

## Контрольная работа по дисциплине «Теория информации»

### Задача 1

Найти энтропии дискретных случайных величин  $X$ ,  $Y$ ,  $Z$  —  $H(X)$ ,  $H(Y)$  и  $H(Z)$ . Найти количество информации, содержащейся в  $Z$  относительно  $X$  —  $I(Z, X)$  и количество информации, содержащейся в  $Z$  относительно  $Y$  —  $I(Z, Y)$ . Случайные величины  $X$  и  $Y$  — независимы и задаются распределениями согласно таблицам по вариантам.

#### 1. Таблицы распределения случайных величин

Значения случайных величин  $X$  и  $Y$ , а также их вероятности появления заданы ниже в таблицах. Номер таблицы определяется преподавателем непосредственно или выбирается согласно третьей с конца цифре в зачётке студента по формуле  $N \bmod 5 + 1$ , где  $N$  — третья с конца цифра в зачётной книжке,  $\bmod 5$  — деление по модулю 5 (взятие остатка от целочисленного деления на 5).

Таблица 1.1. Вариант 1

$X$	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$Y$	$y_1$	$y_2$
$P$	$P_{x_1}$	$P_{x_2}$	$P_{x_3}$	$P_{x_4}$	$P$	$P_{y_1}$	$P_{y_2}$

Таблица 1.2. Вариант 2

$X$	$x_1$	$x_2$	$Y$	$y_1$	$y_2$	$y_3$	$y_4$
$P$	$P_{x_1}$	$P_{x_2}$	$P$	$P_{y_1}$	$P_{y_2}$	$P_{y_3}$	$P_{y_4}$

Таблица 1.3. Вариант 3

$X$	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$Y$	$y_1$	$y_2$	$y_3$
$P$	$P_{x_1}$	$P_{x_2}$	$P_{x_3}$	$P$	$P_{y_1}$	$P_{y_2}$	$P_{y_3}$

Таблица 1.4. Вариант 4

$X$	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$Y$	$y_1$	$y_2$
$P$	$P_{x_1}$	$P_{x_2}$	$P_{x_3}$	$P$	$P_{y_1}$	$P_{y_2}$

Таблица 1.5. Вариант 5

$X$	$x_1$	$x_2$	$Y$	$y_1$	$y_2$	$y_3$
$P$	$P_{x_1}$	$P_{x_2}$	$P$	$P_{y_1}$	$P_{y_2}$	$P_{y_3}$

#### 2. Исходные данные для таблиц

Формулы определения случайной величины  $Z$  заданы в таблице 2.1 по вариантам (последняя цифра в зачётной книжке):

Таблица 2.1

Вариант	Формула
1	$Z = X^2 + Y$
2	$Z = X^2 - Y$
3	$Z = X + Y^2$
4	$Z = X - Y^2$
5	$Z = (X + Y)^2$
6	$Z = (X - Y)^2$
7	$Z = (X + Y) \cdot X$
8	$Z = (X - Y) \cdot X$
9	$Z = (X + Y) \cdot Y$
10	$Z = (X - Y) \cdot Y$

Значения дискретных случайных величин выбираются согласно размерам таблиц 1.1, ..., 1.5 по предпоследней цифре в зачётной книжке.

Таблица 2.2 для двух значений  $x_i$  или  $y_i$ :

Вариант	$x_1$ или $y_1$	$x_2$ или $y_2$
1	-2	-1
2	-2	0
3	-2	1
4	-2	2
5	-1	0
6	-1	1
7	-1	2
8	0	1
9	0	2
10	1	2

Таблица 2.3 для трёх значений  $x_i$  или  $y_i$ :

Вариант	$x_1$ или $y_1$	$x_2$ или $y_2$	$x_3$ или $y_3$
1	-2	-1	0
2	-2	0	2
3	-1	0	1
4	-1	1	2
5	0	1	2
6	0	2	3
7	0	2	4
8	1	2	3
9	1	2	4
10	1	3	4

Таблица 2.4 для четырёх значений  $x_i$  или  $y_i$ :

Вариант	$x_1$ или $y_1$	$x_2$ или $y_2$	$x_3$ или $y_3$	$x_4$ или $y_4$
1	-2	-1	0	1
2	-2	0	2	3
3	-2	0	2	4
4	-1	0	1	2
5	-1	0	1	3
6	0	1	2	3
7	0	1	2	4
8	0	1	3	4
9	0	2	4	4
10	1	2	3	4

Значения вероятностей появления дискретных случайных величин выбираются согласно размерам таблиц 1.1, ..., 1.5. Номер таблицы определяется преподавателем непосредственно или выбирается согласно третьей с конца цифре в зачётке студента по формуле  $N \bmod 2 + 1$ , где  $N$  — третья с конца цифра в зачётной книжке,  $\bmod 2$  — деление по модулю 2 (взятие остатка от целочисленного деления на 2)

Таблица 2.5 для двух значений  $p_{x_i}$  или  $p_{y_i}$ :

Вариант	$p_{x_1}$ или $p_{y_1}$	$p_{x_2}$ или $p_{y_2}$
1	$\frac{3}{8}$	$\frac{5}{8}$
2	$\frac{1}{4}$	$\frac{3}{4}$

Таблица 2.6 для трёх значений  $p_{x_i}$  или  $p_{y_i}$ :

Вариант	$p_{x_1}$ или $p_{y_1}$	$p_{x_2}$ или $p_{y_2}$	$p_{x_3}$ или $p_{y_3}$
1	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$
2	$\frac{1}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{1}{2}$

Таблица 2.7 для четырёх значений  $p_{x_i}$  или  $p_{y_i}$ :

Вариант	$p_{x_1}$ или $p_{y_1}$	$p_{x_2}$ или $p_{y_2}$	$p_{x_3}$ или $p_{y_3}$	$p_{x_4}$ или $p_{y_4}$
1	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$
2	$\frac{1}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$

### Задача 2

Дискретная случайная величина  $X$  представляет собой фразу, содержащую Ваше имя, отчество и хх`фамилию. Имя, отчество и фамилия в фразе разделяются пробелом. Найти энтропию  $H(X)$  и среднюю длину экономного кода  $M(L(X))$  этой дискретной случайной величины. Номер варианта экономного кода определяется выражением  $N \bmod 5 + 1$ , где  $N$  — последняя цифра в зачётной книжке,  $\bmod 2$  — деление по модулю 2 (взятие остатка от целочисленного деления на 2). Вид кода согласно рассчитанному варианту выбирается из таблицы 3.

Таблица 3. Виды экономного кодирования

№ варианта	Вид экономного кодирования
1	Алгоритм Хаффмана
2	Алгоритм Шеннона-Фано
3	Алгоритм LZ77
4	Алгоритм LZSS
5	Алгоритм LZ78

Закон распределения вероятностей дискретных случайных величин, в качестве которых выступают буквы, определить анализом данной фразы (подсчитать частоту появления каждой буквы).

Для алгоритмов LZ77 и LZSS размер словаря задать равным 8, а буфера — 5. Для алгоритма LZ78 размер словаря не ограничивать, а минимальное число разрядов для кодирования номера позиции в словаре определить после составления словаря.

### Задача 3

Составить арифметический код для сообщения, полученного от дискретной случайной величины  $X$  с распределением вероятностей заданным из таблиц из задачи 1. Позиционность сообщения  $m$  также определяется этими таблицами и соответствует количеству случайных величин в таблице.

По трём последним цифрам в зачётной книжке определяется само сообщение. Эти три цифры, образуют трёхзначное десятичное число. Это число необходимо перевести в систему счисления с основанием  $m$  и разделить его по модулю  $m^5$ . В итоге получится 5-разрядное число в  $m$ -ичной системе счисления, цифры которого и являются сообщением  $m$ -ичного источника.

Найти среднее количество бит на единицу сообщения для кодирования трёх символов заданного кода без учёта маркера конца сообщения.