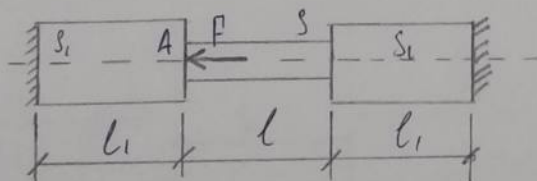


Задача n 58

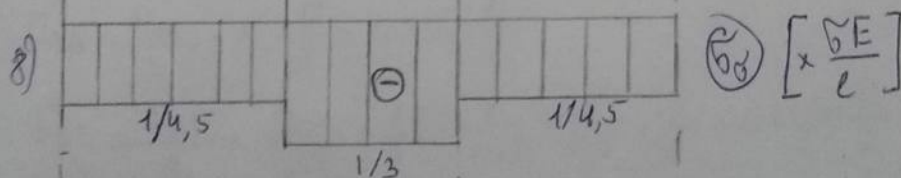
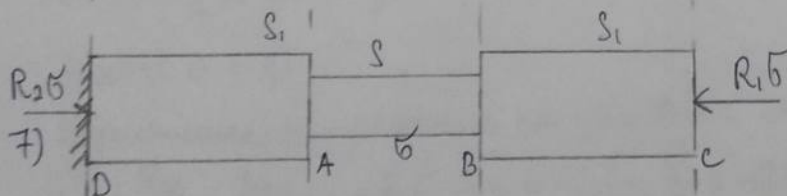
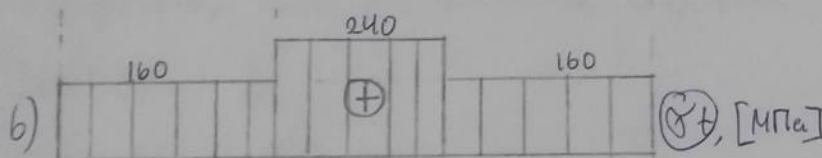
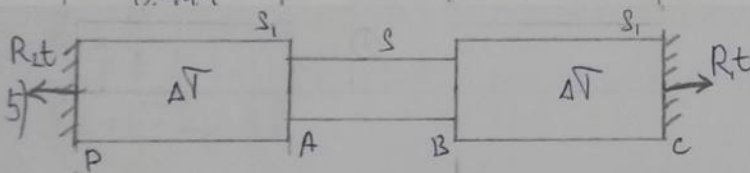
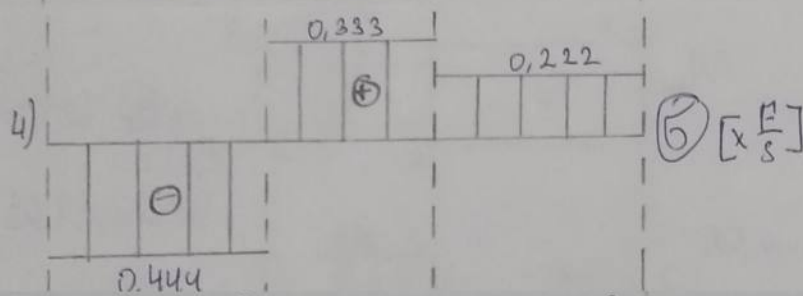
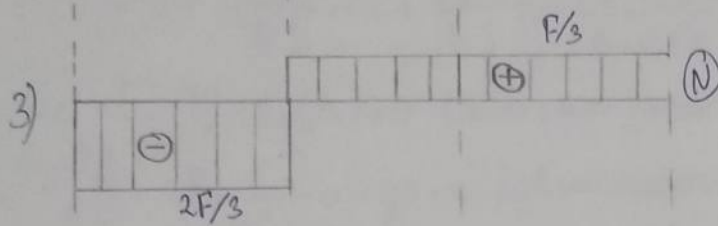
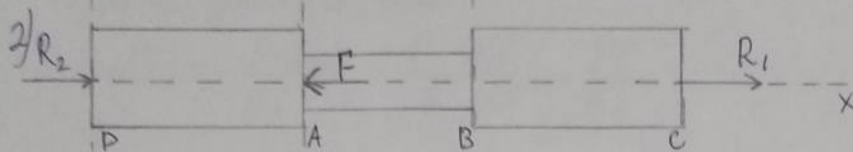
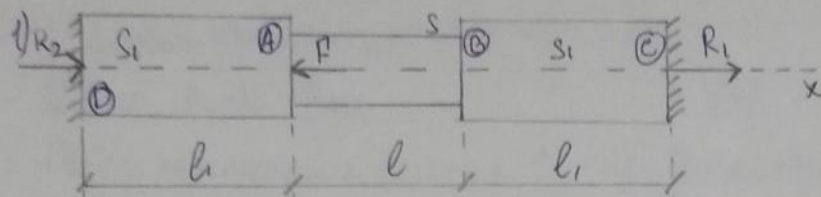
Условие задачи:

Для заданной статически неопределенной фермы требуется:
1) раскрыв статическую неопределенность, вычислить допустимое значение F ; 2) определить напряжения в стержнях при погрее (отжиге) стержней с площадью поперечного сечения S на величину ΔT ; 3) найти максимальные напряжения в стержнях, если длина стержней площадью поперечного сечения S относится на величину β от проектной длины; 4) определить (в долях $\beta_T S$) нагрузки F_T и F_0 ; построить на миллиметровой бумаге ферму. А4 график зависимости напряжений в стержнях σ_i/β_T от внешней нагрузки $F/\beta_T S$; 5) вычислить коэффициент запаса прочности по предельному равновесию.

Принять: $S = 2 \text{ см}^2$; материал стержней - идеально упругопрочный, $\beta_T = 240 \text{ МПа}$; $[n] = 1,5$; $\alpha = 12 \cdot 10^{-6} \text{ 1/}^\circ\text{C}$.



2	1		0	g
l_i/l	S_i/S	$\Delta T, ^\circ\text{C}$	$\beta, \text{мм}$	$N^\circ \text{схема}$
1,5	1,5	-100	1,6	VIII



$$l_1/l = 1,5$$

$$S_1/S = 1,5$$

$$\Delta T = -100^\circ C$$

$$\bar{\sigma} = 1,6 \text{ мм}$$

$$\text{сечение 8}$$

$$S = 2 \text{ см}^2$$

$$\bar{\sigma}_T = 240 \text{ МПа}$$

$$[n] = 1,5$$

$$\alpha = 12 \cdot 10^{-6} \text{ } 1/^\circ C$$

(пример стержня
стали)

$$E = 2 \cdot 10^5 \text{ МПа}$$

1) Условие равновесия стержня - 1)

$$\sum x = 0; R_1 + R_2 - F = 0 \quad (1)$$

Опред. перемещение сечения C - 2). Воспользуемся принципом независ. действия сил

$$\bar{\sigma}_C(F) = - \frac{F \cdot l_1}{E S_1} = - \frac{F \cdot 1,5l}{E \cdot 1,5S} = - \frac{Fl}{ES}$$

$$\bar{\sigma}_C(R_1) = \frac{R_1(l_1 + l_2)}{E S_1} + \frac{R_1 \cdot l}{E S} = \frac{R_1 \cdot 2 \cdot 1,5l}{E \cdot 1,5S} + \frac{R_1 l}{E S} = 3 R_1 \frac{l}{E S}$$

$$\bar{\sigma}_C = \bar{\sigma}_C(F) + \bar{\sigma}_C(R_1) = 0 \quad (\text{местная заделка})$$

$$-\frac{Fl}{ES} + 3 R_1 \frac{l}{ES} = 0 - \text{уравн совместности деформаций} \quad (2)$$

$$R_1 = \frac{F}{3}$$

$$R_2 = F - R_1 = \frac{2}{3}F$$

Продольная сила на участках стержня

$$N_{DA} = -R_2 = -\frac{2}{3}F$$

$$N_{AB} = -R_2 + F = \frac{1}{3}F$$

$$N_{BC} = -R_2 + F = R_1 = \frac{1}{3}F$$

Энтропия $N - 3)$

Нормальные напряжения на участках стержня

$$\bar{\sigma}_{DA} = \frac{N_{DA}}{S_1} = \frac{N_{DA}}{1,5S} = -\frac{2}{3}F \cdot \frac{1}{1,5S} = -\frac{1}{2,25} \frac{F}{S} = -0,44(4) \frac{F}{S}$$

$$\bar{\sigma}_{AB} = \frac{N_{AB}}{S} = \frac{1}{3} \cdot \frac{F}{S} = 0,33(3) \frac{F}{S}$$

$$\bar{\sigma}_{BC} = \frac{N_{BC}}{S_1} = \frac{N_{BC}}{1,5S} = \frac{1}{3}F \cdot \frac{1}{1,5S} = \frac{1}{4,5} \cdot \frac{F}{S} = 0,22(2) \frac{F}{S}$$

энтропия б - 4)

Условие прочности

$$\bar{\sigma}_{\max} \leq [\bar{\sigma}] = \frac{\bar{\sigma}_T}{[n]}; \text{ по - 4) } |\bar{\sigma}_{\max}| = 0,44(4) \frac{F}{S}$$

$$0,44(4) \frac{F}{S} \leq \frac{\bar{\sigma}_T}{[n]}$$

$$P \leq \frac{\sigma_T \cdot S}{0,44(4) [m]} = \frac{240 \cdot 10^6 \cdot 2 \cdot 10^{-4}}{0,44(4) \cdot 1,5} = 72 \cdot 10^3 \text{ Н} = 72 \text{ кН}$$

Принимаем: $[F] = 72 \text{ кН}$

2) Температурное нарушение - 5)

Если бы стержень не был закреплен, то его длина уменьшилась бы на величину $\Delta l_b = d \cdot \Delta T (l_{DA} + l_{BC}) = \alpha \cdot \Delta T \cdot 2l_1 = \alpha \cdot \Delta T \cdot 3l$

Такому изменению длины препятствует жесткая заделка. Удлинение стержня от реакции R_{1b}

$$\Delta l(R_{1b}) = \frac{R_{1b} \cdot 2l_1}{ES_1} + \frac{R_{1b} \cdot l}{ES} = \frac{R_{1b} \cdot 2 \cdot 1,5l}{E \cdot 1,5S} + \frac{R_{1b} \cdot l}{ES} = 3 R_{1b} \cdot \frac{l}{ES}$$

Приравняв $\Delta l_b = \Delta l(R_{1b})$, находим

$$R_{1b} = d \cdot \Delta T \cdot 3l \cdot \frac{ES}{3l} = d \cdot \Delta T \cdot ES = 12 \cdot 10^{-6} \cdot 100 \cdot 2 \cdot 10^5 \cdot 10^6 \cdot 2 \cdot 10^{-4} = 48 \cdot 10^3 \text{ Н} = 48 \text{ кН}$$

Продольная сила на всех участках стержня будет одинакова и равна $N_b = R_{1b} = 48 \text{ кН}$

Нормальные напряжения на участках стержня

$$\sigma_b(DA) = \sigma_b(BC) = \frac{N_b}{S_1} = \frac{N_b}{1,5S} = \frac{48 \cdot 10^3}{1,5 \cdot 2 \cdot 10^{-4}} = 160 \cdot 10^6 \text{ Па} = 160 \text{ МПа}$$

$$\sigma_b(AB) = \frac{N_b}{S} = \frac{48 \cdot 10^3}{2 \cdot 10^{-4}} = 240 \cdot 10^6 \text{ Па} = 240 \text{ МПа}$$

3) Неточность изготовления - 7)

Участок АВ изготовлен длиннее на величину δ . В этом случае в стержне возникает сжимающее усилие, величину которого найдем из условия

$$\Delta l(R_{1b}) = \delta$$

$$3 R_{1b} \cdot \frac{l}{ES} = \delta$$

$$N_b = R_{1b} = \frac{\delta ES}{3l}$$

Монтажные напряжения сжимающие

$$\sigma_\delta(DA) = \sigma_\delta(BC) = \frac{N_\delta}{S_1} = \frac{N_\delta}{1,5S} = \frac{\delta ES}{3l \cdot 1,5S} = \frac{\delta E}{4,5l}$$

$$\sigma_\delta(AB) = \frac{N_\delta}{S} = \frac{\delta E}{3l} \quad (\text{длина } l \text{ не задана})$$

Эпюра σ_δ - 8)

4. По мере роста силы F , стержни PA, AB, BC поэтапно будут переходить в пластическое состояние, причем напряжения в каждом стержне не могут превышать σ_T

Рассмотрим этапы деформирования системы.

1) Все стержни работают упруго

$$\sigma_{PA} = \frac{2F/3}{S_1} = \frac{2F/3}{15S} = 0,44(4) \frac{F}{S} \leq \sigma_T$$

$$F_T = \frac{\sigma_T S}{0,44(4)} = \frac{2 \cdot 10^{-4} \cdot 240 \cdot 10^6}{0,44(4)} = 108 \cdot 10^3 \text{ Н} = 108 \text{ кН}$$

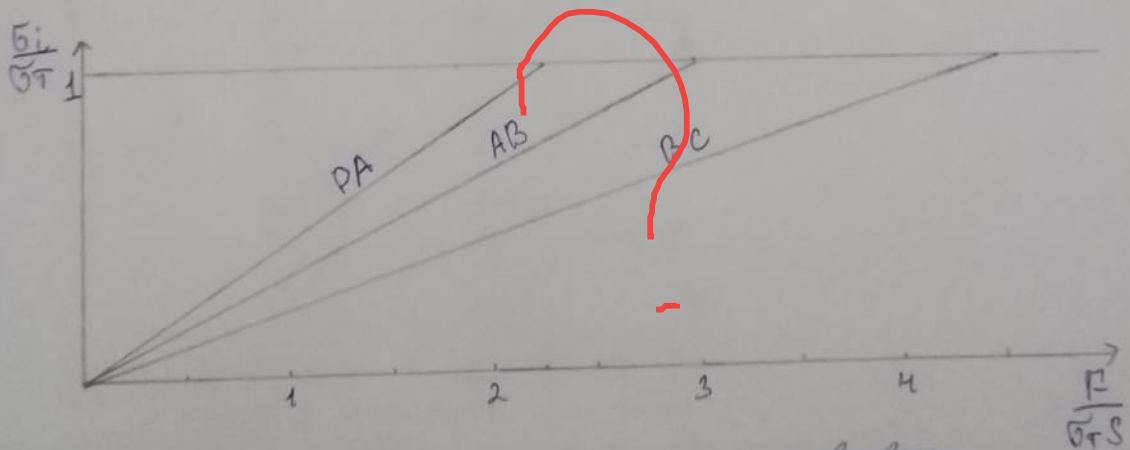
2) При дальнейшем росте нагрузки стержень PA перейдет в пластическое состояние $\sigma_{PA} = \sigma_T$, стержни AB и BC работают упруго $\sigma_{AB} = 0,33(3) \frac{F}{S} \leq \sigma_T$

$$F_1 = \frac{\sigma_T S}{0,33(3)} = \frac{2 \cdot 10^{-4} \cdot 240 \cdot 10^6}{0,33(3)} = 144 \cdot 10^3 \text{ Н} = 144 \text{ кН}$$

3) Предельное состояние. В этом состоянии усилия во всех трех стержнях равны своему предельному значению

$$\sigma_{BC} = 0,22(2) \frac{F}{S} = \sigma_T$$

$$F_0 = \frac{\sigma_T S}{0,22(2)} = \frac{2 \cdot 10^{-4} \cdot 240 \cdot 10^6}{0,22(2)} = 216 \text{ кН}$$



б) Коэфф. запаса прочности по предельному равновесию:

$$n_p = \frac{F_0}{F_T} = \frac{216}{108} = 2$$

Индекс комментариев

- 5.1 Как Вы думаете: можно ли выполнить кинематическую проверку для теплового и монтажного нагружений?