

8.1.4 Используя вариационный метод, оценить энергию основного состояния системы с гамильтонианом

$$H = \frac{1}{2} (p^2 + x^4).$$

Вид пробной ВФ выбрать самостоятельно и обосновать.

★ Найти численно по возможности точное значение энергии основного состояния E_0 .

8.1.7 Доказать для энергии основного состояния неравенство

$$E_0 \geq \bar{E} - \frac{\overline{E^2} - \bar{E}^2}{E_1 - \bar{E}}.$$

Указание: рассмотреть интеграл

$$K = \int \theta(x)(\hat{H} - E_0)(\hat{H} - E_1)\theta(x)dx.$$

8.1.8 Оценить энергию первого возбужденного состояния гармонического осциллятора, используя пробные функции

а) $\theta(x, \alpha) = x(1 + \alpha|x|) \exp(-\alpha|x|)$;

б) $\theta(x, \alpha) = x \operatorname{ch}^{-1} \alpha x$.

8.2.2 Частица находится в одномерной потенциальной яме $U(x) = -U_0 \operatorname{ch}^{-2}(x/a)$. Для этой системы:

а) Могут ли быть отличны от нуля поправки первого порядка к энергиям основного и первого возбужденного состояний под действием возмущения $V(x) = -Fx$?

б) Могут ли быть отличны от нуля поправки второго порядка к энергиям основного и первого возбужденного состояний под действием возмущения $V(x) = -Fx$?

8.2.7 Вычислить поправки второго порядка к уровням энергии гармонического осциллятора $E_n^{(0)}$ под действием возмущения $\hat{V} = \epsilon x^3$.

а) При каких значениях ϵ можно использовать для спектра возмущенной системы приближение $E_n \approx E_n^{(0)} + E_n^{(1)} + E_n^{(2)}$? (В этой модели $E_n^{(1)} = 0$).

б) При каких значениях ϵ можно использовать для волновой функции возмущенной системы приближение $\psi_n \approx \psi_n^{(0)} + \psi_n^{(1)}$?