

Контрольная работа.

Кратные и криволинейные интегралы.

Необходимо в каждом пункте выполнить задания с номером n ,
здесь и всюду

n - остаток от деления $\frac{\text{student number}}{5}$, $m = 1 + \left[\frac{\text{student number}}{5} \right]$ её целая часть.

$$g(t) = \begin{cases} x & t = 1 \\ x^2 & t = 2 \\ xy & t = 3 \\ y^2 & t = 4 \\ y & t = 5 \end{cases}$$

1 Вычислить интеграл

1. $\iint_G (x^2 + y^2) dx dy$ G область ограниченная кривыми $y = x$, $nx + my = 2a(a > 0)$, $x = 0$
2. $\iint_G xy dx dy$ G область ограниченная кривыми $x^2 + y^2 = 2y$, $\frac{x}{n} + \frac{y}{m} = 1$, $x = 0$
3. $\iint_G (4 - y) dx dy$ G область ограниченная кривыми $x^2 = 4y$, $y = m$, $x = 0(x > 0)$
4. $\iint_G (x + 2y) dx dy$ G область ограниченная кривыми $y = nx^2$, $y = m\sqrt{x}$
5. $\iint_G y dx dy$ G треугольник с вершинами $O(0, 0)$, $A(2 - n, 1)$, $B(n, m)$

2 Вычислить интеграл перейдя к полярным координатам

1. $\iint_G \sqrt{x^2 + y^2 - 9} + g(m) dx dy$, G кольцо между двумя фигурами $x^2 + y^2 = 9$
 $x^2 + y^2 = 25$
2. $\iint_G g(m) dx dy$ G область ограниченная кривыми $x^2 = my$, $x^2 + y^2 = 2m^2$, $y = 0$
3. $\iint_G (x^2 + y^2) dx dy$ G область ограниченная кривыми $x^2 + y^2 = 2mx$, $x^2 + y^2 = mx(x > 0)$

4. $\int_0^a dx \int_0^{\sqrt{a^2-x^2}} (e^{x^2+y^2} + g(m)) dy$
5. $\int_0^a dy \int_{\sqrt{ay-y^2}}^{a^2-y^2} [\sqrt{a^2-x^2-y^2} + g(m)] dx$

3 Вычислить криволинейный интеграл I рода

1. $\int_C (x+y) ds$ где C - контур треугольника ABO с вершинами $A(n, 0)$, $B(0, m)$ и $O(n, m)$
2. $\int_C \left[\frac{1}{\sqrt{x^2+y^2+4}} + g(m) \right] ds$, где C отрезок прямой, соединяющий точки $O(0, 0)$ и $A(1, 2)$
3. $\int_C [y^2 + g(m)] ds$ где C - первая арка циклоиды $\begin{cases} x = a(t - \sin t) \\ y = a(1 - \cos t) \end{cases}$
4. $\int_C (\sqrt{x^2+y^2} + g(m)) ds$ где C - дуга развертки окружности $\begin{cases} x = a(\cos t + t \sin t), \\ y = a(\sin t - t \cos t), \\ 0 \leq t \leq 2\pi. \end{cases}$
5. $\int_C \frac{y ds}{mx + 3z}$, где C - дуга линии $x = nt$, $y = \frac{t^2}{\sqrt{2}}$, $z = \frac{t^3}{3}$

4 Вычислить криволинейный интеграл II рода

1. $\int_C (2xy - y)dx + (x^2 + g(m))dy$ где C - прямая $A(0, 1) B(2, 1)$
2. $\int_C (\exp(x))dx + (x^2 + g(m))dy$ где C - прямая $A(0, 1) B(4, 1)$
3. $\int_C (\exp(x-y))dx + g(m)dy$ где C - прямая $A(2, 1) B(1, 3)$
4. $\int_C (x \exp(x-y))dx - \exp(x+y)g(m)dy$ где C - прямая $A(2, 1) B(1, 3)$
5. $\int_C (\cos(x)g(m))dx - \sin(x)ydy$ где C - прямая $A(\pi/2, 0) B(2\pi, \pi/4)$

5 Вычислить криволинейный интеграл II рода используя формулу Грина

1. $\int_C ((x+y)^2 + g(m))dx - (x-y)^2dy$ где C - контур образованный синусоидой $y = \sin(x)$ и отрезком оси Ox при $0 \leq x \leq \pi$.

2. $\int_{x^2+y^2=r^2} x^2 y dx - (xy^2 + g(m)) dy$

3. $\int_C ((x+y)^2 + g(m)) dx - (x^2 + y^2) dy$, где C - треугольник с вершинами $O(0,0)$, $A(1,0)$ и $B(0,1)$

4. $\int_C (x^2 - y^2) dx - (x^2 + y^2 + g(m)) dy$ где C - контур образованный полуокружностью $\sqrt{r^2 - x^2}$ и осью Ox

5. $\int_{x^2+y^2=r^2} (x + y + g(m)) dx - (x - y) dy$