9.1.4 (Обязательная задача) Кубит находится в состоянии, описываемом матрицей плотности общего вида

$$\rho = \begin{pmatrix} \rho_{11} & \rho_{12} \\ \rho_{12}^* & \rho_{22} \end{pmatrix}.$$

Какова вероятность получить исходы +1 и -1 при измерении наблюдаемых, описываемых матрицами Паули σ_x, σ_y и σ_z?

9.1.2 **Представить рассмотренные на лекции однокубитные матрицы плотности $\rho_i, (1 \le i \le 5)$ в виде разложений по ансамблям чистых состояний**

$$\rho = \sum_n p_n \left|\psi_n\right\rangle \left\langle\psi_n\right| .$$

$$\rho_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \rho_2 = \begin{pmatrix} 1/2 & 1/2 \\ 1/2 & 1/2 \end{pmatrix}, \quad \rho_3 = \begin{pmatrix} 3/4 & 1/4 \\ 1/4 & 1/4 \end{pmatrix},$$

$$\rho_4 = \begin{pmatrix} 3/4 & 0 \\ 0 & 1/4 \end{pmatrix}, \quad \rho_5 = \begin{pmatrix} 1/2 & 0 \\ 0 & 1/2 \end{pmatrix}.$$

9.2.5 (Обязательная задача) Найти энергию основного и первого возбужденного состояния трех частиц, находящихся в потенциале гармонического осциллятора $U(x_i) = m\omega^2 x^2/2$ и взаимодействующих гармоническим потенциалом $V(x_i - x_j) = \frac{1}{2}m\Omega^2(x_i - x_j)^2$, рассмотреть случаи

a) бозонов со спином 0,

b) фермионов со спином 1/2.

9.2.3 (Обязательная задача) Вычислить энергию основного состояния E_0 одномерной системы N невзаимодействующих фермионов (со спином $1/2$)

a) помещенных в потенциальный ящик длины L – поле с потенциалом

$$U(x) = \begin{cases} \infty, & |x| > L, \\ 0, & |x| \le L; \end{cases}$$

b) помещенных в поле с потенциалом гармонического осциллятора

$$U(x) = \frac{1}{2} m\omega^2 x^2;$$