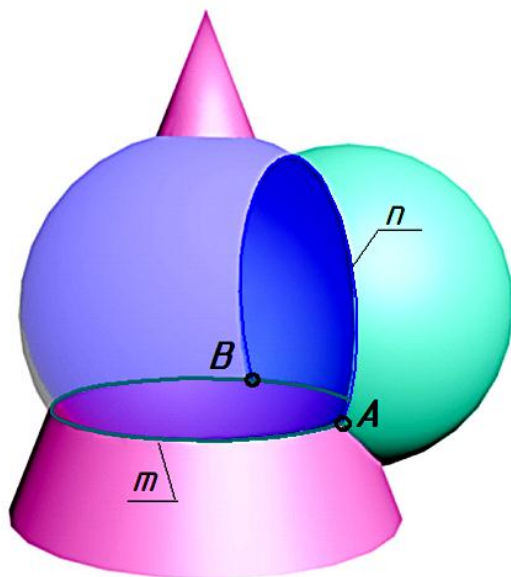


Е.В. ЕГОРЫЧЕВА

ИНЖЕНЕРНАЯ ГРАФИКА

1 часть



**Министерство образования и науки России
Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего профессионального образования
«Ивановский государственный энергетический
университет имени В.И. Ленина»**

Е.В. Егорычева

ИНЖЕНЕРНАЯ ГРАФИКА

1 часть

Учебное пособие
для студентов заочной формы обучения

Иваново 2015

УДК 744.3
Е 30

Егорычева Е.В. Инженерная графика. 1 часть: Учеб. пособие для студентов заочной формы обучения / ФГБОУВПО «Ивановский государственный энергетический университет имени В. И. Ленина». – Иваново, 2015. – 120 с.

ISBN

Учебное пособие содержит теоретические основы начертательной геометрии, условия и этапы решения задач.

Предназначено для студентов заочной формы обучения по направлениям "Теплоэнергетика и теплотехника" и "Электроника и микроэлектроника" первого курса при изучении дисциплины «Начертательная геометрия. Инженерная и компьютерная графика».

Табл. 23. Ил. 55.

Печатается по решению редакционно-издательского совета ФГБОУВПО «Ивановский государственный энергетический университет имени В.И. Ленина».

НАУЧНЫЙ РЕДАКТОР

канд. техн. наук, доцент Е.П. Миросердов

РЕЦЕНЗЕНТ

канд. техн. наук, доцент И.Н. Чистова

(ФГБОУВПО «Ивановский государственный политехнический университет»)

ISBN

© Е.В. Егорычева

ВВЕДЕНИЕ

Инженерная графика представляет собой учебную дисциплину, включающую в себя элементы как начертательной геометрии, так и технического черчения.

Данное учебное пособие посвящено изучению первой части курса «Инженерная графика» – разделу «Начертательная геометрия». Начертательная геометрия – одна из дисциплин, составляющих основу инженерного образования. Начертательная геометрия как наука изучает вопросы отображения геометрических образов на плоскость. Под геометрическими образами понимают точки, линии (прямые и кривые), поверхности, плоскости. Совокупность этих образов дает любую пространственную форму (деталь, конструкцию, сооружение). Полученное изображение на плоскости называют чертежом.

В начертательной геометрии чертеж является «инструментом» для решения поставленной задачи. При этом алгоритм решения мысленно продумывается применительно к пространству, а исполнение решения осуществляется в виде чертежа.

Сейчас уровень графической подготовки человека определяется не столько техникой графических изображений, а тем, насколько он готов к мыслительным преобразованиям этих изображений и насколько развита подвижность образного мышления.

По образному выражению В. Курдюмова, *чертеж – язык техники, а начертательная геометрия – грамматика этого языка*.

Отсюда цели и задачи курса начертательной геометрии, в результате изучения которого *студент должен знать*:

- правила составления, чтения и выполнения чертежа;
- правила, приемы и способы графического решения задач, связанных с пространственными формами;

уметь:

- строить изображения пространственных форм на плоскости, то есть составлять чертеж;
- решать графическим способом на чертеже ряд пространственных задач.

ГЛАВА 1. ОФОРМЛЕНИЕ И СОДЕРЖАНИЕ КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ

Контрольная работа состоит из 7 задач и выполняется на 3 листах ватмана формата А3 (297×420).

Содержание листа №1 «Метрические задачи»:

- Задача 1. Построение перпендикуляра p к плоскости α .
- Задача 2. Построение плоскости α , перпендикулярной к прямой l .
- Задача 3. Определение точки пересечения F прямой l и плоскости α .
- Задача 4. Определение натуральной величины и угла наклона к плоскости проекций отрезка AB .

Размещение задач на листе показано на рис.1.1.

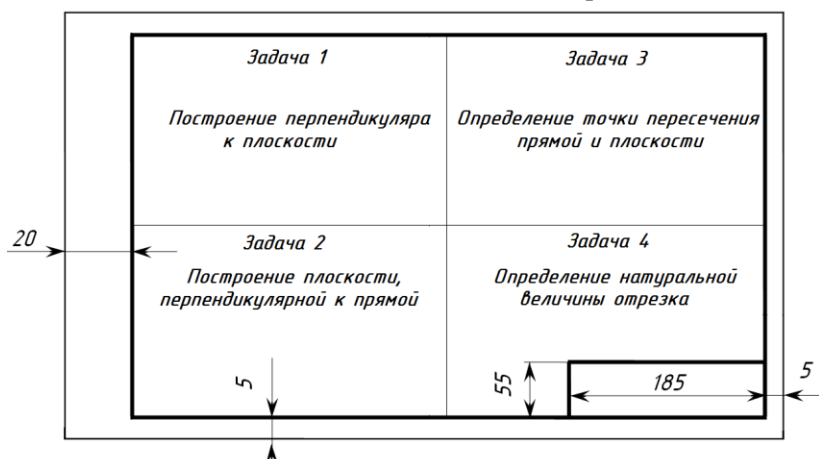


Рис. 1.1. Размещение задач на листе №1 «Метрические задачи»

Содержание листа №2 «Комплексные задачи»:

- Задача 5. Построение точки F , симметричной точке A относительно прямой l . Определение натуральной величины отрезка FA .
- Задача 6. Построение точки F , симметричной точке A относительно плоскости α . Определение натуральной величины отрезка FA .

Размещение задач на листе показано на рис.1.2.

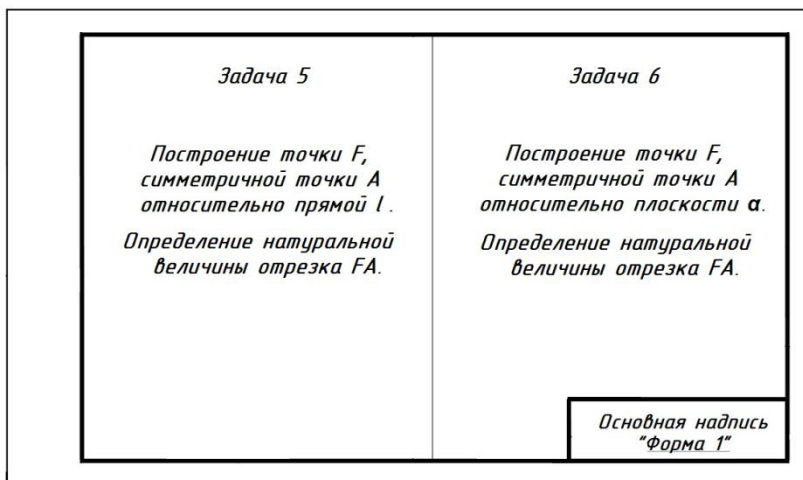


Рис. 1.2. Размещение задач на листе №2 «Комплексные задачи»

Содержание листа №3 «Пересечение поверхностей»:

- Задача 7. Построение трехкартинного чертежа пересекающихся поверхностей вращения.

Размещение задач на листе показано на рис.1.3.

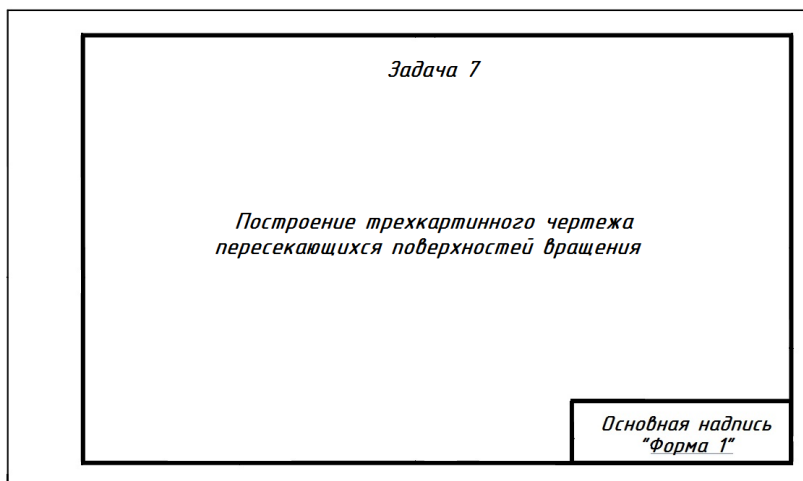
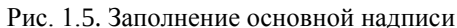
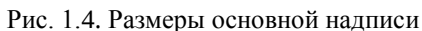


Рис. 1.3. Размещение задач на листе №3 «Пересечение поверхностей»

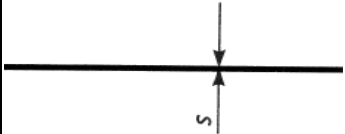
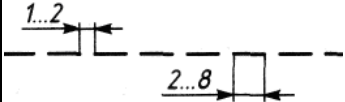
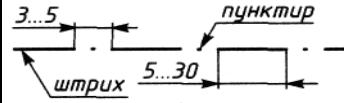
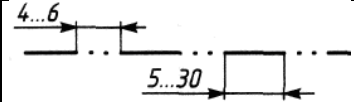
1) Все задания выполняются карандашом по размерам, указанным в варианте задания в масштабе 1:1. Размеры, указанные в задании, на чертеже не проставляются.

3) В правом нижнем углу рамки чертежа выполняется основная надпись «Форма №1». Размеры основной надписи показаны на рис.1.4, ее заполнение – на рис.1.5.



4) При выполнении чертежей применяются различные типы линий (табл.1.1). Их начертание и назначение определяются ГОСТ 2.303-68.

Таблица 1.1. Типы линий

№	Тип линии	Название линии, толщина
1		Сплошная толстая основная, $s = 0,5 \dots 1,4$ мм
2		Сплошная тонкая, $(1/2 \dots 1/3) s$
3		Сплошная волнистая, $(1/2 \dots 1/3) s$
4		Штриховая, $(1/2 \dots 1/3) s$
5		Штрихпунктирная тонкая, $(1/2 \dots 1/3) s$
6		Штрихпунктирная с двумя точками тонкая, $(1/2 \dots 1/3) s$

Рекомендуемая толщина основной толстой линии 0,8 – 1,0 мм.

На рис.1.6 показан пример использования разных линий в изображениях объектов. Каждый тип линии имеет свою область применения и свое назначение:

- *Линия сплошная толстая основная* предназначена для изображения видимого контура детали, видимых линий пересечения поверхностей, линий пересечения секущих плоскостей с поверхностями изделий при образовании разрезов и сечений, а

также для изображения таблиц, основных надписей, внутренней рамки чертежа, структурных элементов схем.

- *Линия сплошная тонкая* используется для всех промежуточных построений изображения; для нанесения размеров (выносные и размерные линии); для штриховки (графического обозначения материала изделия) в разрезах и сечениях; для линий-выносок и полков, над которыми делаются поясняющие надписи и обозначения; для подчеркивания надписей; для воображаемых линий плавного перехода поверхностей и других.

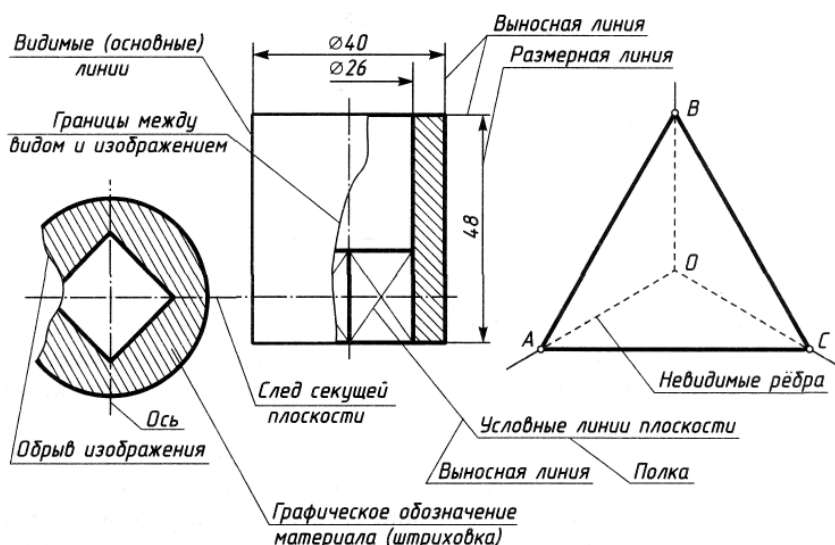


Рис. 1.6. Пример использования разных линий в изображениях

- *Линия сплошная волнистая* вычерчивается от руки и применяется для ограничения (обрыва) изображений, разграничения вида и разреза.

- *Линия штриховая* применяется для изображения невидимых элементов (линий).

- *Линия штрихпунктирная тонкая* предназначена для изображения осей (осей симметрии, осей вращения), центровых

линий и следов секущих плоскостей при выполнении разрезов и сечений.

- *Линия штрихпунктирная с двумя точками тонкая* используется для изображения линий сгиба на развертках, изделий в промежуточных положениях, развертки, совмещенной с видом.

5) Толщина линий одного и того же типа должна быть одинаковой для всех изображений на данном чертеже. Контрастность линий должна быть равной.

6) Размерные и выносные линии выполняются согласно ГОСТ 2.307 – 68.

Рекомендуемое расстояние между параллельными размерными линиями – 7 мм и между размерной линией и параллельной ей линией контура – 10 мм.

Стрелки размерных линий должны быть длиной min 2,5 мм (рис.1.7).

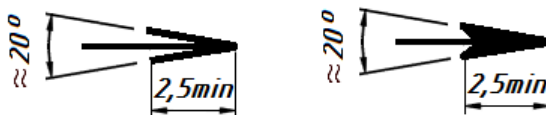


Рис.1.7. Стрелки размерных линий

7) На всех чертежах все надписи, т.е. буквы и цифры, выполняют стандартным чертежным шрифтом. Высота прописной буквы в миллиметрах определяет размер шрифта. Рекомендуемые размеры шрифта 5; 7; 10.

Все надписи выполняются чертежным шрифтом типа Б с наклоном 75° по ГОСТ 2.304-81 (рис.1.8).

8) Проекция точек рекомендуется изображать окружностями диаметром около 2 мм (● – невидимые, ○ – видимые). Обозначать с соответствующими индексами:

- проекции точек – прописными буквами латинского алфавита;

- проекции линий – строчными буквами латинского алфавита;
- проекции плоскости – строчными буквами греческого алфавита.

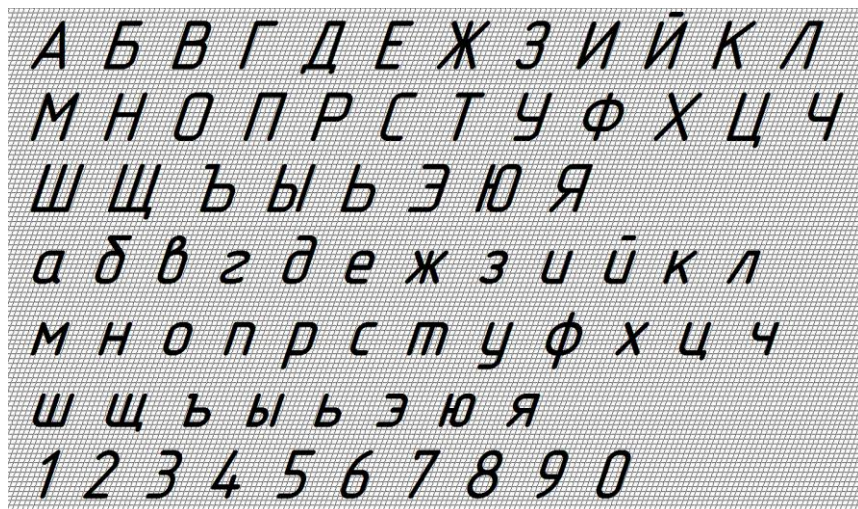


Рис. 1.8. Чертежный шрифт тип Б с наклоном 75°

ГЛАВА 2. МЕТРИЧЕСКИЕ И КОМПЛЕКСНЫЕ ЗАДАЧИ

2.1. МЕТОДЫ ПРОЕКЦИРОВАНИЯ

Любое изображение предмета является проекцией. Можно получить проекцию на любую поверхность – от плоскости до сложного рельефа. Проецирующие линии могут быть как прямыми, так и кривыми.

Аппарат проецирования – плоскость отображения и центр, через который проходят проецирующие лучи (прямые). Плоскость отображения принято называть *плоскостью проекций*, центр – *центром проецирования*.

Весь аппарат называется *центральной* или *перспективным аппаратом проецирования*.

Для построения проекции точки A , расположенной в пространстве, проводим через нее проецирующий луч из точки s до пересечения с плоскостью проекций в точке A_i , которая и является проекцией точки наглядных изображений A (рис. 2.1).

Применяется центральное проецирование в основном для получения перспективных изображений.

При удалении центра проецирования в бесконечность получим *параллельное проецирование*. В его аппарат входят плоскость проекций и направление параллельного проецирования с несобственным центром.

Для построения проекции точки A , расположенной в пространстве, проводим через нее проецирующий луч, параллельный заданному направлению s , до пересечения с плоскостью проекций в точке A_i , которая и является проекцией точки A (рис. 2.2).

Если направление проецирования, а соответственно, и проецирующие лучи перпендикулярны к плоскости проекций, то получатся прямоугольные проекции точек и других геометрических образов. В другом случае получим косоугольные проекции геометрических образов. Параллельные проекции используют как для получения наглядных изображений (аксонометрия), так и в комплексных чертежах.

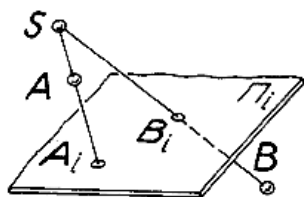


Рис. 2.1. Центральное проецирование

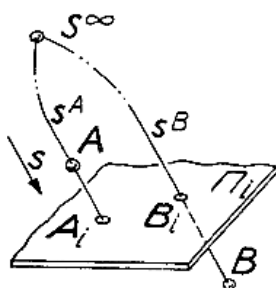


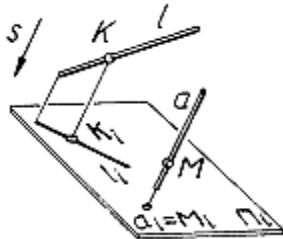
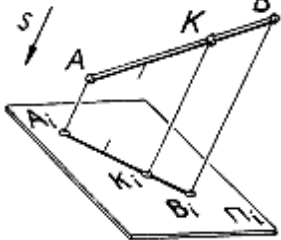
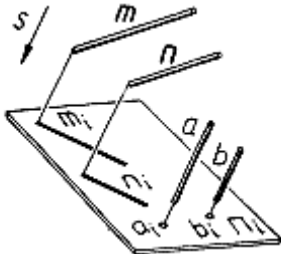
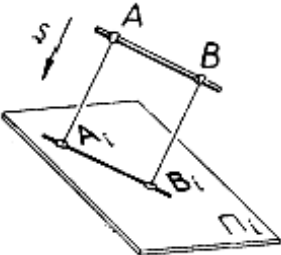
Рис. 2.2. Параллельное проецирование

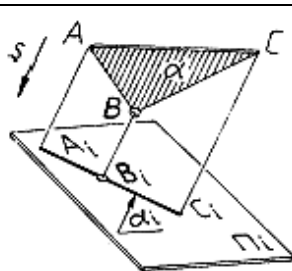
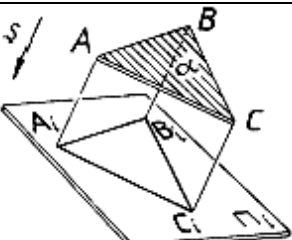
Проецирование как преобразование (переход от прообраза–объекта к образу – проекции) обладает рядом свойств, сохраняющихся после преобразования (табл. 2.1).

Таблица 2.1. Свойства параллельного проецирования

№	Изображение	Свойство
1		Проекцией точки является точка (единственная) на плоскости проекций
2		Проекцией прямой, не параллельной направлению проецирования, является прямая линия (свойство прямолинейности)

Продолжение табл. 2.1

№	Изображение	Свойство
3		Точка, принадлежащая прямой, проецируется в точку, принадлежащую проекции этой прямой (свойство принадлежности)
4		Точка, делящая отрезок в данном отношении, проецируется в точку, делящую проекцию этого отрезка в том же отношении (свойство пропорциональности)
5		Параллельные прямые, не параллельные направлению проецирования, проецируются в виде параллельных прямых (свойство параллельности)
6		Прямая, параллельная плоскости проекций, проецируется в прямую, параллельную самой прямой. Отрезок, расположенный на этой прямой, проецируется на данную плоскость проекций без искажения

№	Изображение	Свойство
7		Плоскость, параллельная направлению проецирования, вырождается на плоскости проекции в прямую линию
8		Фигура, расположенная в плоскости, параллельной плоскости проекций, проецируется на данную плоскость проекций в натуральную величину

К проекционным изображениям в начертательной геометрии предъявляются следующие основные требования:

- *обратимость* – восстановление объекта по его проекционным изображениям (чертежу) – возможность определить форму и размеры объекта, его положение;
- *наглядность* – чертеж должен создавать пространственное представление о форме предмета;
- *точность* – графические операции, выполненные на чертеже, должны давать достаточно точные результаты;
- *простота* – изображение должно быть простым по построению и допускать однозначное описание объекта.

2.2. ПРОЕКЦИРОВАНИЕ ТОЧКИ

Геометрический объект любой сложности можно рассматривать как геометрическое место точек, по взаимному расположению которых можно составить представление об объекте, а по расположению их относительно системы координат можно судить о положении его в пространстве. *Точка* – одно из основных понятий геометрии.

2.2.1. ДВУХКАРТИННЫЙ ЧЕРТЕЖ ТОЧКИ

Обратимость чертежа может быть обеспечена проецированием на две взаимно перпендикулярные плоскости проекций. Рассмотрим ортогональное (перпендикулярное) проецирование точки на две взаимно перпендикулярные плоскости проекций (рис. 2.1). *Ортогональной проекцией точки* на плоскость называется основание перпендикуляра, опущенного из данной точки на эту плоскость.

На рис. 2.1,а изображены плоскости проекций: Π_1 – горизонтальная плоскость проекций, Π_2 – фронтальная плоскость проекций, а также проекции точки А (A_1 – горизонтальная проекция точки, A_2 – фронтальная проекция). Ось проекций Х – линия пересечения плоскостей проекций Π_1 / Π_2 – называется широтой и определяет положение точки «левее – правее», ось Y называется глубиной и определяет положение точки «ближе – дальше», ось Z называется высотой и определяет положение точки «выше – ниже».

Изображение точки А обратимо, т. к. ее положение задано тремя координатами (X, Y, Z).

Фронтальная проекция точки A_2 определяется координатами X и Y, горизонтальная проекция точки A_1 определяется координатами X и Z. Фронтальная проекция A_2 и горизонтальная проекция A_1 точки А располагаются на линии связи, которая всегда перпендикулярна к оси Х.

Для преобразования пространственной модели в комплексный чертеж (эпюр) необходимо считать фронтальную плоскость Π_2 неподвижной, а горизонтальную плоскость Π_1

вращать вокруг оси X до совмещения с плоскостью Π_2 (рис. 2.1,б).

При переходе к плоскому чертежу ось OX останется горизонтальной, а ось OY совпадет с вертикальной осью OZ . Изображение на плоскостях проекций Π_1 / Π_2 разворачивается фронтально, чтобы прямые углы плоскостей изобразились в натуральную величину (рис. 2.1,в).

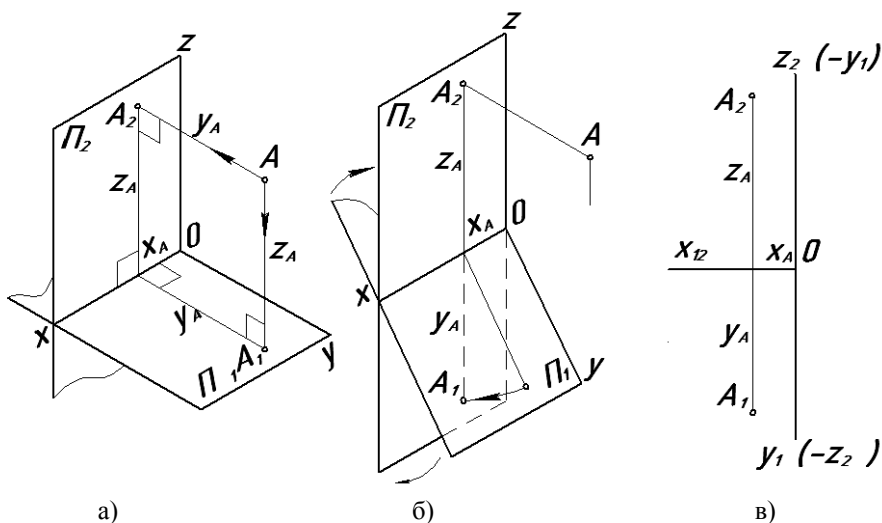


Рис. 2.1. Проецирование точки на две взаимно перпендикулярные плоскости: а – модель; б – переход к комплексному чертежу; в – эпюр

2.2.2. ТРЕХКАРТИННЫЙ ЧЕРТЕЖ ТОЧКИ

Для более точного изображения сложных геометрических объектов возникает необходимость использовать третью – профильную плоскость проекций Π_3 , расположенную перпендикулярно к горизонтальной Π_1 и фронтальной Π_2 плоскостям проекций. В соответствии с ГОСТ 2.305–68 плоскости проекций Π_1 , Π_2 и Π_3 относятся к основным плоскостям проекций.

Рассмотрим проецирование точки на три взаимно перпендикулярные плоскости проекций. На рис. 2.2,а показана модель

трех плоскостей проекций: Π_1 – горизонтальная плоскость проекций, Π_2 – фронтальная плоскость проекций, Π_3 – профильная плоскость проекций, а также проекции точки A : A_1 – горизонтальная проекция, A_2 – фронтальная проекция, A_3 – профильная проекция. Плоскости проекций, попарно пересекаясь, определяют три оси X_{12} , Y_{13} и Z_{23} , которые можно рассматривать как систему декартовых координат в пространстве с началом в точке O .

Для преобразования модели в комплексный чертеж необходимо оставить фронтальную плоскость Π_2 неподвижной, горизонтальную плоскость Π_1 вращать вокруг оси X , а профильную плоскость Π_3 – вокруг оси Z до совмещения с плоскостью Π_2 (рис. 2.2,б). При обозначении осей на эпюре отрицательные полуоси обычно не указывают (рис. 2.2,в). Горизонтальная и фронтальная проекции точки располагаются на линии проекционной связи, перпендикулярной к оси X , фронтальная и профильная проекции – на линии проекционной связи, перпендикулярной к оси Z .

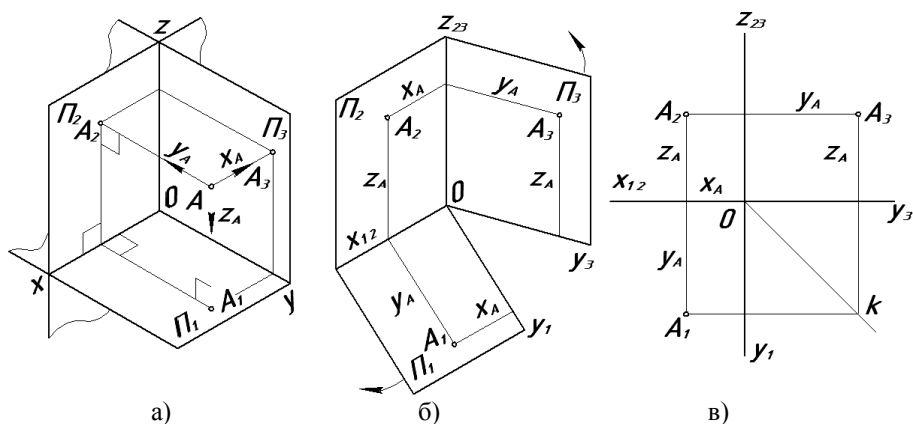


Рис. 2.2. Проецирование точки на три взаимно перпендикулярные плоскости: а – модель; б – переход к комплексному чертежу; в – эпюр

Оси на эпюре можно не показывать, если важное значение имеет изображение предмета, а не его положение относительно плоскостей проекций.

2.2.3. ВЗАИМНОЕ РАСПОЛОЖЕНИЕ ТОЧЕК

Можно выделить три основных варианта взаимного расположения точек:

1. Если точки А и В (рис. 2.3) располагаются так, что:

- $Y_A > Y_B$, то точка А расположена к наблюдателю ближе точки В относительно плоскости Π_2 ;
- $Z_A > Z_B$, то точка А расположена выше точки В относительно плоскости Π_1 ;
- $X_A < X_B$, то точка В расположена левее точки А относительно плоскости Π_3 .

Таким образом, можно сделать вывод по взаимному положению точек:

- если значение «Y» больше, то точка ближе к наблюдателю;
- если значение «Z» больше, то точка выше;
- если значение «X» больше, то точка левее.

2. Если у точек равна одна одноименная координата, то точки равноудалены от какой-либо плоскости проекций:

- $Y_A = Y_B$, точки А и В равноудалены от плоскости Π_2 , и их горизонтальные проекции располагаются на прямой $A_1B_1 // X_{12}$. Геометрическим местом таких точек служит плоскость, параллельная Π_2 ;

- $Z_A = Z_B$, точки А и В равноудалены от плоскости Π_1 , и их фронтальные проекции располагаются на прямой $A_2B_2 // X_{12}$. Геометрическим местом таких точек служит плоскость, параллельная Π_1 ;

- $X_A = X_B$, точки А и В равноудалены от плоскости Π_3 , и их горизонтальные и фронтальные проекции располагаются, соответственно, на прямых $A_1B_1 // Y_1$ и $A_2B_2 // Z_{23}$. Геометрическим местом таких точек служит плоскость, параллельная Π_3 .

3. Если у точек равны две одноименные координаты, то точки называются *конкурирующими*. Конкурирующие точки располагаются на одной проецирующей прямой и имеют совпадающие проекции на одной из плоскостей проекций.

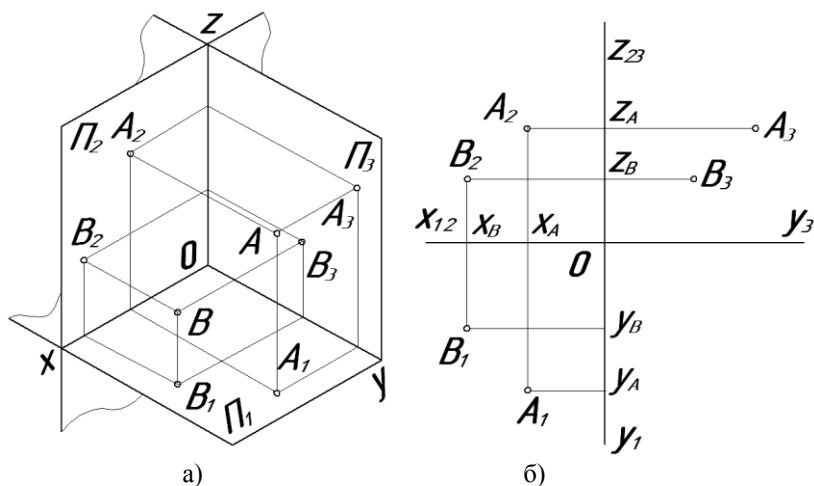


Рис. 2.3. Взаимное расположение точек: а – модель; б – эпюр

Различают следующие виды конкурирующих точек (рис. 2.4):

– горизонтально-конкурирующие точки A и B , расположены на горизонтально-проецирующей прямой и имеют совпадающие горизонтальные проекции;

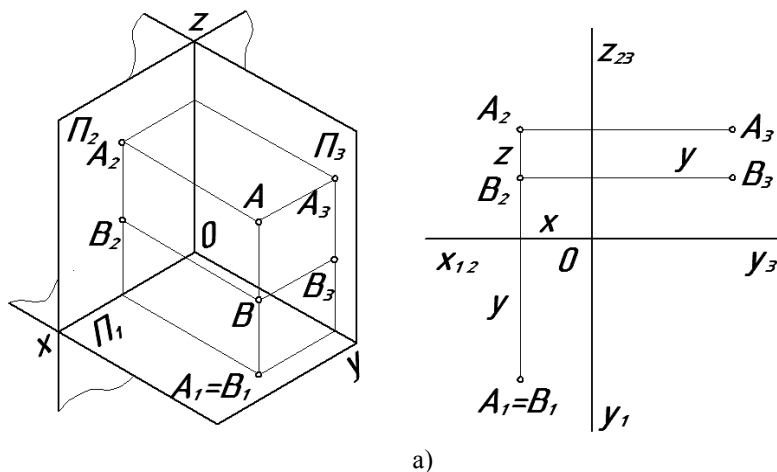
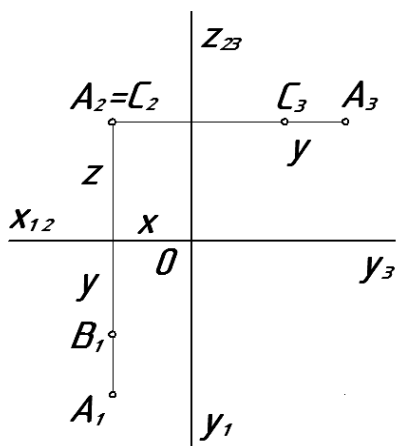
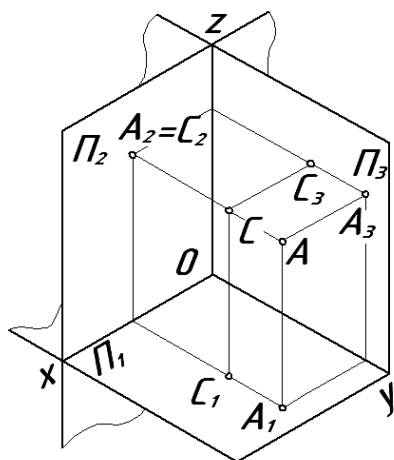
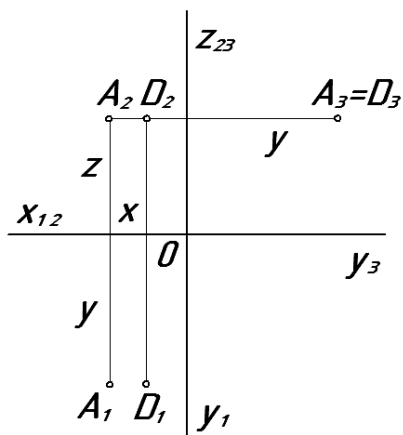
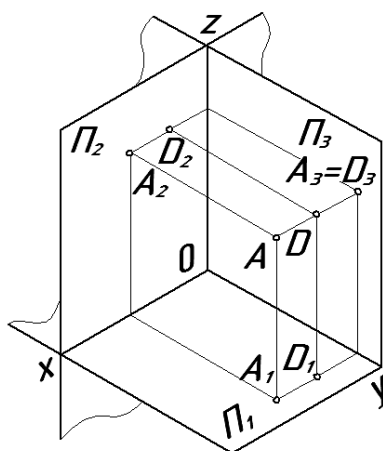


Рис. 2.4. Конкурирующие точки: а – горизонтально-конкурирующие (начало)



б)



в)

Рис. 2.4. Конкурирующие точки: а – горизонтально-конкурирующие;
б – фронтально-конкурирующие; в – профильно-конкурирующие
(окончание)

– фронтально-конкурирующие точки А и С, расположены на фронтально-проецирующей прямой и имеют совпадающие фронтальные проекции;

– профильно-конкурирующие точки А и D, расположены на профильно-проецирующей прямой и имеют совпадающие профильные проекции.

При проецировании на соответствующую плоскость проекций одна точка «закрывает» другую, конкурирующую с ней, и, соответственно, проекция этой точки будет невидимой.

2.3. ПРОЕКЦИРОВАНИЕ ПРЯМОЙ

Прямая в пространстве может быть задана:

- двумя точками, принадлежащими этой прямой;
- одной точкой, принадлежащей данной прямой, и ее направлением.

В первом случае задаются координаты двух заданных точек, во втором – координаты одной точки и направление прямой.

Прямая на чертеже может быть задана (рис. 2.5):

- двумя ее проекциями, не совпадающими с линией связи;
- проекциями двух точек.

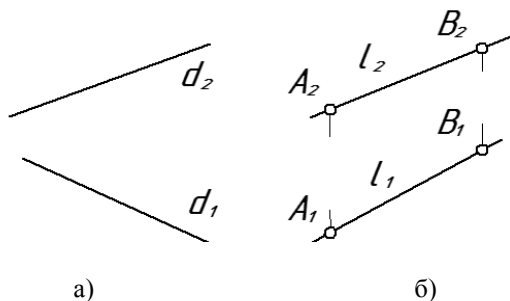


Рис. 2.5. Задание прямой на чертеже: а – ее проекциями;
б – проекциями двух точек

2.3.1. ПРИНАДЛЕЖНОСТЬ ТОЧКИ ПРЯМОЙ

Точка принадлежит прямой, если ее проекции принадлежат одноименным проекциям прямой (рис. 2.6).

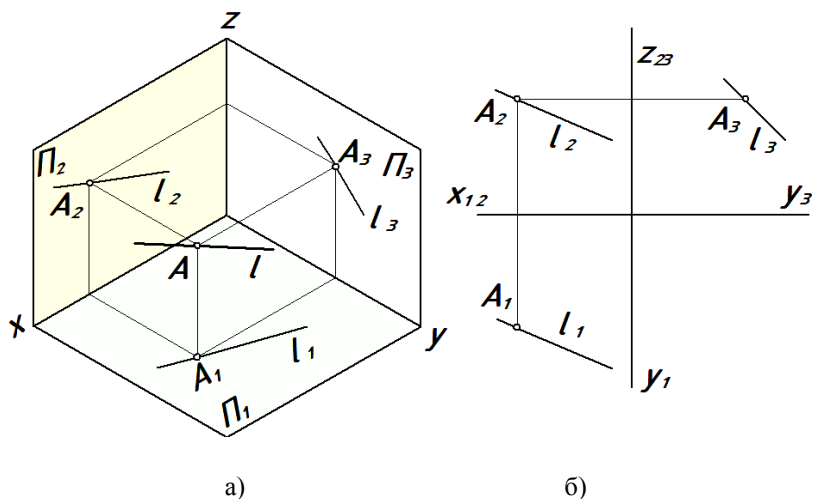


Рис. 2.6. Точка на прямой: а – модель; б – эпюр

2.3.2. КЛАССИФИКАЦИЯ ПРЯМЫХ ПО ПОЛОЖЕНИЮ ОТНОСИТЕЛЬНО ПЛОСКОСТЕЙ ПРОЕКЦИЙ

Прямая в пространстве может быть расположена произвольно. Рассмотрим различные положения прямой относительно плоскостей проекций Π_1 , Π_2 и Π_3 (рис. 2.7).

Прямая общего положения – прямая, не параллельная ни одной из плоскостей проекций Π_1 , Π_2 , Π_3 (табл. 2.2). Все точки прямой имеют различные координаты X , Y , Z , и ее проекции не параллельны осям проекций X , Y , Z .

Прямые частного положения – это прямые, которые либо параллельны (табл. 2.3), либо перпендикулярны к одной из плоскостей проекций (табл. 2.4).

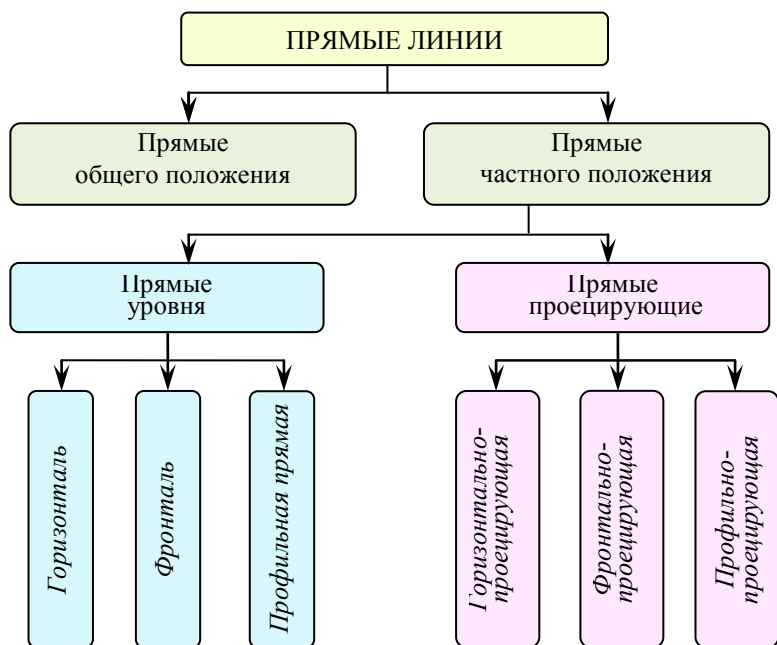


Рис. 2.7. Классификация прямых по положению относительно плоскостей проекций

Таблица 2.2. Прямые общего положения

Определение	Модель и комплексный чертеж
Прямая общего положения – прямая, не параллельная ни одной из плоскостей проекций: • AB – прямая в пространстве; • A_1B_1 – горизонтальная проекция; • A_2B_2 – фронтальная проекция; • A_3B_3 – профильная проекция	

Таблица 2.3. Прямые уровня

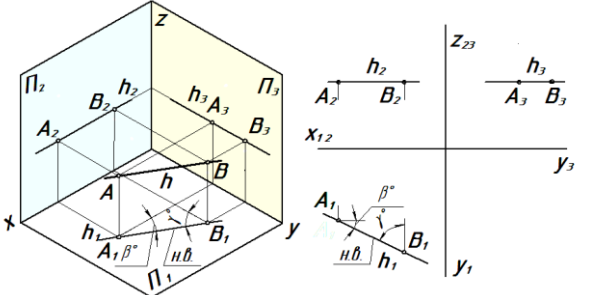
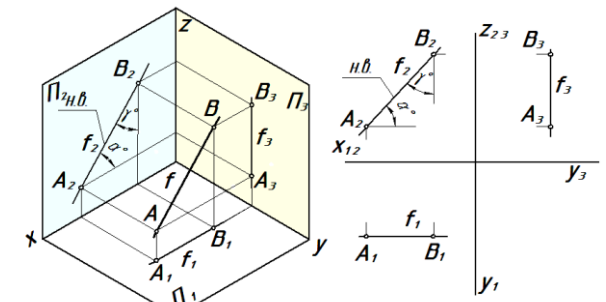
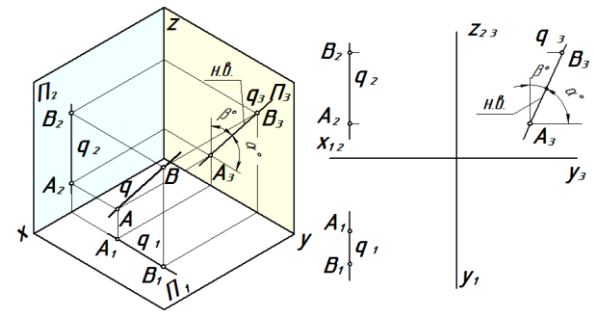
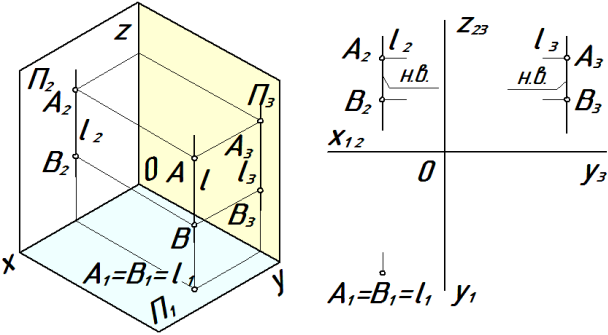
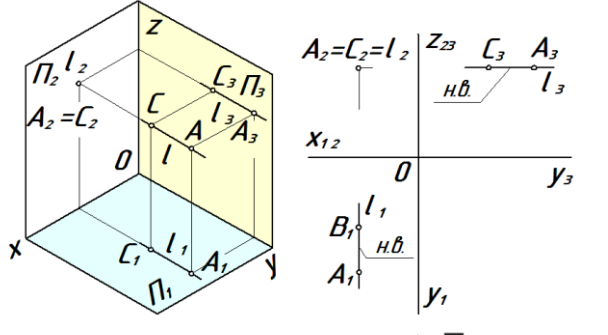
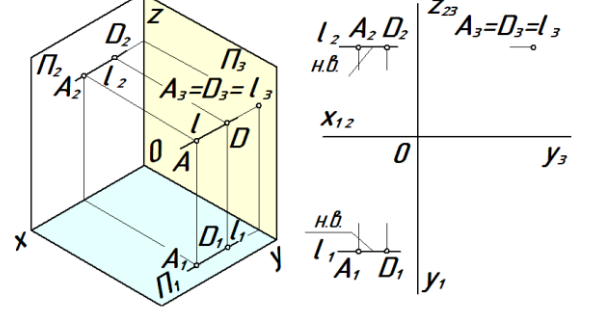
Определение	Модель и комплексный чертёж
Горизонталь h – прямая, параллельная горизонтальной плоскости проекций Π_1: • $A_2B_2 \parallel OX$; • $A_3B_3 \parallel Y$; • A_1B_1 – натуральная величина отрезка	 • $\alpha^\circ = 0$ – угол наклона к плоскости Π_1; • β° – угол наклона к плоскости Π_2; • γ° – угол наклона к плоскости Π_3
Фронталь f – прямая, параллельная фронтальной плоскости Π_2: • $A_1B_1 \parallel OX$; • $A_3B_3 \parallel Z$; • A_2B_2 – натуральная величина	
Профильная прямая q – прямая, параллельная профильной плоскости Π_3: • $A_2B_2 \parallel Z$; • $A_1B_1 \parallel Y$; • A_3B_3 – натуральная величина отрезка	

Таблица 2.4. Проецирующие прямые

Определение	Модель и комплексный чертеж
Горизонтально-проецирующая прямая – прямая, перпендикулярная к плоскости Π_1; • $AB \perp \Pi_1$; • $AB \parallel \Pi_2$; • $AB \parallel \Pi_3$; • A_2B_2 и A_3B_3 – натуральные величины отрезка	 На Π_1 отрезок AB проецируется в точку $A_1 \equiv B_1$
Фронтально-проецирующая прямая – прямая, перпендикулярная к плоскости Π_2; • $AB \parallel \Pi_1$; • $AB \perp \Pi_2$; • $AB \parallel \Pi_3$; • A_1B_1 и A_3B_3 – натуральные величины отрезка	 На Π_2 отрезок проецируется в точку $A_2 \equiv B_2$
Профильно-проецирующая прямая – прямая, перпендикулярная к плоскости Π_3; • $AB \parallel \Pi_1$; • $AB \parallel \Pi_2$; • $AB \perp \Pi_3$; • A_1B_1 и A_2B_2 – натуральные величины отрезка	 На Π_3 отрезок проецируется в точку $A_3 \equiv B_3$

Прямые уровня – это прямые, параллельные какой-либо плоскости проекций.

В начертательной геометрии различают три прямые уровня: *горизонталь, фронталь и профильную прямую* (табл. 2.3).

Отрезок прямой, параллельной плоскости проекции, проецируется на данную плоскость без искажения (в натуральную величину), углы наклона этой прямой к плоскостям проекций проецируются также в натуральную величину на эту плоскость.

Проецирующие прямые – это прямые, расположенные перпендикулярно к какой-либо плоскости проекций $\Pi_1 / \Pi_2 / \Pi_3$.

Различают три основные проецирующие прямые: горизонтально-проецирующую, фронтально-проецирующую и профильно-проецирующую.

Прямая проецируется в виде точки на ту плоскость проекций, к которой перпендикулярна. Эта проекция называется вырожденной и обладает собирательным свойством. Две другие проекции прямой параллельны осям и проецируются в натуральную величину (табл. 2.4).

Данные сравнительного анализа изображений прямых на комплексном чертеже (табл. 2.2 – 2.4) приведены в табл. 2.5.

Таблица 2.5. Анализ изображений прямых

Прямые	Расположение в пространстве относительно $\Pi_1 / \Pi_2 / \Pi_3$	Расположение на чертеже	Наличие вырожденной проекции (точки)	Н.в. отрезка	Н.в. углов наклона к $\Pi_1 / \Pi_2 / \Pi_3$
Общего положения	Произвольно	Все проекции под углом к осям	Нет	Нет	Нет
Уровня	Параллельно	Одна проекция под углом к осям, две проекции параллельны осям	Нет	Есть	Есть
Проецирующие	Перпендикулярно	Две проекции параллельны осям, одна проекция – точка	Есть	Есть	Есть

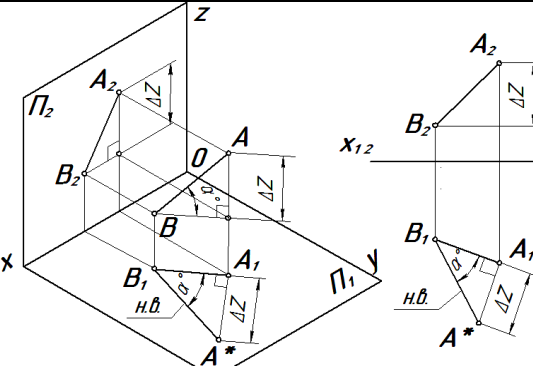
2.3.3. ДЛИНА ОТРЕЗКА И УГЛЫ НАКЛОНА ПРЯМОЙ К ПЛОСКОСТЯМ ПРОЕКЦИИ

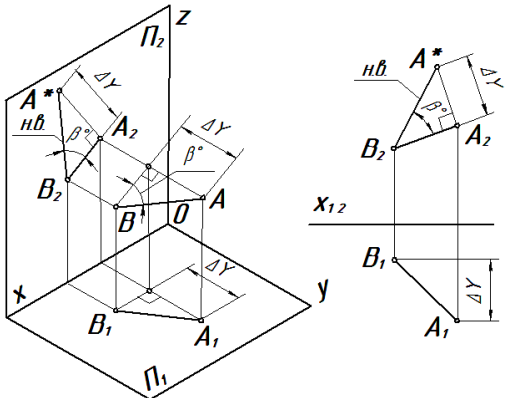
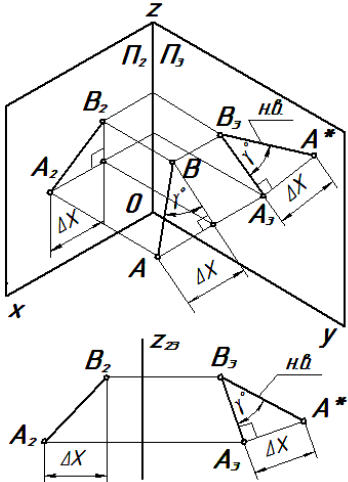
Отрезок прямой, параллельной какой-либо плоскости проекции (отрезок частного положения), проецируется на данную плоскость без искажения (в натуральную величину). Углы наклона отрезка к плоскостям проекций проецируются также в натуральную величину на эту плоскость (табл. 2.3, 2.4).

Если отрезок не параллелен плоскостям проекции (отрезок общего положения), то для определения натуральной величины его и угла наклона к плоскости проекции необходимо выполнить дополнительные построения.

Если построить вспомогательный прямоугольный треугольник, один катет которого равен проекции отрезка на плоскость Π_1 (Π_2 или Π_3), а другой – разности уровней положения концов отрезка от той плоскости, на которой строится треугольник, то гипотенуза данного прямоугольного треугольника равна натуральной величине данного отрезка, а угол между гипотенузой и катетом (проекцией отрезка) равен углу наклона отрезка к данной плоскости проекций (табл. 2.6).

Таблица 2.6. Метод прямоугольного треугольника

Задание	Модель и комплексный чертёж
Определение н.в. отрезка AB и угла наклона его к плоскости Π_1 (прямоугольный треугольник строится на плоскости Π_1): • отметить разность уровней точек A_2 и B_2 по высоте – ΔZ; • провести из точки A_1 (B_1) перпендикуляр и отложить на нем значение ΔZ, отметить точку A^* (B^*); • соединить A^*B_1 (B^*A_1)	 • A^*B_1 – н.в. отрезка AB ; • угол α° – н.в. угла наклона отрезка AB к плоскости Π_1

Задание	Модель и комплексный чертёж
Определение н.в. отрезка AB и угла наклона его к плоскости Π_2 (прямоугольный треугольник строится на Π_2): • отметить разность уровней точек A_1 и B_1 по глубине – ΔY; • провести из точки A_2 (B_2) перпендикуляр и отложить на нем значение ΔY, отметить точку A^* (B^*); • соединить A^*B_2 (B^*A_2)	 • A^*B_2 – н.в. отрезка AB; • угол β° – н.в. угла наклона отрезка AB к плоскости Π_2
Определение н.в. отрезка AB и угла наклона его к плоскости Π_3 (прямоугольный треугольник строится на Π_3): • отметить разность уровней точек A_2 и B_2 по ширине – ΔX; • провести из точки A_3 (B_3) перпендикуляр и отложить на нем значение ΔX, отметить точку A^* (B^*); • соединить A^*B_3 (B^*A_3)	 • A^*B_3 (B^*A_3) – н.в. отрезка AB; • угол γ° – н.в. угла наклона отрезка AB к плоскости Π_3

Рассмотренный метод называется **методом прямоугольного треугольника**.

2.3.4. ВЗАИМНОЕ ПОЛОЖЕНИЕ ПРЯМЫХ

Прямые линии в пространстве могут быть параллельными, пересекающимися и скрещивающимися. Рассмотрим подробнее каждый случай:

1. Параллельные прямые.

Параллельными называются две прямые, которые лежат в одной плоскости и не имеют общих точек. Проекции параллельных прямых на любую плоскость (не перпендикулярную данным прямым) параллельны. Это свойство параллельного проецирования остается справедливым и для ортогональных проекций, то есть если $AB \parallel CD$, то $A_1B_1 \parallel C_1D_1$; $A_2B_2 \parallel C_2D_2$; $A_3B_3 \parallel C_3D_3$ (рис.2.8). В общем случае справедливо и обратное утверждение.

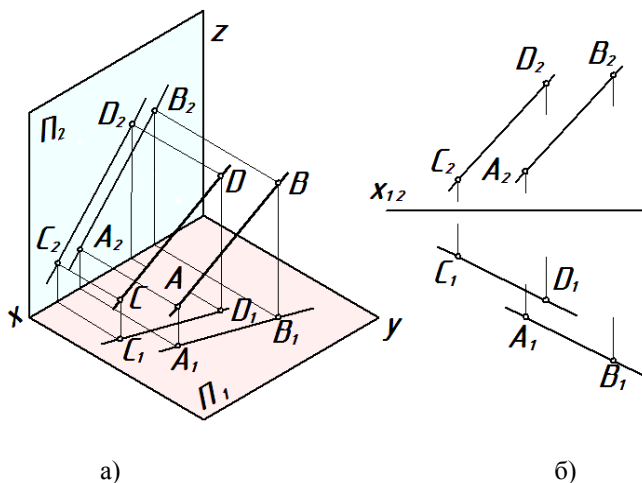


Рис. 2.8. Параллельные прямые: а – модель; б – эпюру

2. Пересекающиеся прямые.

Пересекающимися называются две прямые, лежащие в одной плоскости и имеющие одну общую точку. Если прямые

пересекаются, то точки пересечения их одноименных проекций находятся на одной линии связи (рис. 2.9). В общем случае справедливо и обратное утверждение.

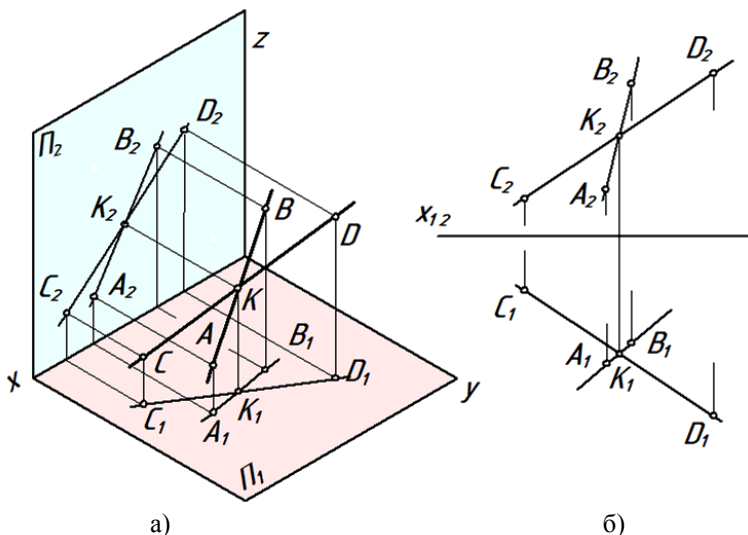


Рис. 2.9. Пересекающиеся прямые: а – модель; б – эпюр

3. Скрещивающиеся прямые.

Скрещивающимися называются две прямые, не лежащие в одной плоскости. Если прямые не пересекаются и не параллельны между собой, то точки пересечения их одноименных проекций (если они есть) не лежат на одной линии связи.

Для определения видимости прямых относительно плоскостей проекции используются конкурирующие точки.

Рассмотрим комплексный чертеж скрещивающихся прямых а и б (рис. 2.10). Определим, какая из прямых расположена выше другой (относительно плоскости Π_1) или ближе другой к наблюдателю (относительно плоскости Π_2). Для этого необходимо проанализировать положение конкурирующих точек А и В, С и D, принадлежащих этим прямым. В данном случае точки А и В – *фронтально-конкурирующие*, а точки С и D – *горизонтально-конкурирующие*.

Определим видимость на плоскости проекций Π_2 . Из двух конкурирующих точек В и А, принадлежащих скрещивающимся

прямым a и b , видимой на плоскости Π_2 будет точка B , так как B_1 расположена ближе к наблюдателю, что видно при взгляде спереди по указанной стрелке. Точка A_1 дальше от наблюдателя, следовательно, точка A будет не видима на плоскости Π_2 (A_2 обозначена второй в совпадающих проекциях).

Определим видимость на плоскости проекций Π_1 . Из рис. 3.8 следует, что при взгляде сверху по указанной стрелке D_2 выше C_2 относительно Π_1 . Следовательно, точка D , принадлежащая прямой a , будет видима, а точка C , принадлежащая прямой b , будет не видима (D_1 обозначена второй в совпадающих проекциях).

Понятие конкурирующих точек используется в решении позиционных задач, когда требуется определить видимость.

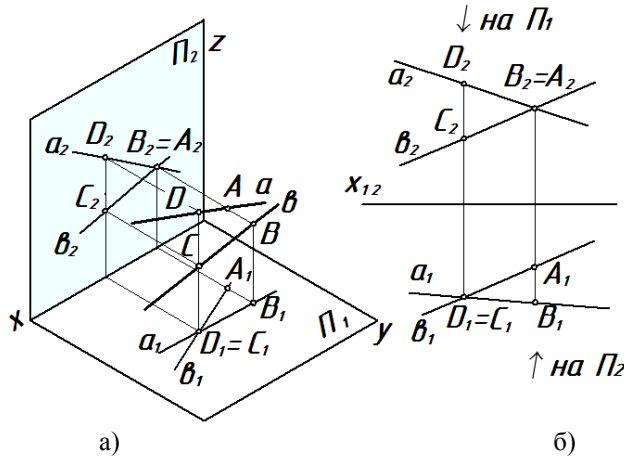


Рис. 2.10. Скрещивающиеся прямые: а – модель; б – эпюр

2.3.5. ПЕРПЕНДИКУЛЯРНЫЕ ПРЯМЫЕ. ТЕОРЕМА О ПРОЕКЦИРОВАНИИ ПРЯМОГО УГЛА

Угол – геометрическая фигура, состоящая из двух различных лучей, выходящих из одной точки. Углом между прямыми называется меньший из двух углов между лучами, параллельными этим прямым. Углом между плоскостью и не перпендикулярной ей прямой называется угол между прямой и её проекцией на данную плоскость.

Рассмотрим ряд свойств ортогональных проекций плоских углов:

1. Если хотя бы одна из сторон прямого угла параллельна плоскости проекций, а другая не перпендикулярна ей, то на эту плоскость прямой угол проецируется без искажения (*теорема о проецировании прямого угла*).

Дано: $\angle ABC = 90^\circ$; $BC \parallel \Pi_1$; $AC \in \Pi_1$.

Доказательство теоремы:

– продлим отрезок AC до пересечения с плоскостью Π_1 (рис. 2.11);

– получим горизонтальный след прямой – точку $M = M_1$, одновременно принадлежащую прямой и ее проекции. Из свойства ортогонального проецирования следует, что $BC \parallel B_1C_1$;

– через точку M проведем прямую MD параллельно C_1B_1 , она будет параллельна и CB , а следовательно, $\angle CMD = 90^\circ$.

Согласно теореме о трех перпендикулярах, $\angle C_1MD = 90^\circ$. Таким образом, $MD \perp A_1C_1$ и $MD \parallel B_1C_1$, следовательно, $\angle A_1C_1B_1 = 90^\circ$, что и требовалось доказать.

В случае, когда $AC \perp \Pi_1$, проекцией угла, согласно свойствам ортогонального проецирования, будет прямая линия.

2. Если проекция угла представляет угол 90° , то проецируемый угол будет прямым лишь при условии, что одна из сторон этого угла параллельна плоскости проекций (рис. 2.12).

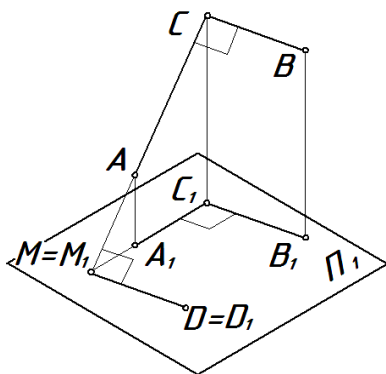


Рис. 2.11. Теорема о проецировании прямого угла

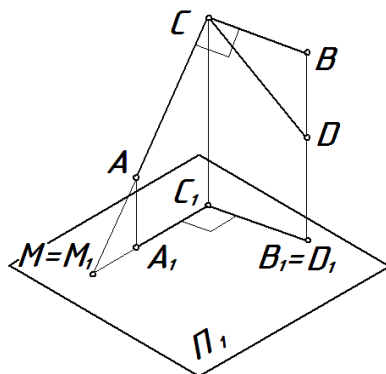


Рис. 2.12. Обратная теорема о проецировании прямого угла

3. Если обе стороны любого угла параллельны плоскости проекций, то его проекция равна по величине проецируемому углу.

4. Если стороны угла параллельны плоскости проекций или одинаково наклонены к ней, то деление проекции угла на этой плоскости пополам соответствует делению пополам и самого угла в пространстве.

5. Если стороны угла не параллельны плоскости проекций, то угол на эту плоскость проецируется с искажением.

На рис.2.13 показаны две прямые, проведенные через точку A , перпендикулярные к горизонтали h : прямая p , пересекающая h в точке B , и прямая p' , скрещивающаяся с h .

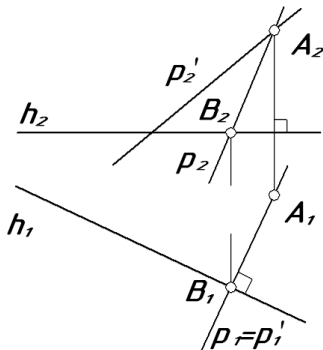


Рис. 2.13. Прямые, перпендикулярные к горизонтали h

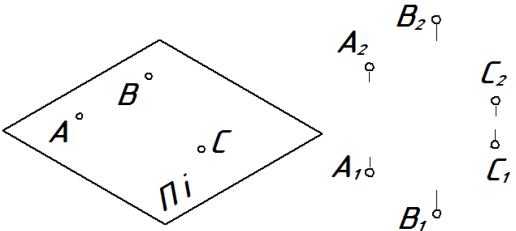
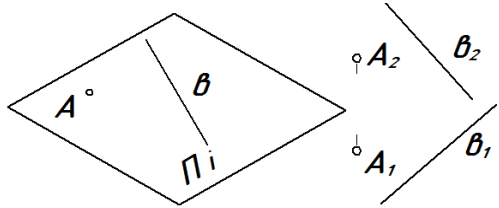
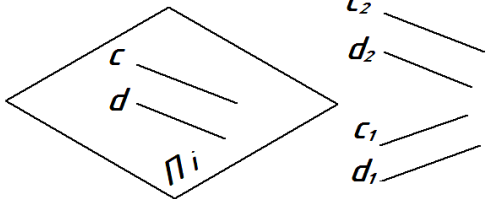
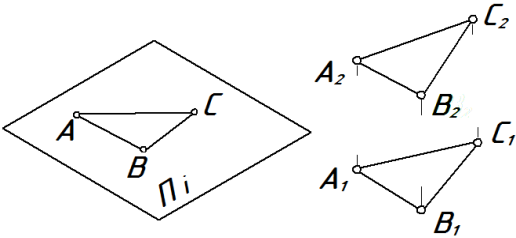
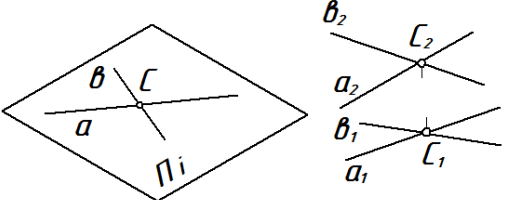
2.4. ПРОЕЦИРОВАНИЕ ПЛОСКОСТИ

Плоскость – это двумерный геометрический образ, имеющий длину и ширину. Плоскость считается бесконечной, не имеющей толщины и непрозрачной.

Плоскость является одним из наиболее часто встречающихся видов поверхности, которая содержит полностью каждую прямую, соединяющую любые две ее точки.

Плоскость на чертеже может быть задана следующими способами (табл. 2.7).

Таблица 2.7. Задание плоскости на чертеже

Способ задания	Наглядное изображение и комплексный чертёж
Тремя точками, не лежащими на одной прямой	
Прямой и точкой, не принадлежащей данной прямой	
Двумя параллельными прямыми	
Плоской фигурой	
Двумя пересекающимися прямыми	

Способ задания	Наглядное изображение и комплексный чертеж
Следом $\alpha \perp \Pi_1$	

2.4.1. ТОЧКА И ПРЯМАЯ ПЛОСКОСТИ

Точка принадлежит плоскости, если она принадлежит прямой, лежащей в этой плоскости.

Условия принадлежности прямой плоскости:

- прямая пересекает две прямые, лежащие в этой плоскости (рис. 2.14);
- прямая проходит через точку, принадлежащую плоскости, и параллельна прямой, лежащей в этой же плоскости (рис. 2.15).

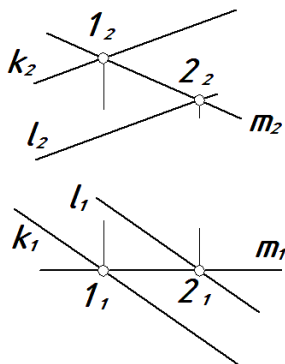


Рис. 2.14. Принадлежность прямой плоскости по двум точкам пересечения

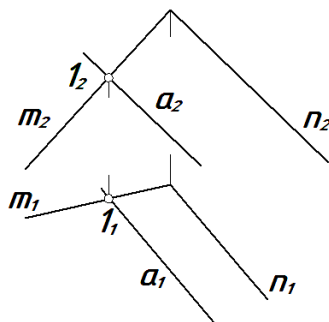


Рис. 2.15. Принадлежность прямой плоскости по точке и признаку параллельности

2.4.2. КЛАССИФИКАЦИЯ ПЛОСКОСТЕЙ ПО ПОЛОЖЕНИЮ ОТНОСИТЕЛЬНО ПЛОСКОСТЕЙ ПРОЕКЦИЙ

Рассмотрим различные положения плоскости относительно плоскостей проекций Π_1 , Π_2 и Π_3 (рис. 2.16).

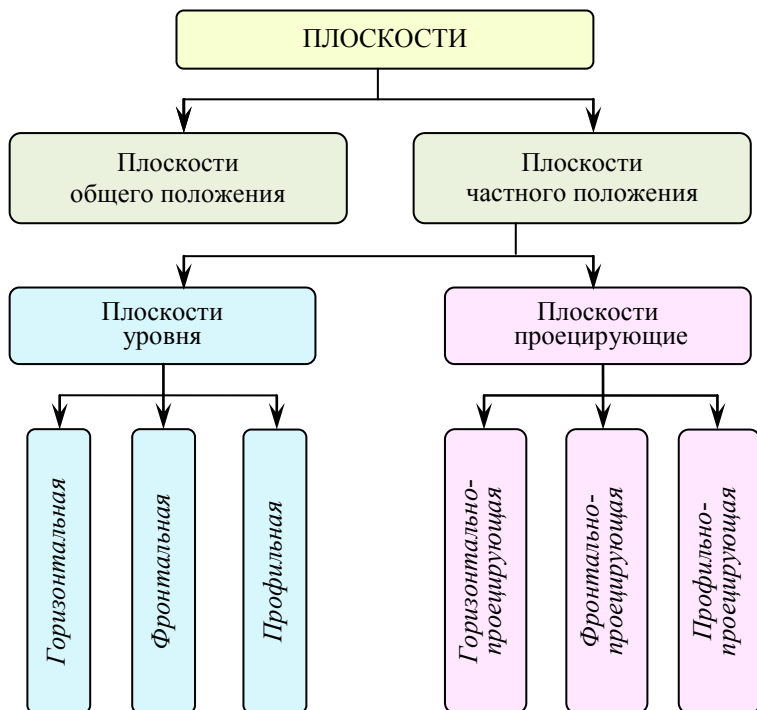


Рис. 2.16. Классификация плоскостей по положению относительно плоскостей проекций

Плоскости в пространстве могут занимать общее (табл. 2.8) и частное положения (табл. 2.9, 2.10).

Таблица 2.8. Плоскости общего положения

Определение	Модель и комплексный чертёж
Плоскость общего положения – это плоскость, не перпендикулярная ни к одной из плоскостей проекций	

Таблица 2.9. Плоскости уровня

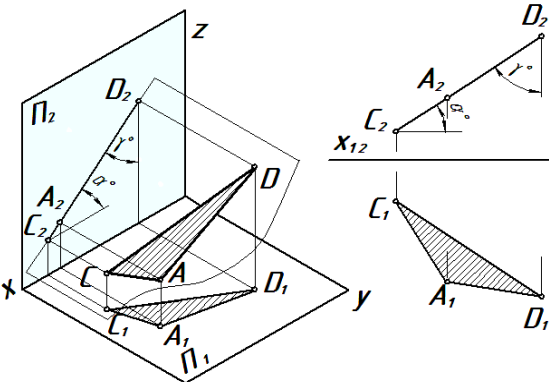
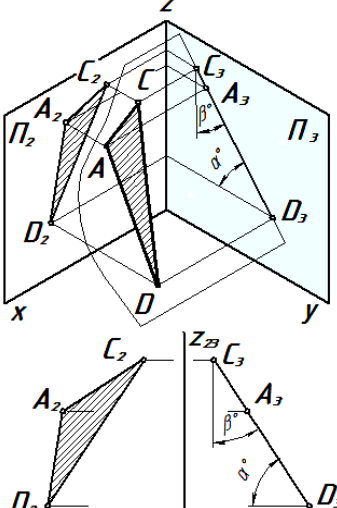
Определение	Модель и комплексный чертёж
Фронтальная плоскость – это плоскость, параллельная плоскости Π_2: • плоскость пересекает плоскость Π_1 параллельно оси OX, а плоскость Π_3 – параллельно оси OZ; • на плоскость Π_2 проецируется в н.в.	
Горизонтальная плоскость – это плоскость, параллельная плоскости Π_1: • плоскость пересекает плоскость Π_2 параллельно оси OX, плоскость Π_3 – параллельно оси OY; • на плоскость Π_1 проецируется в н.в.	

Определение	Модель и комплексный чертёж
Профильная плоскость – это плоскость, параллельная плоскости Π_3: • плоскость пересекает плоскость проекций Π_2 по линии параллельно оси OZ, плоскость Π_1 – параллельно оси OY; • на плоскость Π_3 проецируется в н.в.	

Плоскостью частного положения называют плоскость, которая либо перпендикулярна, либо параллельна одной из плоскостей проекций. Плоскости частного положения могут быть плоскостями уровня (табл. 2.9) и проецирующими (табл. 2.10).

Таблица 2.10. Проецирующие плоскости

Определение	Модель и комплексный чертёж
Горизонтально-проецирующая плоскость – плоскость, перпендикулярная к плоскости проекций Π_1. Любой элемент, лежащий в этой плоскости, проецируется на плоскость Π_1 в прямую линию: • горизонтальная проекция плоскости $A_1B_1C_1$ – прямая линия (вырожденная проекция); • β° – угол наклона плоскости к Π_2; • γ° – угол наклона плоскости к Π_3	

Определение	Модель и комплексный чертёж
Фронтально-проецирующая плоскость – плоскость, перпендикулярная к плоскости проекций Π_2. Любой элемент, лежащий в этой плоскости, проецируется на плоскость Π_2 в прямую линию: • фронтальная проекция плоскости $A_2B_2C_2$ – прямая линия (вырожденная проекция); • α° – угол наклона плоскости к плоскости Π_1; • γ° – угол наклона плоскости к плоскости Π_3	
Профильно-проецирующая плоскость – плоскость, перпендикулярная к плоскости проекций Π_3. Любой элемент, лежащий в этой плоскости, проецируется на профильную плоскость проекций в прямую линию: • профильная проекция плоскости $A_3B_3C_3$ – прямая линия (вырожденная проекция); • α° – угол наклона плоскости к плоскости Π_1; • β° – угол наклона плоскости к плоскости Π_2	

Данные сравнительного анализа изображений плоскостей на комплексном чертеже (табл. 2.8 – 2.10) приведены в табл. 2.11.

Таблица 2.11. Анализ изображений плоскостей на чертеже

Плоскости	Расположение в пространстве относительно $\Pi_1 / \Pi_2 / \Pi_3$	Расположение на чертеже	Наличие вырожденной проекции (прямой)	Наличие н.в. фигуры	Наличие н.в. углов наклона к $\Pi_1 / \Pi_2 / \Pi_3$
Общего положения	Произвольно	Все проекции фигуры с искажением	Нет	Нет	Нет
Уровня	Параллельно	Одна проекция – н.в., две проекции – прямые, параллельные оси	Есть	Есть	Есть
Проецирующие	Перпендикулярно	Две проекции с искажением, одна проекция – прямая под углом к осям	Есть	Нет	Есть

2.4.3. ВЗАИМНОЕ РАСПОЛОЖЕНИЕ ПРЯМОЙ И ПЛОСКОСТИ

Возможны три случая относительного расположения прямой и плоскости:

- прямая принадлежит плоскости;
- прямая параллельна плоскости;
- прямая пересекает плоскость, частный случай – прямая перпендикулярна к плоскости.

Рассмотрим каждый случай.

1. *Прямая принадлежит плоскости.* Данный вариант описан в разд. 2.4.1;

2. *Прямая линия параллельна плоскости,* если она параллельна одной из прямых, лежащих в этой плоскости, и не принадлежит этой плоскости (рис. 2.17).

3. *Прямая линия пересекает плоскость,* если они имеют одну общую точку. Нахождение точки пересечения прямой ли-

нии и плоскости – одна из основных задач начертательной геометрии.

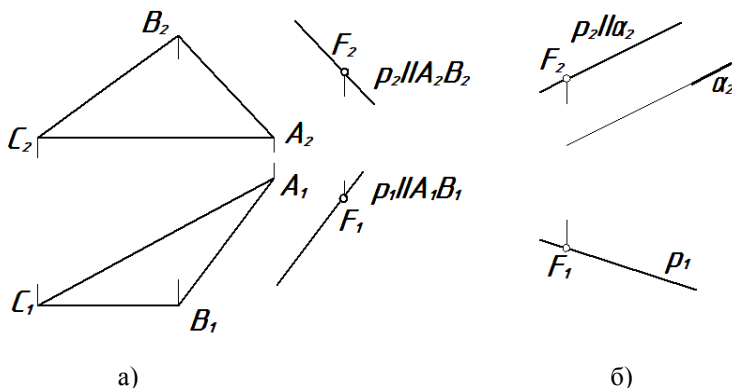


Рис. 2.17. Прямая p , проходящая через точку F , параллельна плоскости: а – общего положения (ΔABC); б – проецирующей α

Алгоритм построения точки пересечения прямой и плоскости состоит из следующих этапов (рис. 2.18, а, б):

1. Построение вспомогательной секущей плоскости τ (чаще всего проецирующей плоскости), которую проводят через заданную прямую l ;
2. Построение линии пересечения $\dagger$ вспомогательной плоскости τ и заданной плоскости α (ΔABC);
3. Определение искомой точки F как точки пересечения двух прямых – заданной l и полученной в результате пересечения плоскостей – $\dagger$;
4. Определение видимости прямой l относительно плоскости α методом конкурирующих точек.

Точка пересечения прямой с плоскостью частного положения определяется точкой пересечения вырожденной проекции плоскости и проекции данной прямой (рис. 2.18, в).

Частный случай пересечения прямой и плоскости – перпендикулярность прямой и плоскости.

Прямая линия перпендикулярна к плоскости, если она перпендикулярна к двум пересекающимися прямыми уровня этой плоскости: $p \perp \alpha$, если $p \perp h$, $p \perp f$ ($p \perp q$), т. е. $p_1 \perp h_1$, $p_2 \perp f_2$ ($p_3 \perp q_3$).

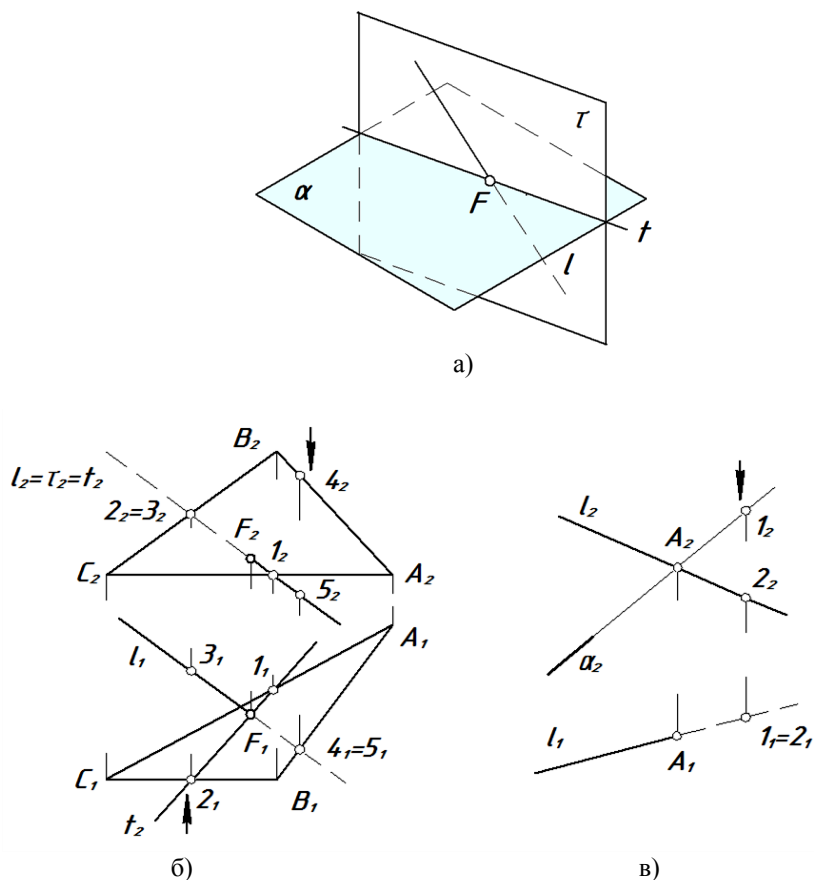


Рис. 2.18. Прямая l пересекается с плоскостью: а – модель;
 б – с плоскостью общего положения ($\triangle ABC$);
 в – с плоскостью частного положения α .

Прямая линия, перпендикулярная к плоскости общего положения, – *прямая общего положения* (рис. 2.19, а). Через точку A проведена прямая p , перпендикулярная к плоскости α (m, n). Для этого в плоскости α (m, n) определены горизонталь h и фронталь f и горизонтальная проекция перпендикуляра p_1 проведена перпендикулярно к горизонтальной проекции горизонта-

ли h_1 , а фронтальная проекция p_2 — перпендикулярно к фронтальной проекции фронтали f_2 .

Прямая линия, перпендикулярная к плоскости частного положения, — *прямая частного положения* (рис. 2.19,б).

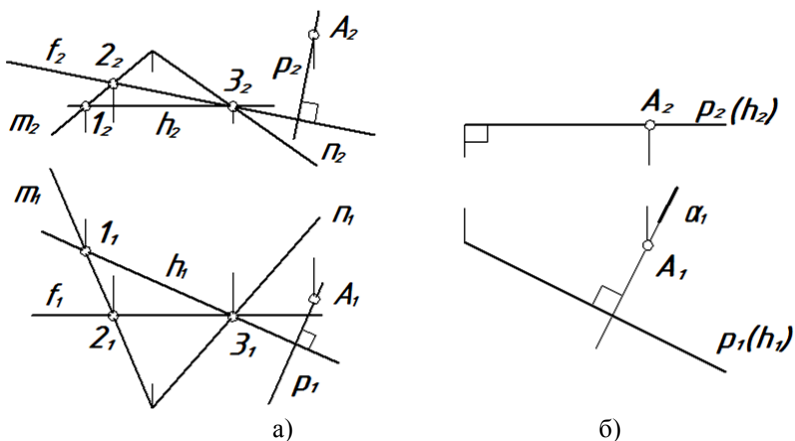


Рис. 2.19. Прямая p перпендикулярна к плоскости:
а — общего положения (m, n); б — частного положения α

2.4.4. ВЗАИМНОЕ ПОЛОЖЕНИЕ ДВУХ ПЛОСКОСТЕЙ

Две плоскости в пространстве могут быть:

- взаимно параллельными;
- пересекающимися. Частный случай — взаимно перпендикулярные плоскости.

1. *Параллельные плоскости.* Плоскости параллельны, если две пересекающиеся прямые одной плоскости соответственно параллельны двум пересекающимся прямым другой плоскости: $\alpha (m, n), \beta (m', n')$; $m_1 // m'_1, n_1 // n'_1; m_2 // m'_2, n_2 // n'_2 \Rightarrow \alpha // \beta$ (рис. 2.20, а). Если параллельны плоскости частного положения, то их одноименные вырожденные проекции должны быть параллельны: $\alpha \perp P_1, \alpha' \perp P_1, \alpha_1 // \alpha'_1 \Rightarrow \alpha // \alpha'$ (рис. 2.20, б).

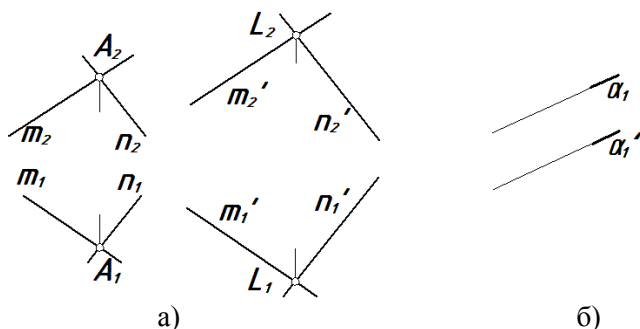


Рис. 2.20. Параллельные плоскости: а – общего положения; б – частного положения

2. *Пересекающиеся плоскости.* Линия пересечения двух плоскостей – прямая, для построения которой достаточно определить две точки, общие обеим плоскостям, либо одну точку и направление линии пересечения плоскостей.

Рассмотрим построение линии пересечения двух плоскостей, когда одна из них проецирующая (табл. 2.12).

Таблица 2.12. Алгоритм построения точки пересечения плоскости общего положения и проецирующей плоскости

Этапы построения точки пересечения	Эпюр
1. Плоскость общего положения задана треугольником ABC, а вторая плоскость горизонтально-проецирующая α. Для построения линии пересечения двух плоскостей β (ΔABC) и α (α_1) необходимо определить точки D и F, общие для этих плоскостей, которые определяют прямую t. Горизонтальная проекция плоскости α_1 совпадает с горизонтальной проекцией линии пересечения плоскостей t_1 (D_1, F_1)	

Этапы построения точки пересечения	Эпюр
2. Строим фронтальную проекцию линии пересечения плоскостей $t_2 (D_2, F_2)$	
3. Определяем видимость. Часть плоскости β (ΔABC) невидима, так как она расположена за плоскостью α .	

Рассмотрим общий случай. Пусть в пространстве заданы две плоскости общего положения $\alpha (d, c)$ и $\beta (a, b)$ (табл. 2.13).

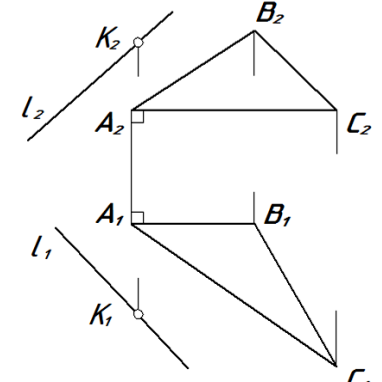
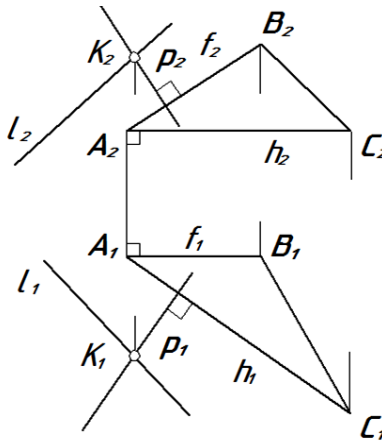
Таблица 2.13. Алгоритм построения точки пересечения плоскостей общего положения (поверхность–поверхность)

Этапы построения	Эпюр
1. Для построения первой общей точки A проведем секущую вспомогательную горизонтальную плоскость τ (τ_2): $\tau_2 \cap a_2 = h_2, \tau_2 \cap b_2 = h_2''$; $1_2 \in c_2, 2_2 \in d_2$ и $5_2 \in b_2, 4_2 \in a_2$; $1_1 \in c_1, 2_1 \in d_1$ и $5_1 \in b_1, 4_1 \in a_1$; $h_1 (1_1, 2_1), h_1'' (5_1, 4_1)$; - горизонтальные проекции линии пересечения данных плоскостей с вспомогательной плоскостью τ (τ_2) дают первую общую точку A: $h_1 \cap h_1'' = A_1$; - строим фронтальную проекцию A_2	

Этапы построения	Эпюр
2. Для построения второй общей точки В проводим вторую секущую вспомогательную горизонтальную плоскость σ (σ_2): • $\sigma_2 \cap \alpha_2 = h'_2$, $\sigma_2 \cap \beta_2 = h'''_2$; • $3_2 \in \alpha_2$ и $6_2 \in \alpha_2$; • $3_1 \in \alpha_1$ и $6_1 \in \alpha_1$; • $h'_1 \parallel h_1$, $h'''_1 \parallel h''_1$; • горизонтальные проекции линии пересечения данных плоскостей с вспомогательной плоскостью τ (τ_2) дают вторую общую точку В: • $h'_1 \cap h'''_1 = B_1$; • затем строим фронтальную проекцию точки В (B_2)	
3. Проводим через точки А и В прямую t: $t = \alpha (d, c) \cap \beta (a, b)$	

3. *Взаимно перпендикулярные плоскости.* Две плоскости будут перпендикулярны друг к другу, если одна из них содержит прямую, перпендикулярную к другой плоскости. Рассмотрим это положение на комплексном чертеже (табл. 2.14).

Таблица 2.14. Алгоритм построения перпендикулярных плоскостей

Этапы построения	Эпюр
Заданы прямая l и плоскость α (ΔABC). Нужно провести плоскость через прямую l, перпендикулярную к плоскости α. 1. Возьмем на прямой l произвольную точку K	
2. Через точку K проведем прямую p, перпендикулярную к плоскости α (ΔABC). Для этого необходимо построить горизонталь и фронталь в плоскости α: • построение перпендикуляра упрощается, так как стороны плоскости α (ΔABC) являются прямыми уровня: AB (A_1B_1; A_2B_2) – фронталь, AC (A_1C_1; A_2C_2) – горизонталь, т.е. $p_1 \perp A_1C_1$ и $p_2 \perp A_2B_2$. Искомая плоскость будет определяться двумя пересекающимися прямыми l и p. Прямая p является перпендикулярной к заданной плоскости	

2.5. МЕТОД ЗАМЕНЫ ПЛОСКОСТЕЙ ПРОЕКЦИЙ

Суть метода заключается в том, что одна из плоскостей проекций заменяется новой плоскостью проекций (рис. 2.21). При этом:

- дополнительная плоскость проекций проходит перпендикулярно к одной из существующих плоскостей проекций (например, $\Pi_4 \perp \Pi_1$ или $\Pi_5 \perp \Pi_2$);
- пересечение дополнительной плоскости проекций с существующей дает новую ось проекций x_{14} или x_{25} ;
- проекция точки на дополнительной плоскости A_4 или A_5 принадлежит линии связи, перпендикулярной к новой оси;
- новая проекция точки A_4 (или A_5) удалена от новой оси x_{14} (или x_{25}) на расстояние, равное расстоянию заменяемой проекции A_2 (или A_1) от «старой» (заменяемой) оси x_{12} , т.е. $A_4x_{14} = A_2x_{12}$ или $A_5x_{25} = A_1x_{12}$.

При решении конкретной задачи может быть выполнено последовательно несколько таких замен. Рассмотрим преобразование прямых и плоскостей методом замены плоскостей проекций.

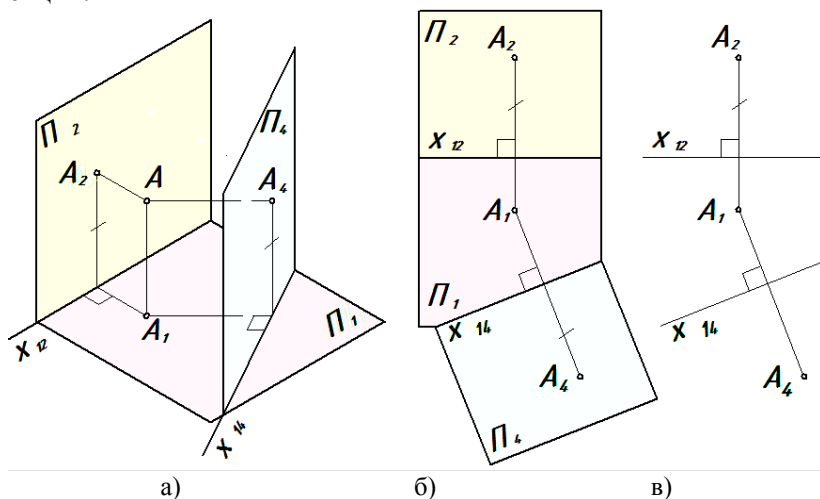


Рис. 2.21. Метод замены плоскостей проекций: а, б – модель; в – эпюр

2.5.1. ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ПРЯМОЙ

1. Преобразование прямой общего положения в прямую уровня (рис. 2.22, а):

- отрезок АВ в системе плоскостей проекций Π_2 / Π_1 – отрезок прямой общего положения;
- новая плоскость $\Pi_4 // AB$ ($\Pi_4 \perp \Pi_1$) $\Rightarrow$ новая ось $x_{14} // A_1B_1$;
- в системе плоскостей проекций Π_1 / Π_4 отрезок АВ – отрезок прямой уровня;
- A_4B_4 – натуральная величина отрезка АВ;
- угол α° – угол наклона отрезка АВ к Π_1 .

2. Преобразование прямой уровня в проецирующую прямую (рис. 2.22, б):

- отрезок АВ в системе плоскостей проекций Π_2 / Π_1 – отрезок прямой уровня (горизонталь);
- новая плоскость $\Pi_4 \perp AB$ ($\Pi_4 \perp \Pi_1$) $\Rightarrow$ новая ось $x_{14} \perp A_1B_1$ (н.в. отрезка АВ);
- в системе плоскостей проекций Π_1 / Π_4 отрезок АВ – отрезок проецирующей прямой;
- A_4B_4 – вырожденная проекция отрезка АВ.

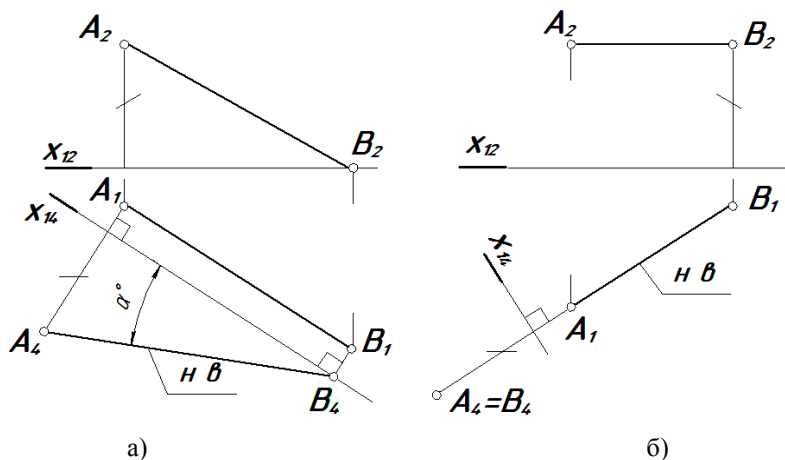


Рис. 2.22. Преобразование отрезка АВ: а – из общего положения в положение уровня; б – из положения уровня в проецирующее положение

2.5.2. ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ПЛОСКОСТИ

1. Преобразование плоскости общего положения в проецирующее положение (рис. 2.23, а):

– плоскость ABC в системе плоскостей проекций Π_2 / Π_1 – плоскость общего положения ;

– в плоскости ABC построить прямую уровня (горизонталь h);

– новая плоскость $\Pi_4 \perp h$ ($\Pi_4 \perp \Pi_1$) $\Rightarrow$ новая ось $x_{14} \perp h_1$; плоскость ABC $\perp \Pi_4$;

– горизонталь h в системе плоскостей Π_1 / Π_4 становится проецирующей прямой, а плоскость ABC – проецирующей плоскостью;

– $A_4B_4C_4$ – вырожденная проекция плоскости;

– угол α° – угол наклона плоскости ABC к Π_1 .

2. Преобразование проецирующей плоскости в плоскость уровня (рис. 2.23, б):

– плоскость ABC в системе плоскостей проекций Π_2 / Π_1 – проецирующая плоскость;

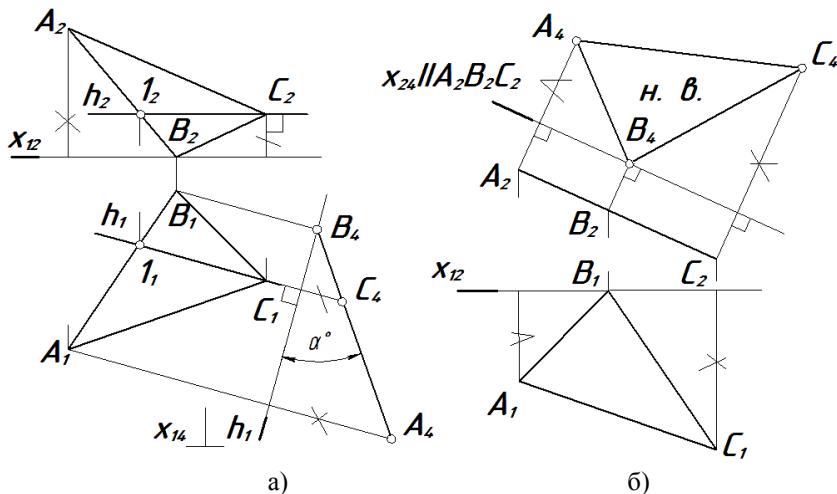


Рис. 2.23. Преобразование плоскости ABC: а – из общего положения в проецирующую плоскость; б – из проецирующего положения в положение уровня

- новая плоскость $\Pi_4 \parallel$ плоскости ABC ($\Pi_4 \perp \Pi_2$) $\Rightarrow$ новая ось $x_{24} \parallel$ вырожденной проекции плоскости $A_2B_2C_2$;
- $A_4B_4C_4$ – н.в. плоскости.

Таким образом, схему преобразования геометрических объектов методом замены плоскостей проекций можно представить на рис. 2.24.

Метод применяется для определения расстояния между параллельными и скрещивающимися прямыми, величины двугранного угла, натуральной величины плоской фигуры и различных ее параметров.

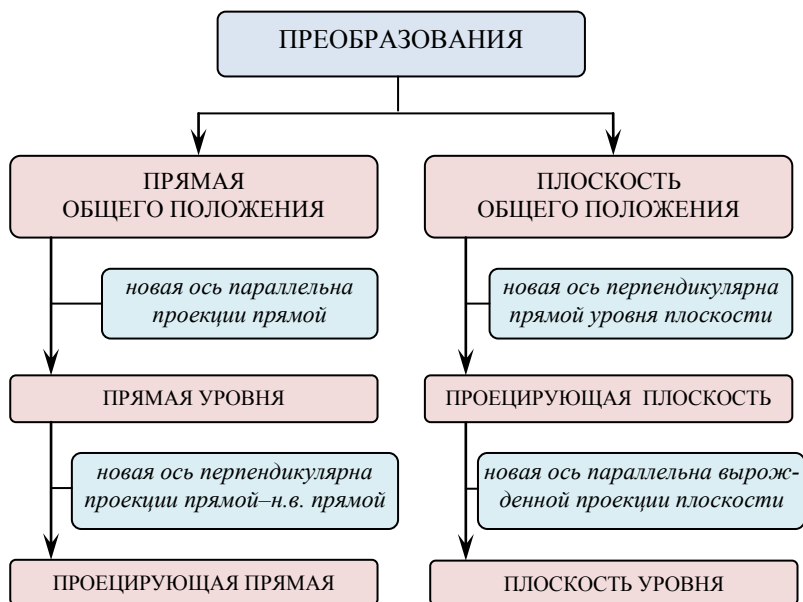


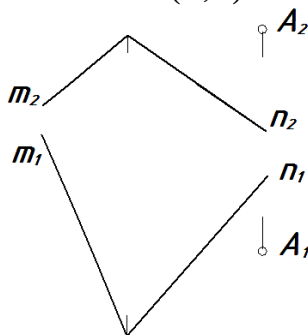
Рис. 2.24. Преобразования геометрических объектов методом замены плоскостей проекций

2.6. ВАРИАНТЫ ЗАДАНИЙ И ПРИМЕРЫ ВЫПОЛНЕНИЯ ЗАДАЧ ПО ТЕМЕ «МЕТРИЧЕСКИЕ ЗАДАЧИ» (ЛИСТ №1)

!!! Номер варианта задания определяется по последней цифре номера студенческого билета.

Задача 1. Построение перпендикуляра p к плоскости α .

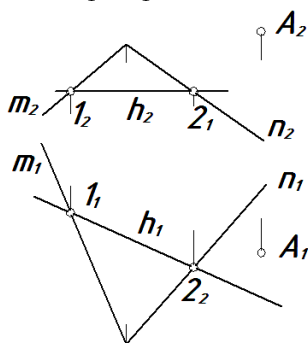
Дано: точка A , плоскость α (m, n).



Решение:

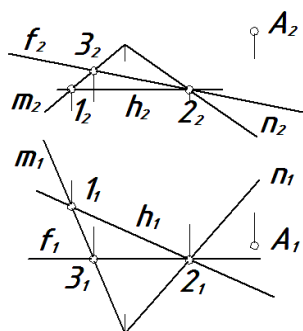
1. Построим в плоскости горизонталь h :

- $h_2 // x_{12}$ (горизонтально), $h_2 \cap m_2 = 1_2$, $h_2 \cap n_2 = 2_2$;
- $1_1 \in m_1$, $2_1 \in n_1$;
- h_1 проводим через точки 1_1 и 2_1 .

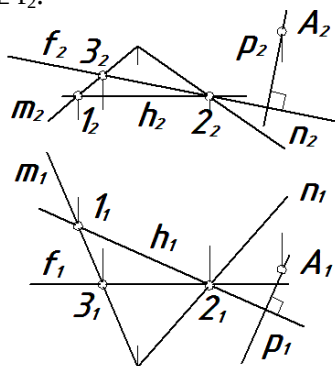


2. Построим в плоскости фронталь f :

- $f_1 // x_{12}$ (горизонтально) через точку 1_1 (или 2_1); $f_1 \cap m_1 = 3_1$;
- $3_2 \in m_2$;
- f_2 проводим через точки 1_2 (или 2_2) и 3_2 .

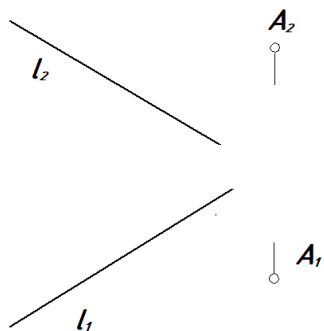


3. Проводим прямую p перпендикулярно к плоскости α (k, l) из точки A : $p_1 \perp h_1$; $p_2 \perp f_2$.



Задача 2. Построение плоскости α , перпендикулярной к прямой l .

Дано: точка A , прямая l .



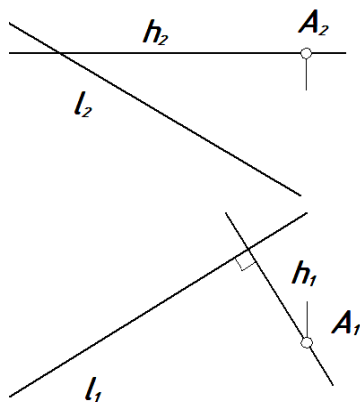
Решение:

Плоскость, перпендикулярная к прямой, задается горизонталью и фронталью.

1. Построим через точку A горизонталь h , перпендикулярную к прямой l :

- $h_2 // x_{12}$ (горизонтально);

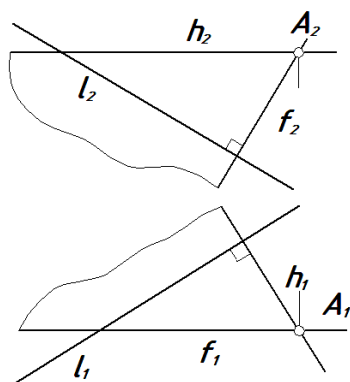
- $h_1 \perp l_1$.



2. Построим через точку A фронталь f , перпендикулярную к прямой l :

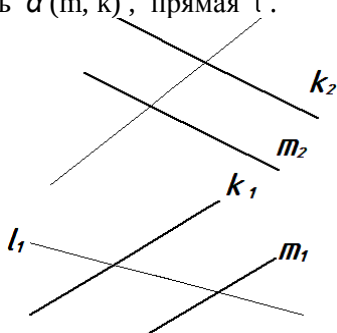
- $f_1 // x_{12}$ (горизонтально);

- $f_2 \perp l_2$.



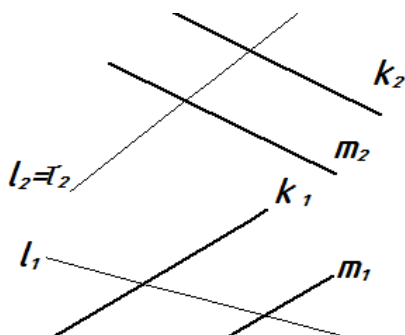
Задача 3. Определение точки пересечения F прямой l и плоскости α .

Дано: плоскость $\alpha(m, k)$, прямая l .



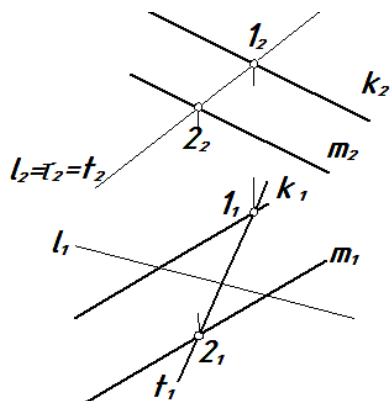
Решение:

1. Для построения точки пересечения прямой l с плоскостью $\alpha(m, k)$ необходимо заключить прямую l во вспомогательную фронтально-проецирующую плоскость τ (τ_2): $l_2 = \tau_2$.

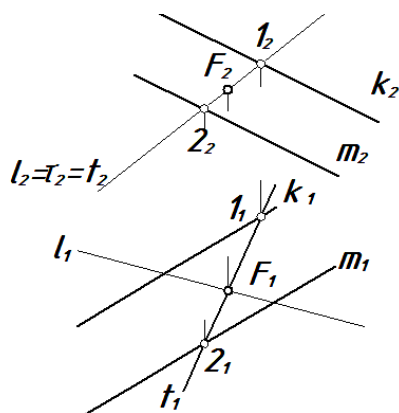


2. Строим линию пересечения t заданной плоскости α и вспомогательной плоскости τ : $l_2 = \tau_2 = t_2$.

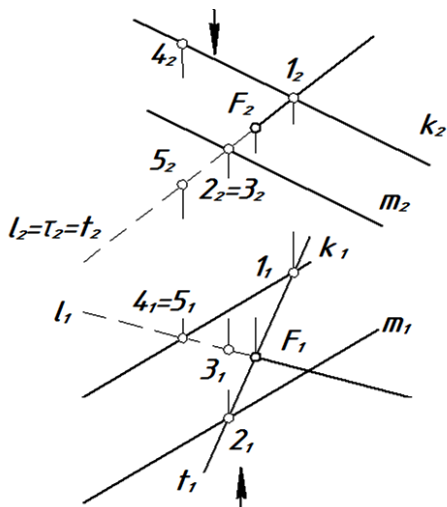
t_2 – фронтальная проекция линии пересечения t . Строим точки 1 и 2 в двух проекциях и проводим горизонтальную проекцию линии пересечения t_1 через точки 1_1 и 2_1 .



3. Отмечаем точку F (F_1, F_2) пересечения прямой l с линией пересечения плоскостей t : $t_1 \cap l_1 = F_1$; $F_2 \in l_2$.

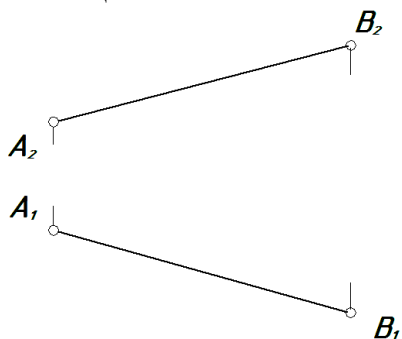


4. Определяем видимость прямой l относительно плоскости α (m, k) при помощи фронтально-конкурирующих точек 2, 3 и горизонтально-конкурирующих точек 4, 5.



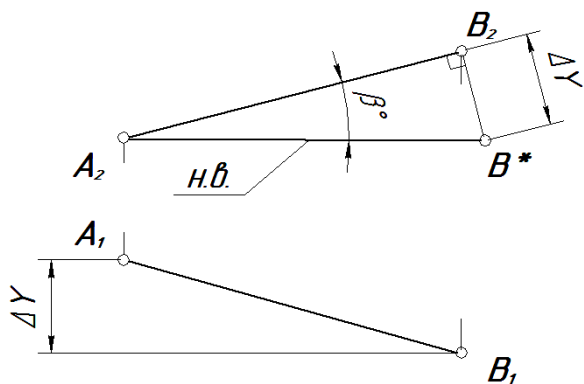
Задача 4. Определение натуральной величины и угла наклона к плоскости Π_2 отрезка AB .

Дано: отрезок общего положения AB .



Решение:

- на Π_1 отметить разность уровней по Y ;
- на Π_2 построить прямоугольный треугольник;
- обозначить н.в. отрезка AB и угол наклона отрезка к плоскости Π_2 .



Варианты заданий «МЕТРИЧЕСКИЕ ЗАДАЧИ» указаны в табл. 2.15 – 2.18.

Таблица 2.15. Варианты заданий «МЕТРИЧЕСКИЕ ЗАДАЧИ».
Задача 1. Построение перпендикуляра p к плоскости α

№	Задание	№	Задание
0		1	
2		3	

№	Задание	№	Задание
4		5	
6		7	
8		9	

Таблица 2.16. Варианты заданий «МЕТРИЧЕСКИЕ ЗАДАЧИ».
Задача 2. Построение плоскости α , перпендикулярной к прямой l

№	Задание	№	Задание
0		1	
2		3	
4		5	

№	Задание	№	Задание
6		7	
8		9	

Таблица 2.17. Варианты заданий «МЕТРИЧЕСКИЕ ЗАДАЧИ».

Задача 3. Определение точки пересечения F прямой l и плоскости α

№	Задание	№	Задание
0		1	

№	Задание	№	Задание
		3	
4		5	
6		7	

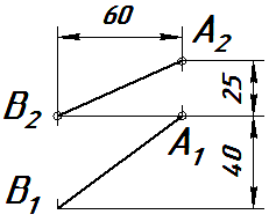
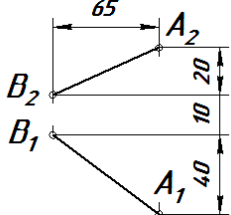
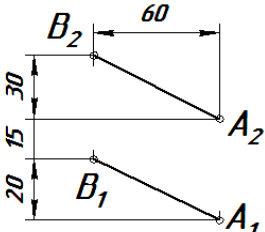
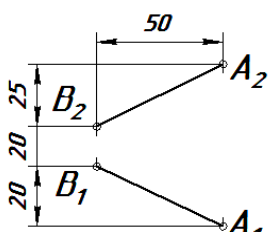
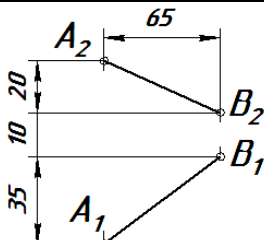
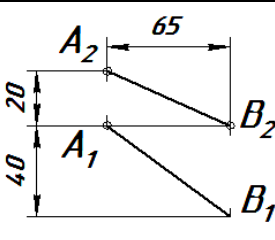
№	Задание	№	Задание
8		9	

Таблица 2.18. Варианты заданий «МЕТРИЧЕСКИЕ ЗАДАЧИ».

Задача 4. Определение натуральной величины и угла наклона к плоскости проекций отрезка AB

№	Задание	№	Задание
0	н.в. AB и угол к Π_1	1	н.в. AB и угол к Π_2
2	н.в. AB и угол к Π_1	3	н.в. AB и угол к Π_2

Окончание табл. 2.18

№	Задание	№	Задание
4	н.в. AB и угол к Π_2	5	н.в. AB и угол к Π_1
			
6	н.в. AB и угол к Π_1	7	н.в. AB и угол к Π_2
			
8	н.в. AB и угол к Π_2	9	н.в. AB и угол к Π_1
			

Пример выполнения задания «МЕТРИЧЕСКИЕ ЗАДАЧИ»
показан на рис. 2.25 – 2.26.

Задача 1

Задача 2

Задача 3

Задача 4

В111. 01 01 08. 001

Имя		Фамилия		Имя		Фамилия	
1	2	3	4	5	6	7	8
Задачи				метрические			
ИГЭУ, Каф.				Группа 1-75			

Рис. 2.25. Пример выполнения листа № 1 «МЕТРИЧЕСКИЕ ЗАДАЧИ»

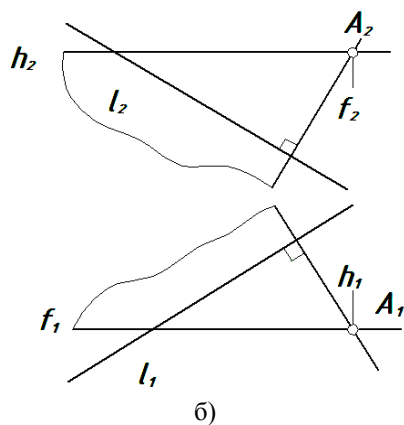
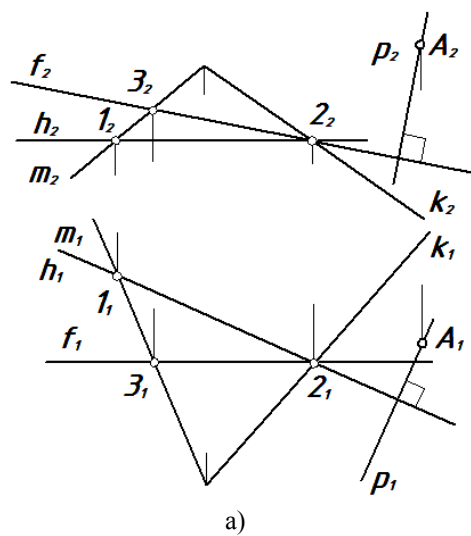


Рис. 2.26. Фрагменты примера выполнения листа № 1
«МЕТРИЧЕСКИЕ ЗАДАЧИ»: а – задача 1; б – задача 2 (начало)

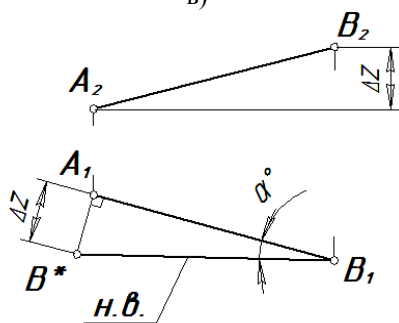
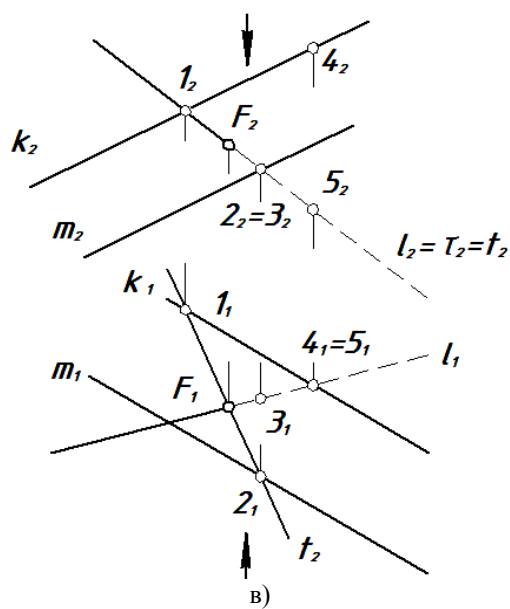


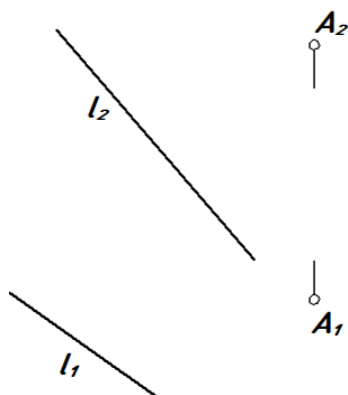
Рис. 2.26. Фрагменты примера выполнения листа № 1
«МЕТРИЧЕСКИЕ ЗАДАЧИ»: в – задача 3; г – задача 4
(окончание)

2.7. ВАРИАНТЫ ЗАДАНИЙ И ПРИМЕРЫ ВЫПОЛНЕНИЯ ЗАДАЧ ПО ТЕМЕ «КОМПЛЕКСНЫЕ ЗАДАЧИ» (ЛИСТ №2)

!!! Номер варианта задания определяется по последней цифре номера студенческого билета.

Задача 5. Построение точки B , симметричной точке A относительно прямой l . Определение натуральной величины отрезка BA .

Дано: точка A , прямая l .

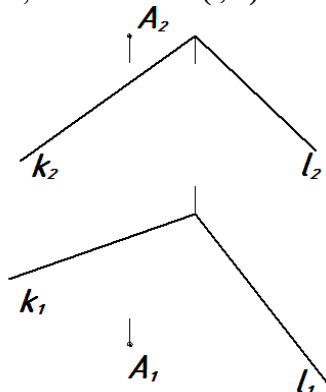


Решение:

1. Построить плоскость $\alpha(f, h)$ перпендикулярно к прямой l через точку A :
 - $h_2 // x_{12}, h_1 \perp l_1$;
 - $f_1 // x_{12}, f_2 \perp l_2$.
2. Определить точку O – точку пересечения плоскости $\alpha(f, h)$ с прямой l :
 - $l_1 = \tau_1 = t_1$;
 - $t_1 \cap h_1 = 1_1, 1_2 \in h_2$;
 - $t_1 \cap f_1 = 2_1, 2_2 \in f_2$;
 - t_2 строить по 1_2 и 2_2 ;
 - $t_2 \cap l_2 = O_2, O_1 \in l_1$.
3. Провести прямую через точки A и O .
4. Построить точку B : $|AO| = |OB|$.

Задача 6. Построение точки B , симметричной точке A относительно плоскости α . Определение натуральной величины отрезка BA .

Дано: точка A , плоскость $\alpha (l, k)$.



Решение:

1. Построить прямую p перпендикулярно к плоскости $\alpha (k, l)$ из точки A :

– $p_1 \perp h_1$; $p_2 \perp f_2$.

Для этого в плоскости необходимо построить f и h :

– $h_2 \parallel x_{12}$, $h_2 \cap k_2 = 1_2$, $1_1 \in k_1$; $h_2 \cap l_2 = 2_2$, $2_1 \in l_1$;

– $f_1 \parallel x_{12}$ через точку 1_1 (или 2_1); $f_1 \cap l_1 = 3_1$, $3_2 \in l_2$.

2. Определить точку O – точку пересечения плоскости $\alpha (k, l)$ с прямой p :

– $p_2 = \tau_2 = t_2$;

– $t_2 \cap h_2 = 4_2$, $4_1 \in h_1$;

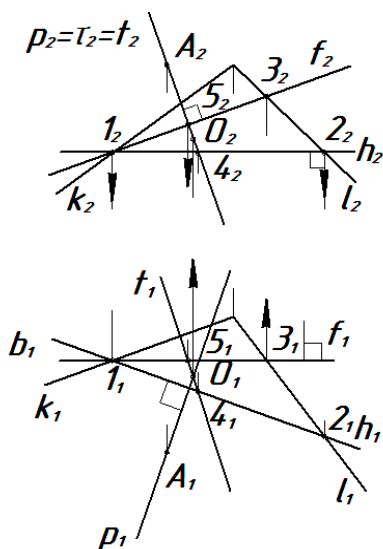
– $t_2 \cap f_2 = 5_2$, $5_1 \in f_1$ (для построения точек пересечения можно использовать любые прямые плоскости);

– t_1 строить по 4_1 и 5_1 ;

– $t_1 \cap p_1 = O_1$, $O_2 \in p_2$.

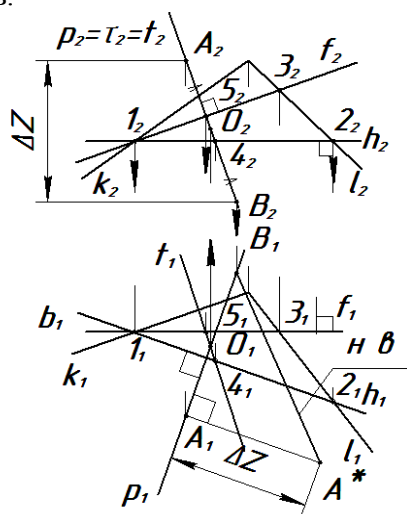
3. Построить на прямой p точку B : $|AO| = |OB|$.

4. Провести прямую $b \parallel q$: $b_1 \parallel q_1$, $b_2 \parallel q_2$.



5. Определить натуральную величину АВ методом прямоугольного треугольника:

- на Π_2 отметить разность уровней по Z ;
- на Π_1 построить прямоугольный треугольник;
- обозначить н.в.



Варианты заданий «КОМПЛЕКСНЫЕ ЗАДАЧИ» указаны в табл. 2.19, 2.20.

Пример выполнения задания «КОМПЛЕКСНЫЕ ЗАДАЧИ» показан на рис. 2.27, 2.28.

Таблица 2.19. Варианты заданий «КОМПЛЕКСНЫЕ ЗАДАЧИ».

Задача 5. Построение точки F , симметричной точке A относительно прямой l . Определение натуральной величины отрезка FA .

№	Задание	№	Задание
0		1	
2		3	

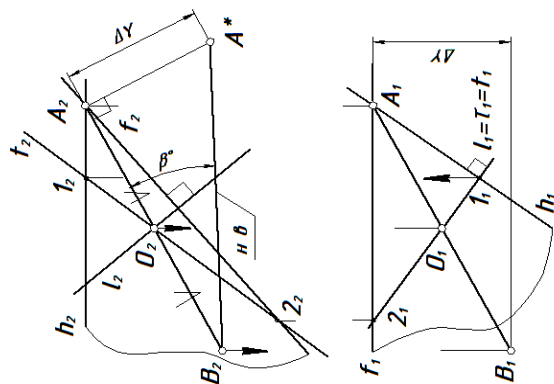
№	Задание	№	Задание
4		5	
6		7	
8		9	

Таблица 2.20. Варианты заданий «КОМПЛЕКСНЫЕ ЗАДАЧИ».
 Задача 6. Построение точки F , симметричной точке A относительно плоскости α . Определение натуральной величины отрезка FA .

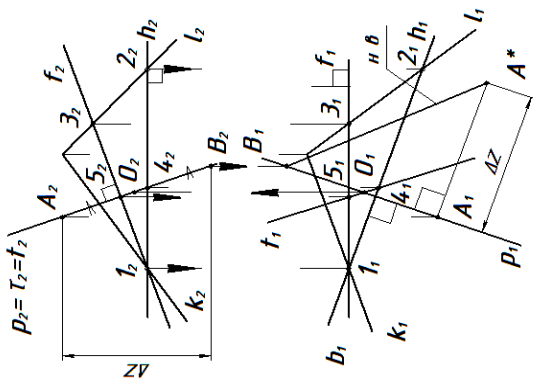
№	Задание	№	Задание
0		1	
2		3	
4		5	

№	Задание	№	Задание
6		7	
8		9	

Задача 5



Задача 6



В111. 01 01 08. 002									
Ал	Ал	Ал	Ал	Ал	Ал	Ал	Ал	Ал	Ал
Результат	Результат	Результат	Результат	Результат	Результат	Результат	Результат	Результат	Результат
Результат	Результат	Результат	Результат	Результат	Результат	Результат	Результат	Результат	Результат
Результат	Результат	Результат	Результат	Результат	Результат	Результат	Результат	Результат	Результат
Результат	Результат	Результат	Результат	Результат	Результат	Результат	Результат	Результат	Результат
Результат	Результат	Результат	Результат	Результат	Результат	Результат	Результат	Результат	Результат
Результат	Результат	Результат	Результат	Результат	Результат	Результат	Результат	Результат	Результат
Результат	Результат	Результат	Результат	Результат	Результат	Результат	Результат	Результат	Результат
Результат	Результат	Результат	Результат	Результат	Результат	Результат	Результат	Результат	Результат

Рис. 2.27. Пример выполнения листа № 2 «КОМПЛЕКСНЫЕ ЗАДАЧИ»

ГЛАВА 3. ПОВЕРХНОСТИ ВРАЩЕНИЯ

Поверхностью вращения называется поверхность, образованная вращением некоторой линии (образующей) вокруг прямой (оси вращения i) (рис. 3.1). Каждая точка M кривой описывает окружность m , которая называется **параллелью**. Плоскость параллели перпендикулярна к оси вращения поверхности, центр параллели – точка пересечения плоскости параллели с осью вращения поверхности и радиус параллели равен расстоянию от ее центра до точки пересечения плоскости параллели с образующей поверхности.

Параллель наибольшего диаметра называется **экватором** n , наименьшего – **горлом** t . Кривая линия, получающаяся от пересечения поверхности вращения плоскостью, проходящей через ось, называется **меридианом** l (рис. 3.1).

Рассмотрим понятие контура поверхности. Проведем множество проецирующих прямых p_i касательно поверхности вращения Q , получим множество точек касания, которые образуют **контур** l поверхности (рис. 3.2). При проецировании точек касания на плоскость проекций Π_i получим линию l_i , которая является проекцией контура l .

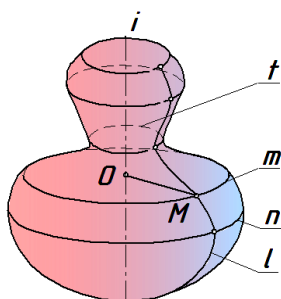


Рис. 3.1. Параллели поверхности

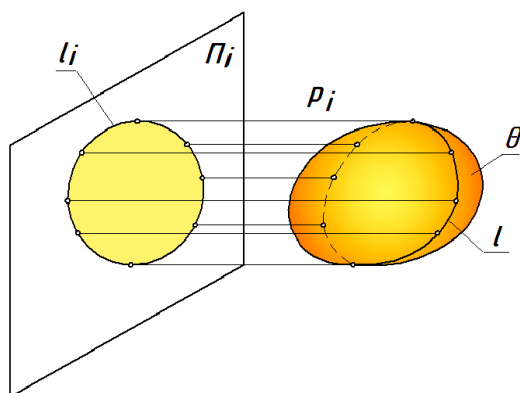


Рис. 3.2. Контур поверхности

Аналогично получают любые контуры поверхности. В общем случае поверхности имеют три основных контура: горизонтальный, фронтальный и профильный, каждый из которых имеет проекции на плоскостях проекций Π_1 , Π_2 и Π_3 .

Для определения недостающих проекций точки, принадлежащей поверхности вращения, используются линии поверхности: контур или параллель.

Определение условной видимости точки производится исходя из ее расположения на поверхности. Границу видимости определяет соответствующий контур поверхности.

3.1. КОНТУРЫ И ТОЧКИ НА ПОВЕРХНОСТИ. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ВИДИМОСТИ

Рассмотрим основные поверхности вращения, часто встречающиеся в технике.

3.1.1. СФЕРИЧЕСКАЯ ПОВЕРХНОСТЬ ВРАЩЕНИЯ

Сферическая поверхность образуется вращением окружности t вокруг оси i , принадлежащей плоскости этой окружности и проходящей через ее центр O (рис. 3.3, а). Осью вращения сферы может быть любая прямая, проходящая через ее центр. Поэтому сфера на чертеже определяется положением ее центра. *Фронтальным* контуром сферы является окружность l , *профильным* – окружность k , *горизонтальным* контуром – окружность p (рис. 3.3, б, в, г, д).

Рассмотрим построение недостающих проекций точек A и B и определение их видимости.

На чертеже заданы невидимая фронтальная проекция A_2 точки A и видимая фронтальная проекция B_2 точки B . Обозначение видимости: видимые точки не закрашиваются, невидимые точки закрашиваются.

Недостающие проекции точки A на поверхности сферы определяются по принадлежности к параллели m .

Фронтальная проекция B_2 точки B принадлежит фронтальной проекции p_2 горизонтального контура p . Следовательно, точка B принадлежит горизонтальному контуру p поверхности

сферы. Построение недостающих проекций точки В выполняется по принадлежности их к соответствующим проекциям данного контура.

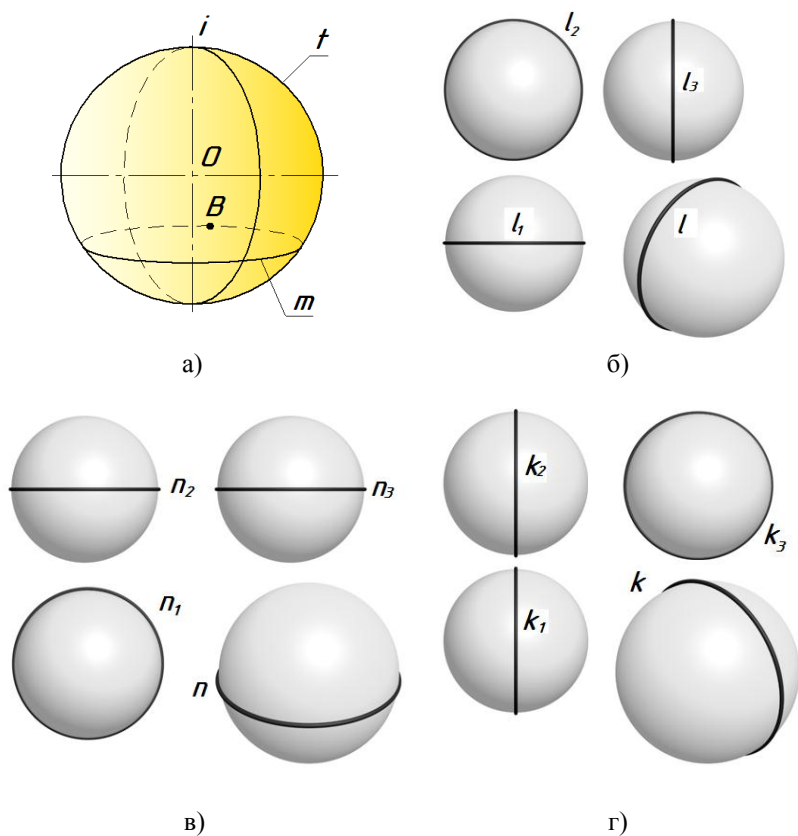
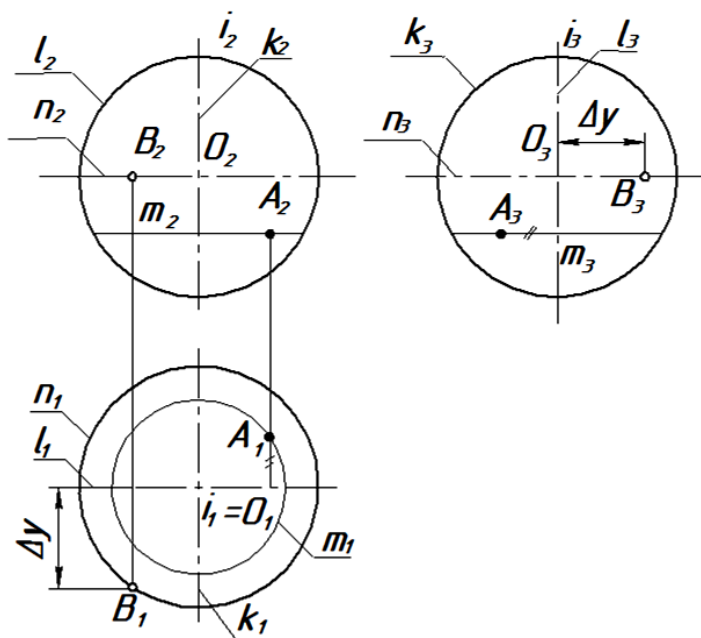


Рис.3.3. Сферическая поверхность: а – модель;
б – фронтальный контур; в – горизонтальный контур;
г – профильный контур (начало)



д)

Рис.3.3. Сферическая поверхность: д – трехкартинный чертеж (окончание)

Видимость проекций точек A (A_1, A_3) и B (B_1, B_3) на плоскостях проекций определяется исходя из их расположения относительно соответствующих контуров поверхности.

В табл. 3.1 приведены схемы определения видимости точек на плоскостях проекций. Например, для определения видимости на плоскости Π_1 необходимо смотреть сверху на проекции на плоскостях Π_2, Π_3 и ориентироваться по горизонтальному контуру. Все точки, которые находятся выше горизонтального контура (в видимой части), видимы на плоскости Π_1 , которые ниже (в невидимой части) – невидимы на плоскости Π_1 .

Таблица 3.1. Схемы определения видимости

Модель	Схема - комплексный чертеж
Определение видимости на Π_1	
Определение видимости на Π_2	
Определение видимости на Π_3	

3.1.2. КОНИЧЕСКАЯ ПОВЕРХНОСТЬ ВРАЩЕНИЯ

Конус вращения образуется вращением прямой (образующей t) вокруг пересекающейся с ней оси i в точке S (рис.3.4, а).

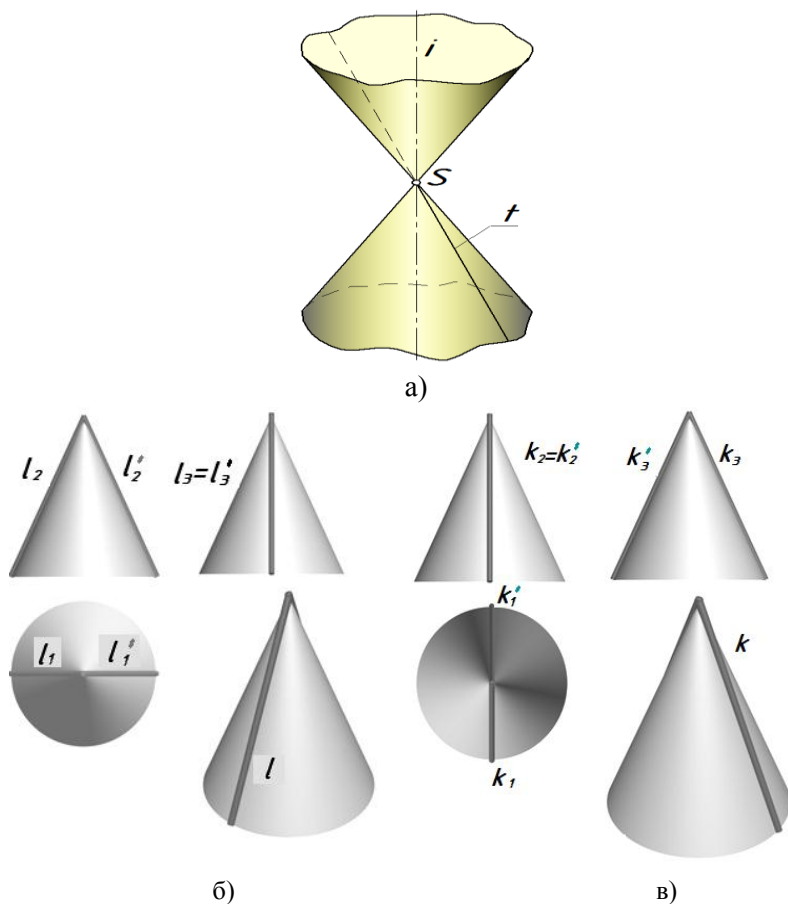
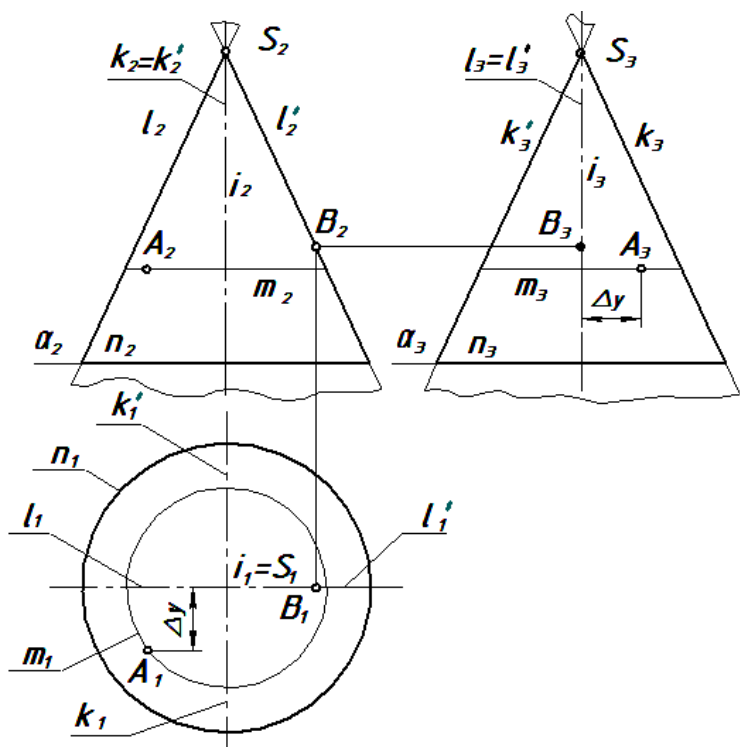


Рис.3.4. Коническая поверхность: а – модель; б – фронтальный контур; в – профильный контур (начало)



г)

Рис.3.4. Коническая поверхность:
г – трехкартинный чертёж (окончание)

На трехкартинном чертеже (рис. 3.4, б) ось i перпендикулярна к плоскости Π_1 . Фронтальный контур конической поверхности представляет собой две пересекающиеся прямые l и l' , профильный контур – две пересекающиеся прямые k и k' .

Коническая поверхность безгранична вдоль оси, поэтому горизонтальный контур отсутствует.

Как правило, в конической поверхности берется одна часть (в ту или иную сторону от вершины S), кроме того, вводится плоскость ограничения α , перпендикулярная к оси вращения и ограничивающая коническую поверхность. Линия пересечения этой плоскости с конической поверхностью называется линией ограничения n .

Рассмотрим построение недостающих проекций точек А и В, принадлежащих конической поверхности, а также определение их видимости (рис. 3.4, б).

На чертеже заданы видимая фронтальная проекция A_2 точки А и видимая горизонтальная проекция B_1 точки В.

Для определения недостающих проекций точки А используется параллель m , которой принадлежит точка А. Параллель проецируется на плоскость Π_1 без искажения (в виде окружности), на плоскостях Π_2 и Π_3 – в виде отрезка прямой, перпендикулярной к оси проекций, длиной, равной диаметру параллели. Недостающие проекции точки А (A_1 и A_3) находятся по принадлежности к параллели m . На плоскости Π_1 горизонтальная проекция A_1 строится в видимой части (ниже горизонтальной проекции фронтального контура конуса), так как фронтальная проекция A_2 точки А видимая. Проекция точки А на плоскости проекций Π_3 (профильная проекция A_3) видима, т.к. проекция A_2 расположена в видимой части (левее профильного контура конической поверхности).

Горизонтальная проекция B_1 принадлежит горизонтальной проекции фронтального контура I'_1 , следовательно, точка В расположена на фронтальном контуре I' поверхности конуса. Построение недостающих проекций точки В производится по принадлежности их к соответствующим проекциям данного контура. Точка В принадлежит фронтальному контуру, следовательно, она расположена на границе видимости, поэтому ее проекция B_2 считается видимой на фронтальной плоскости проекций Π_2 . Точка B_2 расположена в невидимой части (правее профильного контура), следовательно, ее проекция B_3 на профильной плоскости проекций Π_3 невидима. Горизонтальные проекции всех точек, принадлежащих поверхности конуса при данном ограничении поверхности, видимы.

3.1.3. ЦИЛИНДРИЧЕСКАЯ ПОВЕРХНОСТЬ ВРАЩЕНИЯ

Цилиндр вращения образуется вращением прямой (образующей t) вокруг параллельной ей оси i (рис. 3.5, а). На трехкартинном чертеже (рис. 3.5, б) ось i поверхности перпендикулярна к горизонтальной плоскости проекций Π_1 , поэтому цилиндрическая поверхность проецируется на плоскость Π_1 в виде окружности, которая является *вырожденной проекцией* данной поверхности. Она обладает собирательным свойством, т.е. горизонтальная проекция любой точки или линии поверхности располагается на данной окружности.

Следовательно, цилиндрическая поверхность при данном расположении оси вращения не имеет *горизонтального* контура. *Фронтальный* контур цилиндрической поверхности представляет собой две параллельные прямые l и l' , *профильный* контур – две параллельные прямые k и k' .

Как правило, для ограничения цилиндрической поверхности вводят плоскости оснований, которые перпендикулярны к оси вращения поверхности (α – плоскость верхнего основания, β – плоскость нижнего основания). Линии пересечения этих плоскостей с цилиндрической поверхностью называются *линиями ограничения* (соответственно n и m).

! На поверхности цилиндра нельзя построить недостающие проекции точки, если она задана проекцией на вырожденной проекции цилиндра.

Рассмотрим построение недостающих проекций точек A и B , а также определение их видимости (рис. 3.5, б). На чертеже заданы невидимая фронтальная проекция A_2 точки A и видимая профильная проекция B_3 точки B .

Горизонтальная проекция A_1 строится на вырожденной проекции цилиндра (окружности) в невидимой части (выше горизонтальной проекции фронтального контура). Горизонтальные проекции всех точек, принадлежащих поверхности цилиндра при данном расположении поверхности, видимы.

Проекция A_3 на профильной плоскости проекций Π_3 видима, т.к. A_2 располагается в видимой части (левее профильного контура).

A diagram of a cylinder. The top surface is light blue and has a vertical dashed line passing through its center, labeled with the letter i at the top. The side surface is yellow and has a vertical solid line on its right edge, labeled with the letter l at the top and the letter N at the bottom. The cylinder is shown in a perspective view with dashed lines indicating the back edge.

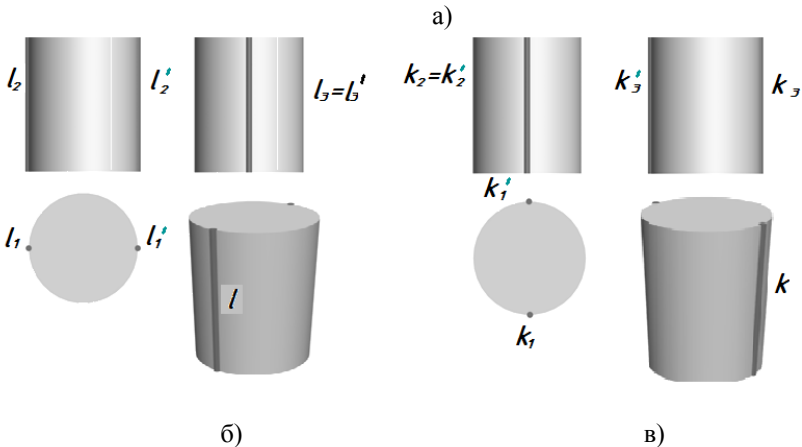
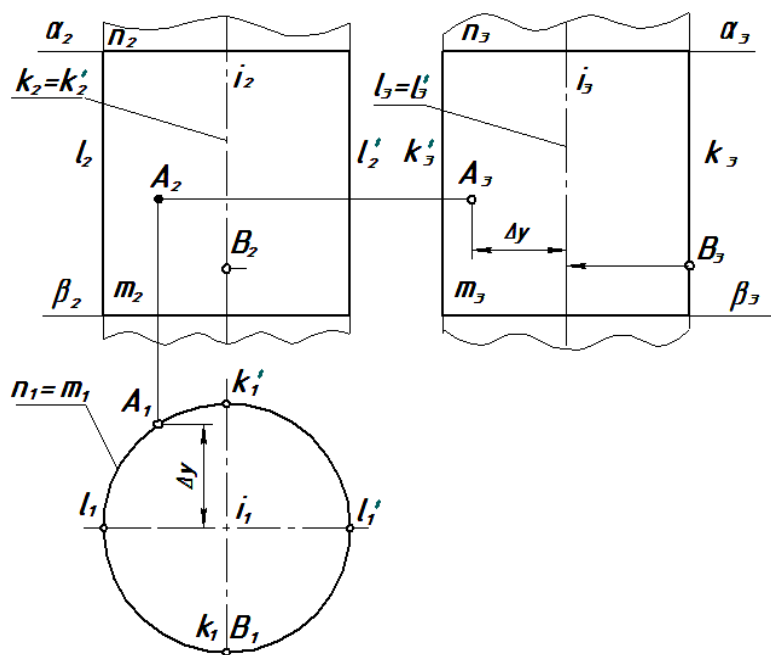


Рис.3.5. Цилиндрическая поверхность: а – модель;
б – фронтальный контур; в – профильный контур (начало)



г)

Рис.3.5. Цилиндрическая поверхность: г – трехкартинный чертеж (окончание)

3.2. ПЕРЕСЕЧЕНИЕ ПОВЕРХНОСТЕЙ ВРАЩЕНИЯ

Построение чертежа пересекающихся поверхностей вращения рекомендуется начинать с задания осей вращения (для конуса и цилиндра) и центра (для сферы) на всех трёх видах (с учетом размеров поверхностей и их взаимного положения). Особое внимание следует уделить выполнению координирующих размеров ΔX , ΔY , ΔZ , которые определяют взаимное положение поверхностей вращения (рис.3.6).

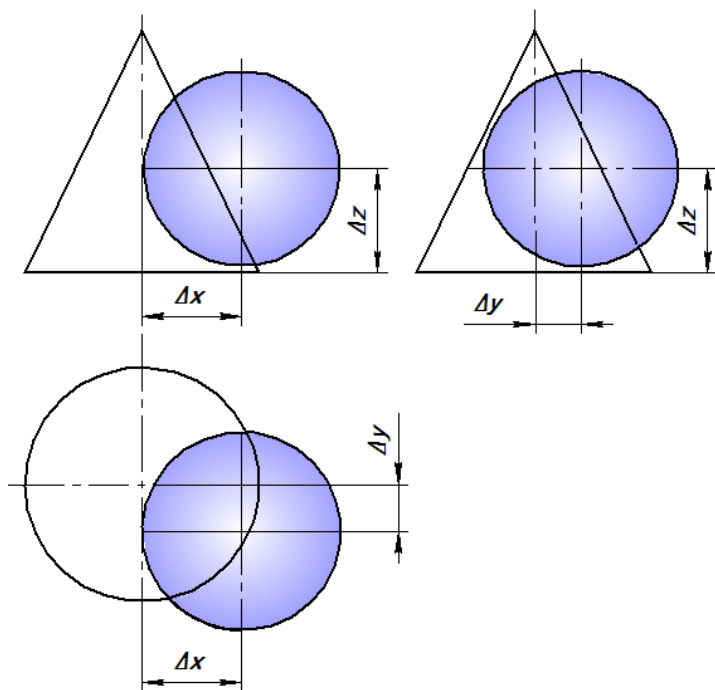


Рис. 3.6. Построение трехкартинного чертежа

3.2.1. МЕТОДЫ ПОСТРОЕНИЯ ЛИНИИ ПЕРЕСЕЧЕНИЯ

Линия пересечения поверхностей вращения строится посредством использования *вспомогательных секущих поверхностей* (ВСП).

Вспомогательные секущие поверхности выбираются так, чтобы они, пересекаясь с данными поверхностями, давали простые для построения линии, например прямые и окружности.

Из общей схемы построения линии пересечения поверхностей выделяют два основных метода – метод *секущих плоскостей* и метод *секущих сфер*.

В общем случае решение задачи по построению линии пересечения двух поверхностей может быть сведено к рассмотренным ранее задачам по определению:

- 1) точек пересечения линии с поверхностью;
- 2) линии пересечения плоскости и поверхности;
- 3) комбинации первой и второй задач.

Метод вспомогательных секущих плоскостей. Вспомогательными секущими плоскостями чаще всего выбирают параллельные одной из плоскостей проекций – плоскости уровня или проецирующие.

Этот способ рекомендуется применять, если сечения заданных поверхностей одной и той же плоскостью являются прямыми линиями или окружностями.

На рис.3.7 показаны сфера и конус. Для построения линии пересечения данных поверхностей необходимо следующее:

1. Провести вспомогательную секущую плоскость так, чтобы плоскость пересекала обе поверхности вращения по графически простым линиям (прямым или окружностям). Плоскость ω – горизонтальная плоскость;

2. Построить линии сечения заданных поверхностей плоскостью ω . Линии сечения сферы – окружность p радиусом r с центром в точке O' , конуса – окружность m радиусом R с центром в точке O ;

3. Определить точки пересечения линий сечения. Окружности m и p пересекаются в точках A и B . Данные точки принадлежат как поверхности сферы, так и поверхности конуса, следовательно, и линии пересечения конуса и сферы.

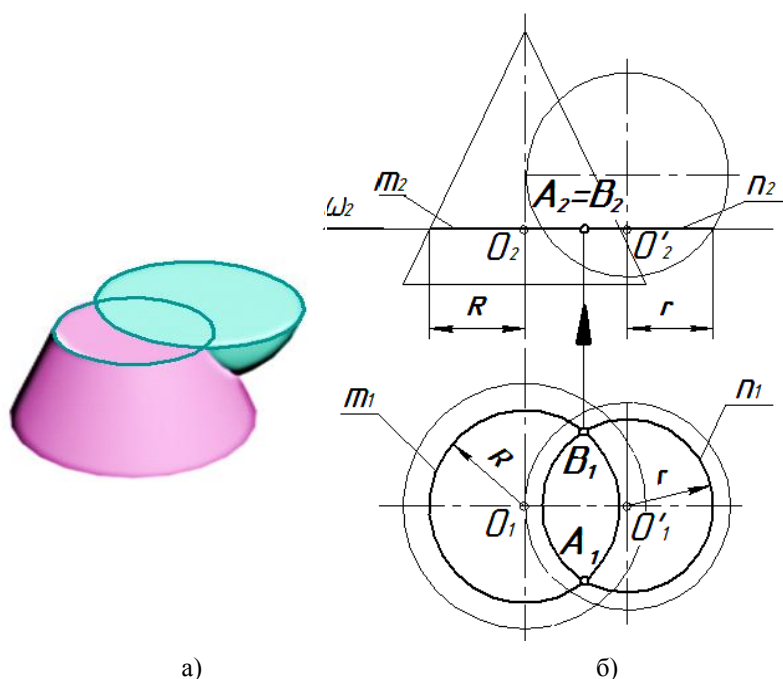


Рис.3.6. Метод вспомогательных секущих плоскостей:
а – модель; б – эпюр

Проведение новых вспомогательных секущих плоскостей, аналогичных ω , позволяет построить необходимое количество точек линии пересечения поверхностей.

Метод вспомогательных секущих сфер. Данный метод реализуется по аналогичному алгоритму. Различие состоит в том, что в качестве вспомогательной секущей поверхности используется сферическая поверхность.

Способ *концентрических сфер* применяется в следующих случаях:

- пересекаются поверхности вращения;
- оси вращения поверхностей пересекаются;
- пересекающиеся оси вращения образуют плоскость уровня, или проецирующую плоскость.

Способ концентрических сфер основан на свойстве *соосных поверхностей вращения, которые всегда пересекаются по параллелям*.

На рис. 3.8 показаны сфера и конус.

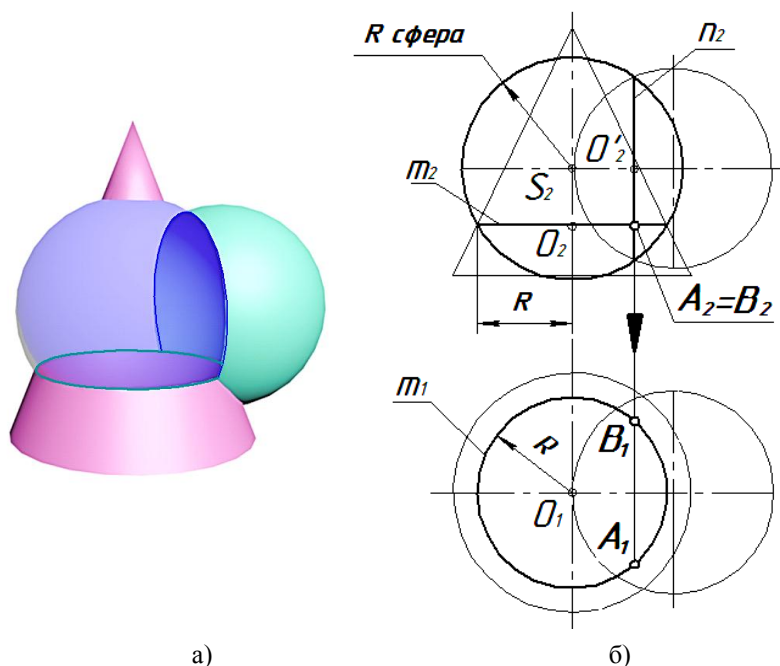


Рис.3.8. Метод вспомогательных секущих сфер:
а – модель; б – эпок

Для построения линии пересечения данных поверхностей необходимо следующее:

1. Провести вспомогательную секущую сферу. Оси поверхностей сферы и конуса параллельны фронтальной плоскости проекций и пересекаются в точке S . Эта точка – центр всех вспомогательных концентрических сфер;

2. Построить линии сечения заданных поверхностей вспомогательной секущей сферой. Концентрическая сфера пересекает поверхности по окружностям – параллели m с центром в точ-

ке O и параллели p с центром в точке O' , фронтальные проекции которых являются прямыми линиями (m_2, p_2);

3. Определить точки пересечения линий сечения. Окружности m и p пересекаются в точках A и B . На плоскости Π_1 проекции точек A и B можно построить по параллели m радиусом R с центром в точке O . Данные точки принадлежат как поверхности сферы, так и поверхности конуса, следовательно, и линии пересечения конуса и сферы.

Меняя радиус сферы, можно построить необходимое количество промежуточных точек линии пересечения поверхностей.

Максимальный радиус вспомогательной сферы соответствует прохождению фронтального контура сферы через самую удаленную от центра сфер фронтальную контурную точку – точку пересечения фронтальных контуров исходных поверхностей.

Минимальный радиус сферы соответствует сфере, вписанной в одну из поверхностей, но пересекающей другую поверхность. В этом случае определяются экстремальные точки линии пересечения.

Контурные точки следует искать как пересечение контурных линий с поверхностью.

3.2.2. ОБЩИЙ ПОРЯДОК ПОСТРОЕНИЯ ЛИНИИ ПЕРЕСЕЧЕНИЯ

Рассмотрим этапы построения пересечения поверхностей вращения.

1. Краткий анализ задачи:

- Определение общих плоскостей симметрии поверхностей вращения;
- Выявление наличия частного случая пересечения и, следовательно, характера проекций линии пересечения;
- Выявление наличия на чертеже вырожденной проекции одной из поверхностей. Данная проекция обладает собирательным свойством, т.е. линия пересечения проецируется на вырожденную проекцию поверхности;

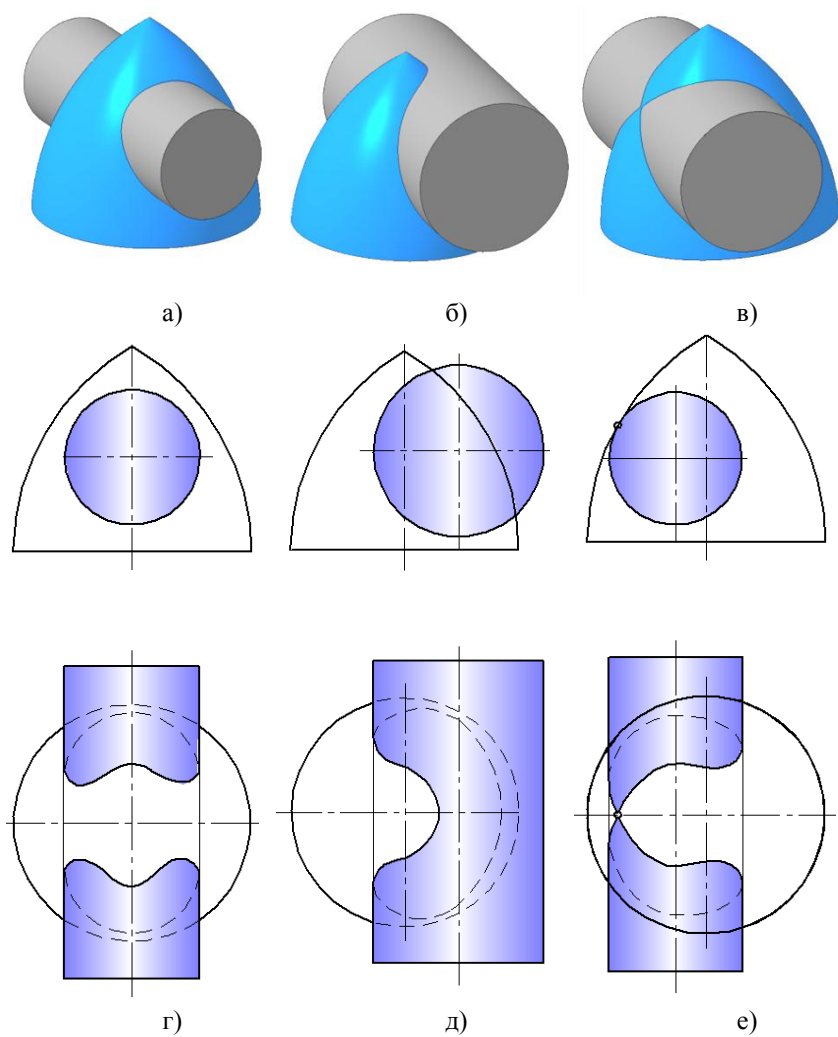


Рис.3.9. Метод вспомогательных секущих сфер: а, б, в – модели;
г, д, е – эпюры

- Определение характера пересечения поверхностей вращения:
 - а) проникание;
 - б) врубка;
 - в) с точками прикосновения.

В первом случае линия пересечения поверхностей вращения будет состоять из двух или более частей (рис. 3.9, а, г). Во втором случае линия пересечения – одна замкнутая кривая (рис. 3.9, б, д). В третьем случае – одна кривая с узловой точкой (рис. 3.9, в, е).

2. Построение точек 1-й группы. К точкам 1-й группы относятся точки пересечения контурных линий одной поверхности вращения с другой поверхностью. Они строятся посредством использования вспомогательных секущих.

В случаях, когда хотя бы одна из поверхностей имеет вырожденную проекцию, построение недостающих проекций точек выполняется по принадлежности к другой поверхности.

3. Построение точек 2-й группы.

К точкам 2-й группы относятся экстремальные и особые точки. Порядок построения точек второй группы:

- определение наличия данных точек среди точек 1-й группы;
- построение точек, находящихся в плоскостях симметрии обеих поверхностей вращения;
- построение особых точек кривых второго порядка (если они есть).

В случае отсутствия метода точного построения всех точек 2-й группы их определяют приближённо, посредством точек 3-й группы.

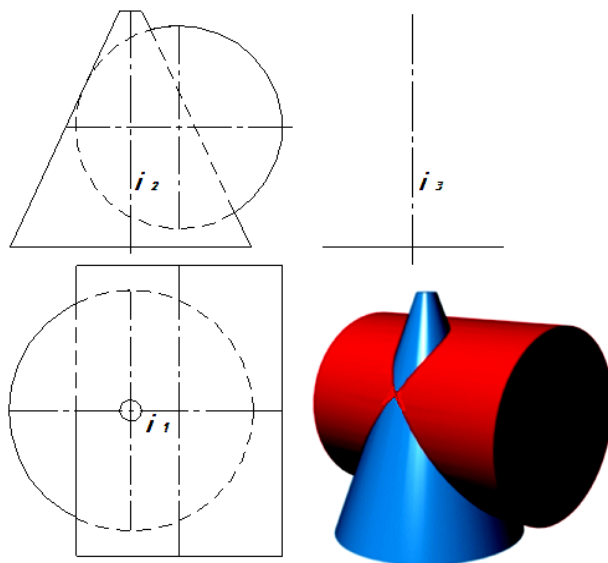
4. Построение точек 3-й группы.

К точкам 3-й группы относятся промежуточные точки. Количество точек 3-й группы должно быть достаточным для качественного построения проекций линии пересечения по лекалу. Необходимо показать подробное построение 1...2 промежуточных точек.

5. Построение проекций линии пересечения.

6. Обводка чертежа с учётом видимости.

Рассмотрим **пример № 1** пересечения конуса и цилиндра.



1. Краткий анализ задачи (рис.3.10...3.16):

- Поверхности конуса и цилиндра имеют общую плоскость симметрии α . Она параллельна плоскости проекций Π_2 , следовательно, является фронтальной плоскостью (имеет вырожденные проекции (α_1 и α_3)).

Заданные поверхности – поверхности второго порядка.

Следовательно, можно сделать следующие выводы:

- проекции линии пересечения будут симметричны относительно вырожденных проекций плоскости симметрии α (горизонтальная проекция линии пересечения – относительно α_1 , профильная проекция – относительно α_3 ;

- линия пересечения проецируется на фронтальную плоскость проекции Π_2 в виде кривой второго порядка (здесь – окружность).

- Характер пересечения поверхностей вращения – с точкой прикосновения, следовательно, линия пересечения – одна кривая с узловой точкой.

• Цилиндрическая поверхность имеет вырожденную проекцию на плоскости Π_2 . **Она является фронтальной проекцией линии пересечения.** Следовательно, первыми фиксируются фронтальные проекции точек линии пересечения. Недостающие проекции точек линии пересечения строятся по принадлежности к поверхности конуса.

2. Построение точек 1-й группы.

Для отражения построения всех точек 1-й группы составляем и заполняем таблицу.

Этапы построения точек 1-й группы:

1) Рассмотрим последовательно контуры *конической поверхности*:

- фронтальный контур:

- фиксируем на фронтальной проекции линии пересечения фронтальные проекции контурных точек $1_2, 2_2, 3_2$;

- определяем горизонтальные $1_1, 2_1, 3_1$ и профильные $1_3, 2_3, 3_3$ проекции этих точек по принадлежности к проекциям фронтального контура конуса;

- горизонтальный контур при данном расположении оси конуса отсутствует (ось конуса – горизонтально проецирующая прямая);

- профильный контур:

- фиксируем на фронтальной проекции линии пересечения фронтальные проекции контурных точек $4_2, 4'_2, 5_2, 5'_2$;

- находим горизонтальные $5_1, 5'_1, 4_1, 4'_1$ и профильные $5_3, 5'_3, 4_3, 4'_3$ проекции этих точек по принадлежности к профильному контуру конуса;

2) Рассмотрим последовательно контуры *цилиндрической поверхности*:

- фронтальный контур при данном расположении оси цилиндра отсутствует (ось цилиндра – фронтально- проецирующая прямая, на плоскости Π_2 – вырожденная проекция цилиндра);

- горизонтальный контур:

- фиксируем на фронтальной проекции линии пересечения фронтальные проекции контурных точек – $6_2, 6'_2$;

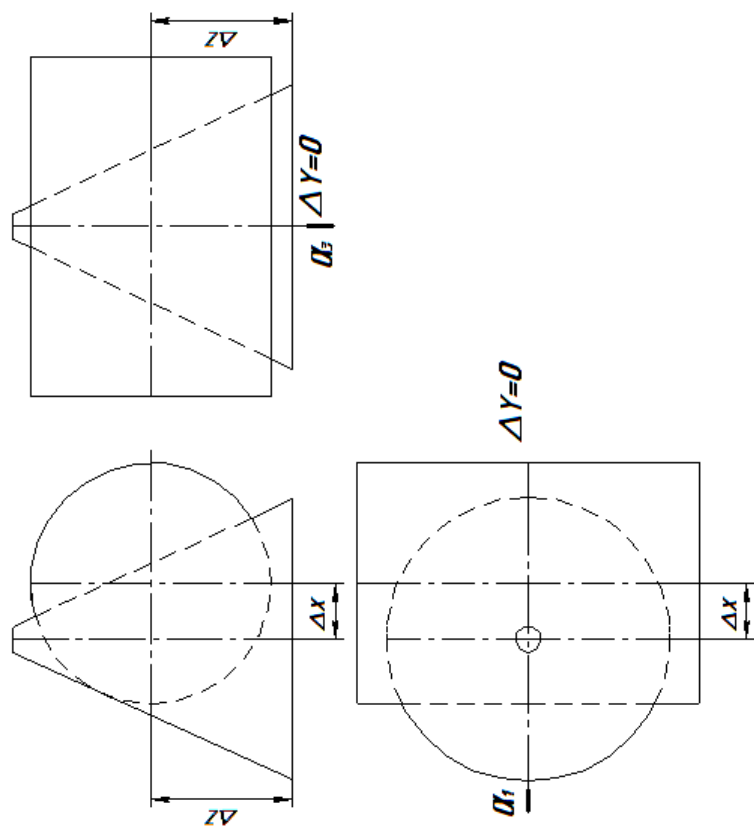


Рис.3.10. Построение недостающей проекции.
Обозначение плоскости общей симметрии

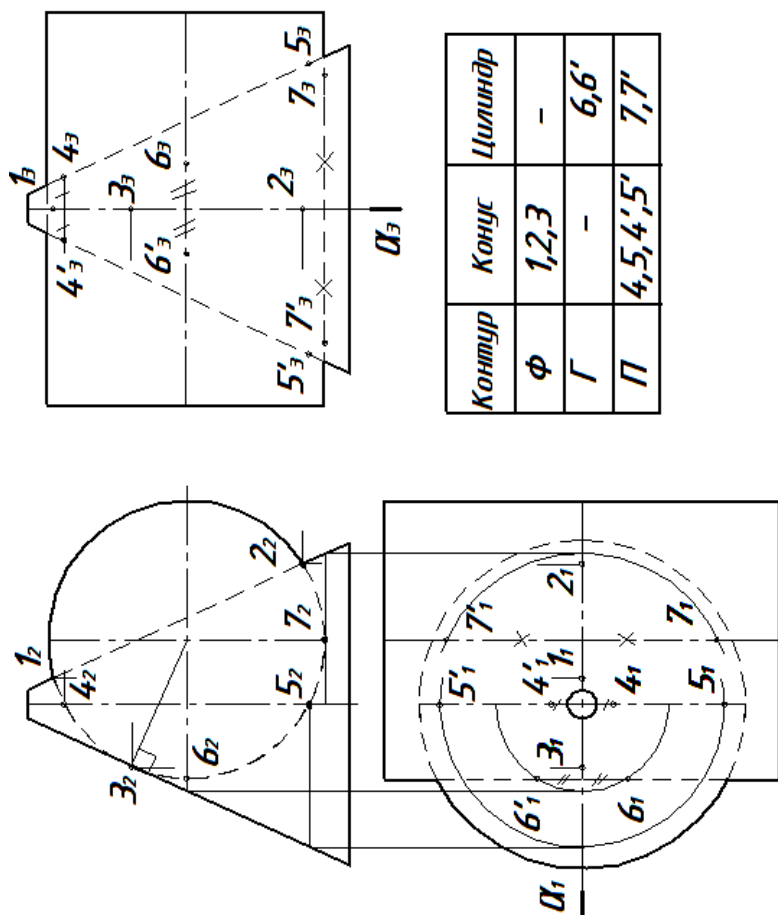


Рис.3.11. Построение точек первой группы

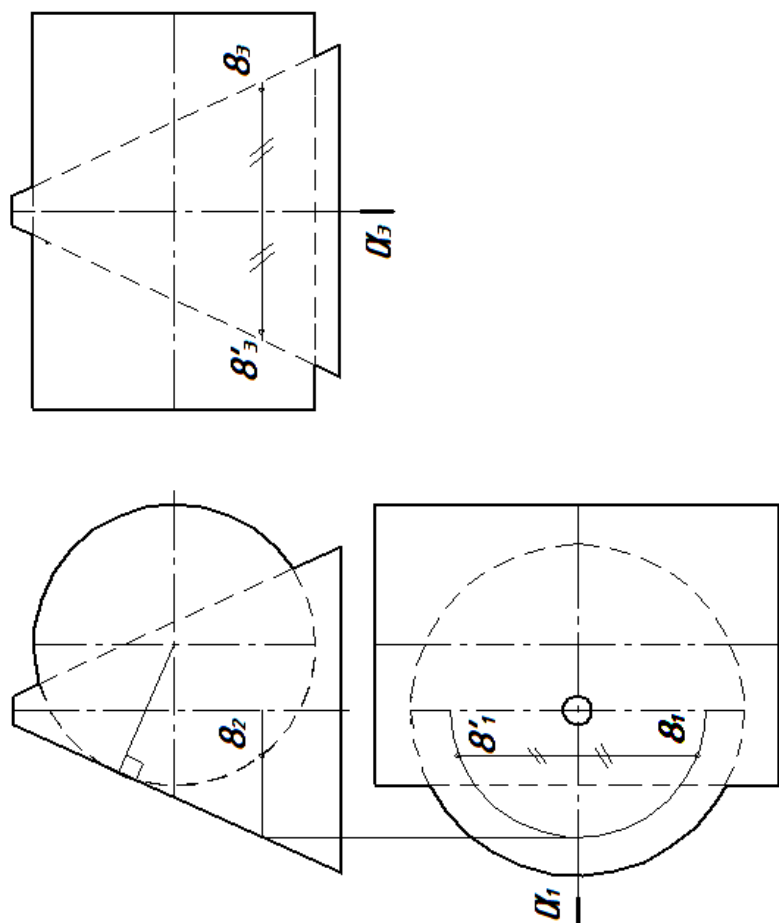


Рис. 3.12. Построение промежуточных точек

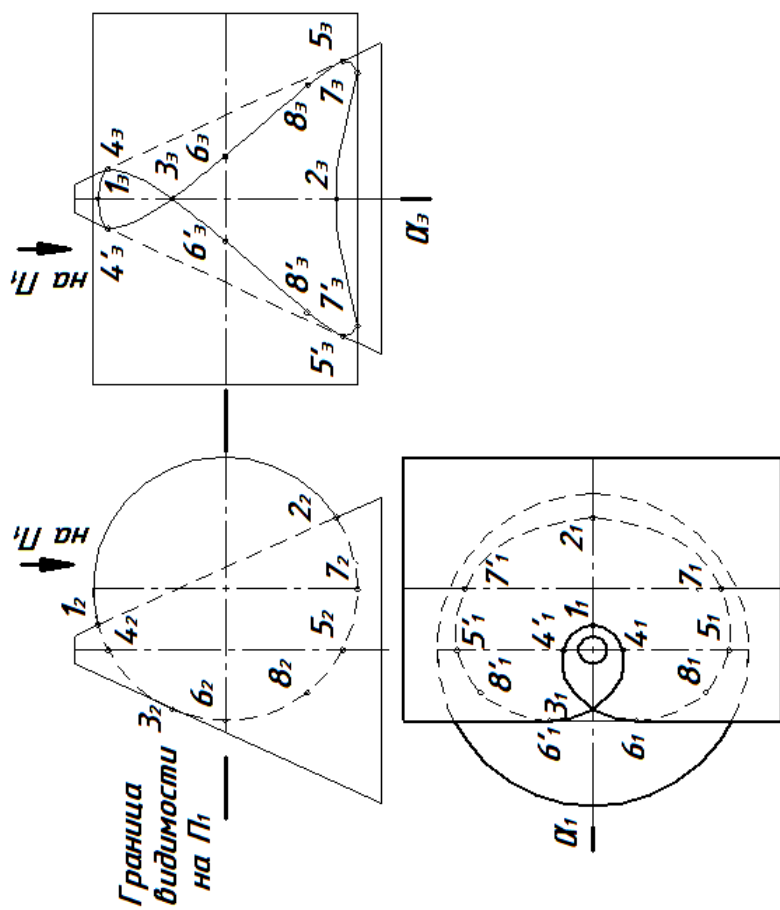


Рис.3.14. Обводка линии пересечения на плоскости Π_1

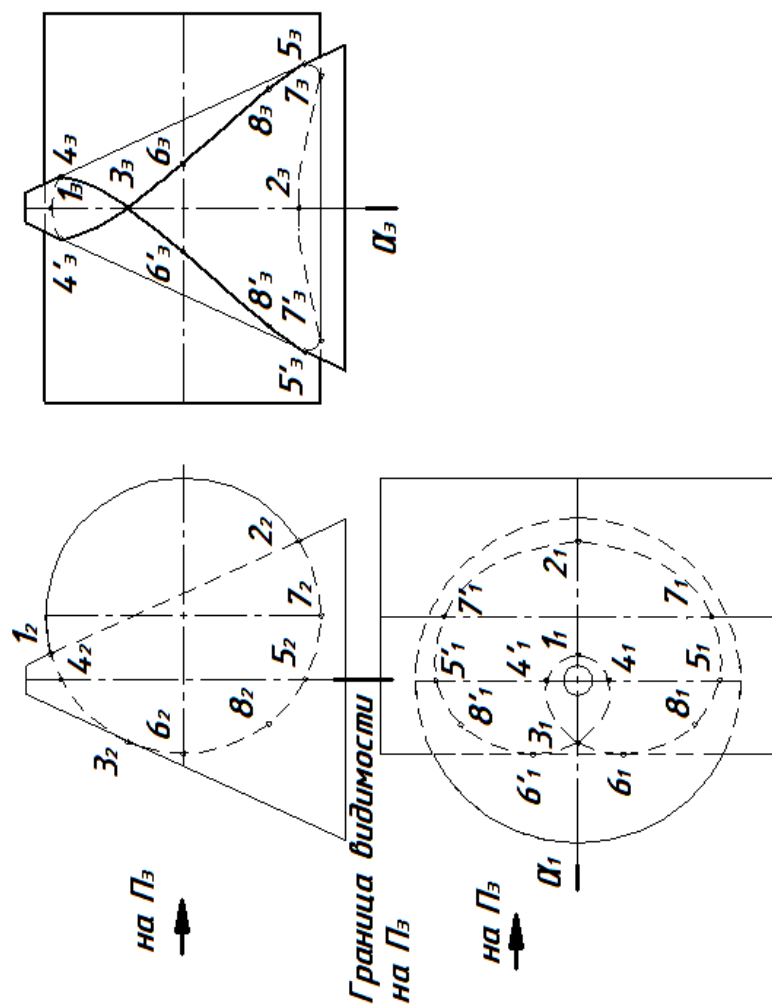


Рис.3.15. Обводка линии пересечения на плоскости P_3

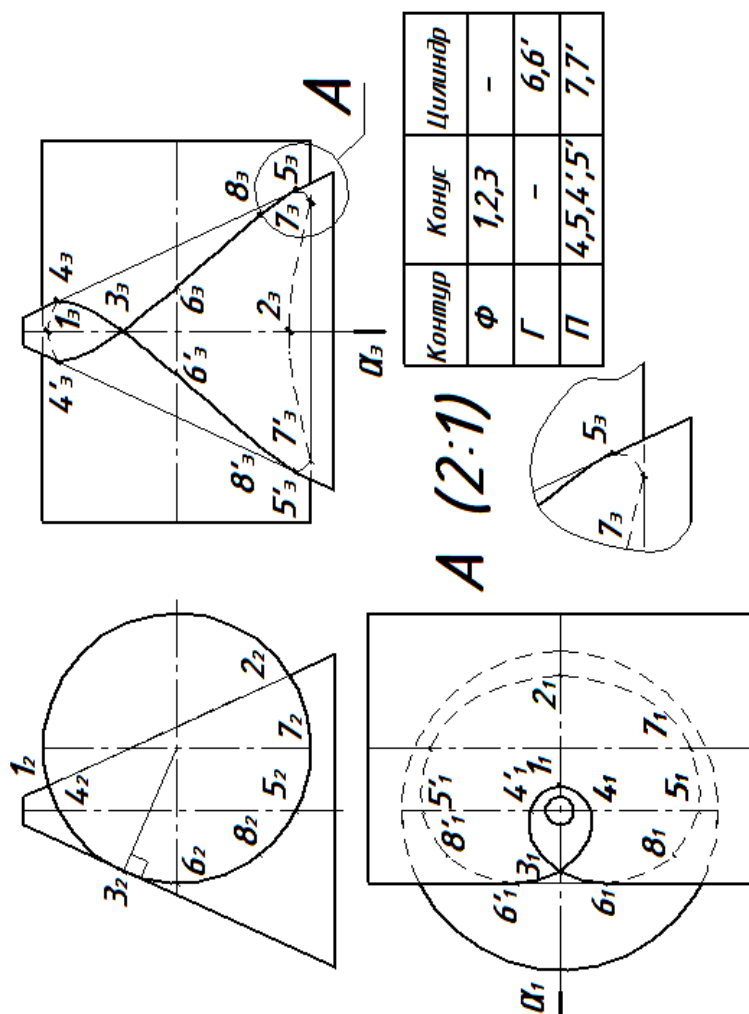


Рис.3.16. Линия пересечения поверхностей

- находим горизонтальные 6_1 , $6'_1$ и профильные 6_3 , $6'_3$ проекции этих точек по принадлежности к горизонтальному контуру цилиндра;

- профильный контур:

- фиксируем на фронтальной проекции линии пересечения фронтальные проекции контурных точек – 7_2 , $7'_2$;

- находим горизонтальные 7_1 , $7'_1$ и профильные 8_3 , $8'_3$ проекции этих точек по параллели и принадлежности к профильному контуру цилиндра;

3. Построение точек 2-й группы.

Точки линии пересечения поверхностей, имеющие экстремальное значение:

- по высоте – точки 1 и 7, $7'$ (они являются и контурными точками),

- по широте – точки 1,2 и 6, $6'$ (также контурные точки),

- по глубине – точное построение экстремальных точек невозможно. Примерное нахождение данных точек выполняется путем построения точек 3-й группы на определенном отрезке линии пересечения.

4. Построение точек 3-й группы.

Рассмотрим построение промежуточных точек 8 и $8'$:

- фиксируем фронтальные проекции 8_2 и $8'_2$ точек на фронтальной проекции линии пересечения;

- горизонтальные 8_1 и $8'_1$ и профильные 8_3 и $8'_3$ проекции этих точек строятся по принадлежности к параллели конуса.

5. Построение проекций линии пересечения. Выполняется путем плавного соединения проекций построенных точек.

6. Обводка чертежа с учётом видимости.

При обводке чертежа используются следующие типы линий:

- сплошная толстая основная (видимая линия);
- сплошная тонкая (несуществующая часть линии);
- штриховая (невидимая линия).

Контур поверхности существует вне другой поверхности, внутри поверхностей не существуют. Видимость проекций линии пересечения определяется обеими поверхностями.

Обводка на фронтальной плоскости проекций Π_2 :

- точки, находящиеся ближе фронтального контура конуса или на нем, будут видимы (точки $1(1_2)$, $2(2_2)$, $3(3_2)$, $4(4_2)$, $5(5_2)$, $6(6_2)$, $7(7_2)$, $8(8_2)$);

- точки дальше фронтального контура конуса будут невидимы (точки $3'(3'_2)$, $4'(4'_2)$, $5(5'_2)$, $6'(6'_2)$, $7'(7'_2)$, $8'(8'_2)$).

Обводка на горизонтальной плоскости проекций Π_1 :

- точки, находящиеся выше горизонтального контура цилиндра или на нем, будут видимы (точки $1(1_1)$, $3(3_1)$, $4'(4'_1)$, $4(4_1)$, $6(6_1)$, $6'(6'_1)$);

- точки ниже горизонтального контура цилиндра будут невидимы (точки $2(2_1)$, $5(5_1)$, $5'(5'_1)$, $7(7_1)$, $7'(7'_1)$, $8(8_1)$, $8'(8'_1)$);

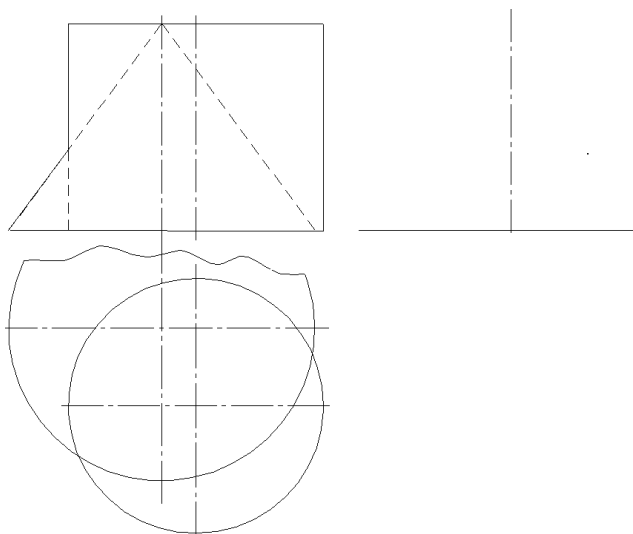
Обводка на профильной плоскости проекций Π_3 :

- точки, находящиеся левее профильного контура конуса или на нем, будут видимы (точки $3(3_3)$, $3'(3'_3)$, $7(7_3)$, $7'(7'_3)$, $6(6_3)$, $6'(6'_3)$, $4(4_3)$, $4'(4'_3)$);

- точки правее профильного контура конуса будут невидимы (точки $1(1_1)$, $5(5_1)$, $5'(5'_1)$, $2(2_1)$, $8(8_1)$, $8'(8'_1)$).

Определяем видимость и обводим проекции линии пересечения и контуры. Выполняем выносной элемент А.

Рассмотрим **пример № 2** пересечения конуса и цилиндра.



Решение.

I. Этапы построения линии пересечения (рис.3.17):

1) Построим недостающую проекцию пересекающихся поверхностей на плоскости проекций P_3 . Характер пересечения конуса и цилиндра – врубка, следовательно, линия пересечения – одна кривая.

Обозначим плоскости общей симметрии α (горизонтальная плоскость) и β (горизонтально проецирующая плоскость, проходящая через оси вращения поверхностей).

Цилиндрическая поверхность имеет вырожденную проекцию на плоскости P_1 . **Она является горизонтальной проекцией линии пересечения.** Следовательно, первыми фиксируются горизонтальные проекции точек линии пересечения. Недостающие проекции точек линии пересечения строятся по принадлежности к контурам или параллелям поверхности конуса.

2) Построение точек 1-й группы.

Рассмотрим последовательно контуры *конической поверхности*:

- фронтальный контур:
 - фиксируем на горизонтальной проекции линии пересечения горизонтальные проекции 2_1 , 5_1 контурных точек 2 и 5;
 - определяем фронтальные 2_2 , 5_2 и профильные 2_3 , 5_3 проекции этих точек по принадлежности к фронтальному контуру конуса;
 - горизонтальный контур при данном расположении оси конуса отсутствует (ось конуса – горизонтально проецирующая прямая);

- профильный контур:
 - фиксируем на горизонтальной проекции линии пересечения горизонтальную проекцию 4_1 контурной точки 4;
 - определяем фронтальную 4_2 и профильную 4_3 проекции этой точки по принадлежности к параллели и профильному контуру конуса;

Рассмотрим контуры *цилиндрической поверхности*:

- фронтальный контур:
 - фиксируем на горизонтальной проекции линии пересечения горизонтальную проекцию 6_1 контурной точки 6;

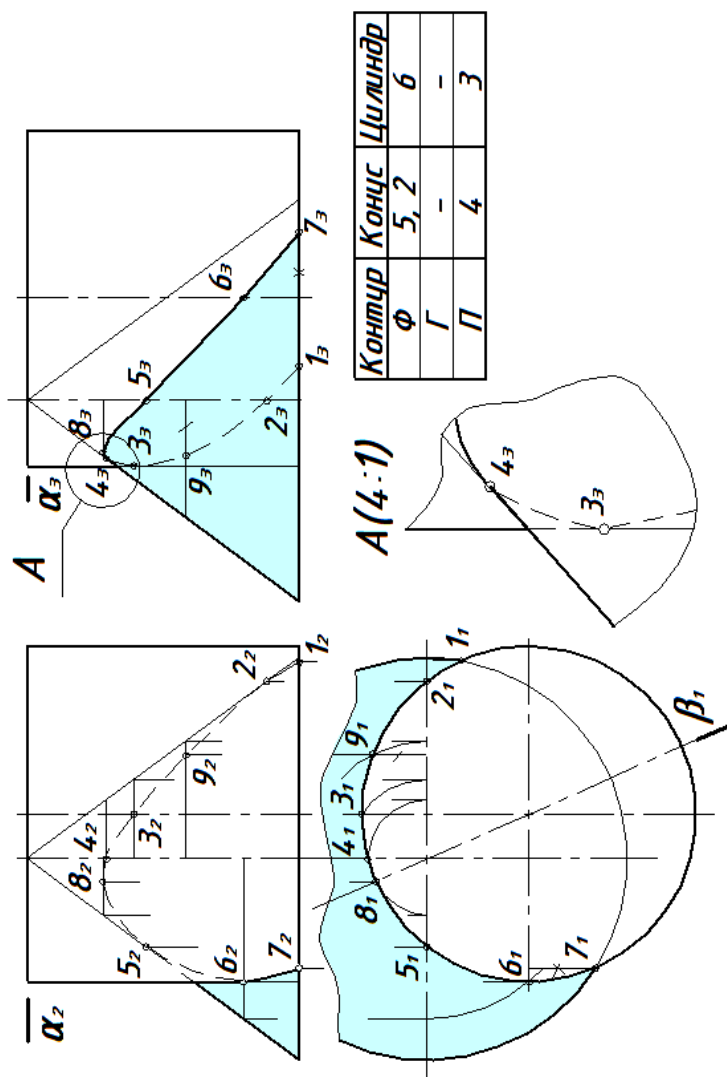


Рис.3.17. Трехкартинный чертеж линии пересечения

- определяем фронтальную b_2 и профильную b_3 проекции этой точки по принадлежности к параллели конуса;

- горизонтальный контур при данном расположении оси цилиндра отсутствует (ось цилиндра – горизонтально проецирующая прямая, на плоскости Π_1 – вырожденная проекция цилиндра);

- профильный контур:

- фиксируем на горизонтальной проекции линии пересечения горизонтальную проекцию 3_1 контурной точки 3;

- определяем фронтальную 3_2 и профильную 3_3 проекции этой точки по принадлежности к параллели конуса.

3) Построение точек 2-й группы.

Точки линии пересечения поверхностей, имеющие экстремальное значение:

- по высоте – точки 1, 7 и 8 (точка в плоскости общей симметрии β),

- по широте – точки 1, 6 (контурные точки),

- по глубине – точки 3, 7 (контурные точки).

4) Построение точек 3-й группы.

Рассмотрим построение промежуточной точки 9:

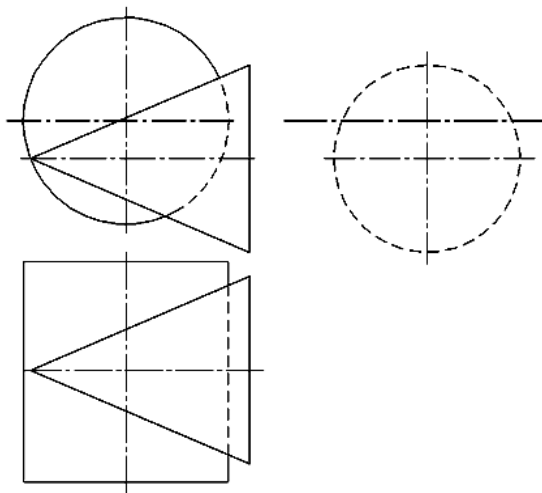
- фиксируем на горизонтальной проекции линии пересечения горизонтальную проекцию 9_1 точки 9;

- определяем фронтальную 9_2 и профильную 9_3 проекции этой точки по принадлежности к параллели конуса.

5) Построение проекций линии пересечения.

6) Обводка чертежа.

Рассмотрим **пример № 3** пересечения конуса и цилиндра.



Решение.

Этапы построения линии пересечения (рис.3.18):

1) Построим недостающую проекцию на плоскости проекций Π_3 . Характер пересечения конуса и цилиндра – врубка, следовательно, линия пересечения – одна замкнутая кривая.

Обозначим плоскость общей симметрии α (фронтальная плоскость).

Цилиндрическая поверхность имеет вырожденную проекцию на плоскости Π_2 . **Она является фронтальной проекцией линии пересечения.** Следовательно, первыми фиксируются фронтальные проекции точек линии пересечения на Π_2 . Недостающие проекции точек линии пересечения строятся по принадлежности к контурам или параллелям поверхности тора.

2) Построение точек первой группы.

Рассмотрим последовательно контуры *конической поверхности*:

- фронтальный контур:
 - фиксируем на фронтальной проекции линии пересечения фронтальные проекции контурных точек $1_2, 5_2$;
 - определяем горизонтальные $1_1, 5_1$ и профильные $1_3, 5_3$ проекции этих точек по принадлежности к проекциям фронтального контура конуса;

- горизонтальный контур:
 - фиксируем на фронтальной проекции линии пересечения фронтальные проекции контурных точек – $3_2, 3'_2$;
 - находим горизонтальные $3_1, 3'_1$ и профильные $3_3, 3'_3$ проекции этих точек по параллели и принадлежности к горизонтальному контуру конуса;
 - профильный контур при данном расположении оси конуса отсутствует (ось конуса – профильно-проецирующая прямая).

Рассмотрим контуры *цилиндрической поверхности*:

- фронтальный контур при данном расположении оси цилиндра отсутствует (ось цилиндра – фронтально-проецирующая прямая, на плоскости Π_2 – вырожденная проекция цилиндра);
- горизонтальный контур:
 - фиксируем на фронтальной проекции линии пересечения фронтальные проекции контурных точек – $2_2, 2'_2$;
 - находим горизонтальные $2_1, 2'_1$ и профильные $2_3, 2'_3$ проекции этих точек по параллели и принадлежности к горизонтальному контуру цилиндра;
 - профильный контур не участвует в пересечении.

3) Построение точек второй группы.

Точки линии пересечения, имеющие экстремальное значение:

- по высоте – точки 1, 5 (контурными точками);
- по широте – точки 2, 5 (контурные точки);
- по глубине – точное построение экстремальных точек невозможно. Примерное нахождение данных точек выполняется путем подробного построения точек третьей группы на определенном отрезке линии пересечения.

4) Построение точек 3-й группы.

Рассмотрим построение промежуточных точек 4, 4':

- фиксируем фронтальные проекции $4_2, 4'_2$ точек на фронтальной проекции линии пересечения;
- горизонтальные $4_1, 4'_1$ и профильные $4_3, 4'_3$ проекции этих точек строятся по принадлежности к параллели конуса.

5) Построение проекций линии пересечения.

6) Обводка чертежа с учетом задания.

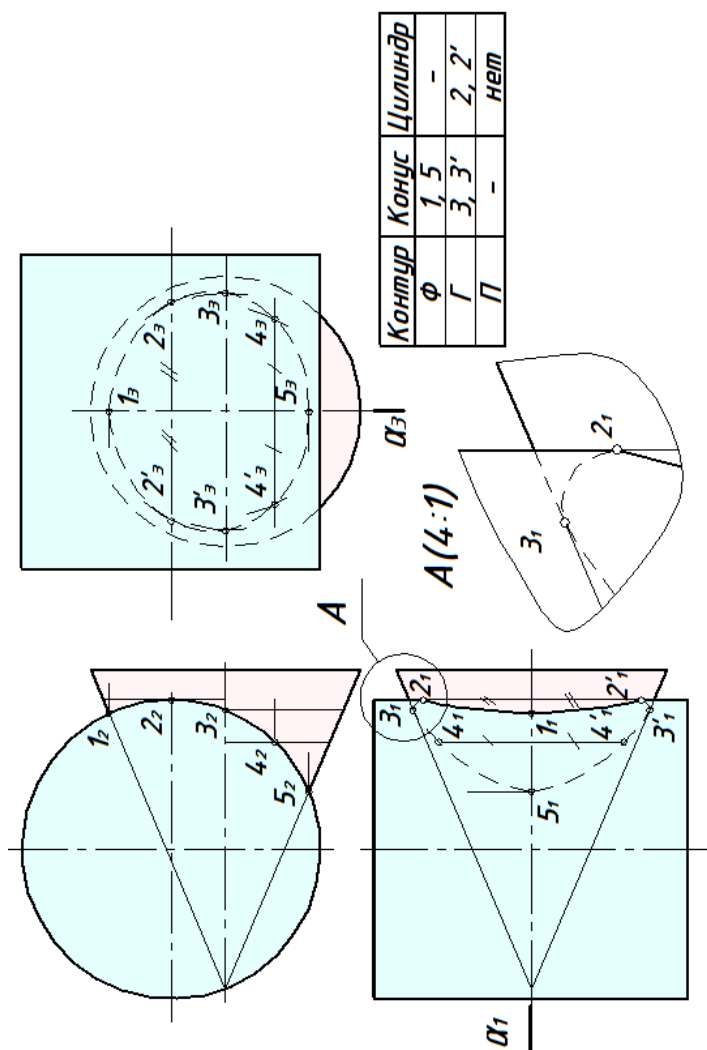


Рис.3.18. Трехкартинный чертеж линии пересечения

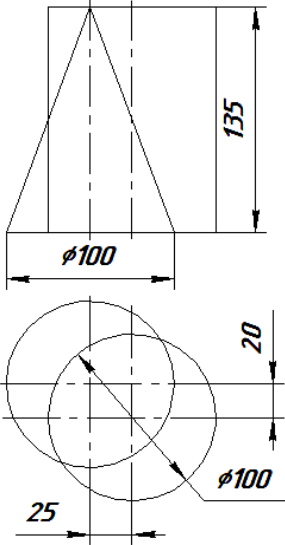
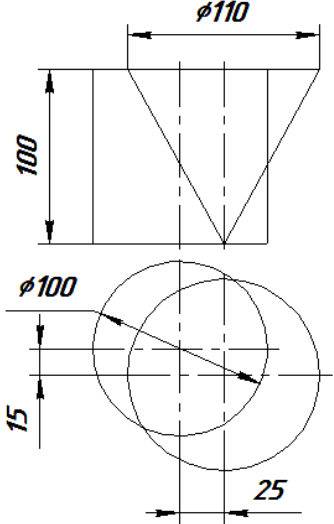
3.3. ВАРИАНТЫ ЗАДАНИЙ И ПРИМЕР ВЫПОЛНЕНИЯ ЗАДАЧИ ПО ТЕМЕ «ПЕРЕСЕЧЕНИЕ ПОВЕРХНОСТЕЙ» (ЛИСТ № 3)

!!! Номер варианта задания определяется по последней цифре номера студенческого билета.

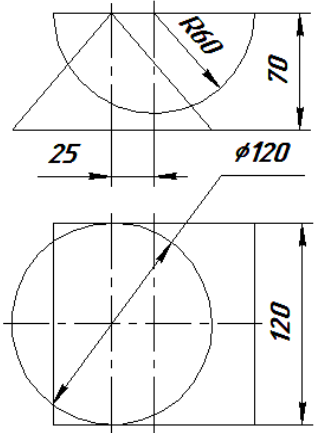
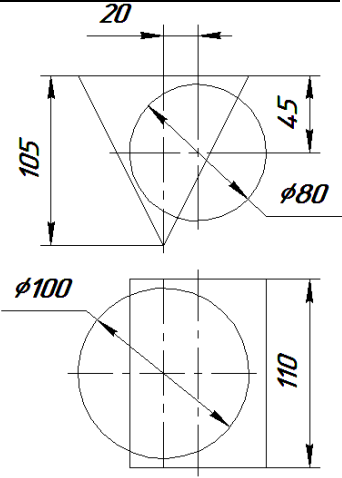
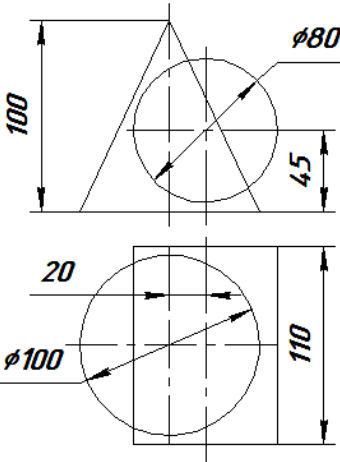
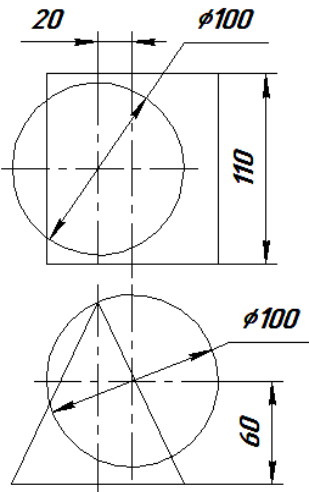
Варианты заданий «ПЕРЕСЕЧЕНИЕ ПОВЕРХНОСТЕЙ» указаны в табл. 3.2.

Пример выполнения задания «ПЕРЕСЕЧЕНИЕ ПОВЕРХНОСТЕЙ» показан на рис. 3.19.

Таблица 3.2. Варианты заданий «ПЕРЕСЕЧЕНИЕ ПОВЕРХНОСТЕЙ»

№	Задание	№	Задание
0		1	

№	Задание	№	Задание
2		3	
4		5	

№	Задание	№	Задание
6		7	
8		9	

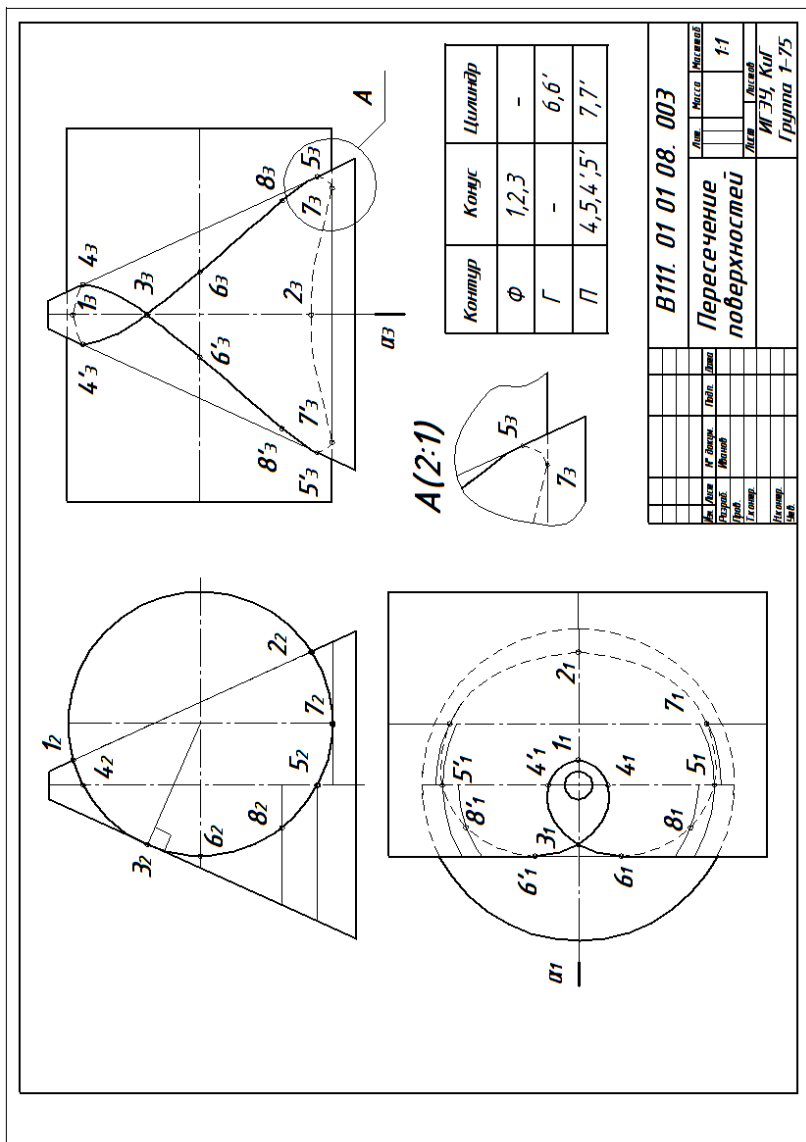


Рис. 3.19. Пример выполнения листа № 3 «ПЕРЕСЕЧЕНИЕ ПОВЕРХНОСТЕЙ»

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. **Королёв Ю.И.** Начертательная геометрия: учебник для вузов / Ю.И. Королев. – СПб.: Питер, 2007. – 252 с.
2. Национальные стандарты. ЕДИНАЯ СИСТЕМА КОНСТРУКТОРСКОЙ ДОКУМЕНТАЦИИ. – М.: Стандартиформ, 2007. – 194 с.
3. **Егорычева Е.В.** Решение задач начертательной геометрии : учеб. пособие / Е.В. Егорычева ; Ивановский государственный энергетический университет им. В.И. Ленина. – Иваново, 2014. – 351 с.
4. **Егорычева Е.В.** Начертательная геометрия. Методы получения обратимых чертежей : учеб. пособие / Е.В. Егорычева, Е.П. Милосердов ; Ивановский государственный энергетический университет им. В.И. Ленина. – Иваново, 2013. – 136 с.
5. **Локтев О.В.** Краткий курс начертательной геометрии: учебник для втузов / О.В. Локтев. – 4 изд. – М.: Высш. шк., 2001. – 136 с.

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ	3
ГЛАВА 1. ОФОРМЛЕНИЕ И СОДЕРЖАНИЕ КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ	4
ГЛАВА 2. МЕТРИЧЕСКИЕ И КОМПЛЕКСНЫЕ ЗАДАЧИ	11
2.1. МЕТОДЫ ПРОЕКЦИРОВАНИЯ	11
2.2. ПРОЕКЦИРОВАНИЕ ТОЧКИ	15
2.2.1. ДВУХКАРТИННЫЙ ЧЕРТЕЖ ТОЧКИ	15
2.2.2. ТРЕХКАРТИННЫЙ ЧЕРТЕЖ ТОЧКИ	16
2.2.3. ВЗАИМНОЕ РАСПОЛОЖЕНИЕ ТОЧЕК	18
2.3. ПРОЕКЦИРОВАНИЕ ПРЯМОЙ	21
2.3.1. ПРИНАДЛЕЖНОСТЬ ТОЧКИ ПРЯМОЙ	22
2.3.2. КЛАССИФИКАЦИЯ ПРЯМЫХ ПО ПОЛОЖЕНИЮ ОТНОСИТЕЛЬНО ПЛОСКОСТЕЙ ПРОЕКЦИЙ	22
2.3.3. ДЛИНА ОТРЕЗКА И УГЛЫ НАКЛОНА ПРЯМОЙ К ПЛОСКОСТЯМ ПРОЕКЦИЙ	27
2.3.4. ВЗАИМНОЕ ПОЛОЖЕНИЕ ПРЯМЫХ	29
2.3.5. ПЕРПЕНДИКУЛЯРНЫЕ ПРЯМЫЕ. ТЕОРЕМА О ПРОЕКЦИРОВАНИИ ПРЯМОГО УГЛА	31
2.4. ПРОЕКЦИРОВАНИЕ ПЛОСКОСТИ	33
2.4.1. ТОЧКА И ПРЯМАЯ ПЛОСКОСТИ	35
2.4.2. КЛАССИФИКАЦИЯ ПЛОСКОСТЕЙ ПО ПОЛОЖЕНИЮ ОТНОСИТЕЛЬНО ПЛОСКОСТЕЙ ПРОЕКЦИЙ	36
2.4.3. ВЗАИМНОЕ РАСПОЛОЖЕНИЕ ПРЯМОЙ И ПЛОСКОСТИ	40
2.4.4. ВЗАИМНОЕ ПОЛОЖЕНИЕ ДВУХ ПЛОСКОСТЕЙ	43

2.5. МЕТОД ЗАМЕНЫ ПЛОСКОСТЕЙ ПРОЕКЦИЙ	48
2.5.1. ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ПРЯМОЙ	49
2.5.2. ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ПЛОСКОСТИ	50
2.6. ВАРИАНТЫ ЗАДАНИЙ И ПРИМЕРЫ ВЫПОЛНЕНИЯ ЗАДАЧ ПО ТЕМЕ «МЕТРИЧЕСКИЕ ЗАДАЧИ» (ЛИСТ № 1)	52
2.7. ВАРИАНТЫ ЗАДАНИЙ И ПРИМЕРЫ ВЫПОЛНЕНИЯ ЗАДАЧ ПО ТЕМЕ «КОМПЛЕКСНЫЕ ЗАДАЧИ» (ЛИСТ № 2)	68
ГЛАВА 3. ПОВЕРХНОСТИ ВРАЩЕНИЯ	78
3.1. КОНТУРЫ И ТОЧКИ НА ПОВЕРХНОСТИ. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ВИДИМОСТИ	79
3.1.1. СФЕРИЧЕСКАЯ ПОВЕРХНОСТЬ ВРАЩЕНИЯ	79
3.1.2. КОНИЧЕСКАЯ ПОВЕРХНОСТЬ ВРАЩЕНИЯ	83
3.1.3. ЦИЛИНДРИЧЕСКАЯ ПОВЕРХНОСТЬ ВРАЩЕНИЯ	86
3.2. ПЕРЕСЕЧЕНИЕ ПОВЕРХНОСТЕЙ ВРАЩЕНИЯ	89
3.2.1. МЕТОДЫ ПОСТРОЕНИЯ ЛИНИИ ПЕРЕСЕЧЕНИЯ	90
3.2.2. ОБЩИЙ ПОРЯДОК ПОСТРОЕНИЯ ЛИНИИ ПЕРЕСЕЧЕНИЯ	93
3.3. ВАРИАНТЫ ЗАДАНИЙ И ПРИМЕР ВЫПОЛНЕНИЯ ЗАДАЧИ ПО ТЕМЕ «ПЕРЕСЕЧЕНИЕ ПОВЕРХНОСТЕЙ» (ЛИСТ № 3)	113
БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК	117

ЕГОРЫЧЕВА Елена Валерьевна

ИНЖЕНЕРНАЯ ГРАФИКА
1 часть

*Учебное пособие
для студентов заочной формы обучения*

Редактор Н.Б. Михалева

Подписано в печать Формат 60 x 84 1/16.

Печать плоская. Усл.печ.л. 6,97. Уч.-изд.л. 7,5.

Тираж 200 экз. Заказ №

ФГБОУВПО «Ивановский государственный энергетический
университет имени В.И.Ленина»

Отпечатано в УИУНЛ ИГЭУ

153003 Иваново, ул. Рабфаковская, 34