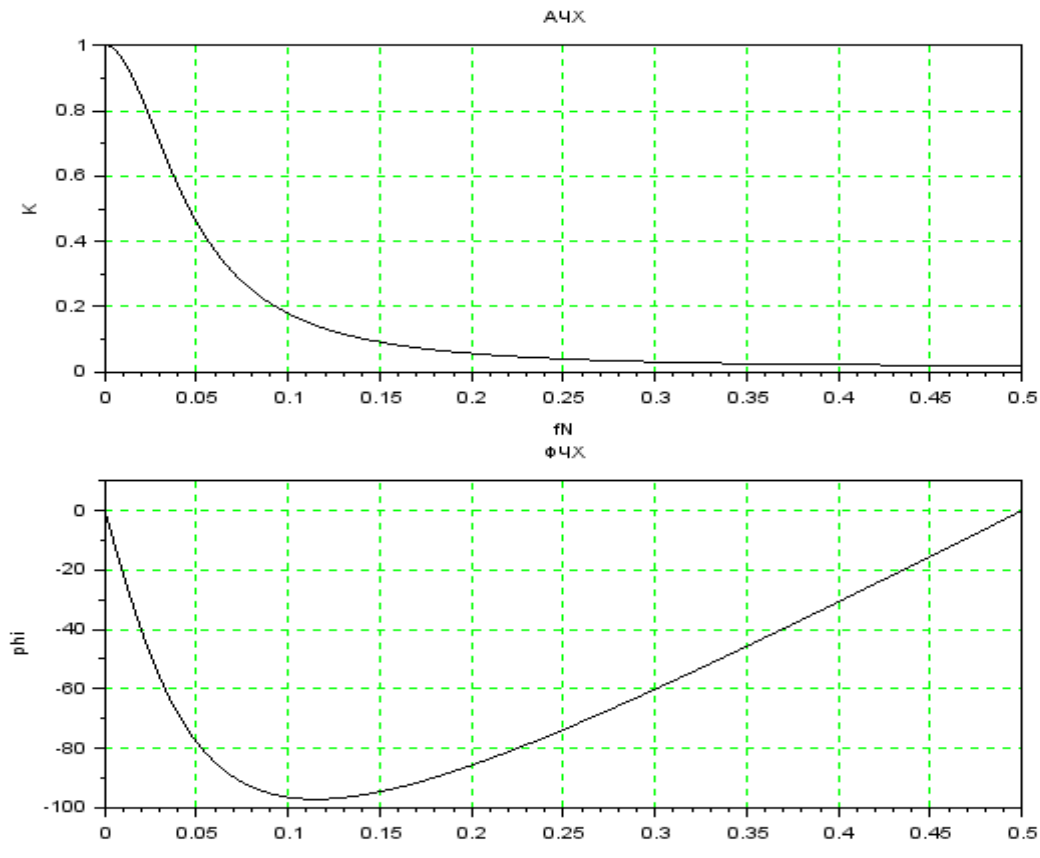


Рисунок 6. АЧХ и ФЧХ фильтра.

Задание 3. Синтез нерекурсивного цифрового ФНЧ с линейной ФЧХ и гауссовской АЧХ методом ряда Фурье. Моделирование фильтра при действии на его входе полезного сигнала и помехи

Требуется выполнить синтез цифрового фильтра с линейной ФЧХ и АЧХ, выражаемой функцией Гаусса. Такие фильтры используются, например, при формировании сигналов гауссовской минимальной частотной манипуляции GMSK, применяемых в системе подвижной сотовой связи GSM.

Требуемая АЧХ фильтра выражается следующим соотношением:

$$K(f_N) = e^{-\ln \sigma \left(\frac{f_N}{f_{Ng}} \right)^2}$$

Где f_N – нормированная частота – отношение абсолютного значения частоты f к частоте дискретизации F_d , σ – неравномерность АЧХ в полосе пропускания – отношение максимального коэффициента передачи фильтра к

K_{max} минимальному K_{min} в пределах полосы пропускания. Для гауссовской АЧХ:

$$K_{max}=K(0)=1, \quad K_{min}=k(f_{Ng})=e^{-\ln \sigma}=\frac{1}{\sigma}.$$

На рисунке 7 показана гауссовская АЧХ в интервале нормированных частот от нуля до 0.5 с использованием линейного масштаба по оси ординат при $\sigma=\sqrt{2}$, и $f_{Ng}=0,05$. Пунктирная прямая, параллельная оси абсцисс, проведена на уровне $\frac{1}{\sigma}=0,707$. Абсцисса точки пересечения пунктирной прямой с АЧХ дает значение нормированной граничной частоты фильтра.

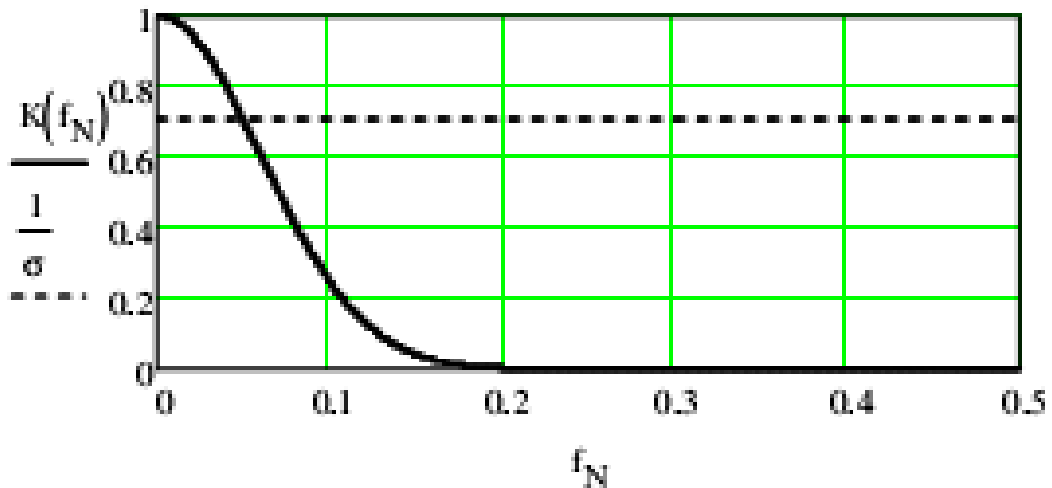


Рисунок 7. АЧХ описываемая функцией Гаусса.

Схема фильтра приведена на рисунке 8.

$$f_{Ng}=0,07, \quad \sigma=\sqrt{3}, \quad \delta_m=-70, \quad n_0=10, \quad X_p=1, \quad f_{Np}=0,25$$

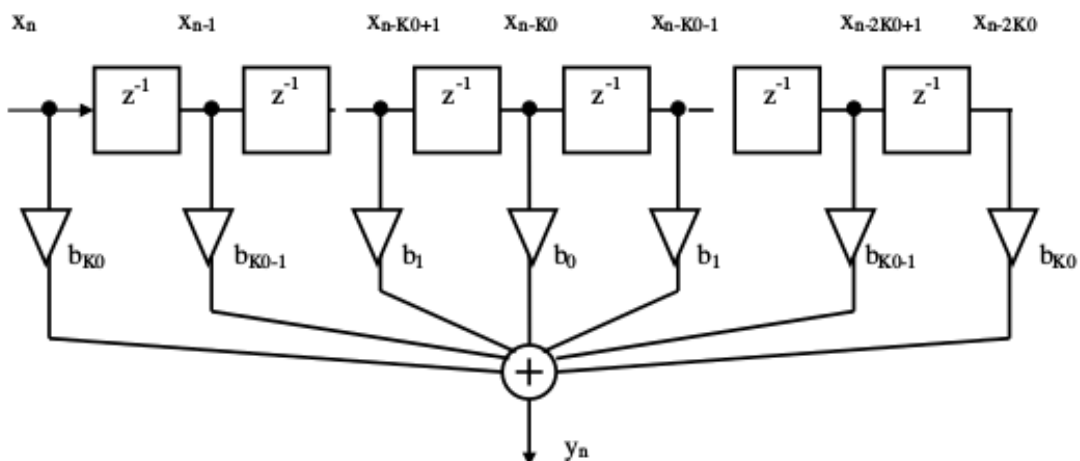


Рисунок 8. Нерекурсивный фильтр с линейной ФЧХ.

Синтез фильтра выполнен по программе **FilterGauss.sce** (приложение В).

Результаты синтеза:

Половина длины линии задержки фильтра $K_0=8$.

Коэффициенты системной функции приведены в таблице 1.

Таблица 1. Коэффициенты системной функции фильтра.

Номер коэффициента k	Значение коэффициента $b(k)$
0	0.1674040
1	0.1532958
2	0.1177129
3	0.0757961
4	0.0409260
5	0.0185302
6	0.0070354
7	0.0022399
8	0.0005980

Графики АЧХ и ФЧХ при длине линии задержки 1,5 раза больше рассчитанной $K_0=12$, и в 1,5 раза меньше рассчитанной $K_0=5$ приведены на рисунках 9,10 и 11.

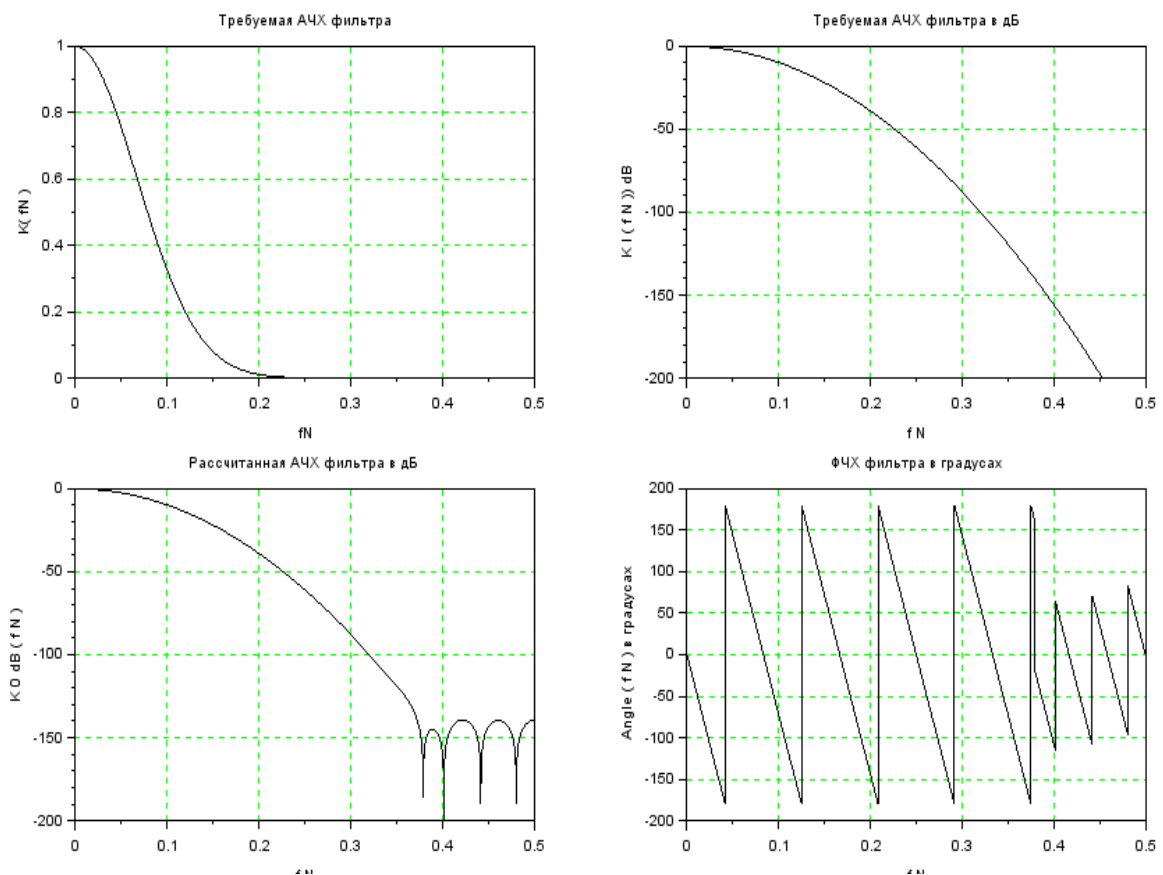


Рисунок 9. АЧХ и ФЧХ при $K_0=12$.

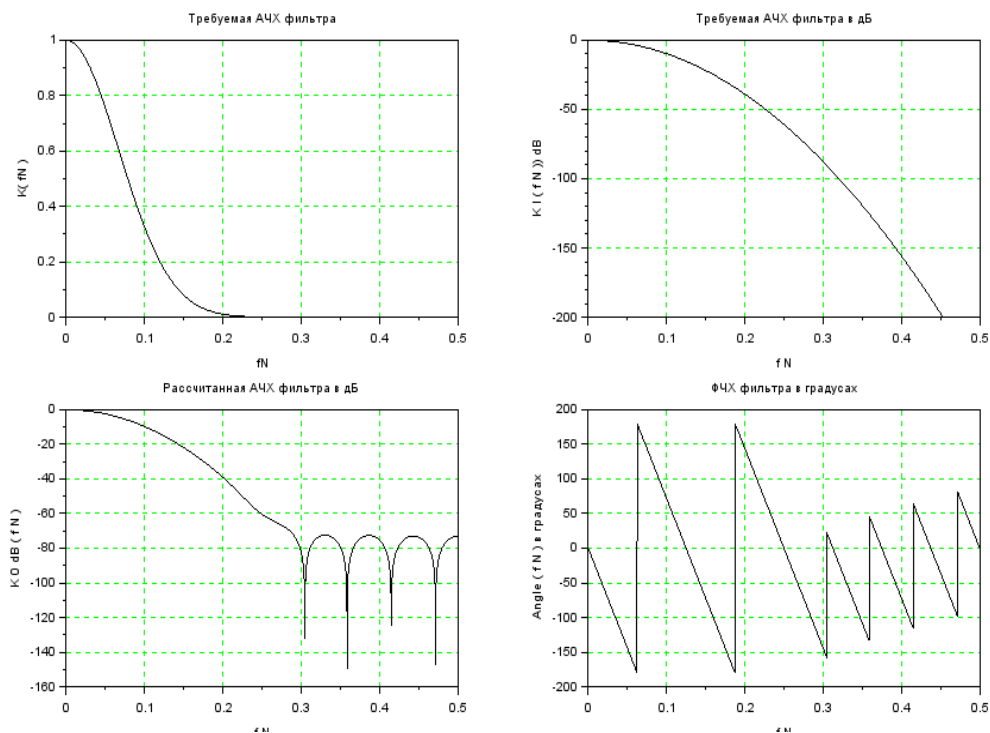


Рисунок 10. АЧХ и ФЧХ при $K_0=8$.

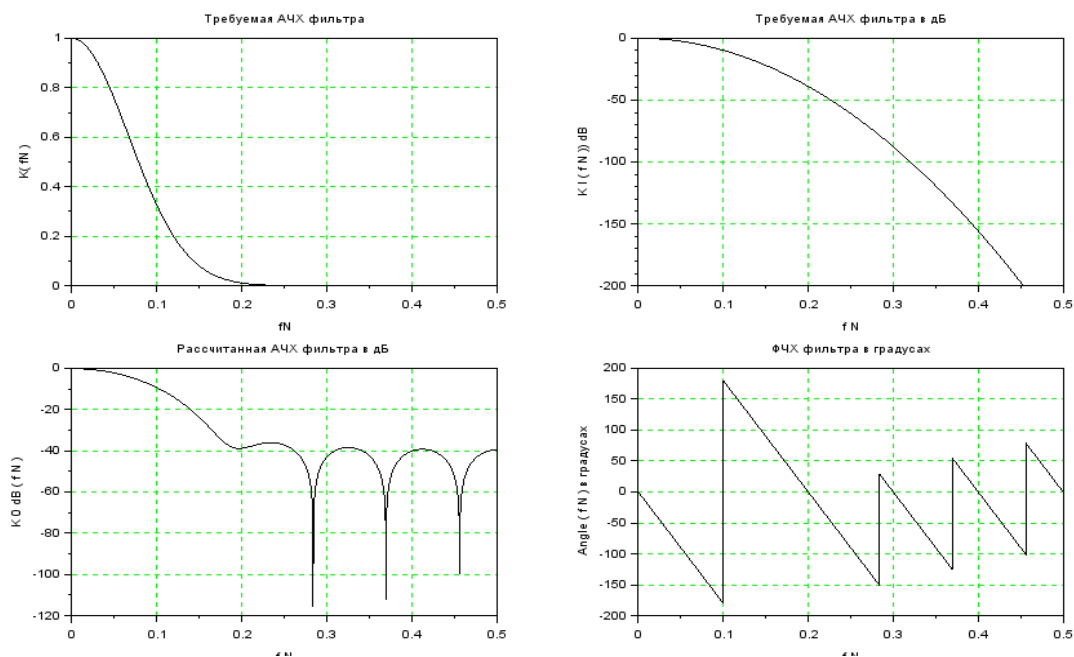


Рисунок 11. АЧХ и ФЧХ при $K_0=5$.

Таблица 2. Влияние длины линии задержки на ослабление в полосе задерживания.

K_0	δ в дБ
12	-139
8	-72,5
5	-36

Выводы:

Из полученных данных видно, что при увеличении длины линии задержки цифрового фильтра уменьшает полосу пропускания фильтра.

При моделировании процесса фильтрации на вход фильтра подаётся сумма сигнала и помехи $x_0(n)$.

Полезный сигнал представляет собой случайную последовательность прямоугольных элементарных посылок x с уровнями 1 и -1, формирование которых представлено на рисунке 12.

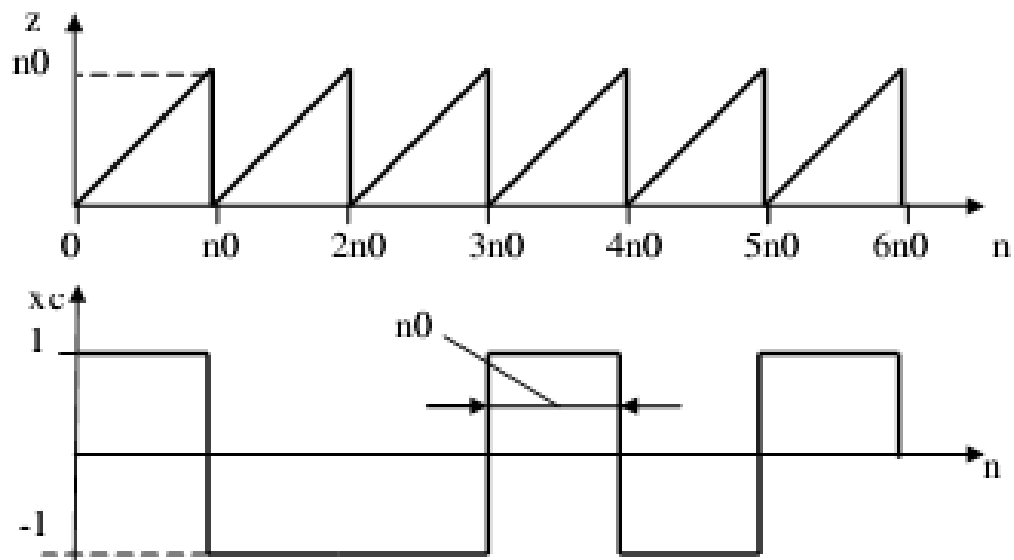


Рисунок 12. Формирование сигнала на входе фильтра.

Формирование элементарных посылок осуществляется с использованием счетчика отсчетов. Переменная счетчика z изменяется в соответствии с соотношением

$$z = \begin{cases} z+1 & \text{при } z < n_0 \\ 0 & \text{при } z = n_0 \end{cases}$$

В момент дискретного времени, когда переменная счетчика равна нулю, определяется знак элементарной посылки в зависимости от значения случайной величины $1 \geq \xi \geq 0$.

Если $\xi \geq 0.5$ формируется посылка позитива $x_c = 1$, в противном случае формируется посылка негатива $x_c = -1$. Значение x_c , определённое при $z=0$, остаётся неизменным до следующего нулевого значения z .

Помеха определяется соотношением:

$$x_p(n) = X_p \cdot \sin\left[\frac{2\pi}{N_p} \cdot n\right]$$

Моделирование осуществляется с использованием программы **ModelGauss.sce** (приложение Г). Результатом моделирования являются следующие временные диаграммы.

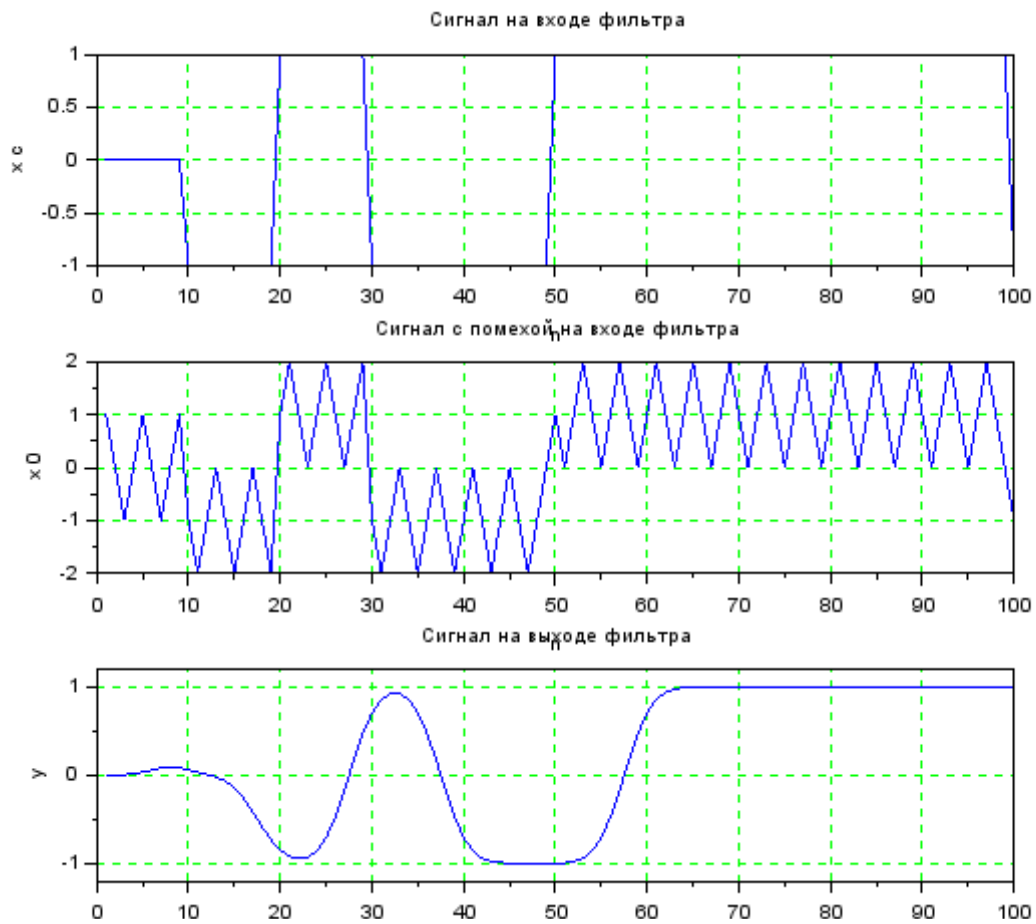


Рисунок 13. Временные диаграммы входного сигнала, входного сигнала с помехой и выходного сигнала

Выводы:

По полученным результатам можно сделать вывод, что фильтр успешно справляется с помехой, которая оказывает незначительное влияние на выходной сигнал фильтра.

Приложение А

```
// Программа "Diskret". Моделирование процесса дискретизации
// аналогового сигнала и восстановления аналогового сигнала
// из дискретного
//
// Ввод исходных данных для моделирования
//
X1=1; //Амплитуда первой гармоники
X2=0; //Амплитуда второй гармоники
X3=0.5; //Амплитуда третьей гармоники
phi1=0; //Начальная фаза первой гармоники
phi2=0; //Начальная фаза второй гармоники
phi3=%pi; //Начальная фаза третьей гармоники
F1=1; // Частота первой гармоники сигнала МГц
F2=2*F1; //Частота второй гармоники МГц
F3=3*F1; //Частота третьей гармоники МГц
Fd=4; // Частота дискретизации МГц
delta_t=1/512; //Временной интервал между двумя соседними
//расчетными точками
//
// Расчет вспомогательных параметров
is=ceil(1/(F1*delta_t)); //Количество расчетных точек в периоде
сигнала
id=ceil(1/(Fd*delta_t)); //Количество расчетных точек в интервале
// дискретизации
imax=64*is; // Количество расчетных точек
I=6*is; // Количество расчетных точек на графике
//
//Начальная установка (обнуление массивов)
i=zeros(1:imax);
x=zeros(1:imax);
u=zeros(1:imax);
xd=zeros(1:imax);
xv=zeros(1:imax);
s=zeros(1:imax);
sd=zeros(1:imax);
sv=zeros(1:imax);
i0=zeros(1:I);
x0=zeros(1:I);
u0=zeros(1:I);
xd0=zeros(1:I);
xv0=zeros(1:I);
t=zeros(1:I);
u=zeros(1:imax)
z=0
//
// Формирование аналогового сигнала
//
```

```

for i=1:imax
    x1=X1*cos(2*%pi*F1*delta_t*i+phi1);
    x2=X2*cos(2*%pi*F2*delta_t*i+phi2);
    x3=X3*cos(2*%pi*F3*delta_t*i+phi3);
    x(i)=x1+x2+x3;
//
// Формирование последовательности единичных отсчетов
//
    z=z+1
    if z == id then z=0
    end
    if z == 0 then u(i)=1
        else u(i)=0
    end
//
// Дискретизация аналогового сигнала
xd(i)=x(i)*u(i);
end
// Формирование массивов данных для построения графиков
for i0=1:I
    x0(i0)=x(i0);
    u0(i0)=u(i0);
    xd0(i0)=xd(i0);
end
i0=[1:I];
t=delta_t*i0;
clf()// Очистка графического окна перед выдачей графиков
subplot(3,2,1);
xtitle('Аналоговый сигнал на входе дискретизатора')
plot(t,x0,"b")
xgrid
subplot(3,2,5);
xtitle('Последовательность единичных отсчетов')
plot2d3(t,u0)
subplot(3,2,2);
xtitle('Дискретный сигнал')
plot2d3(t,xd0,style=[color("red")])
xgrid
//
// Определение спектра аналогового и дискретного сигнала
//
s=fft(x);
sd=fft(xd);
kmax=30*floor(imax/is);
k=zeros(1:kmax);
f=zeros(1:kmax);
s0=zeros(1:kmax);
sd0=zeros(1:kmax);
k=[1:kmax];

```

```

f=k/(delta_t*imax);
for k=1:kmax
    s0(k)=s(k)*2/imax;
    sd0(k)=sd(k)*2/imax;
end
subplot(3,2,3)
xtitle('Спектр аналогового сигнала')
plot2d3(f,abs(s0),style=[color("blue")])
xgrid
subplot(3,2,4)
xtitle('Спектр дискретного сигнала')
plot2d3(f,abs(sd0),style=[color("red")])
xgrid
//
// Восстановление аналогового сигнала из дискретного
//
k1=floor(0.5*imax/id); // Номер отсчета спектра,
// соответствующий половине частоты дискретизации
for k=1:imax
    if k<k1 then
        sv(k)=sd(k);
    else
        sv(k)=0;
    end
end
// Формирование восстановленного сигнала
xv=ifft(sv);
for i0=1:I
    xv0(i0)=xv(i0);
end
subplot(3,2,6)
xtitle('Восстановленный аналоговый сигнал')
plot2d(t,xv0,style=[color("green")])
xgrid

```

ПРИЛОЖЕНИЕ Б

```
// Программа расчета АЧХ и ФЧХ цифрового фильтра
A=-0.75
M=1+A
delta_f=0.0001
fN=0:delta_f:0.5
mmax=0.5/delta_f
for m=1:mmax+1
    z=%e^(%i*(m-1)*2*%pi*delta_f);
    H=(1+A)^2 / (1+A*z^(-1))^2; // Системная функция фильтра
    K(m)=abs(H);
    phi(m)=atand(imag(H),real(H));
end
clf()
subplot(2,1,1)
xtitle("АЧХ", "fN", "K")
plot(fN,K,"k")
xgrid(3)
subplot(2,1,2)
xtitle("ФЧХ", "fN", "phi")
plot(fN,phi,"k")
xgrid(3)
```


ПРИЛОЖЕНИЕ В

```
//Программа синтеза нерекурсивного цифрового гауссовского ФНЧ
//
//Ввод исходных данных
K0=8//Половина длины линии задержки
fNg=0.07 //Нормированная граничная частота фильтра
sigma=sqrt(3) //Неравномерность АЧХ в полосе
delta_m=-70 //Максимальный уровень пульсаций в дБ
// Функция, описывающая требуемую АЧХ фильтра в интервале
// нормированных частот от 0 до 0.5
function u=K(fN), u=exp(-log(sigma)*(fN/fNg)^2)
endfunction;
// Функция, описывающая требуемую АЧХ фильтра в интервале
// нормированных частот от 0 до 0.5, заданную в дБ
function ul=KdB(fN),
    if K(fN)>10^-10 then ul=20*log10(K(fN))
    else ul=-200
    end
endfunction
delta_f=0.0001 //Шаг изменения частоты при расчете АЧХ и ФЧХ
I=ceil(0.5/delta_f)// Количество расчетных точек АЧХ на графиках
i=[1:I+1] // Массив номеров расчетных точек
fN=(i-1)*delta_f// Массив значений частот при расчете АЧХ
y=zeros(1:I+1); // Обнуление массивов y и y1
y1=zeros(1:I+1);
for i=1:I+1 // Формирование массивов значений АЧХ в расчетных
    // точках
    y(i)=K(delta_f*(i-1))
    y1(i)=KdB(delta_f*(i-1))
end;
clf()// Очистка графического окна перед выдачей графиков
// Построение графика требуемой АЧХ в относительном масштабе
subplot(221)
xtitle("Требуемая АЧХ фильтра", "fN", "K(fN)" )
plot(fN,y,"k")
xgrid(3)
// Построение графика требуемой АЧХ в дБ
subplot(222)
xtitle("Требуемая АЧХ фильтра в дБ", "fN", "K l (f N)) dB" )
plot(fN,y1,"k")
xgrid(3)
//Формирование массива коэффициентов системной функции фильтра
b0=2*intg(0,0.5,K)// Расчет коэффициента b0
b=zeros(1:K0)
function w=KC(fN,k), w=2*K(fN)*cos(2*%pi*k*fN),
endfunction
for k=1:K0
    b(k)=intg(0,0.5,KC)
end
```

```

//Системная функция цифрового фильтра
function v=H(z)
v=b0
for k=1:K0
    v=v+b(k)*(z^k+z^-k)
end
v=v*z^-K0
endfunction
//Расчет зависимости комплексного коэффициента передачи фильтра
// от частоты, АЧХ и ФЧХ
Kk=zeros(1:I+1)
for i=1:I+1
    z=%e^(%i*2*%pi*delta_f*(i-1))
    Kk=H(z) // Комплексный коэффициент передачи
    if abs(Kk)>10^-10 then K0dB(i)=20*log10(abs(Kk))// АЧХ
    else K0dB(i)=-200
    end
    fi(i)=atand(imag(Kk),real(Kk)) // ФЧХ
end
// График АЧХ
subplot(223)
xtitle("Рассчитанная АЧХ фильтра в дБ", "fN", "K 0 dB (fN)")
plot(fN,K0dB,"k")
xgrid(3)
//График ФЧХ
subplot(224)
xtitle("ФЧХ фильтра в градусах", "fN", "Angle (fN) в градусах")
plot(fN,fi,"k")
xgrid(3)
// Выдача на дисплей значений коэффициентов системной функции
disp(b0)
disp(b)

```

ПРИЛОЖЕНИЕ Г

```
// Программа моделирования цифрового ФНЧ при действии на его входе
// сигнала и помехи
// Ввод исходных данных
// Параметры фильтра
K0=8 // Половина длины линии задержки фильтра
fNg=0.07 // Нормированная граничная частота фильтра
sigma=sqrt(3) // Неравномерность АЧХ в полосе пропускания
sigma_m=-70 // Максимальный уровень пульсаций в дБ
// Параметры сигнала
n0=10 // Количество отсчетов в элементарной посылке
// передаваемого первичного сигнала
// Параметры помехи
Xp=1 // Амплитуда помехи
fNp=0.25
nmax=10*n0 // Максимальный номер отсчета
// Функция, описывающая требуемую АЧХ фильтра в интервале
// нормированных частот от 0 до 0.5
function u=K(fN), u=exp(-log(sigma)*(fN/fNg)^2)
endfunction;
b0=2*intg(0,0.5,K) // Расчет коэффициента B0
function w=KC(fN,k), w=2*K(fN)*cos(2*pi*k*fN),
endfunction
b=zeros(1:K0)
for k=1:K0
b(k)=intg(0,0.5,KC)
end
clf()
z=0
u=0
xc=zeros(1:nmax)
x0=zeros(1:nmax)
y=zeros(1:nmax)
x=zeros(1:2*K0)
for n=1:nmax
//Формирование сигнала
z=z+1
if z==n0 then z=0
end
if z==0 then
if rand(1)< 0.5 then u =-1
else u =1
end
end
xc(n)=u
// Формирование синусоидальной помехи
xp=Xp*sin(2*pi*fNp*n)
// Сигнал и помеха на входе фильтра
x0(n)=xc(n)+xp
```

```

//subplot(311)
//xtitle("Сигнал на входе фильтра", "n", "x c")
//plot2d3(n,xc)
//subplot(312)
//xtitle("Сигнал с помехой на входе фильтра", "n", "x 0")
//plot2d3(n,x0)
y(n)=b0*x(K0)
for k=1:K0-1
y(n)=y(n)+b(k)*(x(K0-k)+x(K0+k))
end
y(n)=y(n)+b(K0)*(x0(n)+x(2*K0))
//subplot(313)
//xtitle("Сигнал на выходе фильтра", "n", "y")
//plot2d3(n,y)
for k=1:2*K0-1
x(2*K0+1-k)=x(2*K0-k)
end
x(1) =x0(n)
end
n=1:nmax
subplot(311)
xtitle("Сигнал на входе фильтра", "n", "x c")
plot(n,xc)
xgrid(3)
subplot(312)
xtitle("Сигнал с помехой на входе фильтра", "n", "x 0")
plot(n,x0)
xgrid(3)
subplot(313)
xtitle("Сигнал на выходе фильтра", "n", "y")
plot(n,y)
xgrid(3)

```