

Задачи на размерные цепи

1) Размерные цепи

При конструировании механизмов, машин, приборов и других изделий, проектировании технологических процессов, выборе средств и методов измерений возникает необходимость в проведении размерного анализа, с помощью которого достигается правильное соотношение взаимосвязанных размеров и определяются допустимые ошибки (допуски). Подобные геометрические расчеты выполняются с использованием теории размерных цепей.

Размерной цепью называется совокупность взаимосвязанных размеров, непосредственно участвующих в решении поставленной задачи, образующих замкнутый контур и определяющих взаимное положение поверхностей (или осей) одной или нескольких деталей.

По виду задач, в решении которых участвуют размерные цепи, они разделяются на: конструкторские, технологические и измерительные.

З в е н о м называется каждый из размеров, образующих размерную цепь.

Звеном размерной цепи может быть линейный или угловой размер машины, узла, детали, определяющий размер поверхности (например, диаметр) или относительное расстояние (например, координирующий размер), либо относительный поворот поверхностей или их осей. Каждая размерная цепь содержит одно (и только одно) исходное или замыкающее звено и несколько составляющих звеньев.

В зависимости от расположения звеньев, цепи делятся на плоские и пространственные. В зависимости от вида звеньев различают линейные размерные цепи (звеньями являются линейные размеры) и угловые. Звенья линейной размерной цепи обозначают прописной буквой русского алфавита с соответствующим числовым индексом, звенья угловых цепей – строчной буквой греческого алфавита.

Исходным называется звено, к которому предъявляется основное требование точности, определяющее качество изделия в соответствии с техническими условиями. Понятие исходного звена используется при проектном расчете размерной цепи. В процессе обработки или при сборке изделия исходное звено получается обычно последним, замыкая размерную цепь. В этом случае такое звено называют *замыкающим* (A_{Δ} , B_{Δ} и т. д.). Таким образом, замыкающее звено непосредственно не выполняется, а представляет собой результат выполнения (изготовления) всех остальных звеньев цепи.

Составляющим называют звено размерной цепи, изменение которого вызывает изменение исходного или замыкающего звена. Составляющие звенья делятся на увеличивающие и уменьшающие. *Увеличивающие* звенья – звенья, с увеличением которых замыкающее звено увеличивается, а *уменьшающие* – с увеличением которых замыкающее звено уменьшается. При правильном определении увеличивающих и уменьшающих звеньев стрелки над буквами должны указывать движение в одном направлении по замкнутому контуру размерной цепи.

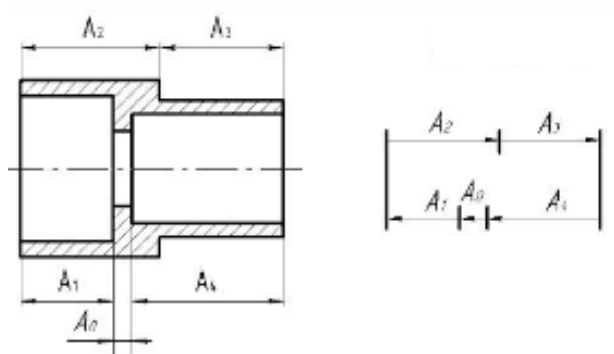


Рисунок 1

Расчет размерных цепей и их анализ – обязательный этап конструирования машин, способствующий повышению качества, обеспечению взаимозаменяемости и снижению трудоемкости их изготовления. *Сущность* расчета размерной цепи заключается в установлении допусков и предельных отклонений всех ее звеньев исходя из требований конструкции и технологии. При этом различают две задачи: прямая и обратная.

Прямая задача заключается в определении номинальных размеров, допусков и предельных отклонений всех составляющих звеньев размерной цепи по заданным номинальному размеру и допуску (отклонениям) исходного звена. Такая задача относится к проектному расчету размерной цепи.

Обратная задача заключается в определении номинального размера, допуска и предельных отклонений замыкающего звена по установленным номинальным размерам, допускам и предельным отклонениям составляющих звеньев. Такая задача относится к поверочному расчету размерной цепи.

При расчете размерных цепей применяют методы:

- а) полной взаимозаменяемости (по ГОСТу метод расчета на максимум-минимум);
- б) теоретико-вероятностный;
- в) групповой взаимозаменяемости;
- г) регулирования;
- д) пригонки.

ОСНОВНЫЕ СООТНОШЕНИЯ И ПОРЯДОК РАСЧЕТА РАЗМЕРНЫХ ЦЕПЕЙ

На основании свойства замкнутости размерной цепи существует зависимость, которая связывает номинальные размеры звеньев. Для плоских размерных цепей с номинальными звеньями она имеет следующий вид:

$$A_{\Delta} = \sum_{j=1}^n \vec{A}_j - \sum_{j=1}^m \vec{A}_j , \quad (1)$$

где n , m – число увеличивающих и уменьшающих звеньев размерной цепи.

Для определения зависимости, связывающей допуски звеньев в размерной цепи (\vec{T}_j и \bar{T}_j), определим наибольшее и наименьшее значения замыкающего звена:

$$\begin{aligned}
A_{\Delta}^{\max} &= \sum_{j=1}^n \vec{A}_j^{\max} - \sum_{j=1}^m \vec{A}_j^{\min} \\
A_{\Delta}^{\min} &= \sum_{j=1}^n \vec{A}_j^{\min} - \sum_{j=1}^m \vec{A}_j^{\max}
\end{aligned}
\tag{2}$$

Вычитая одно выражение из другого, получаем:

$$T_{\Delta} = \sum_{j=1}^n \vec{T}_j + \sum_{j=1}^m \vec{T}_j \tag{3}$$

$$T_{\Delta} = \sum_{j=1}^{k-1} T_j \tag{4}$$

где k – количество звеньев размерной цепи, включая замыкающее звено.

Из формулы (4) следует, что допуск размера замыкающего звена равен сумме допусков размеров составляющих звеньев. Поэтому для обеспечения наибольшей точности замыкающего звена размерная цепь должна состоять по возможности из меньшего числа звеньев.

Аналогичным образом определяются верхние и нижние отклонения замыкающего звена:

$$\begin{aligned}
ES(A_{\Delta}) &= \sum_{j=1}^n ES(\vec{A}_j) - \sum_{j=1}^m EI(\vec{A}_j) \\
EI(A_{\Delta}) &= \sum_{j=1}^n EI(\vec{A}_j) - \sum_{j=1}^m ES(\vec{A}_j)
\end{aligned}
\tag{5}$$

Таким образом, если известны размеры и поля допусков составляющих звеньев размерной цепи, то по приведенным формулам (1) -(5) можно определить все параметры замыкающего звена.

Расчет размерных цепей при решении прямой задачи состоит из следующих этапов:

1 Выявляется замыкающее звено и определяются его номинальный размер, допуск и координата середины поля допуска.

2 Выявляются составляющие звенья и определяются по рабочим чертежам деталей их номинальные размеры. Производится проверка правильности установления номинальных размеров по формуле (1).

3 Если в изделии несколько размерных цепей, связанных друг с другом, то составляется таблица с указанием для каждой цепи среднего значения номинальных размеров и среднего значения допуска для составляющих звеньев.

4 По среднему значению допуска на составляющие звенья и по величине допуска на замыкающее звено выбирается метод достижения точности замыкающего звена и устанавливается очередность расчета размерных цепей. Дальнейший порядок расчета размерных цепей зависит от выбранного достижения точности замыкающего звена.

При решении прямой задачи чаще всего применяют методы равных допусков и равной точности.

Способ равных допусков применяют, когда все размеры цепи входят в один интервал диаметров и могут быть выполнены с примерно одинаковой точностью, т. е. можно принять

$$T_1 = T_2 = \dots = T_{\text{ср}} \quad (6)$$

В этом случае

$$T_{\text{ср}} = \frac{T_{\Delta}}{k - 1} \quad (7)$$

Этот допуск корректируют для некоторых составляющих размеров в зависимости от их значений, конструктивных требований и технологических возможностей изготовления, но с обязательным выполнением условий по уравнениям (4) – (5). При этом выбирают стандартные поля допусков предпочтительного применения. Способ равных допусков прост, но поскольку корректировка допусков составляющих звеньев произвольна, он недостаточно точен.

Способ равной точности применяют, если все составляющие цепь размеры могут быть выполнены с допуском одного квалитета и допуски составляющих размеров зависят от их номинального значения. При решении задач этим способом условно принимают, что возрастание допуска линейных размеров при возрастании номинального размера имеет ту же закономерность, что и возрастание допуска диаметра. Эта закономерность выражена формулой для единицы допуска i . Для размеров от 1 до 500 мм

$$i = 0,45 \sqrt[3]{D} + 0,001D, \quad (8)$$

где D – средний геометрический размер для интервала диаметров, к которому относится данный линейный размер.

Таким образом, в общем виде имеем

$$T_j = a_j i_j \quad (9)$$

Значение чисел единиц допуска в квалитетах и для интервалов размеров приведены в табл. 1 и 2.

Таблица 1. Число единиц допуска в 5 - 14 квалитетах

Квалитет	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
Число единиц допуска, i	7	10	16	25	40	64	100	160	250	400

Таблица 2. Значения единиц допуска для различных интервалов размеров

Интервал размеров, мм	Значение единицы допуска, мкм
До 3	0,55
Св. 3 до 6	0,73
Св. 6 до 10	0,90
Св. 10 до 18	1,08
Св. 18 до 30	1,31
Св. 30 до 50	1,56
Св. 50 до 80	1,87
Св. 80 до 120	2,17
Св. 120 до 180	2,52
Св. 180 до 250	2,89
Св. 250 до 315	3,22
Св. 315 до 400	3,54

После несложных преобразований можно получить следующее выражение:

$$a_{\text{ср}} = \frac{T_{\Delta}}{\sum_{j=1}^{k-1} i_j} \quad (10)$$

Величины, стоящие в знаменателе, выбирают из таблицы 2, величина T_{Δ} задана по условиям задачи. Величина $a_{\text{ср}}$, полученная по последней формуле, путем сравнения с величинами таблицы 1 показывает, по какому примерно квалитету следует обрабатывать размеры, составляющие цепь.

Допуски выбирают из таблицы допусков на диаметры. Полученное значение $a_{\text{ср}}$ может не совпадать ни с одним из стандартных значений, приведенных в таблице 1, поэтому можно использовать допуски различных квалитетов, учитывая технологические условия.

Пример решения задачи

Метод равных допусков

При сборке редуктора по методу полной взаимозаменяемости (см. рис. 3), размеры сопрягаемых деталей которого $A = 110$ мм, $B = 10$ мм, $C = 243$ мм, получается зазор S . Составить и рассчитать размерную цепь, решая прямую задачу способом **равных допусков**, задав номинальные размеры A , B , C и предельные отклонения зазора: $ES_S = +240$ мкм, $EI_S = 0$ (рисунок (3) и схему размерной цепи (рисунок 4) поместить перед решением)

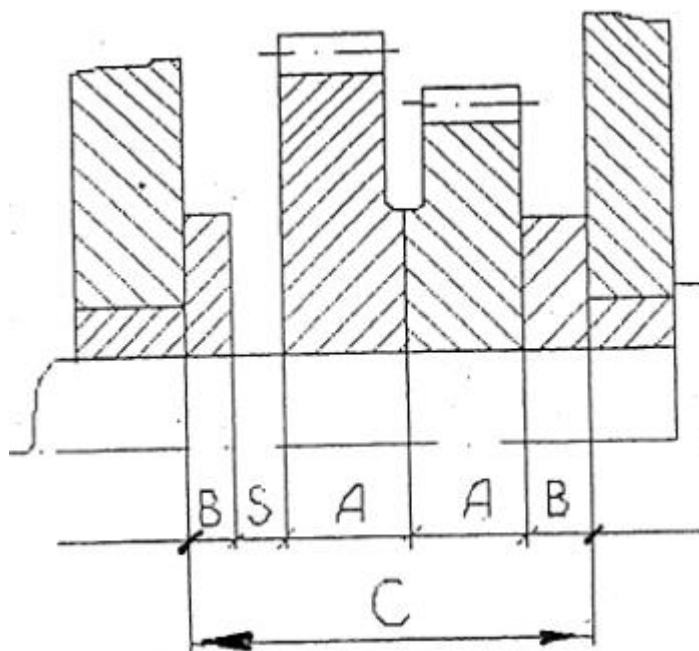


Рисунок 1

Решение:

Построим схему размерной цепи. Направление стрелок задается по часовой стрелке, начиная с замыкающего звена (размер S). В итоге имеем следующую схему (рис. 4).

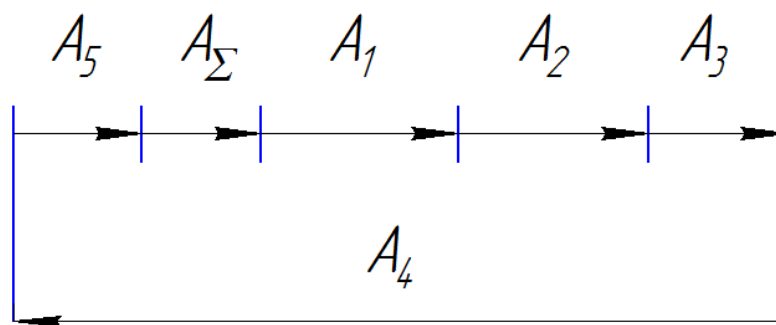


Рисунок 2

Определяем тип звеньев: A_4 - увеличивающее звено (размер С), остальные 4 звена – уменьшающие.

Допуск замыкающего звена:

$$T_{\text{зад}} = ES_\Sigma - EI_\Sigma = 240 \text{ мкм}$$

$$T_{\text{ср}} = \frac{T_{\text{зад}}}{5} = 48 \text{ мкм}$$

Таким образом, для всех 5 звеньев нужно подобрать такие квалитеты, между допусками по которым для соответствующих номинальных размеров звеньев находится допуск $T_{\text{ср}}=48 \text{ мкм}$.

Заполняем таблицу 1. В 2 столбца с заголовком «Размер» заносятся обозначения и номинальные значения размеров составляющих звеньев. Условию, описанному выше, удовлетворяют квалитеты 7,8,9,10.

!!! При заполнении таблицы, графы допуск, для определения квалитета и диапазона между которыми лежит размер, необходимо в таблице «значения допусков размеров...» найти строчку с интервалом, куда попадает размер (к примеру 110 попадает в интервал от 80 до 120) далее ищите два значения между которыми попадет значение $T_{\text{ср}}= 48 \text{ мкм}$ (в данном случае это 35 (7 квалитет) и 54 (8 квалитет). Таким образом заполняется таблица.

H – обозначается охватываемый размер (наружный), h – обозначается охватывающий размер (внутренний)

Таблица 1

Размер			Допуск, мкм				Класс допуска	Размер, мм
Обозначение		Номинальный размер, мм	№ квалитета					
Звено	Размер		7	8	9	10		
A ₁	A	110	35	54			h7	110 _{-0,035}
A ₂	A	110	35	54			h7	110 _{-0,036}
A ₃	B	10			36	58	h10	10 _{-0,058}
A ₄	C	243	46	72			H8	243 ^{+0,072}
A ₅	B	10			36	58	h9	10 _{-0,036}

$$T_{\text{расч}} = 236 \leq T_{\text{зад}} = 240$$

При выборе конкретных значений допусков размеров необходимо учитывать основное условие: $T_{\text{расч}} \leq T_{\text{зад}}$ (именно соблюдая это условие, вы подбираете значения каждого размера, но чтобы в сумме оно не превышало $T_{\text{зад}}$)

!!!В оформляемой задаче выбранные вами значения поместите в кружок.

Метод равной точности

Исходные данные те же. Способ равной точности.

Заполняем таблицу.

Для того чтобы заполнить таблицу, графа допуск, надо подсчитать (T_{Δ} - это $T_{\text{зад}}$):

$$a_{\text{ср}} = \frac{T_{\Delta}}{\sum_{j=1}^{k-1} i_j}$$

Для этого воспользуемся таблицей ниже, смотрим диапазон куда попадает размер и значение допуска для каждого из размеров.

Интервал размеров, мм	Значение единицы допуска, мкм
До 3	0,55
Св. 3 до 6	0,73
Св. 6 до 10	0,90
Св. 10 до 18	1,08
Св. 18 до 30	1,31
Св. 30 до 50	1,56
Св. 50 до 80	1,87
Св. 80 до 120	2,17
Св. 120 до 180	2,52
Св. 180 до 250	2,89
Св. 250 до 315	3,22
Св. 315 до 400	3,54

$$a_{\text{ср}} = \frac{240}{2,17 + 2,17 + 0,90 + 3,54 + 0,90} = \frac{240}{9,68} = 24,8$$

Далее получив значение, по таблице ниже определяем качество (полученный размер попадает в интервал между 7 и 8 качеством соответственно)

Квалитет	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
Число единиц допуска, i	7	10	16	25	40	64	100	160	250	400

Теперь зная номера качества заполняем таблицу

Размер			Допуск, мкм		Класс допуска	Размер, мм
Обозначение		Номинальный размер, мм	№ квалитета			
Звено	Размер		7	8		
A ₁	A	110	35	54	h8	110 _{-0,054}
A ₂	A	110	35	54	h8	110 _{-0,054}
A ₃	B	10	15	22	h8	10 _{-0,022}
A ₄	C	243	46	72	H8	243 ^{+0,072}
A ₅	B	10	15	22	h8	10 _{-0,022}

$$T_{\text{расч}} = 224 \leq T_{\text{зад}} = 240$$

Исходные данные

№	А, мм	В, мм	С, мм	S	
				ES, мкм	EI, мкм
1	55	5	120	+360	0
2	30	5	70	+150	0
3	50	4	110	+140	0
4	70	4	160	+270	0
5	37	4	85	+250	0
6	64	6	150	+300	0
7	35	6	82	+180	0
8	70	5	160	+240	0
9	30	10	80	+180	0
10	50	8	120	+190	0
11	33	2	75	+180	0
12	42	5	95	+150	0
13	40	5	95	+150	0
14	36	10	100	+180	0
15	40	10	100	+150	0
16	65	7	160	+280	0
17	90	10	205	+450	0
18	75	6	165	+360	0
19	40	8	100	+160	0
20	55	12	150	+300	0
21	25	5	65	+240	0
22	100	22	250	+180	0
23	10	5	32	+150	0
24	45	15	125	+160	0
25	110	10	243	+240	0