

### Индивидуальное домашнее задание № 3 для НП-П.

1. Распределение двумерной случайной величины  $(\xi, \eta)$  задано таблицей.

$\xi \backslash \eta$	-3	-1	1	3
-2	$p_{11}$	$p_{12}$	$p_{13}$	$p_{14}$
0	$p_{21}$	$p_{22}$	$p_{23}$	$p_{24}$
3	$p_{31}$	$p_{32}$	$p_{33}$	$p_{34}$

Найдите:

- 1) Частные распределения случайных величин  $\xi$  и  $\eta$ .
  - 2) Определите значения совместной функции распределения  $F_{\xi\eta}(x,y)$  в точках  $(a_1, a_2)$ ,  $(b_1, b_2)$ ,  $(c_1, c_2)$  и  $(d_1, d_2)$
  - 3) Полностью восстановите функцию распределения  $F_{\xi, \eta}(x, y)$ .
  - 4) Проверьте, будут ли случайные величины  $\xi$  и  $\eta$  независимыми.
  - 5) Частные распределения случайных величин  $\zeta_1$  и  $\zeta_2$ , где  $\zeta_1 = g_1(\xi, \eta)$ ,  $\zeta_2 = g_2(\xi, \eta)$ , а также совместное распределение случайных величин  $\zeta_1$  и  $\zeta_2$ .
2. В урне  $n_1$  белых шаров,  $n_2$  – черных и  $n_3$  – синих. Наудачу извлекается  $m$  шаров (без возвращения). Обозначим через  $\xi$  число вынутых белых шаров, а через  $\eta$  – черных.
- 1) Составить совместный ряд распределения случайных величин  $\xi$  и  $\eta$ .
  - 2) Значение совместной функции распределения  $F_{\xi\eta}(x,y)$  в точках  $(a_1, a_2)$ ,  $(b_1, b_2)$ ,  $(c_1, c_2)$  и  $(d_1, d_2)$ .
  - 3) Предполагается, что за каждый вынутый белый шар полагается премия  $A_1$  рублей, черный  $A_2$  рублей, синий –  $A_3$  рублей. Кроме того известно, что белый шар весит  $B_1$  г, черный –  $B_2$  г, синий –  $B_3$  г. Найдите частные распределения случайных величин  $\zeta_1$  и  $\zeta_2$ , а также совместное распределение случайных величин  $\zeta_1$  и  $\zeta_2$ , где  $\zeta_1$  – суммарная премия за все  $m$  вынутых шаров, а  $\zeta_2$  – их суммарный вес.
3. В четырехугольнике с вершинами в точках  $(a_1, a_2)$ ,  $(b_1, b_2)$ ,  $(c_1, c_2)$  и  $(d_1, d_2)$  в соответствии с принципом геометрической вероятности падает частица. Пусть  $\xi$  и  $\eta$  – абсцисса и ордината точки падения частицы. Найдите:
- 1) Совместную функцию распределения  $F_{\xi, \eta}(x, y)$  случайной величины  $(\xi, \eta)$  (Нарисовать общую картинку, на которой отмечены все области, в рамках каждой из которых выражение для функции распределения одинаково; для каждого из вариантов записать, при каких  $x$  и  $y$  он возникает, нарисовать картинку с изображением области, которая получается при пересечении квадранта и исходного четырехугольника, перейти от двойного интеграла по пересечению к повторному и вычислить полученный интеграл. Выписать итоговое выражение для совместной функции распределения).
  - 2) Совместную плотность распределения случайной величины  $(\xi, \eta)$ .
  - 3) Частные плотности распределения и функции распределения случайных величин случайных величин  $\xi$  и  $\eta$ .
  - 4) Вычислите вероятность попадания частицы в круг с центром в точке  $(f_1; f_2)$  и радиусом  $R$ .
4. Совместная плотность распределения случайных величин  $\xi$  и  $\eta$  задана формулой
- $$p_{\xi\eta}(x,y) = C(ax^\alpha + by^\beta), (x,y) \in D,$$
- где область  $D$  ограничена прямыми  $x=d$ ,  $y=f$  и кривой  $y=gx^\gamma$ . Найдите:
- 1) Постоянную  $C$ .
  - 2) Частные плотности распределения случайных величин  $\xi$  и  $\eta$ .
  - 3) Частные функции распределения случайных величин  $\xi$  и  $\eta$ .
  - 4) Вычислите вероятность попадания вектора  $(\xi, \eta)$  в треугольник с вершинами в точках  $(z_1; z_2)$ ,  $(u_1; u_2)$  и  $(v_1; v_2)$ .

5. Независимые непрерывные случайные величины  $\xi$  и  $\eta$  имеют плотности распределения  $p_\xi(x)$  и  $p_\eta(x)$ . Найдите плотность и функцию распределения случайной величины  $\mu = \xi + \eta$ .

Распределение баллов:

1 задача	2 задача	3 задача	4 задача	5 задача
2 балл	2 балла	4 балла	4 баллов	3 балл

**Примечание:** домашнее задание будет проверяться только после написания студентом контрольной работы. При желании преподавателя возможна беседа по домашней работе.

### РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ВАРИАНТОВ

Номер варианта	ФИО
1	Голосная М.О.
2	Тулкунов Ж.Ю.
3	Евстратов В.В.
4	Амерханов М.Х.
5	Аслами Муштак Х.
6	Шаян Файсал
7	Пархоев Т.
8	Хасанзай Абдул М.
9	Шабалин И.С.
10	Ислам МД Мазхарул
11	Худоёрова Зайнаб Хаетуллоевна

ДАННЫЕ

1.	1.	$\xi$	$\eta$	-3	-1	1	3	$(a_1, a_2) = (1; 0), (b_1, b_2) = (1; 3),$ $(c_1, c_2) = (2; -2), (d_1, d_2) = (1; 2),$ $\zeta_1 = \xi - \eta^2, \zeta_2 = \xi^2 + 2\eta.$
		-2	0,11	0,03	0,15	0,04		
		0	0,17	0,03	0,13	0,01		
		3	0,13	0,02	0,06	0,12		
	2.	$n_1=4, n_2=6, n_3=2, m=4, (a_1, a_2) = (3; 0), (b_1, b_2) = (4; 1), (c_1, c_2) = (5; 3), (d_1, d_2) = (4; 2); A_1=6$ руб., $A_2=5$ руб., $A_3=3$ руб., $B_1=8$ г, $B_2=7$ г, $B_3=3$ г.						
	3.	$(a_1, a_2) = (-2; 3), (b_1, b_2) = (-2; 6), (c_1, c_2) = (3; 3), (d_1, d_2) = (3; 6); (f_1; f_2) = (0; 2), R=2.$						
	4.	$a=2, b=1, \alpha=1, \beta=2, d=2, f=0, g=1, \gamma=3. (z_1, z_2) = (0; 0), (u_1, u_2) = (1; 0), (v_1, v_2) = (0; 2).$						
	5.	$p_\xi(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0, \\ 2e^{-2x}, & x > 0; \end{cases} \text{ и } p_\eta(y) = \begin{cases} 0, & y \notin (0; 0,5), \\ 2, & y \in (0; 0,5). \end{cases}$						
2.	1.	$\xi$	$\eta$	-3	-1	1	3	$(a_1, a_2) = (-2; 1), (b_1, b_2) = (1; 0),$ $(c_1, c_2) = (4; 2), (d_1, d_2) = (1; 2),$ $\zeta_1 = \xi^2 + \eta, \zeta_2 = 2\xi - \eta.$
		-2	0,1	0,01	0,05	0,14		
		0	0,01	0,23	0,03	0,1		
		3	0,11	0,12	0,04	0,06		
	2.	$n_1=3, n_2=4, n_3=7, m=6, (a_1, a_2) = (2; 2), (b_1, b_2) = (2; 3), (c_1, c_2) = (1; 1), (d_1, d_2) = (1; 3); A_1=4$ руб., $A_2=5$ руб., $A_3=6$ руб., $B_1=8$ г, $B_2=9$ г, $B_3=10$ г.						
	3.	$(a_1, a_2) = (-2; 0), (b_1, b_2) = (-2; 5), (c_1, c_2) = (3; 5), (d_1, d_2) = (3; 0); (f_1; f_2) = (0; 0), R=2.$						
	4.	$a=1, \alpha=2, b=9, \beta=2, d=2, f=0, g=1, \gamma=2, (z_1, z_2) = (1; 0), (u_1, u_2) = (2; 1), (v_1, v_2) = (0; 2).$						
	5.	$p_\xi(x) = \begin{cases} 5e^{-5x}, & x > 0, \\ 0, & x \leq 0; \end{cases} \text{ и } p_\eta(y) = \begin{cases} 0,2, & y \in (0,5), \\ 0, & y \notin (0,5). \end{cases}$						
3.	1.	$\xi$	$\eta$	-3	-1	1	3	$(a_1, a_2) = (-1; 0), (b_1, b_2) = (0; 2),$ $(c_1, c_2) = (3; 2), (d_1, d_2) = (1; -1),$ $\zeta_1 = \xi^2 - 2\eta^2, \zeta_2 = \xi + 3\eta.$
		-2	0,2	0,01	0,02	0,04		
		0	0,05	0,03	0,13	0,01		
		3	0,1	0,11	0,14	0,16		
	2.	$n_1=6, n_2=5, n_3=4, m=5, (a_1, a_2) = (4; 2), (b_1, b_2) = (5; 3), (c_1, c_2) = (4; 1), (d_1, d_2) = (3; 2); A_1=4$ руб., $A_2=5$ руб., $A_3=3$ руб., $B_1=4$ г, $B_2=4$ г, $B_3=5$ г.						
	3.	$(a_1, a_2) = (-1; 1), (b_1, b_2) = (-1; 4), (c_1, c_2) = (-4; 1), (d_1, d_2) = (-4; 4); (f_1; f_2) = (-2; 0), R=2.$						
	4.	$a=3, \alpha=2, b=3, \beta=2, d=2, f=0, g=1, \gamma=2, (z_1, z_2) = (1; 0), (u_1, u_2) = (2; 1), (v_1, v_2) = (0; 2).$						
	5.	$p_\xi(x) = \begin{cases} 2x, & 0 < x < 1, \\ 0, & \text{в остальных случаях.} \end{cases} \text{ и } p_\eta(y) = \begin{cases} 0,5y, & 0 < y < 2, \\ 0, & \text{в остальных случаях.} \end{cases}$						
4.	1.	$\xi$	$\eta$	-3	-1	1	3	$(a_1, a_2) = (1; 0), (b_1, b_2) = (0; 1),$ $(c_1, c_2) = (2; -2), (d_1, d_2) = (1; 4),$ $\zeta_1 = \xi^3 + \eta, \zeta_2 = \xi - 5\eta.$
		-2	0,15	0,01	0,14	0,02		
		0	0,09	0,08	0,06	0,1		
		3	0,05	0,14	0,08	0,08		
	2.	$n_1=8, n_2=4, n_3=3, m=6, (a_1, a_2) = (6; 2), (b_1, b_2) = (6; 1), (c_1, c_2) = (2; 4), (d_1, d_2) = (3; 0); A_1=7$ руб., $A_2=5$ руб., $A_3=3$ руб., $B_1=4$ г, $B_2=4$ г, $B_3=3$ г.						
	3.	$(a_1, a_2) = (-9; 1), (b_1, b_2) = (-9; 4), (c_1, c_2) = (0; 4), (d_1, d_2) = (0; 1); (f_1; f_2) = (-7; 0), R=3.$						
	4.	$a=3, \alpha=2, b=2, \beta=2, d=2, f=0, g=1, \gamma=2; (z_1, z_2) = (1; 0), (u_1, u_2) = (1; 2), (v_1, v_2) = (2; 0).$						
	5.	$p_\xi(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0, \\ 2e^{-2x}, & x > 0; \end{cases} \text{ и } p_\eta(y) = \begin{cases} 0, & y < 0, \\ 25ye^{-5y}, & y \geq 0. \end{cases}$						
5.	1.	$\xi$	$\eta$	-3	-1	1	3	$(a_1, a_2) = (1; 1), (b_1, b_2) = (0; 2),$ $(c_1, c_2) = (2,5; 2), (d_1, d_2) = (1; 4),$ $\zeta_1 = \xi + \eta^2, \zeta_2 = \xi - 3\eta.$
		-2	0,03	0,02	0,15	0,04		
		0	0,02	0,01	0,13	0,11		
		3	0,21	0,12	0,14	0,02		
	2.	$n_1=5, n_2=5, n_3=5, m=6, (a_1, a_2) = (4; 2), (b_1, b_2) = (3; 3), (c_1, c_2) = (1; 4), (d_1, d_2) = (5; 5); A_1=10$ руб., $A_2=5$ руб., $A_3=1$ руб., $B_1=10$ г, $B_2=4$ г, $B_3=1$ г.						
	3.	$(a_1, a_2) = (-3; -1), (b_1, b_2) = (-3; 9), (c_1, c_2) = (3; 9), (d_1, d_2) = (3; -1); (f_1; f_2) = (0; 0), R=3.$						
	4.	$a=3, \alpha=2, b=2, \beta=1, d=4, f=0, g=1, \gamma=0,5, (z_1, z_2) = (0; 0), (u_1, u_2) = (1; -2), (v_1, v_2) = (3; 2).$						
	5.	$p_\xi(x) = \begin{cases} 0, &  x  > 4, \\ \frac{1}{8}, &  x  \leq 4; \end{cases} \text{ и } p_\eta(y) = \begin{cases} 0, & y < 0, \\ 2e^{-2y}, & y \geq 0. \end{cases}$						

6.	1.	$\xi$	$\eta$	-3	-1	1	3	$(a_1, a_2) = (-3; 0), (b_1, b_2) = (0; 0),$ $(c_1, c_2) = (1; 2), (d_1, d_2) = (1; 2),$ $\zeta_1 = \xi^3 - \eta, \zeta_2 = \xi + 2\eta.$
		-2	0,2	0,03	0,01	0,04		
		0	0,04	0,12	0,04	0,01		
		3	0,1	0,15	0,1	0,16		
	2.	$n_1=6, n_2=5, n_3=4, m=5, (a_1, a_2) = (4; 2), (b_1, b_2) = (5; 3), (c_1, c_2) = (3; 4), (d_1, d_2) = (2; 4); A_1=2 \text{ руб.}, A_2=5 \text{ руб.},$ $A_3=8 \text{ руб.}, B_1=5 \text{ г}, B_2=10 \text{ г}, B_3=15 \text{ г}.$						
3.	$(a_1, a_2) = (2; 6), (b_1, b_2) = (2; 8), (c_1, c_2) = (4; 8), (d_1, d_2) = (4; 6); (f_1; f_2) = (1; 4), R=3.$							
4.	$a=3, \alpha=1, b=2, \beta=1, d=2, f=0, g=2, \gamma=1; (z_1, z_2) = (1; 1), (u_1, u_2) = (1; 3), (v_1, v_2) = (2; 1).$							
5.	$p_\xi(x) = \begin{cases} 0,25, & x \in (-1; 3), \\ 0, & x \notin (-1; 3), \end{cases} \text{ и } p_\eta(y) = \begin{cases} 0,5, & y \in (0; 2), \\ 0, & y \notin (0; 2). \end{cases}$							
8.	1.	$\xi$	$\eta$	-3	-1	1	3	$(a_1, a_2) = (2; 1), (b_1, b_2) = (0; 2),$ $(c_1, c_2) = (1,5; 2), (d_1, d_2) = (1; 2),$ $\zeta_1 = \xi + 3\eta, \zeta_2 = \xi^2 - 2\eta.$
		-2	0,02	0,11	0,1	0,03		
		0	0,01	0,01	0,3	0,16		
		3	0,11	0,12	0,02	0,01		
	2.	$n_1=6, n_2=4, n_3=5, m=4, (a_1, a_2) = (3; 1), (b_1, b_2) = (2; 3), (c_1, c_2) = (5; 4), (d_1, d_2) = (2; 1); A_1=3 \text{ руб.}, A_2=5 \text{ руб.},$ $A_3=2 \text{ руб.}, B_1=8 \text{ г}, B_2=10 \text{ г}, B_3=7 \text{ г}.$						
3.	$(a_1, a_2) = (2; -2), (b_1, b_2) = (2; 4), (c_1, c_2) = (4; 4), (d_1, d_2) = (4; -2); (f_1; f_2) = (3; 0), R=2.$							
4.	$a=1, \alpha=1, b=2, \beta=2, d=2, f=0, g=1, \gamma=3; (z_1, z_2) = (0; -1), (u_1, u_2) = (1; 2), (v_1, v_2) = (0; 2).$							
5.	$p_\xi(x) = \begin{cases} 0,5x, & 0 < x \leq 2, \\ 0, & \text{в остальных случаях.} \end{cases} \text{ и } p_\eta(y) = \begin{cases} 2(y-1), & 1 < y \leq 2, \\ 0, & \text{в остальных случаях.} \end{cases}$							
9.	1.	$\xi$	$\eta$	-3	-1	1	3	$(a_1, a_2) = (3; 1), (b_1, b_2) = (0; 2),$ $(c_1, c_2) = (0; -2), (d_1, d_2) = (-1; 2),$ $\zeta_1 = \xi + 5\eta, \zeta_2 = \xi - 2\eta^2.$
		-2	0,1	0,01	0,06	0,14		
		0	0,01	0,25	0,01	0,1		
		3	0,1	0,12	0,04	0,06		
	2.	$n_1=3, n_2=6, n_3=4, m=6, (a_1, a_2) = (2; 2), (b_1, b_2) = (1; 3), (c_1, c_2) = (1; 4), (d_1, d_2) = (2; 5); A_1=6 \text{ руб.}, A_2=4 \text{ руб.},$ $A_3=2 \text{ руб.}, B_1=11 \text{ г}, B_2=4 \text{ г}, B_3=1 \text{ г}.$						
3.	$(a_1, a_2) = (-5; 0), (b_1, b_2) = (-5; 2), (c_1, c_2) = (5; 2), (d_1, d_2) = (5; 0); (f_1; f_2) = (0; 0), R=3.$							
4.	$a=2, \alpha=2, b=2, \beta=1, d=4, f=0, g=1, \gamma=0,5, (z_1, z_2) = (0; 2), (u_1, u_2) = (4; 2), (v_1, v_2) = (2; -2).$							
5.	$p_\xi(x) = \begin{cases} 0,5, & x \in (0; 2), \\ 0, & \text{в остальных случаях.} \end{cases} \text{ и } p_\eta(y) = \begin{cases} 6e^{-6y}, & y \geq 0, \\ 0, & \text{в остальных случаях.} \end{cases}$							
10.	1.	$\xi$	$\eta$	-3	-1	1	3	$(a_1, a_2) = (0; 1), (b_1, b_2) = (-1; 5),$ $(c_1, c_2) = (-2; 2), (d_1, d_2) = (1; 3),$ $\zeta_1 = 8\xi + 3\eta, \zeta_2 = \xi + 2\eta.$
		-2	0,1	0,01	0,05	0,11		
		0	0,02	0,06	0,03	0,1		
		3	0,14	0,11	0,04	0,23		
	2.	$n_1=4, n_2=4, n_3=8, m=6, (a_1, a_2) = (3; 2), (b_1, b_2) = (2; 3), (c_1, c_2) = (1; 4), (d_1, d_2) = (1; 5); A_1=3 \text{ руб.}, A_2=5 \text{ руб.},$ $A_3=7 \text{ руб.}, B_1=5 \text{ г}, B_2=7 \text{ г}, B_3=10 \text{ г}.$						
3.	$(a_1, a_2) = (1; -1), (b_1, b_2) = (1; 5), (c_1, c_2) = (7; 5), (d_1, d_2) = (7; -1); (f_1; f_2) = (4; 0), R=2.$							
4.	$a=4, \alpha=3, b=1, \beta=1, d=2, f=0, g=1, \gamma=1; (z_1, z_2) = (1; 1), (u_1, u_2) = (1; 2), (v_1, v_2) = (0; 0).$							
5.	$p_\xi(x) = \begin{cases} \frac{3}{7}x^2, & x \in (1; 2), \\ 0, & x \notin (1; 2), \end{cases} \text{ и } p_\eta(y) = \begin{cases} \frac{1}{4}, & y \in (0; 4), \\ 0, & y \notin (0; 4). \end{cases}$							
11.	1.	$\xi$	$\eta$	-3	-1	1	3	$(a_1, a_2) = (-1; 0), (b_1, b_2) = (1; 0),$ $(c_1, c_2) = (3; 2), (d_1, d_2) = (1; 2),$ $\zeta_1 = 3\xi + \eta, \zeta_2 = 3\xi - 7\eta.$
		-2	0,05	0,02	0,09	0,07		
		0	0,1	0,18	0,01	0,11		
		3	0,05	0,03	0,13	0,16		
	2.	$n_1=7, n_2=2, n_3=4, m=4, (a_1, a_2) = (5; 2), (b_1, b_2) = (6; 3), (c_1, c_2) = (4; 1), (d_1, d_2) = (3; 0); A_1=5 \text{ руб.}, A_2=5 \text{ руб.},$ $A_3=4 \text{ руб.}, B_1=9 \text{ г}, B_2=8 \text{ г}, B_3=7 \text{ г}.$						
3.	$(a_1, a_2) = (-2; -3), (b_1, b_2) = (-2; 3), (c_1, c_2) = (2; 3), (d_1, d_2) = (2; -3); (f_1; f_2) = (0; 0), R=2.$							
4.	$a=1, \alpha=1, b=1, \beta=3, d=2, f=0, g=1, \gamma=2; (z_1, z_2) = (2; 1), (u_1, u_2) = (1; -2), (v_1, v_2) = (0; 0).$							
5.	$p_\xi(x) = \begin{cases} 0, & x \notin (0; 1), \\ 1, & x \in (0; 1), \end{cases} \text{ и } p_\eta(y) = \begin{cases} 0, & y < 0, \\ 25ye^{-5y}, & y \geq 0. \end{cases}$							